

ceito de limite, que tem « alguma coisa de irracional », o cálculo integral e diferencial é legítimo, e tudo o que se relaciona com tal conceito; a passagem ao limite continua, válida e eficaz. E' isto uma das características históricas e lógicas mais notáveis das matemáticas, — a saber, a eficácia e a legitimidade da sua construção através das dificuldades racionais mais singulares, como é o irracional e o ilógico, por exemplo, o círculo vicioso de H. Weyl: — como diz Gonseth, « o seu edificio não está ancorado em qualquer parte com uma solidez absoluta; é uma construção aérea que se mantém como por milagre: a mais audaciosa e a mais inverosímil das aventuras do espirito ».

Há nesta questão *problemas lógicos e problemas psicológicos* tanto mais difíceis de análise e de esclarecer, quanto uns e outros, a partir de um certo momento, mergulham nas próprias raízes do pensamento e no inconsciente: é no entanto no estudo combinado do lógico e do psicológico que reside o esclarecimento destas questões. Não podemos aprofundar esta discussão aqui; convém no entanto fazer ainda notar o seguinte. Dissemos acima que o paradoxo de Zenon resulta da sobreposição de dois processos psicológicos que, como tais, são irreductíveis. Se o cálculo diferencial e integral, e a passagem ao limite são viáveis, é em parte precisamente porque os processos psicológicos que lhes estão na base são aplicados sucessivamente e *depois* reunidos em síntese. Não se diferencia e integra *ao mesmo tempo*, nem se *constrói* historicamente a derivada e o integral *ao mesmo tempo*; mas por uma realização de processos psicológicos diferentes, aplicados sucessivamente, e daqui tomados conexos.

Reduzamos a questão à sua forma mais simples; consideremos o integral como definido por um segmento de recta que totaliza os seus elementos infinitamente pequenos. Quando construimos psicológicamente o *ds* executamos uma operação diferente da construção do segmento de recta; mas considerando que este segmento construído é precisamente o mesmo que foi dividido em número infinito de *ds*, nós fizemos do segmento o integral destes *ds*. Quer dizer, de um lado temos, como processo psicológico, um fluxo infinito; mas este fluxo infinito corresponde totalmente a um segmento de recta finito, que o contém: este é,

como processo psicológico de construção, irreductível ao processo de fluxo infinito: mas os dois estão tornados conexos por se tratar do mesmo segmento. A passagem ao limite não se faz aqui directamente, por exgotamento do fluxo infinito, *o que é impossível*; mas indirectamente.

A questão é mais difícil se se trata de um integral-superfície, totalizando as superfícies elementares *ds* de cuja soma o integral é limite. Mas, no fundo é análoga; dentro da superfície integral contínua em fluxo infinito o processo psicológico de divisão; o processo constructivo da superfície integral é psicológicamente diferente, mas contém esse processo em fluxo infinito.

Não podemos realizar *ao mesmo tempo*, sob o ponto de vista psicológico, os dois processos; mas podemos reuni-los, conjugando-os, depois de cada um sucessivamente realizado: e é isto que corresponde, no campo psicológico, à passagem ao limite.

A passagem ao limite é pois, neste sentido, a reunião de dois processos psicológicos *irreductíveis* num todo; esta cópula faz-se indirectamente pela consideração de um todo (integral) dentro do qual se realiza um fluxo infinito. Não há pois em rigor, salto ao limite, mas fluxo infinito dentro de um total; isto é, cópula entre dois processos psicológicos irreductíveis mas tomados estretamente conexos. A verdadeira passagem ao limite, sob o ponto de vista psicológico reside pois na passagem do fluxo infinito a esse total, isto é, na passagem — no salto — de um processo psicológico para outro, que no entanto lhe é irreductível. O integral constroe o todo dentro do qual flue o infinitesimal, e por essa razão, apesar da irreductibilidade dos processos, como tais, a conexão está estabelecida, e ao passarmos de um processo para o outro estabelecemos automaticamente a passagem ao limite.

Precisamente uma das utilidades do cálculo integral consiste em calcular um total que não é possível atingir sem passar pela totalização dos seus elementos; o processo de integrar permite calcular totais que não são possíveis de avaliação directa. Mas os processos do cálculo, nas suas qualidades são uma coisa, outra são as suas bases conceptuais, a sua construção histórica e psicológica, e é esta apenas que estamos considerando: o resto é *mecanismo* do cálculo.