guinte, de Emílio Borel (1). «Consideremos um segmento de recta de um metro de comprido; imaginá-lo-emos sob a forma de uma barra material extremamente delgada; mas suporemos, bem entendido, que esta matéria é contínua e divizível ao infinito, pois que lhe atribuímos as propriedades do espaço geométrico. Vamos marcar sôbre esta recta todos os pontos de divisão decimais, isto é, as extremidades dos decímetros, dos centímetros, dos milímetros, dos decimilímetros, etc. Bem entendido, suporemos que nada nos suspenderá, nêste *etc.*, isto é, que podemos continuar indefinidamente. Vamos agora, à volta de cada um dos pontos em número infinito que, segundo a expressão figurada da teoria dos conjuntos são *densos* em tôda a recta, retirar um bocado desta recta. Que restará? O bom senso e a intuïção parecem indicar que não ficará nada pois que sôbre todos os bocados, por muito pequena que seja a recta, há uma infinidade de pontos decimais à volta dos quais se retira um bocado de matéria. E' no entanto fácil de ver que se pode retirar bocados bastante pequenos para que a porção retirada não seja senão uma fraca porção da recta inteira. Para precisar, retiraremos um comprimento de um decímetro *ao todo* à volta dos pontos de divisão centimétrica, o que fará a centésima de um centímetro ou décimo de milímetro, para cada um deles, e assim indefinidamente. Acontecerá por vezes que tôda ou parte das porções a retirar terá já sido retirada em uma operação anterior, por forma que o comprimento retirado é inferior à soma obtida ajustando 1 decímetro, 1 centímetro, 1 milímetro, etc., o que dá ao todo um comprimento que se exprime em metros pela fracção decimal ilimitada 0,111..., igual como é sabido a $\frac{1}{9}$ (um nônо). Se pois a barra material de um metro de comprimento pezasse 900 gramas, teremos retirado apenas 100 gramas, e restam 800, se *bem que uma pequena porção seja retirada à volta de cada um dos pontos decimais.* Não encontrei até aqui ninguém que não considere uma tal conseqüência como impossível de conceber por meio da intuïção geométrica; e é-o ainda mais se tentamos representar, como fizemos, as partes retiradas e as partes restantes como sendo matéria; não nos representam nenhuma propriedade desta matéria infinitamente recortada que fôsse, na linguagem da teoria dos conjuntos, um conjunto perfeito de medida não nula que não fôsse denso em parte alguma.»

Borel conclúe, justamente, dizendo: «que concluir disso senão que a nossa intuïção nos falha no infinitamente pequeno como no infinitamente grande?».

No entanto, o pensamento clássico trabalha habitualmente com os símbolos como se tal extensão da intuïção fôsse possível, graças ao processo de automatismo mental que copula o símbolo com a intuïção e ao mesmo tempo o actualiza. Se, no caso do exemplo de Borel, ninguém pode compreender tal resultado, é que um antagonismo psicológico aparece entre o processo de divisão infinda e a representação totalizada do resultado. Borel parte da hipótese que «a matéria da régua é contínua e divizível até ao infinito, pois que lhe atribuímos as propriedades do espaço geométrico». Ora esta divisibilidade infinita, psicològicamente, é um fluxo sem fim, incompatível com qualquer resultado estático, possível de representação actual, como é o da experiência citada. Por outras palavras, entre o processo psicológico e tal resultado, não existe, psicològicamente, possibilidade de qualquer relação.

(1) Emile Borel, «L'Espace et le Temps».

(Continúa).