guinte, de Emílio Borel (1). «Consideremos u m segmento de recta de um metro de comprido ; imaginá-lo-emos sob a forma de um a barra material extremamente delgada; mas suporemos, bem entendido, que esta matéria é contínua e divizível ao infinito, pois que lhe atribuímos as propriedades do espaço geométrico. Vamo s marcar sobre esta recta,todos os pontos de divisão deci-mais, isto é, as extremidades dos decíme-tros, dos centímetros, dos milímetros, dos decimilímetros, etc. Bem entendido, supo-remos que nada nos suspenderá, neste etc, isto é, que podemos continuar indefinida-mente. Vamos agora, à volta de cada u m dos pontos em número infinito que, segundo a expressão figurada da teoria dos conjun-tos são densos em toda a recta, retirar u m bocado desta recta. Que restará? O bom senso e a intuição parecem indicar que não ficará nada pois que sobre todos os boca-dos, por muito pequena que seja a recta, há um a infinidade de pontos decimais à volta dos quais se retira u m bocado de matéria. E' no entanto fácil de ver que se pode retirar bocados bastante pequenos par a que a porção retirada não seja senão um a fraca porção da recta inteira. Par a precisar, retiraremos um comprimento de um decímetro ao todo à volta dos pontos de divisão centimétrica, o que fará a cen-tésima de um centímetro ou décimo de milímetro, par a cada um deles, e assim indefinidamente. Acontecerá por vezes que toda ou parte das porções a retirar terá j á sido retirada em uma operação anterior, por forma que o comprimento retirado é inferior à soma obtida ajustando 1 decíme-tro, 1 centímetro, 1 milímetro, etc, o que dá ao todo um comprimento que se exprime em metros pela fracção decimal ilimitada

0,111..., igual como é sabido a — (u m

(x) Emile Borel, «UEspace et le Temps».

nono). Se pois a barra material de u m metro de comprimento pezasse 900 gramas, teremos retirado apenas 100 gramas, e res-tam 800, se bem que uma pequena porção seja retirada à volta de cada um dos pontos decimais. Não encontrei até aqui ninguém que não considere um a tal consequência como impossível de conceber por meio da intuição geométrica; e é-o ainda mais se tentamos representar, como fizemos, as partes retiradas e as partes restantes como sendo matéria; não nos representam ne-nhum a propriedade desta matéria infinita-mente recortada que fòssó, na linguagem da teoria dos conjuntos, um conjunto per-feito de medida não nula que não fosse denso em parte alguma.»
Borel conclúe, justamente, dizendo: «que concluir disso senão que a nossa intuição nos falha no infinitamente pequeno como no infinitamente grande?».
No entanto, o pensamento clássico tra-balha habitualmente com os símbolos como se tal extensão da intuição fosse possível, graças ao processo de automatismo mental que copula o símbolo com a intuição e ao mesmo tempo o actualiza. Se, no caso do exemplo de Borel, ninguém pode compreen-der tal resultado, é que u m antagonismo psicológico aparece entre o processo de divisão infinda e a representação totalizada do resultado. Borel parte da hipótese que «a matéria da régua é contínua e divizível até ao infinito, pois que lhe atribuímos as propriedades do espaço geométrico». Ora esta divisibilidade infinita, psicologicamente, é u m fluxo sem fim, incompatível com qual-quer resultado estático, possível de repre-sentação actual, como é o da experiência citada. Por outras palavras, entre o pro-cesso psicológico e tal resultado, não existe, psicologicamente, possibilidade de qualquer relação.

(Continua).