e que os dois processos, psicològicamente, são *irreductíveis*. E são irreductíveis como processos *dados imediatamente*, isto é, precisamente como são irreductíveis, psicològicamente, a côr e o som. O paradoxo de Zenon é construído sobrepondo os dois processos e estabelecendo a incompatibilidade com a irreductibilidade psicológica dos dois processos. Quere dizer, não posso *dividir* e *extender* ao mesmo tempo, muito menos quando divido e extendo em fluxo sem fim: é tão absolutamente impossível como aumentar e diminuir *ao mesmo tempo* o mesmo segmento de recta. No paradoxo de Zenon, dois processos psicológicos incompatíveis, que apenas se podem realizar alternadamente ou sucessivamente, são, por hipótese, sobrepostos num processo simultâneo; são fundidos num acto em que os dois processos se realizam simultâneamente: o que é impossível, psicològicamente, e daí o paradoxo.

No entanto, lògicamente, os dois processos apresentam uma conexão íntima, e é nisto que reside a dificuldade lógica. E esta dificuldade relaciona-se com todos os problemas matemáticos referentes ao contínuo e ao descontínuo, às relações da geometria com a aritmética, conjunto de números reais, etc., problemas bem conhecidos e ainda hoje discutidos, que não trataremos aqui. Notemos apenas o seguinte. Como diz Gonseth «é porque a noção de lugar preciso tem uma existência lógica independente que a possuímos ao lado de número inteiro — *a extensão ao lado da repetição* — que se não pode dizer sem outra forma de processo que o ponto de vista da análise é absurdo. Vê-se pelo contrário bastante distintamente donde provém a eficácia do cálculo infinitésimal e integral: partindo da noção da função, isto é, do contínuo, pelo processo de derivação passa às grandezas locais, tais com velocidade, aceleração, densidade, etc. Pelo processo inverso de integração, é-lhe possível reconstruir o contínuo: os dois processos de análise e de síntese tendo o *conceito de limite* como base comum.

No entanto, como diz o mesmo Gonseth, «*não é de hoje que a noção de limite aparece como qualquer coisa de irracional*. Que poderiam ser as críticas e as dúvidas às quais d'Alembert respondeu pela frase célebre: «Ide, e a fé vos voltará!» se não é, em substância, a dúvida sôbre a legitimidade do infinitamente pequeno, isto é, na legitimidade da noção de limite?» (1).

Gonseth acrescenta, a êste respeito: «a crítica de Weyl que parte do ponto de vista da aritmetização da ciência matemática *deve* ser possível; nesta hipótese o limite não poderia ser atingido e a própria noção de limite está condenada. «Mas o intuïcionista tem o direito de formular as exigências seguintes: admitindo que a noção de limite possa lògicamente existir, que mesmo seja necessária, desafio-vos a dar dela uma prova. E' justamente aqui o ponto sensível da questão. Não se pode *lògicamente provar* de nenhum conceito senão que não conduz finalmente a contradição. Se — por um milagre inexplicado — entramos na posse de tal ou tal noção, não temos a provar que ela existe, pois que a possuímos. A única questão que se põe é saber se conseguiremos dela extrair alguma vez uma antinomia: enquanto o não conseguirmos, o conceito discutido faz parte dos tesoiros intelectuais que não temos razões para repudiar. Assim não temos de provar — nem para o ponto nem para o número — que estas noções não são enganadoras; não o podemos, e até nova ordem, a sua eficácia está garantida. Pelo contrário, a afirmação contrária cabe realmente sob o império da lógica; poder-se-ia em rigor demonstrar que êstes dois conceitos são contraditórios: tal prova não foi dada, porque uma irreductibilidade lógica não é um facto ilógico em si, e não comporta contradição. Concluímos pois que, dêste lado, o império das matemáticas não está ameaçado: não há crise das matemáticas».

Quer dizer, apesar das irreductibilidades psicológicas referidas, e do carácter do con-

(1) Notemos que a passagem ao limite se faz matemàticamente, não psicològicamente. Se dizemos que o $\lim\limits_{\Delta x = o} \frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\, \alpha$ é porque uma série de operações lógicas conduzem a êste resultado, não porque psicològicamente possamos assistir ao *salto da secante à tangente:* o caso é impossível porque o fluxo de diminuïção não pode ser exaurido. Da mesma forma a passagem ao limite num integral--superfície faz-se pela passagem ao infinito do número dos dS, e pela redução a zero dos dx: — o que psicològicamedte é impossível. O elemento dS, igual a $y\ dx$, é suposto diminuir em fluxo infindo, mas o integral-limite é impossível de transpor, pois que, por hipótese, estamos executando a divisão infinda de um todo finito; o limite deriva pois da cópula de soma infinita com divisão infinita de um todo finito.