



ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

Instrumentos de Apoio à Decisão

Mestrado em Políticas Públicas e Projectos

ANTÓNIO B.R. CALEIRO

(2011/12)

Índice

| | | |
|----------|------------------------------------|-----------|
| 1 | ANÁLISE DE DECISÃO | 3 |
| 1.1 | Situação de Certeza | 5 |
| 1.2 | Situação de Risco | 8 |
| 1.3 | Situação de Incerteza | 8 |
| 2 | TÉCNICAS DE APOIO À DECISÃO | 11 |
| 2.1 | Análise Custo-Benefício | 11 |
| 2.2 | Análise Multi-Critérios | 12 |

1

Análise de Decisão

Na primeira parte do programa de Instrumentos de Apoio à Decisão iremos considerar, de uma forma sucinta e, tanto quanto possível, pouca formalizada, a **análise de decisão**, distinguindo as três principais situações em que esta se pode aplicar: **certeza**, **risco** e **incerteza**, as quais importa, desde já, distinguir. *Grosso modo*, pode afirmar-se que, nas situações de risco e de incerteza, existem elementos de natureza aleatória, enquanto que, na situação de certeza, tal não acontece. Se, para aqueles elementos de natureza aleatória, forem *integralmente* conhecidas as suas distribuições de probabilidade, i.e. os seus possíveis valores e as probabilidades associadas a estes valores, estar-se-á perante a situação de risco. Se estas probabilidades forem desconhecidas, estar-se-á perante a situação de incerteza.

Em qualquer uma daquelas três situações existem elementos essenciais que importa, desde já, apresentar. De acordo com o esquema mais simples possível de decisão, o agente decisor (neste caso, ao nível das políticas públicas e dos projectos) usa variáveis de decisão, x , segundo uma escala de preferências, W , para influenciar variáveis objectivo, y , as quais podem depender de outros elementos de natureza exógena, z , não controláveis por parte do agente decisor em causa (ou mesmo por parte de qualquer outro agente decisor).

Os *elementos básicos* deste esquema são:

- x , o qual representa uma decisão (política ou projecto) **possível** para o decisor, descrito como aquilo sobre o qual o decisor pode decidir directamente e não aquilo que o mesmo desejaria ou espera controlar. Quantitativamente, x pode ser encarado como um vector de (valores para as) variáveis de decisão.
- X , representando o conjunto de todas as possíveis decisões. Este conjunto está limitado por razões de ordem técnica, legal, física, *etc.*

Assume-se então que, por definição, $\forall x \in X$ representa uma decisão possível, enquanto que $\forall x \notin X$ representa uma decisão impossível.

- z , representando um estado **possível** para os factores que influenciam a situação relevante para o agente decisor mas que não são controláveis pelo mesmo.¹

¹De ora em diante, sempre que tal não seja inconveniente, far-se-á referência a estes elementos como sendo

- Z , representando o conjunto de todos os possíveis estados ou situações para aqueles factores exógenos não controláveis.

Assume-se então que, por definição, $\forall z \in Z$ representa um estado possível para os factores exógenos não controláveis, enquanto que $\forall z \notin Z$ representa um estado impossível para esses factores exógenos.

- y , representando uma descrição do estado, da situação concreta dos aspectos importantes para o agente decisor, isto é, daqueles elementos que o decisor considerar relevantes para poder avaliar da maior ou menor desejabilidade daquele estado ou situação. Quantitativamente, y pode ser encarado como um vector de (valores para as) variáveis objectivo do decisor.²
- $W(y)$, representando a escala de preferências do decisor permitindo fazer a ordenação dos estados respeitantes às variáveis objectivo, tal que, $\forall y_1, y_2$,:
 - Se y_1 for igualmente desejável que y_2 , então $W(y_1) = W(y_2)$;
 - Se y_1 for preferível a y_2 , então $W(y_1) > W(y_2)$;
 - Se y_2 for preferível a y_1 , então $W(y_2) > W(y_1)$.
- $y = f(x, z)$, representando o mecanismo (forma) como o sistema funciona. A cada par de elementos exógenos x e z corresponde um único y , enquanto elemento endógeno, o qual depende das decisões x e dos factores não controláveis z , de acordo com a relação f .
- Y , representando o conjunto de todos os possíveis estados ou situações para os aspectos relevantes para o agente decisor, isto é, aquilo que pode suceder para todos os $x \in X$ e $z \in Z$. Assim, $Y = \bigcup_{z \in Z} \bigcup_{x \in X} y$.
- Y_z , representando o conjunto dos possíveis estados y para um dado z , i.e. $Y_z = \bigcup_{x \in X} y$ para aquele dado z . Assim, $Y = \bigcup_{z \in Z} Y_z$ o que implica, naturalmente, $Y_z \subseteq Y$.

Conforme se tornará evidente, aqueles elementos são fundamentais durante as **fases do processo de decisão**, as quais, regra geral, são as seguintes:

1. Identificação do problema
2. Obtenção da informação
3. Produção das combinações

os factores não controláveis, dado o seu, habitual, carácter exógeno, por natureza.

²Há casos em que as variáveis objectivo, y , coincidem com as variáveis de decisão, x . Neste caso, a questão associada à determinação da decisão óptima coloca-se porque existe alguma restrição ao nível das decisões.

4. Avaliação das combinações
5. Selecção da decisão
6. Implementação
7. Avaliação

É na fase da **identificação do problema** que resulta a necessidade da tomada de decisão. Esta, por sua vez, exige que se proceda à **obtenção de informação**, nomeadamente sobre as variáveis de decisão, x , sobre as (eventuais) variáveis não controláveis, z , sobre as variáveis objectivo, y , e forma como, perante estas, se colocam as preferências do(s) agente(s) decisor(es). Para a fase da **produção das combinações** entre as possíveis decisões e os possíveis estados para as variáveis não controláveis é, obviamente, importante determinar a relação $y = f(x, z)$, assim como ter em conta os conjuntos X e Z . A **avaliação das combinações** exige, por sua vez, a determinação da escala de preferências, $W(y)$. A **selecção da decisão** é feita com base na determinação daquela que conduz a resultados (previstos) que se aproximem, o mais possível, dos desejados/preferidos. A **implementação** desta decisão deve ser alvo de uma **avaliação**, i.e. de uma monitorização dos seus resultados. Esta fase é especialmente importante nas situações de risco ou de incerteza, dado que, por natureza, é nestas situações que se coloca (mais vezes) o problema de os resultados das decisões não corresponderem aos (mais) desejados.

1.1

Situação de Certeza

Na situação de certeza não existem quaisquer elementos aleatórios, em particular na relação entre as variáveis objectivos, as variáveis de decisão e as variáveis não controláveis, $y = f(x, z)$. Nesta situação, o uso de **tabelas de decisão** pode revelar-se bastante útil no processamento da informação necessária à tomada de decisão.

Exemplo de Aplicação de Tabelas de Decisão

Caso em Galan, Irénée (1973), **Les tables de décision et leurs applications**, Dunod, Paris. (pp. 35 e segs.)

Claramente, as tabelas de decisão são (mais) úteis quando o número de combinações é (relativamente) pequeno, assumindo-se que $y = f(x, z)$ corresponde ao caso discreto. Todavia, por vezes, coloca-se o caso de as variáveis serem de natureza contínua,

logo assumindo possíveis valores incontáveis. Por exemplo, $y = f(x, z)$ pode assumir a expressão $y = x + z$.

Para a tomada de decisões **ótimas**, é importante ter em conta as preferências do(s) agente(s) decisor(es). *Grosso modo*, podem considerar-se dois tipos de preferências:

1. **Preferências lineares**, i.e. aquelas do tipo: “quanto mais (ou menos) melhor”, traduzidas pela escala de preferências $W(y) = \alpha y$, em que $\alpha > 0$ (ou $\alpha < 0$). Neste caso, dependendo da influência das variáveis de decisão sobre as variáveis objectivo, as decisões correspondem, regra geral, aos extremos nos intervalos de variação para as variáveis de decisão. Por exemplo, se $W(y) = 3y$ e $y = x + z$, então a decisão óptima será $\tilde{x} = \max x$, enquanto, se $W(y) = -4y$, será $\tilde{x} = \min x$, sendo também este o caso se, por exemplo, $W(y) = 5y$ e $y = -2x - z$. Este último caso mostra que, perante este tipo de preferências, as variáveis não controláveis se revelam (quase sempre) inócuas. Não é o caso se as preferências forem de outro tipo.
2. **Preferências quadráticas**, i.e. aquelas do tipo: “quanto mais próximo possível de valores (ideais) melhor”, traduzidas pela escala de preferências $W(y) = -(y - \tilde{y})^2$.

Exemplo de Aplicação de Preferências Quadráticas

Por exemplo, $W(y) = -(y - 10)^2$ em que $y = x + z$, considerando uma resolução ‘manual’ $\left(\frac{dW}{dx} = 0\right)$, gráfica (Graph) ou numérica (Solver).

Independentemente do tipo de preferências, torna-se importante referir dois aspectos:

1. a eventual não linearidade da influência das decisões sobre as variáveis objectivo (por exemplo, sempre do mesmo tipo mas com variações a diminuir/aumentar ou então assumindo um efeito positivo/negativo até um certo patamar, alterando-se o sinal daquele efeito depois daquele patamar.

Exemplo de Não Linearidade

Maximização da receita total das vendas $RT = PQ$, em que P exerce um efeito positivo sobre a receita mas também um efeito negativo por via da quantidade Q vendida, já que $Q = a - bP$. Neste caso, a decisão óptima é $P = \frac{c}{2a}$.

2. a eventual influência diversa de uma decisão sobre as variáveis objectivo. Neste caso, por exemplo, uma decisão influencia positivamente uma variável objectivo e negativamente outra, como aconteceu com o imposto sobre os vencimentos dos funcionários públicos que, certamente, contribuirá para o aumento da receita tributária mas, por outro lado, provavelmente contribuirá para a sua diminuição por via de uma menor matéria colectável em sede de IRS.

Exemplo de Não Linearidade

Por exemplo, $y_1 = a_1 + b_1x$ e $y_2 = a_2 + b_2x$. Se $y = y_1 + y_2$, então o sinal de $b_1 + b_2$ pode ser crucial (dependendo do tipo de preferências.)

A análise de procura de objectivos (por tradução de *goal seek*) pode ser considerada como ilustração na tomada de decisão (em condições de certeza). Esta corresponde àquilo que, **na prática**, se passa frequentemente no domínio das políticas públicas, reflectindo as etapas no processo de tomada de decisões públicas.

Análise de Procura de Objectivos

Caso das Grandes Opções do Plano.

De facto, muitas vezes cabe aos políticos a definição dos objectivos, após a qual cabe aos técnicos determinarem as medidas/políticas/decisões adequadas àqueles objectivos. De acordo com a notação que temos vindo a utilizar, considerando o modelo $y = f(x, z)$, tal significa que, em primeiro lugar se determina $\tilde{y} = f(x, \hat{z})$ e, em segundo lugar, se determina $x = f^{-1}(\tilde{y}, \hat{x})$.

Até aqui considerámos (explicitamente) um único agente decisor. Tal implica que o estado das variáveis objectivo y depende, para além do estado dos factores (exógenos) não controláveis, somente das decisões, x , desse agente. Ora, quanto mais não seja, habitualmente a decisão x é causa e/ou consequência das reacções ou decisões dos outros agentes decisores (económicos). Assim, é importante chamar a atenção para as potencialidades da **teoria dos jogos**, enquanto abordagem à análise de tomada de decisões entre vários agentes decisores, interagindo entre si (de uma forma cooperativa, ou não).

Exemplo de Teoria dos Jogos

Caso do financiamento de bens públicos.

1.2 Situação de Risco

Na **situação de risco** existem elementos aleatórios, em relação aos quais se conhecem (integralmente) as suas distribuições de probabilidades.

No **caso contínuo**, é frequente o uso da, chamada, **regra do equivalente certo**, a qual afirma que as decisões em condições de risco se podem obter substituindo o valor certo pelo valor esperado.³

Também neste caso, o tipo de preferências é crucial na tomada de decisão. Se, por exemplo, $y = x + z$ e se z for uma variável aleatória, então este último facto será inócuo se as preferências forem do tipo: “quanto maior (ou menor) o valor de y melhor. Se as preferências forem do tipo: “quanto mais a variável objectivo assumir um valor próximo de um valor ideal, melhor”, já não será, regra geral, o caso. Por exemplo, se z assumir o valor 8 com probabilidade 0,5 e 12 com probabilidade 0,5, o seu valor esperado $E[z]$ será 10.⁴ Assim, $50 = x + 10$, de onde resulta a decisão óptima $x = 40$, a qual resulta num valor de $y = 48$, com probabilidade 0,5 e $y = 52$, com probabilidade 0,5, daqui resultando um $E[y] = 50$. Note-se que aquela mesma decisão se obteria se a distribuição de probabilidade de z fosse, por exemplo, $z = 0$ com probabilidade 0.5 e $z = 20$, com probabilidade 0.5.⁵

No **caso discreto** é usual fazer-se uso de **árvores de decisão**, as quais se baseiam no conceito de **valor esperado**.

Exemplo de Árvores de Decisão

Caso do rastreio.

1.3 Situação de Incerteza

Na situação de incerteza, a análise e tomada de decisão podem ser feitas recorrendo a critérios habitualmente considerados em investigação operacional como, por exemplo:

³Em termos rigorosos, a aplicação desta regra exige a verificação de um conjunto de condições que não importa aqui referir.

⁴Note-se que este valor não é observável.

⁵Por isso, uma medida de dispersão como, por exemplo, a variância resulta ser importante.

1. O critério maxmin – Neste caso seleccionam-se as decisões que conduzem ao melhor dos mínimos benefícios (líquidos dos custos) possíveis. É um critério utilizado, sobretudo, por decisores conservadores ou pessimistas, ou seja com um grau substancial de aversão ao risco.
2. O critério maxmax – Neste caso, seleccionam-se as decisões que conduzem ao melhor dos máximos benefícios (líquidos dos custos) possíveis. É um critério utilizado, sobretudo, por decisores optimistas, ou seja com um pequeno grau de aversão ao risco.
3. O critério minimax regret – Neste caso, seleccionam-se as decisões que conduzem ao mínimo dos máximos arrependimentos (custos de oportunidade) possíveis.
4. O critério do valor médio – Neste caso, por forma a ter em conta todos os possíveis valores assumidos pelas variáveis relevantes, em cada alternativa de decisão, consideram-se equi-prováveis todos aqueles valores, calculando o valor médio por alternativa de decisão e seleccionando aquela que dá origem ao melhor valor médio.

Uma forma particularmente eficiente de compreensão dos critérios consiste na sua aplicação considerando um exemplo tal como o que se segue. Considere-se que o agente decisor pode tomar três tipos de decisões, x_1 , x_2 e x_3 , enquanto que, em relação aos factores exógenos se sabe que, sendo de natureza aleatória, podem assumir três possíveis estados, z_1 , z_2 e z_3 (sem que se saiba quais as probabilidades associadas à ocorrência destes estados). A tabela que se segue apresenta os níveis de utilidade associados aos pares (x_i, z_j) .

| | z_1 | z_2 | z_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 8 | 12 | 22 |
| x_2 | 5 | 20 | 20 |
| x_3 | 9 | 11 | 13 |

A partir da tabela anterior torna-se fácil construir a tabela que se segue, a qual permitirá a aplicação daqueles critérios de decisão.

| | Pior | Melhor | Máximo Custo z_1 | Máximo Custo z_2 | Máximo Custo z_3 | Máximo Custo | Média |
|-------|------|--------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|-------|
| x_1 | 8 | 22 | 1 | 8 | 0 | 8 | 14 |
| x_2 | 5 | 20 | 4 | 0 | 2 | 4 | 15 |
| x_3 | 9 | 13 | 0 | 9 | 9 | 9 | 11 |

Assim, de acordo com o critério maxmin tomar-se-ia a decisão x_3 , de acordo com o critério maxmax tomar-se-ia a decisão x_1 , de acordo com o critério minmax regret tomar-se-ia a decisão x_2 e, de acordo com o critério do valor médio tomar-se-ia a decisão x_2 .

Exemplo de Critérios de Decisão

Caso dos Gastos Públicos.

2

Técnicas de Apoio à Decisão

2.1

Análise Custo-Benefício

Em termos simples, a análise custo-benefício socorre-se dos métodos utilizados na análise privada de projectos de investimento – por exemplo, cálculo da TIR e/ou do VAL) – considerando, no entanto, todos os custos e benefícios associados ao(s) projecto(s) em causa.¹

Como é evidente, um elemento fundamental na análise custo-benefício é a existência de **externalidades** (positivas e/ou negativas) associadas ao(s) projecto(s).

As externalidades em análise custo-benefício

Os casos de benefícios líquidos, $BL = x_1x_2$, ou $BL = x_1x_2 + x_1$, com uma restrição financeira, $x_1 + x_2 = 10$ (Manual e Solver).

De facto, as externalidades são de tal forma importantes que podem fazer com que as decisões privadas não coincidam com as decisões sociais, sendo certo que transferências monetárias poderão permitir que as decisões tomadas sejam de interesse de todos.

As transferências associadas às externalidades

O caso de $B_1 = 100 - (I_1 - 10)^2$ e $B_2 = 4 - (I_2 - 2)^2 + 2I_1$.

Finalmente, um exemplo de aplicação de análise custo-benefício permite ilustrar os aspectos essenciais.

¹Sobre a análise custo-benefício recomenda-se, vivamente, a leitura de Comissão Europeia (2008), **Guide to Cost-Benefit Analysis of Investment Projects**, Bruxelas. Disponível em http://ec.europa.eu/regional_policy/sources/docgener/guides/cost/guide2008_en.pdf

Um exemplo de aplicação

O caso de uma pedreira.

2.2

Análise Multi-Critérios

A análise multi-critérios quando a tomada de decisão envolve vários objectivos, eventualmente avaliados por critérios distintos.² Por exemplo, pode ser aplicada para seleccionar o candidato vencedor num concurso envolvendo diversos elementos de avaliação.

Exemplo de aplicação de análise multi-critérios

Determinação do melhor projecto do ponto de vista do emprego e do ambiente (simulação em Excel).

Claramente, na análise multi-critérios, a questão das **escalas de classificação** é crucial.³

Normalização de escalas de classificação

Exemplos de alterações de escalas de classificação.

Um dos procedimentos mais considerados em análise multi-critérios é o, chamado, **processo analítico hierárquico** (por tradução de *Analytic Hierarchy Process*).

O Processo Analítico Hierárquico

Exemplo de aplicação (3x2).

²Sobre a análise multi-critérios recomenda-se, vivamente, a leitura de Dodgson, J. S.; Spackman, M.; Pearman, A; Phillips, L. D. (2009), **Multi-criteria analysis: a manual**. Department for Communities and Local Government, London. Disponível em http://eprints.lse.ac.uk/12761/1/Multi-criteria_Analysis.pdf

³Mesmo que se coloquem de lado, as próprias consequências de a avaliação mudar de escala de avaliação.