



# ATAS DO XXXII SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**Setúbal**  
**8 e 9 de julho 2022**

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA



**ATAS DO XXXII**

**SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO  
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**PROCEEDINGS OF THE XXXII**

**RESEARCH SEMINAR  
IN MATHEMATICS EDUCATION**

**Painel Editorial**

**Editors**

Ana Isabel Silvestre

Cláudia Torres

Hélia Pinto

Joana Cabral

Margarida Rodrigues

**Setúbal 2022**

**PORTUGAL**

Periodicidade Anual URL: [https://www.apm.pt/siem\\_atas](https://www.apm.pt/siem_atas)



## FICHA TÉCNICA

**Título:** Atas do XXXII Seminário de Investigação em Educação Matemática

**Editor:** APM Associação de Professores de Matemática

**ISBN:** 978-972-8768-76-8

**ISSN:** 2795-5192

**[Suporte: Eletrónico]; [Formato: PDF / PDF/A]**

**Coordenação:** Hélia Pinto

**Revisão Técnica:** Margarida Rodrigues

**Design gráfico e paginação:** Mário Baía

**Data de publicação:** 2022

## Comissão Científica Scientific Committee

Alessandro Jacques Ribeiro, *Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal*  
Alexandra Gomes, *CIEC, IE, Universidade do Minho, Portugal*  
Ana Barbosa, *ESE, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal*  
Ana Boavida, *ESE, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*  
Ana Caseiro, *ESE, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal*  
Ana Isabel Silvestre, *CI&DEI, Politécnico de Leiria, Portugal*  
António Guerreiro, *Universidade do Algarve, Portugal*  
Cláudia Torres, *Agrupamento de Escolas D. Dinis e #EstudoEmCasa Apoia , Portugal*  
Cristina Morais, *Agrupamento de Escolas Monte da Lua, EB da Portela de Sintra, Portugal*  
Cristina Martins, *ESE, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*  
Elvira Santos, *ISCE, Instituto Superior de Lisboa e Vale do Tejo, Portugal*  
Fátima Mendes, *ESE, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*  
Helena Rocha, *CICS.NOVA, FCT, Universidade NOVA de Lisboa, Portugal*  
Hélia Jacinto, *Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal*  
Hélia Pinto, *CI&DEI, Politécnico de Leiria, Portugal*  
Joana Brocardo, *ESE, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*  
Joana Cabral, *ESE, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*  
João Pedro da Ponte, *Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal*  
Lina Brunheira, *ESE, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal*  
Lurdes Serrazina, *ESE, IPL, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal*  
Manuel Vara Pires, *ESE, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*  
Margarida Rodrigues, *ESE, Instituto Politécnico de Lisboa, UIDEF, IE, UL, Portugal*  
Maria Nascimento, *Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal*  
Nádia Ferreira, *ISPA, Instituto Universitário, Portugal*  
Nélia Amado, *FCT, Universidade do Algarve, UIDEF, IE, UL, Portugal*  
Neusa Branco, *ESE, Instituto Politécnico de Santarém, Portugal*  
Pietro Di Martino, *Università di Pisa, Italy*  
Rosa Ferreira, *CMUP, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal*  
Susana Carreira, *FCT, Universidade do Algarve, UIDEF, IE, UL, Portugal*  
Susana Colaço, *ESE, Instituto Politécnico de Santarém, Portugal*

## Comissão Organizadora Organizing Committee

Ana Isabel Silvestre, *CI&DEI, Politécnico de Leiria, Portugal*  
Cláudia Torres, *Agrupamento de Escolas D. Dinis e #EstudoEmCasa Apoia*  
Hélia Pinto, *CI&DEI, Politécnico de Leiria, Portugal*  
Joana Cabral, *ESE, Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal*  
Margarida Rodrigues, *ESE, Instituto Politécnico de Lisboa, UIDEF, IE, UL, Portugal*

## ÍNDICE

- 1 Introdução

### Conferências Plenárias Plenary Talks

- 4 (Minha) Investigação sobre atitudes  
*Pietro Di Martino*
- 8 Dificuldades ou oportunidades geradoras de aprendizagem dos números racionais? Uma perspetiva integradora do desenvolvimento numérico  
*Cristina Morais<sup>1</sup>*

### Simpósios de Comunicações Communication Symposiums

- 20 O que valorizam os professores portugueses na aprendizagem da matemática? Um contributo do **Values Alignment Study**  
*Ana Isabel Silvestre<sup>1</sup>, Hélia Jacinto<sup>2</sup>, Susana Carreira<sup>3</sup>, Lurdes Serrazina<sup>4</sup>, Elvira Santos<sup>5</sup>, Manuel Vara Pires<sup>6</sup>, Nélia Amado<sup>7</sup>, Rosa Tomás Ferreira<sup>8</sup>, Cristina Martins<sup>9</sup>, Joana Castro<sup>10</sup>*
- 36 Construções dos alunos sobre as operações combinatórias  
*Mónica Valadão, Nélia Amado, João Pedro da Ponte*
- 51 Exploração de sequências repetitivas na construção do conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico  
*Vera Cristina de Quadros<sup>1</sup>, Susana Carreira<sup>2</sup>*
- 62 Estudo de aula: Uma oportunidade de desenvolvimento profissional em tempos de reforma curricular  
*Alexandra Souza<sup>1</sup>, Margarida Rodrigues<sup>2</sup>, João Pedro da Ponte<sup>3</sup>*
- 76 Práticas de um formador de professores e a criação de oportunidades de aprendizagem profissional no ensino de matemática nos anos iniciais  
*Miriam Criez Nobrega Ferreira<sup>1</sup>, João Pedro da Ponte<sup>2</sup>, Alessandro Jacques Ribeiro<sup>3</sup>*
- 87 O pensamento relacional de futuras educadoras e professoras: um estudo na formação inicial  
*Joana Cabral<sup>1</sup>, Hélia Oliveira<sup>2</sup>, Fátima Mendes<sup>3</sup>*

- 99** A articulação entre avaliação, ensino e aprendizagem na sala de aula de matemática  
*Elsa Barbosa<sup>1</sup>, Joana Latas<sup>2</sup>, António Borralho<sup>3</sup>, Maria João Carvalho<sup>4</sup>*
- 113** Projeto RAFA - O privilégio da Avaliação Formativa e da sua articulação com a Avaliação Sumativa  
*Paulo Afonso<sup>1</sup>, António Borralho<sup>2</sup>, José Filipe<sup>3</sup>, Paula Loureiro<sup>4</sup>*
- 131** O questionamento nas práticas de futuros professores de Matemática: os casos Ana e Berta  
*Nadia Ferreira<sup>1</sup>, João Pedro da Ponte<sup>2</sup>*

## Cartazes Posters

- 147** Instructional materials to teach a student with autism to associate number with quantity.  
*Melody García-Moya<sup>1</sup>, Rocío Blanco<sup>2</sup>*
- 150** A promoção do desenvolvimento do conhecimento didático de uma futura professora do 2.º ciclo através do estudo de aula  
*Nicole Duarte<sup>1</sup>, Hélia Pinto<sup>2</sup>, João Pedro da Ponte<sup>3</sup>*
- 154** Tarefas ricas na formação de professores, em geometria  
*Alexandra Gomes<sup>1</sup>, Catarina Vasconcelos Gonçalves<sup>2</sup>, Doris Ferreira<sup>3</sup>*
- 158** O conhecimento profissional do professor de matemática na integração de diferentes tecnologias  
*Maria do Carmo Botelho<sup>1</sup>, Helena Rocha<sup>2</sup>*
- 162** O conhecimento profissional do professor e a interdisciplinaridade em contexto de integração com a tecnologia  
*Tânia Coelho<sup>1</sup>, Helena Rocha<sup>2</sup>*
- 166** O desenvolvimento do pensamento computacional através da resolução colaborativa de problemas de matemática com tecnologias: Uma revisão sistemática de literatura  
*Ana Cláudia Simões<sup>1</sup>, Hélia Jacinto<sup>2</sup>, Neuza Pedro<sup>3</sup>*
- 173** A condução de uma discussão coletiva num estudo de aula em Matemática  
*Filipa Faria<sup>1</sup>, João Pedro da Ponte<sup>2</sup>, Margarida Rodrigues<sup>3</sup>*

## Introdução

O XXXII Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM), promovido pelo Grupo de Trabalho de Investigação (GTI) da Associação de Professores de Matemática (APM), em colaboração com a Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, realizou-se nos dias 8 e 9 de julho de 2022, em Setúbal.

O seminário cumpriu o objetivo de proporcionar a partilha de experiências e conhecimentos entre a comunidade de investigadores em Educação Matemática e a comunidade dos professores que ensinam Matemática. Assim, realizaram-se em conjunto com o ProfMat, uma mesa-redonda plenária: *Desenvolver o Raciocínio Matemático: articulando teoria e prática*, moderada por Susana Carreira da Universidade do Algarve, bem como três conferências com discussão: *Pensamento computacional e Matemática*, proferida por Carlos Albuquerque da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa; *A Resolução de Problemas – com Tecnologia – nas novas Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico*, proferida por Hélia Jacinto do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa; e *Pontes na e com a Matemática: o poder das conexões*, por Isabel Vale e Ana Barbosa do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

O programa do SIEM incluiu ainda, o espaço GTI, moderado por Cláudia Torres e duas conferências plenárias, uma da responsabilidade de Pietro Di Martino da University of Pisa, sobre *(my) Research on attitude in mathematics education* e outra da responsabilidade de Cristina Morais do Externato da Luz, sobre *Dificuldades ou oportunidades geradoras de aprendizagem dos números racionais? Uma perspetiva integradora do desenvolvimento numérico*. Houve ainda

Ana Silvestre  
Cláudia Torres  
Hélia Pinto  
Joana Cabral  
Margarida Rodrigues

lugar à apresentação e discussão de comunicações e cartazes em três simpósios. De salientar que as comunicações e os cartazes apresentados foram selecionados a partir de um processo anónimo e rigoroso de revisão por pares, assegurado pelos elementos da Comissão Científica.

Neste documento, pretende dar-se expressão ao ambiente vivido no encontro, reunindo os textos das diversas contribuições para o respetivo programa científico. Estes textos estão organizados em torno de três secções: Conferências plenárias, Conferências com Discussão e Simpósios de Comunicações e Cartazes.

Esperamos que este livro de atas possa contribuir para divulgar os progressos e as novas temáticas na investigação em Educação Matemática, quer enriquecendo os estudos em curso, quer abrindo novas linhas de atuação. Agradecemos a todos os que de alguma forma contribuíram e contribuem para a realização e sucesso deste seminário e esperamos que a sua participação tenha sido profícua.

Ana Silvestre  
Cláudia Torres  
Hélia Pinto  
Joana Cabral  
Margarida Rodrigues



## Projeto RAFA - O privilégio da Avaliação Formativa e da sua articulação com a Avaliação Sumativa

### RAFA Project - The privilege of Formative Assessment and its articulation with Summative Assessment

Paulo Afonso<sup>1</sup>, António Borralho<sup>2</sup>, José Filipe<sup>3</sup>, Paula Loureiro<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigação em Património, Educação e Cultura do Instituto Politécnico de Castelo Branco, Portugal

[paulo.afonso@ipcb.pt](mailto:paulo.afonso@ipcb.pt)

<sup>2</sup>Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora, Portugal

[amab@uevora.pt](mailto:amab@uevora.pt)

<sup>3</sup>Agrupamento de Escolas Afonso de Paiva, Castelo Branco, Portugal

[jmsmfilipe@gmail.com](mailto:jmsmfilipe@gmail.com)

<sup>4</sup>Agrupamento de Escolas Afonso de Paiva, Castelo Branco, Portugal

[paula.loureiro@afonsopaiva.pt](mailto:paula.loureiro@afonsopaiva.pt)

**Resumo.** *Este artigo visa dar a conhecer a implementação em sala de aula de um projeto de investigação assente na temática da avaliação formativa em articulação com a da avaliação sumativa, designado de projeto RAFA. Alicerçados em tarefas de ensino, aprendizagem e de avaliação desafiantes, os ambientes de sala de aula estudados numa das duas regiões do país onde o mesmo está a ser implementado colocaram de manifesto a intenção dos respetivos docentes promoverem um clima de sala de aula baseado no papel ativo dos estudantes na construção das suas aprendizagens. Recorrendo a metodologias ativas de trabalho em pequenos grupos, os alunos eram convidados a pensar alto e a resolverem as tarefas matemáticas de modo colaborativo. Nos momentos de discussão das tarefas no grupo turma, os docentes assumiam a postura de questionadores com a intenção explícita de os alunos tomarem consciência dos processos de pensamento utilizados na resolução das tarefas propostas, podendo, assim, assumir o papel de reguladores das suas aprendizagens em contexto de avaliação formativa. Os momentos de avaliação sumativa também serviam o propósito formativo pois, através da produção de feedback de qualidade por parte dos docentes, os alunos consciencializavam-se sobre as aprendizagens já ocorridas e quais os mecanismos ou procedimentos cognitivos a mobilizar para atingirem este desígnio. Dos dados recolhidos contata-se que as tipologias das turmas tiveram influência nos resultados de aprendizagem alcançados.*

**Palavras-chave:** Matemática; Avaliação Formativa; Tarefas Matemática; Trabalho colaborativo.

**Abstract.** *This article aims to present the implementation in the classroom of a research project based on the theme of formative assessment in conjunction with that of summative assessment, called the RAFA project. Based on challenging teaching, learning and assessment tasks, the classroom environments studied in one of the two regions of the country where it is being implemented demonstrated the intention of the respective teachers to promote a classroom climate based on paper active participation of students in the construction of their learning. Using active methodologies for working in small groups, students were invited to think out loud and solve mathematical tasks collaboratively. In the moments of discussion of the tasks in the group, the professors assumed the posture of questioners with the explicit intention of the students to become aware of the thought processes used in the resolution of the proposed tasks, being able, thus, to assume the role of regulators of their learning in formative assessment context. The summative assessment moments also served the training purpose because, through the production of quality feedback by the teachers, the students became aware of the learning that had already taken place and what mechanisms or cognitive procedures to mobilize to achieve this goal. From the data collected, it appears that the typologies of the classes had an influence on the learning outcomes achieved.*

**Keywords:** Mathematics; Formative Assessment; Mathematics Tasks; Collaborative work.

## Introdução

O Projeto RAFA, acrónimo do Projeto de Avaliação Formativa na Prática Letiva do Professor de Matemática: Relações com as Aprendizagens, está afeto ao Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora (CIEP – UE). Tem como investigador responsável um professor desse Centro e da equipa de investigadores fazem parte outros dois elementos desse Centro e um elemento do Centro de Investigação em Património, Educação e Cultura do Instituto Politécnico de Castelo Branco.

Como principais objetivos visa promover práticas de avaliação pedagógica associadas a tarefas matemáticas criteriosamente selecionadas para proporcionarem um papel ativo dos estudantes na construção das suas aprendizagens. Estas tarefas têm o seu enquadramento pedagógico no Currículo Nacional da Matemática para o Ensino Básico, no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória do nosso país e nos critérios de avaliação definidos nas respetivas escolas abrangidas.

## Metodologia

Do ponto de vista metodológico este projeto adotou a modalidade de *design research* (Reeves, 2006) com o intuito de se promover o desenvolvimento profissional dos professores

envolvidos e a tomada de consciência por parte dos estudantes que nele participam das suas aprendizagens matemáticas.

O projeto tem-se desenvolvido em duas regiões do interior de Portugal, Évora e Castelo Branco e os seus participantes são os alunos e os professores de duas turmas de Matemática do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico e de duas turmas de Matemática do 7.º ano do 3.º Ciclo do Ensino Básico, distribuídas, igualmente por estas duas regiões. A opção por estes níveis de escolaridade baseou-se na sequencialidade curricular entre o final de um dos ciclos de escolaridade e o início do ciclo de escolaridade seguinte. Assim, o projeto envolve quatro docentes, dois do 6.º ano e dois do 7.º ano do Ensino Básico, com um total de 81 alunos. A seleção destes docentes teve por base os seguintes critérios: (a) serem professores profissionalizados em Matemática, (b) terem disponibilidade e vontade em participar, no sentido de se poderem desenvolver profissionalmente e (c) terem na sua componente letiva uma redução de 100 minutos nos respetivos Agrupamentos para se poderem dedicar ao projeto.

O projeto desenvolve-se entre o mês de julho de 2021 e o mês de dezembro de 2022. Antes do início deste ano letivo, a equipa de investigadores, em exclusivo, e esta com a dos docentes envolvidos na sua implementação em contexto de sala de aula, realizaram várias reuniões de caráter preparatório. O início da implementação em sala de aula ocorreu em outubro de 2021.

Foram estabelecidas como linhas de força do projeto os seguintes aspetos: (a) o clima de sala de aula basear-se no ensino exploratório, com tarefas matemáticas desafiantes que, simultaneamente, servissem o propósito de se ensinar, de se aprender e de se avaliar; (b) a promoção da comunicação entre docente e alunos via questionamento, ou só entre estes, no sentido de se privilegiar o trabalho colaborativo em grupos pequenos e a explicitação, oral e escrita, do processo de raciocínio utilizado na realização das tarefas propostas; (c) a promoção de *feedback* de qualidade e o envolvimento dos estudantes na avaliação, de natureza formativa, sobre as suas aprendizagens, em articulação com a avaliação sumativa. Concordamos com Fernandes (2022), quando refere que: “Assim, por exemplo, fazer perguntas aos alunos, dar-lhes tempo para responderem e distribuir-lhes *feedback* de qualidade pode constituir uma inovação pedagógica com real valor numa diversidade de contextos” (p. 7).

O entendimento que aqui é feito em relação ao conceito de avaliação formativa vai ao encontro da conceptualização de Borralho (2021), quando refere que: “A avaliação formativa está vinculada à melhoria das aprendizagens de todos os alunos e diretamente relacionada para o quotidiano das aulas, ou seja, integrada nos processos de ensino e de aprendizagem o que significa que tem de ser realizada quando os professores estão a ensinar e os alunos a aprender.” (p. 18). Por sua vez, o conceito de avaliação sumativa, realizada após a sequência de ensino, também visa no contexto deste projeto a melhoria das aprendizagens do alunos e o ensino dos professores (Borralho, 2021).

Como finalidade última, pretende obter-se material de aprendizagem dos estudantes, revelador do seu conhecimento sob vários pontos de vista: (a) poder ser alvo de elaboração de casos multimédia; (b) dar visibilidade aos resultados desta iniciativa; (c) para assumirem o papel de promoção de desenvolvimento profissional de outros docentes em eventuais contextos de formação.

Em síntese, o planeamento do projeto com base no envolvimento paritário da equipa de investigadores e dos docentes implementadores do mesmo em contexto de sala de aula visava criar condições para os estudantes poderem tomar consciência das suas aprendizagens. Para tal, pretendia-se promover neles a ação metacognitiva face aos processos de aprendizagem já ocorridos, bem como apelar à procura de estratégias a desenvolver por eles próprios para o atingir deste desígnio. De facto, estamos em sintonia com (Ponte et al, 2007), quando referem que: “(...) são fundamentais os momentos de reflexão, discussão e análise crítica envolvendo os alunos, pois estes aprendem, não só a partir das atividades que realizam, mas sobretudo da reflexão que efetuam sobre essas atividades” (p. 11).

### **As tarefas matemáticas na aprendizagem da Matemática**

No âmbito deste projeto, os investigadores e os docentes envolvidos na lecionação, em trabalho colaborativo presencial e, também, a distância, via plataforma zoom, optaram por planificar momentos de aprendizagem baseados em ensino exploratório (Ponte, 2005), com tarefas diversificadas e mais abertas (Fernandes, 2022), como problemas, investigações ou jogos. O recurso aos tradicionais e rotineiros exercícios foi remetido para um plano menos relevante do ponto de vista da exigência cognitiva com que se pretendia desafiar os estudantes envolvidos no projeto. A conceção das tarefas visava vários propósitos: (a) a construção de conceitos, a compreensão dos procedimentos matemáticos; (b) o domínio da linguagem matemática e das representações relevantes; e (c) o estabelecimento de conexões entre a Matemática e entre outras áreas do saber. Em síntese, as tarefas planificadas visavam que os estudantes formulassem estratégias próprias de resolução e mobilizassem conhecimentos e capacidades.

Relativamente à sua implementação optou-se pelo trabalho em pequenos grupos, onde os alunos eram convidados a pensar alto, comunicando oralmente as suas ideias com os colegas do respetivo grupo de modo a contribuírem, posteriormente, para a resolução escrita de cada tarefa. Assim, após os momentos de resolução colaborativa, na vertente oral, os alunos colaboravam na resolução escrita do grupo a cada tarefa. Enquanto isto ocorria, os professores movimentavam-se pela sala, observando o trabalho de cada grupo, evitando dar respostas a eventuais dúvidas ou perguntas que iam surgindo. Em vez disso preferiam devolver essas dúvidas ou questões à turma, de modo que todos pudessem participar.

A utilização de recursos educativos, digitais ou não, também foi equacionada nos momentos de planificação, optando-se pelo seu uso quando isso constituísse uma mais-valia for-

mativa para os estudantes. No 6.º ano utilizaram-se, a título de exemplo, instrumentos de medida, modelos de sólidos geométricos e recorreu-se várias vezes à utilização do Geogebra para a criação e posterior exploração de tarefas de natureza geométrica. O recurso a algumas aplets (app) existentes na Internet também fez parte da estratégia assumida em algumas aulas. A título de exemplo, utilizou-se a app que permitia a investigação interativa das planificações do cubo a partir de alguns hexaminós, bem como o site da Microsoft para a compreensão interativa da unidade de volume  $\text{dm}^3$  e a sua relação com o  $\text{cm}^3$ . Já ao nível do 7.º ano, a opção recaiu na elaboração de conjuntos de tarefas encadeadas, sempre suportadas em imagens auxiliaadoras da componente interpretativa dos enunciados.

### **Avaliação formativa e aprendizagem da Matemática**

Neste projeto constitui-se como sendo importante os alunos tomarem consciência dos seus conhecimentos e de como conseguem gerir, verificar e controlar esses conhecimentos (Flavell, 1979; Lester e Garofalo, 1985 e Bourón, 1999), em linha com o pensamento de Guzmán (1999), quando refere que quanto melhor nos conhecermos a nós mesmos, mais eficazmente poderemos utilizar os recursos de que dispomos. Com esta deliberação metodológica pretendia-se que os alunos se envolvessem no trabalho colaborativo, partilhando as suas dúvidas com os colegas de grupo, em detrimento de questionarem os docentes sobre essas dúvidas. Ainda assim, quando questionados pelos estudantes, os docentes devolviam as perguntas com outras perguntas para que fossem os alunos a questionarem a sua forma de pensar e a tentar junto do trabalho do grupo resolver essas mesmas dúvidas. Assim sendo, os episódios de *feedback* dos docentes serviam para que fossem os alunos a procurarem outros caminhos ou estratégias diferenciadas para a resolução das suas dúvidas. Por outro lado, existiu a intenção explícita de os professores criarem momentos de reflexão individual sobre o trabalho desenvolvido e sobre as aprendizagens levadas a cabo por cada estudante. Para tal, foram solicitados aos estudantes pequenos relatórios escritos que cumprissem essa função avaliativa sobre o ponto da situação em que cada um se posicionava face às aprendizagens esperadas.

Várias foram as aulas observadas pelos investigadores, cuja missão principal consistia na recolha de dados para a elaboração do relatório final do projeto. Para tal, recorreram a notas de campo, registos vídeo e registos fotográficos. Contudo, não foram raras as vezes em que se integraram nas dinâmicas de sala de aula, interagindo com algum grupo ou comunicando para toda a turma, em plena sintonia com os respetivos docentes, no que concerne ao *feedback* a prestar sobre o desempenho dos alunos enquanto resolvedores das tarefas propostas.

## O caso do 6.º ano em Castelo Branco

O docente da turma do 6.º ano de Castelo Branco envolvido no projeto é Licenciado em Professores do Ensino Básico, Variante de Matemática e Ciências da Natureza, Mestre em Supervisão e Avaliação Escolar e é profissionalizado desde o ano de 1996. A respetiva turma é constituída por 19 alunos e é seu docente desde o ano letivo anterior.

Este professor descreve-se como sendo focado num desenvolvimento profissional que consiga dar as melhores respostas às dificuldades de todos os alunos. De acordo com as suas palavras, tem investido sistematicamente no âmbito do conhecimento científico, pedagógico e curricular sobre o que os alunos aprendem e como aprendem, visando sempre a apropriação de mais e melhores aprendizagens.

Em sua opinião, a turma em causa é muito heterogénea, com alguns alunos a revelar empenho face às atividades propostas e com boas capacidades de resolução de problemas e de comunicar matematicamente por via oral. Contudo, também existem alguns alunos menos motivados para a Matemática e que se distraem facilmente e, nem em contexto de trabalho de grupo, modificam esta sua atitude. No entender deste professor, deveria haver maior envolvimento por parte dos alunos, pois sentiu que, de modo geral, existe falta de compromisso e definição de objetivos pessoais que se manifestam em atitudes de desinteresse, de irresponsabilidade e sem valorização do seu próprio trabalho.

O trabalho que a equipa de investigadores teve oportunidade de acompanhar incidiu nas temáticas das Isometrias, dos Sólidos Geométricos e do Perímetro do Círculo. O episódio de sala de aula que agora se apresenta é ilustrativo do tipo de trabalho levado a cabo pelo docente e do envolvimento de alguns estudantes nas tarefas propostas, bem como do tipo de comunicação oral estabelecido entre ele e a turma, numa perspetiva de avaliação formativa.

Os alunos tinham sido convidados a explorar o conceito de reflexão axial, estando o eixo de reflexão posicionado em locais diferentes nas referidas transformações geométricas face aos objetos sobre os quais teriam de encontrar as respetivas imagens. Durante o trabalho em grupos o professor reparou que num deles havia um aluno (Aluno A) que estava a resolver a última tarefa da folha usando um processo diferente dos restantes elementos, pois estava a utilizar instrumentos de medida, em vez de contar as quadrículas (Figura 1):

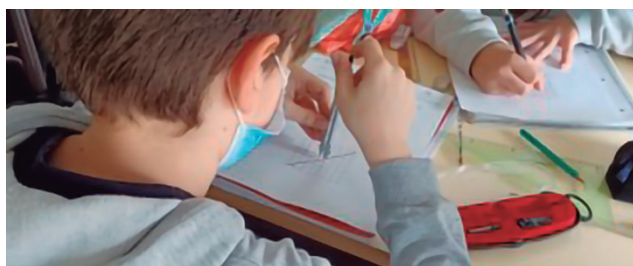


Figura 1.– Aluno A a resolver a tarefa no seio do grupo

Assim, no momento da discussão da tarefa, o professor pediu-lhe para ir ao quadro explicar como a tinha resolvido. A Figura 2 evidencia o início da explicação da resolução levada a cabo.



**Figura 2.** Aluno A a explicar para a turma o processo de resolução utilizado

Contudo, este aluno, perante a turma, em vez de explicar como resolveu o problema no seu lugar, fê-lo recorrendo à estratégia usada pelos restantes elementos do grupo. Ora, isto gerou um momento de comunicação matemática muito interessante envolvendo vários intervenientes e onde se torna explícita a intenção avaliativa do professor em fazer pontos de situação face às aprendizagens que estavam a ocorrer:

Aluno A – *“A partir do ponto A contei 3 quadrículas para a direita e 3 quadrículas para baixo.”*

Professor – *“Mas não foi assim que tu fizeste, pois não? Tu usaste o esquadro, não foi? Então, é assim, eu tenho aqui um esquadro... não precisas do esquadro?”*

Aluno A – *“Não.”*

Professor – *“Mas como tu utilizaste o esquadro, por isso é que eu estava aqui... Vejam como o vosso colega fez... e é esse o procedimento que nós devemos usar?”*

Aluna B – *“Por ser mais fácil, eu começava pelo vértice que está mais perto do eixo.”*

Professor – *“Mas começando pelo A não pode ser? Aquele não está bem?”*

Aluna B – *“Está, está!”*

Professor – *“O processo que ele utilizou para descobrir o ponto A está correto?”*

Aluna B – *“Está.”*

Professor – *“Podemos utilizar sempre esse processo?”*

Vários alunos – *“Sim.”*

Aluna B – *“Como o quadrado tem os lados todos iguais, faz duas quadrículas para todo o lado.”* (Figura 3).



Figura 3. Aluna B na sua intervenção oral

Professor – “Mas não foi assim que tu fizeste, pois não? Como é que tu fizeste com o esquadro? Qual foi a tua preocupação?”

Aluna C – “Tu tiveste que achar a distância do ponto A ao eixo e depois com a mesma distância do eixo até ao ponto.” (Figura 4)



Figura 4. Aluna C na sua intervenção oral

Aluno A – “Eu pus a régua no eixo  $r$ , depois pus o esquadro a medir do ponto A até ao eixo...”

Professor – “Boa, exatamente! A tua preocupação foi traçar o quê?”

Aluno A – “A reta do ponto A até ao eixo.”

Professor – “Mas qual a posição relativa em relação ao eixo?”

Investigador – “Seria uma reta paralela?” (pois o aluno ficou em silêncio após a pergunta do professor).

Aluno A – “Perpendicular.”

Professor – “Pois, a tua preocupação foi essa. És capaz de explicar aos colegas? Tens aí o esquadro.”

O Aluno A pegou no esquadro e tentou unir os dois pontos que já estavam desenhados no quadro sem a utilização da régua, pelo que o professor teve que intervir, questionando-o da seguinte forma:

Professor – “Tens a certeza que é perpendicular? Falta-te aí a régua, não é?”

Aluno A – “Pois...”

Professor – “Não tens aí uma régua, mas podes imaginar que a régua está aqui. Onde é que tu vais colocar o esquadro em cima da régua?” (O professor deslocou-se para junto do Aluno A, no quadro, e apontou para o eixo de reflexão, como se a régua estivesse a sobrepô-lo).



O aluno colocou o esquadro sobre o eixo de reflexão a fazer um ângulo reto, de modo que a união do ponto A até ao eixo de reflexão fosse um segmento de reta perpendicular a esse eixo.

Professor – “Então, e agora?”

Aluno A – “Agora prolongo na mesma distância ao eixo.” (Figura 5).



Figura 5. Aluno A na utilização do esquadro como recurso auxiliar

O professor, do ponto de vista avaliativo, questionou o aluno sobre se tinha a certeza de que as duas distâncias dos pontos ao eixo de reflexão eram iguais e este respondeu que tinha usado o compasso. Assim, o professor pediu que também confirmasse essa ideia matemática no quadro podendo usar o compasso. Foi isso que o aluno fez (Figura 6) e a turma concordou com a construção geométrica feita pelo seu colega:



Figura 6. Aluno A na utilização do compasso como recurso auxiliar

Na continuação da exploração da tarefa no grupo turma, o professor perguntou se tinha havido alguém ou algum grupo que a tivesse resolvido de maneira diferente. A este propósito a Aluna B voluntariou-se para explicar no quadro o seu processo de resolução:

Aluna B – “Eu comecei por este vértice e depois fazia o mesmo quadrado e encontrava este ponto.” (Figura 7).

Professor – “Mas tu sabes que a distância é igual, é?”

Aluna B – “Porque está aqui a...”

Professor – “É a diagonal de um quadrado, não é? Meia diagonal para um lado e meia diagonal para o outro, é isso?”, (percebendo que a aluna estava com dificuldade em referir esta palavra).

Aluna B – “*Sim. Pronto, como eu sei que um quadrado tem os lados todos iguais, ou seja, neste caso, duas quadrículas em cada lado, eu contei duas, e aqui e aqui.*” (Desenhou o quadrado final – Figura 8)

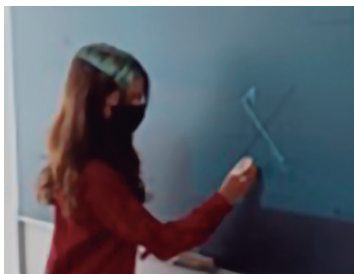


Figura 7. Aluna B a explicar o seu processo de resolução



Figura 8. Aluna B a concluir o seu processo de resolução

Como síntese avaliativa da atividade pediu-se aos alunos para se pronunciarem se tinham ou não compreendido a tarefa e se tinham ficado a perceber que a poderiam ter resolvido com recurso a instrumentos de medida ou pelo processo de contagem do número de quadrículas para cada vértice do quadrado original em relação ao eixo de reflexão dado. Tirando partido destes exemplos, do ponto de vista do conhecimento matemático, ficou explícita a necessidade de as retas acessórias utilizadas na resolução da tarefa terem de ser sempre perpendiculares ao eixo de reflexão.

### O caso do 7.º ano em Castelo Branco

A docente do 7.º ano é Licenciada em Engenharia, com habilitação para a docência. A sua profissionalização, desde o ano de 2000, ocorreu no contexto da Profissionalização em Serviço. Descreve-se como sendo preocupada com as aprendizagens dos alunos e considera-se uma professora exigente. Apesar de tendencialmente recorrer ao ensino mais direto, reconhece vantagens na aplicação de tarefas de carácter exploratório.

Quando questionada sobre se a participação neste projeto tinha alterado as suas rotinas de ser professora de Matemática, a sua resposta foi a seguinte: “Alterou bastante. Sendo um ensino de carácter exploratório, tive que ter em conta as diferentes possibilidades de resolução de cada grupo e consequentemente diferentes questões orientadoras para elucidar os

alunos sem lhes dar a resposta, no caso de haver algum obstáculo que impedisse o grupo de avançar ou concretizar a tarefa.”

A turma afeta a este projeto pertence ao Ensino Articulado e é constituída por 26 alunos. Na opinião da docente, trata-se de uma turma globalmente envolvida nas tarefas que lhes coloca e os resultados de aprendizagem são muito positivos. Do ponto de vista do trabalho de grupo, têm vindo a manifestar atitude colaborativa e com resoluções muito completas face às tarefas propostas.

O trabalho que a equipa de investigadores teve oportunidade de acompanhar abrangeu o tema das sequências e regularidades e o das equações. O exemplo que agora selecionámos, sobre o tema de iniciação às equações, ilustra a forma como a docente costumava trabalhar com a turma, promovendo o trabalho colaborativo e a comunicação oral baseada no questionamento. Em todas as aulas deste projeto a turma dividia-se em pequenos grupos e no início de cada aula um elemento de cada grupo dirigia-se à secretária da professora para levar um envelope onde estava o conjunto de tarefas que já tinham resolvido, bem como as que lhes faltavam resolver.

No caso vertente, cada grupo foi convidado a resolver a seguinte tarefa da Figura 9:

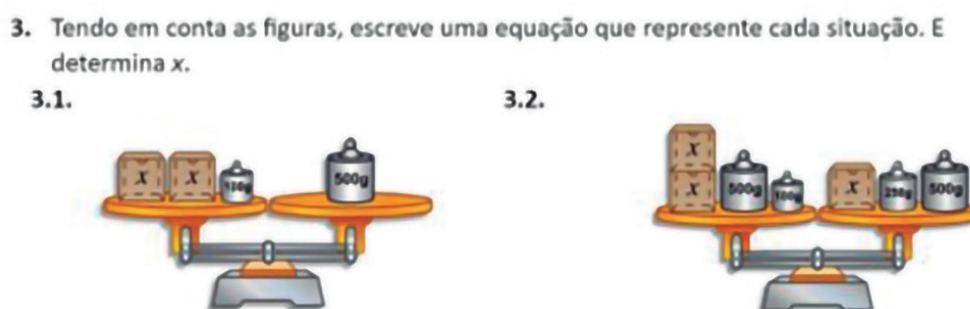


Figura 9. Tarefa sobre equações lineares que cada grupo tinha para resolver

Cada aluno de cada grupo tinha uma folha com cada tarefa para a poderem resolver, tendo uma folha branca adicional para colocarem a resolução acordada pelo grupo. Todos os grupos resolveram as duas situações com procedimentos algorítmicos semelhantes aos da Figura 10:

3.2 Balança 1

$$2x + 100 = 500 \quad (=)$$

$$2x = 500 - 100 \quad (=)$$

$$2x = 400 \quad (=)$$

$$x = 200 \text{ g}$$

Balança 2

$$2x + 600 = x + 750$$

$$2x - x = 750 - 600$$

$$x = 150$$

3.1 Balança 1

$$2x + 100 = 500 \text{ g}$$

Balança 2

$$2x + 500 + 100 = x + 250 + 500$$

Figura 10. Exemplo dos procedimentos algorítmicos utilizados por um dos grupos

No momento de exploração da tarefa em grupo turma, a professora pretendia introduzir alguns princípios de equivalência na resolução de equações e pediu a um aluno para explicar no quadro da sala de aula a resolução do grupo sobre a 1.<sup>a</sup> balança. Eis a comunicação matemática ocorrida após o aluno ter escrito no quadro a equação que modelava o contexto da 1.<sup>a</sup> balança:  $2x + 100 = 500$  (Figura 11):

$x + 5 = 3x + 5$

grupo 2

$2x + 100 = 500$

Figura 11. Início da explicação da resolução levada a cabo por um dos grupos

Professora – “Os restantes grupos concordam com a situação que representa a balança 1?”

Vários alunos – “Sim.” (Figura 12)



Figura 12. Turma atenta à resolução do quadro, comparando com a sua

Professora – “Como é que vocês resolveram a pergunta 3.2, que é: Determina o valor de  $x$ ?”

O aluno começou por escrever o símbolo de equivalência à frente da equação que havia escrito e a professora, apesar de assumir algum protagonismo na orientação do diálogo, questionou-o de forma continuada:

Professora – “Olha, *que símbolo é este, que nós ainda não falámos cá?*”

Aluno – “É o... equivalente.”

Professora – “*E onde é que vocês foram ver do símbolo equivalente?*”

Aluno – “*Boa pergunta!*” (sorrisos do aluno e da restante turma).

Professora – “*Nós ainda não falámos cá do símbolo equivalente, pois não?*”

Vários alunos – “*Não.*”

Professora – “*Ele até está a fazer bem, mas já vamos falar do símbolo equivalente, uma vez que ele o introduziu. Vamos só deixá-lo terminar.*”

Eis a resolução completa levada a cabo pelo aluno (Figura 13):

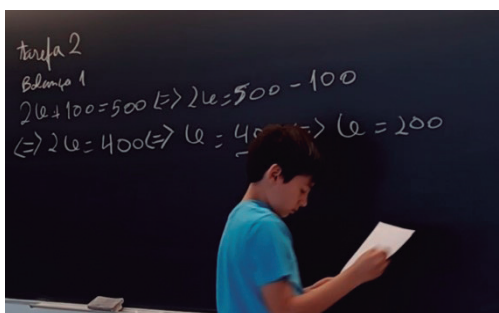


Figura 13. O aluno termina de resolver a tarefa no quadro

Professora – “*Tu usaste o símbolo de equivalência, mas não nos sabes dizer porquê, pois não? Mas este símbolo, que se chama símbolo de equivalência, na verdade, o que é que isto quer dizer? Ele está ali a escrever várias equações sucessivamente, está ou não está?*”

Vários alunos – “*Está.*”

Professora – “*E estão separadas pelo símbolo de equivalente. Significa que aquelas equações têm, exatamente, a mesma solução, isto é, o valor do x em cada uma delas é o mesmo. Portanto, aquelas equações têm sempre a mesma solução. E equações com a mesma solução chamam-se equações equivalentes. Isto está aqui no verso da vossa ficha. Se calhar eles adiantaram-se e viram um bocadinho do que aqui estava escrito!*”

O aluno disse não com o abanar da cabeça, mas a professora continuou e disse:

Professora – “*E também aplicaram os princípios que aqui estão atrás. Então, o que é que nos dizem esses princípios de equivalência? Explica lá aos colegas que ainda estão um bocadinho mais atrasados.*”

Aluno – “*Quando se muda um termo de membro, muda o sinal.*”

Professora – “*Mas isso tem a ver com um princípio de equivalência que vocês têm no verso da folha. O que é que nos diz esse princípio de equivalência? Vocês estão a aplicar sem saber que estão a aplicar. Quando nós estamos a trabalhar com as nossas*

*balanças, se retiramos o peso do prato direito, por exemplo, o peso de 100g do prato direito, para que a balança se mantenha em equilíbrio, o que vou ter que fazer no prato esquerdo?”*

Aluna B – *“Retirar o mesmo peso.”*

Professora – *“Tirar também 100g, certo? Esse é o primeiro princípio de equivalência, que nos diz que se nós adicionarmos ou subtraímos o mesmo número, o mesmo peso, estamos a trabalhar com pesos, a ambos os membros de uma equação, a equação que resulta daí é equivalente à que tínhamos anteriormente, isto é, têm a mesma solução.”*

Para acrescentar mais informação a este princípio de equivalência, a professora chamou a atenção para o facto de o aluno do quadro ter utilizado a divisão por 2, dizendo o seguinte:

Professora – *“Se dividirmos ambos os membros de uma equação por qualquer número, exceto pelo número zero, e quem diz dividir, diz multiplicar, obtemos também equações equivalentes. E foi isso que ele fez, porque vejam... se dividirmos  $2x$  por 2... quanto é vamos obter, quanto é que será?”*

Aluna C – *“x”.*

Professora – *“Será x, que é o que ele aqui tem, correto? E então também dividiu o 400 por 2. Ao dividir o 400 por 2 deu o nosso peso.”*

Em síntese, a professora, apesar de revelar ainda alguma tendência para assumir algum protagonismo na orientação da comunicação oral entre os vários intervenientes da turma, tirou partido desta tarefa para introduzir novos conceitos matemáticos, tendo valorizado o trabalho colaborativo prévio dos estudantes.

## Considerações Finais

Estes dois exemplos, um de cada professor envolvido neste projeto, ilustram bem o que foi o trabalho desenvolvido com as respetivas turmas ao longo deste ano letivo, no âmbito deste projeto, assentes numa perspetiva explícita de avaliação formativa. Para o professor do 6.º ano, este projeto não terá trazido mudanças significativas tendo em conta que as suas práticas já valorizavam as aprendizagens ativas e construtoras do conhecimento dos alunos, baseando-se em discussões orais que pontualizavam as aprendizagens já realizadas e fazendo com que alguns alunos tomassem consciência do que ainda teriam que investir para conseguir alcançar as aprendizagens desejadas. Ainda assim, reconhece que deve dar mais tempo/espço ao Aluno para o desenvolvimento, construção, organização dos seus raciocínios.

O trabalho de pequenos grupos não é, pois, algo novo nas suas aulas e a comunicação foi muito baseada na estratégia da promoção da verbalização do raciocínio dos estudantes. Pediu-se-lhes não apenas que o fizessem oralmente, mas, também, por escrito. A título de exemplo, eis o que alguns alunos do 6.º ano escreveram sobre as aprendizagens ocorridas

no tema das isometrias e os respectivos *feedbacks* que receberam, por escrito, por parte do professor (Figuras 14 a 17):

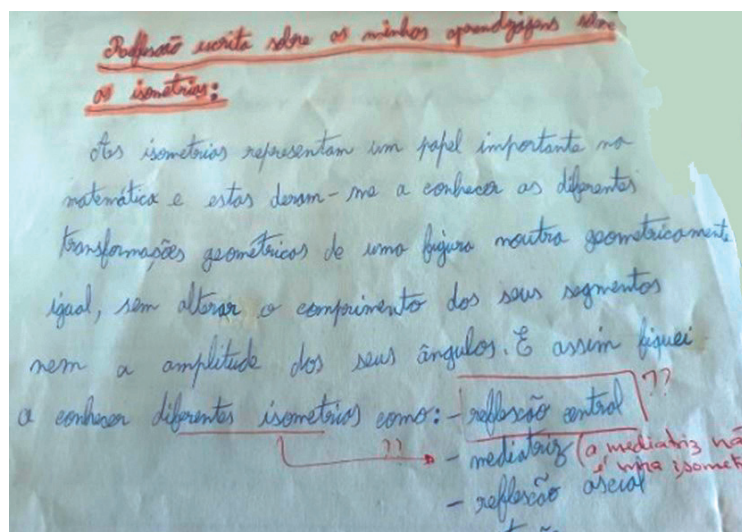


Figura 14. Reflexão de um aluno sobre Isometrias

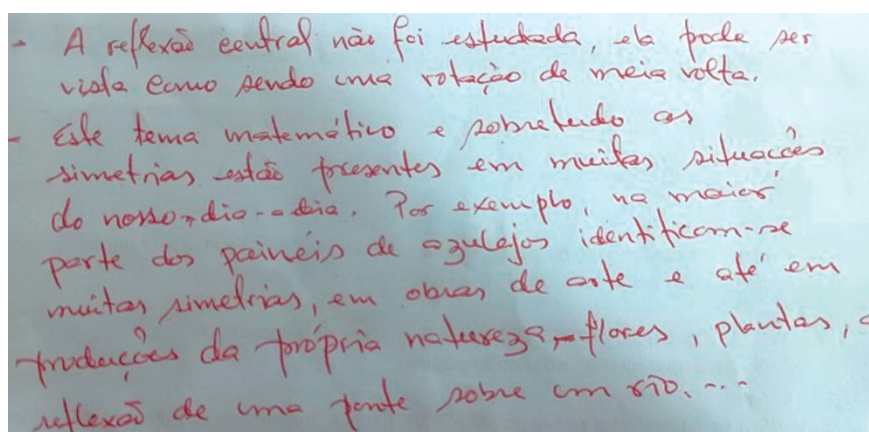


Figura 15. Feedback do docente

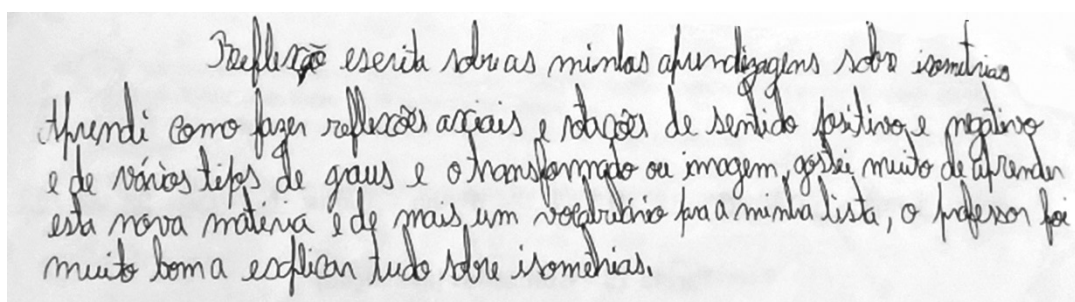


Figura 16. Reflexão de um aluno sobre Isometrias

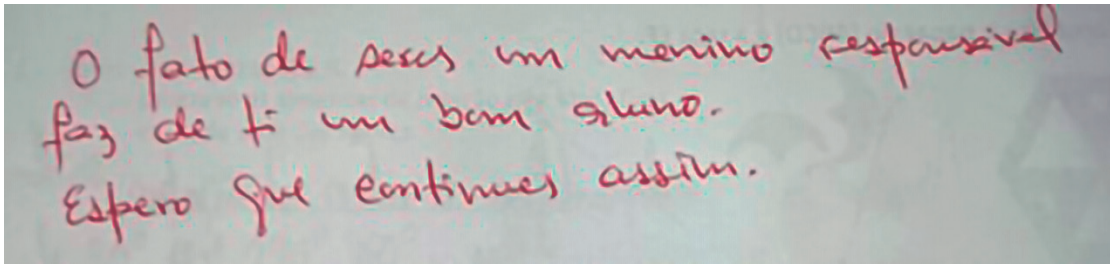


Figura 17. *Feedback* do docente

Este tipo de *feedback* dado por escrito a cada aluno permite, de facto, que tomem, de facto, consciência das aprendizagens levadas a cabo e do que lhes falta fazer para atingirem as aprendizagens previstas, de acordo com os critérios estabelecidos e que são do conhecimento de todos. Além disso, estes escritos dos alunos sobre as suas aprendizagens, permitem fazer um balanço, com indicações claras, aos alunos e professor sobre essas mesmas aprendizagens.

Contudo, ainda em termos de avaliação, este docente caracteriza a turma sob dois pontos de vista diferentes. Por um lado, salienta que é reconhecido em alguns alunos que inicialmente manifestavam pouca apetência pela Matemática, que o seu progresso, se tornou notório, talvez devido à ênfase de uma avaliação focada para as aprendizagens. Por outro lado, também destaca que há uma parte da turma que não se envolveu nas tarefas, acabando por criar alguma entropia ao trabalho de outros alunos. De acordo com este docente, a fraca comunicação entre os alunos pouco subsidiou a aquisição de novas aprendizagens. Isto porque embora tenha havido alguma insistência em que isso ocorresse, havia dificuldade em os alunos ouvirem os colegas e discutir as ideias matemáticas subjacentes.

Em sua opinião, esta turma não o tem deixado satisfeito, pois apesar de todo o empenho e dedicação em conceber tarefas interessantes e em criar climas de aprendizagem em que se apela ao papel ativo dos estudantes (Ponte, 2005), ainda constata que:

muitos alunos até apresentam piores resultados devido à dificuldade de respeitar o trabalho de grupo e não aproveitarem de forma útil a autonomia que lhes é dada, devido a interesses alheios ao contexto da sala de aula. Alguns alunos acabam por revelar alguma desorientação e falta de envolvimento nas tarefas propostas devido à implicação do esforço de terem que pensar. Há uma grande parte de alunos que entende o trabalho escolar como sendo a resolução de exercícios de forma rotineira, com indicações bem precisas daquilo que devem fazer. Se isso não acontecer, acabam por não conseguir qualquer concretização.

Desta reflexão é importante repensar o papel que as várias tipologias de tarefas podem desencadear na ação do estudante. Para muito deles, existe um maior conforto se apenas lhe é pedida a resolução de exercícios. Perante tarefas mais abertas, como sejam problemas ou



tarefas de investigação, manifestam maiores dificuldades, pois o seu nível de resiliência e de comprometimento com as tarefas é reduzido.

No que diz respeito ao trabalho levado a cabo pela docente do 7.º ano, várias vezes os alunos referiram que achavam muito interessante o trabalho que estava a ser desenvolvido e que era uma maneira de aprender que lhes agradava. Ainda assim, a docente acrescenta que:

Alguns grupos, apesar da minha insistência para debaterem sempre as questões entre todos, queixaram-se que um elemento ou outro não estaria a participar da forma esperada. No entanto, o balanço é muito positivo, parece-me. Acho que aprendemos todos, alunos e professora.

Em termos das aprendizagens realizadas, esta docente salienta que antes da participação no projeto, os resultados eram bons na sua maioria. Com a participação neste projeto constata como principal diferença a melhoria dos resultados dos alunos menos bons. Acrescenta que a generalidade dos alunos desta turma tem gosto em aprender, sobretudo: “Quando são construtores do seu próprio conhecimento é notório que esse gosto ainda é maior.”

Como aspeto final, salientamos as realidades de duas turmas distintas, sendo a do 7.º ano mais vocacionada para a procura do sucesso educativo e onde os alunos com mais dificuldades puderam tirar mais partido deste projeto. Do facto, ao estarem envolvidos em trabalho colaborativo de pequenos grupos, empenharam-se em dar respostas objetivas e fundamentadas a tarefas desafiantes. Tal ocorreu, baseando-se em constantes momentos de avaliação formativa por parte da docente. Deste modo, o trabalho no âmbito deste projeto contribuiu para aumentar o grau de envolvimento e de empenho face ao que lhes vinha sendo proposto.

Ainda assim, na outra turma, a do 6.º ano, apesar de terem ocorrido vários momentos de envolvimento e empenho dos estudantes, (tal como na turma do 7.º ano), o professor lamentou o facto de haver alguns alunos descomprometidos com a aula de Matemática e com a sua própria aprendizagem. O trabalho do docente nos vários momentos de avaliação formativa constatava esse descomprometimento de alguns alunos perante o que lhes estava a ser solicitado, enquanto tarefas de aprendizagem, e eles próprios também tinham consciência de que algo teria de mudar para que as suas aprendizagens pudessem ocorrer como era desejável!

## Referências bibliográficas

- Borrvalho, A. (2021). Avaliação pedagógica e avaliação em larga escala: Perspectivas, limites e relações. In T. Pereira (org.), *Avaliação Pedagógica: Limites e Possibilidades* (pp. 13-32). CRV.
- Burón, J. (1999). *Enseñar a aprender: Introducción a la Metacognición*. Mensajero, 5.ª Ed.
- Borrvalho, A., Cid, M. & Fialho, I. (2019). Avaliação das (para as) Aprendizagens: Das questões Teóricas às Práticas de Sala de Aula. In M. I. Ortigão, D. Fernandes, T. Pereira & L. Santos (Org), *Avaliar para*

- Aprender no Brasil e em Portugal: Perspectivas Teóricas, Práticas e de Desenvolvimento* (pp. 219-240). Editora CRV.
- Burón, J. (1999). *Enseñar a aprender: Introducción a la Metacognición*. Mensajero, 5.ª Ed.
- Fernandes, D. (2022). *Avaliar e aprender numa cultura de inovação pedagógica*. Leya.
- Fernandes, D. (2020). *Avaliação Formativa*. Documento de trabalho. Projeto MAIA, [https://www.researchgate.net/publication/339956122\\_Avaliacao\\_Formativa](https://www.researchgate.net/publication/339956122_Avaliacao_Formativa)
- Flavel, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: a new área of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Guzmán, M. (1999). *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Ediciones Pirámide.
- Lester, F. e Garofalo, J. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring and Mathematical Performance. *Journal of Research in Mathematics Education*, 26 (3), 163-176.
- Ponte et all. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. DGIDC - Ministério da Educação.
- Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.
- Reeves, T. (2006). Design research from a technology perspective. Em J. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp.52–66). Routledge.