

Recomendações
para a melhoria das aprendizagens dos alunos
em Matemática

Grupo de Trabalho de Matemática

[Despachos n.º 12 530/2018 e n.º 7269/2019]

Relatório

— versão final —

27 de março de 2020

Recomendações
para a melhoria das aprendizagens dos alunos
em Matemática

Ana Paula Canavarro

Carlos Albuquerque

Célia Mestre

Hélder Martins

Jaime Carvalho e Silva (Coordenador)

João Almiro

Leonor Santos

Luís Gabriel

Olga Seabra

Paulo Correia

27 de março de 2020

Índice Geral

Sumário executivo	1
1. Introdução	4
1.1. Contextualização geral.....	4
1.2. O cenário na atualidade.....	6
2. A Matemática na Educação Pré-escolar.....	20
2.1. Contextualização.....	20
2.2. A Matemática nas primeiras Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar — 1997	23
2.3. A Matemática nas atuais Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar — 2016	26
2.4. Apreciação da evolução da Matemática nas OCEPE	30
3. A Matemática nos Ensinos Básico e Secundário	33
3.1. A Matemática no Ensino Básico.....	33
3.1.1. Programas de Matemática no Pós-Lei de Bases do Sistema Educativo — 1990, 1991	34
3.1.2. O Currículo Nacional do Ensino Básico — 2001	42
3.1.3. Programa de Matemática do Ensino Básico — 2007.....	46
3.1.4. Metas Curriculares e Programas de Matemática — 2012 & 2013.....	55
3.2. A Matemática no Ensino Secundário.....	71
3.2.1. Programas de Matemática no Pós-Lei de Bases do Sistema Educativo—1991	72
3.2.2. O ajustamento do Programa de Matemática — 1997	76
3.2.3. Os programas de Matemática A, B e MACS — 2001	79
3.2.4. Programa e Metas Curriculares de Matemática A — 2014	91
3.3. Apreciação da evolução das orientações curriculares em Matemática.....	101
4. A Matemática nos Cursos Profissionais	105
4.1. O Ensino Profissional	105
4.2. O Programa de Matemática dos Cursos Profissionais	109
4.3. Apreciação da evolução da Matemática no Ensino Profissional	112
4.3.1. Trabalho colaborativo	113
4.3.2. Formação contínua de professores	114
4.3.3. Recursos nas escolas	115
4.3.4. Revisão do currículo	115
4.4. Perspetiva internacional	116
5. Projetos curriculares em Portugal	121
5.1. Projeto MAT ₇₈₉	121
5.2. Projeto REANIMAT	124
6. Currículos internacionais	129
6.1. Contextualização.....	129
6.2. “Common Core State Standards” dos Estados Unidos da América	132
6.2.1. Introdução	132
6.2.2. Finalidades e objetivos	133

6.2.3. Temas matemáticos	134
6.2.4. Orientações metodológicas	136
6.2.5. Recursos	137
6.2.6. Avaliação do desempenho dos alunos.....	137
6.2.7. Sistemas de apoio aos alunos	137
6.2.8. O estado de Massachusetts.....	138
6.3. Documentos curriculares da Finlândia.....	142
6.3.1. Introdução	142
6.3.2. A Matemática no currículo.....	145
6.3.3. Finalidades e objetivos	146
6.3.4. Temas matemáticos	147
6.3.5. Orientações metodológicas	149
6.3.6. Recursos	150
6.3.7. Avaliação do desempenho dos alunos.....	151
6.3.8. Sistemas de apoio aos alunos	152
6.4. Programas de Matemática de Singapura.....	153
6.4.1. Introdução	153
6.4.2. A Matemática no currículo.....	154
6.4.3. Finalidades e objetivos	155
6.4.4. O quadro de referência da Matemática	156
6.4.5. Temas matemáticos	157
6.4.6. Orientações metodológicas	161
6.4.7. Recursos	163
6.4.8. Avaliação do desempenho dos alunos.....	164
6.4.9. Sistemas de apoio aos alunos	165
6.5. Documentos curriculares da Estónia.....	166
6.5.1. Introdução	166
6.5.2. A Matemática no currículo.....	170
6.5.3. Finalidades e objetivos	171
6.5.4. Temas matemáticos	173
6.5.5. Orientações metodológicas	175
6.5.6. Recursos	176
6.5.7. Avaliação do desempenho dos alunos.....	177
6.5.8. Sistemas de apoio aos alunos	179
6.6. Análise comparativa	180
7. Medidas e recursos para apoio à mudança e ao desenvolvimento curricular ...	188
7.1. Medidas de apoio à implementação curricular	188
7.1.1. Ensino Básico.....	188
7.1.2. Ensino Secundário.....	196
7.1.3. Síntese	205
7.2. Plano de Ação para a Matemática.....	206
7.2.1. Programa de Formação Contínua em Matemática	207
7.2.2. Plano da Matemática	212
7.2.3. Os efeitos do PFCM e do PM	218
7.3. Manuais escolares	219
7.3.1. Enquadramento legal.....	219

7.3.2. O manual escolar e o desenvolvimento curricular em Matemática	224
7.3.3. O futuro digital do manual escolar de Matemática	225
8. Resultados dos alunos em Matemática	228
8.1. Resultados dos alunos a nível nacional.....	228
8.1.1. Contextualização	228
8.1.2. Resultados na avaliação interna em Matemática.....	232
8.1.3. Resultados na avaliação externa em Matemática.....	236
8.2. Resultados dos alunos a nível internacional	241
8.2.1. PISA	241
8.2.2. TIMSS	253
8.2.3. TIMSS <i>Advanced</i>	261
9. Diagnósticos e propostas para a aprendizagem e o ensino da Matemática.....	268
9.1. Diagnóstico e propostas para a Matemática escolar	268
9.2. Matemática 2001	270
9.2.1. Diagnóstico	271
9.2.2. Recomendações	273
9.3. Um ponto de situação sobre o atual contexto curricular.....	276
9.3.1. Perceções dos professores sobre os documentos curriculares em vigor	276
9.3.2. Matemática na Autonomia e Flexibilidade Curricular	283
9.3.3. Necessidades futuras relativas à educação matemática.....	285
10. Recomendações	292
Referências	305
Anexos.....	322

Índice de Quadros

Quadro 1 - Número de alunos avaliados no 3.º período, em Matemática A, Matemática B e MACS, de 2008/09 a 2017/18, no ensino público	13
Quadro 2 - Presença de aspetos específicos de competência por ciclo e por tema	44
Quadro 3 - Desempenhos exigidos aos alunos do Ensino Básico (Bivar et al., 2013)...	59
Quadro 4 - Distribuição dos domínios de conteúdo por ciclo de escolaridade no Programa e Metas curriculares do ensino Básico (Bivar et al., 2013).....	61
Quadro 5 - Número de descritores por domínios temáticos e por ciclo de escolaridade, apresentados nas Metas Curriculares (Bivar et al., 2012)	62
Quadro 6 - Temas matemáticos e sua distribuição por anos de escolaridade (DES, 1997)	78
Quadro 7 - Quadro resumo da distribuição dos temas por ano de escolaridade no programa de Matemática A (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 9)	82
Quadro 8 - Quadro resumo da distribuição dos temas por ano de escolaridade no programa de Matemática B (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 11)	86
Quadro 9 - Distribuição de temas do programa de MACS em dois cursos tecnológicos distintos (Carvalho e Silva et al., 2001c, pp. 6-7)	90
Quadro 10 - Distribuição de conteúdos matemáticos por ano de escolaridade no programa e Metas curriculares de Matemática A, Ensino Secundário	95
Quadro 11 - Lista e resumo dos módulos A (DGFV, 2004, p. 3)	111
Quadro 12 - Lista e resumo dos módulos B (DGFV, 2004, p. 4).....	111
Quadro 13 - Domínios matemáticos lecionados em cada ano escolar desde o jardim-de-infância até ao 8.º ano de escolaridade	135
Quadro 14 - Número mínimo de horas semanais para a Matemática.....	145
Quadro 15 - Temas matemáticos nos 1.º e 2.º anos.....	147
Quadro 16 - Temas matemáticos do 3.º ao 6.º ano	148
Quadro 17 - Módulos do Ensino Secundário por nível de Matemática	149
Quadro 18 - Temas matemáticos do nível primário	158
Quadro 19 - Temas matemáticos do nível secundário.....	158
Quadro 20 – Temas matemáticos do <i>H1 Mathematics</i> e <i>H2 Mathematics</i>	159
Quadro 21 - Número mínimo de aulas semanais para a Matemática	170
Quadro 22 - Temas matemáticos no Ensino Básico	173
Quadro 23 - Análise comparativa das orientações curriculares nos quatro países	185
Quadro 24 - Perspetivas de professores dos países em análise	186
Quadro 25 - Número de professores de 1.º Ciclo no PFCM	208
Quadro 26 - Cobertura a nível nacional do PM I, PM II e antecipação do PMEB (adaptado de Santos et al., 2009, 2012).....	213
Quadro 27 - Percentagem de classificações positivas na avaliação interna em Matemática A, Matemática B e MACS, de 2008/09 a 2017/18	235

Quadro 28 - Número de alunos internos e médias das classificações no exame final de 3.º Ciclo do Ensino Básico da disciplina de Matemática de 2010 a 2019.....	236
Quadro 29 - Número de alunos internos e médias das classificações no exame nacional a Matemática A, Matemática B e MACS, de 2010 a 2019	237
Quadro 30 - Percentagens de alunos que alcançaram os níveis de desempenho elevado e baixo em Matemática, entre os países melhor classificados (adaptado de Mullis et al., 2016a, pp. 50-51).....	257
Quadro 31 - Distribuição dos resultados em Matemática, TIMSS <i>Advanced</i> 2015 (Mullis et al., 2016b, p. 16)	263
Quadro 32 - Percentagem de alunos que têm explicações em Matemática fora da escola, TIMSS <i>Advanced</i> 2015 (Mullis et al., 2016b, p. 121).....	265

Índice de Figuras

Figura 1 - <i>Timeline</i> dos Ministros da Educação, de 1985 a 2020.....	6
Figura 2 – Gráfico da evolução do número de alunos a frequentar o Ensino Básico por ciclo de estudo, de 2008/09 a 2017/18	7
Figura 3 – Gráfico do número de alunos a frequentar o Ensino Secundário, por oferta educativa ou formativa, entre 2008/09 e 2017/18	8
Figura 4 – Gráfico da taxa real de escolarização no Ensino Secundário por sexo, em Portugal continental.....	8
Figura 5 – Gráfico das percentagens de indivíduos que acedem diariamente à <i>Internet</i> na UE.....	9
Figura 6 – Gráfico das percentagens de jovens e adultos que revelam competências tecnológicas, por grupo etário	10
Figura 7 - Distribuição dos resultados globais em Pensamento Computacional.....	11
Figura 8 - Distribuição dos resultados globais em Literacia em Computadores e Informação.....	12
Figura 9 – Gráfico das percentagens de estudantes que indicam a disciplina com maior grau de dificuldade, por oferta de educação e formação	14
Figura 10 – Gráfico do número de diplomados no Ensino Superior nas áreas de Ciências, Matemática e Informática	15
Figura 11 – Gráfico das percentagens de aposentações previstas por ano e por grupo de recrutamento	16
Figura 12 – Gráfico do número de inscritos em cursos de formação inicial de professores e educadores que ensinam Matemática (Pré-escolar, 1.º Ciclo e 2.º Ciclo) (Portugal continental)	17
Figura 13 – Gráfico do número total de alunos inscritos em Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário (Portugal continental)	17
Figura 14 - <i>Timeline</i> dos documentos curriculares relativos ao ensino da Matemática no Ensino Básico	34
Figura 15 - Competências gerais em Estatística e Probabilidades (DEB, 2001a, p. 64)	44
Figura 16 - Objetivos essenciais de aprendizagem e correspondentes a práticas essenciais de aprendizagem no tema Álgebra no 9.º ano de escolaridade (ME, 2018i, p. 11).....	70
Figura 17 - <i>Timeline</i> dos documentos curriculares relativos ao ensino da Matemática no Ensino Secundário	71
Figura 18 - Descritor EST.10.4.4. extraído de Programa e Metas Curriculares de Matemática A do 10.º ano (Bivar et al., 2014, p. 23)	98
Figura 19 – Gráfico de percentagens dos estudantes, por expectativas relativamente ao seu percurso escolar, por oferta de educação e formação (Fernandes et al., 2019, p. 20)	106

Figura 20 – Gráfico das percentagens dos estudantes, que desejam continuar a estudar, por formação pretendida, por oferta de educação e formação (Fernandes et al., 2019, p. 22).....	106
Figura 21 – Gráfico das percentagens dos estudantes, por oferta de educação e formação e a área de estudo pretendida (Fernandes et al., 2019, p. 24).....	108
Figura 22 - Símbolo dos CCSS (CCSSO & NGACBP, s/d a, p. 1)	132
Figura 23 – Triângulo da complexidade matemática (MDESE, 2017, p. 11).....	139
Figura 24 - Competências transversais para todas as disciplinas escolares no Ensino Básico (FNAE, 2016a, s/p).....	144
Figura 25 - Quadro de Referência da Matemática (MES, 2012b, p. 14).....	157
Figura 26 - Apresentação da página eletrónica de apoio ao PMEB (2007)	193
Figura 27 - <i>Timeline</i> das provas e exames de avaliação externa, desde 1995.....	231
Figura 28 – Gráfico das percentagens de classificações positivas na avaliação interna em Matemática dos alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico, de 2008/09 a 2017/18.....	233
Figura 29 – Gráfico das percentagens de classificações positivas na avaliação interna em Matemática dos alunos do 3.º Ciclo do Ensino Básico, de 2008/09 a 2017/18.....	234
Figura 30 – Gráfico das taxas de reprovação nas disciplinas trienais dos Cursos Científico-Humanísticos, de 2006 a 2019	239
Figura 31 – Gráfico das percentagens de alunos, por oferta de educação e formação e nível de rendimento à disciplina de Matemática em 2017/18	239
Figura 32 - Gráfico das percentagens de estudantes que indicam a disciplina com maior grau de dificuldade, por oferta de educação e formação	240
Figura 33- Dimensões de organização do domínio da Literacia Matemática, PISA 2015 (Marôco, Gonçalves, Lourenço & Mendes, 2016, p. 39).....	243
Figura 34 – Gráfico dos resultados médios nacionais, no PISA, em Matemática entre 2000 e 2018 (Lourenço et al., 2019, p. 79).....	245
Figura 35 – Gráfico das tendências dos resultados, no PISA, em Matemática, por ano de escolaridade (2000 – 2018) (Lourenço et al., 2019, p. 86).....	247
Figura 36 – Gráfico das percentagens de alunos <i>top performers</i> e de alunos <i>low achievers</i> em Matemática, no PISA – 2003, 2012 e 2018. (Lourenço et al., 2019, p. 88)	247
Figura 37 – Gráfico dos resultados médios, no TIMSS, em Matemática em Portugal (Marôco, Lourenço, Mendes & Gonçalves, 2016a, p. 38)	256
Figura 38 – Gráfico das médias dos resultados em Matemática no TIMSS 2015 confrontada com as médias dos recursos existentes em casa para promover a aprendizagem (Adaptado de Mullis et al., 2016a, p. 101).....	258
Figura 39 – Gráfico com a relação entre os anos de frequência na Educação Pré-escolar e os resultados a Matemática no TIMSS 2015 (Mullis et al., 2016a, p. 97).....	259
Figura 40 - Número de horas gastas no ensino da Matemática no 4.º ano, TIMSS 2015 (Mullis et al., 2016a, p. 173).....	260
Figura 41 - Relação entre os alunos afetados pela escassez de recursos e os resultados a Matemática no TIMSS 2015 (Mullis et al., 2016a, p. 117).....	260

Figura 42 - Percentagem de alunos por níveis de desempenho em Matemática, TIMSS <i>Advanced</i> 2015 (Mullis, et al., 2016b, p. 30)	264
Figura 43 – Gráfico das percentagens de estudantes, por oferta de educação e formação, e disciplinas a que tiveram explicações (Fernandes et al., 2019, p. 19).....	266
Figura 44 – Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas no 2.º Ciclo do ensino público por grupo de recrutamento – continente	279
Figura 45 - Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas no 3.º Ciclo do ensino público por grupo de recrutamento – continente	279
Figura 46 - Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas no Ensino Secundário do ensino público por grupo de recrutamento – continente	280
Figura 47 - Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para a articulação interdisciplinar no Ensino Secundário público por grupo de recrutamento – continente.....	281
Figura 48 - Gráfico das percentagens das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para a exequibilidade da carga horária prevista na matriz curricular do 3.º Ciclo do ensino público por grupo de recrutamento – continente	282

Índice de Anexos

Anexo 1 - Audição Pública.....	322
Anexo 2 - Número de alunos que se matricularam nos mestrados em ensino para a Educação Pré-escolar e 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (EB).....	326
Anexo 3 - Temas matemáticos do 7.º ao 9.º ano na Finlândia	327
Anexo 4 - Temas matemáticos por módulos do Ensino Secundário Geral na Finlândia	329
Anexo 5 - Temas da disciplina <i>H2 Further Mathematics</i> de Singapura	332
Anexo 6 - Temas da disciplina <i>H3 Mathematics</i> de Singapura.....	333
Anexo 7 - Temas matemáticos no Ensino Básico na Estónia.....	334

Sumário executivo

- Por despacho de Sua Ex.^a o Secretário de Estado da Educação (Despacho n.º 12530/2018, alterado pelo Despacho n.º 7269/2019), foi criado, em 28 de dezembro de 2018, o Grupo de Trabalho de Matemática (GTM), ao qual foi atribuída a missão de elaborar um conjunto de recomendações sobre o ensino, a aprendizagem e a avaliação na disciplina de Matemática.
- Foi opção do GTM analisar documentos diversos que abrangessem os últimos trinta anos em Portugal. Foram estudados documentos curriculares nacionais e estrangeiros e relatórios nacionais sobre diferentes planos e medidas dirigidas à melhoria das aprendizagens em Matemática, bem como algumas dissertações de mestrado e teses de doutoramento sobre estes assuntos. Consideraram-se também dados disponíveis sobre resultados dos desempenhos de alunos portugueses em Matemática, bem como estudos de comparabilidade internacional. Foi a partir da análise desta diversidade de documentos que se elaborou a versão preliminar do presente relatório que incluiu um conjunto de 24 recomendações a serem objeto de apreciação pública.
- Assim, a versão preliminar do presente relatório foi sujeita a audição pública entre o verão e o outono de 2019. Para tal, o documento ficou disponível na página eletrónica da Direção-Geral da Educação (DGE), tendo sido recebidos 85 pareceres e contributos, assinados em nome individual, por grupos de professores e por entidades; foram realizadas seis reuniões com educadores e professores de Matemática de diversas regiões de Portugal continental, perfazendo aproximadamente 380 educadores e professores de Matemática; foram ainda realizadas quinze reuniões presenciais maioritariamente na DGE, tendo sido para tal convidadas diversas entidades, nas quais se incluem associações, sindicatos e sociedades científicas (ver Anexo 1). O GTM agradece a elevada receptividade e disponibilidade de todos os que colaboraram neste processo, bem como todos os contributos que recebeu.

- Para a elaboração da versão final do relatório todos os contributos foram analisados e discutidos. Procurou considerar-se tantas sugestões quanto possível, mantendo a coerência do documento. É de assinalar que a quase totalidade dos contributos recebidos, quer por escrito, quer oralmente, foi muito positiva e elogiosa, havendo, em geral, grande sintonia com as recomendações. Entre as entidades, apenas uma manifestou uma posição totalmente dissonante. Foram também levantadas algumas questões. A recomendação relativa à existência de dois níveis de decisão curricular foi aquela que suscitou maiores dúvidas, tendo-se verificado que algumas pessoas que estavam à partida contra a medida, após esclarecimentos adicionais, mudaram a sua opinião. No entanto, outras mantiveram as suas dúvidas.
- A última secção do atual relatório apresenta as 22 recomendações finais do GTM. Estas estão organizadas em quatro domínios: O currículo de Matemática, dinâmicas de desenvolvimento curricular, avaliação do desempenho dos alunos e formação de docentes.
- São doze as recomendações para o currículo de Matemática, nas quais se destaca a necessidade premente de elaboração de um novo currículo de Matemática para toda a escolaridade obrigatória. Recomenda-se a existência de dois níveis de decisão curricular: o nível nacional e o nível local. A nível nacional, a elaboração do currículo de Matemática, da responsabilidade de uma equipa com perfil adequado, devendo reger-se por princípios estruturantes, ter diversas finalidades, dirigir-se a todos os alunos, focar-se em conteúdos relevantes, dar ênfase à compreensão matemática e promover experiências matemáticas significativas, acrescendo a necessidade do reconhecimento da importância da existência de práticas de avaliação formativa que contribuam efetivamente para a aprendizagem em Matemática. A nível local, os documentos curriculares, a elaborar por equipas de docentes nas escolas, deverão ser alinhados com o currículo nacional de Matemática.
- São três as recomendações para as dinâmicas de desenvolvimento curricular. As mudanças curriculares devem ser fundamentadas em argumentos técnico-científicos, ser participadas e temporalmente programadas. Os processos de desenvolvimento

curricular delas decorrentes devem ser acompanhados por dispositivos de regulação, e garantirem recursos adequados e condições percebidas como necessárias, nomeadamente para favorecer o desenvolvimento curricular em colaboração nas escolas. Considera-se igualmente indispensável a existência de programas de formação contínua de educadores e professores para apoiar a mudança curricular.

- São quatro as recomendações para a avaliação do desempenho dos alunos. Destaca-se a necessidade de investimento em práticas efetivas de avaliação formativa, de modo a poder-se intervir aos primeiros sinais de dificuldades manifestados pelos alunos. Medidas de apoio às aprendizagens poderão ser ampliadas se necessário, de modo a que a retenção, a existir, aconteça exclusivamente nos anos finais dos ciclos. Relativamente à avaliação externa, recomenda-se que as provas sejam alinhadas com os focos essenciais da aprendizagem em Matemática e ainda que sejam efetivamente comparáveis ao longo do tempo. A garantia dessa comparabilidade deve ser assegurada nas provas de aferição e não nos exames.
- São três as recomendações para a formação de docentes. Recomenda-se a necessidade de maior investimento na formação inicial de educadores e professores de modo a ser possível dar uma resposta adequada à carência que se avizinha. Em particular, recomenda-se a colaboração entre docentes do Ensino Superior com diferentes formações complementares e a necessidade de garantia de condições que valorizem a sustentabilidade da prática de ensino supervisionada. No que respeita à formação contínua de educadores e professores, há a necessidade de os programas de formação serem contextualizados nas escolas e centrados nas práticas de abordagem à Matemática. Mas para que estas recomendações possam ter sucesso, é imprescindível a valorização da profissão docente, quer no reconhecimento do seu importante papel na sociedade, quer nas oportunidades de realização de investigação e formação pós-graduada.

1.

Introdução

1.1. Contextualização geral

Há 40 anos, Portugal enquadrava-se num cenário que apontava níveis de desenvolvimento pouco adequados ao contexto do que era então a Europa Ocidental. Contudo, não podemos deixar de assinalar os avanços notáveis realizados pelo nosso país ao longo deste período de tempo.

De acordo com o relatório *Estado da Educação 2017*, publicado pelo Conselho Nacional da Educação (CNE) (Santos, Miguéns, Rodrigues, Canelas, Dias, Gregório, Faria, Ramos, Rodrigues, Albergaria, Félix & Perdigão, 2018), os três indicadores a seguir apresentados ilustram alguns avanços relativos ao nosso país:

- O analfabetismo que abrangia, nos anos 70, cerca de 25% da população (31% entre as mulheres) está, de acordo com os Censos 2011, em cerca de 5%, valor alinhado com a média dos outros países da União Europeia (UE);
- A Educação Pré-escolar que, nos anos 70, estava confinada a alguns jardins-de-infância nas principais cidades do país, tem evoluído significativamente. No Portugal atual, 92,5% das crianças entre os quatro anos e a idade de início da escolaridade, está a frequentar este nível do sistema educativo, ligeiramente abaixo da meta definida pela UE para 2020 (95%);
- A taxa real de escolarização entre os jovens de cinco a catorze anos é hoje de 98%, em linha com a média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) e dos países da UE. No Ensino Secundário, em 1971, a taxa real de escolarização era de 4,3%, tendo aumentado para 77,6% em 2017. A frequência de jovens com 20 anos no Ensino Superior subiu igualmente, dos 5% em 1978 para os 43% em 2017, quando o número de residentes em Portugal não evoluiu significativamente.¹

¹ Em 1978, segundo os dados da Pordata (Pordata, 2020a), o número de habitantes residentes em Portugal era de 9,6 milhões, e em 2017 era de 10,3 milhões.

É importante identificar os elementos que desempenharam um papel relevante nesta evolução. Em 14 de outubro de 1986 é publicada a lei que veio estabelecer o quadro geral do sistema educativo, a *Lei de Bases do Sistema Educativo* (LBSE) (Lei n.º 46/86, de 14 de outubro), que continua hoje em dia em vigor em Portugal.

A LBSE vem reestruturar o sistema educativo e reconhecer a importância da formação de professores e educadores². Ao longo do tempo, os programas disciplinares homologados têm sido, em cada momento, a referência que orienta não só os ensinos, mas também a elaboração de manuais escolares e das provas de avaliação externas nacionais, constituindo-se como uma peça da maior importância no cenário educativo. No entanto, apesar de os programas se terem alterado desde o início dos anos 90, o mesmo não aconteceu com o modelo de gestão curricular que vigorava em Portugal. Manteve-se, de forma mais ou menos acentuada, até aos dias de hoje, uma tradição curricular normativa, traduzida pela existência de programas nacionais, prescritivos, da responsabilidade do Ministério da Educação. A flexibilidade curricular e a autonomia das escolas são conceitos que ao longo do tempo não têm conseguido contrariar esta tendência, sendo inequívoco o papel normalizador que a avaliação externa desempenha. No que diz respeito ao sistema educativo, este passa a compreender a Educação Pré-escolar, a Educação Escolar e a Educação Extraescolar, sendo esta última modalidade relativa à alfabetização, aperfeiçoamento, atualização, reconversão e aperfeiçoamento profissional (Lei n.º 46/86, de 14 de outubro).

A Educação Pré-escolar destina-se às crianças com idades compreendidas entre os três anos e a idade de ingresso no Ensino Básico. A frequência é facultativa, estando consagrada a universalidade da Educação Pré-escolar para as crianças a partir dos quatro anos de idade (Lei n.º 65/2015, de 3 de julho).

A Educação Escolar inclui os Ensinos Básico, Secundário e Superior, com o ensino obrigatório de nove anos, que viria em 2009 a ser alterado para doze anos, até ao estudante atingir dezoito anos de idade (Lei n.º 85/2009, de 27 de agosto).

O Ensino Básico organiza-se segundo três ciclos sequenciais, sendo o primeiro de quatro anos, o segundo de dois anos e o terceiro de três anos. No 1.º Ciclo, o ensino é globalizante, da responsabilidade de um professor único, que pode ser coadjuvado em áreas especializadas. No 2.º Ciclo, o ensino organiza-se por áreas interdisciplinares de formação básica e desenvolve-se predominantemente em regime de professor por área.

² Neste relatório não adotamos escrita sensível ao género para não sobrecarregar o texto. Naturalmente que ao usarmos uma designação, tanto nos referimos ao masculino como ao feminino.

No 3.º Ciclo, o ensino organiza-se segundo um plano curricular unificado, integrando áreas vocacionais diversificadas, e desenvolve-se em regime de um professor por disciplina ou grupo de disciplinas.

O Ensino Secundário tem a duração de três anos e a ele tem acesso quem completar com aproveitamento o Ensino Básico. O Ensino Secundário organiza-se de forma a contemplar a existência de cursos orientados para duas vias distintas: a via para a vida ativa e a via para o prosseguimento de estudos, sendo garantida a permeabilidade entre os cursos das duas vias.

A evolução em termos educativos a nível nacional tem vindo a decorrer num quadro de diversidade política. Na figura 1, referimos os nomes dos sucessivos Ministros da Educação dos últimos quarenta anos.

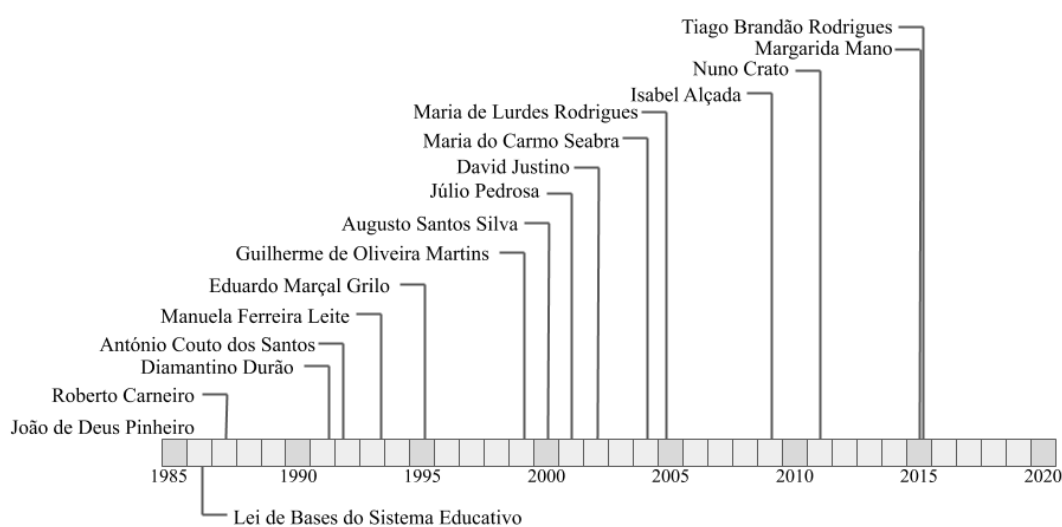


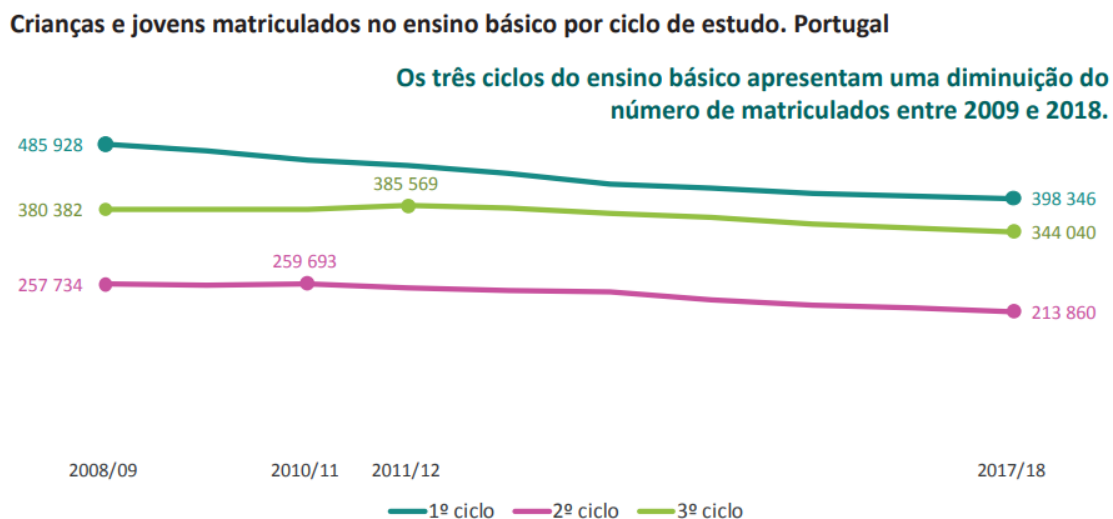
Figura 1 - *Timeline* dos Ministros da Educação, de 1985 a 2020

1.2. O cenário na atualidade

De acordo com o relatório *Estado da Educação 2018*, publicado pelo CNE (Santos, Miguéns, Canelas, Rodrigues, Dias, Gregório, Faria, Bertinetti, Ramos, Albergaria, Félix & Perdigão, 2019), o número de alunos a frequentar o Ensino Básico diminuiu ligeiramente, nos últimos anos, em sintonia com a evolução demográfica do país³, como

³ Em 2008, segundo os dados da Pordata (Pordata, 2020a), o número de habitantes residentes era de 10,6 milhões, e em 2018 era de 10,3 milhões.

pode ser observado na figura 2, verificando-se que no 1.º Ciclo houve uma diminuição aproximada de 87 mil alunos, no 2.º Ciclo de 36 mil, e no 3.º Ciclo de 44 mil, desde 2008/09 a 2017/18.



Fonte: Santos e colegas (2019, p. 48)

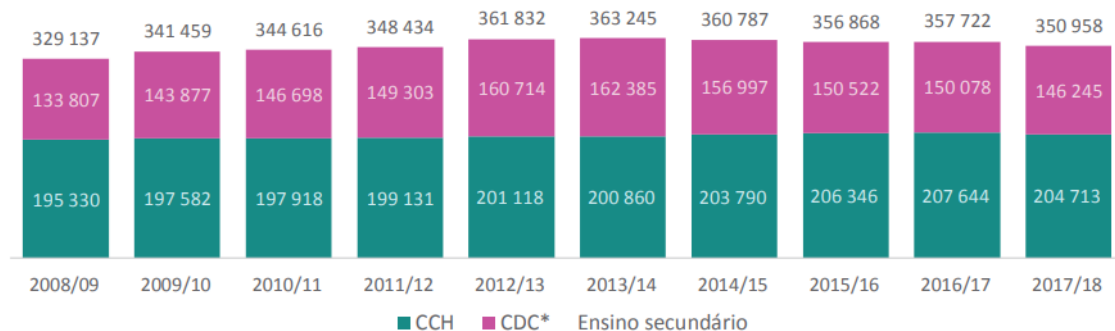
Figura 2 – Gráfico da evolução do número de alunos a frequentar o Ensino Básico por ciclo de estudo, de 2008/09 a 2017/18

Relativamente ao número de alunos no Ensino Secundário, verificou-se um aumento do número de inscritos até ao ano letivo 2013/14. O número de inscritos passou de 329 173, em 2008/09, para 363 245 em 2013/14 e diminuiu até 350 958, em 2017/18. No ano de 2017/18 verificou-se a maior descida do número de alunos inscritos nos Cursos Científico-Humanísticos (CCH), uma diminuição de quase 3 mil alunos relativamente ao ano anterior, e também nos Cursos de Dupla Certificação⁴ onde a redução de alunos inscritos relativamente ao ano anterior atingiu quase 4 mil alunos (figura 3).

⁴ Ensino Artístico Especializado em regime integrado, Cursos Profissionais, Cursos de Educação e Formação, Cursos Tecnológicos, Cursos de Aprendizagem e Cursos Vocacionais.

Jovens matriculados no ensino secundário por modalidade de ensino. Portugal

O número de jovens a frequentar o ensino secundário cresceu de forma contínua até 2014, ano em que alcançou o valor máximo da década, verificando-se a partir daí uma redução, exceto em 2016/2017.



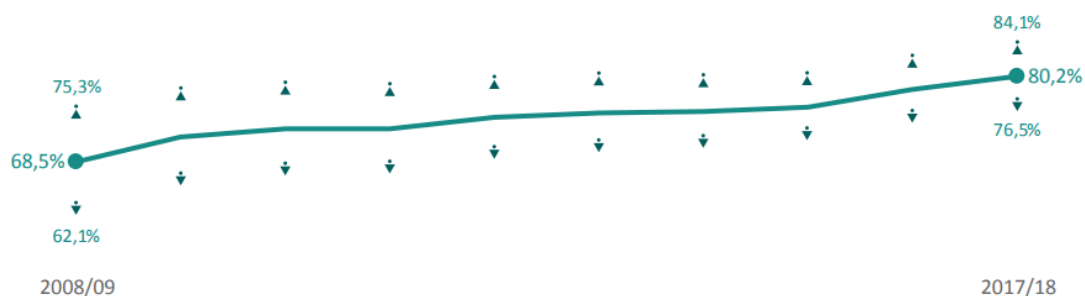
*Ensino artístico especializado em regime integrado, cursos profissionais, cursos de educação e formação, cursos tecnológicos, cursos de aprendizagem e cursos vocacionais

Fonte: Santos e colegas (2019, p. 54)

Figura 3 – Gráfico do número de alunos a frequentar o Ensino Secundário, por oferta educativa ou formativa, entre 2008/09 e 2017/18

Entre 2008/09 e 2017/18 registou-se um aumento global da taxa de escolarização no Ensino Secundário de 68,5% para 80,2%, sendo assinalável a diminuição das diferenças entre rapazes e raparigas. Embora a taxa de escolarização, neste período, tenha sido sempre superior na população feminina, o maior aumento registou-se na população masculina de 62,1% para 76,5% correspondendo a um aumento de 14,4 pontos percentuais, superior ao aumento de 8,8 verificado na população feminina (figura 4).

A taxa de escolarização no ensino secundário regista uma evolução positiva, verificando-se um acréscimo da participação masculina, embora as raparigas continuem a registar um nível de participação superior.



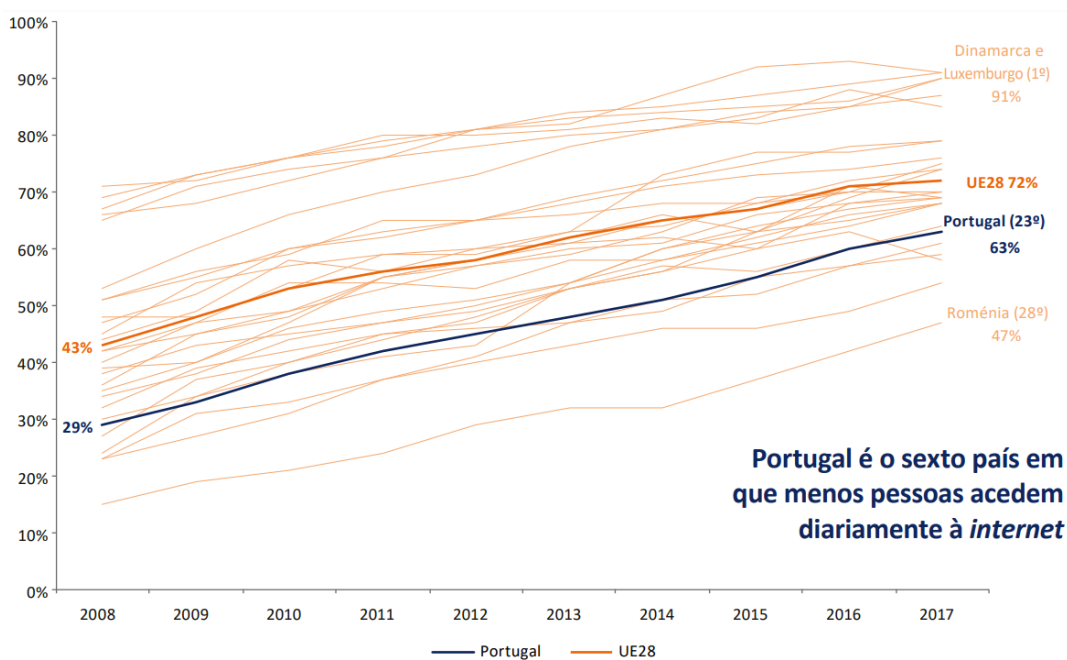
Fonte: Santos e colegas (2019, p. 54)

Figura 4 – Gráfico da taxa real de escolarização no Ensino Secundário por sexo, em Portugal continental

Paralelamente às alterações na organização do sistema educativo e à evolução da população estudantil dão-se transformações no contexto social que colocam novos desafios à Escola. Continuam a ser necessárias mudanças para permitir a adaptação a uma realidade que se renova permanentemente:

Assinala-se que as necessidades educativas continuam a aumentar continuamente, sobretudo como efeito do desenvolvimento tecnológico acelerado que nos está a levar para uma mudança de civilização, uma mudança de era, e a exigir uma educação cada vez mais longa e com mais possibilidades de alternância entre o trabalho e as ofertas formativas. (Santos et al., 2018, p. 8)

Neste cenário, podemos encontrar indicadores que sustentam a necessidade de criar condições para continuar a melhorar. Por exemplo, quando se considera a percentagem de cidadãos que utiliza diariamente a *Internet*, Portugal é o sexto país da UE a contar do fim. Em 2017, 63% dos portugueses utilizavam a *Internet* diariamente, contrastando com uma taxa de utilização de 72% na média dos 28 países da UE (figura 5).

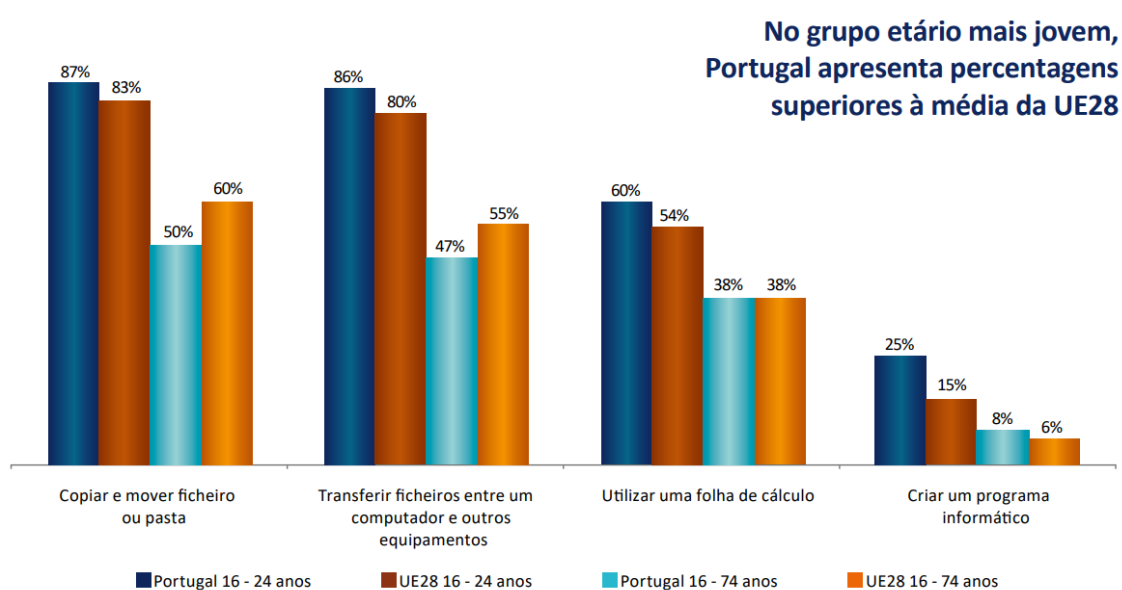


Fonte: Santos e colegas (2018, p. 38)

Figura 5 – Gráfico das percentagens de indivíduos que acedem diariamente à *Internet* na UE

No entanto, já é possível identificar indicadores de melhorias significativas. Por exemplo, Portugal apresenta percentagens superiores à média europeia relativamente às competências tecnológicas exibidas pelos jovens da faixa etária dos 16 aos 24 anos. Aproximadamente 87% dos jovens portugueses consegue copiar ou mover um ficheiro

ou pasta, sendo esta percentagem inferior em 4 pontos percentuais à média dos 28 países da UE. A transferência de ficheiros entre um computador e outros equipamentos é realizada por 86% dos jovens portugueses, sendo a média dos jovens da UE de apenas 80%. A folha de cálculo é utilizada por 60% dos jovens portugueses, sendo a média dos jovens da UE inferior em seis pontos percentuais. Cerca de 25% dos jovens portugueses consegue criar um programa informático, um valor que é 10% superior à média dos jovens da UE. Mas na faixa etária dos dezasseis aos 74 anos, as percentagens relativas a Portugal situam-se abaixo da média da UE no manuseamento de ficheiros e é ligeiramente superior quando se analisa a capacidade de criar um programa informático (figura 6).

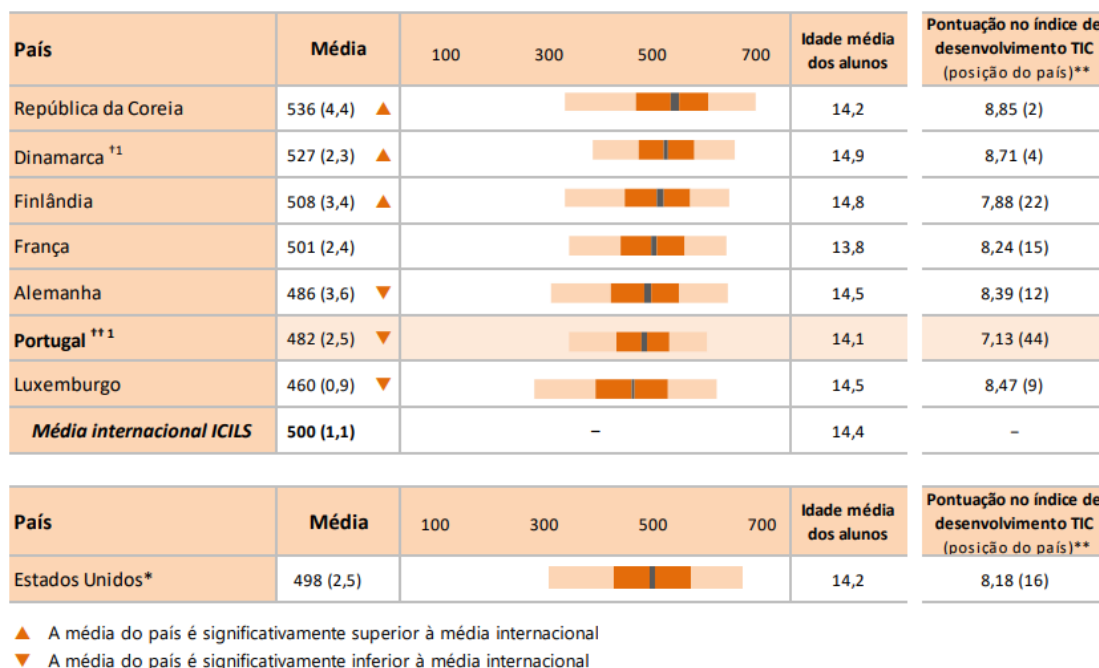


Fonte: Santos e colegas (2018, p. 38)

Figura 6 – Gráfico das percentagens de jovens e adultos que revelam competências tecnológicas, por grupo etário

Este cenário é ainda reforçado pelos dados do estudo ICILS 2018 (Lourenço, Nunes, Amaral, Gonçalves, Mota & Mendes, 2019), um estudo internacional que avalia a literacia digital de jovens com idades entre os treze e os catorze anos, a frequentar o 8.º ano de escolaridade, que se realiza com uma periodicidade quinquenal. O ICILS 2018 envolveu no total catorze países/sistemas educativos, tendo Portugal participado pela primeira vez neste ano. Na avaliação do Pensamento Computacional, ou seja, a capacidade dos alunos identificarem problemas passíveis de terem soluções que possam ser operacionalizadas através de um computador, Portugal obteve uma pontuação média de 482 pontos, ocupando a sexta posição entre os oito países que participaram no estudo

e que cumpriram os requisitos do plano de amostragem. A pontuação média alcançada por Portugal ficou 18 pontos abaixo da média internacional, que se estabeleceu nos 500 pontos (figura 7).



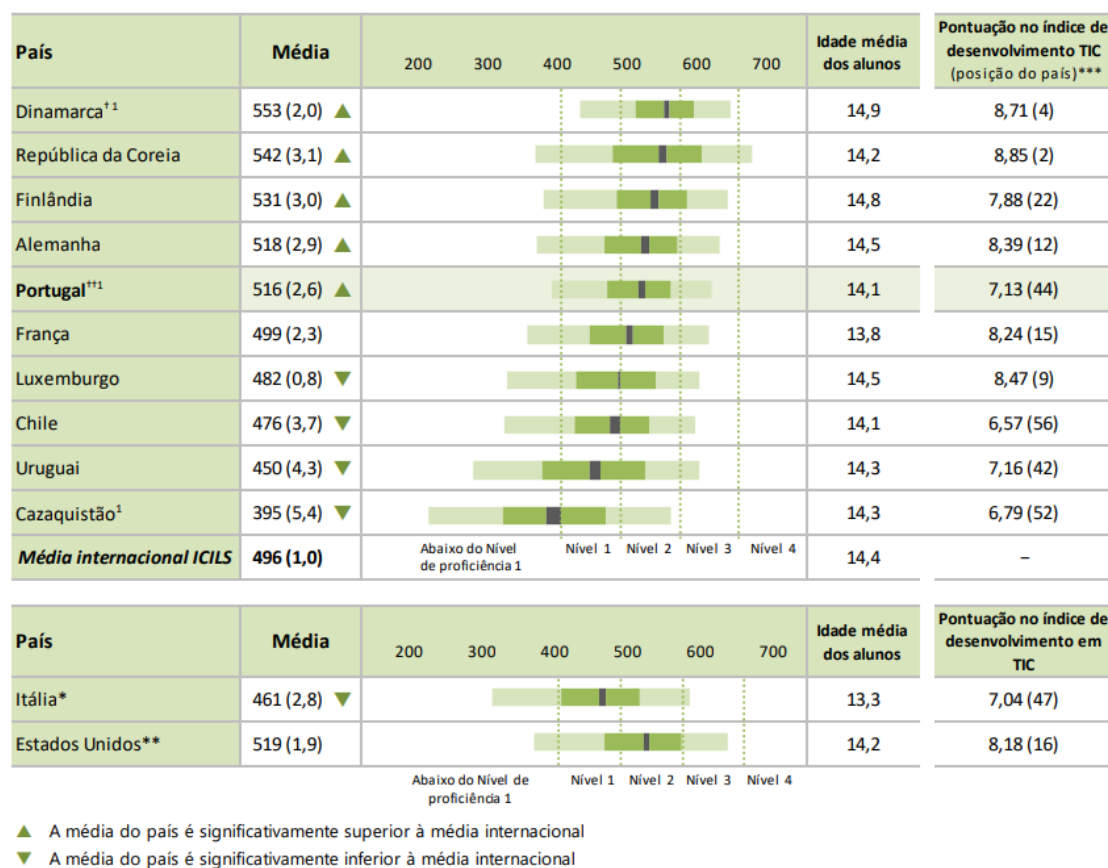
Fonte: Adaptado de Lourenço e colegas (2019, p. 48)

Figura 7 - Distribuição dos resultados globais em Pensamento Computacional

Mas relativamente à Literacia em Computadores e Informação, os alunos portugueses obtiveram uma pontuação média de 516 pontos, 20 pontos acima da média internacional do ICILS 2018 (496 pontos), ocupando Portugal a quinta posição na escala ordenada do conjunto dos 12 países participantes (figura 8).

Na sequência do cenário apresentado, é relevante salientar que, de acordo com o relatório de 2017 do CNE, o quadro estratégico para a cooperação europeia no domínio da educação e da formação tenha definido, como um dos quatro objetivos estratégicos a atingir até 2020, tornar a matemática mais atrativa de modo a favorecer o aumento das aptidões em numeracia:

“(…) devem ser melhoradas, prestando-se uma maior atenção ao aumento do nível das aptidões de base como a literacia e a numeracia, tornando a matemática, as ciências e a tecnologia mais atrativas e consolidando as competências linguísticas.” (Santos et al., 2018, p. 13)



Fonte: Adaptado de Lourenço e colegas (2019, p. 37)

Figura 8 - Distribuição dos resultados globais em Literacia em Computadores e Informação

Em Portugal, a Matemática integra a formação de todos os alunos no Ensino Básico mas no Ensino Secundário existem percursos formativos em que é dispensada. A Matemática A é disciplina obrigatória da componente da formação específica dos Cursos Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas. No Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais, a Matemática B é uma disciplina opcional, tal como é opcional a disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS) no Curso Científico-Humanístico de Línguas e Humanidades. Analisando os dados relativos ao ensino público, a disciplina de Matemática A regista um número considerável de alunos matriculados, na ordem dos 30 000 em cada ano letivo. Nos últimos dez anos letivos, o número de alunos avaliados nesta disciplina no 10.º ano variou entre 29 293, em 2015/16, e 37 908, em 2012/13, enquanto no 12.º ano a variação foi entre 22 483, em 2015/16, e 29 010, em 2014/15 (quadro 1). Podemos ainda verificar que tem vindo a aumentar o número de alunos matriculados na disciplina

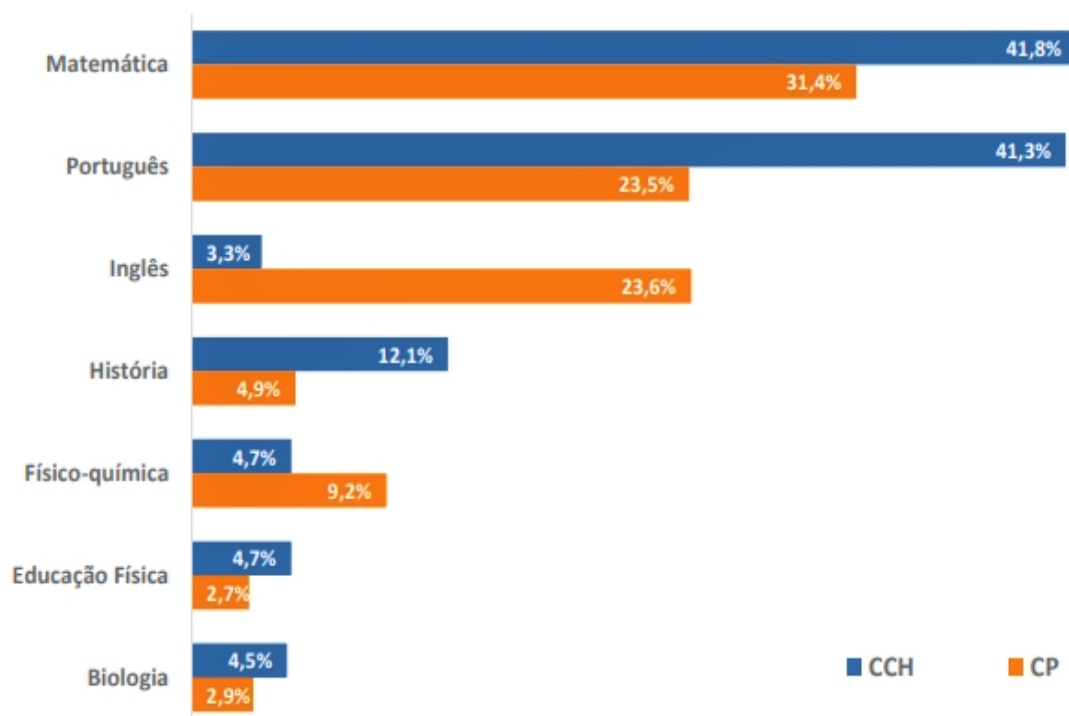
de MACS, de 7569 alunos avaliados, no 10.º ano, e 6798, no 11.º ano, em 2008/09, para 10 381, no 10.º ano, e 8302, no 11.º ano, em 2017/18 (quadro 1). Com uma variação em sentido inverso, o número de alunos avaliados na disciplina Matemática B, tem vindo a diminuir passando dos 2170, no 10.º ano, e 1890, no 11.º ano, em 2008/09, para 602, no 10.º ano, e 534, no 11.º ano, em 2017/18 (quadro 1).

Quadro 1 - Número de alunos avaliados no 3.º período, em Matemática A, Matemática B e MACS, de 2008/09 a 2017/18, no ensino público

Ano letivo	Matemática A			Matemática B		MACS	
	10.º	11.º	12.º	10.º	11.º	10.º	11.º
2008/09	36 532	29 168	24 175	2170	1890	7569	6798
2009/10	36 290	30 362	24 543	2141	1541	7106	6026
2010/11	35 515	30 184	25 035	2016	1490	7992	5516
2011/12	35 908	29 280	26 696	1859	1521	8198	6332
2012/13	37 908	31 167	27 942	1565	1592	9171	6772
2013/14	36 326	32 034	28 727	1239	1250	10 091	7550
2014/15	35 733	30 139	29 010	1094	963	10 229	8003
2015/16	29 293	24 473	22 483	799	713	8273	6748
2016/17	36 512	30 476	29 611	719	847	11 231	8817
2017/18	31 663	27 490	25 739	602	534	10 381	8302

Fonte: DGEEC (2019)

É também relevante conhecer a visão dos alunos sobre a forma como encaram as disciplinas. Quando questionados sobre aquelas em que tiveram mais dificuldades ao longo do ano letivo, em 2017/18, a Matemática foi a mais referida, tanto pelos alunos dos CCH (41,8%) como pelos alunos dos cursos profissionais (CP) (31,4%), contrastando com a disciplina de Inglês que foi muito mais referida pelos estudantes dos CP (23,6%) do que pelos alunos dos CCH(3,3%) (figura 9).

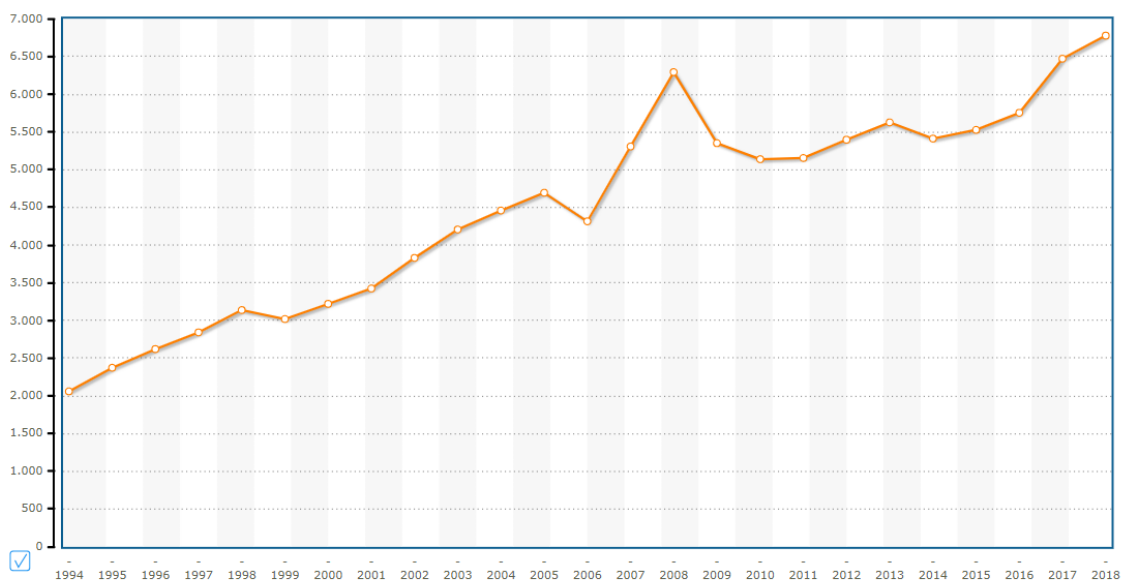


Fonte: Fernandes e colegas (2019, p. 17)

Figura 9 – Gráfico das percentagens de estudantes que indicam a disciplina com maior grau de dificuldade, por oferta de educação e formação

Relativamente ao Ensino Superior, segundo o relatório *Eurydice*⁵ (Rede Eurydice, 2012), Portugal foi o único país do estudo com uma clara tendência de crescimento do número de diplomados em Matemática, Ciências e Tecnologia, enquanto a tendência da União Europeia foi a de queda ligeira entre 2000 e 2009. Esta tendência pode ser observada no gráfico da figura 10 onde se verifica um aumento de 2060 diplomados em Ciências, Matemática e Informática no ano de 1994, para 6778 diplomados nas mesmas áreas em 2018.

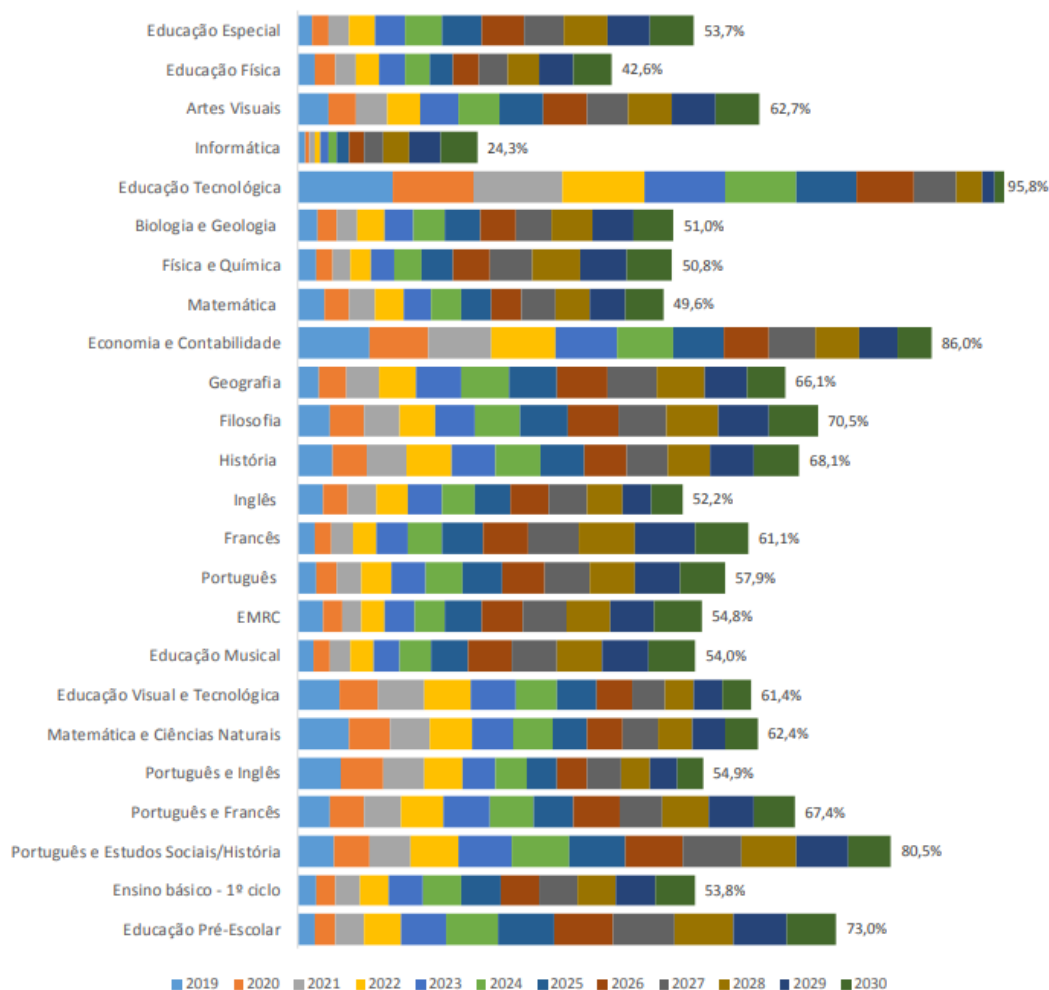
⁵O relatório “O Ensino da Matemática na Europa – Desafios Comuns e Políticas Nacionais”, produzido pela Agência de Execução relativa à Educação, ao Audiovisual e à Cultura (EACEA P9 Eurydice), da União Europeia (UE), reúne informação sobre o ensino da Matemática em 31 países (os 27 estados membros da UE em 2011, Islândia, Listenstaine, Noruega e Turquia) (Rede Eurydice, 2012).



Fonte: Adaptado de Pordata (2020b)

Figura 10 – Gráfico do número de diplomados no Ensino Superior nas áreas de Ciências, Matemática e Informática

Segundo o diagnóstico apresentado pelo CNE a propósito da *Recomendação sobre Qualificação e valorização de educadores e professores dos ensinos básico e secundário* (Faria, Santana, Figueiral & Ferro, 2019) um aumento do índice de envelhecimento da população docente poderá originar a saída de 30 000 professores, de todas as disciplinas, do sistema de ensino nos próximos oito anos (Faria et al., 2019). Outro estudo do CNE sobre o *Regime de Seleção e Recrutamento do Pessoal Docente da Educação Pré-Escolar e Ensinos Básico e Secundário* (CNE, 2019) aponta uma previsão para a percentagem de aposentações até 2030, entre os professores que lecionam Matemática, de 73,0% na Educação Pré-escolar, 53,8% no 1.º Ciclo, 62,4% no 2.º Ciclo e 49,6% no 3.º Ciclo e Secundário (figura 11).

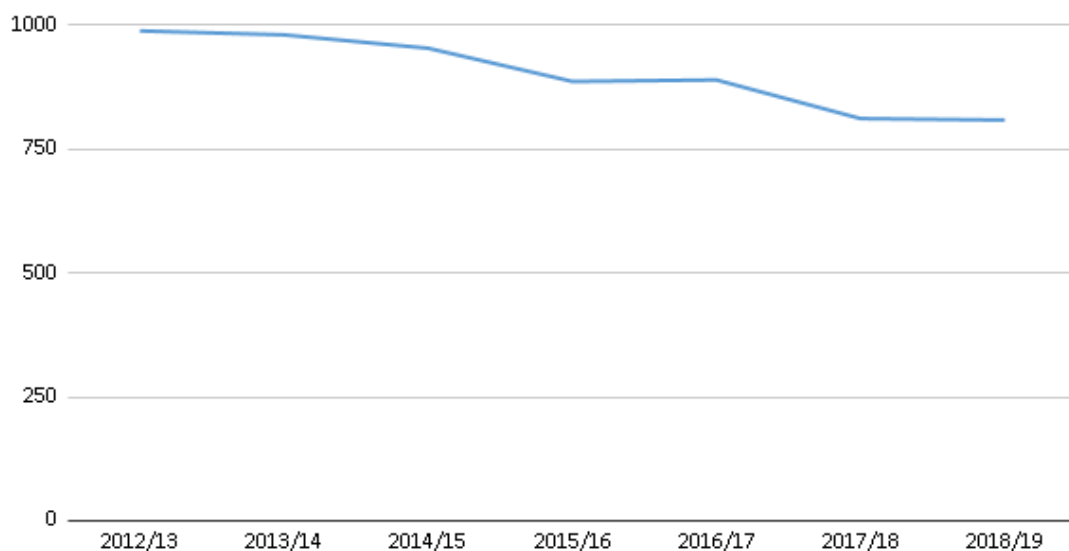


*foram apenas considerados os grupos de recrutamento com 500 ou mais docentes com 45 ou mais anos a 1 de setembro de 2019

Fonte de dados: DGEEC, 2019
Fonte: CNE

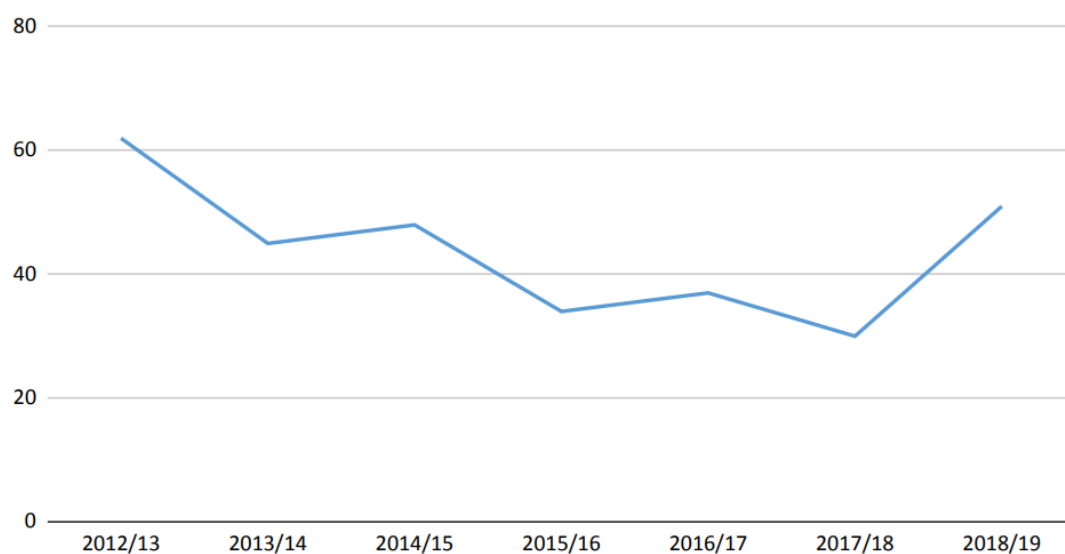
Figura 11 – Gráfico das percentagens de aposentações previstas por ano e por grupo de recrutamento

Associado a este fenómeno, dois outros fatores podem gerar num futuro próximo dificuldades relacionadas com adequação e qualidade da formação dos professores de Matemática. Por um lado, a diminuição continuada do número de inscritos em mestrados para a Educação Pré-escolar, 1.º e 2.º Ciclos que se verificou nos últimos anos (figura 12) e, por outro lado, o reduzido número de alunos inscritos nos cursos de Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário nas Universidades que em Portugal continental oferecem este curso que, a nível nacional, atingiu o mínimo de trinta em 2017/18 (figura 13).



Fonte: Dados recolhidos pelo GTM

Figura 12 – Gráfico do número de inscritos em cursos de formação inicial de professores e educadores que ensinam Matemática (Pré-escolar, 1.º Ciclo e 2.º Ciclo) (Portugal continental)



Fonte: Dados recolhidos pelo GTM

Figura 13 – Gráfico do número total de alunos inscritos em Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário (Portugal continental)

O Anexo 2 apresenta o número de alunos que se matricularam em cada mestrado em ensino para a Educação Pré-escolar e 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico entre os anos letivos de 2012/13 e 2018/19.

O insucesso na disciplina de Matemática é um problema que persiste no atual contexto e a intenção de contribuir para a sua resolução é explicitada no despacho que cria o GTM que produz o presente relatório:

Apesar das inúmeras iniciativas e medidas desenvolvidas ao longo do tempo, um dado preocupante continua a perpetuar nos 12 anos de escolaridade obrigatória: as elevadas taxas de retenção na disciplina de Matemática, que constituem um desafio ao qual urge dar resposta. (Despacho n.º 12 530/2018)

Tendo em conta a situação atual descrita, pretende-se com este relatório apresentar um conjunto de recomendações que contribua para a melhoria das aprendizagens em Matemática dos alunos em Portugal. O estudo realizado que fundamenta as recomendações organiza-se do seguinte modo:

- Uma análise dos documentos curriculares relativos à Matemática que vigoraram nos últimos 30 anos, do início dos anos 90 até à atualidade, em todos os níveis desde a Educação Pré-escolar ao final do Ensino Secundário, no qual se considera o ensino regular e o profissional, recaindo a análise nas diferentes dimensões de um currículo: finalidades e objetivos do ensino da Matemática, temas matemáticos, orientações metodológicas, recursos e avaliação;
- Uma análise de experiências curriculares inovadoras que contribuíram para identificar propostas com potencial relevante para a definição de recomendações para o futuro, em particular, dois projetos curriculares implementados em Portugal, o MAT₇₈₉ e o REANIMAT;
- Uma caracterização dos programas de Matemática em quatro países considerados de referência: Estados Unidos da América (estado de Massachusetts), Finlândia, Singapura e Estónia, incluindo uma comparação com o cenário português;
- Um olhar sobre vários programas que apoiaram o desenvolvimento curricular em contexto de mudanças de currículos/programas de Matemática, incluindo a discussão de questões sobre os manuais escolares, enquanto mediador curricular de relevo;
- Uma análise dos resultados dos desempenhos dos alunos portugueses em Matemática, tanto a nível da avaliação interna como da avaliação externa, e também da evolução dos seus resultados em estudos internacionais;
- Uma leitura de diferentes estudos e relatórios sobre o Ensino da Matemática, alguns realizados sobre o passado e/ou perspetivando o futuro.

Finaliza-se o presente relatório com a apresentação de um conjunto de recomendações para o currículo de Matemática, para as dinâmicas de desenvolvimento curricular, para a avaliação do desempenho dos alunos e para a formação de docentes.

2.

A Matemática na Educação Pré-escolar

Este capítulo tem por objetivo apresentar as orientações curriculares relativas à Matemática no âmbito da Educação Pré-escolar, que se destina às crianças com idades compreendidas entre os três anos e a idade de ingresso no Ensino Básico. A frequência da Educação Pré-escolar é facultativa, estando consagrada a sua universalidade a partir dos quatro anos de idade (Lei n.º 65/2015, de 3 de julho).

Começamos por historiar brevemente o caminho da Educação Pré-escolar em Portugal, de seguida dedicamos especial atenção aos dois únicos documentos curriculares que existiram com indicações para a abordagem da Matemática neste contexto — as primeiras Orientações Curriculares para Educação Pré-escolar (OCEPE), publicadas em 1997, e as que estão atualmente em vigor, publicadas em 2016 — e concluímos o capítulo com uma apreciação da evolução da Matemática nas OCEPE.

2.1. Contextualização

A LBSE vem reconhecer o papel da Educação Pré-escolar no Sistema Educativo (Lei n.º 46/86, de 14 de outubro), com a criação de uma rede nacional de educação de infância, na dependência do Ministério da Educação e Cultura, que permita a todas as crianças o acesso à educação. Mas seriam precisos mais de onze anos para que se publicasse o seu ordenamento jurídico na Lei Quadro da Educação Pré-escolar (Lei n.º 5/97, de 10 de fevereiro). No artigo 2.º, assume o princípio geral de que a Educação Pré-escolar integra a Educação Básica, complementando a ação educativa da família, com vista a uma plena inserção da criança na sociedade:

A Educação Pré-escolar é a primeira etapa da educação básica no processo de educação ao longo da vida, sendo complementar da acção educativa da família, com a qual deve estabelecer estreita cooperação, favorecendo a formação e o desenvolvimento equilibrado da criança, tendo em vista a sua plena inserção na sociedade como ser autónomo, livre e solidário. (Lei n.º 5/97, p. 670)

Esta Lei estabelece que a Educação Pré-escolar se destina a crianças com idades compreendidas entre os três anos e a entrada na escolaridade obrigatória.

Como objetivos da Educação Pré-escolar, a Lei n.º 5/97 considera, no seu Artigo 10.º:

- a) Promover o desenvolvimento pessoal e social da criança com base em experiências de vida democrática numa perspectiva de educação para a cidadania;
- b) Fomentar a inserção da criança em grupos sociais diversos, no respeito pela pluralidade das culturas, favorecendo uma progressiva consciência do seu papel como membro da sociedade;
- c) Contribuir para a igualdade de oportunidades no acesso à escola e para o sucesso da aprendizagem;
- d) Estimular o desenvolvimento global de cada criança, no respeito pelas suas características individuais, incutindo comportamentos que favoreçam aprendizagens significativas e diversificadas;
- e) Desenvolver a expressão e a comunicação através da utilização de linguagens múltiplas como meios de relação, de informação, de sensibilização estética e de compreensão do mundo;
- f) Despertar a curiosidade e o pensamento crítico;
- g) Proporcionar a cada criança condições de bem-estar e de segurança, designadamente no âmbito da saúde individual e colectiva;
- h) Proceder à despistagem de inadaptações, deficiências e precocidades, promovendo a melhor orientação e encaminhamento da criança;
- i) Incentivar a participação das famílias no processo educativo e estabelecer relações de efectiva colaboração com a comunidade.

No conjunto destes nove objetivos, revelam-se preocupações muito diversas, nas quais destacamos, pelo interesse neste estudo, as alíneas d), e) e f), que se dirigem ao desenvolvimento da criança no plano sociocognitivo, prevendo que esta possa fazer aprendizagens significativas e variadas, que favoreçam a sua curiosidade e pensamento crítico, bem como o desenvolvimento da comunicação através da utilização de linguagens que permitam a relação com o mundo e a sua compreensão.

As primeiras OCEPE⁶ surgiram ainda em 1997, na sequência da Lei Quadro da Educação Pré-escolar. Até então, o Ministério tinha publicado alguns documentos com “linhas pedagógicas orientadoras”, mas que não tinham o estatuto de orientações curriculares (Rodrigues, 2015).

⁶ A versão final é da autoria de Isabel Ramos Silva (coord.) e do Núcleo de Educação Pré-escolar do Ministério da Educação (NEPE). Faremos a sua referência como Silva e NEPE (1997).

Estas primeiras OCEPE⁷ apresentam como finalidade promover a melhoria da qualidade da Educação Pré-escolar. Uma das suas ideias-chave tem a ver com a consideração da especificidade e importância absoluta desta educação, não ao serviço da preparação para a etapa seguinte, a escola, mas como o início de uma educação que se prolonga para a vida e que deve garantir condições para um progresso bem sucedido:

Não se pretende que a Educação Pré-escolar se organize em função de uma preparação para a escolaridade obrigatória, mas que se perspective no sentido da educação ao longo da vida, devendo, contudo, a criança ter condições para abordar com sucesso a etapa seguinte. (Silva & NEPE, 1997, p. 17)

Estas orientações curriculares resultaram de um debate alargado que durou cerca de dois anos e permitiu progressivas revisões. No que diz respeito à sua implementação, foram recomendadas no ano letivo de 1997/98, tendo carácter vinculativo a partir de 1998/99. Previamente, já no texto do despacho, a sua revisão no ano letivo de 2001/02, mas esta não se viria a concretizar senão muito mais tarde.

Estas OCEPE⁸ são compostas por três partes. Começam por apresentar os princípios gerais que as enquadram, enunciados na Lei Quadro da Educação Pré-escolar e já atrás explicitados, seguem-se os fundamentos e a organização das orientações, e terminam com as orientações concretas para o educador orientar a sua prática. Desta forma, pode considerar-se que as OCEPE se constituem como um currículo global.

No que diz respeito aos fundamentos, as OCEPE consideram quatro: 1) O desenvolvimento e a aprendizagem são dimensões indissociáveis; 2) A criança é sujeito do processo educativo, devendo ser valorizado o que já sabe na construção de novas aprendizagens; 3) O saber constrói-se de forma articulada, devendo as diferentes áreas ser abordadas de forma globalizante e integrada; 4) Todas as crianças devem ter uma resposta, devendo adotar-se uma pedagogia diferenciada e centrada na cooperação.

As OCEPE perspetivam o desenvolvimento curricular como uma responsabilidade do educador, que deve considerar de forma articulada diversos aspetos. São explicitados os objetivos gerais da Lei Quadro, a organização do ambiente educativo em que se inscreve a prática educativa (incidindo sobre a organização do grupo, do espaço e do

⁷ Aprovadas através do Despacho n.º 5220/97, publicado no Diário da República, n.º 178, 2.ª série, de 4 de agosto.

⁸ Publicadas no anexo ao Despacho n.º 5220/97.

tempo, do estabelecimento educativo e da relação com os pais e outros parceiros), a continuidade educativa e a intencionalidade educativa e as áreas de conteúdo consideradas como referências gerais para o planeamento e avaliação das situações e oportunidades de aprendizagem (Silva & NEPE, 1997).

2.2. A Matemática nas primeiras Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar — 1997

É no âmbito das áreas de conteúdo das OCEPE que surge a Matemática. Na realidade, as OCEPE distinguem três áreas de conteúdo: a área de Formação Pessoal e Social; a área de Conhecimento do Mundo; e a área de Expressão/Comunicação. Entre estas áreas, são estabelecidas relações, nomeadamente entre a área de Conhecimento do Mundo e a área de Expressão/Comunicação:

Sendo o domínio destas linguagens importante em si mesmo, elas também são meios de relação, de sensibilização estética e de obtenção de informação. Deste modo, a área de expressão e comunicação constitui uma área básica que contribui simultaneamente para a formação pessoal e social e para o conhecimento do mundo. Por seu turno, a área do conhecimento do mundo permite articular as outras duas, pois é através das relações com os outros que se vai construindo a identidade pessoal e se vai tomando posição perante o «mundo» social e físico. Dar sentido a esse «mundo» passa pela utilização de sistemas simbólico-culturais. (Silva & NEPE, 1997, p. 21)

A área de Expressão/Comunicação compreende, por sua vez, três domínios: a) o domínio das expressões com diferentes vertentes — expressão motora, expressão dramática, expressão plástica e expressão musical; b) o domínio da linguagem e abordagem da escrita; e c) o domínio da Matemática. Desta forma, a Matemática é apresentada como uma linguagem que serve a comunicação, a par da língua materna e das expressões artísticas. Isto mesmo é reconhecido no próprio documento, onde se afirma: “O domínio da Matemática, considerado como uma outra forma de linguagem, faz também parte da área de expressão e comunicação” (Silva & NEPE, 1997, p. 21). Assim, como **objetivo** de abordagem da Matemática parece ser privilegiado o seu papel como linguagem.

O livro completa as Orientações Curriculares com uma segunda parte, designada de

Intervenção Educativa, onde surge mais detalhado o domínio da Matemática, a partir da página 73. Aqui já se reconhece a Matemática como mais do que uma linguagem, valorizando-se o seu papel ao nível da estruturação do pensamento:

As crianças vão espontaneamente construindo noções matemáticas a partir das vivências do dia-a-dia. O papel da Matemática na estruturação do pensamento, as suas funções na vida corrente e a sua importância para as aprendizagens, determina a atenção que lhe deve ser dada da educação pré-escolar, cujo quotidiano oferece múltiplas oportunidades de aprendizagens matemáticas. (Silva & NEPE, 1997, p. 73)

No que diz respeito a **conteúdos matemáticos**, as OCEPE 1997 contemplam diversos domínios, justificando a seleção de muitos dos conhecimentos referidos com o contributo que dão para que as crianças lidem com “princípios lógicos”, sendo esta uma preocupação muito enfatizada. Assim, é dado grande destaque à classificação, “que constituiu a base” (Silva & NEPE, 1997, p. 74) para formar conjuntos de acordo com critério(s) pré-estabelecidos. Os números são também objeto de aprendizagem, referindo-se a importância da construção da “noção de número” (Silva & NEPE, 1997, p. 74).

Encontrar formas e padrões é também reconhecido como uma oportunidade para o desenvolvimento do raciocínio lógico, sendo explicitados “padrões repetitivos”, como os dias da semana, ou “padrões não repetitivos”, como a sequência dos números naturais. A noção de tempo, associada a reconhecimento de ritmos distintos, é também abordada, bem como a noção de medida, sugerindo-se medições com unidades não convencionais (pau, fita, corda, ...) “ou com referência ao metro como medida padrão (fitas métricas, régua graduada)” (Silva & NEPE, 1997, p. 77). Existem também referências à introdução das “medidas de capacidade” (Silva & NEPE, 1997, p. 77), a partir de brincadeiras com água, e a lidar com pesagens, pesando e comparando pesos, nomeadamente no contexto do “jogo simbólico” associada a ir às compras, contexto igualmente proposto para utilizar dinheiro.

No que diz respeito a **orientações metodológicas** associadas à Matemática, as OCEPE recomendam que o educador parta das situações do quotidiano para apoiar o “desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, intencionalizando momentos de consolidação e de sistematização de noções matemáticas” (Silva & NEPE, 1997, p. 73). É valorizada a exploração de situações do dia-a-dia das crianças, em particular das vivências na instituição, tendo como “ponto de partida as actividades espontâneas e

lúdicas das crianças”, nomeadamente na exploração “do espaço e do tempo” (Silva & NEPE, 1997, p. 73). As OCEPE solicitam ainda ao educador que “proporcione experiências diversificadas às crianças, colocando questões que lhes permitam ir construindo noções matemáticas” (Silva & NEPE, 1997, p. 74). Entre estas experiências, as OCEPE valorizam a resolução de problemas, que perspetivam como “uma situação de aprendizagem que deverá atravessar todas as áreas e domínios em que a criança será confrontada com questões que não são de resposta imediata, mas que a levam a reflectir no como e no porquê” (Silva & NEPE, 1997, p. 78). Isto terá consequências a nível do desenvolvimento subjacente às áreas de Formação Pessoal e Social e de Conhecimento do Mundo, com as quais as OCEPE referem que a Matemática está “diretamente relacionada” (Silva & NEPE, 1997, p. 78) não tanto pelo alcançar de soluções corretas mas mais pelo fomentar do desenvolvimento do “raciocínio e espírito crítico”, através da reflexão coletiva que esta proporciona a partir da discussão das resoluções que diferentes crianças fazem dos problemas, em momentos de interação intencional com vista ao estabelecimento de ideias partilhadas. Como afirmam:

Importa que o educador proponha situações problemáticas e permita que as crianças encontrem as suas próprias soluções, que as debatam com outra criança, num pequeno grupo, ou mesmo com todo o grupo, apoiando a explicitação do porquê da resposta e estando atento a que todas as crianças tenham oportunidade de participar no processo de reflexão. (Silva & NEPE, 1997, p. 78)

Oferecem diversos exemplos de situações do quotidiano do jardim-de-infância que propiciam às crianças experiências que entendem desejáveis, e que potenciam o surgimento de conceitos matemáticos — por exemplo, associadas à exploração do espaço exterior às crianças, que permitem tanto aperceber-se e consciencializar-se de noções topológicas (perto, longe, ...), como reconhecer e representar formas no domínio da Geometria que implicam classificação.

Os **recursos** são considerados como muito importantes, sendo referidos jogos, materiais manipuláveis polivalentes como “materiais de construção” (legos, cubos e similares) e outros materiais dirigidos a um fim específico. Entre estes, situam-se os relacionados com a concretização de quantidades e operações (material Cuisenaire e material multibásico), com a lógica (blocos lógicos), e com a geometria (geoplano). Um apontamento refere também a vantagem de serem usados materiais da vida diária.

Não existe nas OCEPE qualquer referência à **avaliação** das aprendizagens ou desenvolvimento das crianças na área da Matemática. Aliás, a atenção oficial à avaliação na Educação Pré-escolar só viria a ser concretizada em 2011.⁹

2.3. A Matemática nas atuais Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar — 2016

Após 1997, o novo documento curricular que volta a contemplar indicações específicas sobre a aprendizagem da Matemática na Educação Pré-escolar são as novas OCEPE (Silva, Marques, Mata & Rosa, 2016), publicadas em 2016, em vigor desde 2016/17¹⁰. Desta vez é assumida uma equipa de quatro autoras¹¹, sendo sua coordenadora a responsável pelo documento anterior. Estas novas OCEPE 2016 justificam-se com a necessidade de apoiar a construção e gestão do currículo no jardim-de-infância, todavia assumido como responsabilidade de cada educador, em colaboração com a equipa educativa do respetivo estabelecimento de educação. Desta forma, está prevista margem para flexibilidade e autonomia curricular.

Estas OCEPE pretendem também dirigir-se às crianças com idade inferior a três anos, argumentando a favor da unidade e sequência em toda a pedagogia para a infância, a ser orientado pelos mesmos princípios comuns para o desenvolvimento da ação pedagógica em creche e jardim-de-infância.¹²

O documento segue uma estrutura idêntica ao anterior e continua a dar à Matemática o lugar de domínio da Área de Expressão e Comunicação – entendida como área básica, “uma vez que engloba diferentes formas de linguagem que são indispensáveis para a criança interagir com os outros, dar sentido e representar o mundo que a rodeia” (Silva

⁹ Acontece com a publicação da Circular n.º 4/DGIDC/DSDC/2011. Na realidade, após a publicação das primeiras OCEPE, seguiu-se a publicação de muitos outros documentos ministeriais que as complementaram, nomeadamente o Perfil Geral de Desempenho Profissional do Educador (DL n.º 241/2001, de 30 de agosto), e a Gestão do Currículo na Educação Pré-escolar (Circular n.º 17/DSDC/DEPEB/2007, de 10 de outubro).

¹⁰ Despacho n.º 9180/2016, em DR n.º 137/2016, de 19 de julho.

¹¹ Isabel Lopes da Silva (coord.), Liliana Marques, Lourdes Mata e Manuela Rosa.

¹² Despacho n.º 9180/2016.

et al., 2016, p. 6).

Na realidade, pese embora exista uma revisão nas áreas de expressão e comunicação no que diz respeito ao domínio das expressões artísticas, à Matemática é reservado o mesmo estatuto que em 1997: um domínio das áreas de expressão/comunicação.

Assim, como **objetivo principal** para a abordagem da Matemática é relevado o seu papel enquanto linguagem que contribui para que a criança possa interpretar e falar sobre o mundo e a vida do dia-a-dia, embora em simultâneo seja reconhecido o papel da Matemática na estruturação do pensamento, fundador das aprendizagens futuras:

Tendo a Matemática um papel essencial na estruturação do pensamento, e dada a sua importância para a vida do dia a dia e para as aprendizagens futuras, o acesso a esta linguagem é fundamental para a criança dar sentido, conhecer e representar o mundo. (Silva et al., 2016, p. 6)

A valorização da Matemática como linguagem é reforçada quando as OCEPE definem experiências que a criança deve ter, em particular a seguinte:

Expressa as suas ideias, para criar e recriar atividades, materiais e situações do quotidiano e para encontrar novas soluções para problemas que se colocam (na vida do grupo, na aprendizagem), com recurso a diferentes tipos de linguagem (oral, escrita, **matemática** e diferentes linguagens artísticas). (Silva et al., 2016, p. 43) (negrito acrescentado)

No entanto, na secção dedicada ao domínio da Matemática, as ideias sobre a aprendizagem da Matemática adquirem outra relevância, sendo reconhecida a importância da aprendizagem de ideias matemáticas desde os primeiros anos, e advogando-se o seu papel fundador nas aprendizagens futuras:

O desenvolvimento de noções matemáticas inicia-se muito precocemente e, na educação pré-escolar, é necessário dar continuidade a estas aquisições e apoiar a criança no seu desejo de aprender. Esse apoio deverá corresponder a uma diversidade e multiplicidade de oportunidades educativas, que constituam uma base afetiva e cognitiva sólida da aprendizagem da Matemática. Sabe-se que os conceitos matemáticos adquiridos nos primeiros anos vão influenciar positivamente as aprendizagens posteriores e que é nestas idades que a educação matemática pode ter o seu maior impacto. (Silva et al., 2016, p. 77)

Além disso, as OCEPE destacam o papel da Matemática enquanto possibilidade de interpretar e conhecer o mundo, quando sublinham que: “As crianças aprendem a matematizar as suas experiências informais, abstraindo e usando as ideias matemáticas

para criarem representações de situações que tenham significado para elas e que surgem muitas vezes associadas a outras áreas de conteúdo” (Silva et al., 2016, p. 77).

No que diz respeito aos **conteúdos do domínio da Matemática**, as OCEPE 2016 incidem sobre três áreas de conhecimentos matemáticos (Números e Operações, Organização e Tratamento de Dados, Geometria e Medida), adotando muitas das ideias expressas quer no documento *Metas de Aprendizagem na Educação Pré-escolar*¹³ que entretanto fora publicado pelo Ministério da Educação em 2006, quer nas brochuras de apoio para educadores de infância igualmente publicadas pelo Ministério da Educação (Castro & Rodrigues, 2008; Mendes & Delgado, 2008). Incluem ainda uma área relativa a atitudes: “Interesse e curiosidade pela Matemática”, incluída com a justificação de que a Matemática, tal como a Linguagem Oral e abordagem à escrita, “reenviam para conteúdos com especial relevo na educação escolar” (Silva et al., 2016, p. 47).

Desta forma, estas OCEPE ampliam significativamente o leque de conhecimentos matemáticos a abordar na Educação Pré-escolar, incluindo, pela primeira vez de forma explícita, o contacto com a área da Estatística.

Destacamos também uma outra evolução muito significativa: a própria abordagem aos conteúdos já previstos em 1997 é agora distinta. Na componente de Números e Operações, o foco no conceito de número nas OCEPE de 1997 é substituído pela ideia de sentido de número, que diz respeito à compreensão global e flexível dos números, das operações e das suas relações. Na componente de Geometria e Medida, ao invés do foco no conhecimento das formas e padrões e no processo de medir nas OCEPE de 1997, valoriza-se o desenvolvimento do sentido e da visualização espacial, de analisar e operar com formas geométricas e de construir padrões, e de identificar atributos mensuráveis nos objetos.

Já na componente de Organização e Tratamento de Dados, sublinha-se a importância da vivência do processo investigativo, com a recolha, organização e tratamento de dados para responder a questões que fazem sentido para as crianças. E por fim, na componente de Interesse e curiosidade pela Matemática, destaca-se a importância de despertar na criança o desejo de aprender Matemática e reconhecer a sua presença no mundo que a rodeia.

¹³ <http://metasdeaprendizagem.dge.mec.pt/metasdeaprendizagem.dge.mec.pt/educacao-pre-escolar/apresentacao/index.html>

Mas para além dos conhecimentos matemáticos, as OCEPE de 2016 referem-se também a outros conteúdos que designa de “processos gerais” transversais à abordagem da Matemática, que devem ser tidos em conta de forma continuada e intencional, a par da atenção a aspetos ligados a atitudes e disposições de aprendizagem favoráveis (curiosidade, atenção, imaginação, criatividade, autorregulação, persistência) ao desenvolvimento de várias noções matemáticas. Esses processos transversais são a classificação, a seriação, o raciocínio, e a resolução de problemas. Fazemos notar que os dois últimos são capacidades matemáticas transversais também referidas nos ciclos de escolaridade do Ensino Básico e Secundário, e considerados como uma experiência matemática relevante (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008).

Relativamente às **orientações metodológicas**, as OCEPE 2016 oferecem inúmeras ideias de como abordar a Matemática com as crianças, insistindo sempre no princípio de tomar como ponto de partida interesses e quotidiano das crianças, ligados à sua vivência diária. Além disso, apelam a que o educador proporcione experiências diversificadas, que desafiem as crianças com questões que lhes permitam construir noções matemáticas a partir da discussão conjunta e reflexão partilhada sobre as mesmas:

No jardim de infância, a aprendizagem das crianças requer uma experiência rica em Matemática, ligada aos seus interesses e vida do dia a dia, quando brincam e exploram o seu mundo quotidiano. O/A educador/a deverá proporcionar experiências diversificadas e desafiantes, apoiando a reflexão das crianças, colocando questões que lhes permitam ir construindo noções matemáticas e propondo situações problemáticas em que as crianças encontrem as suas próprias soluções e as debatam com as outras. (Silva et al., 2016, p. 77)

Também o brincar e o jogo são contextos recomendados para a exploração da Matemática por favorecerem o envolvimento da criança na resolução de problemas e oferecerem múltiplas oportunidades para o desenvolvimento do pensamento e raciocínio matemáticos.

Os **recursos** são muito valorizados nestas OCEPE, clarificando-se que a sua utilização deve potenciar o desenvolvimento do raciocínio, da resolução de problemas e da comunicação através do uso de representações múltiplas:

O desenvolvimento do raciocínio matemático implica o recurso a situações em que se utilizam objetos para facilitar a sua concretização e em que se incentiva a exploração e a reflexão da criança. A partir dessas situações a criança é encorajada a explicar e justificar as suas soluções, sendo a linguagem também essencial para a construção do pensamento matemático. Comunicar os processos

matemáticos que desenvolve ajuda a criança a organizar e sistematizar o seu pensamento e a desenvolver formas mais elaboradas de representação. (...) A disponibilidade e a utilização de materiais manipuláveis (colares de contas, cartões padronizados, tangram, material de Cuisenaire, miras, puzzles, dominós, legos, etc.) são um apoio fundamental para a resolução de problemas. (Silva et al., 2016, p. 78)

Relativamente à **avaliação das aprendizagens** pelas crianças, as OCEPE 2016 não se debruçam especificamente sobre o domínio da Matemática embora debatam extensamente o papel da avaliação em geral e formas de a concretizar, destacando o papel da avaliação formativa com vista ao progresso das crianças.

2.4. Apreciação da evolução da Matemática nas OCEPE

As OCEPE 2016 apresentam, no nosso entender, uma proposta adequada de abordagem da Matemática ao nível da Educação Pré-escolar, entendida como primeira etapa da Educação Básica no processo de educação ao longo da vida (Lei n.º 5/97, 10 de janeiro). Pese embora continuem a referir-se à Matemática como um domínio da Área de Expressão e Comunicação, aparentando, por tal, desta ciência uma visão redutora e anacrónica, acabam por revelar uma outra perspetiva sobre o seu papel e conteúdo nas aprendizagens nos primeiros anos, enfatizando-a como fundamental na estruturação do raciocínio e valorizando a aprendizagem de ideias matemáticas como forma de conhecer e entender o mundo. Assim, a perspetiva que é inicialmente vinculada no documento fica, de algum modo, compensada.

A abordagem à Matemática proposta pelas OCEPE 2016 contém diversos aspetos que valorizamos:

- Coloca a Matemática integrada e em relação com as outras áreas de conteúdo, dando especial valor às suas conexões com a vida diária e mundo real;
- Valoriza capacidades matemáticas essenciais como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática;
- Defende que as crianças devem vivenciar experiências matemáticas diversas e desafiantes;

- Foca conteúdos matemáticos relevantes, destacando conteúdos não só relacionados com Números e Operações, Geometria e Medida, mas também relacionados com Estatística, adotando uma visão apoiada em literatura específica neste domínio (Castro & Rodrigues, 2008; Mendes & Delgado, 2008).

Com esta proposta, as OCEPE 2016 aproximam-se do que é a abordagem à Matemática no nível equivalente à Educação Pré-escolar proposta por outros países que consideramos de referência e cuja análise desenvolvemos detalhadamente no capítulo 6. Tal é o caso de Singapura, que introduz a ideia de numeracia, explicando que esta “envolve o conhecimento e o uso de conceitos, capacidades e processos matemáticos de maneira que sejam formadas relações e conexões e sejam aplicados de forma significativa nas experiências do dia-a-dia” (Ministry of Education Singapore [MES], 2012a, p. 93), defendendo que a numeracia é uma das áreas a que as crianças devem ter acesso, de forma integrada com outras, diariamente. Tal é também o caso da Finlândia, que explicita que na Educação Pré-escolar: “O objetivo é garantir que a criança tenha gosto na invenção e aprendizagem em diferentes fases do seu pensamento matemático” (Finnish National Agency for Education [FNAE], 2017, p. 66) e elege conteúdos de aprendizagem de ideias matemáticas, nomeadamente associados ao Número (identificando números e quantidades no seu meio envolvente, expressando-se por palavras e símbolos numéricos), a Geometria (perceção do espaço e plano) e Medida (tempo...), valorizando igualmente a resolução de problemas e recomendando que as crianças sejam encorajadas a “descobrir, a considerar e a deduzir problemas do seu meio envolvente, e a encontrar soluções” (FNAE, 2017, p. 66).

Além disso, as OCEPE 2016 focam-se em aspetos essenciais que contribuem para ancorar as futuras aprendizagens matemáticas das crianças, permitindo o início da abordagem de ideias fundamentais que devem desenvolver-se progressivamente nos anos seguintes. Preocupam-se igualmente com o desenvolvimento de uma atitude favorável relativamente à Matemática que favoreça uma relação positiva da criança com esta área do saber.

Por último, destacamos ainda que as OCEPE de 2016 adotam uma abrangência de conteúdos curriculares que nos permitem considerá-las como um currículo para a Educação Pré-escolar, e descrevem-nos com um nível de detalhe suficiente mas não excessivo, proporcionando orientações concretas que, por um lado, nos parecem em

sintonia com o *Perfil dos Alunos à saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins, Gomes, Brocardo, Pedroso, Carillo, Silva, Encarnação, Horta, Calçada, Nery & Rodrigues, 2017) e, por outro, deixam ao educador o exercício da flexibilidade e autonomia curricular.

Uma nota final serve para destacar a necessidade absoluta de os educadores terem acesso a uma formação atualizada e de qualidade na área da Matemática e da sua Didática, que incorpore a evolução das orientações curriculares verificada nos últimos anos, perspectivada numa lógica de conexões com outras áreas curriculares.

3.

A Matemática nos Ensinos Básico e Secundário

Neste capítulo traçamos uma evolução das principais orientações dos currículos e programas especificamente dirigidos ao ensino da Matemática que estiveram em vigência desde o início dos anos 90 até à atualidade. Focamo-nos no Ensino Básico e no Ensino Secundário, que hoje em dia constituem o ensino obrigatório em Portugal¹⁴.

Clarificamos de seguida os conceitos de currículo e de programa que adotamos neste estudo, tendo consultado alguns especialistas (Pacheco, 1996; Ponte, Matos & Abrantes, 1998). Consideramos aqui como currículo um documento que se dirige ao ensino da Matemática, ainda que possa incluir também outras áreas disciplinares/disciplinas, abrangendo simultaneamente vários ciclos de escolaridade para os quais estabelece, de forma integrada e com ampla abrangência, várias dimensões que subjazem a uma racionalidade: princípios educativos para o ensino da Matemática; finalidades e objetivos justificados; conteúdos matemáticos com indicação da sua relevância; orientações metodológicas, incluindo propostas para o uso de recursos, coerentes com os objetivos e conteúdos de aprendizagem, e ainda orientações para a avaliação das aprendizagens matemáticas dos alunos. Consideramos como programa de Matemática um documento elaborado por ciclo e/ou ano de escolaridade, contendo as mesmas dimensões que um currículo, mas caracterizando-se por um menor nível de abrangência, focado exclusivamente na Matemática, e com um maior nível de detalhe.

3.1. A Matemática no Ensino Básico

Nesta secção pretendemos dar conta dos documentos curriculares relativos ao ensino da Matemática que no Ensino Básico foram e são referência desde o período posterior à

¹⁴ Em rigor, o ensino obrigatório termina aos 18 anos, prevendo-se que o estudante tenha cumprido o 12.º ano de escolaridade.

LBSE (Lei n.º 46/86, de 14 de outubro). Assim, referimos os Programas de Matemática elaborados no início dos anos 90, o Currículo Nacional do Ensino Básico de 2001, na componente relativa à Matemática, o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, referente ao período do Plano da Matemática, e, por fim, o Programa e Metas Curriculares do Ensino Básico de 2013, contemplando os documentos com impacto curricular recentemente surgidos no período da sua vigência (figura 14).

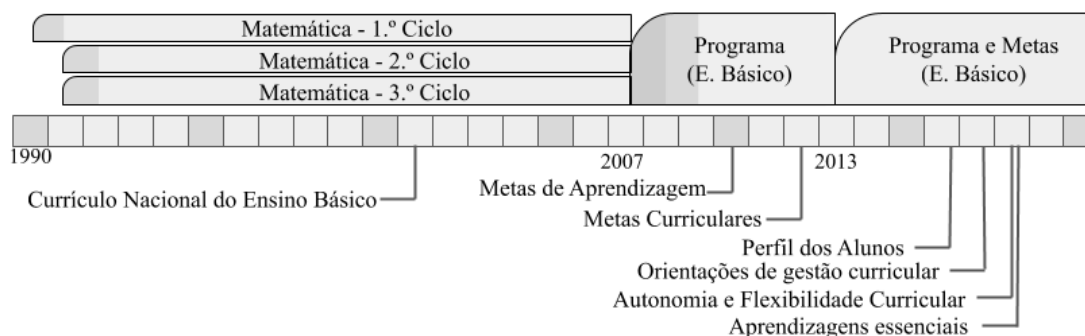


Figura 14 - *Timeline* dos documentos curriculares relativos ao ensino da Matemática no Ensino Básico

3.1.1. Programas de Matemática no Pós-Lei de Bases do Sistema Educativo — 1990, 1991

3.1.1.1. Contextualização

A reforma que se seguiu à LBSE marcou uma forte viragem nas orientações curriculares relativas a muitas das disciplinas, incluindo, em particular, a Matemática. Os novos programas que então apareceram no início dos anos 90, para todos os anos de escolaridade, eram diferentes na forma e no conteúdo do modelo curricular vigente nas duas décadas anteriores, que se caracterizava por ser uma lista com o elenco dos tópicos matemáticos a ser ensinados. Desde aí, de uma forma geral, os programas passaram a incluir outros aspetos para além dos conhecimentos matemáticos e a assumir perspetivas educativas sobre a aprendizagem da Matemática. De seguida, passamos em revista o que aconteceu relativamente à Matemática nos três ciclos do Ensino Básico.

3.1.1.2. Programa do 1.º Ciclo — 1990

O Programa de Matemática do 1.º Ciclo surge em 1990¹⁵ (Direção Geral do Ensino Básico e Secundário [DGEBS], 1990), integrado num volume único, que seria primeiramente designado de *Programa do 1.º Ciclo* e, nas edições posteriores, de *Organização Curricular e Programas. Ensino Básico – 1.º Ciclo*. Este volume¹⁶ contempla os programas de todas as áreas curriculares neste ciclo, constituindo-se, em nossa opinião, como um currículo para o 1.º Ciclo. O documento não está assinado, sendo assumido como do Ministério da Educação.

Este programa define três grandes **finalidades** para o ensino da Matemática no 1.º Ciclo, as quais enuncia transversalmente para todo o Ensino Básico: desenvolver a capacidade de raciocínio, de comunicação, e de resolução de problemas. Desta forma, adota o desenvolvimento de capacidades transversais como as suas finalidades.

Este programa assume que a “tarefa principal que se impõe aos professores é conseguir que as crianças desde cedo aprendam a gostar de Matemática” (DGEBS, 1990, p. 125). A preocupação com a imagem e relação das crianças com a Matemática está presente ao longo de todo programa, sendo sublinhado que esta área disciplinar deve ser vista, pelas crianças, como “*aliciante*” (DGEBS, 1990, p. 125).

O programa elege oito **objetivos gerais** para a área da Matemática, três dos quais dizem respeito a atitudes face à Matemática, como manifestar curiosidade e gosto ou explicar e confrontar as suas ideias, e os outros cinco referem-se a conhecimentos matemáticos ou capacidades, tais como efetuar medições ou resolver problemas aplicando as operações aritméticas ou noções de geometria. A resolução de problemas é claramente assumida como fundamental e transversal: “a resolução de situações problemáticas (numéricas e não numéricas) deverá constituir a actividade central desta área e estar presente no desenvolvimento de todos os tópicos” (DGEBS, 1990, p. 126). O programa sublinha o contributo da resolução de problemas no envolvimento ativo do aluno na construção do conhecimento, defendendo que esta “coloca o aluno em atitude activa de aprendizagem, quer dando-lhe a possibilidade de construir noções como resposta às interrogações

¹⁵ Aprovado pelo Despacho n.º 139/90, de 16 de agosto.

¹⁶ Com a publicação do Decreto-Lei n.º 6/2001, de 18 de janeiro, e do Currículo Nacional do Ensino Básico (DEB, 2001a) foram publicadas diferentes reedições, mas que não variaram no essencial nas diferentes áreas curriculares.

levantadas (exploração e descoberta de novos conceitos), quer incitando-o a utilizar as aquisições feitas e a testar a sua eficácia” (DGEBS, 1990, p. 126).

Em termos de **conteúdos**, o programa identifica três blocos: Números e Operações, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma. Os temas são apresentados por ano de escolaridade, com uma listagem de objetivos específicos, uns focados em conteúdos matemáticos e outros em experiências ou atividades a propor aos alunos.

No bloco Números e Operações, destaca-se o cálculo mental como “o primeiro dos recursos a utilizar para obter um resultado” (DGEBS, 1990, p. 133) e os algoritmos são considerados como “um dos meios auxiliares do cálculo de maior importância” (DGEBS, 1990, p. 133) a iniciar no 1.º Ciclo, salvaguardando, no entanto, que a sua aprendizagem deve surgir como “resultado de um longo trabalho com os números e as operações” (DGEBS, 1990, p. 133). Os algoritmos da adição, subtração e multiplicação são introduzidos no 2.º ano de escolaridade, sendo referida a representação horizontal no 1.º ano. Também no 2.º ano são introduzidas as notações “ $\frac{1}{2} \times$ e $2 \times$ para representar “metade de” e o “dobro de”” (DGEBS, 1990, p. 136) e “ $\frac{1}{4} \times$ como inverso de $4 \times$ ” (DGEBS, 1990, p. 136), surgindo assim, a partir desse ano de escolaridade, os números racionais não negativos no significado de operador.

No bloco Espaço e Forma inicia-se o estudo da Geometria pela exploração do espaço e dos sólidos geométricos e parte-se destes para a exploração das figuras planas. Como experiências a propor aos alunos sugere-se, entre outras, desenhar em papel quadriculado, explorar simetrias usando espelhos, representar figuras geométricas no geoplano ou construir maquetas.

No bloco Grandezas e Medidas o programa sugere a realização de medições, a comparação de valores de grandeza, a estimação, e outras experiências que conduzam à progressiva construção da noção de conservação de grandezas e sua seriação.

No que concerne a **orientações metodológicas**, o programa advoga que cabe ao professor organizar os meios e criar o ambiente para a aprendizagem. Referindo-se-lhe como “moderador”, destaca que é o professor quem “acolhe as respostas, pergunta ‘porquê’, lança pistas, aproveita o erro para formular novas perguntas e pede estimativas antes de ser encontrada a solução” (DGEBS, 1990, p. 126), valorizando assim uma dinâmica comunicativa na aula. Refere a importância de estimular capacidades como a comunicação, a observação, a criatividade e o sentido estético.

No que respeita a **recursos**, o programa sugere como materiais possíveis o próprio corpo, material disponível na sala de aula, material estruturado e não estruturado e o computador (especificamente a linguagem LOGO). Refere ainda a importância da exploração de jogos diversos.

Apesar de o programa não fazer qualquer referência à **avaliação** na área da Matemática, no capítulo da introdução apresenta uma referência geral à avaliação no 1.º Ciclo, assinalando que esta não deverá “traduzir-se em juízos prematuros e definitivos que discriminem desde logo o aluno, impedindo-o de alcançar sucesso” (DGEBS, 1990, p. 7) e que terá de centrar-se na evolução do percurso escolar do aluno, devendo ser construídos e utilizados “instrumentos de registo sistemático e partilhado” (DGEBS, 1990, p. 7).

3.1.1.3. Programa de Matemática do 2.º Ciclo — 1991

No 2.º Ciclo existem dois volumes, o primeiro denominado de *Organização Curricular e Programas (Volume I). Ensino Básico, 2.º Ciclo* (DGEBS, 1991a) e um segundo designado de *Programa de Matemática, Plano de Organização do Ensino Aprendizagem (volume II). Ensino Básico, 2.º Ciclo* (DGEBS, 1991b).

Assume-se neste programa que o ensino da Matemática tem “uma dupla função: Desenvolvimento de capacidades e atitudes; Aquisição de conhecimentos e de técnicas para a sua mobilização” (DGEBS, 1991a, p. 147), sendo que “a alteração fundamental [em relação aos programas anteriores] consiste em serem considerados conteúdos de aprendizagem tanto os conhecimentos a adquirir como as atitudes e as aptidões a desenvolver, o que implica necessariamente uma mudança de métodos” (DGEBS, 1991a, p. 147).

Os objetivos gerais são agrupados em três grandes domínios de aprendizagem: Atitudes/Valores, Capacidades/Aptidões e Conhecimentos, sendo que cada uma destas três vertentes se subdivide em quatro tópicos. Assim, as Atitudes/Valores, contemplam o desenvolvimento da confiança em si próprio; o desenvolvimento da curiosidade e o gosto por aprender; o desenvolvimento de hábitos de trabalho e persistência; e o desenvolvimento do espírito de tolerância e de cooperação. Relativamente a Capacidades/Aptidões consideram-se o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas; o desenvolvimento do raciocínio; o desenvolvimento da capacidade de

comunicação; e o desenvolvimento da capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. Por último, no que concerne aos Conhecimentos, consideram-se: a ampliação do conceito de número e o desenvolvimento do cálculo; o desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta; e o iniciar o aluno em processos e técnicas de tratamento de informação; e o desenvolvimento do conhecimento do espaço.

O programa propõe uma abordagem integrada dos temas e defende a suas vantagens em termos das aprendizagens dos alunos:

Um bloco temático em cada ano não deve ser tratado de uma só vez, nem independentemente dos conteúdos dos outros temas. Por um lado, a sua divisão em várias unidades torna-o mais flexível, permitindo diversas ligações e reabordagens do mesmo conceito em momentos diferentes; por outro, a interligação entre os conhecimentos possibilita uma visão dinâmica e integrada da disciplina. (DGEBS, 1991a, p. 165)

Os **conteúdos** a tratar no 5.º ano de escolaridade concentram-se nos temas: Geometria (40%); Números e Cálculo (50%); e Estatística (10%), sendo que no 1.º tema devem ser abordados: Sólidos Geométricos; Perímetro; Ângulos e Triângulos; Áreas; e Volumes. Para o 2.º tema, Números e Cálculo, refere-se o tratamento de: Números inteiros e números decimais; e Números racionais. Relativamente ao 3.º tema, Estatística, pretende-se que o aluno aprenda técnicas de recolha, organização e representação de dados estatísticos, referindo-se inclusive que “o estudo deste tema constitui uma excelente oportunidade para desenvolver o espírito de iniciativa e para a realização de trabalhos de grupo” (DGEBS, 1991b, p. 15).

No que concerne ao 6.º ano de escolaridade, consideram-se os temas de Geometria (46%); Números e Cálculo (32%); Estatística (10%); e, Proporcionalidade (12%). No tema de Geometria pretende-se tratar os Cilindros de revolução; Triângulos e Quadriláteros; Simetria em relação a uma reta; Áreas; e, Volumes, sendo que no tema Números e Cálculo o aluno deverá saber operar com números racionais absolutos; conhecer os números inteiros relativos; e, adicionar e subtrair números inteiros relativos. No bloco Estatística o aluno deve efetuar a recolha, organização e interpretação de dados; saber indicar a moda e calcular a média aritmética, e no tema Proporcionalidade pretende-se que o aluno reconheça situações de proporcionalidade direta.

Para o desenvolvimento destes conteúdos, são efetuadas propostas de roteiro para cada ano de escolaridade deixando, no entanto, margens de flexibilidade: “o professor e o grupo disciplinar poderão adoptar uma outra sequência que considerem mais adequada face à realidade da sua escola” (DGEBS, 1991b, p. 9).

As **orientações metodológicas** têm em conta “que numa mesma turma se encontram alunos com motivação, interesses e necessidades muito diversas” (DGEBS, 1991a, p. 163) e assim sendo é assumido que “os conceitos são construídos a partir da experiência de cada um e de situações concretas” e que “os conceitos são abordados sob diferentes pontos de vista e progressivos níveis de rigor e formalização” (DGEBS, 1991a, p. 163).

Este programa considera ainda como fundamentais o proporcionar regularmente a resolução de problemas, a criação de situações que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio indutivo, a promoção de atividades que estimulem e impliquem a comunicação oral e escrita, a interação com outras disciplinas e com situações da atualidade, a implementação de atividades com uma perspetiva histórica e a “possibilidade de largo uso de materiais diversificados” (DGEBS, 1991a, p. 166).

Assim, no que respeita a **recursos**, o programa refere “(...) a manipulação de materiais variados (objetos de uso corrente, modelos de sólidos geométricos, geoplano, puzzles,...)” (DGEBS, 1991a, p. 148), ou a utilização de “(...) instrumentos de medição e de desenho sempre que necessário e ainda, quando possível, programas para o computador” (DGEBS, 1991a, p. 148). É igualmente assumido que a calculadora “será então usada não só como instrumento de cálculo, mas também para experimentação e pesquisa” (DGEBS, 1991a, p. 149), não deixando de “considerar-se indispensável que os alunos efetuem cálculos com papel e lápis” (DGEBS, 1991a, p. 149).

Relativamente à **avaliação**, este programa dá-lhe “um carácter eminentemente formativo, favorecedor da progressão pessoal e da autonomia do aluno” e “integrada, no processo ensino-aprendizagem” (DGEBS, 1991a, p. 169), permitindo “ao aluno implicar-se no próprio processo e ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica.” (DGEBS, 1991a, p. 169), sendo para tal sugerida a utilização de grelhas de análise e de observação, listas de verificação, questionários de opinião, testes, etc., isto é, “instrumentos adequados e diversificados” (DGEBS, 1991a, p. 170).

3.1.1.4. Programa de Matemática do 3.º Ciclo — 1991

No 3.º Ciclo existem também dois volumes, o primeiro denominado de *Organização Curricular e Programas (Volume I). Ensino Básico, 3.º Ciclo* (DGEBS, 1991c) e um segundo designado de *Programa de Matemática, Plano de Organização do Ensino Aprendizagem (volume II). Ensino Básico, 3.º Ciclo* (DGEBS, 1991d).

À semelhança dos programas de Matemática para os ciclos de escolaridade anteriores, os objetivos gerais para o 3.º Ciclo continuam a estar agrupados em Valores/Atitudes, Capacidades/Aptidões e Conhecimentos. Ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, também considerada como um eixo organizador do ensino da Matemática (DGEBS, 1991c, p. 194), são referidos, tal como já acontecia para o 2.º Ciclo, o desenvolvimento do raciocínio e o da comunicação. O raciocínio passa por “Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos” (p. 176), bem como formular e validar conjecturas e argumentar. A comunicação inclui nomeadamente a interpretação de textos e diversas representações matemáticas e respetivo uso e ser capaz de se exprimir “com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática” (p. 177). A estas três capacidades é ainda acrescentada a que diz respeito à utilização da Matemática na interpretação e intervenção no real.

Em termos de **conteúdos**, são incluídos três blocos pela seguinte ordem: Geometria, Números e Cálculo, Funções e Estatística. Os temas são apresentados, sendo explicitados os respetivos subtemas associados a listagens de objetivos específicos. A sua distribuição por anos de escolaridade existe num outro volume.

No bloco da Geometria amplia-se “um conjunto de conhecimentos básicos” (DGEBS, 1991c, p. 179). Continua a haver a intencionalidade de se estabelecem ligações entre o Espaço e o Plano. Faz-se referência explícita à relação entre a aquisição de conhecimentos geométricos e as capacidades e aptidões a serem desenvolvidas:

É importante a realização de experiências, bem como a justificação de raciocínios, a resolução de problemas por construção e ainda a comunicação oral e escrita de processos de raciocínio utilizados, de conjecturas ou conclusões. (DGEBS, 1991c, p. 180)

Em Números e Cálculo continua-se o estudo dos números, nomeadamente alargando-os aos números racionais relativos, aos números irracionais relativos e chegando aos números reais e operações neste conjunto. É chamada a atenção para que a este nível de

escolaridade “novas destrezas e estratégias ganham o primeiro plano” (DGEBS, 1991c, p. 185), passando a incluir-se a determinação de valores aproximados, pesquisa de números e suas propriedades, mantendo-se o cálculo mental, nomeadamente através da estimação de resultados. As variáveis e o cálculo algébrico tomam um novo lugar neste programa.

No bloco das Funções e Estatística, é introduzido o conceito de função e feito o estudo da proporcionalidade direta e inversa, dando particular importância ao uso e relações entre as representações gráfica e algébrica. É explicitamente recomendada uma abordagem intuitiva às probabilidades, afirmando que a Estatística contribui para que o aluno crie uma outra perspectiva da Matemática, “não só a ciência do exacto, mas também a do aproximado, não só a ciência do certo, mas também a que procura as leis do incerto” (DGEBS, 1991c, p. 188).

As **orientações metodológicas**, que se podem ler neste programa, vão na linha do já referido anteriormente, ao que se acrescenta a necessidade de se praticar uma pedagogia diferenciada, tendo em conta a diversidade de alunos existentes numa mesma turma. Esta recomendação faz-nos refletir quão diminuta é a evolução que se faz sentir na escola, e no ensino da Matemática em particular, a ponto de, passados trinta anos, continuarmos a recomendar o mesmo como se de novo se tratasse. É ainda referido no programa que a História da Matemática pode contribuir para interessar os alunos pela disciplina, bem como, traduzida através de “actividades com uma perspectiva histórica” (DGEBS, 1991c, p. 196), poder constituir bons exercícios de “pesquisa de documentação” (DGEBS, 1991c, p. 196).

No que respeita a **recursos**, o programa recomenda diversos, justificando esta opção por “um programa que se pretende ligado à experiência e intuição pressupõe a possibilidade de largo uso de materiais diversificados” (DGEBS, 1991c, p. 197). Neste programa consideram-se as calculadoras como “instrumentos fundamentais para o desenvolvimento de aptidões ligadas ao cálculo” (DGEBS, 1991c, p. 197). Mas o programa vai ainda mais longe, assumindo de forma inequívoca que “A sua utilização faz parte integrante deste programa” (DGEBS, 1991c, p. 197). O computador, cujo uso se recomenda “sempre que oportuno e possível” (p. 197), é visto como uma ferramenta com potencialidades para recuperação e desenvolvimento, nomeadamente para realizar atividades de exploração e de pesquisa.

Por último, o programa recomenda que a **avaliação** das aprendizagens matemáticas dos alunos seja “formativa e contínua” (DGEBS, 1991c, p. 200) e cubra todos os domínios de aprendizagem: Valores/Atitudes; Capacidade/Aptidões, e Conhecimentos. Para que tal aconteça é, contudo, chamada a atenção para a necessidade de “uma mudança na escolha dos meios e instrumentos de avaliação” (p. 200).

3.1.2. O Currículo Nacional do Ensino Básico — 2001

3.1.2.1. Contextualização

Em 1996/97, o Ministério da Educação lança o *Projeto de Reflexão Participada sobre os Currículos do Ensino Básico*, na tentativa de responder “à dificuldade em promover o cumprimento de uma escolaridade obrigatória de nove anos bem sucedida” (Departamento da Educação Básica [DEB], 2001b, p. 35). No seguimento, foram introduzidas medidas de combate à exclusão no âmbito do Ensino Básico¹⁷ e foi criado o *Projeto de Gestão Flexível do Currículo*. No decurso, o Decreto-Lei n.º 6/2001, de 18 de janeiro, consagra uma nova organização curricular, assumindo o princípio da articulação entre os três ciclos do Ensino Básico e criando três novas áreas curriculares não disciplinares: área de projeto, estudo acompanhado e formação cívica.

Surge então o *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais* (CNEB) (DEB, 2001a), sendo este o primeiro documento que em Portugal se assume como um currículo, simultaneamente de âmbito geral e também focado nas disciplinas concretas. Constituído por um volume único, a coordenação geral é de Paulo Abrantes e são apresentadas as equipas que redigiram os documentos relativos às disciplinas.¹⁸

O CNEB introduz no vocabulário curricular o conceito de competência, definindo “o conjunto de competências consideradas essenciais e estruturantes no âmbito do desenvolvimento do currículo nacional, para cada um dos ciclos do Ensino Básico, o perfil de competências de saída deste nível de ensino, e, ainda, os tipos de experiências

¹⁷ Tais como a constituição dos Territórios Educativos de Intervenção Prioritária (Escolas TEIP), os currículos alternativos, os cursos de educação e formação profissional inicial, o Programa de Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-escolar e o novo Regime de Autonomia, Administração e Gestão das Escolas.

¹⁸ A equipa responsável pelo currículo de Matemática é composta por Cristina Loureiro, Fernando Nunes, Isolina Oliveira, Lurdes Serrazina e Paulo Abrantes (coord).

educativas que devem ser proporcionadas a todos os alunos” (DEB, 2001a, p. 3). Assumindo-se como “um instrumento essencial no processo de inovação”, defende uma forma mais flexível de encarar as orientações curriculares, propondo que estas deixem de ter uma lógica disciplinar e por ano de escolaridade e se foquem antes em competências a desenvolver e tipos de experiências a proporcionar por área disciplinar e por ciclo, “considerando o Ensino Básico como um todo” (DEB, 2001a, p. 3).

Depois de na parte introdutória discutir quais as competências gerais que todos os alunos devem alcançar no final da escolaridade obrigatória, que à data era o 3.º Ciclo, o CNEB prossegue disciplina a disciplina, definindo as competências específicas relativas a cada uma.

3.1.2.2. A Matemática no Currículo Nacional do Ensino Básico

O capítulo referente à Matemática apresenta as competências específicas relativas a esta disciplina, a qual perspetiva como “património cultural da humanidade e um modo de pensar” (DEB, 2001a, p. 57), defendendo-se que “a sua apropriação é um direito de todos” (DEB, 2001a, p. 57). Desta forma, valoriza o acesso à Matemática por todos os alunos.

Explicita duas **finalidades** principais da Matemática no Ensino Básico, ambas incluindo a preocupação do estabelecimento de uma relação positiva dos alunos com a Matemática:

(...) proporcionar aos alunos um contacto com as ideias e métodos fundamentais da Matemática que lhes permita apreciar o seu valor e a sua natureza, e desenvolver a capacidade e a confiança pessoal no uso da Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar. (DEB, 2001a, p. 58)

Explica a ideia de competência matemática com a promoção do desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes e não do “*adicionar* capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação e atitudes favoráveis à actividade matemática a um currículo baseado em conhecimentos isolados e técnicas de cálculo” (DEB, 2001a, p. 58).

Considera quatro domínios da Matemática (Números e Cálculo, Geometria, Estatística e Probabilidades e Álgebra e Funções) e, para cada um deles, apresenta a competência

matemática que todos devem desenvolver ao longo de todos os ciclos, bem como aspectos específicos de competência que complementam, na maioria dos casos (quadro 2), os aspectos gerais presentes em todos os ciclos.

Quadro 2 - Presença de aspectos específicos de competência por ciclo e por tema

Números e Cálculo	Geometria	Estatística e Probabilidades	Álgebra e Funções
1.º, 2.º e 3.º Ciclos	1.º, 2.º e 3.º Ciclos	2.º e 3.º Ciclos	3.º Ciclo

Desta forma, o CNEB vem alargar o leque de domínios matemáticos a abordar no 1.º Ciclo, considerando quer a Estatística e Probabilidades, quer a Álgebra que não eram contempladas no programa do 1.º Ciclo em vigor (DGEBS, 1990). Por exemplo, no que diz respeito à Estatística, todos os alunos de todos os ciclos passam a ter de desenvolver competência que abrange um conjunto diverso de aspectos (figura 15), em que cada um é formulado com referência integrada a capacidades, conhecimentos e atitudes, em sintonia com a ideia de competência.

- A predisposição para recolher e organizar dados relativos a uma situação ou a um fenómeno e para os representar de modos adequados, nomeadamente através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias;
- A aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas;
- A tendência para dar resposta a problemas com base na análise de dados recolhidos e de experiências planeadas para o efeito;
- A aptidão para realizar investigações que recorram a dados de natureza quantitativa, envolvendo a recolha e análise de dados e a elaboração de conclusões;
- A aptidão para usar processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatorios simples;
- A sensibilidade para distinguir fenómenos aleatórios e fenómenos deterministas e para interpretar situações concretas de acordo com essa distinção;
- O sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada.

Figura 15 - Competências gerais em Estatística e Probabilidades (DEB, 2001a, p. 64)

No domínio de Números e Cálculo, nos aspectos gerais a todos os ciclos surgem conteúdos relativos aos números e operações, cálculo mental e cálculo algorítmico, estimação, padrões numéricos, relações e resolução de problemas. Nos aspectos

específicos relativos a cada ciclo há a extensão dos conjuntos numéricos, a inclusão do raciocínio proporcional no 2.º Ciclo, e conteúdos como a proporcionalidade inversa, operações com potências e escrita de números em notação científica no 3.º Ciclo.

No domínio Geometria, os aspetos gerais incluem conteúdos que envolvem propriedades e relações geométricas, a visualização e raciocínio espacial, grandezas de medidas, estimativas e padrões geométricos. Enquanto no 1.º Ciclo se indicam aspetos relacionados com as figuras e propriedades geométricas, no 2.º Ciclo já se incluem as propriedades de figuras geométricas e no 3.º a igualdade e semelhança de figuras. Também relativamente às grandezas surge essa complexificação ao longo dos ciclos incluindo-se as fórmulas para o cálculo de áreas e volumes no 3.º Ciclo.

No domínio da Estatística e Probabilidades, a definição da competência a nível geral, inclui conteúdos relativos à recolha, organização e análise de dados, à interpretação de tabelas e gráficos e de fenómenos aleatórios e deterministas. Noções como frequência absoluta e relativa, moda e média aritmética são contemplados no 2.º e 3.º Ciclos e surgem as noções de moda, média aritmética, mediana, distribuições e os conceitos relativos às probabilidades.

No domínio da Álgebra e Funções, os aspetos gerais a todos os ciclos incluem padrões e regularidades, generalizações, relações numéricas e relações entre variáveis, representações, fórmulas e noções de correspondência e de transformação. Os aspetos específicos no 3.º Ciclo incluem fórmulas, equações, inequações, sistemas, funções e relações funcionais.

O CNEB apresenta **orientações metodológicas** vinculadas através das experiências de aprendizagem que propõe, também transversais a todos os ciclos mas a ser adequadas de acordo com a maturidade dos alunos, e que incluem a resolução de problemas, atividades de investigação, realização de projetos e jogos. Para além disso, destaca a importância de proporcionar aos alunos contacto com aspetos da história, do desenvolvimento e da utilização da matemática, através do “reconhecimento da Matemática na tecnologia e nas técnicas”, nomeadamente nas utilizadas em diversas profissões, e da realização de trabalhos de pesquisa sobre a matemática e os matemáticos. Sublinha ainda aspetos transversais da aprendizagem da Matemática a ser considerados nos diversos tipos de experiências a proporcionar aos alunos, como a comunicação matemática, a prática compreensiva de procedimentos, e a exploração de conexões.

Relativamente a **recursos**, o CNEB valoriza a utilização de materiais manipuláveis como recurso para a aprendizagem, sublinhando que estes constituem “um meio e não um fim” (DEB, 2001a, p. 71), e valoriza ainda o uso de tecnologias disponíveis por todos os alunos, como calculadoras desde as simples às gráficas, computador associado a programas de apoios ao trabalho com diferentes domínios da Matemática e ainda para utilizar as potencialidades educativas da *Internet*, sendo aqui referida pela primeira vez esta possibilidade.

Na disciplina de Matemática não são feitas referências explícitas à **avaliação**.

3.1.3. Programa de Matemática do Ensino Básico — 2007

3.1.3.1. Contextualização

Este programa surge enquadrado no *Plano de Ação para a Matemática*¹⁹ definido pelo Ministério da Educação em junho de 2006, sendo uma das medidas que, a par de outras, foi lançada com o propósito de melhorar as aprendizagens matemáticas dos alunos portugueses.

Assumindo-se como um “reajustamento do Programa de Matemática” (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007, p. 1) em vigor desde o início dos anos 90, o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) surge justificando a sua necessidade com três fatores: a articulação com o Currículo Nacional para o Ensino Básico (DEB, 2001a) que continha recomendações para o ensino da Matemática, a necessidade de melhorar a articulação entre os programas dos três ciclos do Ensino Básico, e o desenvolvimento do conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática nos últimos anos (Ponte et al., 2007). Por tal, consideramos que este documento, constitui na realidade um currículo para a Matemática, oferecendo uma visão de conjunto abrangente e fundamentada que prevê articulação horizontal e vertical entre os ciclos.

¹⁹ <https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Documentos/planoaccaomatematica.pdf>

Posteriormente, em 2008, surgem outros documentos curriculares associados ao PMEB. Os primeiros foram os *Percursos temáticos de aprendizagem*²⁰, que incluem sequências de tópicos a adotar em cada ano de escolaridade. Os autores do programa elaboraram dois percursos possíveis alternativos A e B, que introduziram a possibilidade de as escolas optarem por um deles, reduzindo decisões relativas ao desenvolvimento curricular a fazer pelos professores nas escolas, no quadro de dinâmicas de trabalho colaborativo.

Um outro documento curricular complementar ao PMEB, inscrito na estratégia global de desenvolvimento do currículo nacional pelo Ministério da Educação²¹, foi designado de *Metas de Aprendizagem*²², pretendia, no que à Matemática diz respeito, concretizar os desempenhos matemáticos que se esperava observar nos alunos em cada ano de escolaridade. Estas metas não eram assumidas como normativas, mas sim como instrumentos de apoio à gestão do currículo, disponibilizadas para serem utilizadas voluntária e livremente pelos professores no seu trabalho quotidiano. Estas metas de aprendizagem foram postas em discussão pública em 2009, homologadas e colocadas em experimentação no terreno em 2010, mas não tiveram tempo de ver concluída a versão final que nelas próprias se previa para 2013, tendo a sua experimentação sido interrompida quando se iniciou outra fase curricular que abordaremos mais à frente.

3.1.3.2. Orientações curriculares transversais a todos os ciclos no PMEB

O PMEB é elaborado por uma equipa²³ coordenada por João Pedro da Ponte, composta por nove autores entre os quais se contam quatro especialistas em Didática da Matemática, uma especialista em Matemática e outra em Estatística, e três professores do Ensino Básico, um de cada ciclo de escolaridade.

²⁰ Podem ser consultados em http://area.dge.mec.pt/materiais_NPMEB/programa.htm.

²¹ <http://metasdeaprendizagem.dge.mec.pt/metasdeaprendizagem.dge.mec.pt/sobre-o-projecto/apresentacao/index.html>

²² Para a Matemática do Ensino Básico a equipa foi constituída por Lurdes Serrazina (coord.), Ana Vieira Lopes, Hélia Oliveira, Hélia Sousa, Maria Irene Segurado, Maria Paula Teixeira, Renata Carrapiço e Rui Candeias.

²³ João Pedro da Ponte (coord.), Lurdes Serrazina, Henrique Manuel Guimarães, Ana Breda, Fátima Guimarães, Hélia Sousa, Luís Menezes, Maria Eugénia Graça Martins e Paulo Alexandre Oliveira.

O programa inicia-se com uma parte comum a todos os ciclos, onde explica transversalmente a sua proposta para o ensino da Matemática, reforçando a unidade do Ensino Básico. A partir da página 14, o documento apresenta-se por ciclos de escolaridade, em sintonia com o CNEB, focando-se nos temas matemáticos e nas capacidades transversais a abordar. Para cada um, o PMEB inclui os objetivos gerais de aprendizagem, um conjunto de indicações metodológicas específicas, tudo subordinado ao “propósito principal de ensino”, que “constitui a orientação principal de fundo que deve nortear o ensino respeitante ao tema ou capacidade respetiva” (Ponte et al., 2007, p. 1). Este conceito novo no léxico curricular reflete a articulação vertical do que é fundamental aprender em cada tema e por cada ciclo.

Após discutir o contributo da Matemática para o desenvolvimento pessoal do aluno, para a formação matemática necessária a outras disciplinas e ao prosseguimento dos estudos e para a “plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida” (Ponte et al., 2007, p. 3), o PMEB apresenta duas grandes **finalidades** fundamentais para o ensino da Matemática: “i) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; ii) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência” (Ponte et al., 2007, p. 3). Assim, a primeira finalidade vai ao encontro do desenvolvimento da competência matemática prevista no CNEB, focando-se na articulação de conhecimentos e capacidades, e a segunda valoriza o desenvolvimento de atitudes favoráveis dos alunos face à Matemática.

Noves **objetivos gerais** são enunciados com a introdução “Os alunos devem...”: 1) conhecer factos e procedimentos básicos da Matemática; 2) desenvolver uma compreensão da Matemática; 3) ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações; 4) ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático; 5) ser capazes de raciocinar matematicamente usando os conceitos, representações e procedimentos matemáticos; 6) ser capazes de resolver problemas; 7) ser capazes de estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas; 8) ser capazes de fazer Matemática de modo autónomo; e, 9) ser capazes de apreciar a Matemática (Ponte et al., 2007, pp. 5-7). De novo estes objetivos incidem sobre a aquisição de conhecimentos e desenvolvimento de

capacidades matemáticas diversas (incluindo, por exemplo, representar em matemática e estabelecer conexões), bem como sobre a necessidade de atitudes favoráveis relativamente à disciplina e à promoção de uma relação favorável do aluno com a mesma. Destacamos também a preocupação do PMEB com a compreensão matemática, a qual enfatiza.

Como **conteúdos** de aprendizagem, o PMEB introduz uma novidade, considerando em todos os ciclos, tanto temas matemáticos, como capacidades transversais. Reforça assim o papel das capacidades transversais como objeto de aprendizagem pelos alunos, com o mesmo estatuto que os conhecimentos matemáticos. Os temas matemáticos considerados são Números e Operações, Álgebra, Geometria e Organização e Tratamento de dados, e as capacidades transversais consideradas como conteúdos são a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Para cada conteúdo, o PMEB discrimina os tópicos matemáticos, os respetivos objetivos específicos de aprendizagem e sugere formas de abordagem e propostas de tarefas.

O programa apresenta **orientações metodológicas** gerais orientado pelo pressuposto que a aprendizagem “decorre do trabalho realizado pelo aluno e este é estruturado, em grande medida, pelas tarefas propostas pelo professor” (Ponte et al., 2007, p. 8). Em sintonia com o CNEB (DEB, 2001a), reforça que ao aluno devem ser proporcionados diversos tipos de experiências matemáticas, sublinhando que as oportunidades de desenvolvimento das capacidades transversais são “importantes orientações metodológicas para estruturar as actividades a realizar em aula” (Ponte et al., 2007, p. 9). Recomenda a realização de tarefas diversas como problemas, investigações, projetos, jogos e exercícios para a prática compreensiva de procedimentos, e a exploração de contextos matemáticos e não matemáticos e de situações realistas do quotidiano dos alunos. A nível da dinâmica de aula, destaca a importância das oportunidades de discussão de estratégias, confronto de resultados e institucionalização de conceitos e representações matemáticas: “Ouvir e praticar são actividades importantes na aprendizagem da Matemática mas, ao seu lado, o fazer, o argumentar e o discutir surgem com importância crescente nessa aprendizagem.” (Ponte et al., 2007, p. 9). O programa destaca ainda outras recomendações que dizem respeito ao papel das representações, da exploração de conexões, da valorização do cálculo mental, da História da Matemática e do papel da Matemática no mundo atual, assim como as diferentes formas de trabalho na sala de aula.

No que respeita aos **recursos**, o programa refere a importância da utilização de materiais manipuláveis na aprendizagem de diversos conceitos, principalmente no 1.º Ciclo, e o uso de instrumentos como a régua, esquadro, compasso e transferidor na aprendizagem da Geometria. Recomenda o uso de calculadoras e computadores, alertando que “não devem ser usados para a realização de cálculos imediatos ou em substituição de cálculo mental” (Ponte et al., 2007, p. 10).

Relativamente à **avaliação**, o programa avança bastantes ideias. Destaca o seu carácter formativo e regulador, considerando-a “um instrumento que faz o balanço entre o estado real das aprendizagens do aluno e aquilo que era esperado, ajudando o professor a tomar decisões ao nível da gestão do programa, sempre na perspectiva de uma melhoria na aprendizagem” (Ponte et al., 2007, p. 12). Sublinha que esta deve ser “congruente com o programa” e “constituir uma parte integrante do processo de ensino e aprendizagem”, “usar uma diversidade de formas e instrumentos” e “decorrer num clima de confiança em que os erros e as dificuldades dos alunos são encarados (...) de forma natural como pontos de partida para novas aprendizagens” (Ponte et al., 2007, p. 12). Por último, refere-se à avaliação sumativa como “um julgamento sobre as aprendizagens dos alunos”, que “implica uma interpretação sobre o grau em que os objectivos foram atingidos e uma tomada de decisão com vista ao futuro” (Ponte et al., 2007, p. 12).

3.1.3.3. Orientações curriculares para o 1.º Ciclo

Recordamos que todos os temas matemáticos e capacidades transversais são considerados pelo PMEB em todos os ciclos. No entanto, no 1.º Ciclo, existem duas exceções. O tema Álgebra não é considerado de forma explícita, embora surjam “as ideias algébricas (...) no trabalho com sequências, ao estabelecerem-se relações entre números e entre números e operações, e ainda no estudo das propriedades geométricas como a simetria” (Ponte et al., 2007, p. 7). A outra diferença é que o tema Medida aparece associado ao tema Geometria. Além disso, no 1.º Ciclo consideram-se duas etapas distintas (1.º e 2.º anos e 3.º e 4.º anos) na aprendizagem dos alunos.

O tema Números e operações apresenta o seguinte propósito de ensino: “Desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos” (Ponte et al., 2007, p. 13).

Este propósito introduz pela primeira vez a ideia de sentido de número nos documentos curriculares em Portugal, o qual define:

O sentido de número é aqui entendido como a capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, tais como 5, 10, 100 ou $1/2$, usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta de números. (Ponte et al., 2007, p. 13)

Na abordagem proposta encontram-se muitas diferenças relativamente ao programa anterior, dos quais salientamos exemplos. Nos primeiros dois anos é valorizado o cálculo numérico na representação horizontal e os algoritmos apenas são introduzidos nos 3.º e 4.º anos. Embora o tema Álgebra não faça parte do 1.º Ciclo, sublinha-se a importância de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. A utilização da calculadora é recomendada enquanto auxiliar “na exploração de regularidades numéricas, em tarefas de investigação e na resolução de problemas, ou seja, em situações em que o objectivo não é o desenvolvimento da capacidade de cálculo” (Ponte et al., 2007, p. 14).

Em Geometria e Medida, o propósito principal de ensino passa por desenvolver nos alunos “o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a noção de grandeza e respectivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversos” (Ponte et al., 2007, p. 20). Também aqui se encontra uma noção nova, a de sentido espacial, que é definida: “O sentido espacial envolve ainda as noções de orientação e movimento, desempenhando um papel importante na percepção das relações espaciais” (Ponte et al., 2007, p. 20).

Organização e tratamento de dados apresenta o seguinte propósito principal de ensino: “Desenvolver nos alunos a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos, assim como de os recolher, organizar e representar com o fim de resolver problemas em contextos variados relacionados com o seu quotidiano” (Ponte et al., 2007, p. 13). Sublinhamos que este tema robustece a abordagem à Estatística no 1.º Ciclo, que tinha sido apontada pela primeira vez apenas nos aspetos gerais comuns da competência matemática no CNEB (DEB, 2001a). A abordagem proposta valoriza que as crianças possam experimentar todo o processo investigativo associado a problemas

da sua realidade. Além disso, propõe a iniciação experimental à noção de situação aleatória e a compreensão informal de acontecimentos com diferentes valores de probabilidade.

As **capacidades transversais** tomam como propósito principal de ensino: “Desenvolver nos alunos as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemáticos e de as usar na construção, consolidação e mobilização dos conhecimentos matemáticos” (Ponte et al., 2007, p. 26). Recomenda-se a prática regular com diversos tipos de problemas e sublinha-se que estes podem constituir um ponto de partida para a abordagem de novos conceitos e ideias matemáticas, ou suporte para o seu desenvolvimento e aplicação. Refere-se a importância da justificação, da formulação e teste de conjecturas na promoção do raciocínio e acentua-se o papel da comunicação matemática, devendo os alunos ser incentivados a “expressar, partilhar e debater ideias, estratégias e raciocínios matemáticos com os colegas e com o professor” (Ponte et al., 2007, p. 30).

3.1.3.4. Orientações curriculares para o 2.º Ciclo

No 2.º Ciclo, Números e operações apresenta o propósito de ensino exatamente igual ao que havia sido considerado no 1.º Ciclo. Destacamos, pela diferença com o programa anterior, a proposta relativa aos números racionais, nomeadamente no que diz respeito a diferentes significados da representação em fração, e ao uso dos racionais com significado e adequado às situações a que dizem respeito, privilegiando-se a forma decimal na resolução de problemas do quotidiano por ser a realidade mais comum.

Em Geometria, o propósito principal de ensino acrescenta ao formulado para o 1.º Ciclo a ideia que destacamos: “Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a compreensão de grandezas geométricas e respetivos processos de medida” (Ponte et al., 2007, p. 36) e de o usar na resolução de problemas. Esta diferença justifica-se sobretudo pelo trabalho com a medida das amplitudes dos ângulos, continuando a considerar-se a importância da estimação de medidas para o desenvolvimento do sentido crítico dos alunos quanto à razoabilidade de um determinado resultado. Destacamos também a ênfase no desenvolvimento de aspetos do sentido espacial: “O raciocínio geométrico e a visualização espacial são capacidades a

aprofundar neste ciclo que, conjuntamente com o pensamento numérico, permitem desenvolver novas estratégias na resolução de problemas” (Ponte et al., 2007, p. 36).

Em *Organização e tratamento de dados*, o propósito principal de ensino reforça o do 1.º Ciclo nos aspetos que destacamos: “Desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas” (Ponte et al., 2007, p. 42). Sublinha-se aqui a realização de estudos que envolvem dados de natureza variada, e a ampliação das medidas estatísticas que contribuem para argumentar sobre decisões perante as situações em estudo.

A Álgebra, contemplada como tema autónomo pela primeira vez no 2.º Ciclo, apresenta como propósito principal de ensino: “Desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, bem como a capacidade de representar simbolicamente situações matemáticas e não matemáticas e de resolver problemas em contextos diversos.” (Ponte et al., 2007, p. 40). Destacamos que esta abordagem, informalmente iniciada no 1.º Ciclo, pressupõe a exploração de padrões, com a abordagem da sua lei de formação e uso de linguagem simbólica para a descrever.

As **capacidades transversais** tomam como propósito principal de ensino exatamente o adotado no 1.º Ciclo. Propõe o alargamento do repertório de estratégias de resolução de problemas, o desenvolvimento do raciocínio matemático, incluindo a formulação e teste de conjecturas e, no que diz respeito à comunicação, a evolução na forma de expressão de ideias e processos matemáticos, recorrendo a variedade de formas de representação matemática e progredindo no rigor adotado.

3.1.3.5. Orientações curriculares para o 3.º Ciclo

No 3.º Ciclo, o propósito de ensino relativo a Números e Operações mantém-se. A lógica de abordagem é a mesma, alargando-se o universo numérico considerado:

No 3.º Ciclo, o estudo dos números e operações é alargado, considerando-se os números inteiros e os números racionais, positivos e negativos, e introduzindo-se os números irracionais de modo a chegar ao conjunto dos números reais. Neste conjunto considera-se a relação de ordem $<$, os intervalos de números reais e o cálculo com valores aproximados. Estuda-se também a notação científica. (Ponte et al., 2007, p. 36)

Em Geometria, o propósito principal de ensino acrescenta ao formulado para os 1.º e 2.º Ciclos a ideia que destacamos: “Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a compreensão das transformações e da noção de demonstração” (Ponte et al., 2007, p. 36), bem como a sua utilização para resolver problemas. Espera-se que os alunos se familiarizem com o processo de demonstração matemática, nomeadamente ao demonstrarem relações que encontram ao realizarem atividades de investigação e ao avaliarem a correção matemática de demonstrações apresentadas pelos colegas e/ou pelo professor.

Em Organização e tratamento de dados, o propósito principal de ensino acrescenta ao do ciclo anterior: “desenvolver a compreensão da noção de probabilidade” (Ponte et al., 2007, p. 59). Isto significa que neste ciclo, para além de se ampliarem os reportórios das medidas estatísticas e das formas de representação de dados que favorecem a comparação de conjuntos de dados, se desenvolvem as noções de população e amostra, e formaliza-se a abordagem à probabilidade com o conceito de probabilidade de Laplace e o conceito frequentista de probabilidade.

A Álgebra amplia o propósito principal de ensino enunciado no 2.º Ciclo com os aspetos que destacamos: “Desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento algébricos, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos” (Ponte et al., 2007, p. 40). Isto significa que se alarga e aprofunda o estudo das relações, nomeadamente da proporcionalidade direta e inversa, ambas trabalhadas como funções. A partir do estudo de sequências, iniciado anteriormente, representa-se simbolicamente o termo geral.

As **capacidades transversais** tomam como propósito principal de ensino exatamente o adotado no 1.º Ciclo. A proposta é de aprofundamento do trabalho no ciclo anterior, nomeadamente com o desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo e o contacto com diversos métodos de demonstração matemática, bem como com o desenvolvimento da fluência e rigor na comunicação matemática.

3.1.4. Metas Curriculares e Programas de Matemática — 2012 & 2013

3.1.4.1. Contextualização

O programa de Matemática que viria a vigorar, a partir de 2013, para o Ensino Básico surge por um processo inédito em Portugal. Estando ainda os programas recentes de Matemática (Ponte et al., 2007) no primeiro ciclo de implementação, assiste-se a um processo de viragem governamental com repercussões a nível curricular na generalidade das disciplinas e, em especial, em Matemática. O *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais* (DEB, 2001a) é revogado sob o pretexto de conter “uma série de insuficiências que na altura foram debatidas, mas não ultrapassadas, e que, ao longo dos anos, se vieram a revelar questionáveis ou mesmo prejudiciais na orientação do ensino” (Despacho n.º 17169/2011, p. 50080). De seguida, o processo de experimentação das metas de aprendizagem, iniciado em 2010, é interrompido e, em seu lugar, o recente Ministério da Educação e Ciência (MEC) cria Metas Curriculares no Despacho em que vincula, como lhe chamou, um novo “currículo”. O Despacho afirma:

O desenvolvimento do ensino será orientado por Metas Curriculares nas quais são definidos, de forma consistente, os conhecimentos e as capacidades essenciais que os alunos devem adquirir nos diferentes anos de escolaridade ou ciclos e nos conteúdos dos respectivos programas curriculares. (Despacho n.º 5306/2012, 18 de abril)

No que toca à Matemática no Ensino Básico, as Metas Curriculares (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2012), colocadas em discussão pública e homologadas²⁴ no Verão de 2012, fizeram surgir um movimento de contestação bastante alargado²⁵ que criticava, entre outros aspetos, o facto essencial destas não estarem alinhadas com o Programa de Matemática em vigor. O MEC decide então revogar também este programa²⁶ a partir do ano letivo de 2013/14 e criar um outro, compatível com as Metas Curriculares que tornou “vinculativas”²⁷, sendo que esse novo programa deveria “agregar as Metas Curriculares de forma a constituir-se um documento único perfeitamente coerente”

²⁴ Despacho n.º 10874/2012, de 10 de agosto.

²⁵ Diversas entidades como a APM, a SPIEM, a SPE e um grupo de matemáticos da FCUL, o corpo de professores acompanhantes do PM emitiram pareceres desfavoráveis relativamente à versão pública das metas curriculares postas em discussão no dia 28 de junho de 2012.

²⁶ Despacho n.º 5165-A/2013, de 16 de abril.

²⁷ Despacho n.º 10874/2012, de 10 de agosto.

(Despacho n.º 5165-A/2013). Desta forma, o *Programa e Metas Curriculares de Matemática* (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2013), destinado ao Ensino Básico, homologado a 17 de junho de 2013, nasce com a definição primeira de tópicos matemáticos, elencados em listas por ano de escolaridade, através das Metas Curriculares homologadas em 2012, sendo só posteriormente complementado pelas finalidades e objetivos de aprendizagem da Matemática pelos alunos, num processo que nos parece inverso ao que é a definição de um programa baseado em princípios, onde os conteúdos surgem ao serviço da racionalidade curricular.

Posteriormente, em 2016, um novo Ministério da Educação (ME) publica *Orientações de Gestão Curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico* (OGC) motivadas pelo reconhecimento de que a adoção do Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico “suscitou um conjunto de questões e a sinalização de vários problemas por parte das Escolas e dos Professores, pondo em causa a exequibilidade destes documentos” (ME, 2016a, p. 2). Os principais problemas sinalizados prendiam-se com a extensão do Programa, com a antecipação de conteúdos, e com a inadequação de alguns conteúdos às faixas etárias.

Estas OGC fornecem indicações para a “flexibilização e gestão dos conteúdos” sem pretender substituir o programa em vigor, “o qual permanece integralmente vinculativo nos objetivos, conteúdos e conceitos que define” (ME, 2016a, p. 3).

Já em 2018, o ME faz surgir novos documentos designados por *Aprendizagens Essenciais* (AE). As AE surgem do “reconhecimento da extensão dos documentos curriculares (programas e metas)” (Despacho n.º 6944-A/2018), da tentativa de criar alguma articulação horizontal e vertical entre a diversidade de documentos curriculares existentes, e da procura de articulação com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*²⁸ (PA) (Martins et al., 2017), o qual se assume como orientação de referência relativamente à matriz de princípios, valores e áreas de competências a que deve obedecer o desenvolvimento do currículo dos Ensinos Básico e Secundário, estabelecido no Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho, com o qual se pretende, entre outros, permitir às escolas “dispor de maior flexibilidade na gestão curricular, com vista à dinamização de trabalho interdisciplinar, de modo a aprofundar, reforçar e enriquecer as *Aprendizagens Essenciais*”. Assim, as AE identificam as aprendizagens não

²⁸ Homologado pelo Despacho n.º 6478/2017, de 26 de julho.

dispensáveis que deverão ser realizadas em cada ano de escolaridade, de modo a permitirem uma flexibilização e gestão curriculares por parte das escolas e dos docentes. No despacho da sua criação, as AE são precisamente definidas como o conjunto comum de conhecimentos, capacidades e atitudes a desenvolver obrigatoriamente por todos os alunos em cada disciplina:

Estas aprendizagens essenciais correspondem a um conjunto comum de conhecimentos a adquirir, identificados como os conteúdos de conhecimento disciplinar estruturado, indispensáveis, articulados conceptualmente, relevantes e significativos, bem como de capacidades e atitudes a desenvolver obrigatoriamente por todos os alunos em cada componente do currículo ou disciplina, tendo em regra, por referência o ano de escolaridade ou de formação (Despacho n.º 6944-A/2018).

Desta forma, fica ao critério das escolas e dos professores a seleção de conteúdos curriculares estabelecidos no *Programa e Metas Curriculares* (Bivar et al., 2013) e correspondentes OGC (ME, 2016a) que poderão, além dos estabelecidos nas *Aprendizagens Essenciais*, ser abordados com os seus alunos. Como se pode ler na página eletrónica do Ministério da Educação:

Tendo sido construídas a partir dos documentos curriculares existentes, as AE são a base comum de referência para a aprendizagem de todos os alunos, isto é, o denominador curricular comum, nunca esgotando o que um aluno tem de aprender. (<http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-0>)

3.1.4.2. Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico — 2013

O *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* (Bivar et al., 2013), homologado como tal em junho de 2013, entra em vigor logo no ano letivo de 2013/14. O documento do Programa é composto por sete secções que se aplicam aos três ciclos do Ensino Básico. Complementa-se, como já referido, com documentos de *Metas Curriculares* por ciclo de escolaridade (Bivar et al., 2012), que discriminam os conhecimentos matemáticos por ano de escolaridade e por tema.

Embora o Programa não explicita exatamente os seus autores, elenca três equipas que terão contribuído para sua elaboração: uma equipa de coordenação pedagógica, constituída por duas docentes da área da Psicologia e Ciências da Educação²⁹; uma

²⁹ Helena Damião e Isabel Festas.

equipa de coordenação científica³⁰, constituída por quatro elementos, sendo dois docentes da área da Matemática no Ensino Superior e dois professores de Matemática do Ensino Básico/Secundário; e uma equipa de oito consultores, sendo seis docentes da área da Matemática, e dois professores, um do Ensino Básico e outro do Secundário. Já as Metas Curriculares têm autoria assumida: a equipa anteriormente designada de coordenação científica. Por uma questão de simplicidade e de identificação, referimo-nos a ambos os documentos, Metas Curriculares e Programa, como sendo da autoria de Bivar e colegas.

Na sua introdução, o programa assume sobre a aprendizagem da Matemática uma visão da Matemática como uma disciplina cumulativa, na qual o aluno progride por etapas, rumo à abstração, cujo papel sublinha. Defende que a abordagem à Matemática deve ser iniciada ancorada no “concreto” e ser feita de forma gradual, promovendo o gosto e o rigor:

É no entanto reconhecido que a aprendizagem da Matemática, nos anos iniciais, deve partir do concreto, pelo que é fundamental que a passagem do concreto ao abstrato, um dos propósitos do ensino da Matemática, se faça de forma gradual, respeitando os tempos próprios dos alunos e promovendo assim o gosto por esta ciência e pelo rigor que lhe é característico. (Bivar et al., 2013, p. 1)

O Programa apresenta três **finalidades** para o ensino da Matemática no Ensino Básico: a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade.

Refere que estas finalidades “só podem ser atingidas se os alunos forem apreendendo adequadamente os métodos próprios da Matemática” (Bivar et al., 2013, p. 2), alertando para o facto de que “uma visão vaga e meramente intuitiva dos conceitos matemáticos tem um interesse muito limitado e é pouco relevante” (Bivar et al., 2013, p. 2). Realça que é decisivo que se cultive, de forma progressiva e desde o 1.º Ciclo, “algumas características próprias da Matemática, como o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos ou a precisão dos resultados” (Bivar et al., 2013, p. 2).

Os **objetivos** deste programa começam por se reportar aos “desempenhos fundamentais que os alunos deverão evidenciar em cada um dos três ciclos de escolaridade básica”

³⁰ António Bivar, Carlos Grosso, Filipe Oliveira e Maria Clementina Timóteo.

(Bivar et al., 2013, p. 3). Estes desempenhos são expressos através de verbos “a que se atribuem significados específicos em cada ciclo e que servem de base à leitura dos descritores elencados nas Metas Curriculares” (Bivar et al., 2013, p. 3). A definição dos desempenhos difere nos três ciclos do Ensino Básico (quadro 3), em número e em nível de formalização exigido, à exceção do desempenho designado por *Saber*, formulado de forma igual em todos os ciclos, que corresponde a que o aluno conheça “o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta” (Bivar et al., 2013, p. 3). Fica a dúvida de qual o papel deste desempenho e de como pode ser apreciado num aluno.

Quadro 3 - Desempenhos exigidos aos alunos do Ensino Básico (Bivar et al., 2013)

1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
Identificar/designar	Identificar/designar	Identificar/designar
Estender	Estender	Estender
Reconhecer	Reconhecer	Reconhecer
Saber	Saber	Saber
—	—	Provar/Demonstrar
—	—	Estender
—	—	Justificar

Destacamos aqui que a enunciação de desempenhos é uma marca distintiva deste Programa, que nunca havia sido adotada em nenhum outro dos que o antecederam em Matemática. Ainda no que concerne aos desempenhos, este programa acrescenta que estes devem concorrer para “a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos, para a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático, para uma comunicação (oral e escrita) adequada à Matemática, para a resolução de problemas em diversos contextos e para uma visão da Matemática como um todo articulado e coerente” (Bivar et al., 2013, p. 4). Serão estes cinco aspetos os objetivos da aprendizagem da Matemática, dos quais explicitamos a visão relativamente aos mais comuns, os primeiros quatro, estando o quinto aspeto um pouco diluído no texto: “Vários objetivos gerais e respetivos descritores das Metas Curriculares foram concebidos de forma a estabelecer ligações entre conteúdos sem relação evidente entre si” (Bivar et al., 2013, p. 5).

Relativamente ao conhecimento de factos e de procedimentos, o programa valoriza neste objetivo a aquisição de automatismos, em especial de cálculo:

O domínio de procedimentos padronizados, como por exemplo algoritmos e regras de cálculo, deverá ser objeto de particular atenção no ensino desta disciplina. As rotinas e automatismos são essenciais à atividade matemática, uma vez que permitem libertar a memória de trabalho, de modo que esta se possa dedicar, com maior exclusividade, a tarefas que exigem funções cognitivas superiores. (Bivar et al., 2013, p. 6)

No que diz respeito ao raciocínio matemático, o programa assume que este é “por excelência o raciocínio hipotético-dedutivo” (Bivar et al., 2013, p. 4), embora reconheça que o raciocínio indutivo é fundamental para conjeturar. Alerta, no entanto, para os seus perigos, reduzindo o valor da formulação de conjeturas:

(...) o raciocínio indutivo não é apropriado para justificar propriedades, e, contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras, razão pela qual as conjeturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado (...). (Bivar et al., 2013, p. 4)

No que respeita à comunicação matemática, o programa recomenda a discussão oral dos enunciados dos problemas matemáticos e ainda que os alunos “devem ser incentivados a expor as suas ideias, a comentar as afirmações dos seus colegas e do professor e a colocar as suas dúvidas” (Bivar et al., 2013, p. 5). Refere a *redação escrita* como “parte integrante da atividade matemática” (Bivar et al., 2013, p. 5), incentivando a redação das “respostas, explicando adequadamente o seu raciocínio e apresentando as suas conclusões de forma clara, escrevendo em português correto e evitando a utilização de símbolos matemáticos como abreviaturas estenográficas” (Bivar et al., 2013, p. 5). Fica assim a interrogação sobre o valor que dá ao papel da escrita simbólica específica da Matemática.

No que diz respeito à resolução de problemas, o programa explicita o significado que lhe atribui, desconsiderando o papel dos problemas que envolvem os alunos em “exploração e descoberta”, os quais relega para “estratégias de motivação”. Desta forma, parece entender problemas como exercícios de aplicação, afirmando:

A resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, de conceitos e de relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (Bivar et al., 2013, p. 5)

Em particular, refere para o 1.º Ciclo que “o número de passos necessários à resolução de problemas vá aumentando de ano para ano” (Bivar et al., 2013, p. 5), remetendo assim para problemas que são resolvidos pela execução de uma ou mais operações sucessivas.

Na secção destinada aos **conteúdos**, o programa apresenta exclusivamente conhecimentos matemáticos, organizando-os por aquilo que designa de **domínios de conteúdo** (quadro 4).

Quadro 4 - Distribuição dos domínios de conteúdo por ciclo de escolaridade no Programa e Metas curriculares do ensino Básico (Bivar et al., 2013)

1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
Números e Operações (NO)	Números e Operações (NO)	Números e Operações (NO)
Geometria e Medida (GM)	Geometria e Medida (GM)	Geometria e Medida (GM)
Organização e Tratamento de Dados (OTD)	Álgebra (ALG) Organização e Tratamento de Dados (OTD)	Funções, Sequências e Sucessões (FSS) Álgebra (ALG) Organização e Tratamento de Dados (OTD)

Os domínios de conteúdo são apresentados e detalhados nos documentos das Metas Curriculares, que referimos mais adiante, respeitando a lógica de ciclo e ano de escolaridade que é proposta neste quadro programático. O elevado número de descritores que viriam a ser apontados em cada domínio por ciclo e ano de escolaridade (quadro 5) diz muito sobre o grau de detalhe com que os tópicos são discriminados.

Quadro 5 - Número de descritores por domínios temáticos e por ciclo de escolaridade, apresentados nas Metas Curriculares (Bivar et al., 2012)

	1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo	Totais
Números e operações	145	53	50	248
Geometria e medida	151	114	180	445
Organização e tratamento de dados	23	17	31	71
Álgebra	—	33	88	121
Funções, sequências e sucessões	—	—	40	40
Totais	319	217	389	925

O Programa de 2013 apresenta uma outra secção original relativamente aos programas anteriores, sobre **Níveis de desempenho** a evidenciar pelos alunos. Nesta secção, este programa assume que os conteúdos que propõe não são para todos os alunos, fornecendo um código de asteriscos para materializar os diferentes níveis de desempenho esperados. Indica-se a este propósito que “desempenhos mais avançados não são exigíveis a todos os alunos, tendo portanto, carácter opcional” (Bivar et al., 2013, p. 27).

A sexta secção é designada de **Metodologias** e também se distingue muito das secções correspondentes nos anteriores programas desde 1990, nos quais é assumido que os modos de aprender Matemática são considerados fundamentais e, por tal, existiam propostas concretas relativas às experiências matemáticas a proporcionar aos alunos. Com a justificativa de não pretender impor metodologias específicas aos professores, o Programa alerta apenas sumariamente para a importância de serem feitas “revisões” regulares sobre conteúdos ensinados, “com vista à sua consolidação” (Bivar et al., 2013, p. 28). Para além disso, faz um alerta relativamente à calculadora, cujo uso limita a situações excepcionais nos anos mais avançados do Ensino Básico:

Em fases precoces, há que acautelar devidamente que esse uso não comprometa a aquisição de procedimentos e o treino do cálculo mental e, conseqüentemente, a eficácia do próprio processo de aprendizagem. Por este motivo, o uso da calculadora no Ensino Básico apenas é Programa de Matemática para o Ensino Básico Página 29 expressamente recomendado em anos escolares mais avançados e sobretudo em situações pontuais de resolução de problemas que envolvam, por exemplo, um elevado número de cálculos, a utilização de valores aproximados, operações de radiciação ou a determinação de razões trigonométricas ou de

amplitudes de ângulos dada uma razão trigonométrica, quando não haja intenção manifesta de, por alguma razão justificada, dispensar esse uso. (Bivar et al., 2013, p. 29)

Note-se, no entanto, que nos documentos das Metas Curriculares propriamente ditos, a forma como estas são definidas implicam modos bastante específicos de tratar os conhecimentos matemáticos.

O programa termina com meia página relativa à **avaliação**, que deverá ser “diversificada e frequente, contribuindo para que os alunos adquiram uma maior consciência do seu nível de conhecimentos e valorizem a avaliação como um processo promotor de melhores desempenhos” (Bivar et al., 2013, p. 30). Nota-se de novo o foco na aquisição dos conhecimentos matemáticos, coerente com as ideias expostas antes.

Como já referido, o programa completa-se com Metas Curriculares que elencam, para cada domínio de conteúdo, os objetivos gerais a atingir em cada ano de escolaridade. Cada objetivo vê definido “um conjunto de descritores que apontam para desempenhos específicos e avaliáveis que os alunos deverão evidenciar para que esses objetivos se considerem cumpridos” (Bivar et al., 2013, p. 3).

3.1.4.3. Programa e Metas Curriculares em Matemática no 1.º Ciclo

As Metas Curriculares (Bivar et al., 2012)³¹ relativas ao 1.º Ciclo consideram três domínios: Números e Operações, Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados. Para cada domínio, são considerados subdomínios, detalhados por conjuntos de descritores.

Existem diferenças assinaláveis na forma como os conhecimentos são abordados relativamente aos programas anteriores. Relativamente ao programa de 2007, a Geometria, ao invés de partir da observação do espaço em redor, inicia-se “pelo reconhecimento visual de objetos e conceitos elementares como pontos, colinearidade de pontos, direções, retas, semirretas e segmentos de reta, paralelismo e perpendicularidade, a partir dos quais se constroem objetos mais complexos como

³¹ Na sua introdução ainda se pode ler: “O presente documento descreve o conjunto das metas curriculares da disciplina de Matemática que os alunos devem atingir durante o Ensino Básico, tendo-se privilegiado os elementos essenciais que constam do Programa de 2007”, pois foram elaboradas em 2012, no período de vigência daquele programa.

polígonos, circunferências, sólidos ou ângulos” (Bivar et al., 2013, p. 6). A Estatística é reduzida, focalizada em aspectos mais técnicos e menos interpretativos, “aproveitando-se para fornecer algum vocabulário básico da Teoria dos Conjuntos” (Bivar et al., 2013, p. 6), tema que havia sido abandonado nos programas do início dos anos 90.

Os Números e Operações sofrem também significativas alterações na abordagem proposta que ilustramos com alguns exemplos. No cálculo é privilegiada a representação vertical logo no 1.º ano de escolaridade, contrariamente ao defendido pelos programas anteriores, sendo o cálculo mental perspectivado como meio de atingir o domínio dos algoritmos das quatro operações: “Note-se que esta fluência não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental” (Bivar et al., 2013, p. 4).

A abordagem aos números racionais introduz no 2.º ano de escolaridade os números racionais não negativos na representação de fração, associada a medida de segmento: “são introduzidas geometricamente a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento” (Bivar et al., 2013, p. 6), apelando-se que seja “com o possível rigor e de forma cuidadosa” (Bivar et al., 2013, p. 6). Tal opção pode constatar-se no descritor seguinte relativo a NO2:

11. Dividir a unidade

1. Fixar um segmento de reta como unidade e identificar $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$ como números, iguais à medida do comprimento de cada um dos segmentos de reta resultantes da decomposição da unidade em respetivamente dois, três, quatro, cinco, dez, cem e mil segmentos de reta de igual comprimento. (Bivar et al., 2012, p. 10)

No 3.º ano de escolaridade o formalismo é acrescido e introduzem-se noções como frações equivalentes, frações próprias e adições e subtrações determinadas “na reta numérica por justaposição retilínea extremo a extremo de segmentos de reta” (Bivar et al., 2012, p. 17). No 4.º ano de escolaridade introduzem-se objetivos tais como “Simplificar frações” e “Multiplicar e dividir números racionais não negativos” (Bivar et al., 2012, p. 22).

Outra diferença recai sobre o subdomínio “Sequências e regularidades”, apenas introduzido no 2.º de escolaridade, referindo dois descritores “a determinação de termos de uma sequência, dada a lei de formação” e “a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida” (Bivar et al., 2012, p. 11), o que revela uma perspetiva limitada da exploração de sequências e, consequentemente,

do desenvolvimento do pensamento algébrico, ideia que este Programa e Metas não contempla.

3.1.4.4. Programa e Metas Curriculares em Matemática no 2.º Ciclo

As Metas Curriculares (Bivar et al., 2013) relativas ao 2.º Ciclo consideram quatro domínios: Números e Operações, Geometria e Medida, Álgebra e Organização e Tratamento de Dados. Para cada domínio, são considerados subdomínios, detalhados por conjuntos de descritores.

Também neste ciclo existem diferenças consideráveis na forma como os conhecimentos são abordados relativamente aos programas anteriores. Relativamente ao programa de 2007, a Geometria, em oposição à compreensão das figuras geométricas e das suas propriedades no plano e no espaço, inicia-se pelos conceitos de “paralelismo e ângulos, com aplicações simples aos polígonos” (Bivar et al., 2013, p. 14). É precisamente neste domínio onde existe uma maior alteração ao programa de 2007, com a introdução de conceitos que eram trabalhados, nomeadamente, no 3.º Ciclo do Ensino Básico, como por exemplo, os critérios de igualdade de triângulos, como podemos observar nos descritores nove, dez e onze deste domínio no 5.º ano de escolaridade:

9. Construir triângulos dados os comprimentos dos lados, reconhecer que as diversas construções possíveis conduzem a triângulos iguais e utilizar corretamente, neste contexto, a expressão «critério LLL de igualdade de triângulos».

10. Construir triângulos dados os comprimentos de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado e reconhecer que as diversas construções possíveis conduzem a triângulos iguais e utilizar corretamente, neste contexto, a expressão «critério LAL de igualdade de triângulos».

11. Construir triângulos dado o comprimento de um lado e as amplitudes dos ângulos adjacentes a esse lado e reconhecer que as diversas construções possíveis conduzem a triângulos iguais e utilizar corretamente, neste contexto, a expressão «critério ALA de igualdade de triângulos». (Bivar et al., 2012, p. 32)

São também incluídos conteúdos novos como, por exemplo, medição da amplitude de ângulos, em graus, minutos e segundos, como se pode constatar nos descritores de seguida apresentados relativos a GM5 (Bivar et al., 2012, p. 34):

6. Medir amplitudes de ângulos

4. Saber que um grau se divide em 60 minutos (de grau) e um minuto em 60 segundos (de grau) e utilizar corretamente os símbolos «'» e «''».

(...)

7. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo adições, subtrações e conversões de medidas de amplitude expressas em forma complexa e incompleta

Este ciclo é considerado o “momento ideal para se introduzir a noção de gráfico cartesiano de uma correspondência” (Bivar et al., 2013, p. 36), e isto é feito no domínio da Estatística.

Os Números e Operações sofrem também significativas alterações, nomeadamente com a introdução do Algoritmo de Euclides, aquando da apresentação “das noções básicas de divisibilidade, explorando-se o Algoritmo de Euclides no 5.º ano e o Teorema Fundamental da Aritmética, que dele pode ser deduzido, no 6.º ano” (Bivar et al., 2013, p. 14), como podemos verificar com o descritor número sete, “NO5: 7. Utilizar o algoritmo de Euclides para determinar os divisores comuns de dois números naturais e, em particular, identificar o respetivo máximo divisor comum” (Bivar et al., 2012, p. 30). O domínio da Álgebra é onde se verifica uma certa “continuidade” do programa de 2007, não existindo alterações assinaláveis.

3.1.4.5. Programa e Metas Curriculares em Matemática no 3.º Ciclo

Tal como nos dois ciclos prévios, as diferenças relativamente aos programas anteriores, são assinaláveis na forma como os conhecimentos são abordados e nos propósitos enunciados para o seu estudo. Relativamente ao programa de 2007, a abordagem da Estatística continua, neste ciclo, a focar-se em aspetos mais técnicos, pelo que “são introduzidas algumas medidas de localização e dispersão de um conjunto de dados” (Bivar et al., 2013, p. 19), sem a valorização da sua interpretação.

No estudo da Álgebra e de Números e Operações é abandonada a opção de valorizar o estudo de relações numéricas e da realização de experiências que valorizem o processo de criação de significado de representações algébricas. A abordagem é claramente formal e os conceitos são apresentados de forma instrumental: “termina-se o estudo das operações sobre o corpo ordenado dos números racionais, (...) e abordam-se procedimentos próprios da Álgebra” (Bivar et al., 2013, p. 19).

O estudo de Funções, Sequências e Sucessões ganha relevância neste programa, sendo um dos cinco domínios de conteúdo apresentados. A abordagem aos conceitos de

função e sucessão é feita pela definição formal e é proposta a familiarização com este conceito através de manipulações formais e algébricas dos conceitos: “é feita uma introdução ao conceito de função e de sucessão e de algumas operações entre elas” (Bivar et al., 2013, p. 19).

O estudo preconizado para a Geometria e Medida deixa de incluir a valorização do desenvolvimento da intuição e da capacidade de visualização e assumem centralidade os processos demonstrativos, o que justifica a introdução de um objetivo específico dedicado à axiomática: “Um objetivo geral dedicado à axiomática da geometria (...) constitui um terreno propício ao desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo dos alunos.” (Bivar et al., 2013, p. 19).

No 7.º ano é clara a abordagem ao conhecimento assente primeiramente na apresentação de definições e, posteriormente, a sua inclusão em contextos de cálculo e demonstração de propriedades. A valorização dos aspetos formais, alguns sem ganhos evidentes para o desenvolvimento de capacidades matemáticas, pode ser ilustrada pela introdução do primeiro descritor relativo à Geometria neste ano de escolaridade, em GM7, que se traduz por “1.1 Saber nomear e representar as letras gregas minúsculas α , β , γ , δ , π , ρ e σ .” (Bivar et al., 2012, p. 49).

Neste domínio a “estrutura curricular sequencial” (Bivar et al., 2013, p. 1) entendida como central na definição deste programa não é coerente com o estudo da incomensurabilidade que é incluída no 7.º ano sem voltar a ser mobilizada em qualquer contexto nos anos subsequentes.

A atividade de provar ou demonstrar deixa de ser explicitada como mais uma ferramenta que favorece o raciocínio, e é colocada como um fim em si mesmo. No 9.º ano é definido o subdomínio “Axiomatização das teorias da Matemática” (Bivar et al., 2012, p. 72) dividido em dez descritores que explicitam os conceitos de «objetos primitivos», «relações primitivas», «axioma», «axiomática de uma teoria», «definição», «teorema», «demonstração», e concretizando depois para a Geometria na explicitação das diferenças entre a Geometria Euclidiana e as outras geometrias possíveis, incluindo a prescrição de que os alunos saibam “enunciar exemplos de postulados e axiomas dos «Elementos de Euclides»” (Bivar et al., 2012, p. 72).

3.1.4.6. Orientações de gestão curricular e Aprendizagens Essenciais

Ao Programa e Metas Curriculares (Bivar et al., 2013) foram posteriormente associados dois documentos curriculares, como já explicado.

As *Orientações de gestão curricular* (OGC) que passaram a vigorar desde 2016/17, fornecem indicações para a gestão dos conteúdos sem pretender substituir o programa em vigor, “o qual permanece integralmente vinculativo nos objetivos, conteúdos e conceitos que define” (ME, 2016a, p. 3). Estas orientações trouxeram fundamentalmente a possibilidade de flexibilizar a lecionação de tópicos, permitindo uma gestão vertical ao longo do ciclo. Como explicam, relativamente ao Programa e Metas Curriculares em vigor, nelas se identificam:

- descritores cuja abordagem pode aproveitar a natureza particularmente transversal do respetivo conteúdo e cuja aprendizagem pode assim ser progressivamente consolidada ao longo do Ensino Básico;
- descritores que podem ser eventualmente abordados em ano diferente daquele em que aparecem elencados nos documentos;
- descritores que poderão ser considerados para um nível de desempenho mais elevado. (ME, 2016a, p. 3)

Assim, na essência, mantém-se a proposta do *Programa e Metas Curriculares*, explicitando-se mesmo que os domínios/contéúdos que constam daquele documento curricular em vigor e “que não merecem destaque nas presentes Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico são para serem trabalhados, pelos professores, de acordo com as orientações dadas no mencionado documento curricular” (ME, 2016a, p. 3).

No entanto, as OGC propõem algumas sugestões metodológicas e adotam uma atitude mais favorável ao uso de tecnologia. Além disso, alteram a abordagem a alguns conteúdos e, de algum modo, introduzem outros que não cabem em descritores consignados nas Metas Curriculares.

Por exemplo, a título ilustrativo, no 1.º Ciclo, a introdução dos algoritmos da adição e subtração passa a poder ser feita no 3.º ano de escolaridade; a introdução das frações pode iniciar-se com o significado da fração unitária como parte de um todo contínuo ou discreto que se toma como unidade; as sequências passam a ser trabalhadas “em todos os anos de escolaridade de modo a permitir um desenvolvimento progressivo do pensamento algébrico nos alunos, em particular da capacidade de generalizar,

constituindo-se como aplicação de outros conteúdos quando não houver claramente um descritor que o enquadre” (ME, 2016a, p. 6).

Entretanto são publicadas as *Aprendizagens Essenciais (AE) para a Matemática* (ME, 2018a, 2018b, 2018c, 2018d, 2018e, 2018f, 2018g, 2018h, 2018i), que em 2018/19 passam a estar em vigor em todas as escolas nos primeiros anos de cada ciclo, em simultâneo com o Programa e Metas Curriculares, do qual, lembramos, afirmam depender. As AE organizam-se por ano de escolaridade, tendo no Ensino Básico uma introdução geral comum a todos os anos. Aí definem, ainda que de forma breve, finalidades e objetivos de aprendizagem distintos do Programa e Metas Curriculares, valorizando “a) Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos” e “b) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência.” (ME, 2018a, pp. 2-3). Note-se que estas finalidades são em tudo semelhantes ao revogado Programa de Matemática de 2007, como atrás explicitámos (Ponte et al., 2007). Esta necessidade de recuperar enunciados de 2007 poderá decorrer da dificuldade do atual programa em vigor (Bivar et al., 2013) se articular com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins et al., 2017).

O mesmo sucede relativamente aos objetivos de aprendizagem que as AE estipulam, os quais ampliam o foco relativamente ao Programa e Metas Curriculares (Bivar et al., 2013), de forma que nos parece pouco clara:

Assim, a aquisição e desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes, e a sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos, são objetivos essenciais de aprendizagem, associados aos conteúdos de aprendizagem de cada tema matemático — sendo que os que estão definidos em termos de capacidades e as atitudes expressam também um vínculo próximo com a Matemática — e as práticas de aprendizagem que visam proporcionar condições que apoiem e favoreçam aprendizagens sustentáveis, com compreensão e transferíveis ou aplicáveis em contextos matemáticos e não matemáticos. (ME, 2018a, p. 3)

As *Aprendizagens Essenciais* dispõem de uma coluna destinada a evidenciar os descritores do PA que se podem convocar em cada tema/objetivo/prática essencial, mas nem sempre esta coluna foi preenchida (por exemplo, em qualquer um dos anos de escolaridade dos três ciclos do Ensino Básico, só se encontram preenchidos os descritores do PA para o tema Números e Operações).

No que diz respeito aos conteúdos matemáticos, as AE reduzem a quantidade proposta pelo Programa e Metas Curriculares, elegendo aqueles que consideram essenciais. Tomam algumas opções semelhantes às das OGC, não só no que diz respeito à flexibilização vertical mas também no que diz respeito à introdução de novos conceitos e processos, acompanhando os objetivos essenciais de aprendizagem relativos a temas e conteúdos com indicações de práticas essenciais de aprendizagem que os alunos devem ter oportunidade de realizar, o que permite deduzir alguns apontamentos metodológicos que são indicados sem que muitas vezes se perceba no entanto o seu alcance. A título de exemplo, selecionamos um excerto das Aprendizagens Essenciais do 9.º ano que diz respeito à Álgebra (figura 16).

Apesar de as práticas essenciais se referirem ao uso da tecnologia digital, em nenhuma passagem fica claro se a resolução das equações pode ou não ser realizada com recurso a tecnologia e que papel esta assume será muito diferente usar a tecnologia para comprovar as resoluções algébricas e comparar com as representações gráficas feitas à mão ou usar a tecnologia como geradora de soluções a selecionar com critérios e como banco de experiência que apoiam conjecturas. Assim, as AE revelam também dificuldades na definição clara da sua abordagem à Matemática.

TEMA Conteúdos de aprendizagem	AE: OBJETIVOS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES <i>Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:</i>	PRÁTICAS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM <i>Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e de grupo, tenham oportunidade de:</i>
ÁLGEBRA Sequências e regularidades Equações Inequações Funções	<ul style="list-style-type: none"> Reconhecer regularidades e determinar uma lei de formação de uma sequência de números racionais e uma expressão algébrica (incluindo as de 2.º grau) que a representa. Reconhecer, interpretar e resolver equações do 1.º e 2.º grau a uma incógnita e usá-las para representar situações em contextos matemáticos e não matemáticos. Reconhecer, interpretar e resolver inequações do 1.º grau a uma incógnita e usá-las para representar situações em contextos matemáticos e não matemáticos. Reconhecer uma função em diversas representações, e interpretá-la como relação entre variáveis e como correspondência unívoca entre dois conjuntos, e usar funções para representar e analisar situações, em contextos matemáticos e não matemáticos. Representar e interpretar graficamente uma função (incluindo a de proporcionalidade inversa e a do tipo $y = ax^2, a \neq 0$), e relacionar a representação gráfica com a algébrica e reciprocamente. 	<ul style="list-style-type: none"> Explorar, analisar e interpretar situações de contextos variados que favoreçam e apoiem uma aprendizagem matemática com sentido (dos conceitos, propriedades, regras e procedimentos matemáticos). Realizar tarefas de natureza diversificada (projetos, explorações, investigações, resolução de problemas, exercícios, jogos). Utilizar tecnologia digital, nomeadamente aplicações interativas, programas computacionais específicos e calculadora. Identificar e analisar regularidades em sequências numéricas, e formular e representar as leis de formação dessas sequências (em enunciados verbais, tabelas, expressões algébricas). Usar equações para modelar situações de contextos variados, resolvendo-as e discutindo as soluções obtidas. Analisar e representar funções e relacionar as suas diversas representações, e usá-las para resolver problemas em situações de contextos variados.

Figura 16 - Objetivos essenciais de aprendizagem e correspondentes a práticas essenciais de aprendizagem no tema Álgebra no 9.º ano de escolaridade (ME, 2018i, p.

3.2. A Matemática no Ensino Secundário

Nesta secção pretendemos traçar a evolução dos documentos curriculares relativos ao ensino da Matemática no Ensino Secundário, desde o período posterior à Lei de Bases do Sistema Educativo até à atualidade. Começamos pelos programas de Matemática elaborados no início dos anos 90, que assinalam a primeira diferenciação entre disciplinas de Matemática (Matemática e Métodos Quantitativos), prosseguimos com o ajustamento do Programa de Matemática que ocorreu em 1997, assinalamos os programas de Matemática que se diversificaram a partir de 2001 (Matemática A, Matemática B e MACS) e concluímos com o Programa e Metas Curriculares do Ensino Secundário para a Matemática A, homologado em 2014 e em vigor, contemplando os documentos com impacto curricular na Matemática A, recentemente surgidos no período da sua vigência: as *orientações de gestão curricular* e as *Aprendizagens Essenciais* (figura 17).

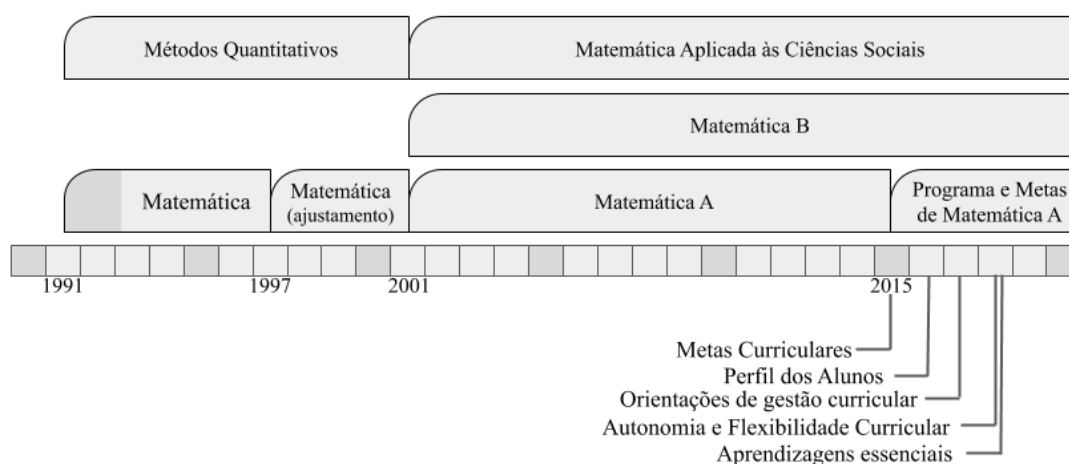


Figura 17 - *Timeline* dos documentos curriculares relativos ao ensino da Matemática no Ensino Secundário

3.2.1. Programas de Matemática no Pós-Lei de Bases do Sistema Educativo—1991

3.2.1.1. Contextualização

No ano de 1991, no âmbito da ampla reforma curricular já atrás referida, surgiram novos programas de Matemática também para o Ensino Secundário. Foi nesta altura que este ciclo de estudos passou a ser considerado uma “sequência curricular de três anos” (10.º, 11.º e 12.º anos), de frequência não obrigatória (DGEBS, 1991e, p. 11). Estes programas explicam que foram redigidos pela mesma equipa que elaborou os programas da disciplina para os 2.º e 3.º Ciclos, justificando esta opção com a procura de unidade e coerência do conjunto da programação, que se concretizou através da homogeneidade formal dos textos programáticos e da subordinação ao mesmo corpo de princípios pedagógicos (DGEBS, 1991e).

Num documento único, designado de “Matemática e Métodos Quantitativos, organização curricular e programa” (DGEBS, 1991e), no qual não se encontra a identificação dos autores, uma secção introdutória apresenta a filosofia base do currículo do Ensino Secundário, salientando a consideração da diferenciação em cursos orientados para a vida ativa ou para o prosseguimento de estudos. A Matemática, que constava do leque de disciplinas da formação específica, era oferecida a todos os cursos à exceção dos cursos artísticos e de humanidades, para os quais se inicia a disciplina de Métodos Quantitativos. À Matemática foram atribuídos quatro tempos semanais, de 50 minutos cada, em cada um dos três anos do Ensino Secundário, enquanto que a Métodos Quantitativos é atribuído um ano de lecionação, com três tempos semanais, o que representa uma carga horária significativamente menor.

Advogando que a nova orientação do processo educativo convergia para a “formação integral dos alunos” (DGEBS, 1991e, p. 8), as orientações curriculares atribuíam “um papel nuclear ao desenvolvimento de atitudes e à consciencialização de valores e subordinando-se a aquisição de conhecimentos ao domínio de aptidões e capacidades” (p. 8). Daqui tiravam consequências para necessidade da “reformulação das metodologias de ensino-aprendizagem relativamente aos padrões tradicionais, apelando-se para a intensa participação de cada aluno na construção e avaliação das suas aprendizagens e para o incentivo da sua autonomia como sujeito intelectual e moral.” (p. 8)

Em ambas as disciplinas, as componentes programáticas incluem uma primeira parte, com introdução, finalidades, objetivos gerais, conteúdos, orientação metodológica e avaliação, e uma segunda parte, na qual se concretiza o plano de organização e sequência de ensino-aprendizagem, para cada um dos anos de escolaridade, com indicação específica dos tópicos matemáticos a lecionar, respetivos objetivos e sugestões metodológicas (DGEBS, 1991e). Desta forma, podemos considerar estes documentos como currículos para a Matemática no Ensino Secundário.

3.2.1.2. O programa de Matemática — 1991

O programa desta disciplina, homologado em 1991 e com aplicação generalizada a todas as escolas desde 1993/94, após período experimental, define cinco **finalidades** para o ensino da Matemática, salientando-se nas duas primeiras o desenvolvimento das capacidades de “usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção do real”, e de “formular e resolver problemas, comunicar, bem como desenvolver a memória, o rigor e o espírito crítico e a criatividade” (DGEBS, 1991e, p. 2) e, nas outras três, o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanista que suportem tanto o prosseguimento de estudos como a inserção na vida ativa, a criação de uma atitude positiva face à ciência, e a promoção da realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade.

Os **objetivos gerais**, apresentados em forma de tabela na página 27 (DGEBS, 1991e), consideram paralelamente três dimensões: valores/atitudes, capacidade/aptidões e conhecimentos. Enquanto a primeira dimensão aborda valores transversais relativos ao desenvolvimento da pessoa, a segunda foca-se na Matemática, concretizando-se por desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real, desenvolver o raciocínio e o pensamento científico, e desenvolver a capacidade de comunicar — sobre a Matemática e com linguagem matemática.

Os **conhecimentos** matemáticos organizam-se em quatro grandes temas, propondo-se o seu desenvolvimento “em espiral” (DGEBS, 1991e, p. 24), com a retoma e ampliação de cada tema ao longo dos três anos do ciclo com o objetivo “de dar tempo à construção e compreensão dos conceitos e à consolidação de técnicas e de promover uma visão integrada dos vários conteúdos matemáticos.” (p. 24). Os quatro temas apresentam-se aos pares: Números e Cálculo, Geometria e Trigonometria, Funções e Análise

Infinitesimal, Estatística e Probabilidades. Sublinha este programa que propõe diferenças relativamente aos documentos homólogos anteriores: a desformalização das questões de análise quanto à simbologia lógica que então dominava, a valorização da perspectiva numérica com recurso à calculadora, o aumento do peso da Geometria com o seu estudo a desenvolver-se preferencialmente em paralelo no espaço e no plano; o enquadramento dos temas numa perspectiva histórico-cultural.

As **orientações metodológicas**, assumindo “ser o aluno agente da sua própria aprendizagem” (DGEBS, 1991e, p. 32), propõem que a construção de conceitos se realize a partir da experiência de cada um e de situações concretas. Defende ainda que os conteúdos sejam abordados sob pontos de vista diversificados e progressivos níveis de rigor e formalização e que se estabeleça uma maior ligação da Matemática com a vida real e com as outras disciplinas, bem como que se enquadre o conhecimento numa perspectiva histórico-cultural (DGEBS, 1991e). São também sugeridas, mais pontualmente, formas de organização do trabalho em aula, valorizando-se o papel do aluno e explicitando-se que o professor deve assumir-se simultaneamente como “dinamizador e regulador do processo de ensino-aprendizagem” (DGEBS, 1991e, p. 33), adotando estratégias que impliquem o aluno na sua aprendizagem.

Relativamente aos **recursos**, a calculadora, em particular a científica, é considerada de uso obrigatório, sendo destacado que esta, para além de servir o cálculo, deve constituir-se como meio incentivador do espírito de pesquisa. É também aconselhado o uso do computador, nomeadamente pelas suas potencialidades ao nível da “representação gráfica de funções e simulação” (DGEBS, 1991e, p. 34). O programa recomenda ainda o uso de diversos materiais de desenho, manipuláveis e recursos bibliográficos diversos.

Relativamente à **avaliação**, este programa considera-a “parte integrante do processo de ensino-aprendizagem, com a função de regular e orientar, com um papel formativo de desenvolvimento da autoconfiança do aluno” (DGEBS, 1991e, p. 25). Explicita que a avaliação incide sobre o desenvolvimento de atitudes, de capacidades e sobre a aquisição de conhecimentos matemáticos, chamando a atenção para a necessidade de ser praticada de forma “constante no quotidiano da aula” (DGEBS, 1991e, p. 35).

Discrimina exemplos diversificados de instrumentos de recolha de dados (grelhas de observação, listas de verificação, questionários, testes, ...) a usar de forma adequada e integrada, e valoriza a implicação dos alunos na avaliação, referindo, por exemplo, a autoavaliação.

A segunda parte do programa fornece indicações gerais quanto à gestão do programa, o tempo a dedicar cada conteúdo em cada ano, e prossegue com a apresentação detalhada, ano a ano, de cada um dos temas. Esta apresentação, em forma de tabela, inclui, para cada tema enunciado, objetivos específicos a ter em conta e ainda “observações/sugestões metodológicas” (DGEBS, 1991e, p. 49) sugerindo, por exemplo, ideias para a abordagem dos tópicos, tarefas concretas, forma de utilização de recursos.

3.2.1.3. O programa de Métodos Quantitativos — 1991

A estrutura programática desta nova disciplina é igual à de Matemática, como atrás referido, sendo, no entanto, muito menos desenvolvida. Elege três **finalidades**: “desenvolver a capacidade de quantificar dados para descrever, interpretar e intervir no real; aprofundar elementos de uma cultura científica, técnica e humanista, que constituem suporte cognitivo e metodológico, visando a inserção na realidade social e económica; promover a realização pessoal do aluno mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade” (DGEBS, 1991e, p. 95). Os **objetivos gerais**, também organizados em tabela de três colunas relativas a valores/atitudes, capacidades/aptidões e conhecimentos, concretizam as finalidades, incidindo as atitudes sobre aspetos do desenvolvimento global do aluno.

Os **conteúdos** temáticos são três: Estatística e Probabilidades, Lógica e Números, e Funções, surgindo a Estatística e Probabilidades valorizada com cerca de 43% do peso relativo dos temas (Lógica e Números: 37%; Funções: 20%).

As **orientações metodológicas** assumem também a perspetiva do “aluno agente da sua própria aprendizagem” (DGEBS, 1991e, p. 99) e propõem que a construção de conceitos se realize a partir da experiência de cada um e de situações concretas, dando especial atenção à comunicação oral e escrita. Recomendam que na abordagem aos conhecimentos não se exijam “muitos pré-requisitos de cálculo” (p. 99) e se reforcem as situações de interpretação de gráficos de funções e de distribuições estatísticas. São também indicadas formas de organização do trabalho em aula, com propostas de trabalho individual e em grupo, sendo sempre valorizado o papel do aluno. Definem o papel do professor como “dinamizador e regulador do processo de ensino-aprendizagem, criando situações motivadoras que aliem os saberes e técnicas a adquirir

às capacidades a desenvolver” (p. 100), salientando ainda a importância de os alunos conseguirem estabelecer uma relação positiva com a disciplina.

Este programa prevê também **recursos** diversos, explicitando-se a obrigatoriedade do uso da calculadora, de preferência com notação científica, e sugere-se também o uso do computador — bem como de fontes diversas para a recolha de dados estatísticos realísticos.

O programa de Métodos Quantitativos considera a **avaliação** como parte integrante do processo de ensino-aprendizagem e explicita que esta deve incidir sobre o desenvolvimento de atitudes e capacidades e sobre a aquisição de conhecimentos matemáticos. Alerta para o seu carácter formativo e fornece exemplos diversificados de instrumentos de recolha de dados a usar de forma adequada e sistemática e valoriza ainda a participação e implicação dos alunos na avaliação.

3.2.2. O ajustamento do Programa de Matemática — 1997

3.2.2.1. Contextualização

A introdução dos programas de Matemática de 1991 foi alvo de protestos, como documentado em estudos de avaliação solicitados pelo Instituto de Inovação Educacional (Ponte, Matos, Guimarães, Leal & Canavarro, 1991; Matos, Ponte, Guimarães & Leal, 1993). Redigido tendo em conta cinco aulas semanais de Matemática, os programas de 1991 viriam a revelar-se demasiadamente extensos com a redução da carga horária que a disciplina sofreu para quatro horas semanais. Para além deste problema, que dificultava o investimento nas metodologias apontadas, foram também observadas outras críticas como, por exemplo, a falta de clareza quanto ao grau de aprofundamento dos temas a tratar (Matos et al., 1993; Ponte et al., 1991; Ramalheira & Lima, 1994).

Assim, o Departamento do Ensino Secundário (DES) do ME constituiu uma equipa técnica³² que iniciou um processo amplo de auscultação pública de opiniões de professores, escolas, Instituições do Ensino Superior (IES), associações e entidades diversas; essa auscultação conduziu à definição de uma primeira versão de um

³² Esta equipa era constituída por Jaime Carvalho e Silva (coord.), Arsélio Martins e Graziela Fonseca.

ajustamento do programa de Matemática de 1991, a qual foi submetida a discussão pública em abril de 1995³³. A equipa definiu igualmente orientações de gestão dos programas em ajustamento (DES, 1995a, 1995b, 1995c) que foram aplicadas transitoriamente durante o processo de experimentação:

O processo de ajustamento do programa de Matemática atualmente em vigor transforma os próximos anos letivos de 1995/96 e 1996/97 num período transitório que exige medidas de adequação da gestão dos programas às condicionantes reais do trabalho nas Escolas. (DES, 1995a, p. 1)

O Ajustamento do Programa de Matemática do Ensino Secundário ficou concluído ainda em 1995 e foi definitivamente homologado em 1997.

3.2.2.2. O programa de Matemática do Ensino Secundário — 1997

O ajustamento do Programa de Matemática do Ensino Secundário explica, na sua introdução, que resulta de um processo amplo de auscultação pública de opiniões de professores, escolas, Instituições do Ensino Superior (IES), associações e entidades diversas que se manifestavam descontentes com o programa de Matemática de 1991. No entanto, torna claro que “não vem constituir um novo programa” (DES, 1997, p. 1). As suas pretensões são antes “estabelecer maior clareza e melhor organização dos conteúdos temáticos, explicitar a articulação entre metodologias, objetivos e conteúdos, reforçar a articulação vertical com o 3.º Ciclo do Ensino Básico e harmonizar no tempo, quando possível, algumas articulações interdisciplinares” (DES, 1997, p. 1). Além disso, o ajustamento do programa procedeu também à exclusão de itens de conteúdo que considerou uma “sobrecarga”.

Assim, este programa mantém as finalidades e também os objetivos gerais do Programa de Matemática anterior, incidindo novamente sobre valores/attitudes, capacidades/aptidões e conhecimentos.

A alteração que o programa ajustado considera mais significativa incide, como ele explicita, na organização dos temas e seu desenvolvimento e nas orientações para a abordagem desses temas. Por exemplo, a Lógica e a Teoria de conjuntos, presentes nos temas em 1991, passam a não ser considerados como um tópico *per se*. Os conteúdos que constavam do programa de 1991 são assim reduzidos e passam a estar organizados

³³ Ajustamento dos programas. Disponível em <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/indexem2.html>

em grandes temas (DES, 1997). Relativamente à gestão de conteúdos, o programa ajustado propõe que em cada ano escolar sejam abordados três grandes temas, associando cada um a um período letivo (quadro 6).

Quadro 6 - Temas matemáticos e sua distribuição por anos de escolaridade (DES, 1997)

10.º ano	11.º ano	12.º ano
Geometria no Plano e no Espaço I	Geometria no Plano e no Espaço II	Probabilidades e Combinatória
Funções e Gráficos — Generalidades. Funções polinomiais, Funções Módulo.	Introdução ao Cálculo Diferencial I — Funções Racionais e com radicais. Taxa de variação/Derivada.	Introdução ao Cálculo Diferencial II
Estatística	Sucessões	Trigonometria e Números Complexos

Este programa mantém a **orientação metodológica** geral de 1991 e reforça-a, afirmando: “Podemos mesmo dizer que a forma de aprender a fazer Matemática é um conteúdo do ensino da Matemática” (DES, 1997, p. 17). Sublinha que nele assumem importância significativa não só técnicas específicas, mas também as estratégias que o atravessam de forma transversal, constituindo “uma base de apoio que os alunos utilizam na sua atividade matemática” (DES, 1997, p. 4). As estratégias transversais enunciadas são cinco: a resolução de problemas, a modelação matemática, a lógica e raciocínio matemático, a tecnologia e Matemática e a História da Matemática. Estas estratégias incidem numa diversidade de aspetos, como capacidades matemáticas, tarefas para a sala de aula, uso de recursos e conteúdos a abordar; no entanto, a sua consideração no quadro resumo relativo à distribuição dos temas em cada ano (DES, 1997, p. 16) é escassa: encontram-se duas referências à resolução de problemas e duas referências à História da Matemática.

No desenvolvimento dos temas, apresenta diversas **sugestões metodológicas** específicas, sobretudo com indicações de como abordar os tópicos matemáticos, à semelhança do que acontecia no programa de 1991, incluindo algumas sugestões de trabalhos a realizar pelos alunos. Contempla a maioria das orientações sobre os recursos prevista em 1991 mas adequa-se à evolução tecnológica à data, reclamando como obrigatório o uso das calculadoras gráficas que começavam a ser acessíveis em larga escala. Sublinha que o uso destas calculadoras deve prestar apoio ao desenvolvimento

do espírito de pesquisa dos alunos e descreve dez tipos de atividade matemática que devem ser explorados com a calculadora gráfica. O programa reforça também a recomendação relativa ao uso de computadores, “devendo a sua utilização considerar-se obrigatória” (p. 8), seja em contexto de salas devidamente equipadas, seja em sala de aula normal com o recurso a um *datashow* para demonstração.

O programa mantém também as recomendações relativas à **avaliação** das aprendizagens dos alunos, a ser adequada ao total das aprendizagens esperadas, usando formas e instrumentos diversificados, recomendando mesmo “que *cerca de metade* seja feita usando outros instrumentos que não testes clássicos” (DES, 1997, p. 9).

3.2.3. Os programas de Matemática A, B e MACS — 2001

3.2.3.1. Contextualização

A revisão curricular do Ensino Secundário que ocorre no início deste século assume de forma mais vincada a diversificação dos programas de Matemática do Ensino Secundário, passando a existir três disciplinas distintas:

- Matemática A, dirigida aos Cursos de Ciências Naturais, Ciências e Tecnologias, e Ciências Socioeconómicas;
- Matemática B, dirigida à maioria dos Cursos Tecnológicos (à exceção de um referido em MACS) e, a partir de 2004, ao Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais (opção);
- MACS, dirigida ao Curso Geral de Ciências Sociais e Humanas (opção) e ao Curso Tecnológico de Ordenamento do Território.

No entanto, se a diversidade de programas de Matemática aumenta, a universalidade da educação matemática, que vigorou de 1991 a 2004, é restringida uma vez que Matemática B e MACS são opcionais em dois cursos, tornando-se assim possível que, na via de prosseguimento de estudos, haja alunos que possam optar por ficar sem qualquer formação matemática.

Os textos dos programas aparecem pela primeira vez, durante o período analisado e no Ensino Secundário, com indicação dos seus autores. Jaime Carvalho e Silva, do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, coordena as duas equipas

envolvidas, uma³⁴ que assina os textos dos programas de Matemática A e Matemática B, envolvendo mais quatro professores experientes de Matemática do Ensino Secundário, e outra³⁵ que redige o programa de MACS, também co-coordenada por Eugénia Graça Martins, do Departamento de Estatística da Universidade de Lisboa, e ainda integrando um docente experiente de Matemática do Ensino Secundário.

3.2.3.2. O programa de Matemática A

A Matemática A dispõe, em cada ano de escolaridade, de uma carga letiva semanal de 4h30m, organizada em três aulas de 90m. O seu programa inclui diversas componentes, equivalentes às que são consideradas no programa de 1997, retomadas nos três documentos que traduzem este programa, relativos a cada um dos anos de escolaridade. O documento relativo ao programa de 10.º ano inclui também uma introdução que explica globalmente o sentido e as opções adotadas para a Matemática de todo este ciclo de ensino (Carvalho e Silva, Fonseca, Martins, Fonseca & Lopes, 2001a, 2002a, 2002b). Como **finalidades** do ensino da Matemática, o programa elege aspetos relacionados essencialmente com a importância do papel da Matemática enquanto ciência de interpretação e intervenção no real, com a necessidade do desenvolvimento de capacidades relativas à atividade matemática, e com o apoio ao prosseguimento de estudos e inserção no mundo do trabalho:

- Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real;
- Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade;
- Promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico tanto para o prosseguimento de estudos como para a inserção na vida ativa;
- Contribuir para uma atitude positiva face à Ciência;
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade;
- Contribuir para o desenvolvimento da existência de uma consciência crítica e interventiva em áreas como o ambiente, a saúde e a economia entre outras, formando para uma cidadania ativa e participativa. (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 3)

³⁴ Jaime Carvalho e Silva (coord.), Maria Graziela Fonseca, Arsélio Almeida Martins, Cristina Maria Cruchinho da Fonseca e Ilda Maria Couto Lopes.

³⁵ Jaime Carvalho e Silva (coord.), Eugénia Graça Martins (coord.), Arsélio Almeida Martins e Luísa Loura.

Os **objetivos** passam a estar associados à designação de “competências gerais”.

Aparecem, como no programa de 1997, organizados em três dimensões:

Valores/Atitudes, Capacidades/Aptidões e Conhecimentos. A primeira dimensão mantém-se focada no desenvolvimento de atitudes pessoais transversais a qualquer disciplina (por exemplo, Desenvolver o espírito de tolerância e de cooperação) e a segunda no desenvolvimento de três capacidades associadas ao trabalho com a Matemática, mantendo as ideias explicitadas nos programas de 1997 e 1991 (Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real, desenvolver o raciocínio e o pensamento científico, desenvolver a capacidade de comunicar).

Os **conteúdos** matemáticos, cuja seleção é justificada pela articulação com os anteriores programas e uma preocupação de equilíbrio entre as principais áreas da Matemática, organizam-se segundo quatro grandes temas: Cálculo Diferencial, Geometria (no plano e no espaço), Funções e sucessões, Probabilidades (com Análise Combinatória) e Estatística (Carvalho e Silva et al., 2001a). No entanto, uma chamada de atenção no programa alerta para a importância significativa tanto de técnicas específicas, como de estratégias mais gerais que, “constituindo uma base de apoio que os estudantes utilizam na sua actividade matemática independentemente do tema, atravessam o programa de forma transversal” (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 6). Essas estratégias, consideradas como “**temas transversais**”, ao contrário do que acontecia no programa de 1997, conquistam em 2001 um lugar próprio no quadro resumo da distribuição dos temas em cada ano, sendo por tal valorizadas como objeto de ensino neste novo programa. Aliás, o programa sublinha a sua importância ao afirmar que estes temas transversais, “sendo de difícil quantificação, não são por isso menos importantes que os temas (matemáticos)” e acrescenta em 2001, relativamente a 1997, mais um tema, a Comunicação Matemática, que se junta a Aplicações e Modelação Matemática, História da Matemática, Lógica e Raciocínio Matemático, Resolução de Problemas e Atividades Investigativas, Tecnologia e Matemática. De novo observamos que este conjunto se reporta a aspetos muito diversificados como capacidades matemáticas, tarefas, recursos e conteúdos, o que poderá dificultar a compreensão do seu lugar e do seu papel no desenvolvimento curricular.

No quadro 7 apresenta-se a distribuição dos temas pelos três anos do Ensino Secundário, no qual se pode observar, pela primeira vez num texto programático no Ensino Secundário, a inclusão explícita de temas transversais.

Quadro 7 - Quadro resumo da distribuição dos temas por ano de escolaridade no programa de Matemática A (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 9)

10º ano	11º ano	12º ano
<p>Geometria no Plano e no Espaço I</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Resolução de problemas de Geometria no plano e no espaço. ■ Geometria Analítica. O método cartesiano para estudar Geometria no plano e no espaço. <p>Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Função, gráfico e representação gráfica. ■ Estudo intuitivo de propriedades da: <ul style="list-style-type: none"> - função quadrática; - função módulo. ■ Funções polinomiais (graus 3 e 4). ■ Decomposição de polinómios em factores. <p>Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Estatística - Generalidades ■ Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos). ■ Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva). 	<p>Geometria no Plano e no Espaço II</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Problemas envolvendo triângulos. ■ Círculo trigonométrico e funções seno, co-seno e tangente. ■ Produto escalar de dois vectores e aplicações. ■ Intersecção, paralelismo e perpendicularidade de rectas e planos. ■ Programação linear (breve introdução) <p>Funções racionais e com radicais. Taxa de variação e derivada.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Problemas envolvendo funções ou taxa de variação. ■ Propriedades das funções do tipo $f(x) = a + b/(cx + d)$ ■ Aproximação experimental da noção de limite. ■ Taxa de variação e derivadas em casos simples. ■ Operações com funções. Composição e inversão de funções. <p>Sucessões reais.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Definição e propriedades. Exemplos (o caso das progressões) ■ Sucessão $(1 + 1/n)^n$ e primeira definição de e ■ Limites: infinitamente grandes e infinitamente pequenos. Limites reais e convergência. 	<p>Probabilidades e Combinatória</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Introdução ao cálculo de probabilidades ■ Distribuição de frequências e distribuição de probabilidades ■ Análise combinatória. <p>Funções exponenciais e logarítmicas. Limites e Continuidade. Conceito de Derivada e Aplicações.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Teoria de limites ■ Cálculo diferencial ■ Problemas de optimização. <p>Trigonometria e números complexos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Funções seno, co-seno ; cálculo de derivadas ■ Introdução histórica dos números complexos ■ Complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; operações e interpretação geométrica
T e m a s T r a n s v e r s a i s		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Comunicação Matemática ■ História da Matemática ■ Resolução de Problemas e Actividades Investigativas 		<ul style="list-style-type: none"> ■ Aplicações e Modelação Matemática ■ Lógica e Raciocínio Matemático ■ Tecnologia e Matemática

Relativamente às **orientações metodológicas**, recuperando a ideia de que o aluno constitui o agente da sua própria aprendizagem, o programa propõe a construção de conceitos a partir da experiência do aluno e de situações concretas, com abordagens diversificadas e progressivos níveis de rigor e formalização, e estabelecendo ligações da Matemática à vida real e outras áreas disciplinares, com ligações histórico culturais e com recurso à tecnologia. Em particular, destaca a importância das tarefas para proporcionar aos alunos uma experiência matemática que envolva “intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar e ainda para o reforço das atitudes de autonomia e de cooperação” (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 10), e revela a importância de proporcionar aos alunos a realização de trabalhos de tipo diverso, enfatizando de forma

inequívoca a importância das estratégias metodológicas a adotar:

Há quem pense que se pode substituir o programa no seu todo pela lista de itens de conteúdo fornecidos no desenvolvimento dos diversos temas. Não é assim. As indicações metodológicas que acompanham o desenvolvimento dos temas esclarecem as questões estratégicas da metodologia de ensino e do “fazer matemática”, definem as formas de abordar os conteúdos, sugerem oportunidades de introduzir outros conceitos e de estabelecer conexões, de utilizar tecnologia, de experimentar, etc., e são por isso importantes e imprescindíveis partes do programa a par dos conteúdos. (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 18)

Seguindo com a mesma orientação que em 1997, as orientações específicas que se concretizam no desenvolvimento do programa são sobretudo relativas ao modo de abordar os conteúdos, com sugestões diversas.

No que diz respeito aos **recursos**, o programa de Matemática A reforça com vigor o papel da tecnologia, ampliando as recomendações do programa de 1997. As calculadoras gráficas, a entender não só como “instrumentos de cálculo mas também como meios incentivadores do espírito de pesquisa” (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 15), continuam de uso obrigatório, assim como o computador, introduzindo-se duas novidades: a recomendação de uso de sensores para a recolha de dados acoplados a calculadoras gráficas ou computadores, nomeadamente para apoiar a realização de modelação, e a recomendação do uso da *Internet*, que entretanto ficou disponível nas escolas, sendo sublinhado o seu papel relativo à comunicação com comunidades e projetos que favorecem a criação de uma boa imagem da Matemática.

No que diz respeito à **avaliação**, as orientações de 1997 mantêm-se, sublinhado a importância desta não se cingir a avaliar apenas produtos mas também processos, e da necessidade do envolvimento ativo, reflexivo e responsável dos alunos. Além disso, este programa considera que as “actividades de aprendizagem deverão ser encaradas como tarefas de avaliação representando, neste caso, o tempo empregue na sua execução um claro benefício para a aprendizagem dos estudantes”. O programa sugere uma diversidade de instrumentos de avaliação, introduzindo novas sugestões relativamente a 1997: os testes em duas fases e as redações matemáticas, em sintonia com a valorização do desenvolvimento da comunicação em Matemática. Além disso, circunstancia o papel e função dos tradicionais testes de avaliação, cujos resultados, defende, devem ser relativizados e balanceados: “recomenda-se fortemente que, na classificação final de um período, o peso dos testes escritos não ultrapasse, em regra, metade do peso do conjunto dos diferentes momentos de avaliação” (Carvalho e Silva et al., 2001a, p. 14).

3.2.3.3. O programa de Matemática B — 2002

A Matemática B foi elaborada para os Cursos Tecnológicos e dispunha de uma carga letiva trienal semanal de 3h, distribuída em duas aulas de 90 minutos. Posteriormente foi incluída também no currículo do Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais, com a mesma carga horária mas apenas em dois anos de escolaridade, semanalmente com três aulas de 90 minutos.

O seu programa inclui diversas componentes, equivalentes às que são consideradas no programa de Matemática de 1997, retomadas nos três documentos que traduzem os programas de cada um dos anos de escolaridade, sendo que o que contém o programa de 10.º ano explana, numa introdução prévia, o sentido e as opções adotadas em todo o ciclo de ensino (Carvalho e Silva, Fonseca, Martins, Fonseca & Lopes, 2001b, 2002c). Uma primeira preocupação da Matemática B tem a ver com o seu carácter de preparação dos alunos, a ser adequada a áreas específicas, que obriga a respostas vocacionadas para profissões, sem lesar os alunos que, pese embora tenham optado por um curso tecnológico no Ensino Secundário, pretendam fazer uma inflexão e ingressar no Ensino Superior:

O programa de Matemática dos Cursos Tecnológicos tem de ser tal que esclareça a sua contribuição para a aprendizagem de competências fundamentais para o exercício de actividades profissionais, ao mesmo tempo que tem de acompanhar o programa dos Cursos Gerais de forma a permitir a todos os estudantes alterar os seus percursos educativos e formativos, sem qualquer prejuízo no que se refere ao tempo normal previsto para a conclusão do curso. (Carvalho e Silva et al. 2001b, p. 1)

Assim, assume **finalidades** praticamente iguais às do programa de Matemática A, valoriza aspetos relacionados com a importância do papel da Matemática enquanto ciência de interpretação e intervenção, com a necessidade do desenvolvimento de capacidades relativas à atividade matemática, com o apoio ao prosseguimento de estudos e inserção no mundo do trabalho, mas acrescenta uma nova finalidade específica que reforça a ênfase na preparação mais imediata e direta de usar a Matemática como uma ferramenta ao serviço de outras áreas: “Desenvolver a capacidade de seleccionar a Matemática relevante para cada problema da realidade” (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 3).

O programa formula “**Objetivos e competências gerais**”, distribuídos, tal como em Matemática A e seguindo 1997 e 1991, nas três dimensões de Valores/Atitudes, Capacidades/Aptidões e Conhecimentos, sendo a primeira focada no desenvolvimento

de atitudes pessoais transversais (por exemplo, Desenvolver hábitos de trabalho e persistência) e a segunda no desenvolvimento de três capacidades relativas à Matemática: Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real, desenvolver o raciocínio e o pensamento científico, desenvolver a capacidade de comunicar. Na explicação dos objetivos, o programa frisa a importância de a Matemática participar no desenvolvimento de competências profissionais e, pela primeira vez no Ensino Secundário, o programa define o conceito de competência, sublinhando a sua vertente de um saber-fazer:

Entende-se aqui que cada competência implica um corpo coerente de conhecimentos, atitudes ou capacidades (e habilidades na escolha e depois no manejo das ferramentas, quaisquer que elas sejam), que só os resultados operados na ação autónoma dos estudantes podem permitir esperar que tenham sido desenvolvidas para serem úteis na vida. (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 7)

Vai mais longe, explicitando uma lista de aspetos a considerar para desenvolver a competência matemática no domínio dos diferentes temas, que de alguma forma se vão sobrepor ao articulado dos objetivos anteriormente considerados. São elas:

- a aptidão para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis, a computadores e a calculadoras gráficas;
- a aptidão para utilizar a visualização, a representação e o raciocínio (espacial ou outro) na análise e tratamento de situações problemáticas e na resolução de problemas;
- o gosto por experimentar, fazer e investigar matemática nas simulações ou situações simuladas, recorrendo à modelação com uso da calculadora, de sensores, de software adequado aos computadores e de modelos matemáticos;
- a confiança pessoal por desenvolver actividades intelectuais que envolvam raciocínio matemático e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica usada;
- a predisposição, abertura e aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas, através do uso de uma linguagem escrita e oral, não ambígua e adequada às situações trabalhadas;
- a compreensão e ampliação de conceitos matemáticos. (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 8)

No que diz respeito aos **conteúdos** matemáticos, o programa de Matemática B elege três grandes áreas: Funções e Cálculo Diferencial, Geometria (no plano e no espaço) e Probabilidades, Estatística e Matemática Discreta, e afirma que todos os temas têm como preocupação central o trabalho com problemas reais e com modelos concretos. Este programa identifica temas transversais, em sintonia com os considerados na Matemática A, à exceção de Lógica e Raciocínio Matemático. Assim, na Matemática B

são considerados a Resolução de Problemas e Atividades Investigativas, História da Matemática, Comunicação Matemática, Aplicações e Modelação Matemática, Tecnologia e Matemática. No entanto, o programa dá uma ênfase especial ao trabalho das Aplicações e Modelação Matemática, que assume o estatuto de tema “central”, uma novidade no quadro resumo da distribuição de temas em cada ano (quadro 8).

Quadro 8 - Quadro resumo da distribuição dos temas por ano de escolaridade no programa de Matemática B (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 11)

10º Ano	11º Ano	12º Ano
T e m a C e n t r a l Aplicações e Modelação Matemática		
Geometria no Plano e no Espaço <ul style="list-style-type: none"> ■ Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço. ■ O método das coordenadas para estudar Geometria no plano e no espaço. Funções e Gráficos. Generalidades. Funções polinomiais. <ul style="list-style-type: none"> ■ Função, gráfico e representação gráfica. ■ Estudo intuitivo de propriedades das funções quadráticas e cúbicas e dos seus gráficos Estatística <ul style="list-style-type: none"> ■ Estatística - Generalidades ■ Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos). ■ Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva). 	Movimentos periódicos. <ul style="list-style-type: none"> ■ Problemas de trigonometria básica e sua generalização. ■ Modelação matemática de situações envolvendo fenómenos periódicos Movimentos não lineares. <ul style="list-style-type: none"> ■ Investigação das características das funções racionais. ■ Modelação de situações envolvendo fenómenos não periódicos. ■ Modelação de situações envolvendo variações de uma função; taxa de variação.	Modelos de Probabilidades Modelos discretos (as Sucessões) Modelos contínuos não lineares. (as Exponenciais e as Logarítmicas; as Logísticas) Problemas de optimização. (Aplicações da Taxa de Variação; Programação Linear)
T e m a s T r a n s v e r s a i s		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Resolução de Problemas e Atividades Investigativas ■ Comunicação Matemática 		<ul style="list-style-type: none"> ■ História da Matemática ■ Tecnologia e Matemática

No que diz respeito a **orientações metodológicas**, a Matemática B considera que “as aplicações e os problemas extraídos do mundo real estão no centro deste programa” (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 7). Esta é uma linha de força neste programa, que assinala em diversas passagens a importância de contextualizar as aprendizagens e trabalho a ser desenvolvido em resolução de problemas:

Se é legítimo ensinar a manejar as ferramentas de cálculo, o essencial da aprendizagem da Matemática deve ser procurado ao nível das ideias para a resolução de problemas, para as aplicações da Matemática. O uso das ferramentas deve ser ensinado e aprendido no contexto das ideias e da resolução de problemas interessantes, enfim em situações que exijam o seu manejo e em que seja vantajoso o seu conhecimento, privilegiando mesmo características típicas do ensino experimental. (Carvalho e Silva et al., 2001b, pp. 1-2).

Uma outra ideia que se destaca neste programa, embora também referida em Matemática A e em programas anteriores, é a importância das conexões entre diversos temas, quer conexões internas à Matemática, quer conexões externas com uma pluralidade de domínios da realidade. No entanto, apesar de serem consideradas fundamentais, as conexões não são assumidas como tema nos conteúdos do programa. Uma terceira nota sobre questões metodológicas, pelo seu caráter inovador num programa³⁶, tem a ver com a consideração da possibilidade de realização de aulas desdobradas, ou seja, dividindo a turma em duas partes para maior facilidade da realização de tarefas que requerem mais atenção do professor aos alunos, nomeadamente trabalho de grupo e o trabalho de pares de estudantes, que se considera dever ser fomentado.

O programa de Matemática B faz também acrescidas exigências relativamente a **recursos**, reclamando que “todas as escolas secundárias devem dotar-se, quanto antes, de Laboratórios de Matemática” (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 13). No entanto, estes espaços são vistos como possibilidades acrescidas para o ensino da Matemática e não dispensam que as salas de aula comuns das escolas estejam equipadas com tecnologia diversa:

- calculadoras gráficas (para trabalho regular na sala de aula ou para demonstrações com todos os estudantes, usando uma calculadora com “view-screen”);
- uma sala de computadores com programas adequados para trabalho tão regular quanto possível;
- um computador ligado a um “data-show” ou a um projector de vídeo para demonstrações, simulações ou trabalho na sala de aula com todos os estudantes ao mesmo tempo. (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 13)

Este programa reforça muito a importância do uso da tecnologia, sem a qual afirma não se poder cumprir. No que diz respeito à calculadora, avança mesmo com indicações concretas, “tendo em conta a investigação e as experiências realizadas” até então (Carvalho e Silva et al., 2001b, p. 14), de oito tipos de atividades matemáticas consideradas vantajosas para para explorar com a calculadora com os alunos, como por exemplo, o uso de métodos gráficos para resolver equações e inequações e posterior confirmação usando métodos algébricos, modelação, simulação e resolução de situações problemáticas ou uso de cenários visuais gerados pela calculadora para ilustrar

³⁶ O desdobramento de uma turma em dois turnos já tinha sido previsto no Ofício-Circular n.º 135/97 do DES, em determinadas condições dependentes da gestão da escola.

conceitos matemáticos. Também o computador é considerado de uso obrigatório, sendo destacadas as suas potencialidades nos domínios da Geometria dinâmica e da representação gráfica de funções e da simulação, e recomendado o seu uso associado a *software* específico ou a sensores, bem como via de acesso à *Internet*, à semelhança do que é sugerido no programa de Matemática A.

Relativamente à **avaliação**, este programa de Matemática B segue de perto as orientações assumidas em Matemática A, apelando a uma perspetiva formativa, ao envolvimento do aluno, à consideração das tarefas de avaliação como tarefas de aprendizagem, à diversificação das formas de avaliação, à relativização do peso do teste escrito. Recomenda também “fortemente, (...) que a avaliação contemple obrigatoriamente redações matemáticas de modo a reforçar a importante componente da comunicação matemática” que poderão decorrer de trabalhos individuais, de grupo, de trabalho de projeto ou outro.

3.2.3.4. O programa de MACS —2002

Trata-se da disciplina que vem substituir a de Métodos Quantitativos (DGEBS, 1991), destinando-se ao Curso Geral de Ciências Sociais, onde é bienal com carga horária semanal de 4h30m, distribuída por três aulas de 90 minutos, e destinando-se ainda ao Curso Tecnológico de Ordenamento do Território, onde é trienal com carga horária semanal de 3h, distribuída por duas aulas de 90 minutos.

O seu programa inclui diversas componentes, equivalentes às que são consideradas na estrutura dos outros programas, e apresenta-se num volume único que abarca as opções relativas aos dois cursos (Carvalho e Silva, Martins, Martins & Loura, 2001c).

Logo na introdução, o programa de MACS perspetiva-se como um lugar de vivência de experiências matemáticas significativas que favoreçam o desenvolvimento de uma atitude favorável dos alunos relativamente à Matemática:

Mais do que pretender que os estudantes dominem questões técnicas e de pormenor, pretende-se que os estudantes tenham experiências matemáticas significativas que lhes permitam saber apreciar devidamente a importância das abordagens matemáticas nas suas futuras actividades. (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 1)

O programa, consciente de que o aluno-tipo a que se destina não têm sido “suficientemente conquistado para a Matemática” (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 3), assume como prioridade “introduzir e desenvolver alguns conceitos matemáticos

através de problemas da vida real, mais numa perspectiva de formação cultural do que de formação estritamente técnica” (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 1).

As **finalidades** que o orientam são sete, ampliando substancialmente as três que tinham sido definidas em Métodos Quantitativos. Assim se aproxima mais neste ponto dos programas de Matemática A e Matemática B, concertando finalidades relativas ao desenvolvimento da pessoa, do profissional e do cidadão, no que diz respeito à formação matemática:

- Promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico tanto para o prosseguimento de estudos como para a inserção na vida activa.
- Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real.
- Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas simples em situações do dia a dia e no domínio das Ciências Sociais.
- Desenvolver a capacidade de interpretar textos escritos em linguagem matemática, a capacidade de comunicar e o espírito crítico.
- Contribuir para formar uma atitude positiva face à ciência e particularmente para com a Matemática.
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade.
- Desenvolver capacidades de intervenção social pela compreensão e discussão de sistemas e instâncias de decisão que influenciam a vida dos cidadãos, participando desse modo na formação para uma cidadania activa e participativa. (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 4)

Seguindo a linha dos outros programas de 2001, apresenta “objetivos e competências a desenvolver” (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 4), distribuídos por três dimensões de Valores/Atitudes, Capacidades/Aptidões e Conhecimentos, sendo a primeira focada no desenvolvimento de atitudes pessoais transversais (por exemplo, desenvolver a confiança em si próprio) e a segunda no desenvolvimento de três capacidades relativas à Matemática: Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real, desenvolver o raciocínio e o pensamento científico, desenvolver a capacidade de comunicar e transmitir a informação organizada.

Quando apresenta os **conteúdos** matemáticos, o programa justifica a seleção feita com a escolha de favorecer uma educação para a cidadania, que subentende uma melhor “compreensão do mundo que nos rodeia, pelo que é necessário dotar os jovens das ferramentas necessárias para mais rapidamente e em melhores condições responderem às inúmeras solicitações do meio em que se integram” (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 8). Assim surgem os três temas a abordar: Métodos de apoio à decisão, Modelação

matemática, e Estatística e Probabilidades. A distribuição destes temas e o grau de aprofundamento da sua especificação é distinta conforme os dois cursos que este programa serve, salvaguardando-se o caso do “módulo inicial”, que em ambos os cursos deve explorar, em 40 aulas, os Métodos de apoio à decisão (quadro 9).

Quadro 9 - Distribuição de temas do programa de MACS em dois cursos tecnológicos distintos (Carvalho e Silva et al., 2001c, pp. 6-7)

Curso Geral de Ciências Sociais e Humanas		Curso Tecnológico de Ordenamento do Território		
Distribuição dos temas/conteúdos pelos anos de escolaridade				
10. Ano		11. Ano		
<p>1. Métodos de apoio à Decisão - 40 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Módulo inicial • Teoria matemática das eleições. • Teoria da partilha equilibrada. <p>2. Estatística - 40 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretação de tabelas e gráficos através de exemplos. • Planeamento e aquisição de dados. Questões éticas relacionadas com as experimentações. Exemplos. • Aplicação e concretização dos processos anteriormente referidos, na elaboração de alguns pequenos projectos com dados recolhidos na Escola, com construção de tabelas e gráficos simples. • Classificação de dados. Construção de tabelas de frequência. Representações gráficas adequadas para cada um dos tipos de dados considerados. • Cálculo de estatísticas. Vantagens, desvantagens e limitações das medidas consideradas. • Introdução gráfica à análise de dados bivariados, quantitativos • Modelos de regressão linear. • Relação entre variáveis qualitativas. <p>3. Modelos matemáticos - 10 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelos financeiros. 		<p>1. Modelos matemáticos - 30 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelos de grafos. • Modelos populacionais. <p>2. Modelos de Probabilidade - 35 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fenómenos aleatórios. • Argumentos de simetria e Regra de Laplace. • Modelos de probabilidade em espaços finitos. Variáveis quantitativas. Função massa de probabilidade. • Probabilidade condicional. Árvores de probabilidade. Acontecimentos independentes. • Probabilidade Total. Regra de Bayes. • Espaço de resultados infinitos. Modelos discretos e modelos contínuos. • Exemplos de modelos contínuos. • Modelo Normal. <p>3. Introdução à Inferência Estatística - 25 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Parâmetro e estatística. • Distribuição de amostragem de uma estatística. • Noção de estimativa pontual. Estimação de um valor médio. • Importância da amostragem aleatória, no contexto da Inferência Estatística. Utilização do Teorema do Limite Central na obtenção da distribuição de amostragem da média. • Construção de estimativas intervalares ou intervalos de confiança para o valor médio de uma variável. • Estimativa pontual da proporção com que a população verifica uma propriedade. • Construção de intervalos de confiança para a proporção. • Interpretação do conceito de intervalo de confiança. 		
10. Ano		11. Ano		
<p>1. Métodos de apoio à Decisão - 40 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Módulo inicial • Teoria matemática das eleições. • Teoria da partilha equilibrada. <p>2. Estatística - 20 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretação de tabelas e gráficos através de exemplos. • Planeamento e aquisição de dados. Questões éticas relacionadas com as experimentações. Exemplos. <p>2. Estatística - 20 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretação de tabelas e gráficos através de exemplos. • Planeamento e aquisição de dados. Questões éticas relacionadas com as experimentações. Exemplos. • Aplicação e concretização dos processos anteriormente referidos, na elaboração de alguns pequenos projectos com dados recolhidos na Escola, com construção de tabelas e gráficos simples. 		<p>1. Estatística - 20 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Classificação de dados. Construção de tabelas de frequência. Representações gráficas adequadas para cada um dos tipos de dados considerados. • Cálculo de estatísticas. Vantagens, desvantagens e limitações das medidas consideradas. • Introdução gráfica à análise de dados bivariados. • Modelos de regressão linear. • Relação entre variáveis qualitativas. <p>2. Modelos matemáticos - 40 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelos financeiros. • Modelos de grafos. • Modelos populacionais. 		
10. Ano		12. Ano		
<p>1. Métodos de apoio à Decisão - 40 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Módulo inicial • Teoria matemática das eleições. • Teoria da partilha equilibrada. <p>2. Estatística - 20 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretação de tabelas e gráficos através de exemplos. • Planeamento e aquisição de dados. Questões éticas relacionadas com as experimentações. Exemplos. 		<p>1. Modelos de Probabilidade - 35 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fenómenos aleatórios. • Argumentos de simetria e Regra de Laplace. • Modelos de probabilidade em espaços finitos. Variáveis quantitativas. Função massa de probabilidade. • Probabilidade condicional. Árvores de probabilidade. Acontecimentos independentes. • Probabilidade Total. Regra de Bayes. • Valor médio e variância populacional. • Espaço de resultados infinitos. Modelos discretos e modelos contínuos. • Exemplos de modelos contínuos. • Modelo Normal. <p>2. Introdução à Inferência Estatística - 25 aulas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Importância da amostragem aleatória, no contexto da Inferência Estatística. Utilização do Teorema do Limite Central na obtenção da distribuição de amostragem da média. • Construção de estimativas intervalares ou intervalos de confiança para o valor médio de uma variável. • Estimativa pontual da proporção com que a população verifica uma propriedade. • Construção de intervalos de confiança para a proporção. • Interpretação do conceito de intervalo de confiança. 		

Reforçando sempre que a prioridade de MACS é explorar o uso da Matemática em situações reais e afirmando mesmo que “Menos importantes são o conhecimento e a utilização de rotinas e técnicas de cálculo e o domínio dos conceitos como objectos matemáticos” (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 8), o programa aponta como “**sugestões metodológicas gerais**” a exploração de “problemas realistas e a investigação que se faz nas fontes e nas instâncias de decisão para as diversas situações” (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 8), a abordagem de situações que possa vir a ser estudadas com potencial para a valorização do papel da Matemática, viradas para os interesses e necessidades dos alunos dos cursos-alvo, estabelecendo conexões internas e externas entre diversos temas, e ainda recorrendo a apontamentos da História da Matemática. São também apresentadas indicações metodológicas mais específicas que acompanham o

desenvolvimento detalhado de cada tema, sobretudo focadas em sugestões de abordagem dos temas, por vezes com exemplos concretos das situações matemáticas sugeridas.

A disciplina de MACS recomenda o uso de **recursos** diversificados, em particular os tecnológicos, apresentando aqui exigências semelhantes às de Matemática B. Refere-se explicitamente às vantagens da existência de um Laboratório de Matemática onde seja possível a lecionação de aulas, mas também valoriza como obrigatório o uso, em sala indiferenciadas, de calculadoras gráficas e computadores e recomenda o uso de sensores e a exploração do acesso à *Internet* numa perspetiva de acesso a projetos vários que valorizam a imagem da Matemática.

O programa de MACS dedica à **avaliação** um parágrafo, menos do que os programas de Matemática A e Matemática B. No entanto, a sua mensagem é bem clara: os tradicionais testes “perdem sentido e oportunidade como instrumentos privilegiados para as tarefas de avaliação” (Carvalho e Silva et al., 2001c, p. 9), devendo ser valorizada a apreciação de trabalhos de grupo ou individuais realizados pelos alunos, a assumir formas diversas como, por exemplo, composições e notas de leitura, relatórios de atividades ou participação em debates. Note-se que à data da elaboração deste programa, se previa que MACS não fosse sujeita a exame nacional pelo que a proposta de uma avaliação menos tradicional, menos assente em testes, surgia aqui como mais consentânea. No entanto, assim não veio a acontecer, pois a disciplina acabaria também por entrar no elenco dos exames.

3.2.4. Programa e Metas Curriculares de Matemática A — 2014

3.2.4.1. Contextualização

O documento *Programa e Metas Curriculares de Matemática A, Ensino Secundário* (Bivar, Grosso, Oliveira, Timóteo & Loura, 2014) surge na sequência da mudança curricular que se verificou no Ensino Básico desde 2012, com a publicação das Metas Curriculares para a Matemática no Ensino Básico, como antes explicado. De acordo com o Despacho n.º 15971/2012, de 14 de dezembro, este programa serve os Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas, e entrou em vigor em 2015/2016, no 10.º ano de escolaridade e, sequencialmente, nos 11.º e 12.º anos nos anos letivos seguintes. Este programa é composto por seis secções que

se aplicam a todos os anos de escolaridade e concretiza-se, em termos dos conteúdos matemáticos, com documentos por ano de escolaridade, intitulados de *Metas Curriculares*.

Tal como no Ensino Básico, embora o programa não explicita exatamente os seus autores, elenca três equipas envolvidas na sua elaboração: uma equipa de coordenação pedagógica, constituída por duas docentes do Ensino Superior da área da Psicologia e Ciências da Educação; uma equipa de coordenação científica³⁷, constituída por cinco elementos, sendo três docentes do Ensino Superior e dois professores do Ensino Básico e Secundário; e uma equipa de quinze consultores, sendo oito docentes do Ensino Superior das áreas da matemática e afins, e sete professores do Ensino Secundário. Já os documentos das Metas Curriculares estão, nos três anos do Ensino Secundário, assinados pela equipa anteriormente designada de coordenação científica, pelo que nos referimos a este conjunto de documentos por Bivar e colegas (2014).

O programa explicita a sua principal pretensão logo na sua introdução: “elevar os padrões de desempenho escolar dos alunos portugueses” (Bivar et al., 2014, p. 3). Acrescenta também que “pretende definir um padrão coerente que imprima rigor ao que é ensinado nas escolas, garantindo simultaneamente aos professores autonomia pedagógica e liberdade de usar conhecimentos e experiência acumulada para auxiliar os alunos a atingir o seu melhor desempenho” (Bivar et al., 2014, p. 3).

Afirmando basear-se em “investigação recente na área do ensino da Matemática” (Bivar et al., 2014, p. 3), ainda que sem a referir, apresenta uma conceção de Matemática como uma disciplina cumulativa, cuja aprendizagem se faz por progressiva acumulação de conhecimentos previamente estudados e adquiridos. Torna também claro que esta disciplina é “o ramo da Matemática do Ensino Secundário que dá acesso aos cursos do Ensino Superior de áreas que requerem uma sólida formação matemática”, destacando assim o seu papel de seleção.

Como **finalidades** da disciplina de Matemática no Ensino Secundário, o programa propõe duas. A primeira é a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio abstrato, defendendo que o “desenvolvimento do raciocínio abstrato deve ser considerado como uma finalidade em si”, e a segunda recai sobre a modelação e a aplicação da Matemática ao mundo real. Enquanto que esta última vem na sequência

³⁷ Constituída por António Bivar, Carlos Grosso, Filipe Oliveira, Luísa Loura e Clementina Timóteo.

das orientações curriculares anteriormente em vigor, a primeira distingue-se aqui por ser considerada como finalidade e não como tema transversal.

No que diz respeito aos objetivos, este programa introduz outra novidade, pois considera que estes devem ser “explicitados por verbos a que se atribuem significados específicos e que servem de base à leitura dos descritores elencados nas Metas Curriculares” (Bivar et al., 2014, p. 6). Refere-se, em concreto, a cinco desempenhos que os alunos deverão ser capazes de revelar:

- (1) Identificar/Designar/Referir: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, sabendo definir o conceito apresentado como se indica ou de forma equivalente.
- (2) Reconhecer: O aluno deve apresentar uma argumentação coerente ainda que eventualmente mais informal do que a explicação fornecida pelo professor. Deve, no entanto, saber justificar isoladamente os diversos passos utilizados nessa explicação.
- (3) Saber: O aluno deve conhecer o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.
- (4) Provar/Demonstrar: O aluno deve apresentar uma demonstração matemática tão rigorosa quanto possível.
- (5) Justificar: O aluno deve justificar de forma simples o enunciado, evocando uma propriedade já conhecida. (Bivar et al., 2014, p. 6)

Trata-se, portanto, de uma formulação de objetivos muito distinta da de todos os anteriores programas, baseada na diferenciação de desempenhos que nem sempre parecem facilmente destrincháveis e suscetíveis de apreciação.

O programa defende que estes objetivos concorrem para a “aquisição de conhecimentos, factos, conceitos e procedimentos, para a construção e desenvolvimento do raciocínio matemático, para a resolução de problemas em diversos contextos, para uma comunicação (oral e escrita) adequada e para uma visão da Matemática como um todo articulado e coerente.” (Bivar et al., 2014, p. 6). Relativamente ao conhecimento de factos, de conceitos e de procedimentos, o programa valoriza a aquisição de automatismos:

(...) domínio de procedimentos padronizados deverá ser objeto de particular atenção no ensino desta disciplina. As rotinas e automatismos são essenciais à atividade matemática, uma vez que permitem libertar a memória de trabalho, de modo que esta se possa dedicar, com maior exclusividade, a tarefas que exigem funções cognitivas superiores. (Bivar et al., 2014, p. 6)

Relativamente ao raciocínio, o programa clarifica que o hipotético-dedutivo é o raciocínio de excelência e, embora conceda que o raciocínio indutivo pode desempenhar um papel fundamental na atividade matemática, previne contra o seu perigo, considerando que a formulação de conjeturas não constitui atividade especialmente interessante:

Os alunos deverão saber que o raciocínio indutivo não é apropriado para justificar propriedades e, contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras, razão pela qual as conjeturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado. (Bivar et al., 2014, p. 7)

No que diz respeito à resolução de problemas, o programa explicita o significado que lhe atribui, desconsiderando o papel dos problemas que envolvem os alunos em “exploração e descoberta”, que relega para “estratégias de motivação”. Assim, deixa claro que se refere a exercícios de aplicação com graus de dificuldade diversos, que servirão de aplicação dos conhecimentos e procedimentos previamente treinados:

A resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, de conceitos e de relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (Bivar et al., 2014, p. 7)

No que diz respeito à comunicação matemática, o programa propõe que esta seja desenvolvida na elucidação de questões e dúvidas e na comunicação de estratégias de resolução, devendo os alunos “ser incentivados a expor as suas ideias de modo claro, conciso e coerente” (Bivar et al., 2014, p. 7). A última afirmação parece remeter para um uso restrito da comunicação oral, mais focada em apresentações sintéticas do que em discussões alargadas com debate de argumentos. No entanto, este programa vem advogar a importância da redação escrita na explicação de raciocínios e apresentação de conclusões, “escrevendo em português correto e evitando uma utilização inapropriada de símbolos matemáticos como abreviaturas estenográficas.” (Bivar et al., 2014, p. 7). Fica assim a interrogação sobre o valor que dá ao papel da escrita simbólica específica da Matemática.

Por último, nos objetivos refere ainda como foco a História da Matemática, que se afirma contemplada em alguns descritores das Metas, com o propósito de “enquadrar de um ponto de vista histórico os conteúdos abordados.” (Bivar et al., 2014, p. 7).

Desta forma, neste programa desaparece da discussão das finalidades e objetivos a ideia de competência matemática, que havia sido introduzida nos programas do Ensino Secundário de 2001.

Na secção destinada aos conteúdos, o programa apresenta, ao contrário dos programas anteriores, exclusivamente conhecimentos matemáticos, organizando-os em domínios que distribui por ano de escolaridade (quadro 10).

Para cada ano de escolaridade, detalha a apresentação dos domínios em tabela, fornecendo também indicações para os tempos letivos a despende nos ensinos.

Quadro 10 - Distribuição de conteúdos matemáticos por ano de escolaridade no programa e Metas curriculares de Matemática A, Ensino Secundário

10.º ano	11.º ano	12.º ano
<ul style="list-style-type: none"> • Lógica e Teoria dos Conjuntos (LTC) • Álgebra (ALG) • Geometria Analítica (GA) • Funções Reais de Variável Real (FRVR) • Estatística (EST) 	<ul style="list-style-type: none"> • Trigonometria e Funções Trigonométricas (TRI) • Geometria Analítica (GA) • Sucessões (SUC) • Funções Reais de Variável Real (FRVR) • Estatística (EST) 	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo Combinatório (CC) • Probabilidades (PRB) • Funções Reais de Variável Real (FRVR) • Trigonometria e Funções Trigonométricas (TRI) • Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas (FEL) • Primitivas e Cálculo Integral (PCI) • Números Complexos (NC)

Existem diferenças assinaláveis na forma como os conhecimentos são abordados relativamente aos programas anteriores. Por exemplo, a Lógica e Teoria dos Conjuntos, que era tratada de forma integrada nos anteriores programas, passa aqui a ter estatuto de domínio autónomo. A Estatística, consignada aos 10.º e 11.º anos, apresenta-se com uma perspetiva bastante diferente da de literacia estatística que inspirava o anterior programa: sobressai uma abordagem tecnicista, muito dirigida às medidas e suas manipulações simbólicas, sem que se refira sequer o uso da calculadora:

No domínio Estatística, começa-se por introduzir o sinal de somatório e algumas das suas regras operatórias, que serão úteis em diversas ocasiões ao longo do Ensino Secundário. Em particular poderão ser utilizadas neste mesmo domínio,

nomeadamente aquando da manipulação de médias e desvios-padrão de amostras, ou de percentis, noções tratadas no 10.º ano. Para além das definições de variável estatística, amostra, média, variância, desvio-padrão e percentil, analisam-se as propriedades básicas destes conceitos e as respetivas interpretações em exemplos concretos. (Bivar et al., 2014, p. 10)

Este aspeto é reforçado quando, no detalhe dos tópicos, o programa dispensa que a Estatística surja contextualizada em situações reais, podendo estas ser eventualmente usadas, não obrigatoriamente, e para efeitos de aplicação da teoria:

No domínio Estatística, estudam-se as retas de mínimos quadrados associadas a uma sequência de pontos do plano. As coordenadas destes pontos podem em particular representar os valores de uma amostra bivariada, o que permite a aplicação deste conceito ao estudo da correlação de duas variáveis estatísticas definidas numa mesma população. (Bivar et al., 2014, p. 16)

A quinta secção do programa intitula-se **Níveis de desempenho**, sendo uma secção nunca antes incluída nos documentos curriculares portugueses. Nesta secção, o programa assume que os conteúdos que propõe não são para todos os alunos, fornecendo um código de sinais + e # para informar os professores de quais os tópicos/exercícios que tanto no programa como nos cadernos de apoio não são exigíveis a todos os alunos:

Os exemplos que no Caderno de Apoio se encontram assinalados com um ou dois asteriscos correspondem a desempenhos progressivamente mais avançados que não serão exigíveis à totalidade dos alunos, estando os restantes associados a um desempenho considerado regular. Pretende-se assim estabelecer, para estes descritores, um referencial que permita ao professor apreender o grau de exigência requerido. (Bivar et al., 2014, p. 20)

A sexta secção, dedicada a **orientações metodológicas**, também distingue muito das secções correspondentes nos anteriores programas, nos quais os modos de aprender Matemática eram considerados fundamentais e, como tal, existiam propostas concretas para a sua abordagem no ensino. Remetendo-se aqui essa responsabilidade em exclusivo para os professores e escolas, este programa é omissivo relativamente a indicações sobre a experiência matemática, referindo apenas sumariamente que devem ser feitas “revisões” regulares sobre conteúdos anteriores.

Relativamente aos **recursos** a adotar, o programa reporta-se em exclusivo à tecnologia e em termos bastante cuidadosos, considerando que esta “pode condicionar e

comprometer gravemente a aprendizagem e a avaliação” da Matemática. Assim, concede que a tecnologia seja usada com critérios, em determinadas situações muito específicas, sem que fique comprometido o domínio manual dos procedimentos algébricos ou a feitura de representações gráficas, que o programa considera basilares, justificando que “apenas a memorização e a compreensão cumulativa de conceitos, técnicas e relações matemáticas permitem alcançar conhecimentos progressivamente mais complexos e resolver problemas progressivamente mais exigentes.” (Bivar et al., 2014, p. 29). No que diz concretamente respeito à calculadora gráfica, recurso adotado nos programas do Ensino Secundário desde 1997, o programa restringe o seu uso a situações de ilustração e/ou pressupondo conhecimento teórico prévio:

Como é evidente, a calculadora gráfica pode sempre ser utilizada para ilustrar propriedades de gráficos de funções adequadamente escolhidas pelo professor, ou para que o aluno teste o resultado de variações de parâmetros em classes de funções de que já tenha algum conhecimento teórico e, de maneira geral, para uma abordagem experimental ao estudo de funções, desde que devidamente controlada e acompanhada de uma análise crítica da validade de conjeturas que essas experiências possam induzir. (Bivar et al., 2014, p. 29)

Aliás, só no 12.º ano se recomenda a utilização da calculadora gráfica de forma explícita, mantendo-se o registo de cautela, como se observa no final do excerto seguinte, o que representa uma regressão relativamente ao uso deste instrumento:

(...) considera-se que no Ensino Secundário a tecnologia, e mais especificamente a calculadora gráfica, deve ser utilizada em sala de aula e consequentemente em certos instrumentos de avaliação (na resolução de problemas requerendo cálculos de valores aproximados de soluções de determinado tipo de equações ou de funções envolvendo, por exemplo, razões trigonométricas, logaritmos, ou exponenciais) mas que se deve evitar a sua utilização em outras provas de avaliação em que os conteúdos e capacidades envolvidas claramente o não justifiquem ou mesmo o desaconselhem. (Bivar et al., 2014, p. 29)

O programa termina com meia página relativa à **avaliação**, que defende deverá ser “diversificada e frequente, contribuindo para que os alunos adquiram uma maior consciência do seu nível de conhecimentos e valorizem a avaliação como um processo promotor de melhores desempenhos” (Bivar et al., 2014, p. 30). Nota-se de novo o foco na aquisição dos conhecimentos matemáticos, coerente com as ideias expostas antes e também com o remate da secção sobre avaliação: “a avaliação interna deverá traduzir com fidelidade o nível de desempenho do aluno no que se refere ao cumprimento do programa e das respetivas metas curriculares” (Bivar et al., 2014, p. 30).

Após uma lista composta por 37 sugestões bibliográficas, composta por obras essencialmente de conteúdos de matemática ou orientações curriculares, o documento apresenta as Metas Curriculares, em três documentos distintos, um por cada ano de escolaridade. Como explicam:

As Metas Curriculares, que com o Programa formam um documento único, elencam, para cada domínio e em consonância com os conteúdos, os objetivos gerais a atingir em cada ano de escolaridade. Cada um deles encontra-se definido de forma precisa por um conjunto de descritores que apontam para desempenhos específicos e avaliáveis que os alunos deverão evidenciar para que esses objetivos se considerem cumpridos. (Bivar et al., 2014, p. 3)

Cada domínio de conteúdo, subdividido em subdomínio, tem elencados diversos objetivos, concretizados em descritores de acordo com o já explicado. A título de exemplo, ilustramos o estilo dos descritores na figura 18, com o descritor EST.10.4.4. relativo à definição de percentil de ordem k .

4. Designar, dados números naturais n e k , $k \leq 100$, uma sequência crescente de números reais (a_1, a_2, \dots, a_m) e um conjunto de dados quantitativos organizados nos intervalos de classe $[a_i, a_{i+1}[$, que se supõem de igual amplitude $h > 0$, por «percentil de ordem k », o número x tal que $\sum_{i=1}^{L-1} (a_{i+1} - a_i)n_i + (x - a_L)n_L = \frac{k}{100} \sum_{i=1}^m (a_{i+1} - a_i) n_i$, ou seja, tal que $h \sum_{i=1}^{L-1} n_i + (x - a_L)n_L = \frac{kh}{100}$ onde n_i é a frequência absoluta do intervalo de classe $[a_i, a_{i+1}[$ e L é o maior número natural tal que $\sum_{i=1}^{L-1} n_i \leq \frac{kn}{100}$.

Figura 18 - Descritor EST.10.4.4. extraído de Programa e Metas Curriculares de Matemática A do 10.º ano (Bivar et al., 2014, p. 23)

3.2.4.3. Orientações de gestão curricular e Aprendizagens Essenciais — 2016 e 2018

Em agosto de 2016, foram publicadas *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática A* (OGC), abrangendo os três anos de escolaridade do Ensino Secundário (ME, 2016b). Estas orientações foram redigidas por um Grupo de Trabalho³⁸ e procuraram “dar resposta às inúmeras solicitações dirigidas

³⁸ O Grupo de Trabalho integrou elementos da Sociedade Portuguesa de Matemática e da Associação de Professores de Matemática e foi coordenado pela Direção-Geral da Educação, não sendo os autores nominalmente identificados.

aos diversos Serviços Centrais do Ministério da Educação” (ME, 2016b, p. 1), como se explica no início do documento:

A adoção do Programa e Metas Curriculares de Matemática A do Ensino Secundário suscitou um conjunto de questões e a sinalização de vários problemas por parte das Escolas e dos Professores, pondo em causa a exequibilidade destes documentos.

Os principais problemas sinalizados prendiam-se com a extensão do Programa (que não potenciavam a consolidação das aprendizagens pelos alunos), com a antecipação de conteúdos e com a inadequação de alguns conteúdos às faixas etárias. (ME, 2016b, p. 1)

Estas OGC, antes de incidirem diretamente nos tópicos, dedicam alguma atenção a retratar a ideia de elitismo criada pelo Programa e Metas Curriculares (Bivar et al., 2014), afirmando pretender que todos os alunos tenham acesso a uma educação matemática de elevada qualidade, referindo-se em especial a alunos das “mais variadas proveniências socioculturais e com as mais diversas competências” (ME, 2016b, p. 1), e apelando a que lhes sejam criadas condições para aprenderem e compreenderem “importantes noções matemáticas, em ambientes equitativos e desafiadores” (ME, 2016b, p. 1).

Nestas OGC é também melhorado o conceito de aprendizagem, reconhecendo-se que a aprendizagem pode ser progressivamente consolidada ao longo dos três anos deste ciclo de estudos e que alguns descritores podem ser eventualmente abordados em ano diferente daquele em que aparecem elencados nos documentos, havendo mesmo alguns que podem ser de abordagem facultativa, a decidir pelo professor.

As OGC retomam também a referência à tecnologia, ampliando as referências, ainda que com limitações, a *software* de geometria dinâmica, mas continuando na lógica preferencial de ilustração: “Os programas de geometria dinâmica constituem recursos preciosos para as aulas, nomeadamente para a identificação de numerosas situações que ilustrem relações a analisar posteriormente de forma mais criteriosa” (ME, 2016b, p. 5). Relativamente à calculadora gráfica, esclarecem as dúvidas causadas no Programa e Metas Curriculares quanto à bondade da sua utilização, afirmando que “deve entender-se que é obrigatório que os alunos do ensino secundário, em particular, saibam utilizar uma calculadora gráfica” (ME, 2016b, p. 5), embora permaneça a indefinição sobre o trabalho a realizar com ela na aula.

Já em 2018, na sequência da publicação do *Perfil dos Alunos à Saída do Ensino Obrigatório* (PA) (Martins et al., 2017) e à semelhança do que fez para o Ensino

Básico, o Ministério da Educação publica em 2018 novos documentos curriculares, designados de *Aprendizagens Essenciais* (AE) dirigidas a diversas disciplinas, incluindo a disciplina de Matemática A no Ensino Secundário (ME, 2018j, 2018l, 2018m), e entram em vigor em 2018/19³⁹. Estas AE apresentam-se organizadas por ano de escolaridade, iniciando-se cada documento com uma introdução comum onde explicitam a sua ancoragem no *Programa e Metas Curriculares* respetivos:

As Aprendizagens Essenciais (AE) baseiam-se no programa e metas da disciplina para este ano de escolaridade homologados em 2014 (...). As AE aprofundam as Orientações de Gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática A, publicadas na página da Direção-Geral da Educação em agosto de 2016, com as quais são totalmente compatíveis. (ME, 2018j, p. 1)

A justificação da existência destes novos documentos tem duas ordens de razões: por um lado, uma tentativa de articulação com o PA e, por outro lado, algum ajustamento entendido como adequado em função “da experiência de três anos de lecionação do programa e metas” (ME, 2018a, p. 1).

Em termos de estrutura, estes documentos têm duas partes distintas. Na primeira parte, apresentam de forma sumária as razões das opções tomadas. No que diz respeito aos temas matemáticos, as AE não focam alguns dos conteúdos das Metas Curriculares, explicando que “Os temas curriculares não identificados nas AE podem ser abordados pelos docentes no exercício da sua autonomia em consonância com o projeto educativo de cada Unidade Orgânica” (ME, 2018a, p. 1). Desta forma, o professor poderá claramente lecionar conhecimentos matemáticos do Programa e Metas Curriculares em vigor.

Mas as AE também incluem alterações aos temas. A Estatística ganha maior folego, com a justificação da sua relevância social, tal como acontecia com os programas de 2001 e de 1997. A Lógica e a Teoria de Conjuntos, também como no programa de 2001, passa a ser tratada como tema transversal, à semelhança da Resolução de Problemas, da História da Matemática e da Modelação Matemática, considerando-se conhecimentos matemáticos e de capacidades matemáticas com o mesmo estatuto (ME, 2018j, 2018l,

³⁹ As Aprendizagens Essenciais foram aplicadas no ano letivo de 2017/2018 no 10.º ano nas escolas que aderiram ao Projeto de Autonomia e Flexibilidade Curricular.

2018m). Por último, existiu ainda a opção de avançar para anos posteriores o estudo de alguns temas, exercendo-se articulação vertical como feito no Ensino Básico.

Outra preocupação das *Aprendizagens Essenciais* é a consideração de alguns apontamentos metodológicos. Recuperam de 1997 e de 2001 a ideia de que a forma como se aprende Matemática faz diferença e que aos estudantes devem ser dadas oportunidades de “descobrir, raciocinar, provar e comunicar matemática. Para isso é fundamental que os estudantes se envolvam em discussões e atividades estimulantes e que não se sobrevalorizem as competências procedimentais sem a compreensão dos princípios matemáticos subjacentes” (MEC, 2018j, p. 1). Sugerem a diversificação de estratégias de ensino que permitam diferenciar o ensino atendendo a diferentes tipos de alunos e ainda desenvolver competências matemáticas complexas, resgatando aqui a ideia de competência do programa de 2001, ficando não sintónicas com o Programa e Metas em que afirmam ancorar-se.

A segunda parte destes documentos apresenta quadros nos quais, para cada tema matemático, são evidenciados conteúdos bastante abrangentes e os objetivos de aprendizagem correspondentes, incidindo sobre conhecimentos, capacidades e atitudes a adquirir e a desenvolver e são também apresentadas “práticas essenciais de aprendizagem” que os estudantes devem ter oportunidade de experimentar. A coluna reservada a explicitar como o PA se concretiza nestas AE, tal como aconteceu no Ensino Básico, apenas está preenchida em alguns conteúdos (por exemplo, no 10.º e 11.º anos, apenas é feita para a Geometria).

3.3. Apreciação da evolução das orientações curriculares em Matemática

Terminamos este capítulo com uma breve apreciação global de como evoluíram, no Ensino Básico e Secundário, as orientações curriculares relativas à Matemática vigentes em Portugal desde o início dos anos 90, olhando-as transversalmente nos pontos que guiaram o nosso estudo.

Relativamente às **finalidades** para o ensino da Matemática, podemos observar que desde 1990 os documentos curriculares apresentam perspetivas de relação da

Matemática com a sociedade, valorizando a aprendizagem matemática não como um fim em si mesmo, mas como instrumento para uma melhor compreensão do mundo em redor, encontrando-se também a valorização do contributo que a Matemática proporciona para a formação pessoal dos alunos, em particular o desenvolvimento do seu raciocínio. Evidencia-se, no entanto, que no programa do Ensino Secundário de 2014 (Bivar et al., 2014) se assume uma preocupação central com os alunos que fazem prosseguimento de cursos no Ensino Superior em áreas que requerem uma sólida formação matemática.

No que diz respeito aos **objetivos** de aprendizagem, são desde 1990 valorizados objetivos associados ao desenvolvimento de atitudes e capacidades e à aquisição de conhecimentos matemáticos. Esta presença veio a fazer-se sentir, nos dois atuais contextos do ensino obrigatório, de forma continuada até ao início deste século, culminando o progressivo robustecimento da ideia de que conhecimentos, capacidades e atitudes devem ser abordados de forma integrada na explicitação da ideia de competência matemática, assumida no CNEB (DEB, 2001) e no Programa de Matemática A do Ensino Secundário (Carvalho e Silva et al., 2001a, 2002a, 2002b). As capacidades matemáticas veem o seu papel reforçado em 2007, com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007) que elege as capacidades de resolver problemas, de raciocinar e comunicar matematicamente simultaneamente como objetivos, conteúdos de aprendizagem e orientações metodológicas. Os Programas e Metas Curriculares de 2013 e 2014 (Bivar et al., 2013, 2014) também referem estas capacidades, mas reduzindo o conceito de problema e valorizando o raciocínio dedutivo.

Os **conteúdos** de aprendizagem foram também sofrendo neste período alterações em função da sua relevância social, quer no que diz respeito ao seu foco, quer nas propostas para a sua abordagem, excetuando-se nos Programas e Metas Curriculares. Em termos de conhecimentos matemáticos, assinalamos a crescente ênfase na Estatística, um tema a que os programas e currículos do Ensino Básico e Secundário anteriores às Metas Curriculares deram um lugar privilegiado, perspetivando o seu papel no conhecimento e compreensão do mundo para além da Matemática, a ser devidamente interpretado. Outro exemplo tem a ver com a Lógica e Teoria de Conjuntos, que os programas anteriores às Metas Curriculares tinham colocado como transversal, mas a que estas vêm dar identidade própria, retornando ao cenário anterior aos anos 90. No que diz

respeito à abordagem, o caminho tem sido no sentido de dar relevo crescente à compreensão matemática pelos alunos, bem como ao apoiar em significado as aprendizagens que estes realizam. Como exemplo, destacamos a abordagem aos números e operações no 1.º Ciclo, reforçada no programa de 2007 (Ponte et al., 2007) com a importância do cálculo mental flexível e baseado em estratégias pessoais apoiadas na compreensão e com iniciar a entrada dos algoritmos no 3.º ano de escolaridade, como havia sido já previsto em 2001 e 1990.

A maioria dos documentos curriculares, desde 1991, quer no Ensino Básico, quer no Secundário, atribui uma grande importância às **orientações metodológicas**, segundo as quais tomam forma as experiências matemáticas dos alunos, mediadas pela resolução de tarefas diversas e desafiantes e pela consequente discussão das suas possíveis resoluções, frisando-se em vários documentos (Carvalho e Silva et al., 1997, 2001) que os modos de trabalhar em Matemática são igualmente uma aprendizagem matemática fundamental. Em outra lógica estão as Metas Curriculares (Bivar et al., 2012) que afirmam nada querer recomendar para o trabalho a ser realizado em sala de aula, embora as formulações de muitas das metas específicas impliquem determinadas abordagens muito precisas aos tópicos, limitando a margem de liberdade dos professores.

No que diz respeito aos **recursos**, a afirmação da tecnologia tem vindo a percorrer um caminho algo sinuoso, distinguindo-se novamente o Programa e Metas Curriculares pela atitude de reserva e até desconfiança que comunicam relativamente ao uso do computador e calculadoras pelos alunos. Os restantes documentos curriculares, com maior ou menor força, sublinham que o uso dos instrumentos tecnológicos pode/deve ser visto como uma mais-valia para apoiar as práticas matemáticas e potenciar as aprendizagens dos alunos (por exemplo, realizar conjecturas ou modelação matemática).

Relativamente à **avaliação**, de forma geral os programas contemplam, mais ou menos indicações, de âmbito global. Referem-se, contudo, aos diferentes propósitos da avaliação das aprendizagens matemáticas dos alunos, às condições em que pode ocorrer e como, destacando a necessidade do uso diversificado de instrumentos. Pode encontrar-se, desde 1991, a assunção da valorização da avaliação formativa. Uma vez mais o Programa e Metas Curriculares é exceção, focando a avaliação essencialmente na sua dimensão sumativa e na aquisição dos conhecimentos matemáticos.

De um modo global, podemos afirmar que Portugal seguiu uma linha de continuidade entre os anos 90 e o início da vigência dos Programas e Metas Curriculares. Esta linha está em sintonia com estratégias promotoras do sucesso das aprendizagens de todos os alunos em Matemática (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2017). É também compatível com as propostas da OCDE para 2030 (Organisation for Economic Cooperation and Development [OECD], 2018), bem como com as orientações curriculares dos países adiante analisados neste relatório (Estados Unidos da América, Estónia, Finlândia e Singapura), nomeadamente as relativas às finalidades, foco dos objetivos de aprendizagem e uso das tecnologias. Quebram a continuidade os Programas e Metas Curriculares, como temos vindo a expor.

Outra nota transversal incide na situação atual de proliferação de documentos curriculares, quer no Ensino Básico, quer no Secundário. Na realidade, convivem hoje em dia múltiplos documentos com lógicas diversas e que criam um cenário de pouca clareza acerca do que afinal o país pretende para a aprendizagem matemática dos seus alunos. Registamos o desacerto entre as AE e o Programa e Metas Curriculares relativamente às finalidades e objetivos para o ensino da Matemática que atribuímos à tentativa de conciliar documentos inconciliáveis: os *Programas e Metas Curriculares* (Bivar et al., 2012, 2013, 2014) e o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins et al., 2017), baseados em pressupostos paradigmaticamente distintos na visão sobre a Matemática, sobre o aluno, sobre o seu papel na aprendizagem e sobre as competências/capacidades matemáticas que deve desenvolver. Tal facto explica a inconsistência das AE, que já anteriormente assinalámos.

Notamos que tanto as OGC, como as AE, são documentos que têm dificuldade em se afirmar como suficientes. Estes documentos não se constituem como currículos nem programas de Matemática, pois não se baseiam em princípios, carecem de articulação interna e externa e não contemplam todas as componentes que um currículo ou programa deve incluir.

Desta forma, é nosso parecer que o país precisa de uma urgente revisão curricular de fundo, na qual se respeitem ideias relevantes no contexto atual que possam contribuir para a melhoria das aprendizagens dos alunos portugueses em Matemática.

4.

A Matemática nos Cursos Profissionais

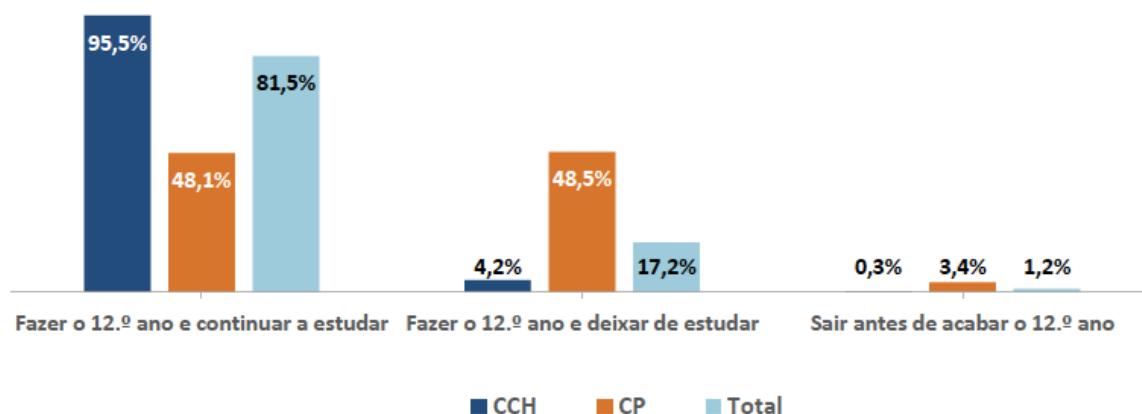
Os cursos profissionais assumem uma importância cada vez maior no nosso sistema educativo, fazendo parte do “nível secundário de educação” desde a reforma do Ensino Secundário de 2004, ao mesmo nível dos Cursos Científico-Humanísticos, dos Cursos Artísticos Especializados e dos Cursos do Ensino Recorrente. Neste capítulo começamos por fazer uma breve caracterização destes cursos, de seguida apresentamos os respetivos programas de Matemática e, por último, salientamos alguns aspetos fundamentais que se têm vindo a evidenciar no Ensino Profissional, nomeadamente em relatórios e investigações que se debruçam sobre esta via de ensino.

4.1. O Ensino Profissional

O Ensino Profissional foi pela primeira vez apresentado como uma das componentes do “nível secundário de educação” no Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de março. Aí é definido como incluindo cursos “vocacionados para a qualificação inicial dos alunos, privilegiando a sua inserção no mundo do trabalho e permitindo o prosseguimento de estudos”. Atualmente é regulado pelo Decreto-Lei n.º 55/2018 de 6 de julho, que mantém a mesma relevância dos Cursos Profissionais no sistema educativo, a par com os Científico-Humanísticos, os Artísticos Especializados e os do Ensino Recorrente.

O Ensino Profissional tem sido prioridade em muitos Governos que declaram pretender atingir a fasquia de 50% de alunos do Ensino Secundário a frequentar o Ensino Profissional (Programa Operacional Capital Humano [POCH], 2019). Esta meta ainda não foi atingida mas verificou-se um aumento de mais de 40 000 alunos entre 2007/08 e 2016/17, tendo a percentagem de alunos a frequentar o Ensino Profissional atingido, em 2016/17, 32% dos alunos do Ensino Secundário (Fernandes, Pereira, Duarte & Canto e Castro, 2019).

O estudo recente da Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (DGEEC) (Fernandes et al., 2019) conclui que quase metade dos estudantes a frequentar os Cursos Profissionais pretende continuar a estudar, ou seja, aceder ao Ensino Superior (figura 19).

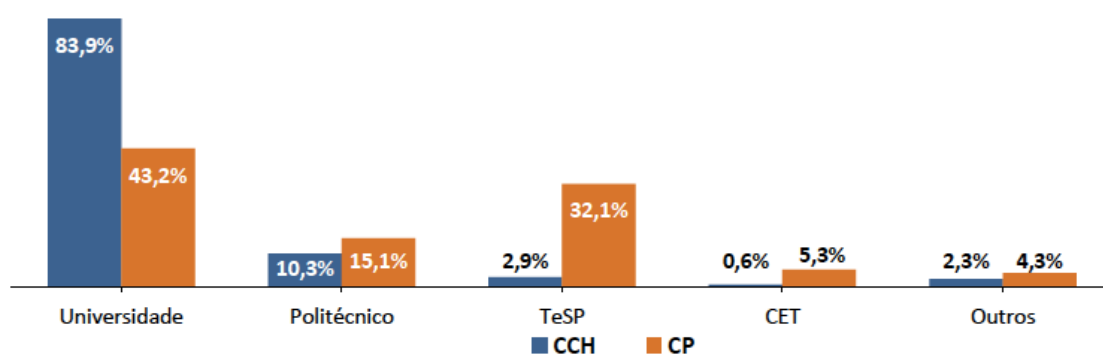


Fonte: DGEEC, OTES: Estudantes à Saída do Secundário 2017/2018.

Nota: CCH: Curso Científico-Humanísticos, CP: Cursos Profissionais

Figura 19 – Gráfico de percentagens dos estudantes, por expetativas relativamente ao seu percurso escolar, por oferta de educação e formação (Fernandes et al., 2019, p. 20)

A maioria desses alunos pretende ingressar no Ensino Universitário (43,2%), um número muito superior aos que pretendem ingressar no Ensino Politécnico (15,1%) e mesmo maior do que aqueles que pretendem ingressar em Cursos Técnicos Superiores Profissionais (32,1%) (figura 20).



Nota: TeSP – Curso técnico superior profissional; CET – Curso de especialização tecnológica
Fonte: DGEEC, OTES: Estudantes à Saída do Secundário 2017/2018.

Figura 20 – Gráfico das percentagens dos estudantes, que desejam continuar a estudar, por formação pretendida, por oferta de educação e formação (Fernandes et al., 2019, p. 22)

Segundo Rodrigues (2015), apesar de haver um grande número de alunos a procurar o Ensino Profissional como uma alternativa de ensino, tendo em vista a inserção na vida ativa, há alunos que optam por um Curso Profissional como um meio alternativo para conseguirem ingressar no Ensino Superior:

(...) embora a grande maioria dos alunos ingresse no ensino profissional à procura de uma alternativa de ensino diferente e mais adaptada à inserção no mundo de trabalho, há uma percentagem de alunos que lutam pelo ingresso ao ensino superior, preparando-se para os exames nacionais à disciplina de Matemática B (e por vezes Matemática A), sendo o curso profissional um meio para atingirem um objetivo, quer pela obtenção da média de acesso, quer pelas competências técnicas adquiridas no âmbito da licenciatura que pretendem. (Rodrigues, 2015, p. 133)

No entanto, apesar do número tão elevado de alunos dos Cursos Profissionais que pretende candidatar-se ao Ensino Superior, a legislação não previa, até 2020, um acesso diferente do dos restantes alunos, limitando-se a sugerir que podem candidatar-se como alunos autopropostos aos exames nacionais das disciplinas necessárias para ingresso no Ensino Superior: “Os alunos dos cursos regulados pela presente portaria podem candidatar-se, na qualidade de alunos autopropostos, à realização de exames finais nacionais que elegerem como provas de ingresso para acesso ao Ensino Superior” (Portaria n.º 235-A/2018, art. 28.º, ponto 3).

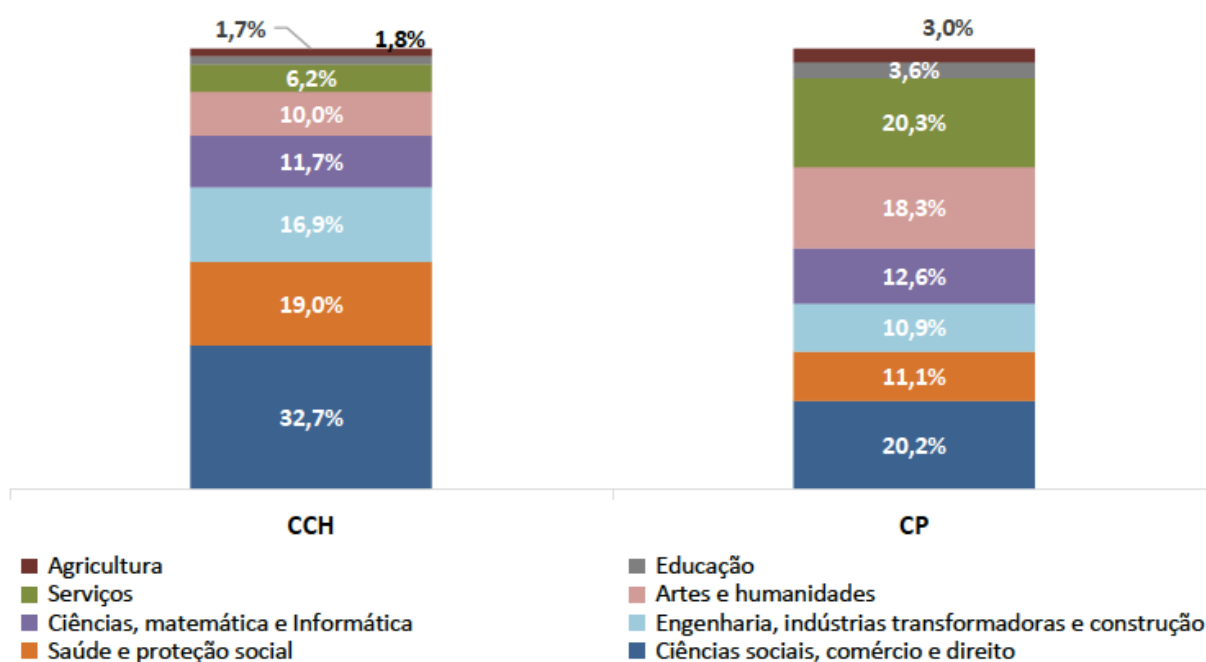
Este sistema “empurra” para alunos “autopropostos” (na realidade, sem outra alternativa) os alunos dos Cursos Profissionais que quiserem aceder ao Ensino Superior, não estabelecendo qualquer relação direta entre o Ensino Profissional e o sistema de acesso ao Ensino Superior. Apesar de o artigo 11.º do Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de março, prever exames nacionais especificamente para acesso ao Ensino Superior dos alunos dos Cursos Profissionais⁴⁰, estes nunca foram concretizados⁴¹. Os exames que os alunos dos Cursos Profissionais são atualmente obrigados a fazer não correspondem ao estudado pelos alunos, mas são sim determinados pelo que cada curso do Ensino Superior exige como prova de ingresso aos alunos dos Cursos Científico-Humanísticos, mesmo que os alunos dos Cursos Profissionais não tenham frequentado a respetiva disciplina. Não são necessários exames para ingressar nos recentemente criados Cursos

⁴⁰ “Para a certificação da conclusão de um curso do ensino recorrente, bem como de um curso profissional de nível secundário, não é obrigatória a aprovação nos exames nacionais, exceto nos casos em que o aluno pretenda prosseguir estudos de nível superior” (Decreto-Lei n.º 74/2004, art.º 15.º n.º 3).

⁴¹ Em cumprimento do artigo 26.º da Portaria n.º 550-C/2004, o programa da disciplina de Matemática dos Cursos Profissionais chegou a estabelecer que as provas de exame incidiriam apenas sobre alguns dos módulos do programa (DGFV, 2004, p. 8).

Técnicos Superiores Profissionais no Ensino Superior, mas estes ainda não se impuseram aos estudantes como alternativa real, pois os alunos continuam a não lhes dar preferência (figura 20).

No que se refere às escolhas das áreas de estudo que os jovens pretendem frequentar no Ensino Superior, verifica-se que são muito diversificadas (figura 21), mas a relação com a Matemática é muito grande. Ou seja, áreas de estudo que exigem Matemática A estão muito presentes nas preferências dos alunos dos Cursos Profissionais que pretendem ingressar no Ensino Superior.



Fonte: DGEEC, OTES: Estudantes à Saída do Secundário 2017/2018.

Figura 21 – Gráfico das percentagens dos estudantes, por oferta de educação e formação e a área de estudo pretendida (Fernandes et al., 2019, p. 24)

Contudo, em 2013, a disciplina de Matemática B deixou de dar acesso aos Cursos de Ciências, Engenharia e Economia (Portaria n.º 1031/2009, com efeitos a partir do ano letivo de 2012/13). Assim, aos alunos que pretendem aceder aos Cursos de Ciências, Engenharia e Economia resta a hipótese de fazer o exame de Matemática A como aluno autoproposto, o que se afigura uma tarefa extremamente difícil para alunos dos Cursos Profissionais, atendendo à diferença de programas e cargas horárias das respetivas disciplinas.

O estudo de Neves, Pereira, Santos, Godinho e Pereira (2010) realça o facto de os Cursos Profissionais serem pouco atrativos para as famílias e para os alunos e que um dos fatores é o facto de haver menos articulação destes cursos com o Ensino Superior:

“Os Cursos Profissionais se articulam com o Ensino Superior, em geral, pior que os Cursos Científico-Humanísticos” (Neves et al., 2010, p. 102).

4.2. O Programa de Matemática dos Cursos Profissionais

A estrutura do Ensino Profissional foi alterada em 2004, conforme o estipulado no Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de março. Desde o lançamento das Escolas Profissionais em 1989, que a estrutura curricular e os programas (de estrutura modular) não eram alterados. Um intervalo temporal de quinze anos permitiu identificar melhorias a introduzir no modelo, sendo reorganizadas a estrutura, o funcionamento e a avaliação.

O programa da disciplina de Matemática da componente de Formação Científica dos Cursos Profissionais do ensino secundário foi homologado em 3 de março de 2005, e foi entrando em vigor para os cursos que foram homologados depois dessa data. É constituído por um só volume, de 87 páginas e foi redigido pela mesma equipa que elaborou o programa da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais⁴².

O programa desta disciplina, da responsabilidade da Direção Geral de Formação Vocacional (DGFV), define sete **finalidades**, sendo cinco delas idênticas às dos programas de Matemática de 1991. As duas inovações deste programa são desenvolver a “capacidade de selecionar a Matemática relevante para cada problema da realidade”, e

(...) criar capacidades de intervenção social pelo estudo e compreensão de problemas e situações da sociedade atual e bem assim pela discussão de sistemas e instâncias de decisão que influenciam a vida dos cidadãos, participando desse modo na formação para uma cidadania ativa e participativa. (DGFV, 2004, p. 2)

Os **objetivos gerais** indicam que o essencial da aprendizagem da Matemática deve ser procurado ao nível das ideias para a resolução de problemas e para as aplicações da Matemática. O uso das ferramentas deve ser ensinado e aprendido no contexto das ideias e da resolução de problemas interessantes, em situações que exijam o seu manejo

⁴² A equipa de autores é constituída por Arsélio de Almeida Martins, Cristina Maria Cruchinho da Fonseca, Ilda Maria Ferreira do Couto Lopes, Luísa da Conceição Santos Canto e Castro de Loura, Maria Eugénia Santos Lino Pires Graça Martins, Maria Graziela Esteves Carvalho Fonseca e Jaime Maria Monteiro Carvalho e Silva (coord.).

e em que seja vantajoso o seu conhecimento, privilegiando mesmo características típicas do ensino experimental.

O programa propõe que o ensino de todos os temas seja suportado em atividades diversas, que contemplem:

(...) a modelação matemática, o trabalho experimental e o estudo de situações realistas adequadas a cada curso sobre as quais se coloquem questões significativas, resolução de problemas não rotineiros e conexões entre temas matemáticos, aplicações da matemática noutras disciplinas e com relevância para interesses profissionais, recorrendo com frequência a ferramentas computacionais adequadas. (DGFV, 2004, p. 4)

Os **temas** matemáticos, estruturados em módulos segundo o modelo curricular dos Cursos Profissionais, são os seguintes: Números e Geometria, incluindo Trigonometria; Funções reais e Análise infinitesimal; Estatística e Probabilidades; e, Matemática discreta. Para além destes temas, as Aplicações e Modelação Matemática constituem um tema transversal a ser presente em todos os módulos.

Os temas estão distribuídos por um conjunto de dezasseis módulos, divididos em duas categorias A e B, sendo estes últimos destinados aos cursos com menor carga horária:

Assim, a lista de módulos desta disciplina é constituída por dois grupos. O grupo de módulos A corresponde ao elenco destinado aos cursos cuja carga horária da disciplina é de 300 horas. Os módulos do grupo B destinam-se a ser combinados com módulos [do grupo] A, para a formação dos estudantes em cursos menos exigentes em carga horária. Este grupo de módulos B inclui temas menos aprofundados ou variações em relação aos temas tratados nos módulos A, por forma a responder mais adequadamente às exigências de formação decorrentes das famílias profissionais em que os cursos de enquadraram. (DGFV, 2004, p. 3)

Os quadros resumo da lista de módulos oferecidos no referido programa podem ser observados nos quadros 11 e 12.

Quadro 11 - Lista e resumo dos módulos A (DGFV, 2004, p. 3)

Quadro Resumo - Distribuição dos Temas pelos **Módulos A**
 Tema Transversal: **Aplicações e Modelação Matemática**

<p>Módulo A1 Geometria Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço. O método das coordenadas para estudar Geometria no plano e no espaço.</p> <p>Módulo A2 Funções Polinomiais Funções e gráficos. Funções polinomiais de graus 2 e 3.</p> <p>Módulo A3 Estatística Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos). Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva).</p>	<p>Módulo A4 Funções Periódicas Movimentos periódicos. Funções trigonométricas.</p> <p>Módulo A5 Funções Racionais Funções racionais. Modelação de situações envolvendo fenómenos não periódicos.</p> <p>Módulo A6 Taxa de Variação Taxa de variação média num intervalo. Taxa de variação num ponto.</p>	<p>Módulo A7 Probabilidade Modelos de Probabilidade.</p> <p>Módulo A8 Modelos Discretos Modelos discretos: sucessões e progressões.</p> <p>Módulo A9 Funções de Crescimento Modelos contínuos não lineares: exponencial, logarítmico e logístico.</p> <p>Módulo A10 Optimização Problemas de optimização. Aplicações das Taxas de Variação. Programação Linear como ferramenta de planeamento e gestão.</p>
---	---	--

Quadro 12 - Lista e resumo dos módulos B (DGFV, 2004, p. 4)

Quadro Resumo - Distribuição dos Temas pelos **Módulos B**
 Tema transversal: **Aplicações e Modelação Matemática**

<p>Módulo B1 Funções Periódicas e Não Periódicas Modelação matemática de situações envolvendo fenómenos periódicos e não periódicos. Breve abordagem das funções trigonométricas e das funções racionais.</p> <p>Módulo B2 Estatística Computacional Tratamento exploratório de dados usando uma folha de cálculo.</p> <p>Módulo B3 Modelos de Funções Estudo e resolução de problemas com modelos de funções elementares.</p>	<p>Módulo B4 Programação Linear Domínios planos. Interpretação geométrica de condições.</p> <p>Módulo B5 Jogos e Matemática Desenvolvimento de capacidades matemáticas através do uso de jogos de raciocínio.</p> <p>Módulo B6 Padrões Geométricos Identificação e análise de propriedades de figuras geométricas em situações do mundo real. Regularidades e padrões associados a transformações geométricas.</p>
---	---

O programa considera necessário que:

(...) no primeiro módulo do programa de cada curso, os estudantes sejam colocados perante a resolução de problemas escolhidos que permitam despistar dificuldades e deficiências na formação básica. A estratégia assente na resolução

de problemas evita que os estudantes sejam desgastados em revisitações expositivas de assuntos que podem até já dominar. (DGFV, 2004, p. 4)

As **orientações metodológicas** baseiam-se no princípio das aplicações e dos problemas extraídos do mundo real e das profissões estarem no centro do programa. As aplicações, integradas num contexto significativo para os estudantes, são usadas como ponto de partida para cada novo assunto, sendo parte do processo de construção de conceitos matemáticos dos estudantes e usadas como fonte de exercícios.

Relativamente aos **recursos**, o uso de tecnologias de cálculo, com capacidades gráficas e de comunicação, é considerado fundamental para a criação e o desenvolvimento de competências úteis a todos os desempenhos profissionais, recomendando-se que se constituam Laboratórios de Matemática para que os estudantes possam ter oportunidade de trabalhar diretamente com um computador com regularidade. O uso de calculadoras gráficas é obrigatório.

Relativamente à **avaliação**, este programa pretende que “as situações de avaliação não se restrinjam ao produto final, mas atendam essencialmente ao processo de aprendizagem e permitam que o estudante seja um elemento ativo, reflexivo e responsável da sua aprendizagem” (DGFV, 2004, p. 8). Explicita que o professor “não deve reduzir as suas formas de avaliação aos testes escritos, antes deve diversificá-las” (DGFV, 2004, p. 8). O programa recomenda “que se usem redações matemáticas (sob a forma de resolução de problemas, composições/reflexões, projetos, relatórios ou outras) que reforcem a importante componente da comunicação matemática” (DGFV, 2004, p. 8). Recomenda também a “utilização de ‘testes em duas fases’ que permitem o desenvolvimento da persistência na procura de soluções para situações novas, para além de contribuírem para uma atitude de reflexão sobre a aprendizagem” (DGFV, 2004, p. 8).

4.3. Apreciação da evolução da Matemática no Ensino Profissional

O ensino da Matemática nos Cursos Profissionais tem-se revelado muito exigente, com uma variabilidade grande entre escolas, entre cursos e mesmo entre módulos. Num estudo

de 2012, com uma amostra de 8 escolas (4 privadas e 4 públicas), concluiu-se que a taxa de aprovação variava entre 15% e 80%, com níveis de motivação dos estudantes muito variados (Carvalho e Silva, 2012).

Há poucos estudos que se debrucem diretamente sobre a Matemática nos Cursos Profissionais ou sobre o impacto dos atuais programas, que já datam de 2004. Mas aparecem alguns temas importantes que iremos passar em revista: a importância do trabalho colaborativo, a necessidade de uma formação contínua de professores adequada às necessidades concretas dos Cursos Profissionais, a necessidade de apetrechamento das escolas e a revisão do atual currículo.

4.3.1. Trabalho colaborativo

A necessidade do aumento do trabalho colaborativo entre os professores tendo em vista a adequação dos objetivos da aprendizagem da Matemática à especialização de cada curso é um dos destaques do estudo de Rodrigues (2018):

Outro consenso presente na investigação é a importância da definição das equipas pedagógicas responsáveis pela formação dos alunos dos cursos profissionais, recomendando o aumento do trabalho colaborativo e a participação de todos na flexibilização curricular e adequação dos objetivos de aprendizagem à especialização técnica de cada curso, para que assim se vá ao encontro dos interesses dos alunos e do futuro perfil profissional dos mesmos. (Rodrigues, 2018, p. 17)

O estudo de Filipe (2017) corrobora a afirmação, evidenciando a importância do trabalho colaborativo entre os professores que lecionam no Ensino Profissional quando estão em causa as aplicações e a modelação matemática:

O trabalho colaborativo teve um papel crucial neste processo, pois permitiu a evolução do conhecimento para ensinar Estatística, porque houve necessidade de aprofundar o conhecimento não matemático ao estarem em contacto direto com a realidade, algo que não costuma ser hábito na prática de ensino de qualquer professor. (Filipe, 2017, p. 429)

No mesmo sentido, Rodrigues (2015) sugere como elemento chave para a adaptação da Matemática às várias áreas profissionais, o aumento do trabalho colaborativo entre os professores das várias disciplinas, cabendo às escolas a criação de tempos para o efeito:

Uma solução parece-nos ser a promoção de reuniões dos professores de Matemática com os professores da área técnica dos cursos, no sentido de promover

a interdisciplinaridade e (...) a existência de “horas de articulação” nos programas da disciplina. (p. 173)

4.3.2. Formação contínua de professores

Filipe (2017), nas conclusões da sua tese de doutoramento, chama a atenção para o facto de que ensinar em Cursos Profissionais é muito diferente de ensinar no ensino regular, exigindo da parte dos professores outra maneira de trabalhar, tanto na escolha das tarefas, como no modo como se preparam e conduzem as aulas:

A prática usual é lecionar da mesma forma como o fazem no ensino regular, mas os alunos do ensino profissional têm outro perfil e, como tal, todas as tarefas e forma como se preparam e conduzem as aulas têm que ter outro “olhar” por parte dos professores, não se podendo esquecer que estão a preparar jovens para o mundo do trabalho e que a Matemática deve ser ensinada com base nos contextos reais. (Filipe, 2017, p. 432)

Igualmente, Neves e colegas (2010), no estudo da expansão dos cursos profissionais às escolas secundárias públicas, realçam a necessidade de implementar uma formação de professores direcionada especificamente aos professores dos Cursos Profissionais:

(...) sendo indispensável que seja assegurado: (...) a formação dos professores, através da adequação dinâmica das respostas de formação de aperfeiçoamento e reciclagem quer às necessidades específicas dos profissionais que lecionam os Cursos Profissionais, quer às necessidades de formação em apoio a estratégias de diversificação pedagógica. (Neves et al., 2010, p. 95)

No seu estudo, Filipe (2017) realça as dificuldades e as exigências para os professores quando ensinam nos Cursos Profissionais, mas acredita, fundamentando-se no seu trabalho de investigação, que é possível tornar as aprendizagens matemáticas, dos alunos que frequentam o Ensino Profissional, ricas e significativas, desde que haja um verdadeiro investimento:

O ensino da Matemática nos cursos profissionais exige dos professores alguma criatividade perante a desmotivação generalizada dos alunos que integram estes cursos. Nem sempre é fácil criar e preparar tarefas que os motivem, os conduzam a desejar aprender e lhes permita valorizar a disciplina. Com este estudo, percebi que é possível mudar alguma coisa. Se as motivações e interesses dos alunos forem tidos em conta, com algum trabalho e vontade, os professores podem despertar estes alunos para a Matemática, proporcionando momentos de aprendizagem ricos e significativos. (Filipe, 2017, p. 431)

4.3.3. Recursos nas escolas

Reforçando a necessidade de adaptação do programa de Matemática à especificidade de cada curso, Rodrigues (2015) concluiu que se verificaram algumas dificuldades da parte dos professores envolvidos no seu estudo em adaptarem a Matemática à parte técnica dos cursos. A inexistência de recursos e de formação nesta área poderão explicar estes resultados:

Todos os professores afirmaram tentar adaptar a matemática ensinada à parte técnica dos cursos, confessando que têm algumas dificuldades nas aplicações práticas da matemática em alguns módulos. Neste âmbito torna-se evidente que não existe formação nesta área, e são praticamente inexistentes os recursos aos quais os professores possam recorrer para enriquecerem os seus conhecimentos sobre a matemática adequada. (Rodrigues, 2015, p. 169)

Ainda com o objetivo de ultrapassar estas dificuldades, Rodrigues (2015) sugere a criação de equipas para desenvolverem materiais tendo em vista a sua adaptação à área técnica de cada curso:

(...) poderiam criar-se equipas para desenvolverem sebatas de apoio ao ensino de cada módulo dos programas de Matemática, com tarefas dirigidas a cada área de formação que integra o catálogo nacional de qualificações, reestruturando a carga horária dos módulos, de acordo com a sua importância relativa na área técnica de cada curso. (Rodrigues, 2015, p. 172)

Neves e colegas (2010) também evidenciam a necessidade do apetrechamento das escolas com equipamentos adequados, sendo um aspeto essencial para a credibilidade do Ensino Profissional a funcionar nas Escolas Secundárias:

O apetrechamento das Escolas assume uma importância que foi subvalorizada em experiências profissionalizantes passadas que envolveram Escolas Públicas e é essencial para a credibilização desta oferta nas Escolas Secundárias. (p. 95)

4.3.4. Revisão do currículo

Algumas áreas da Matemática assumem uma importância crescente no ensino em geral, mas especialmente no Ensino Profissional, como é o caso da Estatística. Não só será necessário analisar quais os conhecimentos estatísticos necessários aos futuros profissionais, provavelmente ampliando a oferta em Estatística, como

será preciso formar os professores para se prepararem com qualidade, em termos científicos e em termos didáticos, para os desafios educacionais necessários. A investigação de Filipe (2017) revela que os desafios do ensino da Estatística nos Cursos Profissionais são possíveis de ultrapassar com um investimento na formação de professores:

A formação nesta área da Estatística poderá ter um papel preponderante no ensino das distribuições bidimensionais, alertando para aspetos a serem trabalhados e identificados como problemáticos nesta experiência de ensino, e ou ainda, existirem mais equipas colaborativas que permitam uma maior partilha de conhecimentos e reflexão sobre as práticas. (Filipe, 2017, p. 430)

Em síntese, num trabalho apresentado no Congresso Internacional de Educação Matemática de 2012, Carvalho e Silva (2012) propõe que se inicie o estudo da situação atual do Ensino da Matemática dos Cursos Profissionais com vista à revisão do currículo de Matemática que a análise aconselhar:

(...) estamos no momento certo para uma análise profunda da situação dos estudos vocacionais em Portugal de modo a fazer propostas concretas da revisão dos programas e também determinar os passos necessários a tomar nas escolas e no Ministério da Educação de modo a melhorar a situação. (p. 1842)

4.4. Perspetiva internacional

São muitos os países em que existem formações dirigidas a uma preparação profissional, embora as designações e a estrutura variem: Ensino Técnico, Ensino Vocacional, VET (Vocational Education and Training), Ensino Profissional, etc.

A Matemática aparece repetidamente nas discussões sobre a preparação que é proporcionada aos alunos neste tipo de ensino, quer no âmbito do STEM⁴³ ou STEAM⁴⁴, quer na sua relação com os diversos contextos de trabalho. Como assinala Gerard Vergnaud, na introdução do volume dedicado à “Educação para a Matemática no local de trabalho” (Bessot & Ridgway, 2000) e que compila dezasseis estudos internacionais sobre o tema,

⁴³ STEM - *Science, Technology, Engineering and Mathematics*.

⁴⁴ STEAM - *Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*.

A ideia mais importante que sai dos estudos deste volume é que a matemática é antes de tudo uma atividade. Esta atividade tem lugar em todos os tipos de situações e locais de trabalho, tão diferentes como a agricultura, a construção, a enfermagem, a condução de um avião ou o desenhar de um satélite. (p. xvii)

A União Europeia reafirmou em 2015 a importância do VET e fez um conjunto de recomendações habitualmente designado por “Declaração de Riga”. A União Europeia sublinha enfaticamente a importância do VET:

Por este meio, relembramos a importância do investimento em VET e de políticas de desenvolvimento de competências que, por um lado, aumentem a empregabilidade das pessoas, ajudem a reduzir a atual inadequação de competências e permitam transições mais suaves para o mercado de trabalho e, por outro lado, promovam o desenvolvimento dos indivíduos e assim contribuam para melhorar a qualidade de vida. Continuamos convencidos que todos os grupos merecem a nossa atenção e empenhamento plenos no que a isto diz respeito. (European Commission, 2015, p. 1)

A Declaração de Riga reafirma que se deve alargar o acesso ao VET e melhorar a qualidade da formação prestada, nomeadamente através da permeabilidade do sistema com outras vias, e da colaboração com parceiros sociais, empresas e Associações Comerciais e Industriais. Defende-se também que se devem fortalecer as competências-chave nos currículos de VET e oferecer oportunidades mais efetivas para adquirir ou desenvolver essas competências. Finalmente defende-se um investimento na formação contínua de professores e formadores, tanto nas escolas como nas empresas (European Commission, 2015).

O continuado investimento da União Europeia na formação profissional e vocacional é atestado pelo *Quadro de Referência Europeu de Garantia da Qualidade para o Ensino e a Formação Profissionais* que foi estabelecido em 2009 (Parlamento Europeu & Conselho da União Europeia, 2009). Nesse Quadro de Referência um dos indicadores de qualidade é o “Investimento na formação de professores e formadores” (p. 155), que tem em conta a “proporção de professores e formadores que participam em programas de aperfeiçoamento profissional” (p. 158), o que permite concluir a grande importância que a formação de professores, específica para estas áreas, é fundamental para a qualidade do ensino profissional e vocacional.

Hodgen, Wake e Dalby (2017) realizaram uma análise comparativa do ensino técnico em sete países (Inglaterra, Alemanha, Coreia do Sul, Singapura, Suíça, Holanda e

Noruega) e, de entre as grandes variações dos sistemas dos diferentes países, encontraram algumas linhas comuns importantes:

- Em todos os países há uma vertente académica que é desenhada para facilitar tanto a progressão para estudos posteriores como a transferência para outras vias de ensino;
- A proporção de estudantes em vias técnicas ronda os 70% na maioria dos países, atingindo o mínimo de 30% em Inglaterra e na Coreia do Sul;
- A diferenciação curricular de estudos técnicos vocacionais começa entre os 15 e os 17 anos exceto na Holanda e parte da Alemanha onde se inicia mais cedo; contudo nestes dois países as vias vocacionais incluem mais Matemática do que nos outros países;
- A competência matemática básica é exigida, na maioria dos casos, numa disciplina/módulo de Matemática nos estudos técnicos vocacionais, embora com variantes (na Noruega, Holanda e Coreia do Sul há um currículo de Matemática obrigatório);
- Em geral, os estudantes aprendem novos conteúdos matemáticos nas restantes disciplinas/módulos dos cursos técnicos vocacionais, mas esta Matemática não é certificada enquanto tal;
- Na maior parte dos casos, a Matemática é integrada em contextos vocacionais e ensinada por especialistas vocacionais. As especificações desta Matemática são definidas no contexto de colaboração entre a escola e empregadores, e por isso há uma grande diferenciação da Matemática académica.

A recomendação geral deste trabalho é que a formação técnica vocacional precisa de ser melhorada continuamente pois requer um equilíbrio entre os diferentes parceiros, que por vezes é difícil de obter. Recomenda ainda que

(...) a matemática requerida para as profissões é frequentemente “invisível” para os envolvidos. Portanto, consideramos que há uma necessidade urgente de descrever explicitamente a matemática utilizada nas diversas profissões técnicas. Na medida em que há muitas sinergias na matemática entre profissões, uma abordagem potencial seria produzir um banco de normas matemáticas das diversas profissões. (Hodgen, Wake & Dalby, 2017, p. 15)

A mesma questão da “invisibilidade” é realçada por Celia Hoyles e colegas no relatório do projeto “Techno-mathematical Literacies in the Workplace” que decorreu em

Inglaterra entre 2003 e 2007 (Hoyles, Noss, Kent & Bakker, 2010). Uma das conclusões do projeto é que, mesmo envolvendo o uso de tecnologia, muitas vezes não é identificada a matemática realmente usada, para além das clássicas Aritmética e Álgebra. É por isso essencial identificar os modelos matemáticos presentes no local de trabalho e formar os futuros profissionais de acordo com essas necessidades.

Vários projetos relevantes têm sido desenvolvidos um pouco por todo o mundo para tentar conhecer melhor a matemática nos contextos profissionais, como o projeto RIUMIT (Rich Interpretation of Using Mathematical Ideas and Techniques) na Alemanha, o projeto SLO na Holanda e os projetos “Mathematical Skills in GNVQs” e “Towards a Mathematical Orientation through Computational Modelling” em Inglaterra (Hoyles et al., 2010).

Também na Suécia, entre 1998 e 2002, decorreu um projeto designado por KAM (Lindberg & Maerker, 2001; Maerker, 2006) que pretendeu melhorar o ensino da Matemática nas escolas vocacionais suecas nos últimos anos do Ensino Secundário. A experiência do projeto permitiu concluir que a Matemática é importante nas áreas vocacionais. No entanto, o projeto aponta dois problemas quando se pretende que os estudantes consigam aplicar a Matemática em situações concretas das suas áreas de interesse: dificuldades reveladas nas aprendizagens básicas (por exemplo frações) e dificuldades de integração na sala de aula de Matemática abstrata com as situações concretas das suas áreas vocacionais. O projeto promoveu a colaboração dos professores de Matemática com os professores das áreas vocacionais e, apesar das dificuldades, conseguiu promover a produção de materiais que foram depois introduzidos na aula. Os estudantes ficaram mais motivados e perceberam a importância e relevância da Matemática estudada. Um dos resultados mais importantes foi a produção colaborativa de novos materiais, mesmo que não tenha sido possível chegar a um novo manual escolar, objetivo considerado posteriormente demasiado ambicioso para o projeto (Lindberg & Maerker, 2001; Maerker, 2006).

Como forma de dar um panorama suficientemente diverso iremos referir mais dois casos internacionais: Finlândia e Massachusetts (EUA). Uma análise da OCDE sobre o ensino vocacional de nível secundário na Finlândia revela que o principal problema existente é a falta de competências de literacia e numeracia que suportem a continuação dos estudos e a mobilidade nas carreiras profissionais. Este estudo recomenda que as competências fundamentais sejam desenvolvidas em conjunto com as competências

práticas, salientando também que a ausência das competências fundamentais leva ao desemprego e a empregos pior remunerados (Musset, 2015). No estado americano do Massachusetts, os programas vocacionais são extremamente populares entre os jovens, caracterizando-se pela integração de estudos acadêmicos de qualidade com treino vocacional, o que facilita a aplicação da Matemática, da Ciência e da Literacia em contextos de prática (Jones, 2016). Esta política está em linha com a lei federal americana conhecida como “Carl D. Perkins Career and Technical Education Improvement Act of 2006” (United States Congress [USC], 2006) que preconiza uma integração entre “conteúdos coerentes e alinhados com *standards* académicos desafiadores” e “conhecimento e competências técnicas relevantes necessárias para preparar a educação ao longo da vida e as carreiras nas profissões atuais ou nas profissões emergentes”, que inclua “raciocínio de alto nível e competências de resolução de problemas” (USC, 2006, s/p).

Em síntese pode constatar-se que o panorama internacional relativo ao ensino profissional é extremamente rico. Grande número de países valoriza esta via de ensino, que é diversificada e pretende ligar a escola com o mundo do trabalho. Para isso, são propostas ações ou projetos de identificação de situações educacionais, integrando a Matemática nos diversos contextos vocacionais, sem esquecer uma formação académica de base, fundamental para atividades presentes e futuras. É igualmente destacada a necessidade de um contínuo investimento na formação de professores nos modelos matemáticos presentes nos contextos profissionais. O Ensino Profissional em Portugal está em grande parte alinhado com o cenário internacional, sendo que algumas dificuldades identificadas estão também presentes no nosso país: necessidade de identificação da utilização “invisível” da matemática nas diferentes atividades profissionais e de uma formação de professores dirigida especialmente para estas áreas.

5.

Projetos curriculares em Portugal

Ao longo do período de tempo a que este relatório diz respeito destacámos dois projetos de inovação curricular desenvolvidos em décadas e níveis de escolaridade distintos: o Projeto MAT₇₈₉ e o Projeto REANIMAT. Passamos de seguida a descrever cada um deles de forma sucinta, respeitando a sua ordem cronológica.

5.1. Projeto MAT₇₈₉

O Projeto MAT₇₈₉⁴⁵ teve o seu início em 1988 e foi da responsabilidade de uma equipa⁴⁶ constituída por educadores matemáticos e professores de Matemática dos Ensinos Básico e Secundário. O projeto teve o apoio institucional do então Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e dos Conselhos Diretivos das Escolas envolvidas, o apoio financeiro da Fundação Calouste Gulbenkian (de 1989 a 1992), e a autorização do Ministério de Educação e dos alunos e seus Encarregados de Educação. Foi ainda constituída uma Comissão⁴⁷ Consultiva do Projeto.

Quando em 1988 surge a ideia do MAT₇₈₉, a necessidade de inovação curricular em Matemática estava na ordem do dia, quer a nível internacional, quer nacional. É neste ano que acontece o Seminário de Vila Nova de Milfontes (Associação de Professores de Matemática [APM], 1988), momento marcante, em Portugal, de reflexão sobre as questões curriculares em Matemática. Assim, o principal objetivo do projeto foi conceber e implementar um currículo de Matemática para o 3.º Ciclo do Ensino Básico, baseado na visão da matemática “como uma ciência viva, em construção e em

⁴⁵ Pode ser visualizado um vídeo sobre este projeto em:
<https://vimeo.com/user34119652/review/155686592/38fcda805f>

⁴⁶ Paulo Abrantes (coord.), Eduardo Veloso, Leonor Santos, Margarida Oliveira e Paula Teixeira.

⁴⁷ Ana Benavente, Augusto Franco de Oliveira, Guilhermina Lobato, João Pedro da Ponte e Maria Eugénia Graça Martins.

permanente evolução e como realização humana envolvida em todos os domínios da atividade humana e a que todas as pessoas podem ter acesso” (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997, p. 21). Como principais propósitos do currículo foram definidos: “contribuir para a compreensão do papel e da importância da Matemática na vida dos alunos e na sociedade e para gerar atitudes positivas perante a Matemática” (p. 21).

Mas não foram apenas os propósitos curriculares que nortearam a concepção do currículo experimental. A eles se associou a ideia forte de que a “Matemática é para todos”, isto é, que a “Matemática seja para cada um”, querendo com isto dizer que o ensino e aprendizagem da Matemática deverá fazer com que todos os alunos se sintam capazes de fazer alguma Matemática, tenham prazer em realizar tarefas matemáticas e não se sintam excluídos de forma sistemática; e que a aprendizagem matemática se faz com envolvimento ativo e empenhado do aluno, atribuindo-lhe significado. Assim, procurou-se centrar o ensino e aprendizagem na resolução de problemas, orientando o ensino para os processos e para os conceitos, sustentando-o na utilização extensiva dos computadores e das calculadoras e de outros recursos, como os materiais manipuláveis, proporcionando experiências matemáticas (realização de tarefas de exploração, de investigação, de projetos, elaboração de trabalhos e relatórios escritos) e formas de trabalho (trabalho de grupo, estudo pessoal, discussões de grupo e turma) diversificados (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997). Os trabalhos de projeto desenvolvidos ao longo dos três anos do ciclo, envolveram outras disciplinas para além da Matemática (Educação Física, Educação Visual, Geografia, História e Português). Para que a avaliação fosse coerente com as restantes componentes do currículo, dele fazendo parte integrante, foram definidas formas diversificadas, atribuindo uma forte componente formativa ao seu propósito (por exemplo, os testes em duas fases) (Leal, 1992).

O currículo experimental estava “organizado em temas e atividades e não em conteúdos específicos rigidamente hierarquizados” (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997, p. 119). A escolha dos conteúdos matemáticos foi feita partindo do princípio que todos os tópicos matemáticos centrais do currículo oficial tinham de ser trabalhados e, de acordo com o tempo disponível, seriam acrescentados outros tópicos considerados relevantes. Assim, ao longo dos três anos do 3.º Ciclo, foram trabalhados os seguintes tópicos matemáticos: Estatística, Funções, Geometria, Números (numa perspetiva de sentido do número), Contagens e Probabilidades, Grafos e Matrizes (estes dois últimos apenas tratados numa turma do 9.º ano). Textos de apoio de natureza mais teórica foram

elaborados para apoiar os alunos no estudo (Abrantes, Leal, Silva, Teixeira & Veloso, 1997) uma vez que os manuais escolares existentes não se adequavam a este currículo experimental. Ao longo dos quatro anos do projeto a equipa reunia semanalmente.

O projeto envolveu quatro turmas e duas escolas. Em 1988/89 iniciou-se na escola Secundária de D. Pedro V, com duas turmas do 7.º ano de escolaridade e, no ano letivo seguinte, com uma nova turma do 7.º ano desta mesma escola e outra na Escola Secundária da Amadora. Nenhuma das turmas foi constituída de forma especial. As duas primeiras turmas do 7.º tinham 28 e 26 alunos respetivamente. No segundo ano, as duas novas turmas 25 e 23 alunos, respetivamente.

Os objetivos do projeto foram, na sua globalidade, atingidos. Este foi, por exemplo, o caso do desenvolvimento da autonomia dos alunos e do reconhecimento da relevância da Matemática: “não se ter ouvido qualquer aluno questionar [ao longo dos três anos] a relevância da Matemática ou o interesse daquilo em que estavam a trabalhar” (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997, p. 122). Nalguns casos, verificou-se a necessidade de um período de tempo alargado para a sua concretização, tal como o desenvolvimento de hábitos de trabalho em grupo que exigiu todo um ano letivo. Contudo, e embora fazendo um balanço muito positivo face às práticas avaliativas realizadas, os alunos tenderam a associá-la a testes escritos tradicionais, instrumento de avaliação nunca realizado no âmbito deste projeto ou apenas no seu início.

No que respeita ao desempenho matemático dos alunos, existem dados específicos sobre os alunos da turma da Escola Secundária da Amadora. No 8.º ano, obtiveram uma média global de 56% no teste *II International Assessment of Educational Progress*, sendo 48% a média global de Portugal. Em particular, em áreas de grande aposta do currículo experimental, os seus resultados foram os mais elevados, quando comparados com os restantes alunos: “Estatística e Análise de gráficos, esquemas e tabelas” obtiveram uma média de 71,4% contra 64,2% dos restantes alunos e nos itens que relacionavam a Matemática com situações da realidade 67,3% contra 60,0% (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997). No 9.º ano, estes alunos revelaram ter desenvolvido um conceito de problema muito distinto do dos seus colegas da escola não envolvidos no projeto, considerando-o essencial na Matemática e sem um tempo pré-determinado para a sua realização (Abrantes, 1994). No concurso *Matemática & Realidade* realizado por estes mesmos alunos, em que era necessário mobilizar a capacidade para enfrentar e lidar com situações problemáticas abertas, todos os grupos desta turma apresentaram

trabalhos razoáveis ou bons, tendo dois deles obtido os dois primeiros prémios (Abrantes, 1994).

A terminar esta breve descrição do Projeto MAT₇₈₉ não podemos deixar de referir, pela sua relevância e atualidade, duas das conclusões retiradas pelos membros da equipa. Por um lado, “é possível orientar o currículo de Matemática para objetivos gerais de ‘ordem superior’, como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação, e ao mesmo tempo fazê-lo numa perspetiva de Matemática para todos” (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997, p. 124). Por outro, uma ideia de que o sucesso de um currículo deste tipo passa pela “flexibilidade curricular” (p. 125), entendida como a necessidade de proporcionar aos alunos diversidade de experiências matemáticas e aceitar que podem ser desenvolvidas com níveis de exploração diferentes e que a aprendizagem não se faz num momento pré-determinado e de forma definitiva. “Os alunos têm que dispor de oportunidades para melhorar o seu trabalho e retomar ideias que ficaram mal exploradas ou compreendidas. Esta perspetiva implica uma mudança profunda no conceito e nas práticas de avaliação” (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997, p. 125).

5.2. Projeto REANIMAT

O projeto Gulbenkian de Reanimação Científica da Matemática no Ensino Secundário, usualmente designado por REANIMAT (St. Aubyn, Heitor & Queiró, 2007), nasceu em 2001/02, em resultado de uma parceria entre a Fundação Calouste Gulbenkian e o Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (FCUL). Os seus responsáveis científicos, Armando Machado e Luís Sanchez, elegeram como objetivo principal do projeto o combate ao problema do insucesso escolar na disciplina de Matemática, visível nas provas efetuadas no Ensino Secundário, e nas disciplinas de Matemática frequentadas no Ensino Superior.

Tendo por base o programa oficial vigente na década de 90, nomeadamente o “ajustamento” de 1997, os seus autores pretenderam:

(...) dar a conhecer a Matemática como corpo de conhecimentos coerente, organizado e dotado de um método próprio, nunca descurando a sua ligação ao mundo real e o importante papel auxiliar das novas tecnologias, mas também

não dissimulando as vantagens da abstracção e a importância da demonstração como critério de validação de resultados. (Sanchez & Mascarenhas, 2002, p. 3)

Baseando-se em textos de apoio⁴⁸ produzidos por diversos professores da FCUL, nomeadamente do Departamento de Matemática e do Departamento de Estatística e Investigação Operacional, e confiando no discernimento e capacidade de lecionação de cada professor no terreno⁴⁹, pretendia-se utilizar um rigor adequado ao nível etário dos alunos e apresentar os conceitos de forma encadeada e lógica.

Aos alunos exigia-se que desenvolvessem destreza no cálculo numérico e algébrico, sem esquecer a argumentação matemática, recorrendo à intuição geométrica e à visualização espacial e colocando problemas com grau de dificuldade variável que conseguissem ser resolvidos tendo por base os resultados e as técnicas fornecidos no âmbito das matérias do programa.

O projeto decorreu no 10.º ano, em 2001/02; no 11.º ano, em 2002/03; e, no 12.º ano, em 2003/04, em três escolas: Escola Secundária Gama Barros, no Cacém; Escola Secundária Padre Alberto Neto, em Queluz; e, Escola Secundária Professor Herculano de Carvalho, atual Escola Secundária António Damásio, em Lisboa, tendo sido incorporadas no projeto duas turmas por escola, uma de Ciências e Tecnologias (1.º agrupamento) e outra de Ciências Económicas (3.º agrupamento). Inicialmente a Escola Secundária Pedro Nunes, em Lisboa, foi incluída no projeto, no entanto a professora responsável na escola teve que desistir devido a alguma preocupação demonstrada pelos pais dos alunos, e por alguns professores, invocando possíveis constrangimentos no acesso ao Ensino Superior. No 10.º ano foram admitidos no projeto 152 alunos, tendo-se mantido 69 alunos no 11.º ano, e 54 no 12.º ano.

Relativamente à forma como o projeto foi acompanhado no terreno, foram efetuadas reuniões regulares, com uma periodicidade quinzenal, onde participaram os professores envolvidos e os responsáveis do projeto, as quais eram complementadas através de contactos por correio eletrónico. Foram ainda dinamizadas três ações de formação acreditadas pelo CCPFC, uma por cada ano letivo, com a duração de 25 horas, frequentadas por professores que implementaram o projeto nas suas turmas ao longo

⁴⁸ Todos os textos de apoio produzidos no âmbito do projeto REANIMAT encontram-se em: <https://sites.google.com/site/luissanchezfcul/reanimat>

⁴⁹ Não foram criadas recomendações para a metodologia a usar na sala de aula, nem para a avaliação.

dos três anos, e por outros professores interessados, as quais foram dinamizadas por professores da FCUL. Todo o projeto foi ainda objeto de acompanhamento por parte de uma comissão de especialistas de diversas universidades nacionais, da Academia das Ciências e de uma professora de uma escola secundária, em representação da Associação de Professores de Matemática. Em termos de equipamentos foi atribuído a cada escola participante um computador portátil e um *datashow* para apoio às aulas.

Dos 54 alunos que concluíram o 12.º ano, efetuaram exame nacional 45, tendo obtido classificação positiva 35 alunos, o que corresponde a 23% dos alunos inicialmente no projeto (St. Aubyn, Heitor & Queiró, 2007). Destes, 19 seguiram para o Ensino Superior, o que perfaz 12,5% do número inicial de alunos que ingressaram no projeto.

Segundo St. Aubyn, Heitor e Queiró (2007), os autores do projeto referem que: “(...) os resultados dos alunos não foram significativamente diferentes dos observados noutras turmas das mesmas escolas” (p. 38), sendo que os casos de insucesso foram extensivos à maioria das outras disciplinas; e, “(...) os piores resultados foram obtidos pelas turmas do terceiro agrupamento (...)” (p. 38). Acrescentam ainda que os responsáveis do projeto revelaram algum desânimo relativamente aos resultados dos alunos num relatório efetuado no decurso do terceiro ano de vigência do REANIMAT, mencionando que: “(...) a luta contra o insucesso que era a razão de ser do projeto não estava a ter o resultado desejado” (p. 39), apontando-se como razões a dificuldade dos alunos em recuperarem de carências anteriores na sua formação, e “(...) o elevado grau de exigência dos métodos de ensino e avaliação utilizados pelos professores participantes” (p. 39).

Como aspetos positivos do projeto são apontados, por St. Aubyn, Heitor e Queiró (2007), a qualidade dos textos produzidos, o impacto nos professores envolvidos e o nível de envolvimento de dois matemáticos portugueses de reconhecido mérito:

(...) o rigor e a clareza dos textos em geral, a ênfase posta na precisão dos conceitos e nas demonstrações, a qualidade dos exercícios. (p. 51)

(...) o impacto na formação, na prática, no entusiasmo e na motivação dos professores envolvidos. (p. 70)

(...) extremamente positivo este esforço de dois dos mais prestigiados matemáticos do país. (p. 71)⁵⁰

St. Aubyn, Heitor e Queiró (2007) indicam que: “Alguns alunos⁵¹ são muito claros a explicitar exatamente porque é que o projeto foi importante para eles e para a sua formação de base: bons textos, mais demonstrações, exercícios mais exigentes, mais trabalho no secundário” (p. 55).

Estes autores identificam duas limitações no projeto. Por um lado, apesar de este ter sido pensado apenas para alunos que queriam prosseguir os seus estudos com uma forte componente em Matemática, na realidade não foi assim aplicado; por outro lado o projeto entrou tardiamente no percurso escolar dos alunos:

A intenção clara e declarada é chegar a estudantes cujo perfil é o de continuação de estudos no ensino superior com forte componente de Matemática, nada se dizendo sobre o caso de estudantes para quem a Matemática no secundário tem, ou pode ter, carácter terminal. (p. 55)

(...) intervenção apenas ao nível do ensino secundário, demasiado perto do fim dos estudos não-superiores, e, portanto, demasiado tarde para compensar ou corrigir deficiências de formação anteriores. (p. 66)

Em termos meramente estatísticos os autores do relatório referem que: “Quatro escolas constituem uma amostra pequena. (...) não nos parece que o esforço logístico aumentasse muito se se trabalhasse com mais escolas e mais turmas” (St. Aubyn, Heitor & Queiró, 2007, p. 67).

Para St. Aubyn, Heitor e Queiró (2007), “(...) os resultados globais do projeto REANIMAT não podem senão ser considerados como desanimadores, com uma alta percentagem de insucesso dos alunos, sobretudo logo no 10.º ano (54,6%)” (p. 39). Referem igualmente que: “Uma falha importante do REANIMAT é não se ter concretizado, como parte integrante do projeto e como indicado nos documentos iniciais, a avaliação da experiência realizada, incluindo tanto os resultados obtidos pelos estudantes no exame nacional de Matemática do 12.º ano como o seu percurso no primeiro ano do ensino superior” (p. 67).

⁵⁰ Os relatores referem-se à disponibilidade apresentada pelos autores do projeto, enquanto matemáticos portugueses respeitados, em participar na construção de uma alternativa.

⁵¹ Os autores do relatório apontam que somente sete alunos responderam a uma carta solicitando os seus depoimentos.

Concluem a sua análise referindo que: “(...) poderia haver dificuldades numa tentativa de replicação do ‘modelo’ do REANIMAT em contextos mais amplos: Muitos professores, com a formação inicial que tiveram, poderiam reagir como alguns alunos e não conseguir sequer ler os textos didáticos do projeto” (St. Aubyn, Heitor & Queiró, 2007, p. 71).

6.

Currículos internacionais

6.1. Contextualização

No âmbito do estudo TIMSS 2015, foi realizada uma análise sobre a evolução dos programas de Matemática e de Ciências dos 4.º e 8.º anos de escolaridade dos países que participaram neste estudo internacional, nos últimos 20 anos, de 1995 a 2015 (Mullis et al., 2016). Neste período de tempo, verificou-se que, em todos os países, os currículos sofreram reajustes ou foram reformulados. Na mesma linha, o relatório Eurydice (Rede Eurydice, 2012) adianta que as revisões curriculares garantem a sua adequação às necessidades da sociedade e do mercado de trabalho:

Todos os países possuem um processo de revisão dos documentos orientadores que tem em conta vários dados e pareceres, incluindo os resultados da avaliação de alunos e as conclusões da avaliação das escolas. Este processo de revisão assegura que os conteúdos, os objetivos e os resultados da aprendizagem desta disciplina estão à altura dos desafios da sociedade moderna e das competências de que o mercado de trabalho necessita. (Rede Eurydice, 2012, p. 27)

No que respeita à Matemática, é atribuído a este processo de revisão um caráter regular com o propósito de avaliar o currículo: “A revisão regular do currículo de Matemática e a monitorização do ensino e aprendizagem desta disciplina pretendem contribuir para verificar a pertinência dos objetivos educativos e assegurar que estão a ser obtidos os resultados desejados” (Rede Eurydice, 2012, p. 31).

Neste processo de revisão, que para Portugal se refere ao Programa do Ensino Básico de Matemática de 2007 (Ponte et al., 2007), as mudanças operadas na primeira década do século evidenciam a tendência generalizada da redução dos conteúdos matemáticos a estudar, passando a abordá-los de forma integrada:

Devido às revisões recentemente efetuadas, o conteúdo do currículo de matemática foi reduzido em muitos países. Além disso, os conteúdos dos planos de estudo sofreram igualmente uma transformação, deixando de ser uma lista de conceitos matemáticos específicos para dar lugar a um sistema integrado que

desenvolve as capacidades de resolução de problemas utilizando princípios matemáticos. Na Estónia, Grécia, França, Itália, Portugal e Reino Unido, os novos currículos passaram, além disso, a incidir mais nas ligações transcurriculares e na interação da matemática com a filosofia, as ciências e a tecnologia. A ideia de que o conteúdo e as competências adquiridas em matemática servem de base à aprendizagem de outras disciplinas escolares também se generalizou. (Rede Eurydice, 2012, p. 33)

Para além desta tendência, também é destacada uma outra, o de serem consideradas aptidões (*skills*) e competências (*competences*) matemáticas nos documentos curriculares, podendo encontrar-se nalguns deles referência a orientações metodológicas, como no caso de Portugal:

As competências matemáticas essenciais são mencionadas, pelo menos em termos gerais, no currículo ou noutros documentos orientadores, em quase todos os países europeus. Em quase metade dos sistemas educativos, apenas se fazem referências de carácter geral, mas em alguns deles (Dinamarca, Portugal e Listenstaine) também se sugerem métodos pedagógicos específicos para o ensino de tais competências. (Rede Eurydice, 2012, p. 38)

Em 2015, muito embora continue a haver grande diversidade nos países em análise, em termos de orientações curriculares foram encontradas “mais semelhanças do que diferenças” (Mullis et al., 2016, p. 25). Em particular, os resultados deste estudo evidenciam semelhanças ao nível de: (i) quando se inicia o estudo da Matemática, (ii) integração das TIC, enquanto recurso importante para a aprendizagem matemática; (iii) capacidades matemática a privilegiar; e (iv) temas matemáticos a estudar.

Na maior parte dos países, a abordagem da Matemática inicia-se na Educação Pré-escolar. É na tecnologia que se faz sentir a mudança verificada em maior número de países: “A mudança mais difundida nos currículos de Matemática e Ciências entre os países nas últimas duas décadas é a integração quase universal da tecnologia nos currículos dos países” (Mullis et al., 2016, p. 26). Cerca de 90% dos programas de 2015 dos países envolvidos no estudo relatam iniciativas para integrar a tecnologia no ensino e na aprendizagem da Matemática. Cerca de 80% dos países possuem medidas específicas tendo em vista a introdução da tecnologia no currículo de Matemática no 4.º ano. No 8.º ano, 93% dos países têm orientações para a integração da tecnologia nos currículos de Matemática.

No que diz respeito às capacidades, é dada grande importância à resolução de problemas e ao raciocínio/pensamento matemático. A maioria dos países que participou nos

TIMSS 1995 e 2015 considerou, nos respetivos currículos em vigor em 2015, para além da resolução de problemas, as capacidades de raciocínio e de comunicação, o que não acontecia em 1995 (Mullis et al., 2016). A comunicação matemática é uma competência a desenvolver em “quase todos os currículos e/ou documentos de orientação” (Rede Eurydice, 2012, p. 60). A memorização, embora com menos relevância nos currículos, continua a ser amplamente usada. A relação entre estratégias de memorização e resultados “sugere que, ou a memorização constitui uma estratégia ineficaz para a aprendizagem da Matemática, ou que os alunos mais fracos têm maior tendência para a utilizar” (Rede Eurydice, 2012, p. 61).

A Álgebra e a Geometria são os temas matemáticos que mais se destacam nos currículos. Para além disso, constata-se que foi antecipada a relevância do tema Tratamento ou Processamento de Dados e Estatística, passando a fazer frequentemente parte dos temas matemáticos do 4.º ano. Neste ano de escolaridade, três quartos dos países mencionam nos seus programas a necessidade de ler, interpretar e avaliar tabelas, gráficos de barras, pictogramas e gráficos circulares.

Por último, em 1995, o desenvolvimento de atitudes positivas era considerado um objetivo de aprendizagem. Em 2015, “não é dado um lugar proeminente às atitudes” (Mullis et al., 2016, p. 33) e o tipo de atitudes que surgem nos programas é muito variado, considerando, tanto atitudes focadas na relação com a Matemática, como outras mais gerais (por ex. perseverança, confiança, apreciação da beleza da Matemática, predisposição produtiva face à Matemática).

A fim de analisarmos com maior detalhe alguns programas de Matemática de outros países para além de Portugal, seleccionámos os Estados Unidos da América (EUA), a Finlândia, Singapura, e a Estónia. Optámos por estes países por serem frequentemente referidos em Portugal e por os estudantes de três deles terem tido resultados elevados em Matemática nos estudos do PISA e do TIMSS (Finlândia, Singapura e Estónia), em particular no PISA 2018 (Estónia). Procurámos abranger a escolaridade que antecede o Ensino Superior e dar especial enfoque às orientações curriculares para o ensino e aprendizagem em Matemática. No final, apresentamos uma breve análise comparativa entre os quatro países seleccionados e Portugal.

6.2. “Common Core State Standards” dos Estados Unidos da América

6.2.1. Introdução

Os *Common Core State Standards*⁵² (CCSS) são o currículo adotado na maioria dos estados dos Estados Unidos da América (EUA), país que se define em termos políticos por ser uma república constitucional federal, composta por 50 estados e pelo distrito de Columbia, onde se situa a capital, Washington. Segundo o *The World Factbook*⁵³, desenvolvido pela *Central Intelligence Agency* (CIA), os EUA possuem uma área total de 9,834 milhões de km², e uma população de, aproximadamente, 330 milhões de habitantes, sendo uma nação com uma grande diversidade cultural e étnica. A percentagem da população com idade inferior a 15 anos situa-se nos 19%, e na faixa etária dos 15 aos 24 anos, nos 13%, sendo que 16% tem mais de 64 anos.

Os CCSS são apresentados como um currículo global, cujo lema é preparar os estudantes norte americanos para terem sucesso ao longo da sua vida académica e profissional, como se verifica na figura 22, correspondente ao símbolo dos CCSS.



Figura 22 - Símbolo dos CCSS (CCSSO & NGACBP, s/d a, p. 1)

O início da sua criação remonta a novembro de 2009, tendo a sua versão final sido divulgada oficialmente em junho de 2010. Com a responsabilidade do Conselho de Chefes de Estado de Escolas Oficiais (Council of Chief State School Officers) (CCSSO) e do Centro para Boas Práticas da Associação Nacional de Governadores (National Governors Association Center for Best Practices) (NGACBP), várias foram as instituições académicas e profissionais que colaboraram para a versão final dos CCSS, como, por exemplo, a Associação Nacional de Educação (NEA), a Federação Americana de Professores (AFT), o Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM), e o Conselho Nacional de Professores de Inglês (NCTE). Estas normas

⁵² Vídeo sobre este currículo em: <https://vimeo.com/116379560>

⁵³ <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/us.html>

encontram-se atualmente incorporadas na prática letiva em mais de 80% dos estados norte americanos⁵⁴ (CCSSO & NGACBP, 2013).

Neste currículo coexistem normas para a Matemática com normas que têm como meta o domínio da língua inglesa⁵⁵, proporcionando igualmente um enfoque especial na leitura, na escrita e na expressão e compreensão orais.

Segundo o CCSSO e o NGACBP, este currículo permitiu dar resposta às diferenças de conteúdo que eram lecionados nos diferentes estados norte americanos, alinhando o currículo prescrito com as expectativas do Ensino Superior, os programas de inserção de trabalhadores nos seus locais de trabalho e as necessidades de possíveis empregadores, permitindo igualmente uma uniformização de critérios e, por consequência, uma maior colaboração entre os diferentes estados. “Ao contrário de outras normas anteriormente definidas nos EUA, que variavam de estado para estado, os CCSS permitem a interajuda entre estados, quer na produção de materiais, quer na criação de políticas educativas comuns” (CCSSO & NGACBP, 2013, s/p).

6.2.2. Finalidades e objetivos

Os CCSS para a Matemática⁵⁶ centram-se num conjunto de capacidades e de conceitos matemáticos que cada aluno deverá aprender. Têm por base os resultados da investigação e o bom desempenho matemático obtido por alunos em países de referência, pretendendo-se um ensino mais organizado e robusto, durante todo o percurso formativo de cada aluno, do jardim-de-infância até ao 12.º ano⁵⁷ (CCSSO & NGACBP, s/d a).

Assim, segundo o CCSSO e o NGACBP (s/d a, pp. 6-8), o ensino da Matemática deve levar a que cada aluno seja capaz de:

1. Compreender problemas e ser perseverante na sua resolução – alunos proficientes na resolução de problemas matemáticos, conseguem dar-lhes significado e descobrir uma ou várias soluções;

⁵⁴ Os CCSS aplicam-se em 41 dos 50 estados, no distrito de Columbia, em quatro territórios, e no setor de educação do Departamento de Defesa.

⁵⁵ *English language arts/literacy*

⁵⁶ Vídeo sobre os CCSS para a Matemática em: <https://vimeo.com/116380534>

⁵⁷ *K-12*

2. Raciocinar de forma abstrata e atendendo à medida – alunos que desenvolvam capacidades matemáticas encontram sentido para as medidas encontradas e para as suas relações nas situações-problema;
3. Construir argumentos válidos e desenvolver sentido crítico ao analisar o raciocínio de outros alunos – pretende-se que cada aluno utilize conceitos matemáticos e os compreenda, desenvolvendo argumentos válidos;
4. Trabalhar e desenvolver modelos matemáticos – alunos matematicamente proficientes conseguem aplicar a Matemática que conhecem na resolução de problemas do dia-a-dia;
5. Utilizar as ferramentas matemáticas de forma adequada – estas ferramentas tanto podem ser papel-e-lápis, modelos concretos, um transferidor, uma régua, uma calculadora, uma folha de cálculo, um programa de computador de cálculo algébrico simbólico, um programa que possibilite o tratamento de dados estatísticos ou um programa de geometria dinâmica;
6. Ter em conta a precisão, quer na comunicação, quer no cálculo – um aluno proficiente tenta ser preciso na comunicação com os outros, quer usando definições, quer efetuando cálculos de forma eficiente e precisa;
7. Ter uma visão ampla da Matemática – um aluno deve olhar para um dado problema e saber identificar particularidades e singularidades;
8. Ter em conta os padrões e as regularidades no seu raciocínio – um estudante proficiente em termos matemáticos tenta encontrar métodos gerais de resolução, atalhos, e tenta abordar um dado problema numa perspetiva abrangente do processo.

Os CCSS para a Matemática tentam combinar de forma harmoniosa procedimentos e conhecimentos, entendendo-se que cada aluno que não domine determinado conceito dificilmente consegue perceber as práticas matemáticas associadas a esse conceito.

6.2.3. Temas matemáticos

Os CCSS apresentam os temas matemáticos divididos em domínios, sendo que cada domínio possui vários grupos de ações, em que os descritores se iniciam com verbos do tipo: contar, escrever, identificar, comparar, representar, etc. Nestes descritores pretende-se sintetizar normas relacionadas entre si, adequadas ao nível etário dos alunos em cada nível de ensino. Assim, desde o jardim-de-infância até ao 8.º ano, inclusive, pretende-se que os alunos aprendam conceitos relacionados com Contagem e Cardinalidade, Operações e Pensamento algébrico, Números e Operações na base 10, Medida e Dados, Geometria, Números e Operações – frações, Razões e proporções,

Sistema numérico, Expressões e Equações, Estatística e Probabilidade e Funções (quadro 13).

Quadro 13 - Domínios matemáticos lecionados em cada ano escolar desde o jardim-de-infância até ao 8.º ano de escolaridade

Domínios/Temas matemáticos	Jardim-de-infância	Anos de escolaridade							
		1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º
Contagem e cardinalidade	•								
Operações e pensamento algébrico	•	•	•	•	•	•			
Números e Operações na base 10	•	•	•	•	•	•			
Medida e Dados	•	•	•	•	•	•			
Geometria	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Números e Operações – Frações				•	•	•			
Razões e proporções							•	•	
Sistema numérico							•	•	•
Expressões e Equações							•	•	•
Estatística e Probabilidade							•	•	•
Funções									•

Fonte: CCSSO & NGACBP (s/d)

A partir do 9.º ano, e até ao 12.º ano, pretende-se que os alunos aprendam a Matemática que se encontra relacionada com os seis grandes temas, descritos em CCSSO & NGACBP (s/d a):

- Números e Medida – Sistema de números reais, Medida, Sistema de Números Complexos, Vetores e Matrizes;
- Álgebra – Expressões, Aritmética com polinómios e expressões racionais, Identificação de equações, Resolução de equações e Inequações;
- Funções – Interpretação e construção de funções, Funções lineares, Funções quadráticas, Funções exponenciais, Funções trigonométricas;
- Modelação;
- Geometria – Congruência, semelhança, triângulos retângulos e trigonometria, circunferência, expressar propriedades geométricas através de equações, Medição geométrica e dimensão, Modelação com Geometria;

- Estatística e Probabilidade – Interpretação de dados qualitativos e quantitativos, estabelecimento de inferências e justificação de conclusões, regras da Probabilidade e Probabilidade Condicionada e uso da probabilidade para a tomada de decisões.

As normas para os conteúdos matemáticos a ensinar nestes níveis de ensino apresentam igualmente alguns desenvolvimentos para os alunos com maior maturidade intelectual, que pretendam escolher cursos avançados tais como Cálculo, Estatística Avançada, ou Matemática Discreta, que se encontram referenciados pelo sinal (+) (CCSSO & NGACBP, s/d a).

Os CCSS para o Ensino Secundário não especificam qual dos domínios deve ser lecionado em cada ano escolar, nem a forma de lecionação. Cada professor é livre de ensinar um determinado tópico X antes de Y, apesar de Y aparecer eventualmente antes de X nos CCSS. A forma como se pretende colocar pedagogicamente em prática estes princípios fica a cargo de cada estado.

Relativamente ao ensino dito profissional, que nos EUA se designa por ensino técnico, foram desenvolvidos um conjunto de normas designadas por “College and Career Ready Standards”⁵⁸. Especificamente para a Matemática⁵⁹ pretende-se que os alunos inseridos neste tipo de ensino desenvolvam a capacidade de raciocinar e pensar usando a Matemática, recorrendo essencialmente à modelação matemática, através do uso de estratégias apropriadas na análise de situações empíricas, sendo que os temas não devem ser tratados de forma separada mas imbuídos, por exemplo, em áreas como a Geometria, a Estatística ou as Probabilidades.

6.2.4. Orientações metodológicas

No documento dos CCSS, “não são definidas metodologias específicas, nem recursos, para que um determinado aluno fique acima ou abaixo de determinadas expectativas para um determinado nível” (CCSSO & NGACBP, s/d a, p. 4).

⁵⁸ <https://www.dodea.edu/Curriculum/CareerTechEd/Standards.cfm>

⁵⁹ <https://www.dodea.edu/Curriculum/Mathematics/index.cfm>

6.2.5. Recursos

Para além do já referido relativamente aos recursos, nomeadamente a utilização de ferramentas matemáticas de forma adequada, com a enunciação genérica de alguns recursos nada mais é dito nos CCSS sobre este tema.

6.2.6. Avaliação do desempenho dos alunos

Os CCSS não enunciam de forma explícita quaisquer medidas que os professores devam tomar relativamente à avaliação a efetuar do desempenho dos seus alunos, deixando isso ao cuidado de cada professor ou instituição de ensino.

6.2.7. Sistemas de apoio aos alunos

Nos Estados Unidos da América, existem sistemas de apoio dirigidos aos “students with disabilities” que se caracterizam como “um grupo heterogéneo com uma característica em comum: a presença de condições incapacitantes (disabling) que obstaculizam significativamente as suas capacidades de beneficiar da educação regular” (CCSSO & NGACBP, s/d b, p. 1) — estes estudantes são os que em Portugal eram designados, até à saída do Decreto Lei n.º 54/2019, por alunos com necessidades educativas especiais e que designamos, em diante, por estudantes com dificuldades.

Para que todos os alunos tenham oportunidade de ter sucesso, o ensino deve ser adaptado aos estudantes com dificuldades e incorporar apoios, como sejam:

- Apoios específicos para que estes alunos consigam alcançar as metas do currículo prescrito;
- Programas individuais de apoio por aluno que incluam objetivos anuais a atingir, alinhados e escolhidos de forma a facilitar a sua plena integração no nível em que se encontram inseridos;
- Professores e pessoal especializados, devidamente preparados e qualificados, para fornecer uma instrução de qualidade, baseada em evidências, com ensino individualizado e serviços de suporte.

Tendo por base uma cultura que pretende promover expectativas elevadas para todos, aos alunos com dificuldades de aprendizagem são fornecidos meios e serviços adicionais como sejam:

- Suportes adicionais de leitura, baseados em princípios designados por “Universal Design for Learning”, em que a informação é apresentada aos alunos utilizando vias variadas de ação e expressão;
- Adaptações de ensino com materiais ou procedimentos que não coloquem em causa a meta que se pretende atingir mas que permitam que o aluno aprenda dentro das normas estabelecidas;
- Tecnologia e serviços de apoio que permitam assegurar o acesso a uma educação geral e aos CCSS.

Tal como é referido na página eletrónica dos CCSS⁶⁰, alguns alunos com dificuldades de aprendizagem podem necessitar de ajudas mais significativas. Assim, os apoios deverão garantir que os alunos tenham acesso ao conhecimento e a oportunidades que permitam mostrar e desenvolver conhecimento, não prescindindo do rigor e das expectativas elevadas definidas pelos CCSS.

6.2.8. O estado de Massachusetts

O estado de Massachusetts, um dos 41 estados que originalmente adotou os CCSS, é reconhecidamente um dos estados em que as políticas educativas têm tido maior sucesso, sendo que os seus alunos têm sido apontados em diversos estudos internacionais como conseguindo um bom desempenho — obteve no PISA2015 uma média de 500 pontos, quando os EUA globalmente obtiveram 470 pontos (OECD, 2016). Este estado integrou as normas CCSS num conjunto de normas próprias em 2010, que designou de *Massachusetts Curriculum Framework (MCF)*. Estas normas seguem de perto os CCSS em termos de orientações gerais e de conteúdos, quer para a língua inglesa e literacia, quer para a Matemática, integrando igualmente os contributos e comentários de diversas pessoas e instituições ligadas à educação no estado de Massachusetts.

Pretende-se com o MCF para a Matemática, reformulado em 2017, uma

⁶⁰ <http://www.corestandards.org/other-resources/>

abordagem harmoniosa entre o conhecimento conceptual, a fluência procedimental e as aplicações, sendo que quando um determinado conceito é introduzido, deve ser explorado e investigado recorrendo a objetos concretos, modelos visuais, desenhos, ou outro tipo de representações que permitam a construção do conhecimento. (MDESE, 2017, p. 10)

Recomendam um equilíbrio entre a compreensão concetual, a fluência procedimental e as aplicações, destacando-se atribuir sentido aos conceitos matemáticos no topo do triângulo que traduz a complexidade matemática (figura 23). Usar conceitos matemáticos na resolução de problemas, o rigor matemático e a fluência procedimental constituem a base do triângulo proposto.

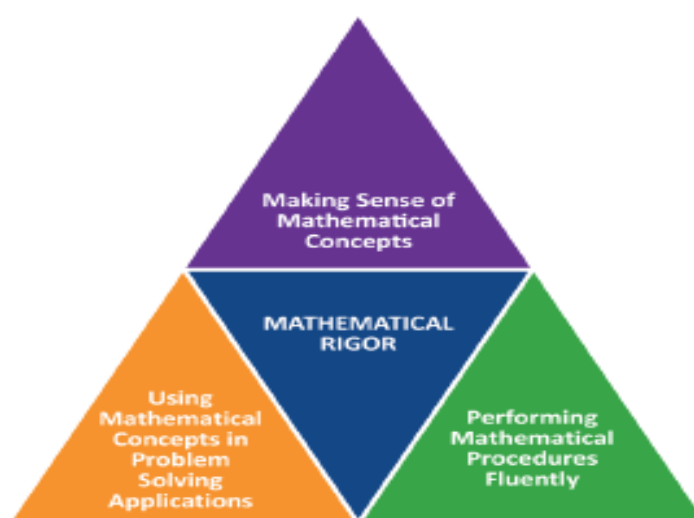


Figura 23 – Triângulo da complexidade matemática (MDESE, 2017, p. 11)

As recomendações para os conteúdos e prática valorizam que os alunos, desde os anos iniciais, desenvolvam sentido da Matemática, raciocinem e compreendam as ideias e conceitos matemáticos; conheçam factos matemáticos e realizem as operações; e resolvam uma ampla diversidade de problemas em vários contextos, raciocinando e aplicando a Matemática aprendida.

No estado de Massachusetts são consideradas normas para a abordagem da Matemática no Jardim de Infância, desde os quatro anos (Pre-Kindergarten) ao ano anterior à entrada na escola (Kindergarten), relativos ao sentido do número (relações numéricas, operações e suas propriedades), pensamento algébrico, medida e dados e geometria.

Com esta proposta de currículo, cada aluno que percorra desde a educação de infância até ao 8.º ano, deve ficar preparado para seguir para o Ensino Secundário regular, ou uma via alternativa com módulos de Álgebra I ou Matemática I, no 9.º ano, podendo frequentar no 12.º ano cursos avançados de, por exemplo, Pré-Cálculo, ou Raciocínio Quantitativo Avançado, ou outro curso que seja oferecido pelos diferentes distritos do estado.

Estão igualmente previstas vias “aceleradas” para que cada aluno cumpra o nível secundário (9.º - 12.º ano), nomeadamente antecipando o módulo de Álgebra I no 8.º ano e reforçando o 7.º ano com conteúdos de 8.º ano.

Os MCF para a Matemática incluem ainda oito princípios orientadores, dirigidos essencialmente aos professores (MDESE, 2017, pp. 14-15):

1. Os professores devem conhecer a Matemática que ensinam, não só para ajudar os alunos a aprender, mas igualmente para que estes efetuem cálculos de forma eficiente e aprendam os princípios fundamentais da Matemática;
2. Os alunos devem ser ajudados a desenvolver um conhecimento integral dos conceitos e procedimentos matemáticos, devendo os professores propiciar oportunidades para a aplicação do conhecimento dos alunos, nomeadamente na aprendizagem da resolução de problemas, usando múltiplos processos, quer em colaboração com os seus colegas, quer individualmente, apresentando explicações claras da matemática envolvida;
3. Os alunos devem ter a oportunidade para refletir e escrever sobre as diversas abordagens efetuadas na resolução de problemas, de forma a desenvolverem e demonstrarem o seu conhecimento matemático, apurando diferentes tipos de conexões pela utilização de estratégias diferentes e avaliando aspetos positivos e negativos da implementação de determinado tipo de estratégia;
4. Deve ser fomentado nos alunos o gosto pela resolução de problemas, quer do mundo real, quer de outro tipo, que incluam equações de forma a permitir desafiar e a desenvolver competências de cálculo, bem como de problemas com palavras que possibilitem a formulação de equações e de modelos matemáticos. A aprendizagem da persistência pode levar os alunos a acreditarem que conseguem resolver com sucesso problemas desafiantes;
5. Um currículo matemático só fica completo se for desenvolvido um vocabulário matemático especializado que inclua notações e símbolos, bem como o desenvolvimento da capacidade de ler e compreender textos matemáticos e a obtenção de informação usando fontes diversificadas;
6. A aprendizagem da Matemática deve processar-se todos os dias de forma a garantir que todos os alunos progridem no seu conhecimento e capacidades, devendo cada professor estar munido de toda a informação necessária a fim de poder efetuar todos os ajustamentos no ensino e na diferenciação pedagógica requerida por cada aluno;
7. Todos os alunos, em cada nível de ensino, devem ter a oportunidade de utilizar as ferramentas tecnológicas para comunicarem ideias, aprender os conceitos matemáticos de forma gradual e procurarem informação. Estes instrumentos

podem igualmente ser utilizados para melhorar a eficiência de cálculo e permitir uma análise mais sofisticada, sem sacrificar, contudo, a desejada proficiência operacional;

8. Uma aprendizagem com uma componente social e emotiva pode aumentar o conhecimento académico, melhorar as atitudes e comportamentos, e reduzir o stress emocional. Deve ser induzido nos alunos a autoconsciência, a autogestão, a responsabilidade na tomada de decisões, e a aquisição de um relacionamento social.

A acrescentar a estes princípios orientadores, são igualmente feitas considerações sobre as especificidades requeridas a um aluno que queira aprender Matemática, bem como à natureza diferenciada e simultaneamente integradora da disciplina:

(...) da leitura, da escrita, do discurso oral, da capacidade de ouvir, como elementos necessários à aprendizagem e compreensão da Matemática. Os alunos de Matemática aprendem vocabulário específico, termos, notações, símbolos, representações, e modelos relevantes em cada nível de ensino. A capacidade de leitura, de interpretação, de analisar informação matemática proveniente de diferentes fontes e a capacidade de comunicar matematicamente, quer através da escrita, quer de forma oral, são capacidades determinantes para ter sucesso na vida académica e profissional, no direito à cidadania, e na capacidade de decisão informada. (MDESE, 2017, p. 12)

De assinalar que os MCF não referem quaisquer orientações específicas sobre a forma como um professor ou educador deve utilizar os recursos didáticos nem como deve proceder à avaliação do desempenho dos seus alunos.

Relativamente aos alunos com dificuldades de aprendizagem em Matemática, estão previstas medidas de inclusão, respeitando os princípios instituídos nos CCSS. Em concreto, no estado de Massachusetts, foram concebidos diversos manuais de aplicação prática no terreno, com o objetivo de orientar os professores e educadores de forma a encaminharem devidamente os alunos com dificuldades de aprendizagem nos quais são propostos um conjunto de regras e de adaptações a cada tipo de dificuldade manifestada pelos alunos.

As estratégias que são difundidas podem ser utilizadas na aprendizagem de conceitos e de procedimentos matemáticos, nomeadamente com o objetivo de desenvolver a aptidão para a resolução de problemas, aplicadas essencialmente a alunos que apresentam dificuldades no raciocínio abstrato, de atenção, de memorização ou de localização espacial, havendo um cuidado especial por parte dos professores em que as diversas etapas sejam apreendidas pelos alunos através do uso de diversos exemplos práticos.

São igualmente utilizadas estratégias para desenvolver vocabulário de suporte, através do uso de representações pictóricas e concretas, ou mnemónicas, ou ainda sinais/signos como forma de aproximação aos conceitos que se queiram introduzir, ou a utilização de estratégias que permitam desenvolver o pensamento algébrico, como sejam o uso de padrões e de múltiplas representações.

6.3. Documentos curriculares da Finlândia

6.3.1. Introdução

A Finlândia é o oitavo maior país da Europa, com cerca de 350 000km², e está localizada no Norte da Europa, na região Fino-Escandinávia. A sua população conta com cerca de 5.5 milhões de habitantes, concentrando-se a maioria no sul do país (Population Register Centre, s/d). Tem duas línguas oficiais: o finlandês (suomi), língua materna da maioria da população, e o sueco.

O sistema educativo não superior inclui três ciclos: a Educação Pré-escolar, dos 0 aos 6 anos de idade, sendo o último ano, designado por Pré-Primária (*Pre-Primary*), de frequência obrigatória para todas as crianças; o Ensino Básico obrigatório, de carácter não seletivo, de nove anos, dos 7 aos 15 anos de idade. Frequentemente, o ensino nos seis primeiros anos do Ensino Básico é em regime de monodocência. Existe um ano a seguir ao 9.º ano, ainda considerado de Ensino Básico, de frequência não obrigatória. O Ensino Secundário, de três anos, é flexível, individualizado e está organizado segundo uma estrutura modular. Apresenta duas vias, a geral e a vocacional, ambas dando acesso ao Ensino Superior.

O Ensino Básico termina com um certificado decorrente da avaliação interna realizada. A avaliação externa, a nível nacional, com propósitos seletivos existe apenas no final do Ensino Secundário, com a finalidade de uma certificação de final de ciclo e de acesso ao Ensino Superior. Este exame é constituído por quatro provas. A de língua materna é de carácter obrigatório. As outras três podem ser escolhidas entre os seguintes assuntos: segunda língua nacional; uma língua estrangeira, matemática, humanidades e ciências

naturais. Existem duas provas distintas de Matemática: temas matemáticos avançados e os básicos. Os estudantes podem escolher qual a prova que irão fazer, de acordo com a via do Ensino Secundário que frequentaram. Os primeiros exames digitais foram iniciados no outono de 2016, ficando o processo concluído na primavera de 2019⁶¹.

Em 2014 foram criados novos currículos (*National Core Curriculum* — NCC) para o Ensino Pré-Primário, o Ensino Básico e o Secundário, estabelecendo, deste modo, referenciais para a definição dos currículos locais a implementar ao nível dos municípios e escolas (Ministry of Education & Finnish National Agency for Education [ME & FNAE], 2017). Estes currículos “complementam e enfatizam os objetivos que, do ponto de vista local, orientam as atividades, os conteúdos chave e outros aspetos relacionados com a organização da educação especificados no currículo nacional” (FNAE, 2016a, 1.2). Em 2016, deu-se a adoção generalizada do NCC no Pré-Primário e no Ensino Básico. A implementação iniciou-se de forma faseada: em 2017 envolveu todos os anos do 1.º ao 7.º ano, em 2018, no 8.º ano e, em 2019 no 9.º ano. No Ensino Secundário, iniciou-se em 2017, no primeiro ano deste ciclo, cobrindo progressivamente, ano a ano os restantes. Por último, em 2016, foi criado o NCC para a Educação Pré-escolar, tendo o seu processo de adoção terminado em agosto de 2017.

Os NCC têm por principal finalidade construir uma escola que garanta a equidade na educação, esteja assente na confiança e responsabilidade, e possa responder aos desafios da sociedade de hoje e às necessidades que se colocarão no futuro (ME & FNAE, 2017). Assentam na assunção de que “a aprendizagem é consequência da atividade do aluno, através de ações orientadas para os objetivos e auto direcionadas (...) e acontece na interação entre alunos, professores, peritos e comunidade em diferentes contextos” (FNAE, 2016d, 3.1).

Ao nível da Educação Pré-escolar podemos encontrar expressões associadas à educação como: “bem-estar” e “desenvolvimento integral da criança e prazer na aprendizagem”. Não abandonando estes princípios orientadores, o Ensino Básico deve garantir a qualidade de uma educação adequada a qualquer aluno: “Todo o aluno é único e tem o direito a uma educação de elevada qualidade” (FNAE, 2016a, 2.2), promovendo uma aprendizagem com compreensão e oportunidades para o sucesso de todos os alunos. O Ensino Secundário Geral deve promover o conhecimento geral e as capacidades e

⁶¹ <https://www.ylioppilastutkinto.fi/en/matriculation-examination>

valores que permitam aos alunos ter um pensamento independente e crítico, agir de forma responsável, compreensível e bem-sucedida (FNAE, 2016d).

Valorizando o desenvolvimento dos alunos enquanto seres humanos e cidadãos, estas novas orientações curriculares passaram a dar grande relevância às competências transversais que devem atravessar todas as disciplinas escolares. São elas: Pensar e aprender a aprender, competência cultural, interação e autoexpressão; tomar conta de si e gerir a vida do dia-a-dia; literacia múltipla; competência tecnológica; competência na vida ativa e empreendedorismo; e participação, envolvimento e construção de um futuro sustentável (figura 24).

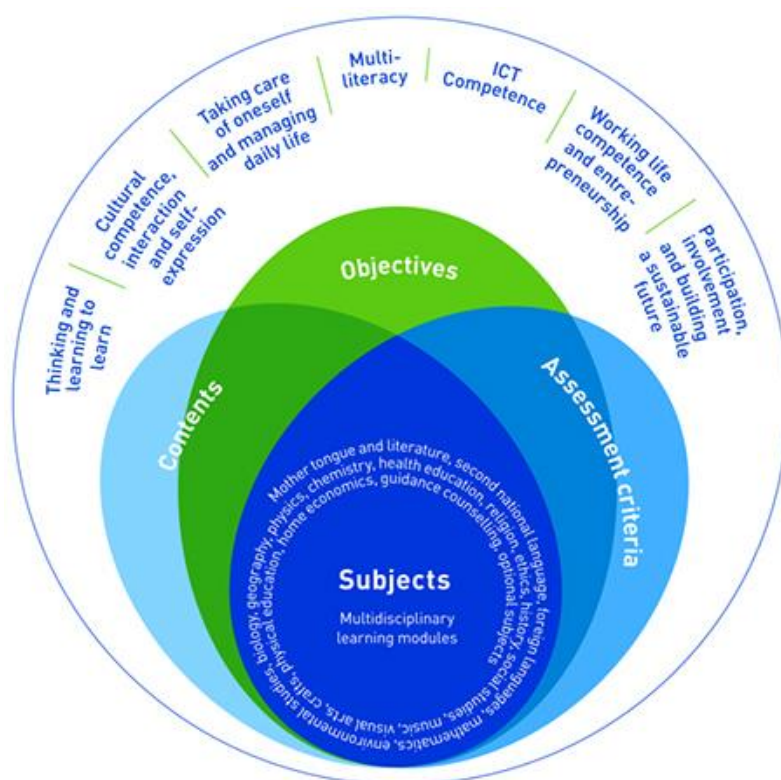


Figura 24 - Competências transversais para todas as disciplinas escolares no Ensino Básico (FNAE, 2016a, s/p)

A entidade finlandesa responsável pelo desenvolvimento curricular, a Agência Finlandesa Nacional para a Educação, esclarece que, embora exista a valorização das competências transversais, os NCC não aboliram as disciplinas. O foco passou sim a ser nas “competências transversais e no trabalho que atravessa as disciplinas escolares” (FNAE, 2016b, p. 1). Anualmente, os alunos têm de frequentar pelo menos um módulo de aprendizagem interdisciplinar.

6.3.2. A Matemática no currículo

No NCC relativo à Educação Pré-escolar, incluindo a Pré-Primária, a Matemática surge como uma das áreas integradas na “Exploração e interação com o meio envolvente” (FNEA, 2016e; 2017).

No Ensino Básico e no Ensino Secundário, a Matemática constitui uma área de estudos independente, estando definido o número mínimo de horas semanais para esta disciplina como consta no quadro 14. Ainda de acordo com o mesmo quadro, pode verificar-se que, à medida que se vai progredindo no percurso escolar, o número mínimo de horas vai decrescendo ligeiramente, embora se inicie com menos horas nos dois primeiros anos. A Matemática é uma das disciplinas que tem mais horas semanais. Apenas a Língua tem mais horas do que a Matemática.

Quadro 14 - Número mínimo de horas semanais para a Matemática

	1.º e 2.º anos	Do 3.º ao 6.º ano	Do 7.º ao 9.º ano	Ensino Secundário Geral
Número mínimo de horas semanais	6h	15h	11h	6 a 10h

Fonte: FNAE (2018)

No que respeita ao NCC para o Ensino Secundário Geral, é ressaltada a importância da Matemática em diversas áreas da sociedade: “A Matemática tem um papel crucial em campos como as ciências, a tecnologia, a economia, o empreendedorismo, a saúde e a segurança” (FNAE, 2016d, 5.6).

Uma vez que a estrutura do Ensino Secundário é modular, existem diferentes módulos de Matemática oferecidos aos alunos, com objetivos igualmente diferentes e agrupados em três níveis: unidade de estudo comum em Matemática; conteúdos matemáticos avançados; e conteúdos matemáticos básicos. O primeiro procura despertar nos alunos o interesse pela Matemática e contém apenas um módulo de frequência obrigatória (MAY1). O segundo, dirigido aos alunos que queiram prosseguir estudos no ensino vocacional ou superior que exijam Matemática, contém dozes módulos de frequência obrigatória, sobre diferentes tópicos matemáticos (MAA2 a MAA13). Finalmente, o terceiro, que procura desenvolver a capacidade de compreensão do papel da Matemática no desenvolvimento da sociedade e a sua aplicação em situações do dia-a-dia em diversos campos da ciência, inclui sete módulos (MAB2 a MAB8).

6.3.3. Finalidades e objetivos

A principal finalidade da Educação Pré-escolar é o de providenciar que a criança desenvolva a sua capacidade de observar, analisar e compreender o seu contexto envolvente. Em particular, deve contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático das crianças, bem como de uma atitude positiva face à Matemática (FNAE, 2017). Pode ainda ler-se que: “O objetivo é garantir que a criança tenha gosto na invenção e aprendizagem em diferentes fases do seu pensamento matemático” (FNAE, 2017, p. 66). No que à Pré-Primária diz respeito, a sua finalidade é desenvolver o pensamento matemático das crianças e o seu interesse por esta ciência (FNAE, 2016e).

A grande finalidade da Matemática no Ensino Básico é o “desenvolvimento do pensamento matemático lógico, preciso e criativo dos alunos” (FNAE, 2016c, 13.4.4). Em particular, pretende-se desenvolver a capacidade dos alunos para processar informação e resolver problemas, para além do estabelecimento da compreensão de conceitos e estruturas matemáticas. Simultaneamente, capacidades de comunicação, interação e cooperação devem ser igualmente desenvolvidas.

O ensino da Matemática no Ensino Básico deve ser tal que apoie os alunos a desenvolverem uma atitude positiva face à Matemática e uma autoimagem positiva enquanto aprendentes de Matemática, e a reconhecerem a utilidade desta ciência, quer na sua vida pessoal, quer na sociedade.

O ensino da Matemática no Ensino Secundário Geral tem por principal finalidade “familiarizar os alunos com modelos de pensamento matemático e ideias base e estruturas matemáticas, torná-los capazes de usar linguagem matemática escrita e oral, e desenvolver-lhes *capacidades*⁶² em cálculo, modelação de fenómenos e resolução de problemas” (FNAE, 2016d, 5.6).

⁶² *Skills*

6.3.4. Temas matemáticos

É previsto que durante a Educação Pré-escolar, incluindo a Pré-Primária, os alunos comecem a desenvolver o conceito de número, identificando números e quantidades no seu meio envolvente, expressando-se por palavras e símbolos numéricos, adequados às suas aptidões, e a desenvolver a sua perceção do espaço e plano, aprendendo os conceitos de localização e relação e também de medida, como seja a de tempo. A resolução de problemas é igualmente enfatizada, recomendando-se que as crianças devem ser encorajadas a “descobrir, a considerar e a deduzir problemas do seu meio envolvente, e a encontrar soluções” (FNAE, 2017, p. 66).

Os temas matemáticos a serem trabalhados nos 1.º e 2.º anos são os Números e Operações, Geometria e Medida, e Processamentos de Dados e Estatística (quadro 15). A estes conteúdos matemáticos juntam-se-lhe *Capacidades de pensamento*⁶³ que incluem comparar, classificar, encontrar semelhanças e regularidades, ordenar objetos e identificar relações de casualidade.

Quadro 15 - Temas matemáticos nos 1.º e 2.º anos

Temas	Subtemas	Tópicos matemáticos
Números e Operações	Números inteiros	Propriedades dos números
	Operação de adição	0 a 20 e posteriormente de 0 a 100, estratégias de cálculo mental. Propriedade comutativa e associativa
	Operação de subtração	0 a 20 e posteriormente de 0 a 100, estratégias de cálculo mental.
	Operação de multiplicação	Propriedade comutativa e associativa. Tabuada do 1 ao 5 e do 10
	Operação de divisão	
	Fração	Divisão da unidade em partes iguais
Geometria e Medida	Espaço	
	Elementos do Plano	
	Princípios de medida	Comprimento, massa, volume, tempo, e respetivas unidades de medida
Processamento de dados e Estatística	Recolha de dados	
	Representação de dados e interpretação	Desenhar e interpretar tabelas simples e gráficos de barras

Fonte: FNAE (2016c)

⁶³ *Thinking skills*

Apresentamos, de seguida, os tópicos matemáticos do 3.º ao 6.º ano, que diferem dos anos anteriores, por se acrescentar o início da Álgebra e das Probabilidades (quadro 16). Tal como anteriormente, aos tópicos matemáticos há ainda que ter em conta as *Capacidades de pensamento*⁶⁴ que incluem comparar, classificar, encontrar semelhanças, diferenças e regularidades, ordenar objetos e identificar relações de casualidade e de conexões na Matemática. Os alunos devem ainda planear e executar programas em ambientes de programação gráfica (FNAE, 2016c).

Quadro 16 - Temas matemáticos do 3.º ao 6.º ano

Temas matemáticos	Subtemas	Tópicos
Números e Operações	Sistema decimal	Estrutura e divisibilidades dos números. Operações elementares
	Operação de adição	Algoritmo/Cálculo mental
	Operação de subtração	Algoritmo/Cálculo mental
	Operação de multiplicação	Tabuada dos 6 aos 9 Algoritmo/ Cálculo mental
	Operação de divisão	
	Fração	Partição, razão
	Percentagem	
	Números negativos	
Álgebra	Sequências e regularidades	
	Conceito de incógnita	
	Equações	Resolução por experimentação e raciocínio
Geometria e Medida	Classificar objetos	Sólidos geométricos
	Elementos do Plano	Ponto, segmento de reta, ângulo
	Isometrias	Simetria em relação a um eixo, rotação e translação
	Sistemas de medida	Escalas, conversões
	Áreas de figuras diversas Volume	Volume de prismas retangulares
Processamento de dados e softwares, Estatística e Probabilidades	Recolha de dados	
	Medidas de tendência central	
	Probabilidade	Acontecimentos: impossível, provável e certo

Fonte: FNAE (2016c)

⁶⁴ *Thinking skills*

O Anexo 3 apresenta os temas matemáticos propostos para os anos entre o 7.º e o 9.º ano de escolaridade.

Os diferentes módulos do Ensino Secundário Geral e Vocacional, agrupados pelos três níveis de Matemática definidos no NCC respetivo, estão indicados no quadro seguinte (quadro 17). O Anexo 4 apresenta um quadro com informação mais detalhada.

Quadro 17 - Módulos do Ensino Secundário por nível de Matemática

Nível	Módulo
Unidade de estudo comum em Matemática	Número e sequências de números (MAY1)
Conteúdos matemáticos avançados	Funções polinomiais e equações (MAA2)
	Geometria (MAA3)
	Vetores (MAA4)
	Geometria analítica (MAA5)
	Derivadas (MAA6)
	Funções trigonométricas (MAA7)
	Funções radical e logarítmica (MAA8)
	Cálculo diferencial e integral (MAA9)
	Probabilidade e estatística (MAA10)
	Teoria de números e demonstrações matemáticas (MAA11)
	Algoritmos em Matemática (MAA12)
	Cálculo integral e diferencial avançado (MAA13)
	Conteúdos matemáticos básicos
Geometria (MAB3)	
Modelos matemáticos (MAB4)	
Estatística e probabilidades (MAB5)	
Matemática comercial (MAB6)	
Análise matemática (MAB7) (Curso nacional de especialização)	
Estatística e probabilidades II (MAB8)	

Fonte: FNAE (2016d)

6.3.5. Orientações metodológicas

É frequente encontrarem-se sugestões para os educadores para o trabalho com a Matemática, na Educação Pré-escolar, em particular na Pré-Primária, como seja, que as crianças deverão ser encorajadas a “descrever as suas observações matemáticas em diversas situações do dia-a-dia (...) a descobrir e produzir regularidades” (FNEA,

2016e, p. 53). Em particular na Pré-Primária, é recomendado que se recorra a jogos, histórias, informação e comunicação tecnológica (FNAE, 2016e).

Existe no Ensino Básico uma recomendação metodológica geral. Trata-se da necessidade de diferenciar pedagogicamente, quer dando apoio sistemático aos alunos, quer criando oportunidades para *os mais dotados*⁶⁵ (FNAE, 2016c, 14.4.4) aprofundarem o seu conhecimento. No momento em que é efetuada a aprendizagem de novos conteúdos pode ser necessário um apoio antecipado (FNEA, 2016c).

“Aprender fazendo” e “aprender através da experiência” (FNAE, 2016c, 15.4.16) são dois pressupostos que os NCC destacam e importantes para orientar os professores nas metodologias de ensino a seguir. Há ainda que tirar partido das facilidades que a escola e a comunidade envolvente podem oferecer, e promover situações em que os alunos planifiquem e concretizem projetos de investigação simples.

No Ensino Básico, por exemplo, no trabalho inicial com os números devem ser proporcionadas experiências diversas, tendo em conta as vivências pessoais dos alunos, situações do dia-a-dia, que permitam criar uma base para os conceitos e estruturas matemáticas (FNAE, 2016c). A expressão oral e escrita e o desenho e interpretação de imagens são estratégias que podem promover a capacidade dos alunos exprimirem o seu pensamento matemático.

No Ensino Secundário recomenda-se que os contextos de ensino e aprendizagem sejam organizados de tal forma que incentivem os alunos a questionar, a formular conjecturas e conclusões e a justificá-las (FNAE, 2016d). A resolução de tarefas abertas e suficientemente desafiadoras, a identificação de problemas, a formulação de questões e a procura de soluções deverão ser encorajadas.

6.3.6. Recursos

Na Educação Pré-escolar, os recursos são muito variados, incidindo principalmente em objetos diversos recolhidos do meio envolvente das crianças. No que respeita a tecnologia, ela assume uma importância que vai para além da Matemática, uma vez que

⁶⁵ *Talented pupils*

se considera que é favorecedora do desenvolvimento de abordagens que passam pela experimentação e pelo desenvolvimento da capacidade de questionar (FNAE, 2017).

Em todo o Ensino Básico e Secundário, é assumido que a aprendizagem deve ser apoiada pela utilização de tecnologia de informação e comunicação. À medida que os anos de escolaridade vão avançando, a referência a recursos tecnológicos é mais frequente. Por exemplo, no Ensino Básico, do 3.º ao 6.º ano, afirma-se que “a aprendizagem é apoiada pela utilização de tecnologia de informação e comunicação” (FNAE, 2016c, 14.4.4). No Ensino Secundário, uma recomendação geral é a de que os alunos deverão ser incentivados e “orientados a usar tecnologias de informação e comunicação de forma diversa” (FNAE, 2016d, 3.2). É de fazer notar que os NCC reconhecem tal importância às tecnologias digitais que é uma das competências transversais consideradas “Competências em TIC” (FNAE, 2016a).

Sobretudo nos primeiros anos do Ensino Básico, podem encontrar-se ainda recomendações para se fazer recurso a outros materiais. Tal é o caso dos 1.º e 2.º anos: “O ensino e a aprendizagem melhoram a capacidade dos alunos de expressarem o seu pensamento matemático através de materiais concretos (...)” (FNAE, 2016c, 13.4.4).

6.3.7. Avaliação do desempenho dos alunos

A utilização de uma diversidade de métodos e a função reguladora da avaliação são as duas orientações gerais que orientam as práticas avaliativas dos NCC ao longo de todo o sistema educativo (FNAE, 2016a). Assim, não será de estranhar que por exemplo, se afirme que na Pré-Primária a avaliação tem como finalidade “apoiar o bem-estar, o crescimento e a aprendizagem de cada criança” (FNAE, 2016e).

Ao longo do Ensino Básico preconiza-se uma avaliação de natureza marcadamente reguladora da aprendizagem. Por exemplo, pode ler-se no período entre o 3.º e o 6.º ano que:

O principal papel da avaliação durante o ano letivo é apoiar e promover o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e a sua competência em todas as áreas. A avaliação deve ser versátil e o feedback instrutivo e construtivo. (FNAE, 2016c, 14.4.4)

O feedback deve igualmente ser um suporte ao desenvolvimento da capacidade de autoavaliação dos alunos, a que se dá particular importância, como se pode ver quando se apresenta o propósito da avaliação em todo o Ensino Básico: “o objetivo da avaliação do desempenho dos alunos é guiar e encorajar a aprendizagem e desenvolver a capacidade de autoavaliação dos alunos” (FNAE, 2016c, 6.1). O mesmo se pode encontrar nas orientações curriculares para o Ensino Secundário: “Os alunos são orientados para planificar os seus estudos, avaliar as suas capacidades para agir e trabalhar, bem como para se responsabilizar pela sua aprendizagem” (FNAE, 2016d, 3.2). Uma grelha de critérios de avaliação que explicitam o que se espera que os alunos atinjam no final de cada um dos ciclos faz parte das orientações curriculares dos NCC.

6.3.8. Sistemas de apoio aos alunos

Entre os países da OCDE, a Finlândia foi um dos primeiros a ter elevadas expectativas perante todos os alunos, definindo, a partir dos anos 70 do séc. XX, um Ensino Secundário com currículos de exigência semelhante, contrariando o passado em que havia diferentes vias com diversos níveis de exigência (Schleicher, 2019). Mas tal pressuposto não se pode limitar a esta medida. Tem naturalmente que estar atento às dificuldades dos alunos, criando medidas de apoio. Deste modo, no presente, são indicados três níveis de apoio à aprendizagem: o geral (resposta ao primeiro sinal de necessidade), o intensivo (que requer a elaboração de um plano de aprendizagem próprio para o aluno) e o especial (no caso de alunos de necessidades educativas especiais) (FNAE, 2016c). Qualquer um destes níveis pode incluir ensino de remediação, educação especial em part-time, serviços de assistência e apoio e ajudas especiais.

Qualquer que seja o tipo de apoio, este “deve ser flexível, baseado numa planificação a longo prazo e ajustável às necessidades dos alunos de forma a apoiar a mudança. O apoio prestado deve ter a duração necessária, o nível e o formato indicado pelas necessidades do aluno” (FNAE, 2016c, 7.1). O seu principal propósito é prevenir a diversificação e agravamento dos problemas, bem como os seus efeitos a longo prazo.

O apoio geral inicia-se a nível do grupo a que o aluno pertence. Diferenciação pedagógica, cooperação entre professores e outros membros da escola, e orientação,

operacionalizada através de feedback fornecido ao aluno, são exemplo de possíveis medidas de apoio. Estas devem ser garantidas pelo professor de qualquer disciplina, contando-se com uma estreita cooperação com o aluno e o seu encarregado de educação. A bem do interesse do aluno, este apoio pode passar pela mudança do aluno para outro grupo ou mesmo para outra escola. O sistema de apoio deve acompanhar o aluno na sua passagem da Educação Pré-Primária para o Ensino Básico, e deste para o Ensino Secundário.

6.4. Programas de Matemática de Singapura

6.4.1. Introdução

Singapura é um país do sudeste asiático com um território de apenas 719km² (CIA, 2019) mas com uma população, em 2018, de 6 milhões de habitantes. Tem quatro línguas oficiais, sendo as mais faladas o Inglês e o Mandarim (CIA, 2019).

O Ministério da Educação de Singapura (MES) define na sua página eletrónica os objetivos que se propõe atingir através do sistema educativo. Espera-se ajudar os alunos a descobrir e explorar os seus talentos de modo a realizar o seu potencial e ajudar os alunos a desenvolver uma paixão pela aprendizagem ao longo da vida (MES, 2018a).

O perfil desejado para o aluno de Singapura que conclui a sua escolaridade formal é o de uma pessoa confiante, com forte sentido ético, adaptável, resiliente, responsável pela sua aprendizagem, que questiona e reflete, capaz de trabalhar em equipa, capaz de assumir riscos e um cidadão participativo para melhorar a vida dos que o rodeiam (MES, 2018b).

O MES identificou ainda competências que se têm tornado cada vez mais importantes no presente século, designadas “Competências do século XXI”, que espera que sejam desenvolvidas pelos alunos, com a ajuda da escola e dos pais, em colaboração. Estas competências são indicadas de forma resumida (MES, 2018c):

- Formação cívica⁶⁶, consciência global e competências⁶⁷ interculturais;
- Pensamento crítico e inventivo;
- Competências de comunicação, colaboração e informação.

O perfil esperado dos alunos traduz-se explicitamente nas opções de construção dos programas das disciplinas. Num título resumem-se as opções: “Ensinar menos, aprender mais” (MES, 2015a). Os alunos são encorajados a aprender de forma mais ativa e independente. Pretende-se desenvolver uma curiosidade que vá além do currículo formal e um gosto pela aprendizagem para toda a vida. Na avaliação o objetivo é reduzir o apoio na memorização e incentivar a aprendizagem e a experimentação independentes (MES, 2015a).

6.4.2. A Matemática no currículo

A Matemática é referida explicitamente nas orientações curriculares para a Educação Pré-escolar, pois a Matemática é uma das seis áreas de aprendizagem consideradas inter-relacionadas e não separáveis:

- Estética e Expressão Criativa
- Descoberta do mundo
- Linguagem e Literacia
- Desenvolvimento de capacidades motoras
- Numeracia
- Desenvolvimento Social e Emocional (MES, 2018d)

O currículo de Matemática atualmente em vigor está dividido em três níveis: primário, do 1.º ao 6.º ano, P1-P6; secundário, do 7.º ao 10.º ano, S1-S4; e pré-universitário, 11.º e 12.º anos. Existem diversos percursos alternativos dentro do sistema.

No nível pré-universitário existem quatro programas: *H1 Mathematics*, *H2 Mathematics*, *H2 Further Mathematics* e *H3 Mathematics*. A disciplina *H1 Mathematics* destina-se a alunos que visam prosseguir estudos nas áreas de Gestão e Ciências Sociais e a disciplina *H2 Mathematics* destina-se a alunos que visem

⁶⁶ *Civic literacy*

⁶⁷ *Skills* Passará a ser a n.º 57. Depois atualizar a numeração

prossequir estudos nas áreas de Matemática, Ciências, Engenharia e áreas relacionadas. A disciplina *H2 Mathematics* pode ser acompanhada pela disciplina *H2 Further Mathematics* para alunos que pretendam aprofundar o seu domínio de métodos e ferramentas matemáticas com vista à resolução de problemas mais complexos. A disciplina *H3 Mathematics* destina-se a alunos que pretendam prossequir estudos em matemática, tendo como objetivos a aquisição de capacidades avançadas de resolução de problemas, de demonstração e de uso do rigor (MES, 2015b, 2015c, 2015d, 2015e).

Os documentos curriculares assumem que a qualidade do currículo depende tanto da sua conceção como da sua implementação. Espera-se que os professores acreditem no valor das mudanças ao mesmo tempo que se indica que devem ser dados aos professores apoio, recursos e formação.

Os programas dos níveis primário e secundário começam por explicitar a importância da matemática na educação dos cidadãos, focando sobretudo a vida produtiva: “Aprender matemática é fundamental em todo o sistema educativo que vise preparar os seus cidadãos para uma vida produtiva no século XXI” (MES, 2012b, p. 2).

São destacadas as aplicações da Matemática e o papel desempenhado pela aprendizagem da Matemática na formação da capacidade de pensar:

[A Matemática] Sustenta a aprendizagem em muitas áreas de estudo, seja nas ciências ou na gestão. Uma boa compreensão da Matemática básica é essencial onde cálculos, medições, interpretações gráficas e análises estatísticas sejam necessários. A aprendizagem da Matemática também fornece um excelente veículo para treinar a mente e desenvolver a capacidade de pensar de forma lógica, abstrata, crítica e criativa. Estas são importantes competências do século XXI que devemos inculcar nos nossos alunos, para que possam levar uma vida produtiva e continuem a aprender ao longo da vida. (MES, 2012b, p. 2)

6.4.3. Finalidades e objetivos

As finalidades da área da Matemática nas orientações curriculares para a Educação Pré-escolar são explicitadas:

A Matemática ajuda as crianças a entender os seus encontros do dia-a-dia que envolvem a Matemática em casa, na escola e na comunidade. Envolve o conhecimento e o uso de conceitos, capacidades e processos matemáticos de maneira que sejam formadas relações e conexões e sejam aplicados de forma significativa nas experiências do dia-a-dia. (MES, 2012c, p. 93)

A finalidade do currículo de Matemática em Singapura é assegurar que todos os alunos atinjam um nível de domínio da disciplina adequado à sua vida e, para aqueles que revelem interesse e capacidade, adequado à continuação do seu estudo. Os objetivos gerais que concretizam esta finalidade incidem não só sobre os conteúdos estritamente matemáticos, mas também sobre *competências*⁶⁸ metacognitivas e atitudes em relação à Matemática:

- adquirir e aplicar conceitos e *skills* matemáticos;
- desenvolver *skills* cognitivos e metacognitivos através de uma abordagem Matemática à resolução de problemas; e
- desenvolver atitudes positivas em relação à Matemática. (MES, 2012b, p. 7)

Os objetivos de aprendizagem da área da Matemática são três (MES, 2012c): Reconhecer e usar relações simples e padrões, usar números em experiências do dia-a-dia e reconhecer e usar formas simples e conceitos espaciais simples em experiências do dia-a-dia.

6.4.4. O quadro de referência da Matemática⁶⁹

É comum a todos os documentos dos níveis primário, secundário e pré-universitário a existência de um mesmo quadro de referência da Matemática (MES, 2012b, p. 14) que tem sido uma característica do currículo de Matemática de Singapura desde 1990. O foco central deste Quadro de Referência é a “resolução matemática de problemas” (MES, 2012b, p. 14), entendida como a utilização da Matemática para resolver problemas. Este Quadro de Referência orienta o ensino, a aprendizagem e a avaliação em Matemática nos três níveis, do primário ao pré-universitário.

O quadro de referência da Matemática tem cinco componentes, apresentadas num pentágono em cujo centro se situa a Resolução Matemática de Problemas (figura 25):

- conceitos (numéricos, algébricos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, analíticos);
- competências (cálculo numérico, manipulação algébrica, visualização espacial, análise de dados, medida, uso de ferramentas matemáticas, estimativa);

⁶⁸ *Skills*

⁶⁹ *Mathematics Framework*

- processos (raciocínio, comunicação e conexões; aplicações e modelação; competências de pensamento e heurística);
- metacognição (monitorização do próprio pensamento, autorregulação da aprendizagem);
- atitudes (convicções, interesse, apreço, confiança, perseverança).

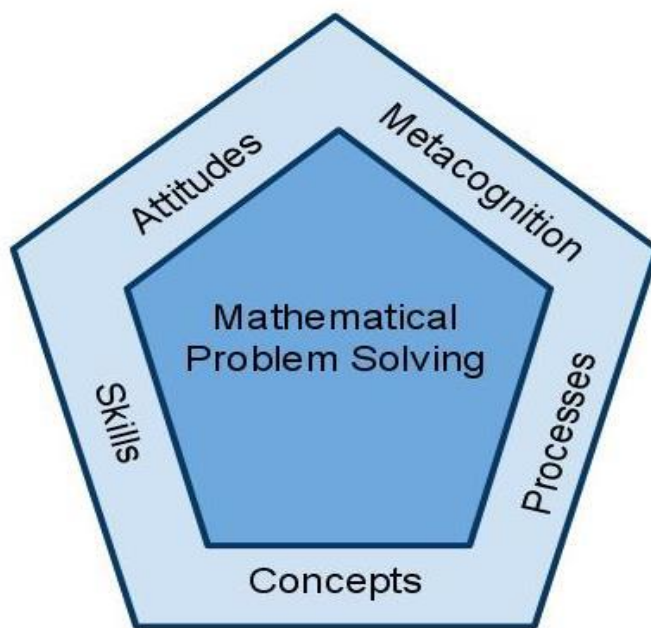


Figura 25 - Quadro de Referência da Matemática (MES, 2012b, p. 14)

6.4.5. Temas matemáticos

Ao nível da Educação Pré-escolar os conteúdos incluem relações de ordem e padrões, contagem e reconhecimento dos números até 10, e o reconhecimento de formas básicas e de relações no espaço (MES, 2012c).

Ao nível dos seis primeiros anos (P1-P6) existem quatro temas: três temas matemáticos e um tema transversal relativo aos processos matemáticos. Em cada ano um tema decompõe-se em um ou mais subtemas. O tema “Processos matemáticos” decompõe-se nos subtemas: MP1 – Raciocínio, comunicação e conexões, MP2 – Aplicações e MP3 – Capacidades de pensamento e heurísticas. Os temas matemáticos e os respetivos subtemas distribuem-se pelos seis anos do nível primário de acordo com o quadro 18.

Quadro 18 - Temas matemáticos do nível primário

Tema	Subtema	Ano					
		P1	P2	P3	P4	P5	P6
Número e álgebra	Números inteiros	•	•	•	•	•	
	Dinheiro	•	•	•			
	Frações		•	•	•	•	•
	Decimais				•	•	
	Porcentagem					•	•
	Proporções					•	•
	Taxas e velocidade					•	•
	Álgebra						•
Medida e geometria	Medida	•	•	•	•		
	Geometria	•	•	•	•	•	
	Área e volume			•	•	•	
Estatística	Representação de dados e interpretação	•	•	•	•		•
	Análise de dados					•	

Fonte: MES (2012b).

Ao nível secundário (S1-S4) volta a existir o tema “Processos matemáticos” que se decompõe nos mesmos subtemas. Os temas matemáticos no nível secundário têm quase os mesmos nomes que no nível primário, mas com mais desenvolvimento nos subtemas. Os conteúdos para os anos S3 e S4 (9.º e 10.º anos) são apresentados em conjunto, sem indicação da distribuição pelos dois anos. O quadro 19 apresenta a distribuição dos subtemas pelos três blocos (S1, S2 e S3/S4).

Quadro 19 - Temas matemáticos do nível secundário

Tema	Subtema	Ano		
		S1	S2	S3/S4
Número e Álgebra	Números e suas operações	•		•
	Razão e proporção	•	•	
	Porcentagem	•		
	Taxa e velocidade	•		
	Expressões algébricas e fórmulas	•	•	
	Funções e gráficos	•	•	•
	Equações e desigualdades	•	•	•
	Linguagem e notação de conjuntos			•
	Matrizes			•
	Problemas em contextos do mundo real	•	•	•

Geometria e Medida	Ângulos, triângulos e polígonos	•		
	Mensuração	•	•	•
	Congruência e semelhança		•	•
	Teorema de Pitágoras e trigonometria		•	•
	Propriedades dos círculos			•
	Geometria com coordenadas			•
	Vetores em duas dimensões			•
	Problemas em contextos do mundo real	•	•	•
Estatística	Análise de dados	•	•	•
	Probabilidade		•	•

Fonte: MES (2012d).

Ao nível pré-universitário, os programas das disciplinas *H1 Mathematics* e *H2 Mathematics* apresentam desenvolvimentos diferentes para três temas comuns: Funções e gráficos, Cálculo, e Probabilidade e Estatística, mas o programa de *H2 Mathematics* inclui ainda outros três temas: Sucessões e Séries, Vetores, e Introdução aos Números Complexos. Os programas destas disciplinas são comparados no quadro 20.

A disciplina *H2 Further Mathematics* agrega em três temas diversos subtemas que complementam os subtemas de *H2 Mathematics* enquanto a disciplina *H3 Mathematics* tem uma descrição de conteúdos pouco detalhada, apresentada à base de exemplos que podem ser trabalhados (anexos 5 e 6).

Quadro 20 – Temas matemáticos do *H1 Mathematics* e *H2 Mathematics*

Tema	Subtema	Programa	
		<i>H1 Mathematics</i>	<i>H2 Mathematics</i>
Funções e gráficos	Funções exponencial e logaritmo e construção de gráficos	•	
	Funções		•
	Gráficos e transformações		•
	Equações e inequações	•	•
Sucessões e Séries	Sucessões e séries		•
Vetores	Propriedades básicas dos vetores em duas e três dimensões		•
	Produtos escalar e vetorial de vetores		•
	Geometria vetorial tridimensional		•
Introdução aos Números Complexos	Números Complexos expressos na forma cartesiana		•
	Números Complexos expressos na forma polar		•

Cálculo	Diferenciação	•	•
	Séries de Maclaurin		•
	Integração	•	
	Técnicas de integração		•
	Integrais Definidos		•
	Equações Diferenciais		•
Probabilidade e Estatística	Probabilidade	•	•
	Variáveis Aleatórias Discretas		•
	Distribuição Binomial	•	
	Distribuição Normal	•	•
	Amostragem	•	•
	Testes de Hipóteses	•	•
	Correlação e Regressão Linear	•	•

Fonte: MES (2015b) e MES (2015c).

Nos programas *H1 Mathematics*, *H2 Mathematics* e *H2 Further Mathematics*, além dos detalhes dos conteúdos, encontram-se indicações de aspetos a excluir. Por exemplo, no programa de *H2 Mathematics*, no ponto 1.1 Funções, entre os pontos a incluir encontram-se “restrição do domínio para obter uma função inversa” e “relação entre uma função e a sua inversa” mas de seguida exclui-se explicitamente “uso da relação $(fg)^{-1}=g^{-1}f^{-1}$ ⁷⁰, e restrição do domínio para obter a função composta” (MES, 2015c, p. 9).

Os alunos que, no fim do nível primário, estejam orientados para o Ensino Vocacional após a conclusão do Ensino Secundário, seguem, nos quatro anos do nível secundário, um programa de Matemática designado *Normal (Technical) Course* (MES, 2012e). Este programa tem finalidades um pouco diferentes dos programas orientados para o prosseguimento de estudos. É mais valorizada a ligação ao mundo real ao mesmo tempo que são menos consideradas as conexões dentro da Matemática e com outras disciplinas. Além dos temas presentes no nível secundário (S1-S2) aparece um tema designado “Contextos do Mundo Real”. Os temas comuns aos programas *Normal (Academic)* e *Normal (Technical)* não revelam diferenças significativas na nomenclatura dos tópicos associados a cada tema, mas os conteúdos tratados em detalhe são menos ambiciosos.

⁷⁰ Na notação usada em Portugal seria: $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

6.4.6. Orientações metodológicas

Ao nível da Educação Pré-escolar, o guia para a área da Matemática (MES, 2013) dá diversas indicações:

Às crianças devem ser proporcionadas muitas experiências de aprendizagens práticas para que possam construir a sua própria compreensão. Quando as crianças têm oportunidades de manipular materiais concretos, elas notam as relações em numeracia, como se conectam uns aos outros e com outras áreas de aprendizagem. Às crianças também devem ser proporcionadas oportunidades para comunicar as suas ideias, clarificar os seus pensamentos e partilhar o seu pensamento sobre como resolvem um problema ou encontram uma solução. Os professores devem ter tempo para observar o que as crianças fazem, ouvir o que dizem e facilitar a compreensão de conceitos de numeracia. (MES, 2013, p. 4)

São dados exemplos de atividades e estratégias para atingir os objetivos propostos.

Nos restantes níveis o currículo é especialmente rico em orientações metodológicas pois entende-se que

Aprender matemática é mais do que aprender conceitos e habilidades. Igualmente importantes são as capacidades relativas aos processos cognitivos e metacognitivos. Esses processos são aprendidos através de experiências de aprendizagem cuidadosamente construídas. (MES, 2012b, p. 20)

Cada programa dos níveis primário e secundário é detalhado em duas colunas: a primeira com os conteúdos e a segunda com as experiências de aprendizagem, começando repetidamente com a frase “Os estudantes devem ter oportunidades de:”.

São indicadas no início experiências de aprendizagem genéricas que se focam no desenvolvimento de bons hábitos de aprendizagem. Entre outros, são dados como exemplos:

- tomar notas e organizar informação de maneira significativa;
- praticar habilidades matemáticas básicas para alcançar o seu domínio;
- usar o *feedback* da avaliação para melhorar a aprendizagem;
- resolver novos problemas usando um repertório de heurísticas;
- discutir, articular e explicar ideias para desenvolver capacidades de raciocínio;
- realizar um projeto de modelação. (MES, 2012b, p. 20)

São ainda indicados três “princípios do ensino”. Estes princípios têm como objetivo a resolução de problemas. Indicam que o ensino deve levar em conta os interesses e experiências dos alunos, envolver os alunos numa aprendizagem ativa e reflexiva e

fazer ligações ao mundo real. O uso das TIC é preconizado e faz-se referência às “competências do século XXI” (MES, 2012b, p. 21).

A aprendizagem é apresentada como sendo desenvolvida em três fases: “*preparação*”⁷¹, “envolvimento” e “domínio” (MES, 2012b, p. 21). Na fase de “preparação”, os professores preparam os estudantes para o que irão aprender, o que requer levar em conta o conhecimento anterior, os contextos motivacionais e o ambiente de aprendizagem. A fase do “envolvimento” é a fase principal da aprendizagem, onde os professores usam diversas pedagogias para envolver os alunos na aprendizagem de novos conceitos e competências. Como exemplos de abordagens são referidos: a aprendizagem baseada em atividades, a investigação dirigida pelo professor e a instrução direta. Na fase do “domínio” os alunos consolidam e expandem a sua aprendizagem. Esta fase inclui a prática motivada, a revisão reflexiva e a aprendizagem suplementar (para alunos mais vocacionados para a Matemática).

Ao nível pré-universitário há também uma grande parte em comum aos quatro programas desse nível. Considera-se que “A aprendizagem da Matemática deve honrar a natureza da disciplina e as suas práticas” (MES, 2015b, p. 1), pelo que os alunos devem, por exemplo, aprender a justificar as suas soluções; provar afirmações matemáticas; comunicar matematicamente; construir e discutir afirmações matemáticas; formular modelos; ter consciência das limitações dos modelos (MES, 2015b).

No âmbito do alinhamento com as “Competências do século XXI” (MES, 2018c) e com os “*Resultados educacionais pretendidos*”⁷² (MES, 2018b), indica-se que os alunos devem trabalhar individualmente e em grupo, usar ferramentas de TIC quando apropriado, pensar de forma crítica e inventiva, comunicar e colaborar com os pares (MES, 2015b).

Na secção dedicada à pedagogia, apesar de se afirmar que os estudantes devem experimentar diversas pedagogias, dá-se um grande destaque às pedagogias de natureza construtivista:

Uma sala de aula construtivista apresenta maior participação do aluno, colaboração e discussão, e maior diálogo entre professores e colegas. Os alunos assumem um papel mais ativo na aprendizagem e constroem novos entendimentos e conhecimentos. O papel do professor é facilitar o processo de aprendizagem (por

⁷¹ *readiness*

⁷² *Desired Outcomes of Education*

exemplo, através de um diálogo mais aprofundado e questionamento) e orientar os alunos com base no seu conhecimento prévio, e proporcionar-lhes oportunidades de maior domínio e envolvimento ativo durante a aprendizagem. (MES, 2015b, p. 15)

São também enunciadas estratégias para apoiar a abordagem construtivista da aprendizagem:

- Aprendizagem baseada em atividades, por exemplo trabalho individual ou em grupo, resolução de problemas;
- Investigação dirigida pelo professor, por exemplo demonstração, levantando questões;
- Aula invertida, por exemplo estudo independente, seguido de discussão em sala de aula;
- Seminário, por exemplo discussão e discurso matemáticos;
- Estudos de casos, por exemplo leitura de artigos, análise de dados reais;
- Projeto, por exemplo modelação matemática, investigação estatística;
- Trabalho de laboratório, por exemplo simulação, investigação usando software e aplicação. (MES, 2015b, p. 15)

6.4.7. Recursos

Para o nível da Educação Pré-escolar considera-se que o ambiente de aprendizagem deve disponibilizar recursos e atividades para encorajar a criança a explorar, interagir e discutir sobre conceitos de Matemática. Os recursos indicados são descritos e são apresentadas fotografias exemplificativas. Como exemplos dos recursos propostos temos pequenos objetos para contagens, cubos com encaixes, dados, blocos para padrões, geoplanos, tangrans e blocos para construções (MES, 2013).

MES (2012b) apresenta os recursos associados ao currículo de forma dispersa pelos programas. Em particular, as TIC têm algumas referências explícitas. No Quadro de Referência, no que se refere as capacidades, é explicitamente afirmado que: “Na sala de aula atual, essas capacidades também incluem a de usar folhas de cálculo e outros *softwares* para aprender e fazer Matemática” (p. 15). Na referência ao processo de modelação matemática encontra-se também: “Selecionar e usar métodos e ferramentas matemáticos apropriados (incluindo TIC)” (p. 16).

Como exemplos de recursos referidos nos programas do nível Primário temos também: “jogos de cartas com números” (p. 34), “dinheiro a brincar” (p. 35), “discos de frações” (p. 38), “colheres de xarope, frascos de xarope, caixas para alimentos” (p. 44), “cartas de valor posicional” (p. 47), “manipuláveis digitais” (p. 50) e “calculadora” (p. 59).

Para o nível secundário é dado inicialmente como exemplo o “uso do *software* Alge Tools™” (MES, 2012d, p. 23), aparentemente disponibilizado pelo próprio Ministério de Educação de Singapura (MES, 2019a) e que é sugerido como ferramenta para aprendizagem baseada em atividades. Ao longo da coluna das “Experiências de aprendizagem” é frequentemente referida a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, de folhas de cálculo e de ferramentas incluídas no Alge Tools™ (MES, 2012d).

No nível pré-universitário as TIC são indicadas para investigar, formar conjecturas e explorar conceitos matemáticos. As calculadoras gráficas inibidas da capacidade de Cálculo Algébrico Simbólico fazem parte do material usado nos exames nacionais.

6.4.8. Avaliação do desempenho dos alunos

Ao nível da Educação Pré-escolar, o guia para a Matemática dedica um capítulo à observação e avaliação, que têm como objetivo melhorar as práticas de ensino e adequá-las às diferentes necessidades das crianças. São indicadas questões para orientar a observação das crianças pelos educadores e são dados exemplos de documentação das observações. (MES, 2013)

Nos restantes níveis, considera-se que a avaliação na sala de aula faz parte do processo de ensino e aprendizagem. Com a avaliação, o professor recolhe informação relevante para os alunos e para o professor. O foco da avaliação na sala de aula, feito sobretudo através do *feedback*, é ajudar os alunos a melhorar a sua aprendizagem e os professores o seu ensino:

Um produto importante da avaliação é o feedback. O feedback deve ser oportuno e rico. Deve informar os alunos sobre como se situam na aprendizagem e o que precisam de fazer para melhorar essa aprendizagem. Também deve informar aos professores sobre o que precisam de fazer para lidar com as lacunas na aprendizagem e como melhorar o seu ensino. (MES, 2012b, p. 26)

Como estratégias a explorar referem: a observação dos alunos e ouvi-los a expor as suas estratégias, a autoavaliação, o questionamento oral dando aos alunos tempo para formularem e comunicarem as suas ideias e ouvirem os outros.

São referidas “avaliações sumativas” (como testes e exames), “avaliações formativas e de diagnóstico” (MES, 2012b, p. 26). Sugere-se que, além dos testes tradicionais com papel e lápis, os professores explorem uma gama mais vasta de estratégias de avaliação, de modo a recolher “informação que não é facilmente acessível através dos métodos tradicionais” (MES, 2012b, p. 27).

No nível pré-universitário, além da avaliação na sala de aula, com o objetivo de melhorar o ensino e a aprendizagem, é explicitada a avaliação em exames nacionais, sendo reproduzida nos programas informação sobre objetivos, esquemas das provas e uso de calculadoras gráficas (Singapore Examinations and Assessment Board [SEAB], 2019).

6.4.9. Sistemas de apoio aos alunos

Em Singapura os alunos que entram no primeiro ano do nível primário (P1) dispõem de programas de apoio à aprendizagem (MES, 2019b). Trata-se de programas de intervenção precoce especializada nas áreas de Língua Inglesa e de Matemática.

Após a entrada na escola, no nível P1 são identificados os alunos que poderão vir a beneficiar destes programas. Os programas são conduzidos por professores.

Existem dois tipos de programas: “Learning Support Programme (LSP)” e “Learning Support for Math (LSM)”. Os programas LSP são dedicados à Língua Inglesa e duram 30 minutos por dia, em grupos de oito a dez alunos. Os programas LSM focam-se nas capacidades de numeracia e desenvolvem-se em quatro a oito períodos por semana, em grupos de, no máximo, oito alunos. Estes programas podem continuar no nível P2 se necessário.

6.5. Documentos curriculares da Estónia

6.5.1. Introdução

A Estónia é membro da União Europeia. Com cerca de 45 000km², está localizada na Europa Setentrional, na região Fino-Escandinávia, mantendo ligações culturais e históricas com a Finlândia, Suécia e Dinamarca. A sua população conta com cerca de 1,4 milhões de habitantes, valor estimado em 2019 (Statistics Estonia [SE], 2019). A sua língua oficial, a língua estónia, faz parte do grupo fino-úgrico, apresentando muitas similaridades com o finlandês. Cerca de um quarto da população tem como língua oficial o russo (Cambridge Mathematics Team [CMT], 2019).

Segundo o Cambridge Mathematics Team (CMT, 2019), após 25 anos da saída da Estónia da União Soviética, em 1991, este país é atualmente um “leader mundial em tecnologia. Foi o país que nos deu o Skype e o TransferWise” (s/p.). De visitas que fizeram a três salas de aula dos primeiros anos do Ensino Básico, esta equipa relata que em duas delas, cada aluno tinha o seu *ipad*, e que o usava fluentemente na aula, quando adequado.

O sistema educativo da Estónia inclui a Educação Pré-escolar não obrigatória, que abrange crianças dos 18 meses aos 7 anos de idade, o Ensino Básico de 9 anos, organizado em três níveis, cada um com a duração de três anos (Nível I, do 1.º ao 3.º ano; Nível II, do 4.º ao 6.º ano; e Nível III, do 7.º ao 9.º ano), e o Ensino Secundário (*upper secondary*), de 3 anos (Santiago, Levitas, Radó & Shewbridge, 2016). A entrada no Ensino Básico faz-se com 7 anos de idade, completados até 1 de outubro. Existem dois currículos nacionais para o Ensino Básico: o currículo nacional e o currículo simplificado. O Ensino Secundário é organizado em duas vias, o secundário geral e o vocacional, correspondendo este último ao nível 4. Desde 2013, que a via vocacional é ministrada em instituições próprias. Após o Ensino Secundário, os alunos podem prosseguir os seus estudos no ensino superior ou seguirem para instituições de Ensino Vocacional, realizando mais dois anos. A frequência na escola é obrigatória desde o início do Ensino Básico até à sua conclusão ou até se atingir os 17 anos de idade. Está previsto o Ensino Doméstico, quando requerido.

A Estónia tem um dos sistemas educativos menos centralizados da Europa (Santiago et al., 2016). De acordo com a OECD (2012), no ano letivo de 2010/11, 76% das decisões eram tomadas a nível de escola, enquanto a média da OCDE é de 41%. Por exemplo, dado o elevado nível de autonomia das escolas, é a esta que cabe a contratação dos seus professores. A definição do currículo nacional, as normas para a avaliação do desempenho dos alunos, a duração de um ano letivo, e o número máximo de alunos por turma, são da responsabilidade de uma entidade nacional, o Ministério de Educação e Investigação da República da Estónia (MERRE), constituindo parte dos 24% das decisões que não são tomadas a nível de escola (OECD, 2016). O currículo nacional, da responsabilidade do Governo da República da Estónia (GRE), a ser aplicado em todo o país, explicita os objetivos, as “metas de aprendizagem” (*learning outcomes*, Santiago et al., 2016, p. 171) esperadas ou “resultados esperados para as crianças com 6 a 7 anos de idade” (GRE, 2008, cap. 5), tanto transversais, como a nível disciplinar, as normas gerais para a avaliação, as condições dos contextos de ensino e aprendizagem, e as áreas curriculares/disciplinares obrigatórias (GRE, 2014a; 2014b). Cabe a cada escola definir o seu currículo, o “currículo da escola”, a partir do currículo nacional, tendo em conta as características únicas da escola e da região onde se insere, dos interesses e vontades do seu pessoal, pais e alunos, não esquecendo os recursos de que dispõe (GRE, 2014b). Assume-se, neste país, que a inovação curricular se faz quando se considera necessária e não por se cumprir uma calendarização pré-definida. Tal pode explicar a razão pela qual os documentos curriculares nacionais surjam com data de 2010 como primeira publicação, seguida de diversas emendas, datadas de anos consequentes (2012, 2013, e 2014).

Recentemente, num documento que orienta os principais desenvolvimentos da educação neste país, *Estonia Lifelong Learning Strategy 2020*, e as decisões de política educativa para o período entre 2014 e 2020, é enunciada uma abordagem à aprendizagem que apoia o desenvolvimento individual e social de cada aluno, a aquisição de conhecimentos, e o desenvolvimento da criatividade e empreendedorismo em todos os níveis e tipos de educação. Mais acrescenta que o processo de aprendizagem é baseado, entre outros valores, na responsabilidade (aprender é não só uma escolha pessoal, como uma responsabilidade do próprio), na necessidade (de desenvolvimento para dar resposta ao mundo do trabalho) e nas oportunidades (as oportunidades que se oferecem ao aprendente são pensadas para dar resposta às necessidades individuais).

Em termos da organização do funcionamento das escolas, o ano letivo está organizado em dois semestres. Uma aula tem a duração de 45m, seguida de um intervalo com um mínimo de 10m. Pode, contudo, haver aulas de dois tempos (45m+45m) sem intervalo entre si. No Ensino Básico, o número máximo de alunos por turma é 24. Contudo, caso o número total de alunos for 16 ou inferior a este número, em duas ou três turmas, podem ser constituídas duas novas turmas a partir destas por agrupamentos destes alunos (GRE, 2014c). À medida que se progride nos anos de escolaridade, o número de alunos por turma vai aumentando, podendo ir até 30 a 40 alunos (Santiago et al., 2016).

O currículo nacional para a Educação Pré-escolar apresenta como finalidade da “escolarização e educação” (*schooling and education*) o desenvolvimento versátil e consistente da criança em estreita cooperação entre a instituição de *child care* que a acolhe e a sua família. Esse desenvolvimento inclui:

O desenvolvimento físico, mental, social e emocional da criança enquanto resultado do desenvolvimento compreensivo e positivo da sua autoimagem, compreendendo o contexto envolvente, o comportamento ético e iniciativa, hábitos básicos de trabalho, atividade física. (GRE, 2008, cap. 4)

Assume-se ainda que criança tem um papel ativo na sua aprendizagem, que deve incluir a sua própria tomada de decisão no processo educativo e o desenvolvimento da competência de aprender a aprender.

As escolas do Ensino Básico devem contribuir para a aprendizagem e educação dos alunos (GRE, 2014a). Têm por missão cuidar do desenvolvimento mental, físico, ético, social e emocional dos alunos. A sua função educativa exige-lhes serem capazes de criar contextos adequados para que tal aconteça, uma vez que

Fornecer aos alunos um contexto de aprendizagem e ensino adequado à sua idade é seguro, tem um impacto positivo e desenvolve os alunos, apoia o desenvolvimento do interesse na aprendizagem, das capacidades de aprendizagem, da criatividade, da autorreflexão, do pensamento crítico, do conhecimento e vontade de aprender, da criatividade na autoexpressão, e da sua identidade social e cultural. (GRE, 2014c, p. 3)

Cabe-lhes ainda apoiar os alunos a “tornarem-se pessoas criativas e versáteis, capazes de efetivamente se autorrealizarem em diversos papéis: na família, no emprego e na via pública” (GRE, 2014c, p. 2).

No Ensino Secundário, seguindo a mesma filosofia do Ensino Básico, são acrescentadas outras dimensões, como seja apoiar os alunos na escolha da via para prosseguimento de estudos, seja no ensino superior, seja no vocacional, que corresponda aos seus interesses e capacidades, criando-lhes condições para o seu sucesso sem impedimentos. Ao nível do desenvolvimento dos alunos para o desempenho futuro enquanto cidadãos, é acrescentada a capacidade da sustentabilidade social e ambiental (GRE, 2014c).

Existem explicitadas nas orientações do governo um conjunto de obrigações que cabem à escola garantir, como seja assegurar que todos os alunos tenham direito à educação, assim como um conjunto de exigências a serem garantidas pelos pais/encarregados de educação. Em particular:

Os pais devem permitir e facilitar o desempenho do dever de frequentar a escola, incluindo: 1) criar condições que facilitem a aprendizagem em casa e os pré-requisitos para a participação em estudos por um aluno sujeito ao dever de frequentar a escola (...) 3) ler os regulamentos respeitantes à vida da escola. (GRE, 2014c, p. 5)

Os pais poderão ser multados caso não tenham inscrito os seus filhos na escola, por sua responsabilidade, ou estes não tenham tido uma assiduidade superior a 20% às aulas durante um quarto do ano letivo, sem razão justificativa.

A classificação interna dos alunos no Ensino Básico e no Secundário expressa-se numa escala de 1 a 5. A fim de certificar a conclusão do Ensino Básico existe uma avaliação externa, a nível nacional (*harmonised final examinations of basic school*), da responsabilidade do Ministério da Educação e Investigação (MERRE), ou provas a nível de escola (*school examinations of basic school*). Tomando para referencial o currículo nacional, esta avaliação externa incide sobre três disciplinas: Estónia, Matemática e uma outra disciplina, escolhida pelo MERRE entre o leque das constituintes do currículo escolar dos alunos. Os alunos são informados até 15 de maio (o ano letivo inicia-se a 1 de setembro e termina a 31 de agosto) do ano letivo anterior à realização desse exame. Para se obter o certificado de conclusão do Ensino Básico é necessário ter obtido um resultado satisfatório nessas provas e realizado uma tarefa criativa (*creative assignment*) ao longo do Nível III (MERRE, 2019). Durante a escolaridade obrigatória, a retenção é considerada uma medida de exceção (GRE, 2014a).

Do mesmo modo, no final do Ensino Secundário, com a finalidade de uma certificação de final de ciclo, existem exames (*state examinations*) nas disciplinas de Língua estónia, Língua estrangeira e Matemática. Será certificado o aluno que obtiver sucesso simultaneamente nos exames e num texto (*investigation paper*) ou trabalho prático (*practical work*). Os alunos externos não terão este segundo parâmetro (GRE, 2014c).

6.5.2. A Matemática no currículo

A Matemática é uma área disciplinar que cobre os diferentes níveis de ensino não superior, sendo uma área disciplinar obrigatória, quer no Ensino Básico, quer no Ensino Secundário.

Na Educação Pré-escolar, a Matemática é considerada como um dos sete domínios temáticos (*subject field*) relativamente aos quais cada criança deve ter oportunidade de realizar aprendizagens, a par dos temas: Eu e o meio envolvente, Linguagem e discurso, Estónio como segunda língua, Arte, Música e Movimento (GRE, 2008).

No Ensino Básico, o número mínimo de horas semanais dedicadas à Matemática vai variando de acordo com o nível deste ciclo de ensino (quadro 21).

Quadro 21 - Número mínimo de aulas semanais para a Matemática

Nível do Ensino Básico	Número de aulas semanais
Nível I	10 (5h)
Nível II	13 (14,4h)
Nível III	13 (14,4h)

Fonte: GRE (2014d, p. 1)

No Ensino Secundário podem encontrar-se dois níveis de Matemática: a matemática reduzida (*narrow mathematics*) e a alargada (*extensive mathematics*) (GRE, 2014b, p. 6), sendo obrigatório a frequência numa delas. O primeiro currículo contém oito módulos e o segundo 14. Estas duas ofertas formativas diferem nos conteúdos matemáticos a serem estudados, bem como na sua abordagem (GRE, 2014e). Os alunos podem, em certas condições, mudar ao longo dos três anos, de currículo de Matemática.

6.5.3. Finalidades e objetivos

Na Educação Pré-escolar, a principal finalidade da abordagem à Matemática é a de contribuir, tal como as restantes áreas temáticas, para uma visão integrada acerca da escolarização e da vida e do ambiente que rodeia as crianças. O planeamento e a organização da escolarização e educação devem prever a integração das atividades de ouvir, falar, ler, escrever, observar, explorar, comparar, calcular e várias atividades de movimento, música e arte (GRE, 2008).

São igualmente formulados objetivos bastante específicos para a área temática da Matemática. As crianças com seis a sete anos de idade devem ser capazes de:

- Agrupar objetos na base de um-dois objetos e comparar as suas quantidades;
- Agrupar objetos tendo em conta o seu tamanho e posição;
- Saber conceitos simples de tempo, e descrever e organizar as suas atividades diárias;
- Atribuir significado a atividades de contar e a relações em séries de números;
- Compreender atividades de medição e as mais importantes unidades de medida;
- Conhecer e descrever figuras geométricas;
- Reconhecer relações matemáticas em situação do dia-a-dia. (GRE, 2008, cap. 5, parág. 20)

O ensino da Matemática no Ensino Básico tem por principal finalidade o desenvolvimento da competência matemática, nela incluindo:

A capacidade de usar a linguagem, os símbolos e os métodos característicos das aplicações matemáticas, de resolver diversos problemas na matemática, noutras ciências, e na vida real, de compreender o significado social, cultural e pessoal da matemática, de formular problemas, identificar e desenvolver estratégia de resolução adequadas, de analisar soluções, ideias, e testar a precisão dos resultados, de raciocinar logicamente, justificar e provar usando e compreendendo diferentes método de apresentação. (GRE, 2014d, p. 1)

A finalidade do ensino da Matemática no Ensino Secundário é a mesma da do Ensino Básico. Às componentes da competência matemática anteriormente enunciadas, são-lhe acrescentadas “o conhecimento da natureza sistemática dos conceitos e relações

matemáticas (...) interesse na matemática e o estabelecimento de relações entre a matemática e a tecnologia” (GRE, 2014e, p. 1).

Em ambos os ciclos de escolaridade, Básico e Secundário, é assumido que a aprendizagem matemática contribui para o desenvolvimento de competência gerais, a saber: competência cultural e valores, competência social e cidadania, competência de autoconsciência, competência de aprender a aprender, competência em comunicação, competência em empreendedorismo, e competência científico natural e tecnológica (GRE, 2014d, pp. 2-3; 2014e, pp. 2-3).

Existe, igualmente, um assumir claro da importância do estabelecimento de relações entre a Matemática e outras ciências. A articulação curricular horizontal toma uma expressão muito forte nas recomendações curriculares da Matemática quer no Ensino Básico, quer no Ensino Secundário. No Ensino Básico, as áreas disciplinares identificadas como tendo uma forte relação com a Matemática são: Língua e literatura, incluindo a língua estrangeira; Ciências Naturais, Temas sociais, Arte, Tecnologia, e Educação Física (GRE, 2014d). No Ensino Secundário temos: Aprendizagem ao longo da vida e planificação da carreira; Desenvolvimento sustentado do ambiente; Identidade cultural; Iniciativa civil e empresarial; Tecnologia e inovação; Saúde e segurança; Análise crítica da informação que nos rodeia; e Valores e moral (GRE, 2014e).

Ao nível dos objetivos do ensino da Matemática no Ensino Básico, pretende-se que os alunos sejam capazes de compreender o valor da Matemática e possam tirar prazer com ela; adquirir conhecimentos matemáticos e suas relações; resolver problemas, raciocinar e comunicar matematicamente (GRE, 2014a). Os dois currículos nacionais do Ensino Secundário apresentam diferenças quanto aos objetivos que se pretendem atingir. No que respeita à “Matemática reduzida”, o objetivo é que os alunos sejam capazes de compreender informação em linguagem matemática e de usar a Matemática nas situações da vida real, assegurando, deste modo, as suas capacidades sociais” (GRE, 2014e, p. 7). Já a “Matemática alargada” introduz “o significado da matemática no desenvolvimento da sociedade e exemplifica as suas aplicações na vida real, na tecnologia, na economia, nas ciências exatas e naturais, e noutros campos da sociedade” (GRE, 2014e, p. 12).

6.5.4. Temas matemáticos

Na Educação Pré-escolar, existe uma lista de conteúdos claramente explicitados na qual se inscrevem os resultados de aprendizagem esperados. Assim, os conteúdos explicitados da área temática da Matemática são:

- Quantidades, contagem e números, cálculo;
- Dimensão e medida;
- Figuras geométricas.

Observamos que o conteúdo “pensamento algébrico” não é explicitamente contemplado, apesar de algumas dos objetivos de aprendizagem enunciados possam ser perspetivados deste ponto de vista. De qualquer modo, os conteúdos parecem responder às grandes questões: Quantos? De que tamanho? Com que forma?

Tendo em conta que o ensino da Matemática no Ensino Básico “prepara os alunos para compreender e descrever relações lógicas, quantitativas e espaciais” (GRE, 2014d, p. 2), os temas matemáticos a ser considerados devem nomeadamente desenvolver nos alunos destrezas de cálculo com papel e lápis, com calculadora e mental, capacidades básicas de Álgebra, e noções básicas de acaso. Assim, o currículo nacional apresenta um conjunto de objetivos de aprendizagem, temas matemáticos (quadro 22) e respetivas metas de aprendizagem no final de cada nível constituinte do Ensino Básico.

Quadro 22 - Temas matemáticos no Ensino Básico

Nível I	Nível II	Nível III
Cálculo	Cálculo	Percentagens
Medida e problemas de palavras	Álgebra e tratamento de dados	Álgebra
Objetos geométricos	Figuras geométricas e medida	Funções
		Geometria

Fonte: GRE (2014d)

Da leitura do quadro 22, pode desde logo afirmar-se que os temas matemáticos são naturalmente comuns a muitos outros currículos de Matemática de outros países (por

exemplo apresenta muitas semelhanças com a Finlândia), podendo variar no nível de desenvolvimento de cada tema. Para mais detalhe, ver Anexo 7 deste relatório.

É ainda de fazer notar que em diversos temas matemáticos, a par da indicação dos seus subtemas, é apresentada a recomendação de se usar programas de computador para consolidação da aprendizagem. Esta recomendação, de natureza mais metodológica, surge numa listagem de temas matemáticos, podendo, deste modo, reforçar a sua importância.

Os temas matemáticos obrigatórios a serem trabalhados no Ensino Secundário Geral são distintos de acordo com a via existente. O currículo designado de “Matemática reduzida”, organizado em oito módulos, inclui os seguintes temas matemáticos: a) Quantidades numéricas, Expressões, Equações e Inequações; b) Trigonometria; c) Vetores no plano e Equação da reta; d) Probabilidades e Estatística; e) Funções; f) Sequências e Função derivada; g) Integral de figuras planas; e h) Estereometria (GRE, 2014d).

Os temas matemáticos obrigatórios que fazem parte da “Matemática alargada”, organizados em catorze módulos, são: a) Expressões com quantidades numéricas; b) Equações e Sistemas de equações; c) Inequações e Parte I de Trigonometria; d) Parte 2 de Trigonometria; e) Vetores no plano e Equação da reta; f) Probabilidades e Estatística; g) Funções e Sequências numéricas; h); Função exponencial e logarítmica; i) Funções trigonométricas; j) Limites e derivada de uma função; k) Aplicações da derivada; l) Reta e plano no espaço; m) Estereometria; e n) Aplicações da matemática e estudo de processo atuais (GRE, 2014d).

Existem ainda oito módulos opcionais, a saber: a) Lógica; b) Elementos de matemática económica; c) Elementos da Teoria dos números, Parte 1; d) Elementos da Teoria dos números, Parte 2; e) Elementos de Matemática Discreta, Parte 1; f) Elementos de Matemática Discreta, Parte 2; g) Planimetria: Geometria do Triângulo e do Círculo, Parte 1; e h) Planimetria: Geometria do Triângulo e do Círculo, Parte 2.

Os alunos poderão ainda escolher algumas ofertas das Ciências Naturais: a) Ciência Naturais, Tecnologia e Sociedade; b) Mecatrónica e Robótica; c) Modelação em 3D; d) Desenho técnico; e) Uso do computador para questionamento; f) Programação básica e desenvolvimento de *software* de aplicação.

O Ensino Secundário Vocacional segue uma estrutura por módulos, devendo 35% do seu plano de estudos cobrir unidades curriculares de cariz prático, envolvendo, quer a escola de formação, quer empresas. Existe uma grande diversidade de combinações possíveis de módulos de Matemática, a decidir sobretudo a nível da escola de formação, tendo em conta a especialidade em causa. O referencial de partida é o currículo nacional do Ensino Básico e as Normas para o Ensino Vocacional (*Standard of Vocational Education*).

6.5.5. Orientações metodológicas

Existe um elemento transversal nos diversos currículos nacionais em análise que tem a ver com o entendimento que se assume de como se aprende. Em todos eles, é claro o pressuposto que a aprendizagem “é um processo onde os alunos ativamente constroem o seu conhecimento” (GRE, 2014c, p. 5). Também a perspetiva do que é trabalhar com a Matemática é bastante clara: “A Matemática envolve trabalhar com modelos, descrever relações e desenvolver métodos” (GRE, 2014d, p. 2). Deste modo, pode-se, desde logo, inferir orientações para o modo como os professores podem e devem trabalhar com os seus alunos. Mas estes mesmos documentos curriculares vão mais além, existindo, para cada nível de ensino, uma secção que explicita aspetos a ter em conta na planificação e organização das atividades, por parte do educador e do professor.

Assim, na Educação Pré-escolar existem orientações sobre o tipo de experiências que devem ser planificadas e concretizadas com as crianças. Em particular, é recomendado que se parta de objetos e situações da sua vida quotidiana, quer para os descrever, comparar, agrupar e contar, quer para se posicionar em relação a eles. Recorrer ao jogo, à observação, e à conversação para estabelecer relações entre a Matemática e atividades da vida quotidiana (GRE, 2008).

No Ensino Básico, chama-se a atenção para a necessidade de se selecionarem diferentes métodos de trabalho, onde o aluno tenha a possibilidade de desempenhar um papel ativo, tais como, “trabalho independente, debate, discussão, trabalho a pares, trabalho de projeto, trabalho de grupo” (GRE, 2014d, p. 6). O professor deve ainda criar oportunidades favoráveis para os alunos desenvolverem diversos tipos de trabalhos, como sejam a realização de ensaios, portefólios, investigações, e medições práticas. A

nível do Ensino Secundário, acrescentam-se outras recomendações, nomeadamente indicando que o contexto educacional vai para além da sala de aula de Matemática, alargando-se “às aulas de informática, ao recreio da escola, a ambientes naturais, a museus, exposições, empresas, etc.” (GRE, 2014e, p. 5).

Noutras partes dos documentos curriculares em análise é reforçada a importância do papel do professor de Matemática. Por exemplo, fazem notar que para que as competências gerais se possam desenvolver através da aprendizagem matemática, cabe ao professor interrelacionar os conhecimentos, capacidades, valores e comportamentos. Também são dadas orientações específicas para o desenvolvimento das conexões matemáticas com outras ciências. Um exemplo apresentado, no Ensino Básico, para a integração da Matemática com as Ciências Naturais, passa por um trabalho conjunto entre os professores destas duas áreas, trabalhando com os alunos a análise de dados, recolhidos através da observação e experimentação, usando para tal gráficos, diagramas e tabelas. Ou, de forma mais ampla, usando a Estatística no tratamento de dados da esfera social. Outro exemplo, ainda, diz respeito à relação entre a Arte e a Geometria. Em particular, “a classificação de características importantes de formas e o uso de símbolos são elementos integrantes da Arte em combinação com a comparação de classificação de propriedades de objetos representados” (GRE, 2014d, p. 3). Como resultado dessa integração,

os alunos desenvolverão a capacidade de verem a beleza de um gráfico desenhado num computador, identificarem a beleza de diferentes formas geométricas no seu contexto familiar e na natureza, e calcularem as áreas e volumes de formas familiares, se necessário. (GRE, 2014d, p. 4)

6.5.6. Recursos

Na Educação Pré-escolar não são referidos recursos em especial, embora as experiências de aprendizagem a propor as crianças pressuponham o uso de objetos e de jogos.

No Ensino Básico e no Secundário, no ensino da Matemática, existem referências a diversos materiais de apoio à aprendizagem, destacando-se sem sombra de dúvida o recurso à tecnologia, que surge, por um lado como um recurso, e por outro como um objeto de aprendizagem:

Recursos de Tecnologia de informação e comunicação (TIC) são utilizados no processo educacional. (GRE, 2014d, p. 2)

Resolvendo problemas os alunos aprendem como usar as diversas ferramentas tecnológicas e a compreender a importância da matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (GRE, 2014d, p. 5)

Fica ainda claro que a escola tem a responsabilidade de fornecer gratuitamente aos alunos os materiais vistos como necessários à sua aprendizagem:

(...) as escolas devem providenciar, de forma gratuita, todos os livros (manuais escolares, livros de exercícios, fichas de trabalho) necessários para completar o currículo das escolas. (Santiago et al., 2016, p. 167)

A escola fornece:

- 1) um conjunto de calculadoras para serem usadas na sala de aula;
- 2) um conjunto de figuras planas e de sólidos para serem usadas na sala de aula;
- 3) se necessário, computadores de secretária ou portáteis com ligação à Internet, nas aulas de Matemática na razão de, pelo menos, um por cinco alunos;
- 4) equipamento de apresentação para visualizar relações. (GRE, 2014d, p. 6)

Material de desenho, como régua, compasso e transferidor, surgem enunciados, quando é o caso, nas metas de aprendizagem no final de cada nível do Ensino Básico e módulo do Ensino Secundário. A nível do Ensino Secundário, acrescentam-se outras recomendações, nomeadamente o uso de materiais de aprendizagem, retirados ou não da Internet ou de outras fontes de informação, e de equipamentos tecnológicos (GRE, 2014e).

6.5.7. Avaliação do desempenho dos alunos

Na Educação Pré-escolar, o currículo nacional reporta-se à avaliação como uma forma de identificação do desenvolvimento da criança, baseado, quer nas capacidades gerais, quer nos resultados obtidos nas áreas temáticas de escolarização e educação. Nos princípios para a

avaliação enunciados, pode ler-se que o principal propósito da avaliação é compreender o desenvolvimento da criança de forma a promover a sua autoestima e planificar a escolarização e a educação em conjunto com os pais. É visto como um processo continuado, operacionalizada através da observação das atividades diárias.

Os propósitos da avaliação pedagógica ao nível do Ensino Básico e do Secundário são expressos do seguinte modo:

- 1) Apoiar o desenvolvimento dos alunos;
- 2) Dar feedback sobre os desempenhos académicos dos alunos;
- 3) Encorajar e guiar os alunos para estudarem com propósito;
- 4) Orientar o desenvolvimento da autoestima dos alunos e orientá-los e apoiá-los na escolha dos seus percursos educacionais futuros;
- 5) Orientar as ações dos professores no apoio da aprendizagem e no desenvolvimento individual;
- 6) Fornecer uma base para a transição do aluno para a turma seguinte e tomar decisão sobre a certificação dada pela escola. (GRE, 2014a, p. 12)

Pelo exposto pode afirmar-se que objetivos de natureza formativa, bem como sumativa, são considerados, pelo que não é de estranhar que se afirme, no caso particular do ensino da Matemática, no Ensino Básico, que “A avaliação formativa e a classificação sumativa são usadas na avaliação” (GRE, 2014d, p. 6). No âmbito da componente formativa da avaliação, é da responsabilidade da escola, dar feedback aos alunos sobre o seu comportamento, atitudes e valores, e ao nível da sala de aula, sobre os conhecimentos matemáticos, capacidades matemáticas, e competências gerais, que o aluno está a desenvolver (GRE, 2014a). O aluno deverá receber um feedback encorajante e construtivo que identifique os seus pontos fortes e aspetos a melhorar, tomando para referencial os objetivos e as metas de aprendizagem matemática.

No Ensino Secundário, na Matemática, as dimensões da aprendizagem objeto de avaliação são os conhecimentos e respetivas capacidades de os pôr em ação, e as competências de natureza transversal. Em particular, a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a atitude face à matemática assumem particular relevância, e são objeto de atenção na avaliação formativa. “Não só o resultado, mas também o processo, é avaliado quando da resolução de trabalhos práticos e de problemas” (GRE, 2014e, p. 6). Alerta-se ainda o professor de Matemática que, quando avalia produções

escritas dos alunos, embora deva assinalar os erros ortográficos, estes não deverão ser contabilizados.

Cabe às escolas definir os procedimentos avaliativos, a partir das recomendações curriculares do currículo nacional para cada nível de ensino.

6.5.8. Sistemas de apoio aos alunos

Estão previstas atividades extra-curriculares, para todos os alunos, designadas por *Long day groups* (GRE, 2014c, p. 16). Estas atividades podem ser dedicadas à realização de trabalhos de casa, ao desenvolvimento de interesses e de *hobbies*, sendo supervisionadas e apoiadas pedagogicamente, e podendo o aluno dispor dos recursos oferecidos pela escola.

Quer no Ensino Básico, quer no Ensino Secundário, estão previstas diversas medidas de apoio à aprendizagem, nomeadamente a condução de uma conversa de desenvolvimento (*conducting a developmental conversation*), a implementação de um currículo individual, a admissão a um *Long day groups* ou a programas de estudo adicionais, o apoio por um especialista contratado pela escola, ou a transferência para outra turma (GRE, 2014a).

Deverá ser construído “um currículo individual para todos os alunos que apresentem dificuldades de aprendizagem moderadas, severas ou profundas” (GRE, 2014c, p. 7) ou que não tenham sido classificados numa dada disciplina, de forma a ajudar o aluno a adquirir os conhecimentos e desenvolver as capacidades requeridas. Estes currículos individuais, quando comparados com o currículo da escola respetivo, podem variar no tempo dedicado à disciplina, nos conteúdos, ou nos processos.

Os programas de estudo adicionais podem ocorrer durante as férias de Verão, uma vez que estas preveem uma duração mínima de dez semanas sem atividades letivas (GRE, 2014c).

6.6. Análise comparativa

Ao concluir o presente capítulo procedemos a uma análise comparativa dos documentos analisados dos quatro países por nós considerados. Incluiremos nesta análise comparativa os Programas e Metas Curriculares do Ensino Básico e do Ensino Secundário (Bivar et al., 2012, 2013, 2014).

Níveis de decisão para os programas prescritos de Matemática

Os documentos analisados dos quatro países são de natureza distinta: enquanto em Singapura existe um programa único de Matemática para cada tipo de percurso escolar e ano de escolaridade, nos EUA, na Finlândia, e na Estónia, os documentos curriculares analisados constituem orientações curriculares a nível nacional, pressupondo-se a existência de currículos locais a definir. Os currículos nacionais incluem orientações de âmbito geral, a serem tidas em conta nos programas de cada disciplina do plano curricular dos alunos, e as de âmbito específico, respeitantes aos programas de cada disciplina. Assim, em Singapura, existe um sistema centralizado, tal como é tradição em Portugal, e nos outros três países, existem dois níveis de decisão curricular: o nível nacional, em que os documentos produzidos servem de referencial para o segundo nível de decisão; o nível local, onde cabe à escola a responsabilidade de tomarem decisões complementares. Pode dizer-se que Portugal, recentemente, se aproximou dos EUA, da Finlândia e da Estónia, uma vez que foi significativamente alargado o nível local de decisão curricular, deixando à escola a tomada de decisões que anteriormente cabiam exclusivamente à tutela.

Tendo em conta as dimensões dos diferentes países agora em análise, podemos avançar que a variável dimensão não parece ser uma possível explicação para a questão da maior ou menor autonomia curricular. Encontramos um sistema totalmente centralizado no país mais pequeno dos em análise, Singapura (719km²), e diversos graus de descentralização nos outros países, embora estes sejam de dimensões muito diferentes – Estónia (45 000km²), Portugal (92 000km²), Finlândia (350 000km²) e EUA (9,834 milhões de km²).

Dinâmicas de desenvolvimento curricular em Matemática

As orientações curriculares para a Matemática estão estruturadas de forma distinta nos países em análise. Em Singapura e nos EUA segue-se uma lógica de ano, isto é, os temas matemáticos e os subtemas estão indicados ano a ano, tal como em Portugal. Na Finlândia e na Estónia é seguida a lógica de ciclo. Esta segunda opção parece incentivar e/ou promover uma gestão curricular adaptada às particularidades de cada escola, para além de respeitar os processos de aprendizagem dos alunos, que não são lineares. Há, contudo, a necessidade de relembrar que o que se verifica na atualidade nos EUA e em Portugal não acontecia no passado recente: nos EUA, os documentos curriculares da responsabilidade do NCTM agrupavam-nas em ciclos, tal como aconteceu em Portugal no programa de Matemática para o Ensino Básico de 2007 (Ponte et al., 2007).

Ainda considerando os países que atualmente seguem uma lógica de ano, podemos encontrar diferenças que dizem respeito ao maior ou menor grau de rigidez dos temas matemáticos a serem trabalhados. Nos programas de Matemática de Singapura, a apresentação dos temas matemáticos é bastante detalhada, sempre acompanhada de possíveis experiências de aprendizagem favoráveis às aprendizagens por parte dos alunos desses temas que, em diversos casos, não são mais do que orientações metodológicas. Mas é em Portugal que, nos Programas e Metas Curriculares (Bivar et al., 2012, 2013, 2014), o grau de especificação dos subtópicos matemáticos, explicitados em listas extensas de metas curriculares, se revela de menor flexibilidade.

Finalidades e objetivos de aprendizagem em Matemática

Em qualquer nível de ensino, as finalidades do ensino da Matemática nos documentos curriculares dos quatro países considerados assentam no contributo para a educação dos cidadãos, para a vida produtiva e para o papel que a Matemática desempenha noutras ciências. Contudo, na Finlândia, nos níveis de ensino que precedem o Ensino Secundário, é muito clara a componente individual do currículo (Howson, Keitel & Kilpatrick, 1981), isto é, a valorização do papel que a Matemática pode desempenhar na vida presente do aluno enquanto pessoa, nomeadamente nos desafios intelectuais que pode proporcionar no momento e não num período por determinar no futuro. Situação semelhante é possível encontrar-se nos documentos curriculares da Estónia onde é igualmente assinalado o prazer intelectual que o trabalho com a Matemática pode

oferecer. Esta dimensão fica difusa nos documentos curriculares dos outros dois países, tal como acontece nos Programas e Metas Curriculares (Bivar et al., 2012, 2013, 2014). São considerados nos objetivos da aprendizagem matemática dos documentos curriculares internacionais em análise os conhecimentos, capacidades e atitudes. Em todos eles, se podem encontrar expressões como “compreensão de conceitos” “resolução de problemas”, “raciocínio matemático”; “comunicação”, “atitude positiva face à Matemática”, “autoimagem enquanto aluno de Matemática”. A resolução de problemas, em Singapura, o pensamento matemático, na Finlândia, aos quais se acrescentam as conexões da Matemática na República de Estónia, são eixos centrais dos programas ou dos currículos. Também nestes países podemos encontrar um particular destaque para a importância do desenvolvimento por parte do aluno da sua capacidade de metacognição. Tais constatações constituem diferenças assinaláveis quando tomamos por referência os Programas e Metas Curriculares (Bivar et al., 2012, 2013, 2014), onde apenas encontramos destaque para o raciocínio matemático, reduzindo-o contudo praticamente ao de tipo hipotético-dedutivo. A resolução de problemas, embora surja como importante na introdução, verifica-se ao longo das listagens das metas que do que realmente se fala não são mais do que exercícios com algum grau de complexidade.

Temas matemáticos

Os temas matemáticos, Números, Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidades, são comuns aos documentos curriculares dos quatro países, mas podem encontrar-se diferenças. Por exemplo, a iniciação à Álgebra (Early Algebra) faz-se no 3.º ano na Finlândia e nos CCSS faz-se na Educação Pré-escolar com a introdução às Operações e Raciocínio Algébrico. Na Estónia surge pela primeira vez referida no Nível II (4.º ao 6.º ano) e em Singapura só no 6.º ano, aparecendo, em ambos os casos, a Álgebra no sentido de se usar uma letra para representar uma quantidade desconhecida.

Também ao nível do 3.º ano, na Finlândia, e no Nível I (1.º ao 3.º ano) na Estónia, são trabalhados os algoritmos das operações básicas com números inteiros. Este estudo é precedido e acompanhado com o desenvolvimento do cálculo mental e da capacidade de estimar por parte dos alunos. Nos CCSS, os Números e Operações na base 10 são introduzidos no jardim-de-infância, sendo que as frações surgem no 3.º ano do 1.º Ciclo. Em Singapura, os algoritmos da adição e subtração (até três dígitos) são introduzidos no

2.º ano, depois de no 1.º ano se ter usado o cálculo mental para operar com números até 20. Também no 2.º ano são introduzidas as frações com denominador até 12.

Na Finlândia, o Tratamento de Dados e Estatística começa a ser abordado nos primeiros anos de escolaridade e a noção de probabilidade é ainda introduzida no 1.º Ciclo de forma muito intuitiva, enquanto nos CCSS, a Medida e o trabalho com dados surgem no jardim-de-infância, e a Estatística e Probabilidades no 6.º ano. Em Singapura a representação e interpretação de dados é introduzida desde o 1.º ano, enquanto na Estónia surge no Nível II, e o termo probabilidade surge referido pela primeira vez no nível seguinte.

No Ensino Secundário, existem graus de profundidade diversos nos temas do programa de Matemática a serem trabalhados, havendo uma vez mais diferenças com a situação em Portugal. No nível mais avançado do Ensino Secundário na Finlândia, inicia-se o estudo do Cálculo Integral, o que não acontece no nosso país. Em Singapura, todos os programas Pré-Universitários de Matemática incluem uma iniciação ao Cálculo Integral e, no caso de alunos que pretendam prosseguir estudos em Matemática, Ciências ou Engenharia, os programas incluem ainda Séries, Séries de Maclaurin e Equações Diferenciais. Na Probabilidade e Estatística encontram-se Variáveis Aleatórias Discretas e Testes de Hipóteses. Numa cadeira mais avançada podem ainda encontrar-se a Indução Matemática, Matrizes, Métodos Numéricos e Variáveis Aleatórias Contínuas.

Na Estónia, os temas matemáticos estão organizados por módulos havendo grande diversidade de escolha. O Cálculo Integral surge com diferentes níveis de desenvolvimento como tema obrigatório em ambos os módulos obrigatórios dos dois programas de Matemática oferecidos aos alunos para escolha. Entre as opções que os alunos podem escolher, existem diversos temas matemáticos que: a) procuram abrir o campo da Matemática, a domínios mais recentes dentro desta ciência, ex. Elementos de Matemática Discreta; b) são pensados para posterior prosseguimento de estudo dos alunos, ex. “Elementos de matemática económica”; ou c) fazendo parte do leque de opções de outra disciplina, é-lhe reconhecida uma forte relação com a Matemática, ex. Mecatrónica e Robótica.

Nos CCSS introduzem-se as Matrizes e o Cálculo Matricial (adição e multiplicação), bem como as Matrizes Inversas como forma de resolução de um sistema de equações lineares, não estando previstos o Cálculo Diferencial e Integral num percurso *standard*.

Recursos

Em termos de recursos, destacamos a utilização das tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática. Na mesma linha do estudo sobre os diversos programas de Matemática referido na introdução desta secção (Mullis et al., 2016), nestes quatro países podem encontrar-se referências ao recurso às TIC. Na Finlândia, em Singapura, e na Estónia, as referências à tecnologia são abundantes e surgem desde os primeiros anos de escolaridade. Por exemplo, neste último país, existem recomendações curriculares em Matemática explícitas em diversos momentos para o recurso a *software* desde o Nível I do Ensino Básico (1.º ao 3.º ano de escolaridade). Nos CCSS, EUA, fica subjacente a ideia da sua utilização, não se encontrando condições de não utilização. Contudo, as orientações são de ordem geral não se especificando a partir de quando se podem ou devem utilizar. Este panorama é distinto dos Programas e Metas Curriculares (Bivar et al., 2012, 2013, 2014), onde o uso da calculadora só passa a ser visto como recurso a partir do 8.º ano e em certas condições.

Avaliação pedagógica na aula de Matemática

A avaliação do desempenho dos alunos está ausente dos CCSS. Já nos documentos da Finlândia, de Singapura e da Estónia, fica muito claro que se recomenda que a avaliação seja parte integrante do currículo e que o seu principal propósito seja o de contribuir para a aprendizagem matemática de todos os alunos. No Programa e Metas Curriculares (Bivar et al., 2012, 2013, 2014), muito embora a avaliação seja objeto de algumas considerações na introdução, sobretudo fazendo referência aos normativos legislativos em vigor, não volta a ser retomada nos textos programáticos.

Como uma possível ação decorrente da avaliação formativa, quanto às medidas de apoio à aprendizagem dos alunos previstas em cada um destes países, é de assinalar que na Finlândia e na Estónia se pode encontrar uma grande diversidade de níveis de apoio e de medidas procurando assim responder às diferentes necessidades dos alunos. Em Singapura parece haver uma maior preocupação com a aprendizagem da Língua Inglesa e da Matemática, mas nestes três países sente-se o reconhecimento da importância de se agir ao primeiro sinal de dificuldade. Nos CCSS verifica-se uma grande preocupação em proporcionar aos alunos com dificuldades de aprendizagem estratégias diferenciadas para que consigam atingir as altas expectativas relativas à aprendizagem da Matemática.

O quadro 23 sintetiza as principais semelhanças e diferenças das orientações curriculares prescritas nos CCSS (EUA), na Finlândia, em Singapura, na Estónia e em Portugal.

Quadro 23 - Análise comparativa das orientações curriculares nos quatro países

Países Dimensões	EUA (CCSS)	Finlândia	Singapura	Estónia	Portugal Bivar et al., 2013 & 2014
Níveis de decisão	Nacional e local	Nacional e local	Nacional	Nacional e local	Nacional
Gestão curricular	Ano Flexibilidade elevada	Ciclo Flexibilidade elevada	Ano Flexibilidade média	Ciclo Flexibilidade elevada	Ano Flexibilidade nula
Matemática para todos no Ensino Secundário	Depende dos estados	Sim	-	Sim	Não
Finalidades	Instrumental Interativa	Instrumental Interativa Individual	Instrumental Interativa	Instrumental Interativa Individual	Instrumental
Foco dos Objetivos de aprendizagem	Conhecim. Capacidades Atitudes	Conhecim. Capacidades Atitudes Competências transversais gerais	Conhecim. Capacidades Atitudes Competências transversais gerais	Conhecim. Capacidades Atitudes e Valores Competências transversais gerais	Conhecim. Capacidades (restritas)
Capacidades matemáticas destacadas	Resolução de problemas	Pensamento matemático	Resolução de problemas	Resolução de problemas Raciocínio Conexões	Raciocínio matemático hipotético-dedutivo
Tecnologias	Sim, sem indicações precisas	Uso regular	Uso regular	Uso regular Fortemente incentivado	A partir do 8.º ano e com condições
Avaliação	Inexistente	Formativa	Formativa	Formativa	Remete para a legislação geral sobre avaliação
Medidas de apoio à aprendizagem	Dirigido a alunos específicos Diversidade	Agir de imediato Diversidade	Agir de imediato	Agir de imediato Diversidade	Inexistente*

*Atualmente há legislação própria que prevê medidas de apoio diversas, para serem aplicadas ao primeiro sinal de dificuldade de aprendizagem dos alunos

Do quadro 23 ressalta que, quando comparamos as orientações curriculares sobre o ensino e aprendizagem da Matemática nos CCSS dos EUA, em Singapura, na Finlândia, e na Estónia, encontramos mais semelhanças entre os dois últimos países. Mas quando comparamos os quatro países com os documentos curriculares portugueses, Programas e Metas Curriculares (Bivar et al., 2012, 2013, 2014) encontram-se diferenças assinaláveis em todas as dimensões de análise consideradas.

Não podemos deixar de fazer notar que a análise que aqui apresentámos apenas descreve o que é preconizado em termos de programas prescritos e nada se afirma sobre o que realmente acontece na sala de aula de Matemática de cada um dos países. Acresce ainda que não é nossa intenção explicar as semelhanças e diferenças encontradas. Temos consciência que existem variáveis contextuais muito diversas que as influenciam ou determinam. Uma delas é certamente a imagem e a autoimagem que os professores têm, quer da sua profissão, quer de si próprios, enquanto profissionais. A título ilustrativo apresentamos algumas respostas dadas pelos professores participantes no estudo TALIS, desenvolvido pela OCDE⁷³, em 2018 que procurou saber junto de professores diversas dimensões que podem influenciar o ensino (quadro 24).

Quadro 24 - Perspetivas de professores dos países em análise

	EUA	Finlândia	Singapura	Estónia	Portugal
Considero que a profissão docente é valorizada pela sociedade	36,3%	58,2%	72,0%	26,4%	9,1%
Lamento ter decidido ser professor	8,3%	6,5%	8,3%	6,1%	21,9%
Se pudesse voltar a decidir, continuaria a escolher ser professor	79,7%	78,9%	82,2%	74,1%	64,8%
Estou satisfeito com o meu desempenho na escola	93,4%	94,2%	87,4%	91,9%	96,1%

Fonte: OECD (2019)

Da leitura do quadro 24 emerge que são os professores portugueses que evidenciam ter uma opinião menos favorável face à sua profissão. A forma como estes percecionam a

⁷³ Participaram 48 países e economias, entre os quais Portugal. Em cada país, foram selecionadas aleatoriamente cerca de 200 escolas e 4000 docentes.

valorização atribuída pela sociedade à profissão docente corresponde ao menor valor obtido nos quatro países (9,1% para 26,4%, 36,3%, 58,2% e 72%). Embora haja uma percentagem relativamente pequena de professores a lamentarem a sua escolha pela profissão docente, 21,9%, é no entanto o maior valor obtido neste item, quando o comparamos com os outros quatro países (6,1%, 6,5% e 8,3%). Esta posição é coerente com o que afirmam caso lhe dessem a possibilidade de voltar a fazer uma escolha profissional. O valor percentual dos professores portugueses que voltariam a escolher a profissão docente é o mais baixo quando comparado com os outros países (74,1%, 78,9%, 79,1% e 82,2%), muito embora cerca de 64,8% afirmem que o voltariam a fazer. Contudo, são os professores portugueses que afirmam em maior valor percentual estarem satisfeitos com o seu desempenho na escola (96,1% para 94,2%, 93,4%, 91,9% e 87,4%). Este último resultado é difícil de interpretar apenas com esses elementos. Em síntese pode ser afirmado que os professores portugueses parecem estar menos satisfeitos com a sua profissão do que os dos quatro países em análise, muito embora pareçam ter uma elevada imagem de si próprios enquanto profissionais.

7.

Medidas e recursos para apoio à mudança e ao desenvolvimento curricular

Neste capítulo apresentamos um conjunto diverso de medidas de apoio lançadas pelo Ministério da Educação que tiveram como finalidade última promover a qualidade das aprendizagens matemáticas dos alunos através da promoção da formação de professores e da criação de condições para a melhoria do trabalho nas escolas e realização do ensino da Matemática. Estas medidas foram suscitadas sobretudo por mudanças curriculares mas também existiram fora desse quadro, dirigindo-se ao desenvolvimento curricular que necessariamente tem lugar no dia-a-dia.

7.1. Medidas de apoio à implementação curricular

Nesta secção apresentamos as medidas de apoio à implementação curricular, no que concerne aos Ensinos Básico e Secundário. São contempladas as medidas que apoiaram a implementação dos diferentes programas de Matemática, desde a década de 90 à atualidade.

7.1.1. Ensino Básico

Relativamente ao Ensino Básico, apresentamos e analisamos as medidas de apoio à implementação dos Programas de Matemática do Ensino Básico, no que diz respeito aos Programas de 1990 e 1991, ao Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 e ao Programa de 2013, derivado das Metas Curriculares de 2012, considerando igualmente as orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico de 2016 e as Aprendizagens Essenciais de 2018.

7.1.1.1 Programas de 1990 e 1991

A implementação dos programas do Ensino Básico da década de 90 do século passado (DGEBS, 1990, 1991a, 1991b, 1991c, 1991d) decorreu em duas fases:

- i) Experimentação dos programas nos primeiros anos de cada ciclo;
- ii) Generalização da reforma curricular.

i) Experimentação dos programas

A experimentação iniciou-se no ano letivo 1989/90 no 1.º ano do 1.º Ciclo, em 67 escolas e, em 1990/91, no primeiro ano dos 2.º e 3.º Ciclos, em 16 escolas. Durante esse processo de experimentação foi feito o acompanhamento da aplicação dos programas pela Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (DGEBS) e, conseqüentemente, “foi reescrito pela DGEBS todo o programa do 1.º Ciclo para ser aplicado a partir de 90-91” (CNE, 1994, p. 32). É de notar que, decorrente da experimentação, foram reescritos os programas dos outros Ciclos⁷⁴.

De acordo com o *Relatório sobre a Reforma dos Ensinos Básico e Secundário 1989-1992* (CNE, 1994), na fase de lançamento da experimentação foi realizada formação de professores para a aplicação dos novos programas. No 1.º Ciclo, e no primeiro ano de experimentação, a formação foi presencial para todos os docentes experimentadores, e nos restantes anos, foram realizadas ações de sensibilização com recurso a um vídeo (CNE, 1994). Nos 2.º e 3.º Ciclos foram formadas equipas disciplinares com professores acompanhantes, as quais promoviam a articulação entre as escolas e as Direções Regionais de Educação, elaboravam materiais e realizavam atividades de formação. Os professores dessas equipas, assim como os delegados e subdelegados de grupo, que também exerciam funções de acompanhamento aos professores experimentadores, frequentaram ações de formação organizadas pela DGEBS, cujas temáticas e metodologias foram definidas pelos autores dos programas, pela DGEBS e por especialistas, nomeadamente docentes do Ensino Superior. Por sua vez, as Direções Regionais organizaram ações para os professores experimentadores, asseguradas pelas equipas de professores acompanhantes.

⁷⁴ A partir de 1991/92 no 1.º Ciclo (Despacho n.º 139/ME/90) e de 1992/93 nos 2.º e 3.º Ciclos (Despacho 124/ME/91).

ii) Generalização da reforma curricular

A “*generalização da reforma curricular*” (CNE, 1994, p. 39) iniciou-se no ano letivo 1991/92 com as turmas do 1.º ano do 1.º Ciclo, no ano letivo 1992/93 para o 2.º ano do 1.º Ciclo e anos iniciais dos 2.º e 3.º Ciclos e, no ano letivo seguinte, foi alargado para as turmas do 3.º ano do 1.º Ciclo e do segundo ano dos 2.º e 3.º Ciclos. Embora a implementação dos programas tenha decorrido “sem grandes sobressaltos” (Ponte, 2002, p. 10), esta “não foi acompanhada por um movimento adequado de formação de professores, nem pela criação, nas escolas, das condições que os novos programas requerem” (APM, 1998a). Da análise dos inquéritos efetuados aos professores feito no âmbito do relatório *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática* (APM, 1998) constata-se que a maioria dos professores do 1.º Ciclo (54%) declarou não ter participado em qualquer ação de formação para a implementação do programa de Matemática. Embora em número mais reduzido, também 19% dos professores do 2.º Ciclo e 31% dos professores do 3.º Ciclo declararam não ter participado em nenhuma ação entre 1994 e 1996. Constata-se, no referido relatório, que a divulgação dos novos programas não foi feita para a generalidade dos professores dos diferentes níveis de ensino. Desta forma, só os professores que iniciaram o 1.º ano de generalização do novo programa tiveram alguma sensibilização e, no ano seguinte, apenas houve, em algumas zonas, uma reunião com a inspeção, concluindo-se que “A partir de 1992/93 os professores não ouviram falar mais dos novos programas e os que quiseram ter o programa tiveram de o pagar do seu bolso” (APM, 1998b, s/p). Para além disso, o referido relatório aponta ainda a falta, nas escolas, dos materiais necessários para a implementação do programa, nomeadamente materiais manipuláveis e calculadoras, e que os manuais escolares “limitaram-se a adaptações de pormenor, não tendo, na sua maioria, incorporado as orientações dos novos programas” (APM, 1998b, s/p).

7.1.1.2. Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 (PMEB)

O Grupo de Coordenação do Plano de Implementação do Novo Programa de Matemática⁷⁵ foi nomeado por despacho do Secretário de Estado da Educação (Informação n.º I-DGIDC/2008/127) tendo como objetivo definir e acompanhar uma

⁷⁵ Este grupo era constituído por Joana Brocardo (coord.), Alexandra Pinheiro, Ana Paula Canavarro, António Batel Anjo, João Pedro da Ponte, Lurdes Serrazina, Rosário Ribeiro e Sílvia Machado.

estratégia para um apoio efetivo à implementação nacional do Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007. Esta estratégia inclui um conjunto de ações concertadas: discussão do dispositivo de avaliação do processo de implementação do novo programa de Matemática; identificação de turmas piloto do novo Programa de Matemática, para os 1.º, 3.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade, com início em 2008/2009 e discussão do sistema de apoio ao seu funcionamento; participação na formação de formadores do novo programa de Matemática; discussão e aperfeiçoamento do *website* em construção para apoio à implementação do novo programa de Matemática; conceção, discussão e concretização do plano nacional de formação para professores de todos os Ciclos, a iniciar-se em 2009/2010.

Em termos globais, estas ações incidiram em duas grandes fases: i) experimentação do programa, no ano letivo de 2008/09; e, ii) generalização, inicialmente através da candidatura dos agrupamentos de escolas em 2009/10, e posteriormente, no ano letivo seguinte, a todos os agrupamentos. Nos seguintes pontos, referimos ambas as fases e as ações mais relevantes que as caracterizaram.

i) Experimentação do programa

A experimentação decorreu em quarenta turmas piloto nos anos iniciais de ciclo, tendo os experimentadores do 1.º Ciclo sido encontrados entre os professores que tinham realizado a formação do Programa de Formação Contínua de Matemática. Nesta fase, os professores das turmas piloto beneficiaram de acompanhamento que incluía formação, visitas às turmas piloto, reuniões regionais e nacionais, uma plataforma Moodle e uma página eletrónica com materiais de apoio, nomeadamente textos, planos de aula, tarefas e relatos de experiências em sala de aula.

Os conteúdos da formação para os professores experimentadores abrangiam os três domínios seguintes: a) tarefas e materiais para a aula de Matemática; b) ambiente de trabalho na sala de aula, incluindo a natureza da comunicação, os papéis do professor e do aluno e a natureza das atividades; e, c) planificação de unidades didáticas, com análise dos percursos temáticos de aprendizagem. No relatório de avaliação do processo de experimentação (Fernandes, Borralho, Vale & Cruz, 2010), a equipa coordenada por

Domingos Fernandes⁷⁶ salienta que, a formação em que participaram os professores experimentadores, deu

(...) um contributo decisivo para que a grande maioria dos professores (...) pudesse ter em prática uma diversidade de tópicos do programa de forma cabal e plena (...) em termos das tarefas e materiais selecionados, das dinâmicas de ensino e de aprendizagens utilizadas e dos papéis destinados aos alunos e aos professores. (p. 26)

Acrescenta-se ainda que “a formação mexeu com conceções e com certas visões sobre as práticas, há muito arreigadas num significativo número de professores” e que este “pode muito bem ter sido o seu maior sucesso” (p. 26).

Durante o processo de experimentação foram produzidos materiais de apoio ao professor de dois tipos: brochuras temáticas e materiais para a sala de aula. Foram assim desenvolvidas cinco brochuras, dedicadas respetivamente a Números, Álgebra, Geometria, Organização e Tratamento de Dados e Capacidades Transversais, que apresentavam “as ideias essenciais relativas a cada tema e também às capacidades transversais, procurando ilustrar essas ideias com exemplos da sala de aula” (Ponte & Sousa, 2010, p. 37). Estas brochuras pretendiam ser “um apoio de cunho sobretudo conceptual relativamente ao novo programa” (Ponte & Sousa, 2010, p. 37). Os materiais de sala de aula foram organizados por tópicos, “contendo uma colecção de tarefas para usar directamente com os alunos, que ilustram o tipo de trabalho que se propõe para uma dada unidade de ensino” (Ponte & Sousa, 2010, p. 37). Para além das propostas de tarefas, estes materiais continham uma indicação dos conhecimentos prévios pressupostos nos alunos, as aprendizagens visadas, proposta de exploração da tarefa em sala de aula e exemplos de produções dos alunos, com possíveis estratégias e dificuldades. Ainda no que respeita a materiais para a sala de aula, foram, posteriormente, compiladas sequências de tarefas experimentadas nas turmas piloto, contemplando as resoluções de alunos e indicações para os professores. Os diferentes materiais foram disponibilizados para todos os professores na página eletrónica⁷⁷ (figura 26), encontrando-se atualmente acessível. Esta página eletrónica contém o programa, os percursos de aprendizagem, outros recursos (organizados pelos temas matemáticos do

⁷⁶ A equipa era constituída por Domingos Fernandes (coord.), António Borralho, Isabel Vale e Elisabete Cruz. O relatório pode ser consultado em:

<https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/10430/1/RelatórioFinalNPMEB.pdf>

⁷⁷ http://area.dge.mec.pt/materiais_NPMEB/home.htm

programa) e endereços eletrônicos com aplicações interativas, nomeadamente software e outras páginas eletrônicas de apoio à aula de Matemática.



Figura 26 - Apresentação da página eletrônica de apoio ao PMEB (2007)

ii) Generalização do programa

No âmbito do Plano da Matemática II (ver secção 7.2.2) candidataram-se cerca de 400 agrupamentos de escolas à antecipação da generalização do programa, no ano letivo 2009/10. No ano letivo seguinte, em 2010/11, todas as turmas dos 1.º, 3.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade implementaram o PMEB (2007), ficando completa a cobertura nacional. Nesse ano letivo, surgiram os manuais de acordo com o programa de 2007.

Em cada agrupamento foram constituídas equipas de coordenação, formadas por um professor de cada ciclo de escolaridade, cuja função era apoiar os professores na planificação de aulas e unidades de ensino e promover troca de materiais e experiências no agrupamento de escolas/escola não agrupada. Os professores das equipas de coordenação eram apoiados por professores acompanhantes do Plano da Matemática II de acordo com o descrito na secção 7.2.2 deste relatório. Recordamos que os professores acompanhantes do PM II apoiavam os membros das equipas de coordenação e os professores de um conjunto nos agrupamentos de escolas, organizando momentos de trabalho/formação temáticos, mensalmente, para os professores de Matemática do Ensino Básico.

No âmbito do apoio à implementação do programa, a formação foi também alvo de atenção. O Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos (PFCM), tratado na secção 7.2.1 deste relatório, passou a ter como referência

fundamental o PMEB, desde o ano letivo 2008/09. No entanto, todo o trabalho desenvolvido no âmbito do PFCM foi desde o início realizado numa perspetiva consentânea com as orientações do programa do Ensino Básico, valorizando uma abordagem à Matemática com ênfase na compreensão, explorada a partir de tarefas desafiantes com a discussão coletiva das resoluções dos alunos (Serrazina, Canavarro, Guerreiro, Rocha, Portela & Gouveia, 2005). Desta forma, pode considerar-se que os professores que frequentaram o PFCM desde o seu início, 2005, começaram desde aí a familiarizar-se com ideias fundamentais do programa que viria a ser conhecido em 2007. Estas ideias foram analisadas e discutidas nas sessões de formação em grupo, onde também eram elaboradas as planificações para aulas que eram concretizadas em sala de aula por professores em formação, seguindo-se a respetiva reflexão com o formador e com os outros formandos do grupo. (Serrazina et al., 2005). Através de uma metodologia de trabalho colaborativo, ao experimentarem novas tarefas e refletirem sobre as aprendizagens dos seus alunos, os professores dos 1.º e 2.º Ciclos tiveram oportunidade de, sob alguma forma, se prepararem para os desafios que o novo programa traria.

No caso do 3.º Ciclo, a formação foi assegurada, em modalidade informal centrada na escola em trabalho colaborativo, pelo Plano da Matemática (ver secção 7.2.2). Do ponto de vista formal, por iniciativa da Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) e com o apoio dos Centros de Formação de Associação de Escolas, foram realizadas ações de formação para os professores dos 2.º e 3.º Ciclos por todo o país, sobre os vários temas do programa, tendo em vista o seu acompanhamento, bem como o aprofundamento de alguns de temas do novo programa de Matemática.

7.1.1.3. Metas Curriculares de 2012 e Programa de 2013

De acordo com o Despacho n.º 5165-A/2013, a implementação das Metas Curriculares de Matemática (2012) decorreu com um carácter não vinculativo “nas escolas e nas turmas em que as mesmas foram usadas” e “a sua utilização teve resultados muito positivos” (Despacho n.º 5165-A/2013). No entanto, não conseguimos aceder a quaisquer dados e nem à identificação dessas escolas ou turmas, não nos sendo possível, por isso, caracterizar o seu processo de implementação ou as medidas de apoio, caso tenham existido. A este propósito, Albuquerque, Barroso, Gouveia, Nápoles, Sequeira e Torres (2013) referem:

Ora não são do domínio público quaisquer dados sobre a experiência da implementação das Metas durante o ano letivo 2012/13 e não são conhecidos “os resultados muito positivos” referidos no Despacho. Durante os debates sobre a proposta do agora homologado Programa, organizados pela SPM no IST e pelo CMUP na Universidade do Porto, os autores do Programa agora homologado foram questionados sobre os resultados a que o Despacho se refere e sobre as escolas onde a experiência foi levada a cabo. A resposta menos evasiva referiu a implementação das Metas em duas escolas de Lisboa, uma pública e outra privada mas não revelou os resultados. (Albuquerque et al., 2013, s/p)

No entanto, aquilo que conhecemos é que foram produzidos três cadernos de apoio, um para cada um dos ciclos de escolaridade. Os cadernos de apoio são considerados como “um complemento ao documento *Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*” (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2012, p. 1) e apresentam “várias sugestões de exercícios, problemas e atividades, alguns com propostas de resolução, esclarecimentos relativos a algumas opções tomadas no documento principal [Metas Curriculares] e informações complementares para os professores” (Bivar et al., 2012, p. 1). Foram ainda disponibilizados, na página eletrónica da DGE⁷⁸, as apresentações usadas na formação, para cada um dos ciclos de escolaridade, de acordo com os temas seguintes:

- 1.º Ciclo: Números e Operações, Algoritmos, Números Racionais e Geometria;
- 2.º Ciclo: Algoritmo de Euclides, Números e Operações 1, Números e Operações 2, Geometria, Medida e Isometrias;
- 3.º Ciclo: Números e Operações, Funções, Sequências e Sucessões, Proporcionalidades e Equações, Geometria.

A tutela, em 2016, através da Direção-Geral da Educação, decidiu criar o Grupo de Trabalho de Matemática⁷⁹ para o Ensino Básico, com vista à produção de orientações de gestão para os documentos curriculares em vigor (DGE, 2016), uma vez que se considerava que os documentos curriculares em vigor eram extensos, antecipavam conteúdos e alguns destes eram desadequados às faixas etárias a que se destinavam. Estas orientações de gestão não se fizeram acompanhar de uma formação contínua adequada que possibilitasse uma ampla discussão e reflexão entre os professores, nem de materiais que objetivassem a sua implementação em sala de aula.

⁷⁸ <http://www.dge.mec.pt/matematica>

⁷⁹ O Grupo de Trabalho de Matemática para o Ensino Básico integrou elementos da Sociedade Portuguesa de Matemática, da Associação de Professores de Matemática e foi coordenado pela Direção-Geral da Educação.

Mais recentemente, surgiram os documentos curriculares das Aprendizagens Essenciais (AE) as quais começaram por ser aplicadas nas escolas abrangidas pelo Projeto de Autonomia e Flexibilidade Curricular (PAFC), nas turmas dos anos iniciais de ciclo (1.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade), no ano letivo 2017/18. De acordo com o Despacho n.º 6944-A/2018: “O processo de consolidação das Aprendizagens Essenciais foi monitorizado e acompanhado em proximidade, durante o ano letivo 2017/18, nas escolas que integraram o projeto de autonomia e flexibilidade curricular, através de várias dinâmicas de auscultação, articulação e apoio”. De igual modo não conseguimos aceder a quaisquer dados sobre as “dinâmicas de auscultação, articulação e apoio” (Despacho n.º 6944-A/2018) usadas, não nos sendo possível caracterizar o processo de implementação das AE.

7.1.2. Ensino Secundário

Esta secção tem por objetivo mencionar e analisar programas de apoio à implementação de programas de Matemática no Ensino Secundário, reportando-nos aos programas de Matemática e Métodos Quantitativos de 1991; programa de Matemática Ajustado de 1997; programas de Matemática A, Matemática B e Matemática Aplicada às Ciências Sociais de 2003; e programa de Matemática A de 2014, bem como as consequentes orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de 2016 e as Aprendizagens Essenciais de 2018.

7.1.2.1. Programas de 1991 (Matemática e Métodos Quantitativos)

No início da década de 90 do século XX, “cerca de metade dos professores de Matemática do Ensino Secundário (49,2%) não são profissionalizados e 60% destes não têm habilitação própria” (Graça & Máximo, 1992, p. 57). É com esta realidade ao nível da classe docente que, em 1992/93, se iniciou a aplicação generalizada dos programas de Matemática e Métodos Quantitativos para o Ensino Secundário, aprovados em 1991, tendo estes sido objeto de uma experimentação prévia, com turmas piloto, em 16 escolas (CNE, 1994).

Ponte, Matos, Guimarães, Leal e Canavarro (1991) referem que a experimentação do 10.º ano, em 1990, dos programas de Matemática e Métodos Quantitativos foi precedida de três ações de formação. Realizaram-se igualmente alguns encontros com os professores acompanhantes em cada escola, com o objetivo de preparar algumas unidades didáticas e analisar o material de apoio produzido pela tutela. Foi efetuada, ainda, uma ação de formação com a presença dos autores dos programas, para os delegados e professores coadjuvantes que se encontravam em cada escola da experiência. Nesta ação de formação foram abordados aspetos da História da Matemática e da Didática da Geometria. Segundo a delegada de Matemática de uma das escolas em que os programas foram objeto de experimentação, mencionada em Ponte e colegas (1991), “a maioria das pessoas mal se conheciam, e as conversas mantidas ficaram a um nível superficial” (p. 21), não tendo tido lugar a troca de experiências entre os professores.

Para a fase de experimentação, os autores do programa de Matemática, Lima e Gomes, produziram *Materiais de apoio aos novos programas* (1992), constituídos por “fichas para aluno e respetivos textos de apoio para o Professor” (Lima & Gomes, 1992, p. 1), chamando estes a atenção de que o uso destes materiais não dispensavam a leitura do programa respetivo e a sua gestão pelo professor.

Os autores Matos, Ponte, Guimarães e Leal (1993) reforçam que “a preparação do lançamento da experiência do novo programa é motivo para fortes críticas por parte dos professores. As críticas fundamentais incidem sobre a falta de tempo para preparação da experiência e de oportunidades de formação” (pp. 101 e 102). No mesmo sentido, Graça e Máximo (1992) manifestaram alguma preocupação em relação às alterações propostas neste programa, mencionando que todos os intervenientes tinham a noção que a sua formação era fundamental. Questionavam-se: “será possível fazer a generalização dos novos programas sem procurar estabelecer um plano de formação e acompanhamento de professores, face a novos objetivos, conteúdos e metodologias, integrado num processo de formação contínua?” (p. 57).

Tendo sido instituído um programa de acompanhamento dos docentes, encarregues das turmas piloto de experimentação dos novos programas, em 1990/91, tais ações, segundo Graça e Máximo (1992), apesar de terem qualidade e utilidade, eram muitas vezes efetuadas em tempo não útil e insuficientes para as necessidades de formação contínua sentidas em diversas áreas. Ainda segundo Graça e Máximo (1992), o programa de

Matemática apresentava um conjunto de finalidades e objetivos, bem como de conteúdos e de metodologias, quer ao nível da construção dos conceitos, quer de orientações gerais e específicas para a avaliação, que obrigavam a uma grande reflexão, inclusive nos professores mais experientes.

Matos e colegas (1993) recomendam que, na implementação do programa, seja feita “(a) a ampliação e diversificação da oferta de formação aos professores, nomeadamente em temas ligados aos programas, (b) a valorização, acompanhamento e enquadramento de projetos protagonizados pelos professores ao nível das escolas (...)” (p. 106).

7.1.2.2. Programa Ajustado de Matemática de 1997

Face aos problemas detetados, em especial as grandes dificuldades sentidas pelos professores na concretização do programa de Matemática devidas à sua extensão, foi iniciado um processo de ajustamento que culminou em 1997 com a publicação de um programa de Matemática que foi designado por *Programa Ajustado de Matemática*.

Desde a primeira hora que os autores do programa haviam alertado para a necessidade de apoiar os professores na aplicação deste programa. Em consequência, o Ministério da Educação promoveu reuniões de divulgação do documento, para os quais foram convocados os delegados do 1.º grupo⁸⁰ de todas as escolas com Ensino Secundário.

Estas reuniões foram dinamizadas pelos autores do programa entre abril e junho de 1997 e pretendia-se “alertar para as mudanças e mobilizar ativistas para multiplicar iniciativas de informação sobre as alterações e meios de as enfrentar com algum êxito” (Carvalho e Silva, Fonseca & Martins, 1997, p. 1). No entanto, muitas escolas não enviaram a estas reuniões os seus representantes e muitos dos presentes não replicaram as informações aos colegas de grupo, pelo que esta iniciativa não teve o impacto desejado para a grande maioria dos professores.

Para além destas reuniões, a Comissão de Acompanhamento do Programa de Matemática do Ensino Secundário⁸¹, então constituída no Departamento de Ensino

⁸⁰ Antiga designação do grupo de professores de Matemática do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário

⁸¹ Comissão Nacional de Acompanhamento - Constituída pela Equipa Técnica e representantes do Departamento do Ensino Secundário, nomeadamente o seu Diretor, da Associação de Professores de Matemática, da Sociedade Portuguesa da Matemática, da Sociedade Portuguesa de Estatística, da Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa das Ciências da Educação, do Departamento de

Secundário (DES), propôs um plano de apoio com três grandes vertentes: i) a produção de documentos de apoio, quer em suporte papel, quer em suporte digital; ii) o desdobramento das turmas em dois turnos durante uma hora por semana; e, iii) o acompanhamento local criado para apoiar os professores que lecionavam este programa. Passamos de seguida à descrição destas três vertentes.

i) Produção de documentos de apoio

No que respeita aos documentos de apoio foram publicadas dez brochuras⁸², de 1997 a 2000, abordando os vários temas do programa, e ainda uma brochura sobre Didática e outra sobre Projetos Educativos.

O DES considerou que estas brochuras constituíam referências de qualidade para ajudar os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e finalidades do programa, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas, e sobre a conceção, desenvolvimento e avaliação de projetos. Considerou ainda que estas brochuras eram materiais que poderiam apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que envolvessem os alunos em atividades matemáticas relevantes e que suscitasse aprendizagens mais interessadas, mais consistentes e mais significativas, podendo ser reconhecidas como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional (Fernandes, 1998).

De acordo com o relatório de avaliação da implementação do programa ajustado (Gonçalves, Góis, Vicente & Martins, 2001), estas brochuras foram consideradas suficientemente claras, fáceis de consultar, adequadas ao programa e rigorosas do ponto de vista científico. Ainda segundo os autores do relatório, de entre estas brochuras, as mais valorizadas, pela sua utilidade, foram aquelas que incidiam sobre temas do programa, tendo sido utilizadas na preparação das aulas pela generalidade dos professores, frequentemente para extrair exemplos de tarefas a propor aos alunos e também para ajudar os professores a interpretar o programa ajustado.

Foi também criada a Folha Informativa *InforMAT*, com o objetivo de divulgar informações com interesse para a atividade profissional dos professores de Matemática,

Educação Básica, do Instituto de Inovação Educacional e posteriormente por dois representantes dos Acompanhantes Locais.

⁸² As brochuras podem ser consultadas em <http://www.dge.mec.pt/brochura>

e uma página eletrônica, da responsabilidade da equipa técnica, com documentos de apoio. Contudo, a publicação *InforMAT*, concebida inicialmente para ser um boletim trimestral, não foi publicada com a regularidade desejada. Tanto este boletim como a página eletrônica tiveram pouca expressão no trabalho desenvolvido pelos professores (Gonçalves et al., 2001).

ii) Desdobramento das turmas em dois turnos

No Ofício-Circular n.º 135/97, de 8/7 do DES, reconhece-se “a necessidade de os alunos terem oportunidades diversas para trabalharem em grupo, elaborarem relatórios ou desenvolverem trabalhos de natureza experimental” (p. 1). A possibilidade de aplicação da medida de desdobramento das turmas em dois turnos dependia da decisão do Presidente do Conselho Diretivo de cada escola, tendo em conta a existência de recursos humanos e materiais adequados e um projeto apresentado pelos professores do 1.º grupo que desse garantias que as propostas metodológicas constantes no programa seriam efetivamente colocadas em prática. A medida foi aplicada em cerca de metade das turmas abrangidas pelo programa ajustado (Gonçalves et al., 2001). Nas restantes, e uma vez que tinham um número inferior a 22 alunos, considerado o requisito mínimo necessário para a implementação da medida, esta não foi aplicada.

iii) Acompanhamento Local

As comissões de acompanhamento local foram criadas no ano letivo de 1997/98, pelo DES, para efetuarem o acompanhamento contínuo aos professores que nas escolas começassem a lecionar o Programa Ajustado de Matemática, para o 10.º ano de escolaridade.

No sentido de viabilizar o acompanhamento às escolas, o DES solicitou

(...) a todos os Conselhos Diretivos que libertassem, em consenso com as escolas vizinhas, uma mancha de três horas nos horários dos professores com 10.º ano de Matemática que permitissem as suas reuniões semanais de preparação da leção e, quando necessário, o trabalho de acompanhamento. (DES – Ofício-Circular n.º 208/97 de 7/11)

Fez igualmente um apelo ao interesse e à participação dos Conselhos Diretivos, Conselhos Pedagógicos e Conselhos de Grupo, afirmando que nada desta iniciativa de

acompanhamento poderia resultar sem o seu apoio interessado (DES – Ofício-Circular n.º 208/97 de 7/11).

Para que esta iniciativa de acompanhamento se concretizasse foram organizadas, em cada ano letivo, cerca de 100 horas de formação específica destinadas aos acompanhantes locais encarregues de apoiar e supervisionar os professores de Matemática do Ensino Secundário (Gonçalves et al., 2001). A responsabilidade da formação esteve a cargo do DES, que convidava especialistas das diferentes áreas de conhecimento abordadas (Teixeira, 2004) acontecendo em duas semanas, normalmente uma no início do ano letivo, e outra mais perto do final do ano, em regime de internato.

Gonçalves e colegas (2001) referem que as reuniões de acompanhamento local foram positivas, no sentido em que permitiram que o programa se impusesse como documento orientador da prática, nomeadamente para que a calculadora gráfica passasse a ser utilizada como recurso educativo e para que os instrumentos de avaliação das aprendizagens fossem diversificados, especialmente através da redação matemática. Teixeira (2004) dando voz a alguns professores acompanhados refere ainda como aspetos positivos: a troca de experiências entre os professores da mesma escola e de escolas vizinhas; os materiais que os acompanhantes levavam para as reuniões; as reflexões sobre algumas componentes do Programa, nomeadamente, a sua filosofia, a metodologia, a experimentação e a tecnologia; a criação de um Laboratório de Matemática na escola; a tentativa de alterar as práticas letivas dos professores; os acompanhantes serem professores a lecionar os níveis dos seus acompanhados; e, o apoio e a formação que foram proporcionados.

Como aspetos menos conseguidos do acompanhamento local, Gonçalves e colegas (2001) colocam a imprecisão na definição das suas finalidades e a fraca clarificação da função do acompanhante local, bem como a irrelevância, quanto ao interesse e utilidade, de alguns dos assuntos mais abordados nas reuniões. Teixeira (2004) salienta a não obrigatoriedade de participação nas reuniões; a falta de predisposição dos professores para a mudança; a falta de apoio, por parte dos acompanhantes pelo facto das suas dificuldades serem, por vezes, idênticas às dos professores que acompanhavam; a verificação sistemática do cumprimento das planificações, em cada reunião; o carácter muito teórico e a falta de tempo para debates mais profundos de certos temas; e, o nível dos recursos das escolas.

Ponte (2002), na conferência que proferiu no Conselho Nacional de Educação e fazendo um balanço do que foi realizado em termos de apoio à implementação deste programa, afirma:

Para apoiar a aplicação deste programa foram criados diversos mecanismos: uma comissão de acompanhamento com representantes das entidades ligadas ao ensino da Matemática, um corpo de professores acompanhantes, a publicação de diversas brochuras e materiais de apoio. Sob a forma mais tradicional de cursos ou sob a forma mais inovadora de oficinas, foram realizadas numerosas ações de formação tendo em vista preparar os professores para a lecionação deste programa. Podemos dizer que nunca houve em Portugal um processo tão cuidadoso, à escala nacional, de introdução de um novo programa num ciclo de ensino. (p. 34)

7.1.2.3. Programas de 2003 (Matemática A, Matemática B e MACS)

Tendo em vista o apoio à implementação dos novos programas de Matemática A, Matemática B e MACS e, na tentativa de rentabilizar toda a formação que foi proporcionada aos acompanhantes locais, no período de 2000 a 2002 foram implementadas como metodologias de trabalho do acompanhante local a dinamização de sessões práticas temáticas e de ações de formação privilegiando as modalidades em contexto, como as oficinas de formação, os círculos de estudo e os projetos. Assim, neste período, o Acompanhamento Local passou a ter as seguintes finalidades: promover, incentivar e dinamizar a formação de professores, em articulação com as estruturas das escolas e com os centros de formação; consolidar e apoiar estratégias de ensino consonantes com as orientações do programa e em articulação com as estruturas das escolas; promover a divulgação de práticas letivas inovadoras e apoiar e incentivar a sua concretização; facilitar e encorajar o trabalho em equipa; e, valorizar as experiências profissionais, articulando com a formação contínua (Teixeira, 2004).

Segundo Teixeira (2004), em 2001/02 quase todos os acompanhantes locais foram propostos como formadores ao Conselho Científico e Pedagógico para a Formação Contínua (CCPFC) com a finalidade de dinamizarem, a nível nacional, círculos de estudos acreditados pelo DES para apoiarem a implementação destes programas, especialmente Matemática B e MACS. Assim, os círculos de estudos podiam ser entendidos como uma componente melhorada das reuniões de acompanhamento local, ganhando mais expressão, no que se refere à participação e aceitação dos acompanhados e lucrando, na sua preparação e dinamização, com a experiência adquirida pelos acompanhantes.

Para além dos acompanhantes locais também outros professores foram contactados pelos centros de formação das suas escolas para receberem formação sobre os novos programas com o objetivo da replicação dessa formação nas suas regiões. Funcionaram variadas ações de formação sobre os programas de Matemática A, Matemática B e MACS por todo o país, da iniciativa dos centros de formação de associações de escolas, que é impossível contabilizar.

Ainda a respeito do acompanhamento e da formação em contexto, Teixeira (2004) entrevistou os autores do programa que defenderam que estes apoios aos professores se complementavam:

Os autores do programa defendem que estas duas formas de apoio a professores, para a implementação de programas novos, não podem ser vistas em separado, mas sim em complemento. Sendo assim, defendem como necessário um primeiro contacto, para sensibilização e motivação dos professores para as mudanças introduzidas nos programas, através das reuniões entre professores da mesma escola e de escolas vizinhas, seguido de modalidades de formação em contexto que resultariam das necessidades de cada grupo disciplinar após os contactos iniciais com o programa. (Teixeira, 2004, p. 184)

7.1.2.4. Programa de 2014 (Matemática A)

Na sequência da publicação do Programa e Metas Curriculares de Matemática A do Ensino Secundário, homologado em 2014, foram implementadas medidas de apoio aos professores, nomeadamente a criação de cursos de formação contínua, com a duração de 25 horas cada, ministrados em todas as regiões do país, incluindo as Regiões Autónomas da Madeira e dos Açores, que decorreram, na sua maioria, no 1.º período de 2014/15.

A Direção-Geral da Educação criou no continente 21 turmas, com o máximo de 30 formandos por turma, sendo que tais ações de formação foram pensadas como formação para formadores, pois tinham em vista a sua replicação por estes formandos nas suas escolas. Estas ações seguiram, na generalidade, um modelo definido pelos autores do programa, e centraram-se na análise e discussão dos temas do programa, não havendo referência, de forma explícita, às metodologias a utilizar em sala de aula, nem aos processos de avaliação a implementar. Para frequentar estas ações, lecionadas por docentes do Ensino Secundário, do Ensino Superior, e por alguns autores de manuais escolares, foi designado, em cada escola secundária, um professor do grupo de recrutamento de Matemática.

Segundo os resultados de um questionário aplicado pela Direção-Geral da Educação (DGE) e pela Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (DGEEC) (DGE & DGEEC, 2016), dos 1281 professores de Matemática que responderam ao inquérito, a lecionar no Ensino Secundário público e privado, no Continente e na Região Autónoma dos Açores, 61,4% frequentaram ações de formação. Analisadas as respostas desse questionário, no que respeita ao impacto da formação na Planificação de Estratégias de Diferenciação Pedagógica, no Trabalho em Sala de Aula, e na Gestão do Currículo pelos tempos letivos da disciplina, verificou-se que o impacto foi considerado médio pelos professores inquiridos, nas três vertentes em análise.

O Programa e Metas Curriculares foram igualmente acompanhados por cadernos de apoio, um relativo a cada ano de escolaridade. Estes cadernos complementam a informação curricular, nomeadamente com exemplos ilustrativos dos descritores, e apresentam também “várias sugestões de exercícios e de problemas, comentários relativos a algumas opções tomadas no documento principal e informações complementares para os professores” (Bivar et al., s/d b, p. 1), correspondendo em muitos casos a textos que explicam os conhecimentos matemáticos previstos nas Metas Curriculares.

Em 2016, a Direção-Geral da Educação referia que a adoção do Programa e Metas Curriculares “suscitou um conjunto de questões e a sinalização de vários problemas por parte das escolas e dos professores, pondo em causa a exequibilidade destes documentos” (DGE, 2016, p. 2). Os principais problemas sinalizados prendiam-se com a extensão dos Programas, com a antecipação de conteúdos e com a inadequação de alguns conteúdos às faixas etárias. Como resposta a este problema a tutela decidiu criar, em 2016, o Grupo de Trabalho de Matemática⁸³ para o Ensino Secundário, à semelhança do que fez para o Ensino Básico, com vista à produção de orientações de gestão dos documentos curriculares em vigor. Estas orientações de gestão não foram acompanhadas de mecanismos que possibilitassem a sua discussão no seio da comunidade educativa, nem de ações de formação para os professores.

Posteriormente, em 2018, no despacho n.º 8476-A do Gabinete do Secretário de Estado da Educação, manifesta-se a necessidade de promover um ensino de qualidade,

⁸³ O Grupo de Trabalho de Matemática para o Ensino Secundário integrou elementos da Sociedade Portuguesa de Matemática, da Associação de Professores de Matemática e foi coordenado pela Direção-Geral da Educação.

fomentando aprendizagens efetivas e significativas, com diversos níveis de consecução, mas sempre tendo por base conhecimentos consolidados, favorecendo o desenvolvimento de competências de nível elevado. É criado assim neste despacho o embrião que possibilita o nascimento das Aprendizagens Essenciais, as quais se ficaram a dever igualmente ao reconhecimento por parte da tutela da extensão dos documentos curriculares.

Esta extensão identificada, sobretudo pelos professores, revelava-se inibidora de consolidação de aprendizagens, do aprofundamento do conhecimento essencial de cada disciplina, do desenvolvimento de competências de nível mais elevado, bem como um obstáculo à inclusão de alunos com necessidades específicas, dificultando práticas de diferenciação pedagógica. (Despacho n.º 8476-A/2018)

É mencionado ainda no referido despacho que o processo de criação das Aprendizagens Essenciais foi monitorizado e acompanhado em proximidade nas escolas que integraram o Projeto de Autonomia e Flexibilidade Curricular (PAFC), através de dinâmicas de auscultação, articulação e apoio.

Apesar do que aqui é mencionado, não se conhece, até à data, nenhum programa de apoio à implementação curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática da iniciativa do Ministério da Educação.

7.1.3. Síntese

No que concerne à implementação dos documentos curriculares dos Ensinos Básico e Secundário, podemos afirmar que, na maioria dos programas implementados, foram criadas medidas efetivas de apoio, embora com diferentes desenvolvimentos e, conseqüentemente, com diferentes resultados, que incluíram desde fases de experimentação ou nenhuma experimentação, à criação de uma rede de ações de formação contínua e à produção de materiais de diversos tipos, da responsabilidade direta do Ministério da Educação ou não. No entanto, tal não é evidente na implementação dos documentos curriculares mais recentes, nomeadamente Programa e Metas Curriculares e subseqüentes orientações de gestão para os Ensinos Básico e Secundário, bem como nas Aprendizagens Essenciais. Nestes casos, as medidas de

apoio ou foram escassas ou pura e simplesmente inexistentes, não sendo possível obter evidências claras dos seus resultados na prática letiva dos professores.

Saliente-se, ainda, o caso particular da implementação do PMEB (2007), pelo carácter globalizante em que foi perspectivada. Inserida como uma das medidas do Plano de Ação da Matemática, que aprofundaremos na secção seguinte deste relatório (secção 7.2), que contemplou um conjunto de ações diversas e articuladas entre si, tais como a experimentação em turmas piloto, a modalidade de uma formação continua com características muito próprias e a produção de materiais e outros recursos. Esta concertação de ações, no seu conjunto, constituiu um apoio efetivo para os professores e escolas na implementação de um novo programa.

7.2. Plano de Ação para a Matemática

Em 2005, o Ministério de Educação deu início a um investimento sem precedentes na promoção do sucesso a Matemática dos alunos do Ensino Básico, tendo em conta os resultados dos alunos portugueses no PISA 2003 (com incidência na Matemática). Começou com a aposta no PFCM para professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico, há muito percebida como carente. Focou-se de seguida no lançamento de um conjunto de medidas, designado por Plano de Ação para a Matemática (PAM), que estabeleceu na sequência da reflexão que solicitou às escolas, em junho de 2006, sobre os resultados dos exames de Matemática do 9.º ano de escolaridade. O PAM incluiu seis ações e quinze medidas (ME, 2006), tais como a elaboração de um novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (PMEB) (Ponte et al., 2007), o Plano da Matemática (PM), a avaliação de manuais escolares de Matemática para o Ensino Básico. Estas medidas damos conta neste relatório, referindo nesta secção o PFCM e o PM, dois programas nacionais em larga escala, de longa duração, que implicaram milhares de docentes em desenvolvimento profissional focado no ensino da Matemática e com dinâmicas de trabalho centradas nas escolas.

7.2.1. Programa de Formação Contínua em Matemática

O Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM) surge⁸⁴ em 2005 e prolonga-se até 2011, como uma medida do Ministério da Educação vocacionada para “melhorar os níveis de sucesso dos alunos em Matemática” (Despacho n.º 8783/2010, de 24 de maio). Este programa procura acautelar a necessidade de investir na formação em Matemática dos professores em exercício no 1.º Ciclo, considerando-os como docentes fundamentais no percurso escolar dos alunos e reconhecendo que a maioria havia frequentado uma formação inicial considerada pobre e desajustada aos objetivos curriculares em Matemática avaliados pelo PISA (Serrazina, 2013). Em 2006/07, o PFCM é alargado a professores do 2.º Ciclo, capitalizando o investimento feito na estrutura criada e reconhecendo também a necessidade de reforçar a formação para o ensino da Matemática dos docentes deste ciclo.

Um grupo de especialistas⁸⁵, responsável pela criação do programa e pela monitorização do processo do seu desenvolvimento, designado por Comissão de Acompanhamento (CA), concebeu o PFCM, elegendo como seus princípios a valorização do desenvolvimento profissional do professor, a valorização de uma formação matemática de qualidade para o professor, a valorização do desenvolvimento curricular em Matemática pelos professores, o reconhecimento das práticas letivas dos professores como ponto de partida da formação, a consideração das necessidades concretas dos professores relativamente às suas práticas curriculares em Matemática e a valorização do trabalho colaborativo entre diferentes atores (Serrazina et al., 2005).

Como objetivos, o PFCM assumiu um conjunto integrado de aspetos: 1) Promover o aprofundamento do conhecimento matemático, didático e curricular dos professores, tendo em conta as atuais orientações curriculares neste domínio; 2) Favorecer a realização de experiências de desenvolvimento curricular em Matemática que contemplem a planificação de aulas, a sua condução e reflexão; 3) Fomentar uma

⁸⁴ 1.ª fase: Despacho n.º 812/2005, de 24 de outubro; 2.ª fase: Despacho n.º 6754/2008, de 7 de março; 3.ª fase: Despacho n.º 8783/2010, de 24 de maio.

⁸⁵ Este grupo, designado por Comissão de Acompanhamento, era constituído por Lurdes Serrazina (coord.), Ana Paula Canavaro (Univ. Évora), António Guerreiro (ESE Faro), Isabel Rocha (ESE Leiria, em representação da Associação de Professores de Matemática (APM), José Portela (ESE Viana do Castelo) e Maria João Gouveia (DM/FCUL). A última viria a sair da CA no final de 2007, mantendo-se a CA composta pelos restantes cinco elementos até ao final do PFCM.

atitude positiva dos professores relativamente à Matemática e ao seu ensino, que incluía a criação de expectativas elevadas acerca do que os seus alunos podem aprender em Matemática; 4) Criar dinâmicas de trabalho em colaboração entre os professores da mesma escola com vista a um investimento continuado no ensino da Matemática ao nível do grupo de professores; 5) Promover uma articulação entre os professores dos 1.º e 2.º ciclos no que diz respeito ao ensino da Matemática, de modo a contribuir para uma continuidade das aprendizagens em Matemática; 6) Promover o trabalho em rede entre escolas e agrupamentos em articulação com as instituições de formação inicial de professores.

Embora previsto inicialmente para funcionar ao longo de dois anos, o PFCM veria a sua duração estendida a mais dois biénios, não só pela forte adesão que teve por parte dos professores de 1.º Ciclo, mas também como reforço da necessidade de formação tendo em vista a generalização do PMEB (Ponte et al., 2007).

Em termos de cobertura nacional, a adesão dos professores de 1.º Ciclo foi muito apreciável (quadro 25). No final do sexto ano, um total de 14 414 professores tinham participado no PFCM, o que corresponde a aproximadamente 53,5% dos 26 947 professores de 1.º Ciclo a trabalhar em Portugal em 2010/2011. Além disso, 3 117 professores escolheram participar no programa durante dois anos (cerca de 21,6% do total de participantes).

Quadro 25 - Número de professores de 1.º Ciclo no PFCM

Ano letivo	2005/06	2006/07	2007/08	2008/09	2009/10	2010/11	Total*	Total efetivo
Número de professores participantes	5229	3646	2771	3026	1703	1156	17 531	14 114

* Inclui 3117 professores que participaram no PFCM durante dois anos.

A adesão dos professores do 2.º Ciclo foi mais reduzida, o que sempre foi explicado com a maior dificuldade que a organização escolar do 2.º Ciclo tinha em se adaptar às exigências logísticas do Programa, que implicava uma gestão de horários e tempos para os quais as escolas nem sempre arranjavam solução (Serrazina, Canavarro, Guerreiro, Rocha, Portela & Gouveia, 2011).

O PFCM concretizou-se através das Instituições do Ensino Superior (IES) público que formam professores de 1.º e 2.º Ciclos em Portugal Continental: as Escolas Superiores de Educação e Universidades. Em cada IES, constitui-se um grupo de formação, coordenado por um docente de carreira especialista em Didática da Matemática e envolvendo uma equipa de formadores, que poderiam ser também docentes envolvidos na formação inicial ou docentes das escolas do Ensino não superior, especialmente requisitados para o efeito. A CA estabeleceu um perfil para o formador, que poderiam ser professores dos Ensinos Básico ou Secundário que tivessem uma formação em Didática da Matemática ou em Matemática e aos quais se reconhecesse o seu conhecimento sobre o funcionamento de uma aula do 1.º Ciclo (Serrazina, 2009).

No que diz respeito ao seu funcionamento, o PFCM adotou formas de trabalho não usuais em Portugal (Serrazina et al., 2005), que se explicam de seguida.

Sessões de formação diferentes mas interrelacionadas, envolvendo todos os atores. Ao longo do ano realizavam-se, nas escolas: 1) Sessões conjuntas do grupo de formação (periodicidade quinzenal e com duração de 3h cada), envolvendo entre 8 a 10 professores, da mesma escola ou do mesmo agrupamento. Visavam aprofundar o conhecimento matemático e didático, desenvolver propostas curriculares para a sala de aula e refletir sobre a supervisão; 2) Sessões de acompanhamento do formador ao professor, na sua sala de aula, visando a concretização e a análise das experiências de aprendizagem proporcionadas aos alunos.

Propostas curriculares desafiantes para os professores. As sessões conjuntas incluíam o aprofundamento do conhecimento matemático e didático relativo a um tema do programa, com planificação de sequências coerentes de aulas, as quais frequentemente representam novidade para os professores. Esta planificação, que devia incluir a discussão e elaboração de tarefas, devia apoiar a implementação das mesmas na sala de aula, com a discussão de estratégias para a sua exploração e de recursos adequados. A planificação era finalizada pelo professor, com o apoio do formador por e-mail.

Acompanhamento em sala de aula. A supervisão foi vista como uma forma de colaboração profissional entre professor e formador. Cada professor tinha quatro ou cinco sessões de acompanhamento, com a duração de cerca de 2,5 h cada. Após a aula do professor, tinha lugar uma primeira reflexão, incidindo no que os alunos aprenderam e nos fatores que influenciaram essa aprendizagem.

Reflexão em grupo. As sessões de trabalho em grupo incluíam a reflexão sobre as aulas dos professores acompanhados pelo formador, estimulando a partilha de episódios significativos das aulas dos diferentes professores e sua análise (como foi a tarefa apresentada, como reagiram os alunos, interações na sala de aula, produções matemáticas dos alunos, erros e dificuldades evidenciadas e fatores que influenciaram), bem como o autoquestionamento do professor sobre o seu papel na aula, o seu discurso, intervenções.

Reflexão individual e escrita. Aos professores era pedido um portefólio que devia incidir, no mínimo, em duas situações de da Matemática e deve incluir: 1) Referências à preparação da(s) tarefa(s) realizada com os alunos; 2) Relato da aula, descrevendo a exploração matemática da tarefa com os alunos, com dados dos mesmos (respostas às questões do professor, raciocínios que exprimiram, dúvidas que colocaram, dificuldades que revelaram, registos que fizeram nos cadernos, produções matemáticas que realizaram); 3) Reflexão sobre a aula, incluindo a avaliação do professor sobre o que os alunos aprenderam de Matemática, identificando fatores que contribuíram ou dificultaram essa aprendizagem; 4) Reflexão final sobre o que o professor aprendeu com a situação, perspetivando o que alteraria no futuro e porquê.

Os conteúdos do PFCM procuravam ir ao encontro das necessidades dos professores para o ensino da Matemática, articulando-se com os documentos programáticos portugueses. Os temas organizam-se em torno de quatro áreas: 1. Temas matemáticos (Números e Operações; Análise de Dados, Estatística e Probabilidades; Geometria e Medida); 2. Natureza das tarefas para os alunos (resolução de problemas, atividades de investigação; prática compreensiva de procedimentos; jogos; projetos); 3. Recursos para a aula (materiais manipuláveis; calculadoras; manuais escolares); 4. Cultura de sala aula e de avaliação (interações; discurso; papel do erro; avaliação formadora e reguladora). Cada equipa de formação preparava estes conteúdos, tendo-os em consideração na definição do programa formativo da respetiva instituição, adaptando-o em função das suas prioridades, de acordo com os interesses identificados.

Os efeitos do PFCM foram diversos e bastante homogéneos a nível nacional, tendo incidido não só sobre o desenvolvimento profissional dos professores, mas também sobre a cultura de trabalho a nível do desenvolvimento curricular focado na Matemática no contexto de novas orientações curriculares (Canavarro & Rocha, 2008; Rocha, 2010,

Serrazina et al., 2011). Segundo Serrazina e colegas (2011), todas as IES, ao longo dos anos, reportam um balanço muito positivo do PFCM.

O aprofundamento de conhecimento matemático foi claramente assinalado pelos professores de 1.º Ciclo. Canavarro e Rocha (2008) destacam este aspeto, referindo a clarificação de “conceitos e procedimentos de vários domínios da Matemática, nomeadamente números e operações, o tópico mais familiar aos professores (por exemplo, do conceito de número e algoritmos ao sentido de número e abordagens abrangentes ao cálculo, enfatizando o cálculo mental)” (p. 580). Ainda relacionado com a Matemática, os professores evidenciaram a ampliação da visão desta ciência e relativamente a processos matemáticos como resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação, apoiada por vários tipos de representações. O desenvolvimento de uma relação mais confiante com a Matemática foi também referido como tendo consequências para o aumento das expectativas dos professores sobre as capacidades matemáticas dos alunos (Serrazina et al., 2011).

O desenvolvimento de conhecimento didático para o lidar com novas exigências decorrentes do novo programa foi também um efeito assinalado à escala nacional (Serrazina et al., 2011). Este refletiu-se na melhoria da qualidade dos planos de aula, incluindo a seleção crítica de tarefas e aspetos essenciais que afetam a aprendizagem dos alunos, como a antecipação de questões para promover o raciocínio matemático dos alunos.

Também se verificou o reconhecimento da importância da reflexão sobre a ação, sobre o que os alunos aprenderam e os fatores que afetaram a suas aprendizagens matemáticas, com particular ênfase nas opções e decisões dos professores para a sala de aula (Canavarro & Rocha, 2008, Serrazina et al., 2011).

São também assinalados efeitos do PFCM a nível das dinâmicas entre os professores. Rocha (2010) salienta o reconhecimento da “importância do trabalho colaborativo”, tanto com o formador como com os colegas, com consequências positivas para o desenvolvimento de uma atitude de abertura e partilha dos acontecimentos da sala de aula, nomeadamente relativos à aprendizagem matemática do aluno e possíveis fatores de sucesso ou fracasso, em particular os que dizem respeito ao próprio professor.

Um último efeito evidenciado por Canavarro e Rocha (2008) e Serrazina e colegas (2011) tem a ver com o desenvolvimento de uma atitude profissional mais inquiridora, com o reconhecimento da importância de um investimento continuado na formação por

parte dos professores e o desenvolvimento de uma atitude de questionamento da prática com vista à sua regulação. Rocha (2010) destaca que estes aspetos foram mais visíveis para os professores que participaram do PFCM por dois anos. Em geral, os seus portefólios eram mais reflexivos e expressavam um desenvolvimento profissional mais consolidado.

Assim, da experiência do PFCM salienta-se a importância de estratégias formativas que sejam prolongadas no tempo, apostem na colaboração entre pares, sejam desenvolvidas a partir da sala de aula tomando o desenvolvimento curricular como foco, aprofundando conhecimento matemático e didático, perspectivados em função da melhoria das aprendizagens dos alunos.

7.2.2. Plano da Matemática

O Plano da Matemática (PM) é criado através de Edital, publicado em junho de 2006. O seu arranque acontece com o apoio do então Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE), para cerca de mês e meio depois passar para a responsabilidade da DGIDC.

Quando foi criado, o PM teve como principal objetivo garantir o desenvolvimento sustentado de projetos de Agrupamentos de Escolas e Escolas não Agrupadas (AE/E) do ensino público, com turmas do Ensino Básico de Portugal continental, intencionalmente criados para melhorar as aprendizagens matemáticas dos seus alunos. Posteriormente, com a criação de um novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (Ponte et al., 2007), foi acrescentado um outro objetivo, o de apoiar a sua operacionalização no terreno, muito devido aos AE/E que, por sua iniciativa, anteciparam a generalização deste programa de Matemática.

Pela forma como foi concebido e desenvolvido, pode afirmar-se que o PM foi caracterizado pelos princípios: da autonomia, cabendo a cada AE/E definir o seu projeto; da valorização profissional, reconhecendo que ninguém melhor do que os professores para conhecer as especificidades dos alunos e das escolas e, conseqüentemente, qual o projeto mais adequado a essa realidade; da contextualização institucional, envolvendo a instituição escola e não um grupo de professores; da metodologia de projeto, partindo-se de projetos e não de medidas avulsas e ocasionais; e de corresponsabilidade, ficando definidas as obrigações de cada um dos envolvidos (Santos, 2008).

O PM, inicialmente previsto para durar três anos letivos (2006/07 a 2008/09) e cobrindo alunos dos 2.º e 3.º Ciclos de escolaridade, foi posteriormente prolongado por mais três anos (2009/10 a 2011/12), estendendo-se a todo o Ensino Básico. Nesta segunda fase envolveu ainda as escolas que optaram por antecipar a generalização do Programa de Matemática para o Ensino Básico (Ponte et al., 2007), iniciando a sua aplicação nos 1.º, 3.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade. Em ambos os ciclos do PM (PM I e PM II), a cobertura a nível nacional foi muito elevada (envolveu sempre mais de 90% dos AE/E públicos com Ensino Básico de Portugal continental — quadro 26). Se tivermos em atenção que a participação em qualquer ciclo do PM era voluntária e a percentagem de AE/E envolvidos no PM I e no PM II era, em ambos os casos, muito elevada (quadro 26), pode afirmar-se que houve uma adesão significativa a esta medida por parte dos AE/E. Ainda do quadro 26 pode ver-se que cerca de 40% dos AE/E optaram voluntariamente por antecipar o PMEB, muito embora na altura não houvesse ainda manuais escolares correspondentes.

Quadro 26 - Cobertura a nível nacional do PM I, PM II e antecipação do PMEB (adaptado de Santos et al., 2009, 2012)

		Agrupamentos de Escolas/Escolas não Agrupadas ^(a)	Alunos	Professores de Matemática envolvidos ^(b)
PM I 5.º ao 9.º	2006/07	1 070 (98%)	293 847	7 928
	2007/08	1 061 (99%)	380 265	10 016
	2008/09	1 057 (96%)	401 565	9 861
PM II 1.º ao 9.º	2009/10	1 038 (92%)	570 000	21 411
	2010/11	961 (93%)	623 104	22 529
	2011/12	953 (93%)	626 426	22 143
Antecipação do PMEB	2009/10	420 (37%)	135 285	7 040
	2010/11	410 (39%)	141 088	7 316
	2011/12	366 (39%)	26 926	1 025

(a) O número total de Agrupamentos de Escolas foi sendo alterado anualmente, por estarmos em plena fase de agrupamento de escolas.

(b) Inclui professores do 1.º Ciclo

O PM contou com uma Comissão de Acompanhamento (CA), constituída, na maior parte do tempo, por oito membros, educadores matemáticos e professores de Matemática no terreno, distribuídos pelas diversas regiões do país⁸⁶. Contou também

⁸⁶ A Comissão de Acompanhamento foi sofrendo algumas alterações na sua composição ao longo dos seis anos. Em dezembro de 2016, quando da sua constituição, era formada pela Subdiretora-Geral da DGIDC,

com um corpo de 80 professores acompanhantes (PA), selecionados por concurso público, tendo em conta os currículos dos candidatos e as necessidades identificadas por zona geográfica. Além disso, em cada AE/E foi localmente nomeado um professor coordenador do PM (CPM). A CA era responsável pela regulação de todo o dispositivo de acompanhamento, pelo apoio e formação dos PA, reunindo com estes regularmente, quer a nível nacional, quer regional, e pela elaboração dos relatórios bianuais dirigidos à então Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular do ME⁸⁷. Cabia aos PA apoiar cada AE/E do grupo sob sua responsabilidade (em geral com 14 a 18 escolas), através de reuniões mensais entre escolas, e ainda recolher informação junto de cada escola para efeitos de monitorização. A partir do 2.º ano de funcionamento do PM I, os PA tiveram uma redução de 25% no seu horário escolar, que se veio a alterar apenas nos dois últimos anos do PM II devido à crise económica que Portugal começou então a viver. O CPM tinha como principal responsabilidade participar nas reuniões com o respetivo PA e posteriormente informar os colegas sobre os trabalhos realizados e preencher os relatórios bianuais do seu AE/E.

Passaremos de seguida a referir alguns dos efeitos do PM e da antecipação do PMEB ao nível do desenvolvimento curricular, do desenvolvimento profissional dos professores e das aprendizagens matemáticas dos alunos. Para tal, recorreremos aos relatórios da CA, a dissertações de mestrado e artigos publicados.

Ao nível do desenvolvimento curricular, a forma como os AE/E responderam ao desafio de melhorar o sucesso em Matemática dos seus alunos foi evoluindo ao longo dos seis anos. Num primeiro momento, houve uma aposta clara no alargamento do tempo semanal do trabalho dos alunos com a Matemática, que assumiu diversas formas, como

Joana Brocardo (coord.), uma perita sénior em educação matemática, Leonor Santos, dois elementos da DGIDC, Alexandra Pinheiro e Amélia Virgínia, dois representantes da Associação de Professores de Matemática, Cláudia Fialho e Helena Fonseca, um professor representante respetivamente da região do Algarve, Nélia Amado, do Alentejo, Fernando Pires, de Lisboa e Vale do Tejo, Elvira Santos, e do Norte, Graziela Fonseca, e dois representantes da região do Centro, Arsélio Martins, e João Almiro. Em 2007/08, a CA passou a integrar, Joana Brocardo (coord.), Leonor Santos, Alexandra Pinheiro, Amélia Virgínia, Elvira Santos, Manuela Pires, Margarida Pinho, Nélia Amado, Rosa Canelas. Em 2008/09, os membros da CA são: Leonor Santos (coord.), Alexandra Pinheiro, Elvira Santos, Manuela Pires, Nélia Amado, Rosa Canelas, e Rosa Tomás Ferreira. No período do PM II (2009/10 a 2011/12), os membros da CA estabilizam, passando a ser: Leonor Santos (coord.), Alexandra Pinheiro (que sai no último ano), Ana Paula Canavarro, Elvira Santos, Manuela Pires, Maria Helena Martinho, Nélia Amado e Rosa Tomás Ferreira.

⁸⁷A Meta-Avaliação da avaliação do Plano de Ação para a Matemática incluiu uma avaliação dos relatórios finais de 2007 e 2008 do Plano da Matemática, elaborados pela Comissão de Acompanhamento. Desta análise, os autores concluem que, mais do que relatórios de avaliação distanciados do Plano da Matemática, estes relatórios eram relatórios globais de acompanhamento, e que a avaliação interna foi positiva, demonstrando “qualidade na sua realização” (Afonso, Peralta, Menitra & Massano, 2009, p. 64).

a atribuição de áreas curriculares não disciplinares a esta disciplina, com maior expressão para o Estudo Acompanhado⁸⁸, e a criação de inúmeras atividades extracurriculares. Progressivamente, o enfoque deslocou-se para o tipo de trabalho a desenvolver na sala de aula de Matemática e no Estudo Acompanhado. Esta evolução refletiu-se nos temas trabalhados pelos PA junto das escolas: da forte atenção a questões de natureza administrativa e à reformulação de projetos, passaram a ser sobretudo trabalhadas questões relativas ao ensino e aprendizagem da Matemática na sala de aula.

No que respeita em particular ao grupo de AE/E que antecipou o PMEB, os professores identificaram como sendo mais marcantes do seu trabalho em Matemática, junto dos alunos, as tarefas de aprendizagem (as de exploração, de investigação e as publicadas pelo GAVE), os métodos de trabalho dos alunos (com maior incidência no trabalho a pares e em grupo) e os recursos (sobretudo as TIC). É de fazer notar que nos primeiros anos do PM as escolas receberam uma verba para aquisição de recursos para o ensino da Matemática, tendo a aquisição de materiais tecnológicos uma expressão muito clara. Resultados em tudo semelhantes podem ser encontrados num estudo desenvolvido por Marques (2011) que envolveu um par de professoras de Matemática a lecionar o 7.º ano de escolaridade com o PMEB em 2009/10. Segundo se pode ler no desenvolvimento dos tópicos matemáticos do PMEB, as aulas foram centradas em tarefas de natureza diversificada, em que os alunos assumiam a sua realização (...) o recurso a tarefas de diversos tipos, como sejam “tarefas de investigação, exploração, conjectura e prova, comunicação, resolução de problemas e exercícios de consolidação (...) tarefas de exploração dos tópicos” (Marques, 2011, pp. 162-163).

De forma a apoiar a prática de ensino dos professores de Matemática, uma das estratégias com maior expressão do PM, surgida por iniciativa dos AE/E, foi o desenvolvimento de assessorias/pares pedagógicos/co-docência na aula de Matemática e no Estudo Acompanhado. Esta estratégia foi considerada, por exemplo, pelos AE/E em 2008/09 como a que se revelou mais eficaz (Santos, Pinheiro, Santos, Pires, Amado, Ferreira & Canelas, 2009). A atribuição de um crédito horário às escolas envolvidas no PM contribuiu largamente para criar condições materiais para que tal pudesse ser concretizado (por exemplo, mais de 50% deste crédito horário foi utilizado ao longo dos anos pelos AE/E para a realização de assessorias). O facto de grupos de AE/E terem

⁸⁸ Em 2011/12, com a alteração da matriz curricular do Ensino Básico, o Estudo Acompanhado deixa de existir, mas é aumentada a carga horária semanal dos alunos a Matemática.

passado a reunir mensalmente entre si tendo oportunidade de partilhar e refletir sobre as suas experiências pode explicar “a disseminação” (Santos et al., 2009, p. 109) desta medida. Nalguns casos, contudo, estas assessorias foram muito consumidoras de tempo: o trabalho “Não só foi preparado em conjunto, como foi implementado em conjunto” (Marques, 2011, p. 174). Embora apenas uma aula semanal fosse dada em conjunto, as restantes aulas eram condicionadas por esta, e eram também objeto de reflexão pelo par de docentes.

A possibilidade de certos momentos do trabalho com os alunos poderem ser feitos com dois professores é, por si só, já um elemento favorecedor do desenvolvimento de uma cultura profissional de natureza colaborativa entre os professores, um dos efeitos claramente referidos pelos AE/E ao nível do desenvolvimento profissional dos professores, como pode ler-se nos diferentes relatórios que foram sendo produzidos:

O trabalho colaborativo é outra ‘marca’ do Plano da Matemática. (Santos et al., 2009, p. 113)

Os AE/E reconhecem de forma inequívoca efeitos ao nível do desenvolvimento profissional dos professores de Matemática envolvidos no PM II, bem como o reforço de uma dinâmica de trabalho colaborativo entre estes. (Santos, Canavarro, Santos, Pires, Martinho, Amado, & Ferreira, 2012, p. 6)

O dispositivo de acompanhamento montado, que considerava a existência de reuniões mensais entre professores, foi acompanhado pela forte recomendação, dada às direções dos AE/E pela tutela, para a libertação de aulas numa mesma tarde da semana para possibilitar a existência de um trabalho colaborativo entre professores de Matemática de um mesmo AE/E e entre professores de diversos AE/E, o que certamente contribuiu para a construção de tal cultura profissional. Na perspetiva dos professores envolvidos no PM II, o trabalho colaborativo foi considerado eficaz e essencial para o desenvolvimento dos projetos. Do mesmo modo, os professores envolvidos na antecipação do PMEB consideraram o trabalho colaborativo como marcante para a concretização deste programa. Com menos expressão, os AE/E fizeram referência “à ‘contaminação’ sobre mudanças de prática de ensino e/ou estratégias de professores de outras áreas disciplinares” (Santos et al., 2012, p. 700), facto referido desde o primeiro relatório feito pelos AE/E.

Quanto aos efeitos nas aprendizagens matemáticas dos alunos, segundo os AE/E, houve, em geral, ao longo do PM II, evolução nas aprendizagens matemáticas dos alunos, em

todos os três ciclos do Ensino Básico, sendo mais expressiva no desenvolvimento de uma atitude/motivação face à Matemática nos 1.º e 2.º ciclos e no domínio de conceitos e procedimentos no 3.º Ciclo. Em qualquer um dos ciclos de escolaridade, embora reconhecendo ainda evolução, a apreciação dos AE/E é menos positiva no que respeita ao desenvolvimento das capacidades transversais (resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática) do que no domínio de conceitos e procedimentos (Santos et al., 2012). Estas opiniões são concordantes com as expressas no final do PM I (Santos et al., 2009).

A nível global, a análise das classificações de final de ano obtidas na avaliação interna dos alunos envolvidos no PM I não evidencia diferenças entre 2007/08 e 2008/09, sendo a percentagem de alunos sem sucesso escolar ainda elevada (variando entre 18% e 32%). Contudo, num estudo desenvolvido numa escola, quando comparadas as classificações internas finais do 9.º ano, à medida que aumenta o número de anos em que os alunos estão envolvidos no PM I (1 ano, 2 anos, 3 anos) o seu aproveitamento escolar a Matemática também evolui positivamente (a percentagem de alunos com nível 1 ou 2 são de 50%, 34%, 23%, respetivamente com 1 ano, 2 anos e 3 anos com PM) (Viana, 2013). As classificações internas de final de ano dos alunos do PM II e/ou do PMEB evidenciam que, à medida que se vai progredindo no ano de escolaridade, a taxa de insucesso a Matemática vai sucessivamente aumentando: 8% no 1.º Ciclo; 25,5% no 2.º Ciclo; 34,9% no 3.º Ciclo, em 2011/12 (Santos et al., 2012, p. 562). Tal resultado não é confirmado no caso particular do estudo desenvolvido por Viana (2013), em que, embora entre 2003/04 e 2005/06, os alunos baixem o seu desempenho a Matemática, aumentando significativamente a percentagem dos alunos sem aproveitamento a Matemática (38% no 7.º ano para 53% no 9.º ano dos alunos com nível 1 ou 2), quando os alunos passam a ter três anos de PM não volta a verificar-se este decréscimo de aproveitamento escolar a Matemática, havendo mesmo uma pequena melhoria nos níveis mais elevados (por exemplo, 33% no 7.º ano para 36% no 9.º ano dos alunos com nível 4 ou 5, de 2009/10 para 2010/11). Nas conclusões, o autor afirma: “É pena que (...) o ministério tenha deixado de investir nos professores e tenha acabado com um dos poucos planos de ação que estava a transformar a escola” (Viana, 2013, p. 11).

No 6.º ano, em 2012, os resultados obtidos no exame nacional entre o grupo dos alunos envolvidos no PM II e/ou no PMEB e o total de alunos dos respetivos AE/E são iguais no que respeita à percentagem de resultados nos níveis 2, 3 e 4, diferenciando-se num

ponto percentual nos níveis 5 e 1. Os valores a nível nacional são um pouco melhores, não sendo tal de estranhar dado incluírem os alunos do ensino particular, geralmente com melhores resultados, e correspondendo tendencialmente a classes sociais mais favorecidas. No que respeita à comparação dos resultados obtidos entre estes mesmos grupos no exame nacional do 9.º ano, não existem diferenças a assinalar.

Não é possível fazer uma análise comparativa dos resultados obtidos no final do 9.º ano ao longo dos anos do PM uma vez que os exames nacionais em Portugal não são construídos de forma a serem comparáveis. Para se tirar outras conclusões ou tendências sobre o desempenho em Matemática dos alunos, ter-se-á que recorrer a outros resultados, como sejam os de estudos internacionais (PISA, 2009; 2015) analisados noutra parte do presente relatório.

7.2.3. Os efeitos do PFCM e do PM

Importa analisar os efeitos destes dois Programas nacionais, de larga escala e de longa duração, que tiveram um nível apreciável de cobertura nacional, quer de professores, quer de AE/E, e se desenvolveram em simultâneo na maior parte do tempo tendo uma finalidade maior em comum. Sendo dois programas com focos distintos, um dirigido à formação de professores e outro dirigido ao apoio do desenvolvimento curricular nas escolas, ambos desenvolveram estratégias com aspetos em comum e obtiveram resultados que se refletem em efeitos semelhantes.

Começamos por destacar a evolução a nível do desenvolvimento curricular dos professores no contexto de novas orientações para o ensino da Matemática (Ponte et al., 2007), que se repercutiu a nível da planificação e concretização de aulas/sequências de aulas baseadas em tarefas diversificadas e buscando o desenvolvimento de capacidades matemáticas dos alunos, colocando na reflexão sobre a prática a atenção no que os alunos aprendiam nas aulas e em como as suas aprendizagens eram afetadas pelas opções do professor. Estas práticas de desenvolvimento curricular pelos professores deram-lhes oportunidade de serem autores de tarefas e materiais, em especial quando ainda não havia manuais escolares de serviço ao PMEB, implicando-os com maior protagonismo na procura da melhoria das aprendizagens matemáticas dos seus próprios alunos.

Outro efeito muito relevante nos dois programas foi a evolução da cultura profissional nas escolas, onde o trabalho colaborativo entre pares, apoiado por um ator externo especializado, se desenvolveu em modalidades distintas, mas ambas apreciadas pelos professores. Destacamos a importância da supervisão de aulas pelo formador com reflexão posterior em grupo (PFCM) e as parcerias em pares de docentes (PM). Tudo isto convergiu para um ambiente de maior abertura e partilha. Notamos a importância que as condições proporcionadas pelo Ministério da Educação/escolas tiveram na eficaz concretização dos dois programas, sendo vital uma organização de horários adequada e ajustada às necessidades de funcionamento dos programas.

7.3. Manuais escolares

Os manuais escolares têm uma grande importância no sistema educativo, sendo usados tanto por professores, como por alunos, dentro e fora da sala de aula. Por estas razões, incluímos esta secção neste relatório.

7.3.1. Enquadramento legal

Em 1975, a UNESCO⁸⁹ publicou um guia para o planeamento, preparação e seleção dos manuais escolares (UNESCO, 1975). Desde essa altura, organizações educativas de diversas entidades governamentais⁹⁰ têm vindo a produzir análises e propostas que incluem, em particular, preocupações com a qualidade de tais materiais.

Em 1988, a Comissão de Reforma do Sistema Educativo colocou na ordem do dia em Portugal a discussão sobre os manuais escolares, tendo-se então concluído que o

⁸⁹ United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (fundada em 16 de novembro de 1945 em Londres, atualmente com sede em Paris).

⁹⁰ Podemos citar o Projeto 2061 (American Association for the Advancement of Science, 2000), o Departamento de Educação do Estado da Califórnia (2005), ou organizações governamentais como o “Comité-conseil sur l'évaluation des ressources didactiques (CCERD)” do estado do Quebec, Canadá ou planos governamentais como o “National Textbook and Learning Materials Policy and Plan of Action” do Paquistão (2007).

respetivo período de vigência deveria ser ampliado e dever-se-ia também criar mecanismos para a garantia da sua qualidade:

Do debate e das reflexões produzidas nessa altura, chegou-se a um largo consenso em torno de dois princípios: (i) deveria tender-se a aumentar o período de vigência dos manuais escolares, e (ii) de acordo com a Lei de Bases do Sistema Educativo, o Estado deveria preocupar-se com a garantia da qualidade pedagógica e técnica dos manuais escolares e, por isso, deveria produzir-se legislação sobre o processo de seleção e escolha dos manuais escolares a adotar. (Moreira, Ponte, Pires & Teixeira, 2006, p. 334)

Assim, em 1990 foi publicado o Decreto-Lei n.º 369/90, de 26 de novembro, que atribuiu às escolas a responsabilidade da análise e seleção dos manuais escolares, estabelecendo um prazo para a sua vigência de três ou quatro anos e criando comissões de avaliação dos manuais após a sua adoção pelas escolas. No entanto, não consta que as comissões previstas no Decreto-Lei de 1990 tenham sido criadas, pois três grupos de trabalho foram nomeados pelo Ministério da Educação para se debruçarem sobre esta questão, em 1997⁹¹, em 1999⁹² e em 2005⁹³, sem que daí tenha resultado quaisquer alterações à situação que então se vivia.

Em 2006 surge a Lei n.º 47/2006, ainda atualmente em vigor, que define princípios que se reportam à elaboração de manuais escolares:

a) Liberdade e autonomia científica e pedagógica na conceção e na elaboração dos manuais escolares (art.º 2.º, n.º 1)

à sua escolha e utilização pelas escolas:

b) Liberdade e autonomia dos agentes educativos, mormente os docentes, na escolha e na utilização dos manuais escolares no contexto do projeto educativo da escola ou do agrupamento de escolas (art.º 2.º, n.º 1)

⁹¹ Isabel Veiga (coord.); Jorge Lemos (Secretaria de Estado da Educação e Inovação); Lucília Ramos (Departamento de Avaliação, Prospetiva e Planeamento); Natividade da Conceição Pirote Carrasco Neves (Departamento do Ensino Secundário); Maria do Rosário Lucinda Nunes Henriques (Departamento da Educação Básica); Amparo Carrellan Esteves Costa (Inspeção-Geral da Educação); Maria Ivone Clemente Gaspar (Instituto de Inovação Educacional). (Grupo de Trabalho Constituído pelo Despacho n.º 43/ME/97, de 17 de Março). (ME, 1997)

⁹² Eduardo Marques de Sá (coord.) (Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra), Isabel Seruca dos Reis (Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa), Miguel Ramos (Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa) e Jorge Pato (Escola Secundária Avelar Brotero, Coimbra). (Sá et al., 1998, 1999; Sá, 2003)

⁹³ Vasco Alves (coord.) (chefe do Gabinete do Secretário de Estado Adjunto e da Educação, Jorge Pedreira); Joaquim Silva Pereira, adjunto do mesmo Gabinete; Ana Paula Varela, assessora do mesmo Gabinete; José Batista, adjunto do mesmo Gabinete; Ana Luísa Neves, técnica superior da Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. (Grupo de Trabalho Constituído pelo Despacho n.º 11 225/ME/2005, de 18 de Maio). (ME, 2005)

ao mercado que produz, edita e distribui os manuais:

c) Liberdade de mercado e de concorrência na produção, edição e distribuição de manuais escolares (art.º 2.º, n.º 1)

e ao sistema que os avalia e certifica:

d) Qualidade científico-pedagógica dos manuais escolares e sua conformidade com os objetivos e conteúdos do currículo nacional e dos programas e orientações curriculares (art.º 2.º, n.º 1)

Assim, todos os atores partilham responsabilidades na seleção e qualidade dos produtos que chegam aos alunos. Aliás, a Lei n.º 47/2006 salienta a necessidade de “atestar que [os manuais] constituem um instrumento adequado de apoio (...) à promoção do sucesso educativo” (art.º 7.º, n.º 2).

A Lei n.º 47/2006 fixa também o período de vigência da escolha dos manuais em seis anos. Define ainda um sistema de avaliação prévia dos manuais baseado em entidades avaliadoras e certificadoras externas ao Ministério da Educação e introduz uma outra inovação que se traduz pela possibilidade de as escolas não adotarem manuais escolares desde que tal opção seja considerada adequada face ao seu projeto educativo:

Decisão de não adoção

Quando for considerado adequado ao respetivo projeto educativo, o órgão de coordenação e orientação educativa das escolas e dos agrupamentos de escolas pode não proceder à adoção de manuais escolares, devendo, neste caso, ser comunicados os fundamentos desta decisão ao Ministério da Educação. (artigo 17.º)

Apesar de existir esta possibilidade, tal opção parece não ter tido grande adesão por parte das escolas, que todos os anos têm vindo a indicar manuais escolares a ser adquiridos pelos alunos. No entanto, recentemente, a possibilidade de prescindir de trabalhar com manuais escolares foi alargada à decisão do professor independentemente do que acontece na respetiva escola, como se pode ler na seguinte circular de 2019 que alarga o prazo de adoção de alguns manuais escolares:

Sempre que, para uma determinada turma, em qualquer disciplina, o docente entenda que não pretende trabalhar com o manual escolar, esta situação deve ser devidamente sinalizada, informando-se os Encarregados de Educação que a aquisição do manual carece de indicação posterior do docente.
(Circular n.º S-DGE/2019/1583, 2019, p. 3)

Pouco depois da publicação da Lei n.º 47/2006, o Plano de Ação da Matemática (secção 7.2 do presente relatório) do Ministério da Educação estabelece, na sua medida 15, que se fará a “Avaliação por peritos nacionais e internacionais dos manuais escolares de Matemática, do 1.º ao 9.º ano do Ensino Básico” (ME, 2006, p. 3). O modo como tal avaliação seria feita apenas foi regulamentado em 2007 com o Decreto-Lei n.º 261/2007. Contudo, no ano letivo 2006/07, ainda decorreu um projeto, coordenado por João Pedro da Ponte, cujo objetivo era encontrar um “modelo de avaliação de manuais de Matemática” (Ponte, Pires & Nunes, 2008, p. 217). O instrumento de avaliação apresentado incluía 40 critérios que se agrupavam em cinco domínios: (a) Científico-Didático (4 eliminatórios e 13 não eliminatórios); (b) Texto e Ilustrações (1 eliminatório e 3 não eliminatórios); (c) Construção da Cidadania (2 eliminatórios e 2 não eliminatórios); (d) Aspetos Editoriais (2 eliminatórios e 5 não eliminatórios); e (e) Manual do Professor (8 não eliminatórios).

A Lei n.º 47/2006 define apenas os objetivos gerais da avaliação e certificação dos manuais escolares, no sentido de garantir a sua qualidade científica e pedagógica e o seu acesso, em condições de equidade, a todos os alunos:

1 - É objetivo do procedimento de adoção de manuais escolares garantir o acesso de todos os alunos, em condições de equidade, a um recurso didático-pedagógico, sem exclusão de outros, que seja especialmente adequado para o desenvolvimento das competências e aprendizagens do currículo nacional no contexto socioeducativo específico da escola.

2 - São objetivos do procedimento de avaliação e certificação de manuais escolares garantir a qualidade científica e pedagógica dos manuais a adotar, assegurar a sua conformidade com os objetivos e conteúdos do currículo nacional e dos programas ou orientações curriculares em vigor e atestar que constituem instrumento adequado de apoio ao ensino e à aprendizagem e à promoção do sucesso educativo. (artigo 7.º)

Esta Lei reforça assim a preocupação com a qualidade científica dos manuais, que até então parecia ser assumida como certa, pois nos normativos anteriores o foco da avaliação recaía apenas na qualidade técnico-pedagógica.

O Decreto-Lei n.º 261/2007, de 17 de julho, veio regulamentar o funcionamento das comissões de avaliação prévia dos manuais. Os critérios para a constituição de tais comissões são definidos na Lei n.º 47/2006 (art.º 9.º). Nela pode ler-se que estas comissões devem integrar três a cinco “especialistas de reconhecida competência”, podendo ainda ser “entidades devidamente acreditadas para o efeito pelo serviço do Ministério da Educação responsável pela coordenação pedagógica e curricular, em

termos a definir por decreto-lei”. Na prática, as comissões de avaliação prévia dos manuais previstas na anterior legislação foram substituídas pelas “entidades devidamente acreditadas para o efeito”, tal como prevê o Decreto-Lei n.º 261/2007:

A constituição das comissões de avaliação previstas no artigo 9.º da Lei n.º 47/2006, de 28 de Agosto, pode ser dispensada quando hajam sido acreditadas entidades para a avaliação e certificação de manuais escolares do ciclo, ano de escolaridade, disciplina ou área curricular disciplinar em causa. (art.º 4.º, n.º 3)

A lista de entidades acreditadas tem sido publicada anualmente, pelo que se pode concluir que o processo está a funcionar com regularidade. No que diz respeito à Matemática, na lista de setembro de 2018 (DGE, 2018) podemos verificar que há cinco entidades acreditadas para avaliar manuais do 1.º Ciclo, quatro entidades acreditadas para avaliar manuais do 2.º Ciclo, cinco entidades acreditadas para avaliar manuais do 3.º Ciclo, três entidades acreditadas para avaliar manuais de Matemática A do Ensino Secundário e uma entidade acreditada para avaliar manuais de Matemática B do Ensino Secundário, não sendo conhecidas entidades acreditadas para avaliar os manuais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais do Ensino Secundário.

Em 2014 é publicado o Decreto-Lei n.º 5/2014 que introduz algumas alterações pontuais aos procedimentos anteriores definidos em 2007, começando por alargar as exceções ao cumprimento do prazo de vigência de seis anos para os manuais escolares, estendendo-as, nomeadamente no ponto 3, do artigo 2.º, a quando houver revisão do programa, das metas ou das orientações curriculares:

Quando por decisão do membro do Governo responsável pela área da educação for determinada a revisão do programa, das metas ou das orientações curriculares de uma disciplina, dentro do prazo de vigência dos respetivos manuais escolares, designadamente nos casos previstos no n.º 3 do artigo 4.º da Lei n.º 47/2006, de 28 de agosto, o referido membro do Governo pode fazer cessar, por despacho, o prazo de vigência da adoção dos respetivos manuais e determinar a abertura de novo procedimento para a avaliação, certificação e adoção de novos manuais escolares. (Decreto-Lei n.º 5/2014, p. 155)

Isto significa que, legalmente, mesmo sem se alterarem os programas, basta verificar-se a saída de novas orientações curriculares como, por exemplo, orientações para a gestão de uma disciplina, para poder haver lugar à produção de novos manuais escolares.

Em cumprimento do estabelecido na Lei n.º 47/2006, de 28 de agosto, e no Decreto-Lei n.º 5/2014, de 14 de janeiro, são publicados regularmente despachos que definem os calendários de avaliação, certificação e adoção de manuais e regras conexas, podendo

dizer-se que o sistema está a funcionar em velocidade de cruzeiro. O despacho mais recente é o Despacho n.º 4947-B/2019, publicado em 16 de maio de 2019.

7.3.2. O manual escolar e o desenvolvimento curricular em Matemática

Os manuais escolares são unanimemente considerados como atores importantes na vida da escola. Já em 1990, um matemático assinalava que “o manual escolar é de há muito um auxiliar privilegiado e mesmo indispensável no processo de em todos os níveis de ensino” (Vieira, 1990, p. 19). Um professor de Matemática do Ensino Básico e Secundário assinalava amargamente que “não são os programas de Matemática que contam na prática do ensino de Matemática, mas a leitura que deles fazem os autores dos manuais” (Martins, 1991, p. 31). Guimarães e Esteves (1990) entrevistaram sete autores de manuais escolares e concluíram que:

Se a função principal do manual não é hoje unânime, há no entanto funções que lhe são atribuídas unanimemente, salientando-se, entre estas, a função mais natural como elemento de consulta capaz de favorecer hábitos de leitura e interpretação de textos matemáticos. (...) um instrumento que, por um lado, será em muitos casos o principal (senão único) material à disposição do aluno para o trabalho em Matemática e, por outro lado, um guia que muitos professores privilegiarão para a orientação das aulas. (p. 25)

Vários artigos recentes referem aspetos semelhantes. Por exemplo, Brocardo, Delgado, Segurado, Rocha & Pires (2017) consideram que os manuais são “um dos mediadores da aprendizagem que fortemente influencia o modo como os alunos aprendem e o que aprendem” e que “importa ter (...) bons manuais escolares” (p. 75). Outra análise insiste:

Sabemos que um manual escolar é apenas um documento e corresponde às interpretações que o seu autor faz do programa oficial, mediado pelas suas visões particulares acerca do ensino e aprendizagem da Matemática — e não é o próprio programa. (...) No entanto, sabemos que o manual escolar é um recurso curricular que muitos professores utilizam para preparar as suas práticas letivas e que a tradição de «dar aulas pelo manual» é forte no nosso país — apesar de se reconhecer que o manual não é um conjunto de guiões de aulas. (Canavarro, 2010, p. 45)

No que se refere ao modo como os manuais são adotados pelas escolas, apesar de a Lei n.º 47/2006 garantir uma janela temporal de vinte meses (art.º 4.º, n.º 2) para decorrer o

processo de produção, certificação e adoção de manuais escolares em papel, esta janela temporal não permite sequer que os mesmos sejam experimentados previamente nas escolas, para os manuais serem melhorados ou os professores terem uma experiência de como os manuais poderão funcionar na sua prática. A lei em vigor acrescenta ainda que, após a publicação dos manuais e depois de passarem pelo processo de certificação, não é possível introduzir mais alterações ao seu conteúdo durante o prazo da sua vigência: “Depois da decisão final não são admitidas quaisquer alterações aos manuais avaliados, devendo as meras correções formais decorrentes de revisão final ser obrigatoriamente comunicadas à DGE” (Decreto-Lei n.º 5/2014, art.º 12.º, n.º 4).

Por outro lado, as escolas não podem mudar as suas escolhas de um ano para outro, dentro do período de vigência dos manuais: “Após a divulgação da decisão de adoção não são permitidas alterações às listas de manuais escolares adotados, salvo reconhecida necessidade comprovada pelo Ministério da Educação” (Lei n.º 47/2006, art.º 19.º, n.º 2).

Ou seja, as escolas escolhem um único manual na sua escola e não podem alterar a sua opção durante o período de vigência da escolha dos manuais. Nem as editoras conseguem experimentar previamente os manuais no terreno, nem as escolas os podem também testar posteriormente e mudar uma opção anterior em função da testagem. E se houver numa mesma escola diferentes tipos de turmas que necessitem de abordagens pedagógicas diferentes, qual a razão para não se poder escolher diferentes manuais escolares? E se o Projeto Educativo da Escola é alterado e passam a ser aconselháveis manuais escolares diferentes?

Em suma, a qualidade científica dos manuais parece estar garantida pelo atual processo de avaliação, certificação e adoção dos manuais escolares, mas será de reequacionar os procedimentos existentes pouco flexíveis tanto do ponto de vista da experimentação por parte das editoras e das escolas, como da coexistência de mais do que um manual na mesma escola.

7.3.3. O futuro digital do manual escolar de Matemática

Com a Lei n.º 72/2017, a Assembleia da República aprovou uma alteração pontual à Lei de 2006, para o “Fomento, desenvolvimento e generalização da desmaterialização de

manuais e de outros materiais escolares” (Lei n.º 72/2017). Isto significa que passa a ser possível a existência de manuais exclusivamente digitais.

No balanço de um encontro dedicado aos recursos para a aula de Matemática, com alguma ênfase nos recursos digitais, pode ler-se:

Nas últimas décadas, estes materiais manipuláveis perderam a exclusividade, com o aparecimento e acessibilidade das tecnologias digitais, que introduziram novas possibilidades no domínio do ensino da Matemática, embora mais timidamente do que poderia ser. As chamadas novas tecnologias interferiram também nos materiais curriculares que o professor tem à disposição, passando a proporcionar-lhe recursos mais dinâmicos e interativos do que os tradicionais manuais escolares impressos a papel. (Canavarro & Santos, 2016, p. 3)

Observamos que o fomento de manuais escolares digitais apenas poderá representar uma mais-valia significativa em relação aos manuais em papel se aqueles rentabilizarem devidamente as potencialidades tecnológicas. Os manuais digitais não deverão ser apenas ficheiros informáticos que se copiam facilmente, mas devem beneficiar de poder ser atualizados regularmente e garantir a ligação a recursos recentes, inovações tecnológicas e notícias que transportem o mundo para a sala de aula.

A discussão sobre os manuais digitais não é nova. Paiva e Candeias (2009), na sua breve análise, deixam no ar uma questão: “Que formato(s) poderá ter um manual que compatibilize o papel informativo com o papel de guião orientador e, ainda, com o papel de desencadear atividades relevantes para a aprendizagem dos alunos?” (p. 29).

Domingos e Teixeira estudaram em 2011 os materiais eletrónicos que acompanham os manuais escolares em papel e acharam que eram pouco satisfatórios em termos de apoio à aula de Matemática, mas que: “(...) é possível encontrar algumas apliquetas e materiais estruturados que, com a intervenção refletida do professor, se podem tornar em poderosas ferramentas de aprendizagem” (Domingos & Teixeira, 2011, p. 56).

Os manuais escolares em papel, independentemente da sua qualidade, podem ser muito limitadores das práticas curriculares dos professores, mesmo que ainda estejamos longe de ter manuais escolares digitais que verdadeiramente alarguem as possibilidades de intervenção dos professores.

A flexibilidade relativamente ao processo de adoção e ao seu período de vigência são ainda condições essenciais para potencializar a existência de manuais digitais. A flexibilização terá de ser encarada como necessária também num mundo cada vez mais

digital, pois os manuais desmaterializados deverão ser capazes de se atualizar continuamente com as novas propostas digitais que forem sendo produzidas, estudadas e testadas em ambiente escolar.

8.

Resultados dos alunos em Matemática

A melhoria dos resultados em Matemática e a redução do abandono escolar têm sido, desde há vários anos, propostos como metas a atingir, independentemente dos diferentes governos. Sendo uma preocupação nacional e que a todos importa, consideramos estes resultados como um elemento essencial neste relatório.

Neste capítulo são apresentados os resultados dos alunos em Matemática a nível nacional, da avaliação interna e da avaliação externa, bem como a nível internacional nos estudos PISA, TIMSS e TIMSS *Advanced*.

8.1. Resultados dos alunos a nível nacional

Nesta secção apresentamos os resultados escolares dos alunos bem como as taxas de reprovação verificadas ao longo de um período de onze anos letivos consecutivos, de 2008/09 a 2018/19.

8.1.1. Contextualização

Recordamos que ao longo dos anos foram implementadas diversas medidas, pelas várias tutelas, para apoiar as escolas na melhoria dos resultados escolares, como sejam o Plano Nacional da Leitura (PNL), o alargamento dos Territórios Educativos de Intervenção Prioritária (TEIP), o Programa Nacional de Promoção do Sucesso Escolar (PNPSE), o Projeto-piloto de Inovação Pedagógica (PPIP), a assinatura de Contratos de Autonomia com as escolas e a disponibilização de crédito de horas para apoio e para desenvolvimento de projetos. A acrescentar, no que à disciplina de Matemática diz particularmente respeito, o Plano de Ação da Matemática (PAM), um plano integrado

com um conjunto de medidas, em especial o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (PFCM) e o Plano da Matemática (PM) (secções 7.2.1 e 7.2.2. deste relatório).

Contudo, a Matemática continua a ser, ano após ano, uma das disciplinas que apresenta os valores mais elevados da taxa de reprovação, como veremos na secção 8.1.3. deste relatório. Mas, antes de apresentarmos os resultados dos alunos a Matemática, tanto da avaliação interna, como da avaliação externa, apresentamos o respetivo enquadramento normativo, estabelecido no Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho, relativo à avaliação das aprendizagens dos alunos.

A avaliação interna das aprendizagens, da responsabilidade dos professores e dos órgãos de gestão pedagógica da escola, e a avaliação externa, com a intervenção de avaliadores externos ou da responsabilidade dos serviços ou organismos da área governativa da Educação, tentam atingir, de acordo com o artigo 22.º do Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho, os seguintes objetivos:

- Informar e sustentar intervenções pedagógicas, reajustando estratégias que conduzam à melhoria da qualidade das aprendizagens, com vista à promoção do sucesso escolar;
- Aferir a prossecução dos objetivos definidos no currículo;
- Certificar aprendizagens.

A avaliação interna, de acordo com a finalidade que preside à recolha de informação, inclui as modalidades formativa e sumativa. A avaliação formativa é assumida no decreto com carácter contínuo e sistemático e está ao serviço das aprendizagens, recorrendo a uma variedade de procedimentos, técnicas e instrumentos de recolha de informação, adequados à diversidade das aprendizagens, aos destinatários e às circunstâncias em que ocorrem. O mesmo despacho define que a avaliação sumativa se traduz na formulação de um juízo global sobre as aprendizagens realizadas pelos alunos, tendo como objetivos a classificação e certificação. A avaliação formativa assume realce nos supracitados normativos:

A avaliação formativa é a principal modalidade de avaliação e permite obter informação privilegiada e sistemática nos diversos domínios curriculares, devendo, com o envolvimento dos alunos no processo de autorregulação das aprendizagens, fundamentar o apoio às mesmas, em articulação com dispositivos

de informação dirigidos aos pais e encarregados de educação. (n.º 5 do artigo 24.º do Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho)

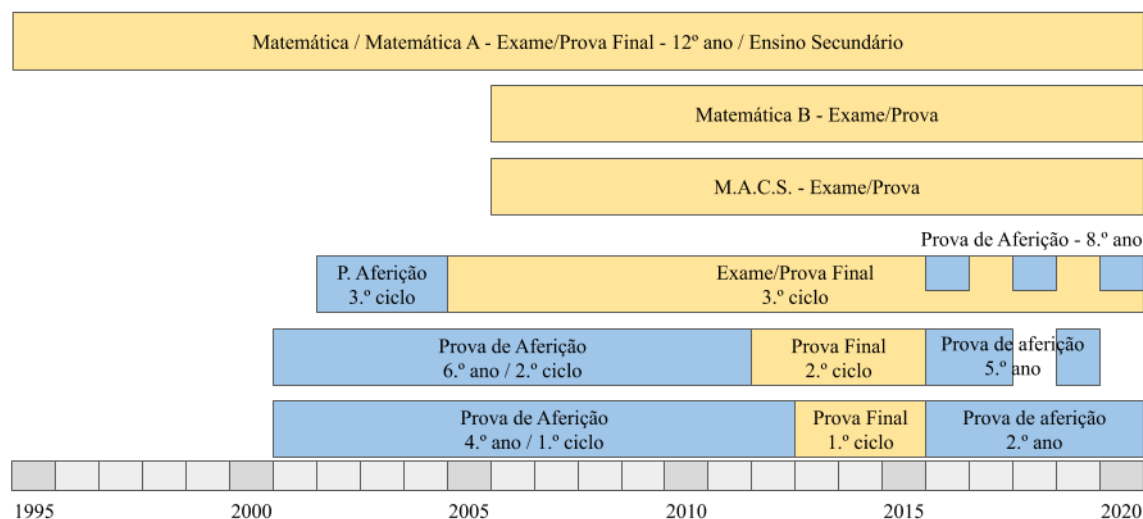
As comparações relativas às classificações obtidas na avaliação interna sumativa devem ser assumidas com cautela pois, em rigor, a sua variação depende de inúmeras circunstâncias que rodeiam os processos avaliativos nas escolas, não traduzindo necessariamente a mesma variação na qualidade das suas aprendizagens. Aliás esta limitação foi verificada em 2009 quando a variação das classificações da avaliação interna no 3.º ciclo (Santos et al., 2009) não traduziram a evolução positiva que o estudo PISA 2009 evidenciou nos alunos portugueses (ver secção 8.2. deste relatório).

A avaliação externa contempla, no Ensino Básico Geral e nos CCH do Ensino Secundário, as seguintes provas ou exames:

- Provas de aferição, nos 2.º, 5.º e 8.º anos de escolaridade;
- Provas finais do Ensino Básico, no 9.º ano de escolaridade, nas disciplinas de Português e Matemática;
- Exames finais nacionais obrigatórios para os CCH, no 11.º ano de escolaridade nas disciplinas bienais, e no 12.º ano de escolaridade, na disciplina de Português e na disciplina trienal.

A realização do exame de Matemática no final do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do exame da disciplina de Matemática A no 12.º ano é obrigatória para os alunos concluírem com aproveitamento as referidas disciplinas, mas o mesmo não acontece em Matemática B e em MACS.

Quando foram introduzidas as provas de aferição em 2000, apenas eram abrangidas as componentes de currículo/disciplinas de Português e Matemática. Verificou-se, entretanto, uma interrupção das provas de aferição em todos os ciclos do Ensino Básico (figura 27).



Fonte: Dados recolhidos pelo GTM

Figura 27 - *Timeline* das provas e exames de avaliação externa, desde 1995

No ano letivo 2015/16 regressaram as provas de aferição aos 1.º, 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico. Passaram a aplicar-se aos 2.º, 5.º e 8.º anos em vez de serem aplicadas nos anos finais de cada ciclo, como era antes (figura 27).

Presentemente, no 2.º ano de escolaridade, o processo de aferição passou a abranger as componentes de currículo: Português, Matemática, Estudo do Meio, Expressões Artísticas e Físico-Motoras. Nos 5.º e 8.º anos de escolaridade, abrange, anualmente, em alternância, as disciplinas de Português ou de Matemática e, rotativamente, outras disciplinas, com inclusão de instrumentos vocacionados para a avaliação de situações práticas, assegurando a cobertura integral das áreas disciplinares do currículo.

Os resultados e desempenhos nas provas de aferição por aluno e por escola são inscritos nos designados Relatórios Individuais das Provas de Aferição e Relatórios de Escola das Provas de Aferição.

Para o Ensino Secundário, desde a entrada em vigor do Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de março, a avaliação dos alunos dos CCH integra exames finais nacionais, a realizar no ano terminal da respetiva disciplina. Até então, os alunos realizavam exames a cinco disciplinas do seu plano de estudos (Português da componente de formação geral e às quatro disciplinas da componente de formação específica).

As provas/exames de Matemática B e MACS foram aplicadas pela primeira vez em 2006 como consequência da nova estrutura curricular definida pelo Decreto-Lei n.º

74/2004, de 26 de março, na qual as disciplinas passaram a constar, como opção, dos planos de estudos dos alunos nos CCH de Artes Visuais e Línguas e Humanidades, respetivamente (figura 27).

As provas de avaliação externa são anualmente produzidas pelo Instituto de Avaliação Educacional (IAVE), por solicitação da Secretaria de Estado da Educação. De acordo com o relatório *Nacional 2010-2016, Exames Nacionais Finais - Ensino Secundário*, publicado em maio de 2017, o processo de elaboração das provas e dos critérios de avaliação recomeça todos os anos. Como os documentos são tornados públicos (provas de exame e critérios de classificação) após a sua realização não é possível fazer uma comparação entre os resultados dos alunos nas provas de anos diferentes. O IAVE alerta para este facto:

A construção de itens novos, sem qualquer possibilidade de pré-testagem, com que se visa avaliar, anualmente, os mesmos processos cognitivos e os mesmos conteúdos e competências, **torna difícil assegurar a constância do instrumento de medida**, pelo que a comparação entre itens de cada prova, em anos sucessivos de aplicação, requer especial cuidado. (IAVE, 2017, p. 5, negrito acrescentado)

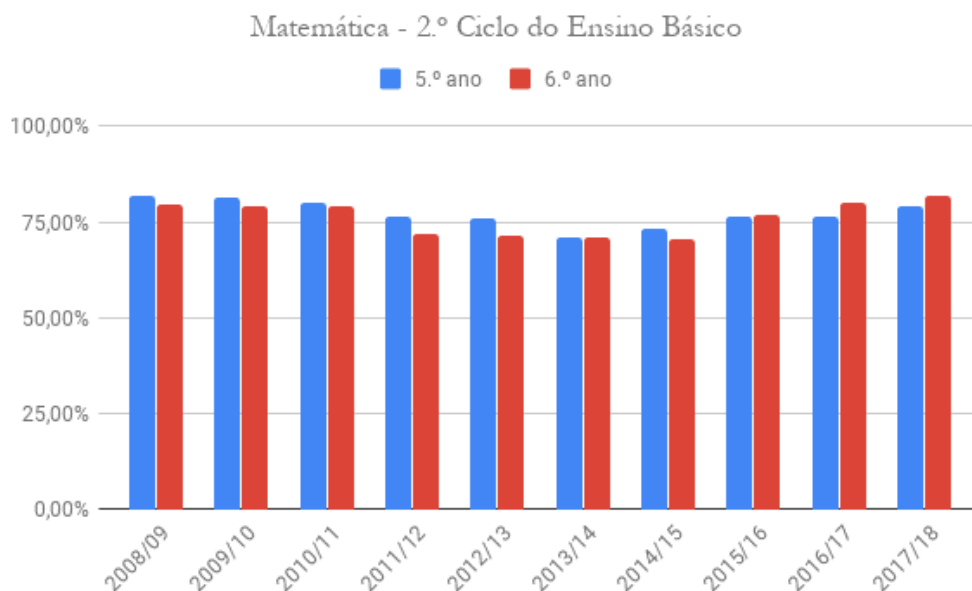
Assim, assumimos aqui também uma atitude de cautela relativamente a comparações das classificações resultantes das avaliações externas dos alunos realizadas em diferentes anos.

8.1.2. Resultados na avaliação interna em Matemática

Apresentamos nas figuras 28 e 29 as percentagens de resultados positivos nas classificações internas finais (CIF), na disciplina de Matemática, por ciclo/nível de escolaridade, entre os anos letivos 2008/09 e 2017/18, de acordo com os dados da Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (DGEEC). A escolha do ano letivo de 2008/09 para primeiro ano da apresentação dos resultados deve-se ao facto de apenas a partir deste ano letivo, a DGEEC ter passado a disponibilizar os dados desagregados por disciplina no Sistema de Informação do Ministério da Educação, denominada por Plataforma MISI. Não nos é possível apresentar resultados relativos à área disciplinar de Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico, pois os resultados divulgados são globais.

Em conformidade com os valores apresentados na figura 28, no 2.º Ciclo do Ensino Básico, na disciplina de Matemática existe, no geral, uma estabilidade nos valores das percentagens de resultados positivos nas classificações internas dos alunos, quer no 5.º ano, com o mínimo de 71% em 2013/14 e o máximo de 81,7% em 2008/09, quer no 6.º ano, com o mínimo de 71,1% em 2013/14 e o máximo de 81,8% em 2017/18.

Entre 2008/09 e 2014/15, a percentagem de classificações positivas dos alunos do 6.º ano foi, em cada ano letivo, não superior à dos alunos do 5.º ano. A partir de 2015/16, inverteu-se a tendência e passaram a ser os alunos do 5.º ano a ter valores percentuais de classificações positivas inferiores aos alunos do 6.º ano (figura 28). Este último ano letivo de viragem corresponde ao primeiro ano de inexistência da prova final do 2.º Ciclo. No entanto, globalmente, as percentagens dos resultados positivos nos 5.º e 6.º anos foram, em cada ano, muito idênticas.

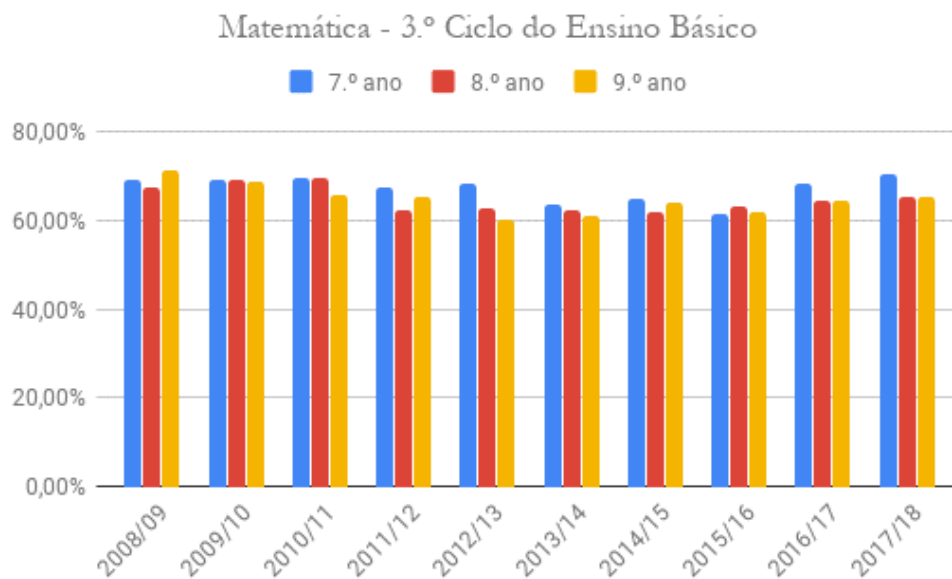


Fonte: DGEEC (2019)

Figura 28 – Gráfico das percentagens de classificações positivas na avaliação interna em Matemática dos alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico, de 2008/09 a 2017/18

Relativamente ao 3.º Ciclo do Ensino Básico, não existe igualmente grande flutuação nas classificações internas dos alunos (figura 29), nem quando observadas globalmente num horizonte temporal, nem por ano de escolaridade. No que diz respeito ao 7.º ano de escolaridade, as percentagens de classificações positivas variam entre 61,1%, em 2015/16, e 70,3%, em 2017/18. Para o 8.º ano, os valores variam entre 61,9%, em 2013/14, e 69,2%, em 2010/11. Quanto ao 9.º ano de escolaridade, os valores das

percentagens de classificações positivas variam entre os 61,8%, em 2015/16, e os 70,9%, em 2008/09 (figura 29).



Fonte: DGEEC (2019)

Figura 29 – Gráfico das percentagens de classificações positivas na avaliação interna em Matemática dos alunos do 3.º Ciclo do Ensino Básico, de 2008/09 a 2017/18

Dos nove anos letivos apresentados, apenas em 2008/09, a percentagem de classificações positivas na disciplina de Matemática dos alunos do 9.º ano é superior às dos 7.º e 8.º anos de escolaridade (figura 29). A partir de 2011/12, observamos a tendência da percentagem de classificações positivas dos alunos do 7.º ano ser superior à dos alunos do 8.º e do 9.º ano em Matemática. Apenas em 2015/16, a percentagem de classificações positivas no 8.º ano é superior às dos 7.º e 9.º anos. Nos dois últimos anos letivos, as percentagens de classificações positivas, dos 8.º e 9.º anos tendem a aproximar-se (em 2016/17 verificam-se 64,2% no 8.º ano e 64,3% no 9.º ano e, no ano letivo 2017/18 verificam-se 65,1% no 8.º ano e 65,2% no 9.º ano).

Quanto ao Ensino Secundário, apresentam-se os valores das percentagens de classificações positivas, na classificação interna (CI), nas disciplinas de Matemática A, Matemática B e MACS entre os anos letivos de 2008/09 e 2017/08 (quadro 27). Nos anos letivos mais recentes, pese embora os resultados não sejam comparáveis, como já afirmámos anteriormente, tem-se observado uma tendência generalizada de subida da percentagem de classificações positivas em todas as disciplinas da área da Matemática.

Por exemplo, desde 2013/14, no ano de escolaridade terminal de cada uma das três disciplinas, a percentagem de classificações positivas tem vindo sempre a subir.

Quadro 27 - Percentagem de classificações positivas na avaliação interna em Matemática A, Matemática B e MACS, de 2008/09 a 2017/18

Ano letivo	Matemática A			Matemática B		MACS	
	10.º ano	11.º ano	12.º ano	10.º ano	11.º ano	10.º ano	11.º ano
2008/09	68,2	77,6	87,2	70,8	82,9	82,6	83,6
2009/10	68,3	75,4	86,8	65,2	80,1	81,4	83,0
2010/11	70,0	75,1	87,6	70,4	86,9	82,1	85,4
2011/12	71,6	77,0	87,1	70,5	81	80,2	81,4
2012/13	69,9	75,2	81,2	65,6	81,7	79,0	78,1
2013/14	71,1	73,9	80,4	65,8	76,7	79,1	75,5
2014/15	72,0	77,6	81,5	69,3	78	79,8	78,2
2015/16	68,3	80,8	82,9	71,0	81,8	81,1	79,4
2016/17	70,5	79,1	84,4	69,8	85,7	81,0	80,2
2017/18	88,7	93,8	95,4	93,4	96,1	93,5	94,5

Fonte: DGEEC (2019)

No contingente de alunos que percorre cada ciclo de estudos de três anos (sombreado no quadro 27 com tons diferentes) em Matemática A ou de dois anos em Matemática B, evidencia-se que as percentagens de classificações positivas aumentam em anos de escolaridade consecutivos. Por exemplo, na disciplina de Matemática A, em 2010/11, a percentagem de classificações positivas no 10.º ano é de 70%, em 2011/12, no 11.º ano, é de 77% e em 2012/13, no 12.º ano, é de 81,2%.

Poderá explicar-se esta tendência, por um lado, pela seleção decorrente dos próprios critérios definidos para a progressão nas disciplinas do Ensino Secundário e, por outro, pela transição de ciclo que poderá oferecer dificuldades de adaptação dos alunos à entrada do Ensino Secundário. Tal facto justifica a necessidade de os programas preverem estratégias de recuperação e de acompanhamento dos alunos de modo a facilitar a sua integração no Ensino Secundário.

Quanto à disciplina de MACS, nem sempre os alunos do 11.º ano, em cada ciclo de estudos de dois anos, obtêm percentagens de classificações positivas superiores às dos alunos do 10.º ano. Por exemplo, em 2012/13, a percentagem de classificações positivas no 11.º ano, 78,1%, é inferior à percentagem no 10.º ano, 80,2%, em 2011/12. Fica a questão de saber se o programa de MACS está ou não mais alinhado entre ciclos/níveis de ensino, mitigando o efeito de transição de ciclo. Outra hipótese explicativa poderá ser a existência de temáticas novas eventualmente mais apelativas no programa de 10.º ano, com pré-requisitos menos exigentes, exatamente porque não são continuação de outros temas trabalhados no Ensino Básico.

8.1.3. Resultados na avaliação externa em Matemática

Focamo-nos de seguida nos resultados das classificações relativas à avaliação externa dos alunos internos nas disciplinas da área da Matemática (Matemática do 9.º ano, Matemática A, Matemática B e Matemática Aplicada às Ciências Sociais).

Apresentamos os resultados dos alunos internos que realizaram os Exames Nacionais da 1.ª fase, de 2010 a 2019, por serem estes os únicos disponibilizados pelo Júri Nacional de Exames (JNE), em anos consecutivos (quadros 28 e 29).

Relativamente aos valores da avaliação externa dos alunos do 9.º ano de escolaridade, (quadro 28), nos anos de 2010 e 2011, a média aparece na escala de níveis 1 a 5 e, a partir do ano de 2012, a média aparece em valor percentual. Dos dez anos considerados, apenas em quatro anos a média foi positiva, apresentando os valores de 52,0, 54,4, 51,8 e 55, respetivamente em 2012, 2014, 2017 e 2019 (quadro 28).

Quadro 28 - Número de alunos internos e médias das classificações no exame final de 3.º Ciclo do Ensino Básico da disciplina de Matemática de 2010 a 2019

Ano	N.º de alunos	Média
2010	89 206	2,7
2011	90 158	2,4
2012	93 880	52,0
2013	99 019	42,8
2014	97 985	54,4

2015	102 354	46,3
2016	95 128	46,3
2017	95 959	51,8
2018	97 448	45,9
2019	92 471	55,0

Fonte: JNE, 2010 a 2020

No Ensino Secundário, entre as três disciplinas da área de Matemática, a Matemática A é a que apresenta mais alunos internos a realizarem exame nacional (quadro 29), como seria de esperar. Em MACS, desde 2011, o número de alunos internos a realizar o exame nacional tem vindo sempre a aumentar. Em 2019, o número de alunos que realizaram o exame nacional foram mais 38% do que o número dos que o realizaram em 2011 (8810 em 2019 para 6371 em 2011). Em sentido oposto, na disciplina de Matemática B, o número de alunos internos a realizar o exame nacional tem vindo a diminuir, de 1742 (em 2010) passou a 490 (em 2018), correspondendo a uma redução de 72% (quadro 29). Para esta redução tão assinalável poderão ter contribuído vários fatores, tais como a extinção dos cursos tecnológicos em que esta disciplina era obrigatória e o facto de ter passado a haver menos cursos do Ensino Superior a indicar o exame de Matemática B como prova específica.

Quadro 29 - Número de alunos internos e médias das classificações no exame nacional a Matemática A, Matemática B e MACS, de 2010 a 2019

Ano	Matemática A		Matemática B		MACS	
	N.º de alunos	Média	N.º de alunos	Média	N.º de alunos	Média
2010	27 567	122	1742	113	7088	101
2011	28 181	106	1713	119	6371	113
2012	31 081	104	1678	88	6539	106
2013	31 624	97	1674	102	6628	99
2014	32 081	92	1237	93	6707	100
2015	33 435	120	1004	112	7185	123
2016	32 716	112	883	123	7631	114
2017	34 612	115	774	128	7790	101
2018	32 401	109	490	122	8234	102
2019	33 240	115	547	146	8810	110

Fonte: JNE, 2010 a 2020

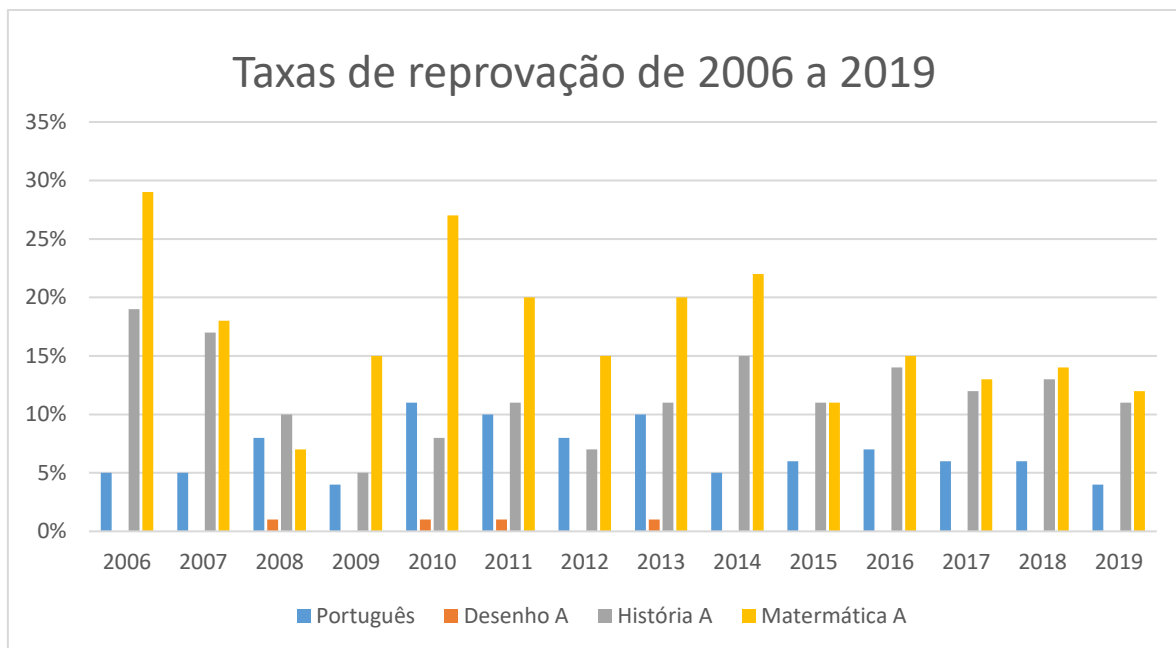
Em conformidade com os valores apresentados (quadro 29), na globalidade das disciplinas de Matemática do Ensino Secundário existe, no geral, uma relativa estabilidade nas médias anuais das classificações obtidas pelos alunos internos nos exames nacionais, embora em Matemática B a variação da classificação seja de assinalar.

Na disciplina de Matemática A, a média anual das classificações externas variou entre 92 pontos, em 2014, e 122 pontos em 2010. A média anual na disciplina de MACS variou entre os 99 pontos em 2013 e 123 pontos em 2015. Por sua vez, a média anual na disciplina de Matemática B variou entre os 88 pontos em 2012 e os 146 pontos em 2019, o que perfaz uma variação de 58 pontos.

Nas disciplinas de Matemática A e de Matemática B, dos dez anos letivos apresentados, em oito a média da classificação obtida no exame foi superior a 100 pontos, isto é, foi positiva. Na disciplina de MACS, apenas num único ano a média foi inferior a 100 pontos. Isto significa que, apesar de as classificações médias obtidas pelos alunos no exame nacional estarem longe de ser elevadas, foram no entanto positivas.

A terminar esta análise relativa à avaliação externa, vejamos de seguida a taxa de reprovação verificada nos últimos anos em Matemática no Ensino Secundário, que é afetada pela classificação obtida no exame. Recorde-se que, de acordo com o estipulado na Portaria 226-A/2018, a classificação final nesta disciplina é obtida através da média ponderada, considerando 70% da avaliação interna e 30% da avaliação externa. É sobre esta classificação final que se determina a taxa de reprovação.

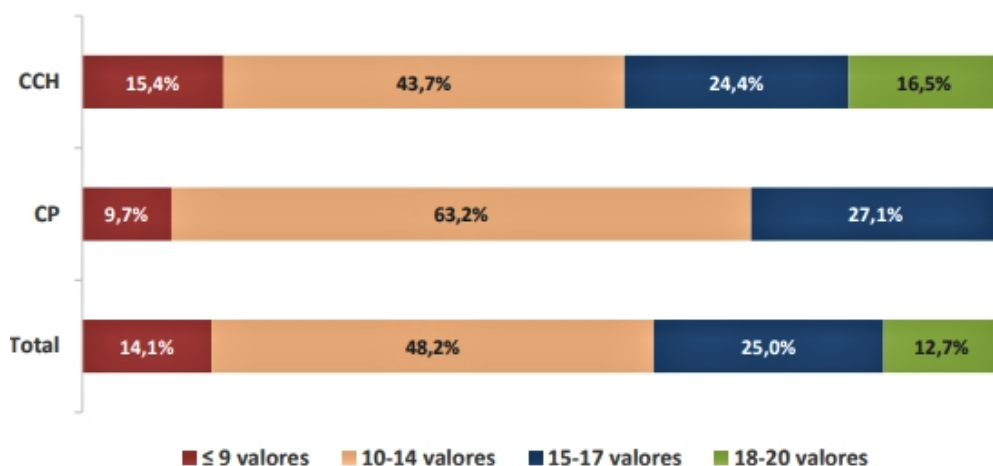
As disciplinas da área da Matemática (Matemática A, Matemática B e MACS) são disciplinas que apresentam taxas de reprovação muito elevadas (Despacho n.º 12 530/2018). Por exemplo, relativamente à Matemática A, quando se comparam as taxas de reprovação nas disciplinas trienais dos CCH (Português, Desenho A, História A e Matemática A) relativas aos alunos que realizaram a 1.ª Fase dos Exames Nacionais entre os anos de 2006 e 2019, em todos os anos, à exceção de 2008, a disciplina de Matemática A é que tem a taxa de reprovação mais elevada (figura 30). Contudo, podemos observar que as taxas de reprovação na disciplina de Matemática A têm vindo tendencialmente a diminuir (29,0% em 2006 e 12,0% em 2019).



Fonte: JNE (2019)

Figura 30 – Gráfico das taxas de reprovação nas disciplinas trienais dos Cursos Científico-Humanísticos, de 2006 a 2019

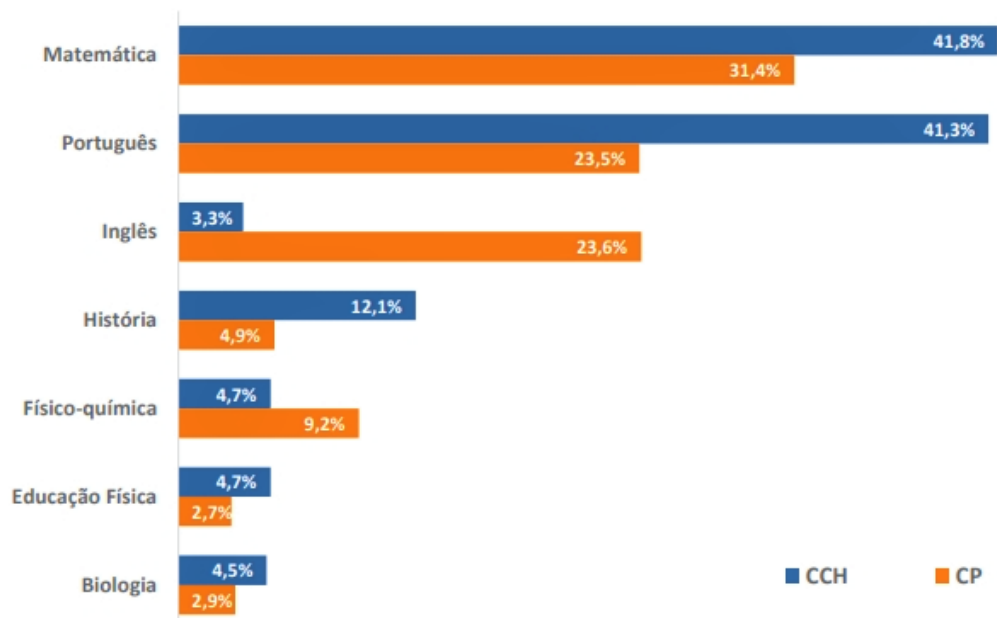
Estes resultados vão no mesmo sentido dos apresentados no relatório *Estudantes à saída do Secundário em 2017/2018 (Dados provisórios)* (DGEEC, 2019), onde se afirma que Matemática é a disciplina em que os alunos apresentam menor rendimento. Apenas 12,7% do total de alunos dos CCH e CP têm classificações entre os 18 e 20 valores e 15,4% dos alunos dos CCH têm classificações inferiores a 10 valores (figura 31).



Fonte: DGEEC (2019, p. 16)

Figura 31 – Gráfico das percentagens de alunos, por oferta de educação e formação e nível de rendimento à disciplina de Matemática em 2017/18

Ainda segundo o mesmo relatório, a Matemática é referida pelos alunos como a disciplina onde tiveram mais dificuldades ao longo do ano letivo, tanto os dos CCH (41,8%) como dos CP (31,4%) (figura 32).



Fonte: DGEEC (2019, p. 17)

Figura 32 - Gráfico das percentagens de estudantes que indicam a disciplina com maior grau de dificuldade, por oferta de educação e formação

Em síntese, do exposto relativamente aos resultados dos alunos, quer da avaliação interna, quer da avaliação externa, podemos assinalar:

- Nos 2.º e 3.º Ciclos não existe flutuação marcante nas classificações da avaliação interna ao longo dos anos letivos. No Ensino Secundário, pode-se referir uma tendência de subida da percentagem de classificações positivas em todas as disciplinas da área da Matemática, a qual olhamos com as devidas ressalvas relativas às limitações de comparabilidade;
- No que diz respeito à avaliação externa, a impossibilidade já explicada da comparabilidade dos resultados em diferentes anos letivos, não permite concluir sobre a evolução das aprendizagens em Matemática nos últimos anos;
- Apesar de a Matemática A ser a disciplina, de entre as quatro trienais dos planos de estudos dos alunos dos Cursos Científico-Humanísticos, que apresenta os valores mais elevados em termos de taxa de reprovação, esta taxa tem vindo a diminuir nos últimos anos.

8.2. Resultados dos alunos a nível internacional

8.2.1. PISA

O PISA (Programme for International Student Assessment) é um estudo da responsabilidade da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico), com periodicidade trianual, tendo-se realizado pela primeira vez no ano 2000. Até ao presente ano, participaram nestas avaliações mais de 90 países, tendo Portugal participado em todas as edições.

O PISA avalia se os alunos com 15 anos de idade, que estão a terminar o ensino obrigatório, adquiriram o conhecimento e as competências que são essenciais para uma participação plena nas sociedades modernas e também o modo como conseguem usar e aplicar o que aprendem na escola em situações da vida real. O PISA procura determinar o que é importante que um cidadão saiba e seja capaz de fazer (OECD, 2019a)⁹⁴. Como afirmou Schleicher (2019), diretor para a Educação da OCDE, o PISA não é só um teste, uma vez que não pretende apenas avaliar o que os alunos sabem, mas sobretudo o que são capazes de fazer em novos contextos:

O PISA vai para além de avaliar somente se os estudantes conseguem reproduzir o que aprenderam na escola. Os alunos, para terem um bom desempenho no PISA, têm de ser capazes de extrapolar a partir daquilo que sabem, pensar para além dos limites dos conteúdos das disciplinas, aplicar o seu conhecimento criativamente em novas situações e demonstrar estratégias de aprendizagem efetivas. (p. 3)

A particularidade do público-alvo do PISA corresponder a uma determinada idade, 15 anos, faz com que a amostra integre alunos de diferentes anos de escolaridade. Por exemplo, no PISA 2018, em Portugal, participaram 276 escolas, 5452 professores e 5932 alunos, de todas as regiões do país, dos quais 0,2% frequentava o 11.º ano, 57,4% frequentava o 10.º ano, 17,2% o 9.º ano e os restantes o 7.º e 8.º anos ou os percursos curriculares não regulares (Lourenço, Duarte, Nunes, Amaral, Gonçalves, Mota & Mendes, 2019).

⁹⁴ Segundo OCDE - vídeo explicativo sobre o PISA em <https://www.youtube.com/watch?v=i4RGqzaNEtg>

De três em três anos são testados três domínios: Literacia de Leitura, Literacia Matemática e Literacia Científica. Em cada edição do PISA, um destes domínios é avaliado com mais profundidade. Matemática foi o domínio principal em 2003 e 2012. Para além destes domínios são também avaliados outros considerados inovadores, como por exemplo a resolução de problemas em contexto colaborativo (PISA 2015), ou a literacia financeira (PISA 2012, 2015 e 2018).

Para além dos testes, os alunos preenchem um questionário com o objetivo de obter dados para caracterizar o seu nível socioeconómico, nomeadamente sobre o nível de escolaridade e a profissão dos seus pais e o nível económico do seu agregado familiar, complementado por um questionário aos encarregados de educação. Para além desta informação, os professores e os diretores das escolas também preenchem um questionário para se obter informação sobre os recursos educativos e as práticas de ensino, e ainda sobre o modo como as escolas são geridas. Estes dados possibilitam ter alguns elementos para perceber o modo como o nível socioeconómico dos alunos e o contexto escolar podem influenciar o seu desempenho.

8.2.1.1. Literacia matemática e níveis de proficiência

No PISA 2018, a definição das várias literacias tem subjacente a ideia de que o conhecimento consiste não tanto na memorização e na coleção de informação, mas sim no ser capaz de: i) comunicar, partilhar e usar a informação para resolver problemas complexos; ii) adaptar e inovar na resposta a situações novas e em mudança; iii) orientar e expandir o poder da tecnologia para criar novo conhecimento e aumentar a capacidade do ser humano e a produtividade (OECD, 2019a). Assim, a definição de literacia matemática foi sendo aperfeiçoada desde o PISA 2000, sendo desde 2012 definida da seguinte maneira:

Literacia matemática é a capacidade de um indivíduo formular, aplicar e interpretar a matemática em contextos diversos. Inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos matemáticos, processos, factos e ferramentas para descrever, explicar e prever fenómenos. Permite ao indivíduo reconhecer o papel da matemática no mundo e formular juízos e decisões fundamentados, como se espera de cidadãos participativos, empenhados e reflexivos. (OECD, 2019a, p. 75)

Tendo por base esta definição de literacia matemática, há algumas questões que se colocam no PISA e que de alguma forma estão subjacentes ao modo como foi pensado o quadro de referência que serviu de base para a análise das respostas aos itens de Matemática: i) Em que processos é que se envolvem as pessoas quando resolvem problemas matemáticos? ii) Que capacidades é que esperamos que os indivíduos sejam capazes de demonstrar quando a sua literacia matemática aumenta? iii) Que conhecimentos matemáticos podemos esperar de alunos com 15 anos de idade? iv) Em que contextos pode a literacia matemática ser observada e avaliada?

O domínio da literacia matemática pode ser analisado em termos de três dimensões que estão interrelacionadas: processos matemáticos, conteúdos matemáticos e contextos. Na figura 33, apresenta-se uma organização destas dimensões no PISA 2015 e as categorias que lhes estão subordinadas, não tendo havido alterações nestas dimensões no PISA 2018.

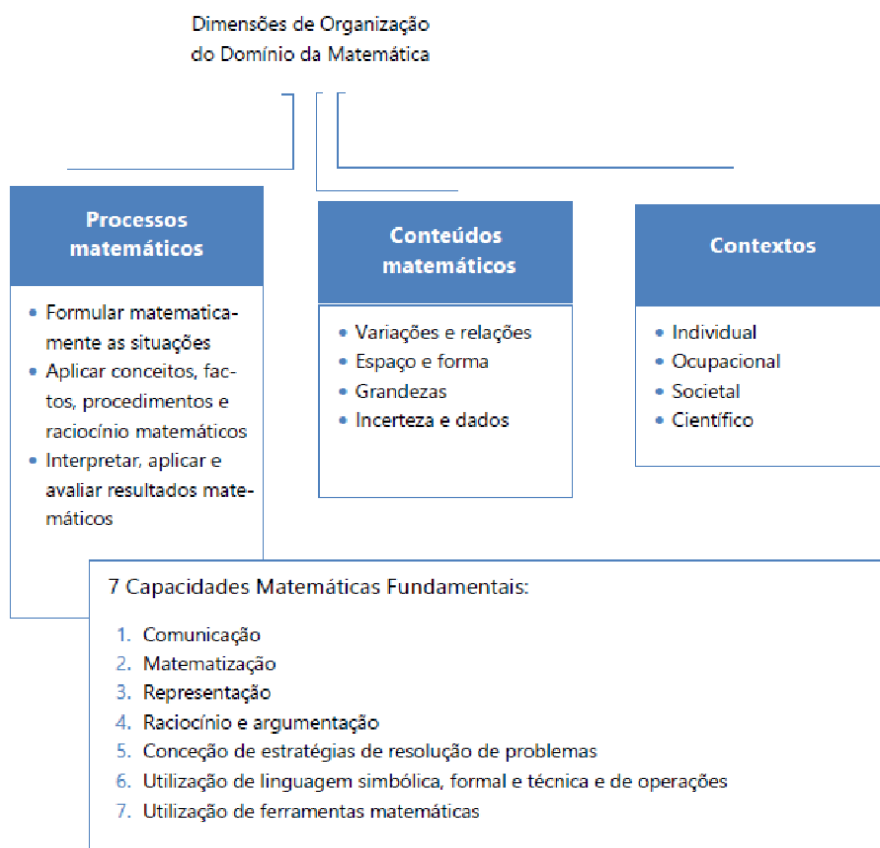


Figura 33- Dimensões de organização do domínio da Literacia Matemática, PISA 2015 (Marôco, Gonçalves, Lourenço & Mendes, 2016, p. 39)

No quadro de referência do PISA 2018 (OECD, 2019a), todas estas dimensões são apresentadas pormenorizadamente. De entre elas destacamos aqui sumariamente os três processos matemáticos que têm por base as três palavras-chave da definição de literacia matemática: formular, aplicar e interpretar a matemática.

i) *Formular matematicamente as situações* – Este é o processo que permite o reconhecimento de como os alunos são efetivamente capazes de reconhecer e identificar oportunidades de utilizar a matemática em situações problemáticas e de traduzir um problema da vida real através de uma estrutura matemática;

ii) *Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínio matemáticos* – Este é o processo que permite compreender como os alunos são capazes de mobilizar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos para resolver um problema formulado matematicamente e obter soluções matemáticas para esse problema;

iii) *Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos* - Este é o processo que permite perceber como os alunos são capazes de refletir sobre soluções, resultados e conclusões de natureza matemática e interpretá-los no contexto do problema e determinar se esses resultados ou conclusões são razoáveis.

No que se refere ao desempenho dos alunos de 15 anos no domínio da literacia matemática, foram definidos pelo PISA seis níveis de proficiência, que estabelecem os graus de complexidade e profundidade que os estudantes devem demonstrar no seu desempenho relativamente a cada um dos níveis. Assim, os alunos cujo desempenho se situa nos níveis mais baixos são os que demonstram menor proficiência – *low achievers* – e os que se situam nos níveis mais elevados são os que demonstram maior proficiência – *top performers*. A título de exemplo transcrevem-se as características do nível 6 (nível máximo) de proficiência:

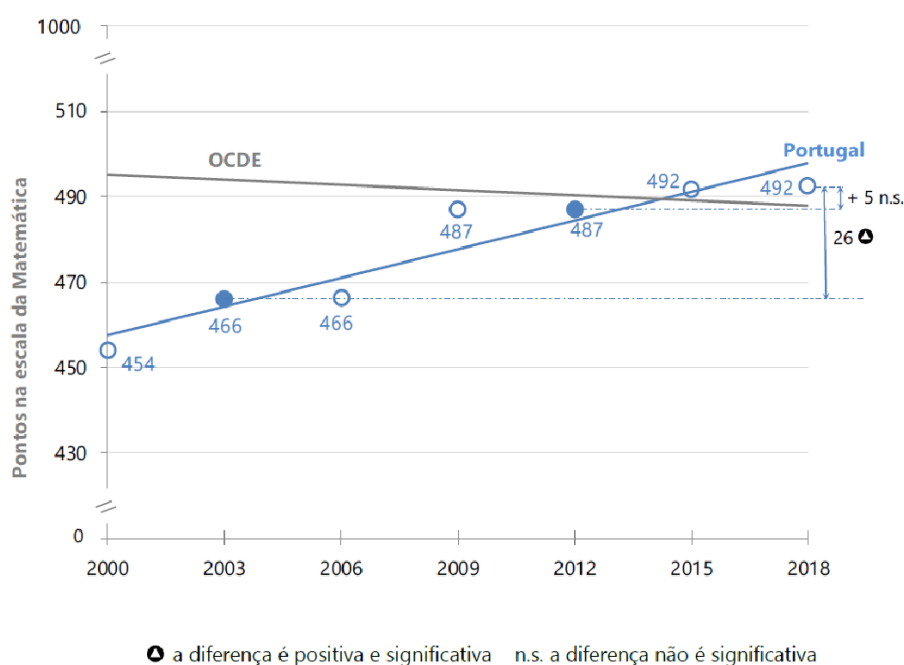
No nível 6, os alunos são capazes de conceptualizar, generalizar e utilizar informação, baseando-se nas suas investigações e na modelação de situações problemáticas complexas, e são capazes de utilizar o seu conhecimento em contextos relativamente não padronizados. São capazes de relacionar diferentes fontes e representações de informação e de se mover com flexibilidade entre elas. Os alunos evidenciam um pensamento e um raciocínio matemático avançados. São capazes de compreender, de aplicar e realizar operações com destreza e de estabelecer relações matemáticas simbólicas e formais para desenvolver novas abordagens e estratégias que lhes permitam lidar com situações novas. Os alunos neste nível são capazes de refletir sobre as suas ações e de formular e de comunicar com precisão as suas ações e reflexões relativamente às suas

conclusões, interpretações e argumentos e de explicar por que razão estas são adequadas à situação original. (OECD, 2019a, p. 92)

8.2.1.2. Resultados dos alunos portugueses no PISA

No PISA 2018, Portugal obteve 492 pontos em todos os domínios, leitura, matemática e ciências a par com a média da OCDE. Em leitura e matemática, a pontuação obtida é próxima das pontuações obtidas no período de 2009 a 2015, já em ciências a média obtida em 2018 foi inferior à obtida em 2015, estando perto dos valores obtidos em 2009 e 2012. No entanto, considerando os resultados do PISA desde 2000, Portugal é um dos poucos países com uma trajetória positiva de melhoria nos três domínios (OECD, 2019c).

Olhando o passado, Portugal fez parte do grupo de 43 países e economias que participaram no projeto PISA em 2000. Nessa edição, Portugal ficou posicionado, em Matemática, a quatro lugares da base da escala ordenada dos países membros da OCDE e significativamente abaixo da média destes países em todos os domínios do teste. Deste então, o nosso país conseguiu evoluir positivamente, registando a maior subida em literacia matemática entre 2006 e 2009, como se pode observar na figura 34.



Nota. Os símbolos a cheio representam os anos em que a Matemática foi o domínio principal

Figura 34 – Gráfico dos resultados médios nacionais, no PISA, em Matemática entre 2000 e 2018 (Lourenço et al., 2019, p. 79)

Comparando os resultados alcançados do PISA 2018 com os de ciclos anteriores em que a Matemática foi o domínio principal avaliado, verifica-se um aumento significativo de 26 pontos relativamente a 2003 e um aumento de 5 pontos relativamente a 2012. De 2012 para 2015 o acréscimo de cinco pontos na pontuação média de Portugal não é estatisticamente significativo e entre o ciclo de 2015 e o de 2018, a pontuação média em Matemática não se alterou. De 2009 a 2018 não se verificaram diferenças estatisticamente significativas na média das classificações dos alunos portugueses em Matemática.

No PISA 2018 é feita uma análise das médias dos resultados de cada país nas várias edições do PISA, estabelecendo a trajetória que melhor se adapta a esses resultados. Foi associada a Portugal, em Matemática, uma curva “*Positive, but flattening (less positive over more recent years)*” (OECD, 2019b, p. 134) ou seja, uma trajetória positiva, mas com uma variação menor nos anos mais recentes.

No entanto, desde 2012, Portugal alcançou pontuações que colocaram os nossos alunos a uma distância da média dos alunos da OCDE estatisticamente não significativa (menor ou igual a 5 pontos) e que se manteve nas duas avaliações seguintes com pequenas alterações, reafirmando a aproximação dos desempenhos dos alunos que estudam no sistema educativo português da média dos alunos dos vários países da OCDE.

Considerando o total de países/economias participantes no PISA 2018, Portugal, com 492 pontos, ocupa a 28.^a posição num total de 78 países. No conjunto dos países desta organização internacional, Portugal ocupa, como mais provável, a 23.^a posição que, considerando a margem de erro associada à estimativa, pode variar entre a 18.^a posição e a 26.^a posição. Ou seja, a pontuação alcançada por Portugal não é significativamente diferente da pontuação média alcançada pela República Checa, 18.^a posição com 499 pontos e da República Eslovaca, 26.^a posição com 486 pontos e de todos os países com posições compreendidas entre estas duas (Lourenço et al., 2019, p. 79).

Analisando os resultados obtidos pelos alunos tendo em conta o seu ano de escolaridade, o aumento da pontuação média de Portugal em literacia matemática distribui-se de forma semelhante nos vários ciclos do PISA, como se pode observar na figura 35 onde se apresenta essa evolução de 2000 a 2018. É possível identificar uma linha com declive positivo em todos os anos de escolaridade frequentados pelos alunos portugueses respondentes (com 15 anos).

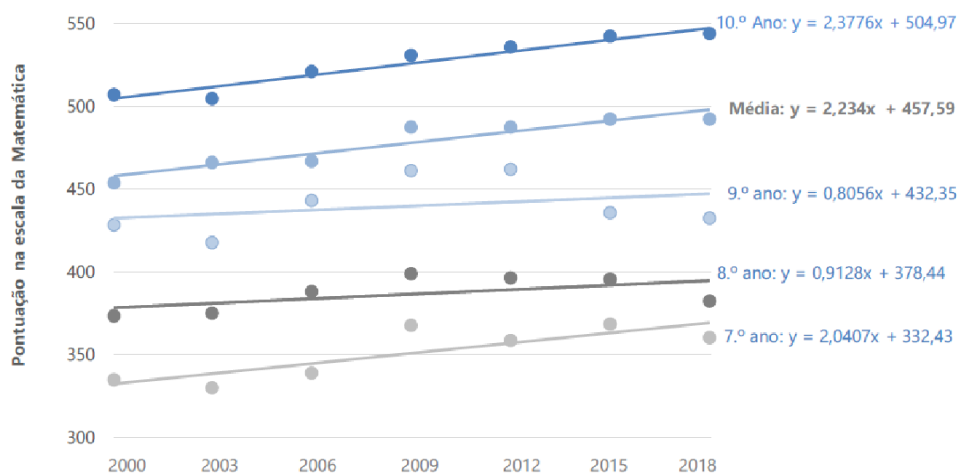


Figura 35 – Gráfico das tendências dos resultados, no PISA, em Matemática, por ano de escolaridade (2000 – 2018) (Lourenço et al., 2019, p. 86)

Tendo em atenção os resultados dos alunos portugueses no que se refere aos níveis de proficiência, Portugal não apresentou alterações significativas entre a percentagem de alunos *top performers* e *low achievers* entre 2012 e 2018, embora tenha aumentado 1% a parcela de alunos com elevados desempenhos e reduzido 1,6% a percentagem de alunos com baixos desempenhos. Se se comparar com 2003 então as diferenças são significativas – um aumento de aproximadamente 6% dos alunos *top performers* e uma redução de quase 7% no grupo dos *low achievers*. Em 2018, as percentagens de *top performers* e de *low achievers* dos alunos portugueses estiveram próximas da média da OCDE (figura 36) (Lourenço et al., 2019).

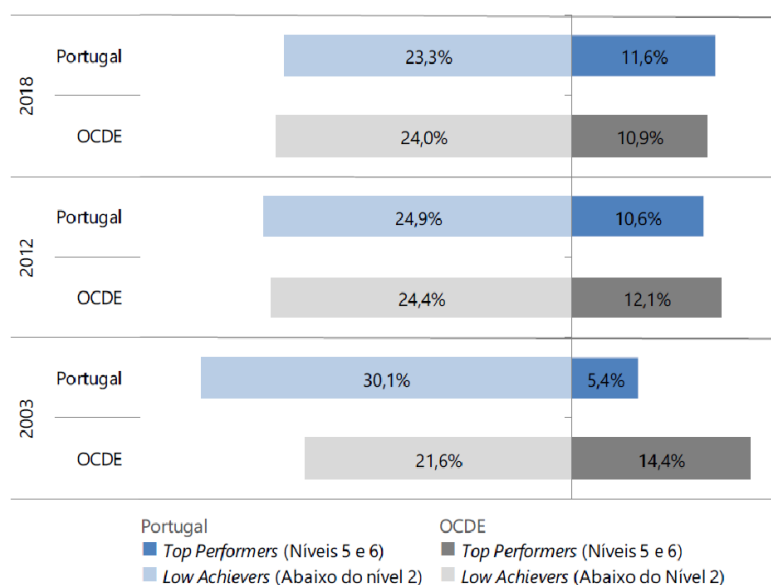


Figura 36 – Gráfico das percentagens de alunos *top performers* e de alunos *low achievers* em Matemática, no PISA – 2003, 2012 e 2018. (Lourenço et al., 2019, p. 88)

No PISA 2018, o estatuto socioeconómico e cultural dos alunos portugueses foi um forte indicador do seu desempenho em qualquer dos domínios: Leitura, Matemática e Ciências. Sendo a leitura o domínio principal em 2018, os alunos socioeconomicamente e culturalmente mais favorecidos tiveram em média um resultado superior aos alunos menos favorecidos em 95 pontos nos testes deste domínio (OECD, 2019c). Já no PISA 2012, em que a Matemática foi o domínio principal, foi identificada uma forte relação entre o estatuto socioeconómico e o desempenho dos alunos portugueses, apesar da diferença dos resultados em Matemática entre os alunos mais favorecidos e os menos favorecidos ter sido apenas de 35 pontos (OECD, 2013).

8.2.1.3. Conclusões globais do estudo PISA

No PISA foram estudadas as relações entre os resultados que os alunos obtiveram nos testes e os dados recolhidos nos questionários efetuados a alunos, encarregados de educação, professores e diretores de escolas. Desse estudo emergiram recomendações dirigidas a todos os intervenientes dos sistemas educativos. Seleccionámos aqui algumas das que considerámos mais relevantes.

i) Tempo que os alunos gastam a estudar

O tempo que os alunos gastam a estudar e o modo como o fazem têm sido aspetos estudados no PISA com o objetivo de tentar dar resposta a questões como: Qual o número de horas que os alunos devem estar nas aulas? Quanto tempo devem despende com os trabalhos de casa e as aulas de apoio? A repetição de anos é a melhor forma de ajudar alunos com dificuldades?

Ficam aqui algumas das recomendações do PISA a este respeito, que chamam a atenção para o facto de que o aumento do tempo gasto a estudar não ser suficiente para melhorar a aprendizagem dos alunos, havendo muito outros fatores a ter em conta, nomeadamente os professores, os ambientes de aprendizagem e a cooperação entre os alunos. Realçam também que a repetição de ano não parece ser o modo mais eficiente para ajudar os alunos com dificuldades:

Quando se trata de aprender, é a qualidade das aulas na escola e a atitude do aluno em relação à aprendizagem o que mais conta, não o número de horas que o aluno gasta a estudar. (OECD, 2011, p. 4)

Há uma quantidade de tempo de aulas que é um pré-requisito para a aprendizagem e a igualdade na educação, mas aumentar simplesmente o número de horas que os alunos permanecem nas aulas não ajuda automaticamente os alunos a melhorarem o seu desempenho. As escolas e os sistemas educativos devem assegurar que a duração adequada das aulas deve ser combinada com escolhas curriculares certas, professores de elevada competência e ambientes de aprendizagem favoráveis. (OECD, 2015b, p. 4)

Para ajudar os alunos a não gastarem uma quantidade de tempo desproporcionado a fazer trabalhos de casa, frequentando aulas adicionais e estudando depois da escola, os políticos, as escolas, os professores, os pais e os alunos, devem redobrar os seus esforços para fazer com que o tempo de aprendizagem dos alunos dentro da escola seja mais produtivo. (OECD, 2017c, p. 5)

A cooperação entre os alunos, independentemente da boa relação com os professores está associada ao melhor desempenho dos alunos e ao seu bem-estar. (Schleicher, 2019, p. 51)

A repetição de anos pode não ser o modo mais eficiente de ajudar os alunos mais fracos a ultrapassar as suas dificuldades, assim como pode vir a reforçar as desigualdades socioeconómicas. Disponibilizar tempos extras com professores a alunos que tenham ficado para trás, adaptar o ensino às suas necessidades de maneira a que consigam alcançar os seus colegas e canalizar objetivamente os seus esforços para onde eles têm mais necessidade é um caminho muito melhor para apoiar os alunos com dificuldades de aprendizagem e problemas de comportamento. (OECD, 2014c, p. 4)

ii) Ansiedade e motivação dos alunos

Nos PISA 2012 e 2015 a ansiedade e a motivação dos alunos foram estudadas procurando-se possíveis relações com o seu desempenho nos testes do PISA. Os resultados apontam para que alunos que recebem feedback dos seus professores são menos ansiosos e quando motivados obtêm melhores resultados:

Os educadores deveriam estar preocupados por a maioria dos alunos sentir ansiedade relativamente à Matemática. Professores que usam práticas formativas, tais como dizer aos estudantes o que fazem bem nas aulas de Matemática, dando feedback sobre os seus pontos fortes e os seus pontos fracos em Matemática e dizendo-lhes o que têm de fazer para melhorarem o seu desempenho, ajudam os alunos a tornarem-se menos ansiosos. (OECD, 2015a, p. 4)

Em quase todos os países que participaram no PISA, os alunos de 15 anos que afirmaram ter uma grande motivação conseguiram também melhores resultados no PISA. (Mo, 2019, p. 2)

iii) O papel dos pais na escola

O envolvimento dos pais na escola foi relacionado com o desempenho dos alunos no PISA 2018, tendo ficado evidenciada a sua relevância para a melhoria dos resultados dos alunos:

O PISA conclui que o envolvimento dos pais na educação dos seus filhos está positivamente associado com o seu melhor desempenho. (...) Tendo em conta estes resultados, os diretores e os educadores podem, talvez, fazer mais para acolher os pais trabalhadores, para que todos - escolas, professores, alunos e mesmo os pais - possam beneficiar dum maior envolvimento dos pais nas atividades da escola. (Schleicher, 2019, p. 49)

iv) Igualdade de oportunidades na educação

A igualdade de oportunidades para todos os alunos também é salientada nos estudos do PISA, destacando-se a necessidade de o ensino em turmas heterogéneas dever ser acompanhado dos recursos adequados a disponibilizar aos professores. Ainda a este respeito e tendo por base os dados do PISA 2018, identificam que nos países com melhores desempenhos os alunos têm oportunidades semelhantes, frequentando, todos, escolas com exigências curriculares idênticas.

Dar a todos os alunos oportunidades semelhantes para aprenderem Matemática complexa é a estratégia essencial para combater desempenhos baixos e aumentar a igualdade. (...) Os professores precisam de ter recursos, ferramentas pedagógicas e condições para ensinar turmas efetivamente heterogéneas e proporcionar apoio suplementar a alunos com dificuldades. (OECD, 2016b, p. 4)

Um dos padrões observados entre os países com melhores desempenhos é a mudança gradual de um sistema no qual os estudantes são estratificados em diferentes tipos de escolas secundárias, com currículos exigindo vários níveis de capacidades cognitivas, para um sistema no qual todos os alunos vão para escolas secundárias com exigências curriculares semelhantes. (Schleicher, 2019, p. 38)

v) Frequência da Educação Pré-escolar

No que se refere à frequência da Educação Pré-escolar, existem evidências nos dados do PISA 2009 e do PISA 2012 que nos permitem afirmar que os alunos que frequentaram a Educação Pré-escolar, qualquer seja o seu nível socioeconómico, têm melhores resultados nos testes do PISA:

Os resultados do PISA mostram consistentemente que os alunos com 15 anos, independentemente do seu nível socioeconómico, que frequentaram pelo menos um ano a Educação Pré-escolar têm melhor desempenho em Matemática do que os que não a frequentaram. (...) Um investimento na educação dos primeiros anos, tanto para os pais como para os governos, trará bons resultados no futuro para toda a vida. (OECD, 2014b, p. 4)

vi) Professores e formação

A formação de professores também foi um dos aspetos analisados no PISA 2015, relacionando o facto de os países cujos alunos obtiveram melhores desempenhos investirem numa formação contínua de qualidade:

Os países com melhores desempenhos tentam desde cedo atrair os candidatos mais promissores para a profissão de professor, mas também compreendem que o talento pode e deve ser alimentado através de formação contínua de alta qualidade. Estes países ambicionam aperfeiçoar o conhecimento de base dos professores, melhorar as suas qualificações profissionais e envolvê-los em atividades de desenvolvimento profissional, em particular atividades colaborativas entre professores. (OECD, 2017b, p. 5)

vii) Resolução de problemas e memorização

No PISA 2012 a resolução de problemas foi um dos aspetos testados, inferindo-se dos resultados a necessidade de confrontar os alunos com problemas em contextos da vida real e de subvalorizar a memorização especialmente quando está em causa a resolução de problemas complexos:

Nos países e economias melhor classificados no PISA no que se refere à capacidade de resolução de problemas, os estudantes não aprendem somente o currículo obrigatório, mas aprendem também a transformar problemas da vida real em oportunidades de aprendizagem – procurando soluções de modo criativo e raciocinando propositadamente fora do contexto escolar. (OECD, 2014a, p. 4)

Memorizar como estratégia de aprendizagem pode funcionar com problemas fáceis, mas é pouco provável que seja eficiente se for a única estratégia usada quando se resolvem problemas complexos de Matemática. (...) Alunos com 15 anos para terem um desempenho de alto nível precisam de aprender Matemática duma maneira mais reflexiva, criativa e ambiciosa, que envolve explorar caminhos alternativos para encontrar soluções, fazer conexões, adotando diferentes perspetivas e procurando interpretações com significado. (OECD, 2016a, pp. 1 e 4)

viii) Atitudes de colaboração

Em 2015 foi introduzido o domínio “resolução de problemas em colaboração” com o objetivo de avaliar as competências colaborativas que são mobilizadas para resolver situações para as quais o processo de resolução não seja óbvio. Do estudo realizado evidencia-se alguns aspetos que podem contribuir para melhorar as competências de colaboração dos alunos, nomeadamente expor os alunos à diversidade na sala de aula, fomentar atitudes positivas na escola, proporcionar formação aos professores, envolver os pais:

Os resultados também demonstram que a exposição à diversidade na sala de aula está associada a melhores competências em matéria de colaboração. Este relatório também mostra que fomentar relações positivas na escola pode beneficiar as competências dos estudantes na resolução de problemas em colaboração, assim como as suas atitudes relativamente à colaboração (...). As escolas podem organizar atividades sociais para fomentar relações construtivas e o aproveitamento escolar, proporcionar formação aos professores sobre gestão da sala de aula, (...). Os pais também podem marcar a diferença, dado que a colaboração começa em casa. (OECD, 2017a, p. 3)

Em síntese, os estudos do PISA fazem-nos refletir sobre o que pode ser relevante para a melhoria das aprendizagens dos nossos alunos. Dão relevo, por exemplo, à necessidade de proporcionar aos alunos uma diversidade de situações em sala de aula, transformar situações da vida real em oportunidades para aprenderem e tornar a aprendizagem da Matemática mais reflexiva, criativa e ambiciosa. A igualdade de oportunidades para todos os alunos também aqui é destacada, sugerindo-se um apoio efetivo aos alunos com dificuldades, adaptando o ensino às suas necessidades, disponibilizando tempo extra aos professores e alunos e não a sua retenção ou o encaminhamento para percursos com currículos onde se exigem apenas, capacidades cognitivas de baixo nível. Chamam igualmente a atenção para o que pode contribuir para promover essas melhorias, nomeadamente os ambientes de aprendizagem favoráveis, fomentando a cooperação entre os alunos, o envolvimento dos pais nas atividades da escola, os recursos disponíveis indispensáveis e professores com uma competência elevada, a quem deve ser disponibilizada uma formação de alta qualidade e encorajado o trabalho colaborativo entre pares.

8.2.2. TIMSS

O Trends in International Mathematics and Science Study⁹⁵ (TIMSS) é um estudo internacional, promovido pela International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), que avalia o desempenho de alunos dos 4.º e 8.º anos de escolaridade em Matemática e em Ciências.

A IEA é uma cooperativa internacional independente, sediada na Alemanha e na Holanda, constituída por organizações públicas e privadas a atuar na área da investigação educacional. Esta cooperativa promove estudos comparativos, em larga escala, do desempenho educacional e de outros aspetos da educação, com o objetivo de compreender os efeitos das políticas e práticas na evolução dos sistemas educativos dos países participantes.

Em 2015 realizou-se a 6.ª edição do TIMSS, estudo iniciado em 1995 e que se realiza de quatro em quatro anos. Portugal integrou o conjunto de 46 países que participaram na primeira edição, tendo nesse estudo sido avaliados alunos dos 3.º e 4.º anos e dos 7.º e 8.º anos. Portugal voltou a participar somente em 2011 e em 2015, tendo sido avaliados nestes dois anos apenas alunos portugueses do 4.º ano de escolaridade. No TIMSS 2015 participaram 56 países e regiões, de todo o mundo, estando envolvidos neste estudo mais de 300 mil alunos, dos quais cerca de 5000 (1,7%) foram portugueses.

Para a realização deste estudo, são definidos os processos de amostragem para a seleção das escolas e dos alunos envolvidos, bem como os referenciais de avaliação para a conceção dos testes, tendo em consideração os currículos nacionais. Para além das respostas aos testes, é recolhido um conjunto de informações através de questionários dirigidos aos alunos, aos pais/encarregados de educação, aos professores e aos diretores de escolas que permite contextualizar e contribuir para explicar os resultados obtidos por cada país.

8.2.2.1. Referencial de avaliação

O TIMSS segue um modelo curricular em que são considerados três níveis na sua definição e gestão: i) o currículo prescrito no contexto nacional, social e educacional; ii)

⁹⁵ Nos primeiros anos intitulava-se Third International Mathematics and Science Study

o currículo implementado, no contexto da escola, do professor e da sala de aula; iii) e o currículo aprendido, ao nível dos resultados e características dos alunos. A partir desta visão de currículo são compiladas informações de cada país participante sobre as políticas educativas e os programas curriculares. Tendo por base os currículos nacionais são escolhidos os conteúdos e as dimensões cognitivas que são objeto da avaliação, partindo do princípio que a aprendizagem da Matemática e das Ciências é essencial na formação dos indivíduos (Mullis & Martin, 2013).

Segundo os mesmos autores, o quadro conceptual de avaliação do TIMSS está organizado em duas dimensões: áreas de conteúdo e dimensões cognitivas. Mais concretamente, para o 4.º ano de escolaridade, as áreas de conteúdo são Números, Formas geométricas e Medida e Apresentação de dados. Já as dimensões cognitivas são três: conhecer, aplicar e raciocinar.

Na definição deste quadro concetual, o TIMSS realça o facto de os alunos, para além de dominarem os conteúdos matemáticos, terem a necessidade de desenvolver um conjunto de competências cognitivas, que desempenham um papel crucial na avaliação realizada neste estudo (Mullis & Martin, 2013). Descrevem-se nos parágrafos seguintes estas dimensões cognitivas, tendo por base o mesmo documento.

A dimensão conhecer abrange os factos, os conceitos e os procedimentos. Estão associadas a esta dimensão as seguintes competências: lembrar, reconhecer, classificar/ordenar, calcular, extrair (informação) e medir. Considera-se que a facilidade de raciocinar perante situações matemáticas depende da familiaridade que se tem com os conceitos matemáticos e também da destreza com que se utilizam os procedimentos matemáticos. Entende-se o conhecimento matemático como o alicerce do pensamento matemático.

A dimensão aplicar diz respeito à capacidade dos alunos utilizarem os conhecimentos que possuem e a sua compreensão dos conceitos na resolução de problemas e nas respostas às questões. A esta dimensão está associado: determinar, representar/modelar e implementar. Neste domínio, a resolução de problemas é central, podendo escolher-se contextos da vida real ou puramente matemáticos. A representação de ideias aqui é entendida como o núcleo do pensamento matemático e da comunicação, entendendo-se que a criação de representações equivalentes é fundamental para se compreender qualquer assunto.

A dimensão raciocinar abrange encontrar soluções para problemas complexos, envolvendo situações novas ou menos comuns. A esta dimensão está associado: analisar, integrar/sintetizar, avaliar, formular conclusões, generalizar e justificar. Raciocinar matematicamente envolve pensamento lógico e sistemático e inclui raciocínio intuitivo e indutivo baseado em padrões e regularidades que podem ser usados na resolução de problemas. Raciocinar envolve a capacidade de observar e formular conjecturas, realizando deduções lógicas baseadas em suposições e regras, e justificar os resultados.

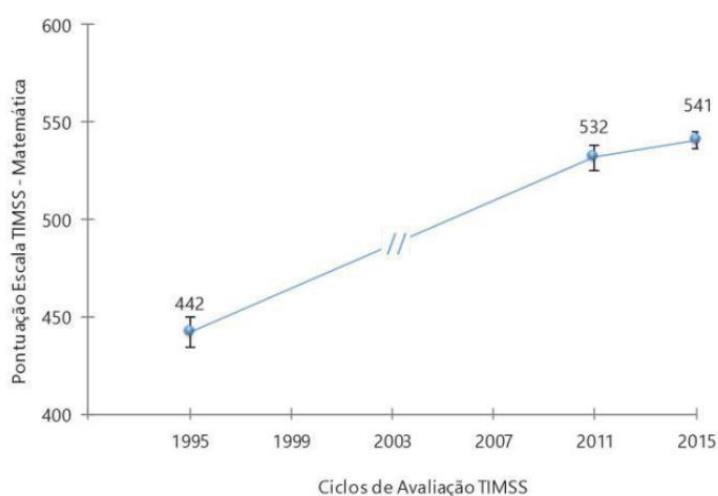
O TIMSS definiu ainda níveis de desempenho de referência com o objetivo de dar mais informação, estabelecendo uma correspondência entre as pontuações obtidas e os conhecimentos e competências dos alunos. Assim, consideraram quatro níveis de desempenho: baixo, intermédio, elevado e avançado. A título de exemplo, consideraram que no nível avançado, os alunos do 4.º ano devem ser capazes de: aplicar a sua compreensão e os seus conhecimentos numa variedade de situações relativamente complexas e explicar o seu raciocínio; resolver uma variedade de problemas de vários passos envolvendo números inteiros; mostrar uma melhor compreensão das frações e dos números decimais; aplicar os seus conhecimentos em situações que envolvem formas geométricas de duas e três dimensões; interpretar e representar dados para resolver problemas de vários passos (Mullis, Martin, Foy & Hooper, 2016a).

Segundo os mesmos autores, no TIMSS é feito um grande esforço para assegurar que a comparação entre os desempenhos dos alunos dos vários países seja, o mais possível, justa e equitativa. O referencial de avaliação é desenhado de modo a especificar os aspetos mais importantes que devem fazer parte da avaliação do desempenho dos alunos em Matemática, o que é realizado com a concordância dos países participantes. Para esse efeito, os itens de avaliação são desenvolvidos em estreita colaboração com os representantes nacionais e são escolhidos especialistas de cada país para realizarem revisões desses itens. Apesar do esforço de concertação, existem ainda itens que fazem parte do teste do TIMSS que avaliam tópicos menos familiares a alguns alunos de alguns países. No entanto, foi realizado um trabalho, em colaboração com especialistas dos países participantes, de análise dos seus currículos em comparação com os itens dos testes que mostra que as diferenças que existem entre os vários países não impossibilitam a comparação do desempenho dos alunos dos diversos países (Mullis et al., 2016).

8.2.2.2. Resultados dos alunos portugueses

Portugal só participou no TIMSS com alunos do 8.º ano em 1995 e com alunos do 4.º ano em 1995, 2011 e 2015. Em 1995, os alunos portugueses do 8.º ano obtiveram a pontuação média de 423 pontos, que foi a quarta pontuação média mais baixa entre os países participantes. Não existem mais dados relativos a participações no TIMSS, no que respeita a alunos deste ano de escolaridade.

No que se refere ao 4.º ano, a figura 37 apresenta um gráfico com a pontuação média dos resultados dos alunos portugueses nas três edições do TIMSS em que estiveram presentes.



Nota: As barras de erro representam os intervalos de confiança a 95% para a média

Figura 37 – Gráfico dos resultados médios, no TIMSS, em Matemática em Portugal (Marôco, Lourenço, Mendes & Gonçalves, 2016a, p. 38)

Como se pode observar na figura 37, os alunos em Matemática no 4.º ano obtiveram, em 1995, 442 pontos e, passados 16 anos, 532 pontos, o que representa uma taxa média de variação de 22,5 pontos por ciclo (período de quatro anos), enquanto que de 2011 para 2015, se verifica uma subida de 9 pontos, tendo ultrapassado o ponto central (500 pontos) da escala da Matemática nas duas últimas edições. Portugal é o país que apresenta uma maior progressão global comparando 1995 e 2015, de entre os países que participaram nestes dois ciclos (Marôco et al., 2016a).

No que se refere aos níveis de desempenho (quadro 33), Portugal também obteve subidas muito relevantes. Em 1995, só 1% dos alunos atingiu o nível avançado (625 pontos), já em 2011, 8% dos alunos atingiram este nível e, em 2015, 12%. No que se

refere ao valor de referência que foi considerado de desempenho baixo (400 pontos) em 1995, 30% dos alunos portugueses ficaram abaixo dele e em 2011 e 2015 apenas 3% dos alunos não atingiram este limiar.

Quadro 30 - Percentagens de alunos que alcançaram os níveis de desempenho elevado e baixo em Matemática, entre os países melhor classificados (adaptado de Mullis et al., 2016a, pp. 50-51)

Country	Advanced International Benchmark (625)					Low International Benchmark (400)				
	Percent of Students					Percent of Students				
	2015	2011	2007	2003	1995	2015	2011	2007	2003	1995
Singapore	50	43	41	38	38	99	99	98	97	96
Hong Kong SAR	45	37	40	22	17	100	99	100	99	97
Korea, Rep. of	41	39			25	100	100			99
Chinese Taipei	35	34	24	16		100	99	99	99	
Japan	32	30	23	21	22	99	99	98	98	98
Northern Ireland	27	24				97	96			
Russian Federation	20	13	16	11		98	97	95	95	
England	17	18	16	14	7	96	93	94	93	82
Kazakhstan	16	7				96	88			
United States	14	13	10	7	9	95	96	95	93	92
Ireland	14	9			10	97	94			91
Hungary	13	10	9	10	11	92	90	88	94	91
Portugal	12	8			1	97	97			70
Denmark	12	10	7			96	97	95		
Serbia	10	9				91	90			
Lithuania	10	10	10	10		96	96	94	96	
Belgium (Flemish)	10	10		10		99	99		99	
Cyprus	10			8	5	93			89	79
Australia	9	10	9	5	6	91	90	91	88	86
Finland	8	12				97	98			

8.2.2.3. Algumas conclusões

No TIMSS foram relacionados os resultados que os alunos obtiveram nos testes internacionais com algumas informações recolhidas nos questionários realizados aos alunos, pais/encarregados de educação, professores e diretores das escolas. Das conclusões desse estudo, selecionámos algumas por as considerarmos mais relevantes para o presente relatório:

i) Ambiente de apoio à aprendizagem em casa

Foi verificada uma relação positiva entre o ambiente de apoio e os recursos que os alunos têm em casa com o seu desempenho nos testes do TIMSS 2015:

Os alunos cujos pais afirmam possuir muitos recursos em casa para a aprendizagem têm melhores desempenhos que os alunos cujos pais afirmam possuir alguns ou poucos recursos. (Mullis et al., 2016a, p. 97)

Os alunos cujos pais afirmam terem gasto muitas vezes tempo em atividades de literacia e numeracia com os seus filhos antes da Educação Pré-escolar tiveram um alto do desempenho nos testes do TIMSS. (Mullis et al., 2016a, p. 97)

Na figura 38 apresentamos um gráfico que relaciona a média dos resultados em Matemática com a média dos recursos para aprendizagem que os alunos têm em casa.

Constata-se que os alunos portugueses estão um pouco abaixo do valor médio da quantidade de recursos para a aprendizagem que têm em casa e estão bastante acima da média nos resultados que tiveram em Matemática no teste do TIMSS 2015.

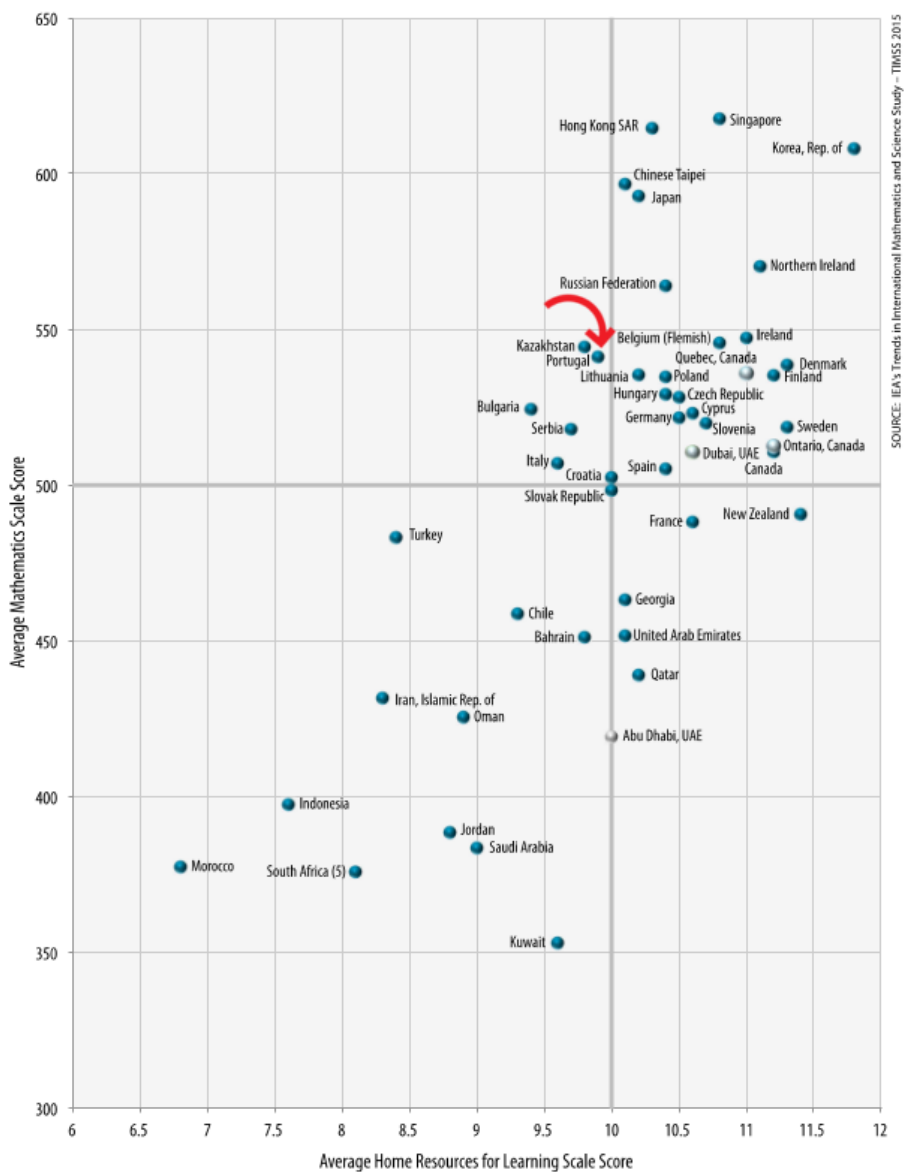


Figura 38 – Gráfico das médias dos resultados em Matemática no TIMSS 2015 confrontada com as médias dos recursos existentes em casa para promover a aprendizagem (Adaptado de Mullis et al., 2016a, p. 101)

ii) Frequência da Educação Pré-escolar

Verifica-se uma relação positiva entre a frequência na Educação Pré-escolar e os resultados obtidos no teste de Matemática no TIMSS 2015, considerando todos os países participantes. Os alunos que frequentaram a Educação Pré-escolar durante três ou mais anos obtiveram uma média de 512 pontos em Matemática, enquanto os que não frequentaram obtiveram uma média de 466 pontos (figura 39).

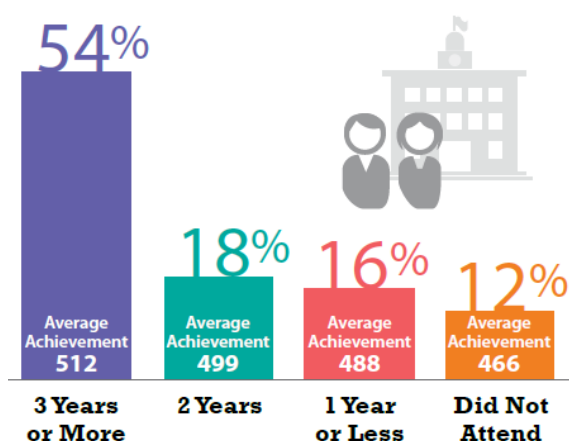


Figura 39 – Gráfico com a relação entre os anos de frequência na Educação Pré-escolar e os resultados a Matemática no TIMSS 2015 (Mullis et al., 2016a, p. 97)

“Há uma relação positiva, no que se refere aos alunos do 4.º ano, entre o número de anos que frequentaram a Educação Pré-escolar e a média dos seus resultados a Matemática no TIMSS 2015” (Mullis et al., 2016a, p. 97).

iii) Tempo de aulas

O tempo de ensino continua a ser crucial, pois é entendido como uma oportunidade para os alunos aprenderem, apesar de haver muitos fatores que também influenciam a eficiência de um sistema educativo. Há grandes diferenças entre os vários países no que se refere ao número de horas que são gastas por ano para o ensino da Matemática. A média de horas gastas por ano para o ensino da Matemática no 4.º ano, considerando todos os países participantes no TIMSS 2015, é de 157 horas, sendo a média anual em Portugal de 257 horas (figura 40), país que regista mais horas de ensino neste ano de escolaridade (Mullis et al., 2016a). Não existem dados que relacionem o número de horas despendidas no ensino com os resultados obtidos pelos alunos no teste do TIMSS 2015.

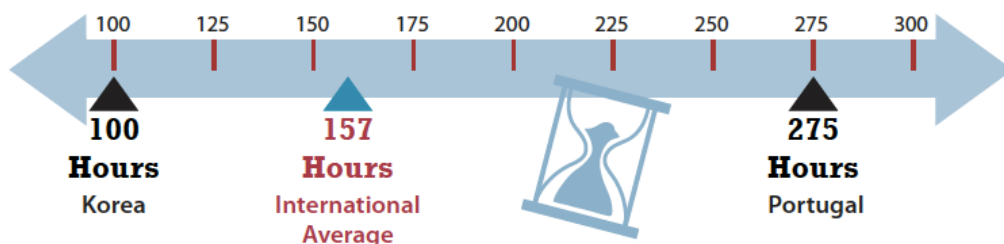


Figura 40 - Número de horas gastas no ensino da Matemática no 4.º ano, TIMSS 2015 (Mullis et al., 2016a, p. 173)

iv) Recursos

A quantidade de recursos disponível para o ensino da Matemática também foi relacionada com os resultados dos testes no TIMSS 2015. Em conformidade com os dados da figura 41, os alunos não afetados pela escassez de recursos (27%) obtiveram a média de 519 pontos nos testes, enquanto os alunos muito afetados pela escassez de recursos (4%) obtiveram 466 pontos.

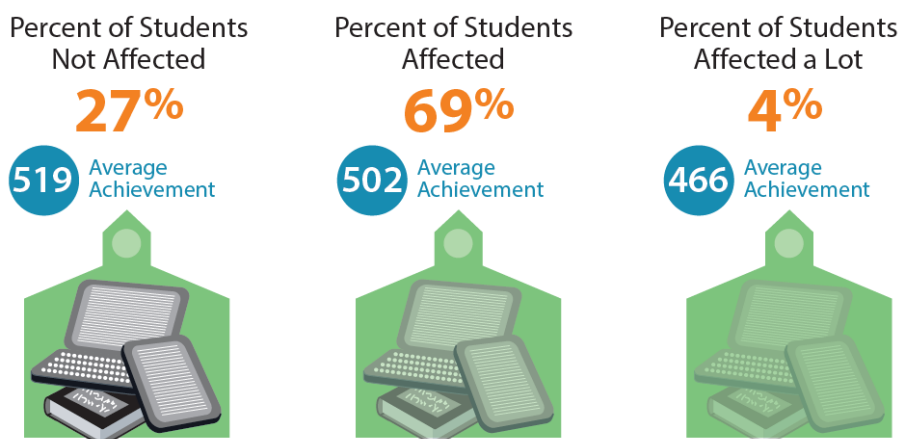


Figura 41 - Relação entre os alunos afetados pela escassez de recursos e os resultados a Matemática no TIMSS 2015 (Mullis et al., 2016a, p. 117)

v) Computadores no ensino

Segundo Mullis e colegas (2016a), existe um debate continuado sobre o papel da tecnologia na educação, particularmente nas aulas de Matemática. Nos questionários do

TIMSS 2015 realizados aos professores, existe uma grande variação entre os diversos países quanto à disponibilidade de computadores para uso nas aulas de Matemática. A média internacional é de 37%, variando entre 3% e 89%. Em Portugal este valor foi de 20%.

Ainda segundo os mesmos autores, considerando todos os países participantes no TIMSS 2015, em média, mais de um quarto dos alunos do 4.º ano usaram computadores mensalmente para várias atividades. Em Portugal, este número é um pouco mais baixo, registando-se 13% para explorar conceitos e princípios matemáticos, 15% para a prática de procedimentos e 17% para procurar ideias e informação.

Com estes resultados do TIMSS 2015 fica evidenciada a importância dum ambiente de apoio em casa favorável à aprendizagem, bem como, a necessidade de frequência da Educação Pré-escolar por todos os alunos. Os recursos existentes nas escolas para o ensino da Matemática foram também aqui salientados como um aspeto a ter em conta quando se pretende melhorar as aprendizagens dos alunos.

8.2.3. TIMSS *Advanced*

O *Advanced Trends in International Mathematics and Science Study – Advanced* (TIMSS *Advanced*) é um estudo internacional, conduzido pela International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), à semelhança do que acontece com o TIMSS. Avalia conhecimentos e competências de Matemática e Física em alunos que estão a frequentar o último ano do Ensino Secundário em cursos científico-humanísticos e que têm estas disciplinas.

O TIMSS *Advanced* já ocorreu três vezes, em 1995, em 2008 e em 2015. Nesta última edição participaram 9 países, entre os quais, pela primeira vez, Portugal. Estiveram envolvidos, no TIMSS *Advanced* 2015, 56 000 alunos, dos quais 32 000 em Matemática, sendo destes cerca de 4 000 (12,5%) portugueses.

Para a realização deste estudo foram definidos os processos de amostragem para a seleção das escolas e dos alunos envolvidos, semelhantes aos implementados no TIMSS 4.º ano, ressaltando duas amostras diferentes, pois nem todos os alunos que têm Matemática A também têm Física, disciplina opcional do 12.º ano. Para além dos testes,

foram recolhidas outras informações através de questionários dirigidos aos alunos, aos pais/encarregados de educação e aos professores, permitindo contextualizar e contribuir para explicar os resultados obtidos por cada país (Marôco, Lourenço, Mendes & Gonçalves, 2016b).

8.2.3.1. Quadro concetual e currículos

Os testes do TIMSS *Advanced* avaliam os domínios curriculares, num quadro de referência estabelecido colaborativamente pelos países participantes, sendo que a tradução, adaptação, aplicação dos testes e a codificação das respostas é feita de forma a assegurar tanto a comparabilidade entre países como com as edições anteriores. Os currículos dos vários países participantes cobrem quase a totalidade do quadro de referência do TIMSS *Advanced*, variando entre 91% e 99%. O currículo português está coberto em 93%. Estas diferenças curriculares não alteram significativamente as estimativas dos desempenhos médios dos países relativamente ao resultado do conjunto de todos os participantes, pelo que a comparação de resultados entre os vários países não é afetada pelas diferenças curriculares que se verificam (Marôco et al., 2016b).

O quadro concetual do TIMSS *Advanced* contempla as áreas de conteúdo e as dimensões cognitivas que foram selecionadas de modo a refletir os currículos, os padrões de desempenho e os quadros concetuais dos sistemas educativos dos países participantes. Em Matemática, as áreas de conteúdo são: i) Álgebra, que abrange as expressões e operações, equações e inequações, e funções; ii) Cálculo, que abrange os limites, derivadas e integrais; e iii) Geometria, que abrange Geometria sem coordenadas e com coordenadas, e Trigonometria (Mullis & Martin, 2014).

Segundo Marôco e colegas (2016b), o programa de Matemática A cobre quase todos os conteúdos incluídos nos testes do TIMSS *Advanced*. Apenas não fazem parte dos temas estudados pelos alunos portugueses, o tópico Integrais da área do Cálculo e alguns teoremas do tópico de Trigonometria.

As dimensões cognitivas em Matemática são três: conhecer, aplicar e raciocinar. Estas dimensões pretendem clarificar os processos de pensamento dos alunos que são esperados quando confrontam a resolução de itens no teste do TIMSS. Assim, a primeira dimensão, conhecer, diz respeito à capacidade de lembrar e reconhecer factos, procedimentos e conceitos que são o fundamento do pensamento matemático. A











segunda dimensão, aplicar, centra-se no uso desse conhecimento para modelar e implementar estratégias para resolver problemas, em variados contextos. Por último, a terceira dimensão, raciocinar, inclui analisar, sintetizar, generalizar e justificar através de argumentos e provas matemáticas (Mullis & Martin, 2014).


Tal como no TIMSS do 4.º ano, também no TIMSS *Advanced* foram definidos níveis de desempenho para clarificar o modo como os alunos são capazes de demonstrar a sua proficiência, tanto no que se refere às áreas de conteúdo, como às dimensões cognitivas. Os níveis de desempenho definidos foram: intermédio, elevado e avançado. A título de exemplo, os alunos que atingem o nível avançado demonstram compreensão aprofundada dos conceitos, mestria no uso de procedimentos e competências de raciocínio matemático. São capazes de resolver problemas, em contextos complexos, em álgebra, cálculo, geometria e trigonometria (Mullis, Martin, Foy & Hooper, 2016b).


8.2.3.2. Resultados dos alunos portugueses

Como se pode observar no quadro 34, Portugal obteve 482 pontos na avaliação de Matemática no TIMSS *Advanced* 2015, tendo ficado em quinto lugar entre os dez⁹⁶ participantes e 18 pontos abaixo do ponto central da escala TIMSS (500 pontos).

Quadro 31 - Distribuição dos resultados em Matemática, TIMSS *Advanced* 2015 (Mullis et al., 2016b, p. 16)

Country	Advanced Mathematics Average Scale Score
Russian Federation 6hr+	540 (7.8) 
‡ Lebanon	532 (3.1) 
TIMSS Scale Centerpoint	500
‡ United States	485 (5.2) 
Russian Federation	485 (5.7) 
† Portugal	482 (2.5) 
France	463 (3.1) 
Slovenia	460 (3.4) 
Norway	459 (4.6) 
Sweden	431 (4.0) 
Italy	422 (5.3) 

Country average significantly higher than TIMSS scale centerpoint 

Country average significantly lower than TIMSS scale centerpoint 

⁹⁶ A Federação Russa participou com duas populações de alunos, uma delas com alunos numa via de ensino que frequentam seis ou mais horas de aulas de Matemática por semana.

Tendo em atenção as áreas de conteúdo em Matemática, os alunos portugueses apresentaram melhores desempenhos em Álgebra e piores desempenhos em Geometria, seguindo a tendência internacional (Mullis et. al, 2016b).

No que se refere aos níveis de desempenho, 2% dos alunos portugueses atingiram o nível avançado (625 pontos), 18% o nível elevado (550 pontos) e 54% o nível intermédio (475 pontos) e os restantes (46%) ficaram abaixo deste nível (figura 42).

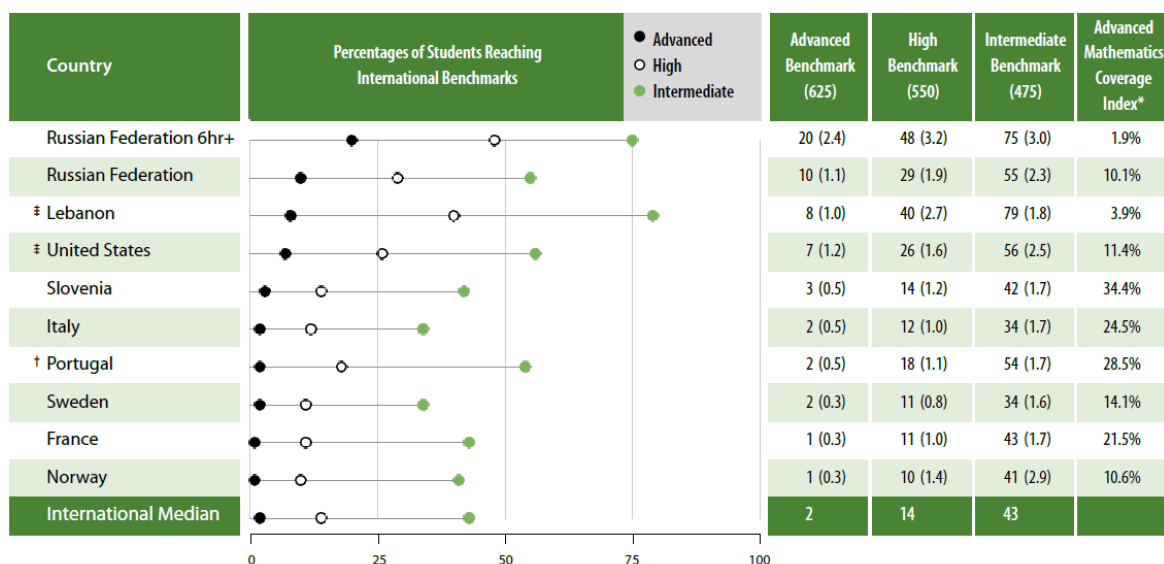


Figura 42 - Percentagem de alunos por níveis de desempenho em Matemática, TIMSS *Advanced* 2015 (Mullis, et al., 2016b, p. 30)

8.2.3.3. Algumas conclusões

No TIMSS *Advanced* 2015, os dados recolhidos nos questionários aos alunos, pais/encarregados de educação e professores foram relacionados com os resultados obtidos nos testes pelos alunos dos vários países. Dessas conclusões seleccionámos algumas por as considerarmos mais relevantes no presente relatório:

i) Tempo de ensino

Verifica-se uma grande variação, entre os vários países, no que se refere ao número de horas anuais atribuídas ao ensino da Matemática (de 130 horas em Itália e na Eslovénia a 242 horas no Líbano). Portugal regista 186 horas o que é um pouco acima (15 horas — quase 10%) da média internacional, 171 horas (Mullis et. al, 2016b).

ii) *Estudo fora da escola*

A partir dos dados recolhidos no TIMSS *Advanced* 2015 constatou-se que quase todos os alunos fazem trabalhos de casa (93% média internacional, 96% para Portugal). Uma larga percentagem de alunos de Matemática tem *extra tutoring*, que significa explicações fora da escola.

Em Portugal 61% dos alunos afirma ter explicações fora da escola, o que é mais do dobro da média internacional (30%, quadro 35), sendo apenas ultrapassado pela Federação Russa. Os alunos que não têm explicações têm, em média, melhores resultados nos testes do TIMMS *Advanced* 2015 do que os que recorrem a este tipo de apoio, sendo esta uma tendência verificada na globalidade dos países e também em Portugal (média internacional de 478 e 441, respetivamente, em Portugal 491 e 477) (Mullis et al., 2016b).

Quadro 32 - Percentagem de alunos que têm explicações em Matemática fora da escola, TIMSS *Advanced* 2015 (Mullis et al., 2016b, p. 121)

Country	Students Did Not Attend Extra Tutoring		Students Attended Extra Tutoring	
	Percent of Students	Average Achievement	Percent of Students	Average Achievement
France	65 (1.0)	476 (3.2)	35 (1.0)	438 (3.6)
Italy	67 (1.2)	434 (5.7)	33 (1.2)	397 (6.4)
Lebanon	84 (1.4)	540 (3.0)	16 (1.4)	494 (5.5)
Norway	93 (0.8)	462 (4.6)	7 (0.8)	428 (7.8)
Portugal	39 (1.5)	491 (3.4)	61 (1.5)	477 (2.6)
Russian Federation	33 (1.3)	491 (7.3)	67 (1.3)	482 (5.5)
Russian Federation 6hr+	38 (2.8)	553 (8.6)	62 (2.8)	533 (8.7)
Slovenia	70 (1.2)	481 (3.3)	30 (1.2)	414 (5.1)
Sweden	89 (0.7)	438 (4.0)	11 (0.7)	379 (7.5)
United States	88 (0.9)	489 (5.4)	12 (0.9)	462 (7.6)
International Avg.	70 (0.4)	478 (1.5)	30 (0.4)	441 (2.0)

Este número elevado de alunos a ter explicações a Matemática fora da escola é consonante com os dados recolhidos no relatório *Estudantes à saída do Secundário em*

2017/2018 (*Dados provisórios*) (Fernandes et al., 2019). As disciplinas às quais os estudantes recorreram a mais explicações, durante o ano letivo de 2017/2018, foram a Matemática 79,5% nos CCH e 48,7% nos CP e a Português 33,1% nos CCH e 45,7% nos CP (figura 43). Isto é, 8 em cada 10 alunos tiveram explicações à disciplina de Matemática, no decorrer deste ano letivo.

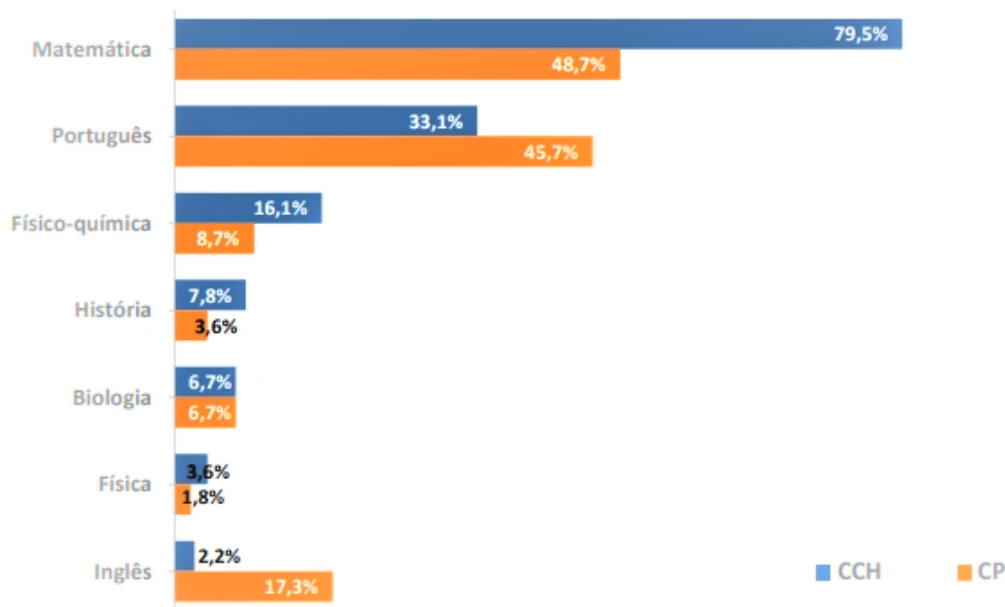


Figura 43 – Gráfico das percentagens de estudantes, por oferta de educação e formação, e disciplinas a que tiveram explicações (Fernandes et al., 2019, p. 19)

iii) Computadores no ensino

Segundo Mullis e colegas (2016b), há um debate continuado acerca do papel da tecnologia na educação e, especialmente, nas aulas de Matemática. No estudo realizado no TIMSS *Advanced* 2015 pelos mesmos autores, foi analisada a disponibilidade de acesso a tecnologia (computadores, *tablets*, calculadoras e telemóveis) nas aulas de Matemática, verificando-se que existe uma grande variação (de 49% a 100%) nessa disponibilidade entre os diversos países. A média internacional é de 78% e Portugal regista o mesmo valor. As diferenças entre os resultados nos testes do TIMSS *Advanced* 2015 dos alunos que têm acesso a tecnologia nas aulas de Matemática e os que não têm acesso são muito pequenas. Na média internacional, observou-se 472 *versus* 470 pontos e em Portugal 485 *versus* 477 pontos, havendo alguns países em que os alunos que não têm acesso a tecnologia tiveram melhores resultados do que os que têm esse acesso disponível (Mullis et al., 2016b).

Nos questionários do TIMSS *Advanced* 2015 os professores responderam que a tecnologia é usada essencialmente para: i) fazer representações de gráficos de funções (média internacional 68%, Portugal 77%); ii) resolver equações (média internacional 63%, Portugal 73%); iii) processar e analisar dados (média internacional 59%, Portugal o mesmo valor); iv) modelar e fazer simulações (média internacional 57%, Portugal 72%) (Mullis et al., 2016b).

9.

Diagnósticos e propostas para a aprendizagem e o ensino da Matemática

Neste capítulo são analisados relatórios e estudos realizados em Portugal, explicitando o diagnóstico relativo à Matemática, nos casos em que o documento analisado não incide nesta disciplina.

9.1. Diagnóstico e propostas para a Matemática escolar

O relatório *Diagnóstico e propostas para a Matemática escolar*, publicado em 1997, foi encomendado pela Secretaria de Estado da Educação ao Grupo de Trabalho para o Ensino da Matemática. O grupo era coordenado por João Pedro da Ponte e composto por oito professores⁹⁷, cinco do Ensino Superior e três dos Ensinos Básico e Secundário.

O documento está dividido em três capítulos: Diagnóstico, Recursos e Propostas.

Relativamente ao Diagnóstico são identificados constrangimentos de ordem diversa, que a seguir se explicitam.

Constrangimentos ao nível da sociedade e sistema educativo:

- As dificuldades relacionadas com a clarificação de vários elementos legislativos, constantes e decorrentes da Lei de Bases, das quais se destaca a indefinição do papel do 2.º Ciclo;
- A sobrevalorização da avaliação externa no Ensino Secundário;
- A ineficácia das medidas de apoio e remediação para alunos com dificuldades;
- A ausência de processos adequados no acompanhamento dos alunos na transição entre ciclos;

⁹⁷ João Pedro da Ponte (coord.), Arsélio Martins, Fernando Nunes, Isolina Oliveira, Jaime Carvalho e Silva, Jorge Almeida, Lurdes Serrazina e Paulo Abrantes.

- A carência de professores com habilitação profissional adequada;
- As dificuldades que se prendem com o contexto social e a representação social da disciplina, nomeadamente decorrentes da importância exagerada dos exames;
- As deficiências na formação contínua dos professores, nomeadamente na definição de objetivos claros em relação aos conteúdos, bem como a falta de valorização de modalidades de formação consideradas mais promissoras, como projetos, círculos de estudos e oficinas de formação.

Constrangimentos ao nível da escola:

- A falta de trabalho colaborativo entre os docentes, quer pela tradição da cultura profissional dos docentes, quer por falta de condições institucionais para o desenvolvimento deste tipo de trabalho;
- A falta de envolvimento dos professores no processo de construção do currículo - elaboração dos programas - e o seu posicionamento passivo em relação às diretivas emanadas pelos organismos centrais.

Constrangimentos ao nível da sala de aula:

- A falta de diversidade nas tarefas implementadas pelos professores e nos instrumentos de avaliação, enraizados em conceções e práticas profissionais marcadas por uma perspetiva estática;
- O papel central do manual como recurso educativo, sem garantias de qualidade na sua seleção e utilização por parte dos professores;
- O condicionamento das práticas e metodologias de avaliação pela avaliação externa.

No capítulo relativo aos recursos são identificadas as instituições, organizações que podem promover e apoiar o processo de melhoria no ensino da Matemática, bem como projetos e iniciativas e apresentados como exemplos de boas práticas neste processo.

As propostas que fazem parte deste documento são apresentadas com uma contextualização global, as medidas a implementar e o prazo de execução. Em particular ao nível de:

- Desenvolvimento curricular — é proposta a revisão participada dos currículos do Ensino Básico, de acordo com um plano que permita um processo participado, que inclua os processos da sua avaliação e que possa ser

sustentado até ao final do processo; a criação de um trabalho continuado de produção de materiais de apoio ao desenvolvimento curricular de iniciativa dos organismos oficiais em articulação com instituições de dinamização de projetos de investigação centrados no papel do aluno, do professor e no currículo, com vista à identificação de dados que permitam sustentar decisões futuras;

- Formação de professores — é proposto um programa de âmbito nacional, com calendarização, organização e objetivos claramente identificados e um investimento na melhoria das condições ensino-aprendizagem nas escolas, nomeadamente na criação de laboratórios de Matemática destinados ao trabalho com alunos e também na criação de espaços destinados ao trabalho colaborativo dos professores;
- Medidas de apoio às escolas e aos professores — é proposta a criação da figura de professores especialistas no Ensino Básico e Secundário com o papel de apoiar e trabalhar em conjunto com os restantes professores, e também a criação de estruturas locais de apoio pedagógico e uma estrutura central de apoio a distância, através da *Internet* (essencialmente) que permita a produção de materiais curriculares, aconselhamento e promoção de troca de informação;
- Representação social da Matemática — é proposta a criação de vários elementos exteriores à escola, como a Comissão Nacional de Matemática, conferências, exposições, programas de televisão e publicações com vista a mobilizar os professores, as escolas, e a sociedade em geral para o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à disciplina.

9.2. Matemática 2001

O estudo *Matemática 2001 – Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*⁹⁸ (APM, 1998) foi realizado por um grupo de trabalho

⁹⁸ Versão final do relatório Matemática 2001 em: http://www.apm.pt/apm/2001/2001_d.htm

criado na Associação de Professores de Matemática, coordenado por Paulo Abrantes, que integrou 16 professores⁹⁹ dos vários níveis de ensino.

Este projeto decorreu de março de 1996 a outubro de 1998 e teve como objetivo elaborar um diagnóstico e um conjunto de recomendações sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática no nosso país, dizendo respeito ao Ensino Básico e ao Ensino Secundário, abrangendo todo o território nacional. Incidiu em três aspetos essenciais: as práticas pedagógicas no ensino da Matemática, as necessidades de formação e desenvolvimento profissional dos professores, e as condições de apoio ao .

A recolha de informação teve como suporte um conjunto diversificado de fontes de informação:

- recolha e sistematização de dados e de resultados de estudos já existentes;
- recolha de bibliografia e documentos relevantes;
- reuniões com os grupos de professores de Matemática em cerca de trinta escolas;
- realização de um inquérito dirigido a professores de Matemática.

O relatório foi organizado em oito pontos. O primeiro apresenta um conjunto de dados com o propósito de contextualizar a situação, focando-se nos resultados dos alunos e na caracterização do grupo profissional dos professores de Matemática. Os quatro pontos seguintes são dedicados às práticas pedagógicas: conceções e perspetivas dos professores, práticas letivas na sala de aula, práticas letivas extra-aula e práticas profissionais. O sexto e o sétimo pontos dizem respeito às condições de trabalho e à formação de professores e, por último, o relatório apresenta as recomendações agrupando-as segundo os seus principais destinatários.

9.2.1. Diagnóstico

O relatório traça um quadro diagnóstico da situação, a partir de toda a informação recolhida, relativamente a cada um dos temas considerados, de que salientamos os seguintes aspetos:

⁹⁹ Paulo Abrantes (coord.), Adelina Precatado, Ana Vieira Lopes, António Baeta, Cristina Loureiro, Elvira Ferreira, Gertrudes Amaro, Henrique M. Guimarães, João Almiro, João Pedro da Ponte, José Manuel Matos, Leonor Filipe, Luís Reis, Lurdes Serrazina, Manuel Vara Pires e Paula Teixeira.

- Ao nível do sistema educativo
 - A falta de clarificação dos documentos curriculares e insuficiente articulação entre os objetivos, os conteúdos e as orientações metodológicas;
 - A necessidade de valorizar um espaço na organização curricular para a concretização da interdisciplinaridade e a realização de trabalhos de projeto;
 - A carência de professores profissionalizados e a falta de qualidade da formação profissional dos professores;
 - A formação contínua ser de cunho escolar, com uma forte relação com a progressão na carreira e desligada da área específica dos professores e da sua prática letiva;
 - A necessidade de uma maior sensibilização junto dos professores para os tópicos de Geometria e de Estatística, que haviam sido recentemente introduzidos nos programas;
 - O desencanto dos professores pela sua profissão.
- Ao nível da escola
 - A falta de trabalho colaborativo entre os professores;
 - A inexistência de tempos livres comuns nas escolas para que os professores que lecionam o mesmo ano se possam reunir;
 - A pouca valorização do papel das lideranças intermédias na dinamização dos grupos disciplinares;
 - A falta de equipamentos e recursos específicos para o Ensino da Matemática;
 - A falta de espaços físicos nas escolas para o ensino da Matemática e para o trabalho dos professores;
 - A inexistência de estruturas e de especialistas curriculares para o apoio do trabalho dos professores de Matemática;
 - O pouco aproveitamento do apoio pedagógico acrescido por parte dos professores para a superação das dificuldades dos alunos;
 - A falta de valorização do trabalho extracurricular nas escolas.

- Ao nível da sala de aula
 - A pouca valorização na prática pedagógica de tarefas e situações de trabalho variadas em sala de aula, utilizando materiais e contextos diversificados;
 - O uso do manual exclusivamente para atividades rotineiras;
 - A necessidade da preparação das aulas tendo como suporte um amplo conjunto de recursos disponíveis;
 - A sobrevalorização por parte dos professores da função classificativa da avaliação, em detrimento das funções formativas ou de diagnóstico;
 - A falta de diversificação dos instrumentos de avaliação, restringindo-se ao uso quase exclusivo dos testes.

9.2.2. Recomendações

Com base no diagnóstico apresentado, o relatório propõe um conjunto de recomendações que abrangem os diversos intervenientes do sistema educativo: professores; escolas e territórios educativos; centros e instituições de formação; e administração central e regional. Desse conjunto de recomendações, salientamos as seguintes:

- Professores

Este relatório sugere que os professores na sua prática pedagógica devam: valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, nomeadamente, resolução de problemas e atividades de investigação; diversificar as formas de interação em aula, criando oportunidades de discussão entre os alunos, de trabalho de grupo e de trabalho de projeto; utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados, nomeadamente, situações da realidade e da História da Matemática; e utilizar materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem, nomeadamente, materiais manipuláveis, calculadoras e computadores.

Na preparação das atividades letivas, recomenda que os professores utilizem fontes diversificadas, incluindo livros, revistas, relatórios de experiências e outros materiais obtidos de centros de recursos e da *Internet*, usando o manual escolar de

modo a promover a capacidade de autoaprendizagem e o espírito crítico dos alunos.

No que se refere às práticas de avaliação, sugere que os professores procurem encontrar formas diversificadas de recolha de dados para a avaliação dos alunos, recorrendo, para além dos testes, a relatórios e outros trabalhos e a desempenhos orais dos alunos, de forma a viabilizar uma avaliação formativa mais sistemática.

Ainda para os professores, este relatório recomenda que sejam incrementadas as práticas colaborativas entre os professores da mesma escola e dos vários níveis de ensino do mesmo território educativo, inclusivamente ao nível da sala de aula, organizando situações em que mais do que um professor desenvolvam em simultâneo trabalho na mesma turma.

- Escola e territórios educativos

No que diz respeito ao trabalho colaborativo, este relatório sugere que as escolas organizem os horários dos professores de modo a que os que lecionam o mesmo ano de escolaridade tenham horas em comum para poderem trabalhar em conjunto. Recomenda, ainda, que sejam criadas estruturas de apoio local aos professores dos diversos níveis de ensino, capazes de promover o esclarecimento das orientações curriculares, o apoio na resolução dos problemas educativos e a interajuda na elaboração de projetos de intervenção.

Quanto ao apoio pedagógico acrescido, recomenda que as escolas estudem os melhores meios de o organizar e adaptar às suas necessidades, introduzindo mecanismos de avaliação e regulação da sua atividade e dos seus resultados. Propõe igualmente que o trabalho extracurricular seja valorizado, sugerindo que as escolas promovam a participação de professores em projetos e atividades de carácter cultural como clubes, dias e semanas da Matemática, jornais de Matemática, exposições e concursos de problemas e de atividades de investigação.

- Centros e instituições de formação

O Matemática 2001 (APM, 1998) sugere que as instituições responsáveis pela formação inicial de professores reflitam e discutam sobre a qualidade da formação que proporcionam, tendo em vista as competências profissionais desejáveis para os novos professores.

Relativamente à formação contínua, este relatório recomenda que as ações de formação tenham uma forte ligação à prática letiva, sendo preferencialmente centradas nas escolas ou nos territórios educativos, promovendo formação na área específica da disciplina que os professores lecionam. Essa formação deve ser organizada de modo a permitir o envolvimento dos professores em torno de atividades que correspondam às suas efetivas necessidades e interesses, valorizando modalidades como os círculos de estudos, oficinas de formação e projetos, não estando necessariamente ligada à progressão na carreira

Refere-se ainda neste estudo a necessidade de incentivar a realização de formação para o desempenho de funções específicas, nomeadamente delegados de grupo e especialistas curriculares em todos os níveis de ensino.

- **Administração central e regional**

No que se refere à administração central e regional, este relatório ressalta a necessidade da clarificação das grandes finalidades para o ensino da Matemática propostas nos currículos, quer ao nível da sua formulação, quer ao nível da sua articulação com os objetivos gerais, proporcionando uma maior integração dos diversos domínios. Ainda sobre o currículo, sugere-se a criação de uma área curricular, com horário próprio, orientada para a interdisciplinaridade e para a realização de trabalhos de projeto.

Recomenda, ainda, que as escolas de todos os níveis de escolaridade sejam equipadas com recursos diversificados para o ensino-aprendizagem da Matemática, incluindo material didático, livros e revistas, bem como recursos tecnológicos específicos para a sua atividade, nomeadamente calculadoras e computadores. Para além disto, o relatório explicita que devem ser criados espaços próprios para o ensino da Matemática (laboratórios de Matemática) nas escolas do 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico e do Ensino Secundário, bem como salas de trabalho para os professores.

O Matemática 2001 (APM (1998) sugere ainda a valorização o papel do delegado de grupo, tornando-o mais atuante na dinamização do grupo disciplinar, devendo ser criados lugares de especialistas curriculares em todos os níveis de ensino de apoio ao trabalho das escolas e dos territórios educativos, especialmente

preparados para a dinamização dos aspetos relacionados com o ensino da Matemática.

Vinte anos após a realização deste estudo, muitas destas recomendações dirigidas aos vários intervenientes do sistema educativo continuam pertinentes e atuais, motivando a nossa reflexão em aspetos como, por exemplo, as práticas pedagógicas no ensino da Matemática e as condições de apoio ao ou relativamente às necessidades de formação dos professores e o seu desenvolvimento profissional.

9.3. Um ponto de situação sobre o atual contexto curricular

9.3.1. Perceções dos professores sobre os documentos curriculares em vigor

Em 2016, a Direção-Geral da Educação (DGE) e a Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (DGEEC), produziram um relatório¹⁰⁰ sobre um questionário criado na sequência da perceção de perturbações ocasionadas pela coexistência de documentos curriculares muito díspares, e reconhecendo que os “professores, enquanto agentes principais no desenvolvimento do currículo, devem ter um papel fundamental na avaliação dos documentos curriculares” (Veigas, Palma, Afflalo, Duarte, Santos & Banha, 2016, p. 4). O questionário visava recolher informação junto dos docentes do Ensino Básico e do Ensino Secundário a lecionar em estabelecimentos públicos e privados e assumiu os seguintes objetivos:

- Avaliar a coerência entre os documentos curriculares das respetivas disciplinas, nomeadamente ao nível das finalidades e dos objetivos definidos;
- Aferir o nível de adequação das conceções e práticas dos professores à filosofia e às finalidades subjacentes aos documentos curriculares em vigor;
- Analisar o impacto dos documentos curriculares no desenvolvimento do currículo e na prática docente;
- Avaliar a eficácia e o impacto dos documentos curriculares e da sua utilização nas escolas e no sucesso escolar dos alunos;

¹⁰⁰ Os autores foram Ana Sofia Veigas (DGE), Cristina Palma (DGE), Catarina Afflalo (DGEEC), Joana Duarte (DGEEC), Ricardo Santos (DGEEC) e Rui Banha (DGEEC).

- Produzir recomendações com vista a ajudar a tomada de decisão no que respeita à reformulação dos documentos curriculares. (Veigas et al., 2016, p. 4)

Apesar de previsto, o ponto relativo às recomendações não foi contemplado no documento escrito a que tivemos acesso (Veigas et al., 2016).

O relatório teve por base um questionário anónimo, disponibilizado na página eletrónica da DGE em abril desse ano, cujos destinatários foram todos os docentes a lecionar nos ensinos Básico e Secundário, com exceção dos docentes de Educação Especial, dos formadores das escolas profissionais e dos professores a lecionar na Região Autónoma da Madeira.

Verificou-se que 23% dos docentes (26 567 professores) responderam ao questionário, entre os quais se encontram 12 879 docentes que ensinam Matemática, correspondendo a uma grande tendência de resposta por parte destes professores. Entre estes, 7517 eram professores do 1.º Ciclo (grupo 110), 2060 eram do 2.º Ciclo (grupo 230), 2021 do 3.º Ciclo e 1281 do Ensino Secundário (grupo 500). Ressalve-se que o número total de respostas foi de 32 151, porque cada professor respondeu em média a 1,21 questionários, uma vez que alguns professores responderam a mais do que um questionário em função das disciplinas e níveis que lecionavam:

A cada docente foi permitida a resposta por ciclo de ensino, ano de escolaridade e/ou disciplina(s) que leciona. Tal significa que houve docentes que responderam a mais que um questionário – por exemplo, um docente que leciona Matemática dos 11.º e 12.º anos respondeu a dois questionários (...). (Veigas et al., 2016, p. 6)

O questionário incluía a caracterização dos docentes que responderam e era composto por quinze questões de resposta fechada, treze com quatro níveis de resposta, correspondentes a diferentes graus de concordância concretizados em escalas de *Likert*, e outras duas questões continham a seriação de uma lista de opções. Das questões relacionadas com a frequência de formação no âmbito da aplicação dos documentos curriculares, podemos destacar que cerca de metade dos respondentes, frequentou ações de formação sobre os documentos curriculares entre 2014 e 2016 (54,5% do 1.º Ciclo, 49,3% do 2.º Ciclo, 52,2% do 3.º Ciclo e 63,2% do Ensino Secundário). Relativamente ao impacto destas ações de formação, as respostas apresentadas sobre as três dimensões propostas (planificação de estratégias de diferenciação pedagógica, trabalho em sala de aula e gestão do currículo pelos tempos disciplinares), foram avaliadas pelos docentes segundo uma escala de quatro níveis: Nulo (1), Fraco (2), Médio (3) e Forte (4). As

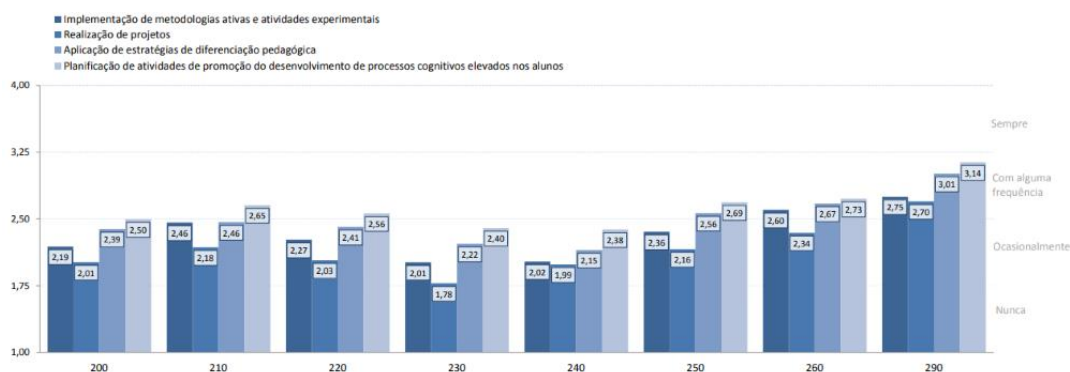
respostas em todos os níveis de ensino situaram-se sobretudo no terceiro nível da escala, sendo o impacto no trabalho em sala de aula o que registou valores mais altos em todos os ciclos (3,13 no 1.º Ciclo, 2,91 no 2.º Ciclo, 2,77 no 3.º Ciclo e 2,86 no Ensino Secundário)¹⁰¹ e a gestão do currículo pelos tempos disciplinares a que registou os valores mais baixos (2,88 no 1.º Ciclo, 2,66 no 2.º Ciclo, 2,77 no 3.º Ciclo e 2,66 no Ensino Secundário).

Sobre a coerência dos documentos curriculares (Metas, Programas, Orientações Curriculares) as respostas também foram recolhidas numa escala de quatro opções (Não existe (1), Existe embora insuficiente (2), Existe de forma suficiente (3) e Existe bastante (4)). As respostas dos docentes no ensino público que ensinam Matemática no continente situaram-se entre perceções de insuficiência e suficiência (2,63 no 1.º Ciclo, 2,52 no 2.º Ciclo, 2,77 no 3.º Ciclo e 2,64 no Ensino Secundário), o que revela que um grande número de professores que respondeu ao inquérito considera não haver coerência suficiente dos documentos curriculares.

Relativamente ao contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas, nomeadamente implementação de metodologias ativas e atividades experimentais, realização de projetos, aplicação de estratégias de diferenciação pedagógica e planificação de atividades de promoção do desenvolvimento de processos cognitivos elevados nos alunos, as respostas foram recolhidas com recurso a uma escala de quatro posições: Nunca (1), Ocasionalmente (2), Com alguma frequência (3) e Sempre (4). As respostas dos professores que lecionam Matemática no ensino público, no continente, indicam que os documentos curriculares contribuem menos para a realização de projetos (2,24 no 1.º Ciclo, 1,78 no 2.º Ciclo, 1,50 no 3.º Ciclo e 1,67 no Ensino Secundário) e que a contribuição é maior relativamente à planificação de atividades de promoção do desenvolvimento de processos cognitivos elevados nos alunos (2,57 no 1.º Ciclo, 2,40 no 2.º Ciclo, 2,28 no 3.º Ciclo e 2,49 no Ensino Secundário).

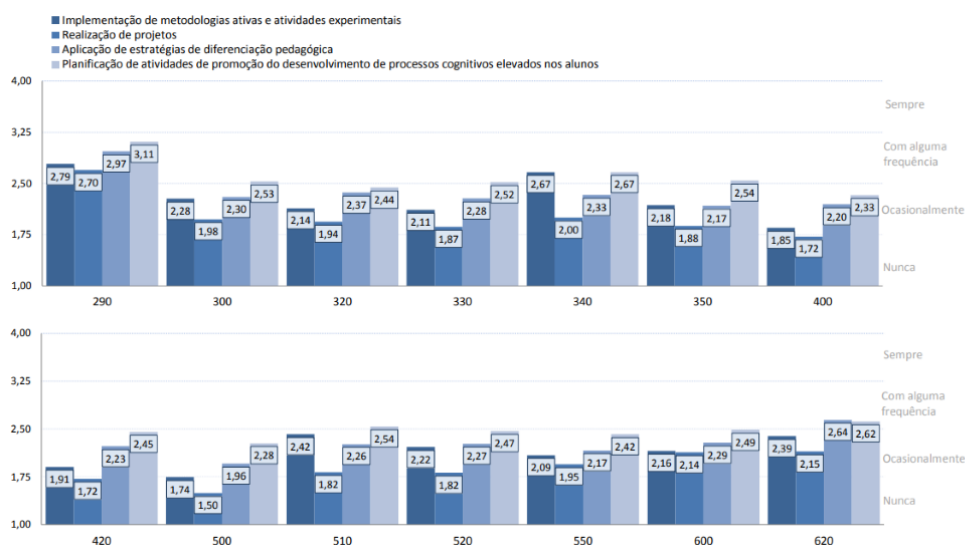
É ainda assinalável que na comparação com as respostas de professores de outras disciplinas, o contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas é apontado como menos relevante, nas quatro categorias identificadas, pelos professores de Matemática nos 2.º e 3.º Ciclos e também no Ensino Secundário, como se pode verificar pela observação dos gráficos das figuras 44, 45 e 46.

¹⁰¹ Todas as médias que se apresentam estão calculadas em Veigas e colegas (2016)



Fonte: Veigas e colegas (2016, p. 32)

Figura 44 – Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas no 2.º Ciclo do ensino público por grupo de recrutamento – continente¹⁰²

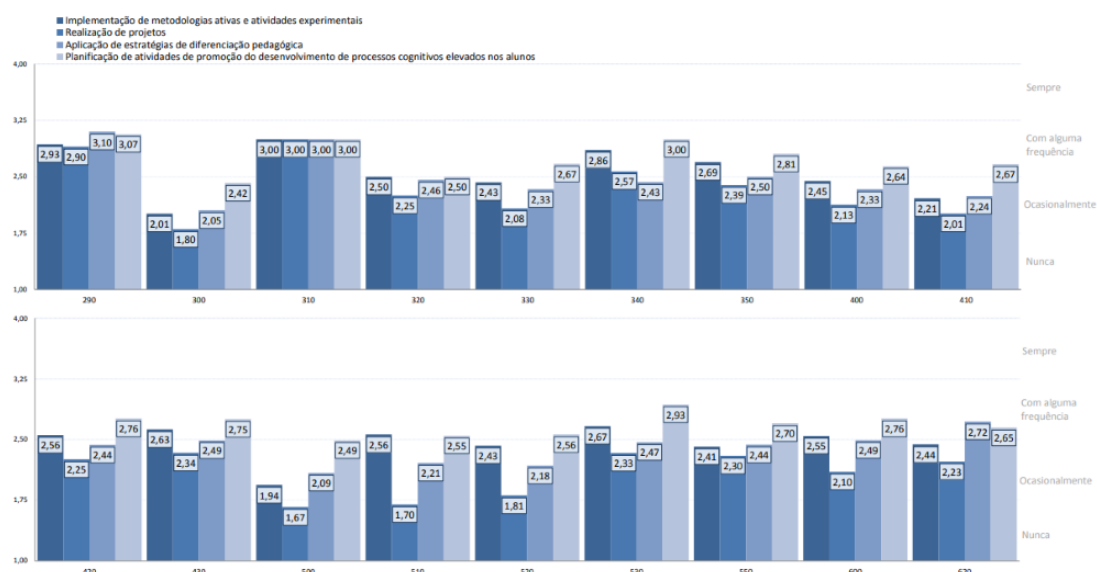


Fonte: Veigas e colegas (2016, p. 33)

Figura 45 - Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas no 3.º Ciclo do ensino público por grupo de recrutamento – continente¹⁰³

¹⁰² Grupos de recrutamento: Português e Estudos Sociais (200), Português e Francês (210), Português e Inglês (220), Matemática e Ciências da Natureza (230), Educação Visual e Tecnológica (240), Educação Musical (250), Educação Física (260) e Educação Moral e Religiosa Católica (290).

¹⁰³ Grupos de recrutamento: Educação Moral e Religiosa Católica (290), Português (300), Francês (320), Inglês (330), Alemão (340), Espanhol (350), História (400), Geografia (420), Matemática (500), Física e Química (510), Biologia e Geologia (520), Informática (550), Artes Visuais (600) e Educação Física (620).

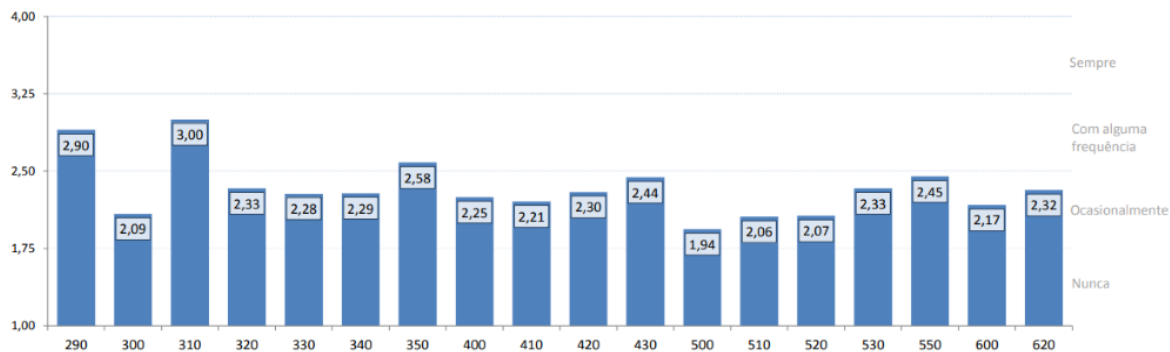


Fonte: Veigas e colegas (2016, p. 34)

Figura 46 - Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para as práticas pedagógicas no Ensino Secundário do ensino público por grupo de recrutamento – continente¹⁰⁴

Sobre o contributo dos documentos curriculares para a articulação interdisciplinar, as respostas também foram obtidas com recurso a uma escala de quatro posições (Nunca (1), Ocasionalmente (2), Com alguma frequência (3) e Sempre (4)). As médias das respostas dos professores que lecionam Matemática indicam uma frequência ocasional deste contributo (2,56 no 1.º Ciclo, 2,18 no 2.º Ciclo, 2,28 no 3.º Ciclo e 2,49 no Ensino Secundário). Verifica-se também que, na comparação dos docentes de Matemática com os de outras disciplinas, no 2.º Ciclo e, de forma ainda mais acentuada, no Ensino Secundário são os que consideram este contributo como o menos frequente, de acordo com o gráfico da figura 47.

¹⁰⁴ Grupos de recrutamento: Latim e Grego (310), Filosofia (410), Economia e Contabilidade (430) e Educação Tecnológica (530).

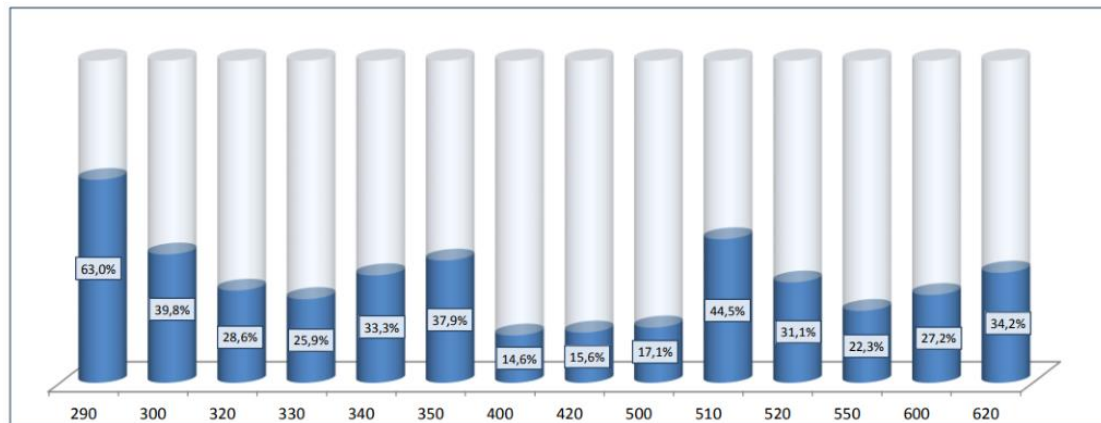


Fonte: Veigas e colegas (2016, p. 43)

Figura 47 - Gráfico das médias das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para a articulação interdisciplinar no Ensino Secundário público por grupo de recrutamento – continente

Sobre o papel dos documentos curriculares no sucesso dos alunos, nomeadamente sobre a facilitação da preparação dos alunos para o nível de ensino seguinte, a adequação ao nível etário/ano de escolaridade do aluno e se o cumprimento dos conteúdos definidos nos documentos curriculares em vigor tem impacto positivo no desempenho dos alunos, as respostas foram também recolhidas com recurso a uma escala com quatro posições (Nunca (1), Ocasionalmente (2), Com alguma frequência (3) e Sempre (4)). As médias das respostas indicam que, destes três aspetos, a adequação dos documentos curriculares ao nível etário dos alunos, é a que apresenta valores mais baixos (2,11 no 1.º Ciclo, 2,18 no 2.º Ciclo, 1,94 no 3.º Ciclo e 2,50 no Ensino Secundário) e a facilitação da preparação dos alunos para o nível de ensino seguinte valores mais altos (2,67 no 1.º Ciclo, 2,58 no 2.º Ciclo, 2,50 no 3.º Ciclo e 2,49 no Ensino Secundário).

As respostas sobre a exequibilidade dos documentos curriculares na carga horária prevista na matriz curricular foram obtidas numa escala dicotómica (Sim/Não), apenas uma pequena parte dos professores responderam afirmativamente ao facto de os documentos curriculares serem exequíveis na carga horária prevista (36,2% no 1.º Ciclo, 26,4% no 2.º Ciclo, 17,1% no 3.º Ciclo e 32,1% no Ensino Secundário). Na comparação com os docentes de outras disciplinas, os professores de Matemática estão entre os que mais referem que os documentos curriculares não são exequíveis na carga horária prevista, sendo esta tendência mais vincada no 3.º Ciclo, como pode ser observado no gráfico da figura 48.



Fonte: Veigas e colegas (2016, p. 59)

Figura 48 - Gráfico das percentagens das respostas relativas ao contributo dos documentos curriculares para a exequibilidade da carga horária prevista na matriz curricular do 3.º Ciclo do ensino público por grupo de recrutamento – continente

Dos resultados apresentados, salientamos como mais significativos os relativos às quatro dimensões do estudo, analisando as respostas dos professores que ensinam Matemática:

- *Coerência dos documentos curriculares.* Os professores dos diferentes níveis de ensino apresentam respostas que evidenciam não haver coerência suficiente dos documentos curriculares;
- *Adequação dos documentos curriculares à carga horária prevista.* A carga horária prevista para a disciplina é considerada desadequada para os documentos curriculares, estando os professores de Matemática entre os que sinalizam esta inadequação de forma mais vincada;
- *Impacto dos documentos curriculares no desenvolvimento do currículo e da prática docente.* Os professores consideraram que os documentos curriculares não contribuem, ou contribuem apenas de forma ocasional, para o desenvolvimento de práticas e metodologias menos convencionais. Relativamente à articulação interdisciplinar os professores consideraram também que os documentos curriculares contribuem apenas ocasionalmente para a articulação interdisciplinar;
- *Eficácia e impacto dos documentos curriculares e da sua utilização.* As respostas dos professores assinalam a desadequação dos documentos ao nível etário dos alunos, principalmente para alunos mais novos, e que o cumprimento das

prescrições dos documentos curriculares tem um impacto positivo no desempenho dos alunos apenas ocasionalmente.

9.3.2. Matemática na Autonomia e Flexibilidade Curricular

No âmbito das prioridades definidas no Programa do XXI Governo Constitucional para a área da Educação, foi autorizada, em regime de experiência pedagógica, a implementação do Projeto de Autonomia e Flexibilidade Curricular (PAFC) nos ensinos Básico e Secundário, no ano letivo de 2017/2018. O projeto abrangeu os estabelecimentos de ensino da rede pública e privada cujos órgãos de direção, administração e gestão manifestaram interesse na implementação do mesmo no ano letivo. Os destinatários do projeto foram as turmas de anos iniciais de ciclo do Ensino Básico (1.º, 5.º, 7.º anos de escolaridade), do Ensino Secundário (10.º ano de escolaridade) e do 1.º ano de formação de cursos organizados em ciclos de formação.

O acompanhamento do projeto de cada estabelecimento de ensino foi assegurado a nível central e regional por equipas que congregaram competências adstritas aos diversos serviços e organismos do Ministério da Educação, adotando um modelo de proximidade, em que se recorreu a diferentes dinâmicas, entre elas, a realização de encontros nacionais e regionais, redes de partilha, apoio à distância, visitas às escolas e formação.

Em consequência desta implementação, foi produzido o relatório: “Estudo Avaliativo da Experiência Pedagógica Desenvolvida em 2017/2018”, da autoria de Ariana Cosme, cujo objetivo era a recolha e publicação de informação fiável sobre este projeto.

O relatório identifica práticas, pontos fortes e pontos fracos do projeto, analisando o relatório do ponto de vista global e não por disciplinas. Assinala, no entanto, uma frequência menor do envolvimento das turmas do Ensino Secundário nos projetos, quando comparadas com o Ensino Básico, sendo a avaliação externa referida como um fator determinante:

Um dos dados mais relevantes tem a ver, contudo, com o já referido menor número de turmas envolvidas no PAFC, no caso do Ensino Secundário, ao qual não deve ser alheia a importância que se atribui às classificações dos alunos nos exames finais deste ciclo de escolaridade. (Cosme, 2018, p. 21)

Ainda no âmbito do PAFC, tivemos acesso aos dados estatísticos (Gabinete do Secretário de Estado da Educação [GSEE], 2019) relativos à implementação dos projetos nas escolas. Relativamente ao 1.º Ciclo (1.º ano), a inclusão da Matemática no desenvolvimento dos projetos apresenta indicadores semelhantes às restantes áreas curriculares no que respeita às diferentes opções curriculares, isto é, 57,1% das escolas incluiu a Matemática em Domínios de Autonomia Curricular (DAC), 30,7% em alternância ao longo do ano letivo, 8,5% em Trabalho prático ou experimental com desdobramento (divisão dos alunos em grupos mais pequenos), 43,6% em Trabalho prático ou experimental sem desdobramento e 32,0% em Projetos a funcionar em blocos ao longo do ano.

No 2.º Ciclo (5.º ano) a disciplina de Matemática é a menos representada na maioria das opções curriculares dos projetos de autonomia. A inclusão da Matemática em DAC é indicada por 21,2 % das escolas e os valores das outras disciplinas variam entre 27,4%, na disciplina de Cidadania e Desenvolvimento, e 94,5%, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação. A opção pela inclusão da Matemática no desenvolvimento de projetos em alternância ao longo do ano letivo é identificada por 11,0% das escolas e nas restantes disciplinas esta proporção varia entre 11,8%, na disciplina de Cidadania e Desenvolvimento, e 47,5%, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação. A inclusão da disciplina de Matemática em projetos de trabalho prático ou experimental sem desdobramento é registada em 22,3% das escolas, numa variação entre 28,6%, na disciplina de Cidadania e Desenvolvimento, e 93,4%, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação. Apenas 9,9% das escolas incluem a Matemática em projetos a funcionar em blocos e nas restantes disciplinas esta opção é referida com valores entre 19,3%, na disciplina de Cidadania e Desenvolvimento, e 93,4%, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação.

A inclusão da disciplina de Matemática em projetos de trabalho prático ou experimental com desdobramento é verificada em 6,4% das escolas, enquadrada entre 2,8%, na disciplina de Cidadania e Geografia de Portugal, e 22,3%, na disciplina de Português. É ainda assinalável que no 5.º ano, a área curricular de Matemática é a que tem maior representatividade na componente do currículo de Apoio ao Estudo, estando presente em 92,3% das escolas, em linha com a área de Português, em 91,4% das escolas, sendo a representatividade das restantes áreas curriculares sempre abaixo dos 50%.

No 3.º Ciclo (7.º ano), a integração da disciplina de Matemática nos projetos de autonomia é substancialmente superior ao que se verifica no 2.º Ciclo em todas as opções curriculares (DAC – 48,3%, alternância ao longo do ano letivo – 20,1%, trabalho prático ou experimental com desdobramento 40,1%, trabalho prático ou experimental com desdobramento 16,1%, trabalho prático ou experimental sem desdobramento 40,1% e integração de projetos em blocos - 25,0%). A comparação com as restantes disciplinas indica uma situação sem diferenças assinaláveis.

O documento a que tivemos acesso não apresenta quaisquer dados relativos ao Ensino Secundário.

Não são conhecidas explicações aprofundadas ou fatores que justifiquem a menor participação da disciplina de Matemática nos PAFC. Contudo, o posicionamento dos professores que ensinam Matemática relativamente aos documentos curriculares, acima descrito, poderá ser um elemento que permita justificar, pelo menos parcialmente, esta tendência.

9.3.3. Necessidades futuras relativas à educação matemática

Várias instituições a nível mundial têm desenvolvido estudos no sentido de antecipar as necessidades futuras de diferentes capacidades e competências para o mercado de trabalho. Considerámos aqui vários estudos, a saber: OCDE (2018); Bill & Melinda Gates Foundation (BMGF, 2019), associada à Chan Zuckerberg Initiative; Institute For the Future - IFTF (Davies, Fidler & Gorbis, 2011); World Economic Forum (WEF, 2018); e McKinsey Global Institute (Bughin, Hazan, Lund, Dahlström, Wiesinger & Subramaniam, 2018).

O diretor do serviço de Educação e Competências¹⁰⁵ da OCDE, Andreas Schleicher, assinala que, relativamente às necessidades dos futuros profissionais para o ano 2030, “Encaramos desafios sem precedentes – sociais, económicos e ambientais – suscitados pela rápida globalização e por uma taxa acelerada de desenvolvimentos tecnológicos” (OECD, 2018, p. 2).

¹⁰⁵ Education & Skills

Ao prospectar a educação para 2030, a OCDE pretende dar resposta a duas questões de grande alcance:

- De que conhecimentos, capacidades, atitudes e valores precisarão os alunos atuais para prosperarem e moldarem o seu mundo?
- Como podem os sistemas educativos desenvolver estes conhecimentos, capacidades, atitudes e valores de forma eficaz? (OECD, 2018, p. 2)

O IFTF coloca questões semelhantes:

A conectividade global, as máquinas inteligentes, e os novos meios de comunicação, são alguns dos fatores que estão a mudar a nossa perceção sobre o trabalho, e as competências exigíveis para se ser eficaz no futuro. (Davies, Fidler & Gorbis, 2011, p. 1)

O objetivo principal do IFTF é analisar quais são as competências que devem ser consideradas fundamentais para o mercado de trabalho¹⁰⁶ que serão importantes nos próximos dez anos. Bughin e colegas (2018) dividem as necessidades do mercado de trabalho em cinco classes de capacidades: físicas e manuais; cognitivas básicas; cognitivas superiores; sociais e emocionais; e tecnológicas. Para as duas primeiras classes, prevê que no futuro haja uma menor procura de trabalhadores com estas características, enquanto para as três restantes prevê um aumento.

A BMGF tem tentado nos últimos anos obter respostas para os três desafios seguintes, dizendo o segundo explicitamente respeito à Matemática:

- [Como] preparar os alunos que terminam o ensino secundário para uma escrita não-ficcional, tão necessária no mundo do trabalho, desenvolvendo hábitos, competências e estratégias adequadas?
- [Como] preparar todos os alunos para a compreensão e aplicação de competências e conhecimentos matemáticos, bem como para o desenvolvimento de atitudes adequadas?
- [Como] melhorar as capacidades de todos os alunos para que pensem de forma flexível, saibam trabalhar com ideias variadas, e regulem o seu pensamento e ações? (BMGF, 2019, p. 8)

Considerando que existem graves problemas com os três desafios que identificou, a BMGF (2019) solicitou a colaboração de diversas instituições e especialistas de todo o mundo, alegando que:

O bom desempenho nestas três áreas é importante para o sucesso do estudante na escola, no trabalho e ao longo da sua vida. E os estudantes que encaram traumas

¹⁰⁶ *key work skills*

de infância, pobreza, sem abrigo, desafios de aprendizagens particulares, ou estão em escolas com financiamento insuficiente podem estar especialmente em risco de não desenvolver estas competências essenciais. (BMGF, 2019, p. 8)

O relatório do WEF (2018), perspetivando as capacidades que um trabalhador deve possuir no futuro, aponta como fundamentais as seguintes:

Pensamento analítico e inovação; Aprendizagem ativa e estratégias de aprendizagem; Criatividade, originalidade e iniciativa; Design e programação de tecnologia; Pensamento crítico e análise; Resolução de problemas complexos; Liderança e influência social; Inteligência emocional; Raciocínio, resolução de problemas e ideação; e Análise e avaliação de sistemas. (WEF, 2018, p. 12).

E em acelerado declínio, embora algumas delas sejam estruturalmente importantes,

Destreza manual, resistência e precisão; Capacidades de memória, verbais, auditivas e espaciais; Gestão de recursos financeiros e materiais; Instalação e manutenção de tecnologia; Ler, Escrever, Contar e Audição atenta; Gestão de pessoal; Controle de qualidade e consciencialização sobre segurança; Coordenação e gestão de tempo; Capacidades visuais, auditivas e de fala; Uso, monitorização e controle de tecnologia. (WEF, 2018, p. 12)

A OCDE (OECD, 2018) refere que os alunos devidamente preparados para o futuro precisam de ser mais interventivos¹⁰⁷, tanto ao nível da sua educação, como ao nível da sua vida particular. Nesse sentido propõe a ideia de coação¹⁰⁸ para exprimir que a aprendizagem deve ser feita num ambiente alargado onde se tem que considerar a interação com o ambiente onde se insere, não só os professores, mas também os seus pares, as famílias e as comunidades. E nesta perspetiva, todos estão a aprender, alunos, professores, dirigentes escolares, pais e comunidades em geral (OECD, 2018).

A Associação Americana de Estatística alerta para a importância cada vez maior que a Estatística deve assumir nos nossos tempos:

Num mundo cada vez mais orientado pelos números, a literacia estatística está a tornar-se uma competência essencial, não apenas para investigadores que realizam análises estatísticas formais, mas para os cidadãos informados tomarem decisões todos os dias baseadas em dados. Seja para seguir a cobertura mediática dos eventos correntes, tomar decisões financeiras, ou avaliar riscos de saúde, a capacidade de processar informação estatística é crítica para navegar na sociedade moderna. (Franklin, Kader, Mewborn, Moreno, Peck, Perry & Schaeffer, 2015, p. 1)

¹⁰⁷ *need to exercise agency*

¹⁰⁸ *co-agency*

A Estatística deve por isso ocupar um lugar cada vez mais relevante no currículo de Matemática em todos os níveis de ensino:

Todos os estudantes que concluírem o Ensino Secundário devem ser capazes de usar raciocínios estatísticos sólidos para, de forma inteligente, lidarem com os requisitos de cidadania, emprego, e família e ficar preparados para uma vida saudável, feliz e produtiva. (Franklin, Bargagliotti, Case, Kader, Scheaffer & Spangler, 2007, p. 1)

A OCDE (OECD, 2018) considera igualmente importante o conceito de competência que “(...) implica mais do que apenas a aquisição de conhecimento e capacidades; envolve a mobilização de conhecimentos, capacidades, atitudes e valores para ir ao encontro de exigências complexas” (p. 5). Esta perspetiva, que se assume como sendo exigente e formadora, enfrenta cinco desafios identificados pela OCDE:

1. Confrontadas com as necessidades e pedidos de pais, universidades e empregadores, as escolas estão a enfrentar uma sobrecarga curricular¹⁰⁹. Como resultado, os estudantes têm frequentemente falta de tempo suficiente para dominar conceitos-chave das disciplinas ou para ter uma vida equilibrada, para alimentar amizades, dormir e fazer exercício. É tempo de mudar o foco dos nossos estudantes de “mais horas para aprendizagem” para “tempo de aprendizagem de qualidade”.
2. As reformas curriculares sofrem de tempos diferidos entre reconhecimento, tomada de decisões, implementação e impacto. O espaço entre as intenções do currículo e os resultados de aprendizagem é geralmente demasiado grande.
3. O conteúdo deve ser de alta qualidade para os estudantes se poderem empenhar na aprendizagem e adquirir uma compreensão profunda.
4. O currículo deve assegurar a equidade ao mesmo tempo que inova; todos os estudantes, não apenas alguns, devem beneficiar das mudanças sociais, económicas e tecnológicas.
5. Um planeamento e estrutura perspetivados com cuidado são igualmente importantes para uma implementação eficaz das reformas. (OECD, 2018, p. 6)

Para conseguir responder de forma satisfatória a estes desafios, a OCDE (OECD, 2018) avança com uma série de princípios para a elaboração de um currículo, dos quais se destacam os seguintes:

FOCO: Um número relativamente pequeno de tópicos deve ser introduzido em cada nível para assegurar a profundidade e a qualidade da aprendizagem dos estudantes.

ESTRUTURA: O currículo deve estar bem estruturado e de acordo com as práticas de ensino e avaliação.

¹⁰⁹ *curriculum overload*

ESCOLHA: Aos alunos deve ser oferecido um conjunto alargado de tópicos e projetos opcionais.

AUTENTICIDADE: Os estudantes devem ser capazes de relacionar as suas experiências de aprendizagem com o mundo real e ter um sentido da finalidade da sua aprendizagem. Isto requer interdisciplinaridade e aprendizagem colaborativa alinhadas com o domínio do conhecimento disciplinar.

EMPENHAMENTO: Professores, alunos e outros parceiros relevantes devem ser envolvidos desde muito cedo no desenvolvimento do currículo, para assegurar o sentimento de coautoria na implementação. (p. 7)

O IFTF (Davies, Fidler & Gorbis, 2011) inclui entre as competências chave para o mercado de trabalho as seguintes:

TRANSDISCIPLINARIDADE: literacia e capacidade de compreender conceitos através de múltiplas disciplinas; é preciso educar investigadores para que consigam falar a língua de múltiplas disciplinas – biólogos que tenham compreensão da matemática e matemáticos que compreendam a biologia; o trabalhador ideal da próxima geração deve compreender profundamente pelo menos um campo, mas deve ter igualmente a capacidade de conversar na linguagem de um vasto campo de disciplinas. (p. 11)

PENSAMENTO COMPUTACIONAL: capacidade de traduzir grandes conjuntos de dados em conceitos abstratos e compreender o raciocínio baseado nos dados, estando igualmente ciente das suas limitações, sendo que mesmo os melhores modelos são aproximações da realidade e não a própria realidade. (p. 10)

É de fazer notar que a expressão *pensamento computacional* foi introduzida por Jeannette Wing em 2006, tendo vindo a evoluir desde então. Segundo a análise efetuada por Bocconi, Chioccarello, Dettori, Ferrari e Engelhardt (2016), o pensamento computacional é normalmente encarado como uma metodologia de resolução de problemas associada a um conjunto de conceitos e competências como abstração, pensamento algorítmico e decomposição estruturada dos problemas. O pensamento computacional não deve ser confundido com as chamadas competências digitais ou literacia digital. O foco no pensamento computacional pode mesmo ser associado a uma crítica implícita ao modo como a literacia digital terá sido por vezes mais associada às tecnologias e ao uso de ferramentas digitais do que às ideias e à ciência em que se baseia a tecnologia da revolução digital. Embora apareça associado à programação de computadores, o pensamento computacional é mais vasto. A programação pode ser vista como uma forma de expressão e de concretização do pensamento computacional.

O mesmo relatório analisa a integração do pensamento computacional nos currículos de treze países (Portugal, outros onze países europeus e Turquia) com base nas respostas a

um inquérito dadas pelos respetivos ministérios da educação. Em Portugal o pensamento computacional aparece no 1.º Ciclo do Ensino Básico através do programa *Iniciação à Programação no 1.º Ciclo do Ensino Básico*, e nas metas curriculares da disciplina de Tecnologias de Informação e Comunicação nos 7.º e 8.º anos. Em França e na Finlândia o pensamento computacional faz parte do currículo de Matemática. Na maioria dos países, a principal razão para a inclusão do pensamento computacional no currículo é o desenvolvimento das competências do século XXI e em alguns países, como a Finlândia e Portugal, existe o objetivo específico de melhorar o desempenho dos alunos e aumentar o seu interesse na Matemática (Bocconi et al., 2016)

O pensamento computacional enquadra-se ainda na área de competências *Saber científico, técnico e tecnológico* do *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, de modo que os alunos sejam capazes de

executar operações técnicas, segundo uma metodologia de trabalho adequada, para atingir um objetivo ou chegar a uma decisão ou conclusão fundamentada, adequando os meios materiais e técnicos à ideia ou intenção expressa. (Martins et al., 2017, p. 29)

A interdisciplinaridade e aprendizagem colaborativa, aliados ao domínio do conhecimento disciplinar, é uma dimensão comum aos dois documentos produzidos pela OCDE (OECD, 2018) e pelo IFTF (Davies, Fidler & Gorbis, 2011).

A BMGF identificou igualmente alguns constrangimentos importantes:

- Apesar da investigação indicar que em muitos casos o ensino da matemática dá pouca ênfase à construção de competências de resolução de problemas, os trabalhos dos estudantes e as aulas focam-se sobretudo em procedimentos e cálculos rotineiros.
- A resposta que os estudantes recebem relativamente às suas avaliações não os ajuda a emendar os erros e as ferramentas tecnológicas limitam-se muitas vezes a respostas do tipo certo/errado ou de escolha múltipla em que não se consegue perceber o raciocínio dos alunos.
- Frequentemente os estudantes não têm oportunidades suficientes de uma prática matemática autêntica e de discussões à volta de pensamentos matemáticos complexos e por isso as suas conceções erradas não são identificadas e muito menos corrigidas.
- Apesar da Matemática estar interrelacionada com a ciência e com muitas outras disciplinas, os estudantes têm poucas oportunidades de integrar conceitos e de estabelecer conexões entre temas.
- Os alunos aprendem os conceitos de forma mais profunda quando são encorajados a falhar e tentar de novo e quando têm oportunidades de explorar

múltiplas formas de abordar problemas ou de ver a matemática em contextos reais, mas isso acontece raramente na sala de aula. (BMGF, 2019, p. 15)

Várias respostas são apresentadas pela BMGF, embora se reconheça que para muitas questões ainda se espera por uma solução satisfatória. Dois aspectos sobressaem:

- Modificar a atividade na sala de aula para responder melhor às expectativas e necessidades dos estudantes, criando oportunidades para que estes se empenhem em discussões à volta de problemas que suscitem o seu interesse e os ajudem a desenvolver uma relação positiva com a Matemática. (BMGF, 2019, p. 17)
- Dar formação científica profunda em Matemática e em Teorias de Aprendizagem aos professores de modo que estes se sintam confiantes e capazes de diversificar as suas abordagens e experimentar novas estratégias na sala de aula de modo a conseguirem dar resposta a alunos com capacidades de proficiência multivariadas. (BMGF, 2019, p. 19)

Os relatórios do WEF (2018) e de Bughin e colegas (2018) apontam igualmente para a importância no futuro de as pessoas em geral sejam dotadas de competências cognitivas elevadas, como seja possuírem pensamento crítico, serem criativos e terem poder de decisão; adquirirem competências sociais, como comunicar e saber negociar com os outros, empatia, aprenderem ao longo da vida, e serem facilmente adaptáveis; e, saberem enfrentar os desafios associados à tecnologia, nomeadamente análise de informação e programação.

No que respeita à Matemática, a OCDE (OECD, s/d) partindo de um novo referencial para o PISA em que à resolução de problemas se acrescenta o raciocínio matemático, define como capacidades relevantes em Matemática para o século XXI, o pensamento crítico, a criatividade, a literacia digital, o pensamento sistémico, a comunicação, a reflexão (metacognição) e a persistência/resiliência (Schmidt, s/d).

Em jeito de conclusão, é absolutamente inequívoco que a Matemática é e será uma disciplina incontornável na formação de qualquer cidadão, em especial na sua preparação para o mundo do trabalho. Um currículo que responda a essa exigência deve ser: pouco extenso; relevante e flexível; envolver todos os parceiros na sua construção; prever o desenvolvimento de competências de resolução de problemas, de raciocínio matemático e de trabalho com situações da vida real, nomeadamente privilegiando o tratamento e interpretação de dados, bem como o pensamento crítico; e dar oportunidades diversificadas a todos os alunos para que se sintam confortáveis na abordagem a problemas cuja resolução requeira Matemática.

10.

Recomendações

Apresentam-se, neste capítulo, o conjunto de recomendações elaboradas pelo GTM ao concluir um processo prolongado de trabalho que envolveu várias fases. Iniciou-se com a produção de uma primeira versão deste relatório, que analisou um conjunto de documentos relevantes sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, relativos aos últimos trinta anos em Portugal, e também documentos mais recentes de âmbito internacional. Essa primeira versão incluiu um conjunto de 24 recomendações inspiradas e fundamentadas com base na análise realizada. O relatório, com especial incidência nas recomendações, foi objeto de discussão pública e de audições a entidades especializadas, tendo posteriormente sido apreciados pelo GTM todos os contributos recolhidos e apurado o sentido consentâneo das clarificações e revisões a fazer. Foi assim possível produzir esta segunda versão do relatório, que terá a virtude de se poder considerar aperfeiçoada, a qual inclui o conjunto de 22 recomendações em versão final. Estas recomendações finais estão organizadas em quatro domínios: o currículo de Matemática, as dinâmicas de desenvolvimento curricular, a avaliação do desempenho dos alunos e a formação de docentes. Para cada recomendação indica-se, à sua direita, as referências aos capítulos e/ou secções deste relatório que a inspiram e sustentam. Sublinhamos que as recomendações agora apresentadas constituem globalmente um todo integrado. O conjunto das recomendações relativas ao currículo têm uma natureza basilar e o sucesso da sua aplicação é reforçado pelas recomendações dos outros domínios, que têm sentido e são pertinentes *per si*. Entendemos, portanto, que todas as recomendações são urgentes, embora o horizonte temporal da sua concretização seja naturalmente diferente.

Esclarecemos que as recomendações se dirigem, de forma global e salvo indicações concretas, a todos os ciclos de escolaridade obrigatória e também à Educação Pré-escolar, considerada como primeira etapa da educação básica. Por uma questão de simplificação do texto, adotamos a designação de *escola* de modo global, aplicando-se a agrupamentos de escolas e escolas não agrupadas, às escolas profissionais e aos estabelecimentos da Educação Pré-escolar e do Ensino Básico e Secundário das redes pública, privada, cooperativa e solidária. Do mesmo modo, consideramos a designação

de *docente* tanto para referir educadores como professores de todos os níveis de ensino, que trabalham em Matemática com estudantes de qualquer idade. Adotamos ainda a designação de *aluno* para referir crianças e estudantes desde a Educação Pré-escolar ao final do Ensino Secundário.

O currículo de Matemática

Recomendação 1: Um novo currículo de Matemática global e alinhado

É urgente a elaboração de um novo currículo de Matemática para todos os ciclos de escolaridade (do 1.º Ciclo do Ensino Básico até ao final do Ensino Secundário). Este currículo deverá substituir todos os Programas de Matemática em vigor, em particular o Programa e as Metas Curriculares, bem como as Orientações de Gestão Curricular e as Aprendizagens Essenciais que deles decorreram.

A elaboração deste currículo deve tomar em consideração a experiência curricular adquirida em Portugal nas últimas décadas. Por tal, é imperioso que o novo currículo mantenha o alinhamento com as orientações nacionais naquilo em que estas evoluíram consistentemente, em especial na valorização de conhecimentos, capacidades e atitudes, ficando assim em sintonia com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, proposta curricular basilar que aponta um horizonte nacional adequado.

O novo currículo deve ainda considerar orientações curriculares internacionais inspiradoras de países cujos alunos apresentam resultados elevados nos estudos comparativos em Matemática.

A elaboração de um novo currículo permitirá criar condições para garantir a qualidade de um currículo nacional de Matemática e, subsidiariamente, eliminar a profusão e a disparidade de documentos curriculares nacionais dirigidos ao ensino da Matemática que atualmente coexistem.

3
4
6
9.3

Recomendação 2: Um currículo de Matemática com dois níveis de decisão

Nos documentos curriculares para a Matemática, devem considerar-se dois níveis de decisão: um nível nacional e um nível local.

O nível nacional corresponde a um currículo de Matemática, de carácter central e prescritivo, que define, por ciclos de escolaridade, o núcleo comum para todos os alunos relativamente às finalidades do ensino da Matemática, aos seus objetivos, aos conteúdos matemáticos que todos os alunos deverão aprender, às orientações metodológicas a adotar, aos recursos a usar e à avaliação a praticar.

O nível local corresponde a documentos curriculares locais em Matemática, a desenvolver por cada escola/agrupamento de escolas, organizados por ciclos e por anos de escolaridade. Este nível de currículo constitui uma concretização das orientações nacionais e uma oportunidade de as

6
7.2
9.1
9.3

complementar, podendo incluir atividades de articulação horizontal (por exemplo, projetos interdisciplinares incluindo várias áreas), ou em ligação com o terreno, abordagem de conteúdos matemáticos relevantes (por exemplo, matemática experimental, pensamento computacional).

O nível local de currículo permite, por um lado, considerar os interesses e necessidades das realidades locais identificadas pelas escolas e, por outro lado, considerar a adequação às necessidades individuais de aprendizagem dos alunos.

Os documentos curriculares locais devem respeitar todas as componentes do currículo nacional e orientar-se pelos seus princípios, em particular no que diz respeito à extensão, não devendo inviabilizar-se a sua concretização com qualidade.

Recomendação 3: Um currículo de Matemática orientado por princípios

O currículo de Matemática deve respeitar os seguintes princípios:

- *Universalidade*: o currículo de Matemática deve ser dirigido a todos os alunos, numa perspetiva de equidade, com uma abordagem adequada às suas idades, assumindo inequivocamente que ninguém pode ficar privado de aprender Matemática e que esta disciplina é um direito universal de todos;
- *Coerência interna*: as diferentes componentes do currículo devem estar articuladas entre si. Esta coerência deve verificar-se em termos de articulação vertical e horizontal;
- *Relevância*: as orientações curriculares devem ser de tal modo que envolvam todos os alunos numa Matemática à qual atribuam significado. A Matemática precisa de ser percebida pelos alunos como valiosa, quer para a sua formação pessoal, quer para o desenvolvimento global do mundo, sendo imprescindível o reconhecimento da sua importância, utilidade e poder. Destaca-se o papel das conexões internas da Matemática e das conexões desta com o mundo real e múltiplas áreas de saber, nomeadamente as associadas às culturas dos alunos;
- *Foco*: os tópicos matemáticos a abordar em cada ciclo de escolaridade devem ser em número relativamente pequeno, de modo a permitir a profundidade e qualidade das aprendizagens dos alunos, sendo obrigatoriamente exequíveis no tempo letivo disponível;
- *Nível cognitivo elevado*: as orientações curriculares devem exigir que os alunos sejam sujeitos de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes, que proporcionem o respetivo raciocínio matemático e a reflexão sobre as suas aprendizagens.

3.3

6

8.2

9.3

Recomendação 4: Um currículo de Matemática com finalidades diversas para todos os alunos

O currículo de Matemática deve proporcionar a todos os alunos aprendizagens que concretizem as diferentes finalidades que justificam a universalidade no acesso a esta disciplina. A par da dimensão pessoal, há que considerar as dimensões cultural, social e política das finalidades da aprendizagem da Matemática.

Na dimensão pessoal, que destaca o contributo da matemática para a formação integral do indivíduo, o papel formativo, que advém do domínio de conhecimento científico e seus métodos, só terá sentido se os alunos desenvolverem simultaneamente uma atitude positiva para lidar com a Matemática, revelando sentimentos de autoconfiança e autoeficácia que tendencialmente proporcionam satisfação intelectual.

Na dimensão cultural, que evidencia que a matemática constitui um produto da criação humana, a par de outros domínios do conhecimento humano, importa não só a transmissão da herança cultural como também o perspetivar da matemática como uma ciência em constante evolução.

Na dimensão social, que relewa o papel instrumental da matemática, importa garantir aos alunos as aprendizagens requeridas para o prosseguimento de estudos e para a vida ativa, considerando o que atualmente se antecipa das eventuais necessidades do futuro, mas importa também reconhecer a utilidade singular da matemática na evolução da sociedade, em particular no desenvolvimento científico e tecnológico.

Na dimensão política, é de sublinhar o contributo significativo que a Matemática proporciona para o exercício de uma competência democrática na sociedade atual, onde a literacia matemática desempenha um papel incontornável na leitura e compreensão dos fenómenos sociais, económicos e políticos, e na possibilidade de intervenção social.

5.1
6
8.2
9

Recomendação 5: Um currículo de Matemática com conteúdos relevantes e baseado na compreensão matemática

Um currículo de Matemática deve valorizar a compreensão, base fundamental para o sucesso da aprendizagem matemática por todos os alunos.

Deve considerar como conteúdos tanto conhecimentos matemáticos, como capacidades matemáticas, a ser abordados de forma integrada e em associação com o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à Matemática. Assim, devem contemplar-se de forma equilibrada a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação, as conexões, o uso de representações múltiplas, a fluência procedimental, a criatividade, a literacia digital, a reflexão (metacognição), a persistência/resiliência e a capacidade de trabalhar individualmente e em colaboração.

Reforça-se que a relevância dos conteúdos matemáticos provem não só do seu valor para a formação dos alunos, como do reconhecimento do papel que desempenham no desenvolvimento das outras áreas do saber, do conhecimento em geral, das profissões e da sociedade. A ênfase nas

3
6
9.3

conexões múltiplas da matemática com distintas áreas do conhecimento (por exemplo, artes, ciências, humanidades) é uma condição indispensável para a compreensão da relevância da matemática.

Recomendação 6: Um currículo de Matemática com orientações metodológicas tendo como foco a experiência matemática dos alunos

O currículo de Matemática deve contemplar indicações metodológicas que explicitem aspetos diretamente ligados à abordagem da Matemática e ao papel do docente e do aluno, pois de ambos dependem decisivamente as oportunidades de aprendizagem, bem como a relação que o aluno cria com esta área do saber.

É essencial a diversificação de experiências matemáticas, baseadas em tarefas de natureza diversa, bem como uma dinâmica de aula que implique o aluno, sendo indispensável a realização frequente de práticas de ensino exploratório da Matemática, que proporcionem uma aprendizagem dialógica a partir da discussão coletiva de produções matemáticas dos alunos, na qual se explorem e conectem representações matemáticas múltiplas.

A diferenciação pedagógica no ensino da Matemática deve não só dirigir-se a alunos com dificuldades, mas também àqueles que estão em condições de aprofundarem as suas aprendizagens.

3
5.1
7.2
8.2
9

Recomendação 7: Um currículo de Matemática com recursos diversos e eficientes

O currículo de Matemática, qualquer que seja o ciclo de escolaridade, deve considerar as ferramentas tecnológicas como recursos para o ensino e a aprendizagem da Matemática, que favoreçam a adequação e a ampliação da experiência matemática. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robots, aplicações disponíveis na *Internet* e *software* para tratamento estatístico, cálculo algébrico simbólico, geometria, funções e modelação. A *Internet* deve constituir-se como fonte importante de acesso à informação ao serviço do ensino e aprendizagem da Matemática.

Devem também considerar-se materiais manipuláveis que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas.

Em todos os casos, deve garantir-se um acesso eficiente à utilização dos recursos. A renovação de equipamentos deve necessariamente ser prevista e a sua manutenção realizada de forma continuada.

5
6
7
8.2
9.1
9.2

Recomendação 8: Um currículo de Matemática que assuma o valor da avaliação pedagógica de natureza formativa

O currículo de Matemática deve destacar a importância da avaliação formativa e prescrever o desenvolvimento de práticas que contribuam para a aprendizagem da Matemática e para a regulação do ensino. Tais práticas, geradoras de diferenciação pedagógica, devem sobretudo ter por base a exploração de tarefas de elevado nível cognitivo, focadas em aspetos essenciais da aprendizagem matemática, e o uso de instrumentos de avaliação diversificados que abranjam os diferentes conteúdos em Matemática (conhecimentos, capacidades e atitudes). Estas práticas permitem ao docente recolher informações indispensáveis para melhorar o seu ensino e criam condições favoráveis para a aprendizagem de todos os alunos.

Para potencializar práticas de avaliação formativa devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. O recurso a critérios de avaliação deve ser feito de forma a facilitar a compreensão do aluno sobre o que é esperado que realize e aprenda.

5.1
6
8.2

Recomendação 9: Um currículo de Matemática na Educação Pré-escolar

O currículo de Matemática deve proporcionar experiências matemáticas de qualidade, adequadas às idades das crianças e contextualizadas nas vivências do dia-a-dia, integradas com outras áreas de conhecimento e com a vida real, com as quais se devem articular.

A Matemática deve ser considerada como uma área de conhecimento, com domínios diferenciados, nomeadamente números e cálculo mental, pensamento algébrico, estatística e geometria, que devem ser abordados em contexto, explorando os significados atribuídos pelas crianças e sem qualquer ênfase nos formalismos.

Conceitos relativos a estes domínios devem emergir no trabalho relativo a situações diversas, no quadro da resolução de problemas que sejam pertinentes e do interesse das crianças, e sobre as quais possam comunicar informalmente através de representações múltiplas às quais atribuam significado, nomeadamente palavras, símbolos idiossincráticos e materiais.

Estas experiências são determinantes para o sucesso escolar dos alunos ao longo de toda a sua escolaridade, pelo que não podem deixar de ser facultadas a todas as crianças, sendo necessário acautelar que todas tenham acesso a uma experiência matemática estimulante desde o início da educação de infância.

2
6
8.2

Recomendação 10: Um currículo de Matemática para o Ensino Básico

O currículo de Matemática para o Ensino Básico deve ser coerente, garantindo a articulação vertical ao longo dos três ciclos, em todos os domínios de conteúdo a ser considerados.

3
6

A Estatística e as Probabilidades devem ser consideradas ao longo de toda a escolaridade, valorizando-se a literacia estatística. A abordagem à Geometria deve valorizar o desenvolvimento do raciocínio espacial, essencial para lidar com situações da vida real. O sentido de número e a fluência em cálculo mental devem ser considerados indispensáveis, assim como saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados. A Álgebra deve construir-se ancorada no desenvolvimento do pensamento algébrico e valorizando a modelação matemática.

Estes domínios devem estar presentes no 1.º Ciclo e ser aprofundados nos ciclos seguintes, com progressivos níveis de formalismo, dando relevo às conexões entre domínios com vista a uma abordagem integrada da Matemática.

Recomendação 11: Um currículo de Matemática para o Ensino Secundário

Tendo em conta que o Ensino Secundário se constitui como ensino obrigatório integrante da formação global do aluno, o currículo de Matemática neste nível deve ser composto por um núcleo comum que defina o que é essencial na formação matemática à saída do ensino obrigatório, a ser frequentado por todos os alunos, que lhes permita desenvolver a necessária literacia matemática a que cada um tem direito. Deve também prever núcleos complementares, a acrescentar ao núcleo comum, que respondam a diferentes interesses de formação matemática específica.

No caso do Ensino Profissional, é imperioso uma reformulação dos diversos módulos que já existem e a inclusão de novos que possam ser usados em alguns cursos tendo em conta a respetiva relevância. As possibilidades de exploração matemática nas diferentes áreas de formação devem ser diversificadas, com recurso a ferramentas matemáticas não suficientemente contempladas (por exemplo, em Estatística, Métodos Numéricos e Otimização), tirando partido das potencialidades das tecnologias.

Sublinha-se que no Ensino Secundário se devem valorizar todas as finalidades do ensino obrigatório, não podendo ser exclusivamente perspetivado como um ciclo de preparação para o Ensino Superior. Em Portugal, esta visão restritiva tem vindo a ser acentuada pelo processo de acesso ao Ensino Superior, que agrava as conceções de carácter seletivo associadas à Matemática na medida em que a média de acesso a um número muito elevado de cursos requer a classificação no exame externo de disciplinas de Matemática. É, por tal, necessário repensar o processo de acesso ao Ensino Superior, o que poderá constituir uma oportunidade para uma alteração progressiva da representação social do estatuto da Matemática e, conseqüentemente, para uma imagem social mais favorável da disciplina.

3
4
6
9.1

Recomendação 12: Um currículo de Matemática produzido por equipes com perfil adequado

O currículo nacional de Matemática deve ser elaborado por uma equipe com autores cujas formações sejam diversificadas e complementares, ligadas ao ensino da Matemática, que incluam investigadores em educação matemática, matemáticos e docentes que ensinam Matemática nos ciclos a que dizem respeito os documentos curriculares.

Durante o período de audição pública da versão prévia do currículo nacional, devem ser ouvidas entidades competentes, incluindo a APM, SPE, SPIEM e SPM.

No que diz respeito aos documentos curriculares locais, são os docentes que ensinam Matemática que têm a responsabilidade de os elaborar, no exercício do seu protagonismo curricular. Estes documentos devem resultar de trabalho colaborativo entre os docentes que ensinam Matemática diretamente envolvidos nas escolas.

No processo de discussão de ideias específicas a considerar nos documentos curriculares locais, haverá interesse na auscultação de parceiros que possam oferecer contributos para a adequação do currículo às necessidades locais e para a potenciação dos recursos à disposição. Entre estes parceiros, são fundamentais os encarregados de educação e familiares, os responsáveis por instituições educativas e culturais da região e os responsáveis por empresas do tecido empresarial local que possam contribuir para a realização de projetos.

3
4
5.1
6
7
8.2
9.1
9.2

Dinâmicas de desenvolvimento curricular

Recomendação 13: Processos de mudança curricular nacionalmente regulados

Os processos de mudança curricular devem justificar-se por critérios de natureza técnico-científica e decorrer de estudos de avaliação externa. Devem ser sistematicamente acompanhados com dispositivos de monitorização e avaliação externa, que permitam a regulação dos processos necessariamente associados a um novo currículo nacional de Matemática, desde as fases de produção e experimentação à implementação, e durante toda a sua vigência, com vista às adequações necessárias.

As mudanças curriculares devem ser temporalmente programadas de modo a que o currículo nacional seja conhecido nas escolas com pelo menos um ano de antecedência, e acautelar o necessário faseamento das medidas de acompanhamento e apoio, que requerem tempo para se tornarem eficientes.

Sendo os processos de desenvolvimento curricular extremamente complexos e exigindo uma atenção constante e prolongada, sugere-se a criação de uma entidade, como um instituto de desenvolvimento curricular, que se

4.3
7
9.1

responsabilize inteiramente pela regulação dos processos de mudança curricular, incluindo a avaliação de manuais escolares.

Recomendação 14: Um desenvolvimento curricular com condições nas escolas

O desenvolvimento curricular nas escolas deve ser apoiado por condições indispensáveis e diversas. Trata-se de reconhecer o desenvolvimento curricular como uma componente fundamental e indispensável do trabalho do docente, que se realiza diariamente e em cada um dos anos letivos, e que é indissociável do ato de ensinar. O desenvolvimento curricular inicia-se com decisões diversas, operacionaliza-se com a produção de documentos e concretiza-se com a realização das práticas de ensino e avaliação. Este trabalho acontece diariamente, e não apenas em situação de implementação de um novo currículo.

As condições para o desenvolvimento curricular devem garantir:

- A possibilidade efetiva de realização de trabalho colaborativo entre docentes (alocação de tempo, horários compatíveis e previsão de espaços) dirigido à elaboração dos documentos curriculares locais de Matemática, à planificação de atividades de articulação horizontal e vertical, à preparação de aulas, à partilha e reflexão sobre experiências de ensino e práticas de avaliação;
- A existência de oportunidades de colaboração efetiva entre os docentes que ensinam Matemática e os de outras disciplinas ou áreas de formação. Só a colaboração permite a articulação curricular horizontal, a qual, no caso dos Cursos Profissionais, é absolutamente imprescindível para a adequação da Matemática às necessidades específicas da área de formação de cada curso;
- A possibilidade de coadjuvação entre docentes que potenciem a ação educativa na aula, favorecendo quer a realização de práticas de ensino compatíveis com a aprendizagem matemática pretendida (por exemplo, acompanhamento de trabalho autónomo dos alunos e orquestração de discussões matemáticas), quer a articulação vertical entre docentes de diferentes ciclos e a articulação horizontal entre docentes com formações diferenciadas (por exemplo, desenvolvimento de conexões), bem como a possibilidade de realização de desdobramento da turma em aulas com o objetivo exclusivo de agilizar a realização de trabalho incompatível com a gestão da turma completa (por exemplo, trabalho experimental);
- A existência de sistemas de apoio em contexto de escola, nomeadamente o desenvolvimento de programas de formação de docentes fortemente ancorados no trabalho relativo ao ensino da Matemática.

4
7
8.2
9.1
9.2

Recomendação 15: Um desenvolvimento curricular apoiado por recursos adequados

O desenvolvimento curricular deve ser apoiado por um conjunto de recursos diversos que efetivamente contribuam para a realização de práticas curriculares adequadas em Matemática. Entre estes, são fundamentais:

- Bancos de recursos de acesso livre e fácil, incluindo tarefas, instrumentos de avaliação e relatos de experiências de aula, que ilustrem boas práticas de abordagem à Matemática e inspirem o trabalho de docentes neste domínio;
- Manuais digitais flexíveis que viabilizem a lógica de ciclo preconizada pelo currículo nacional de Matemática e que sejam passíveis de articulação com os documentos localmente elaborados;
- Laboratórios de Matemática ou conjuntos de recursos utilizáveis em sala de aula, que correspondam a um apetrechamento mínimo compatível com as experiências matemáticas a proporcionar;
- No contexto dos Cursos Profissionais, acresce ainda a importância de acautelar a produção de materiais que tenham em consideração as especificidades dos diferentes cursos das distintas áreas de formação.

4
6
7
8.2
9.1
9.2

Avaliação do desempenho dos alunos

Recomendação 16: Práticas de avaliação em prol do sucesso e não da retenção

As práticas de avaliação do desempenho dos alunos devem merecer uma atenção igual à que habitualmente é dada às práticas de ensino. Deverá existir um investimento sustentado, por parte das escolas, em medidas de apoio a desenvolver aos primeiros sinais de dificuldades manifestados pelos alunos, de forma a prevenir situações de insucesso relativamente à aprendizagem da Matemática, as quais devem ser energeticamente evitadas relativamente a todos os alunos.

O sistema de repetência em vigor em Portugal deve ser aplicado apenas como último recurso e depois de esgotadas todas as outras vias de recuperação dos alunos, e apenas no final de cada ciclo. O facto de existir um currículo de Matemática organizado por ciclos e não por anos de escolaridade, cria uma situação favorável para a consecução desta recomendação.

3
6
8.2
9.2

Recomendação 17: Provas de avaliação externa alinhadas com as aprendizagens matemáticas previstas no currículo nacional de Matemática

O âmbito e os procedimentos das provas de avaliação externa em Matemática deverão tornar-se adequados à avaliação de todos os objetivos de aprendizagem previstos no currículo nacional de Matemática.

Assim, as provas externas não devem focar-se exclusivamente na avaliação escrita de conteúdos de aprendizagem pretensamente mensuráveis com maior facilidade, como os conhecimentos matemáticos escritos. Estas provas devem dar oportunidade a que se revelem outras aprendizagens, ampliando-se tempo/momentos, diversificando-se modos (escrito e oral, individual e coletivo), sustentados em recursos e suportes diversificados, nomeadamente ferramentas digitais.

6

Recomendação 18: Avaliação externa comparável

As provas de aferição em Matemática, que incidem exclusivamente sobre os conteúdos previstos no currículo nacional, devem ser construídas com base num banco de itens que não sejam do domínio público de modo a que possam ser reutilizados em anos sucessivos. Isto permitirá a adoção do mesmo instrumento de avaliação em anos consecutivos, condição necessária para possibilitar a comparabilidade nacional dos resultados dos alunos em diferentes anos. Esta medida não invalida a divulgação de um número reduzido de itens das provas para efeitos de ilustração pública do tipo de questões que podem ser colocadas.

As provas finais de ciclo e os exames devem continuar a ter os respetivos itens públicos de forma a favorecer o princípio da transparência, contribuindo para a possibilidade da existência de reapreciações e reclamações das classificações.

8

Recomendação 19: Interpretação situada dos resultados das provas de aferição

A interpretação dos resultados das provas de aferição pelo IAVE deve ter em conta informação previamente providenciada pelas escolas relativa à respetiva gestão curricular, nomeadamente a distribuição dos conteúdos abordados nos programas de cada ano de escolaridade. Apenas com base nesta informação é possível realizar-se uma interpretação adequada do significado dos resultados dos alunos, acautelando as diferentes opções de gestão curricular tomadas pelas escolas.

De modo a poder ser potenciado o efeito regulador para as aprendizagens dos alunos, as provas de aferição devem ser realizadas o mais cedo possível no ano escolar em que se realizam,

8.2

9.3

Formação de docentes

Recomendação 20: Sustentabilidade para a formação inicial de educadores e professores

A formação inicial de docentes que ensinam Matemática precisa de um investimento sólido, antes que as carências acentuadas que atualmente se preveem criem uma situação de perturbação das escolas e do próprio sistema educativo. É urgente criar condições que atraiam para a docência estudantes bem qualificados que tendencialmente se tornarão excelentes docentes.

Na concretização da formação inicial, a colaboração entre docentes do Ensino Superior com diferentes formações complementares trará contributos importantes na definição dos conteúdos relevantes e sua abordagem, nomeadamente a colaboração entre docentes da área da Didática da Matemática e docentes que lecionam unidades curriculares da área da Matemática, bem como com docentes de outras áreas disciplinares com as quais são relevantes as conexões matemáticas (por exemplo, Arquitetura, Ciências, Dança, Literatura, Música).

Devem ser criadas condições adequadas aos docentes que se disponibilizam a ser professores cooperantes na Prática de Ensino Supervisionada. Estes são atores imprescindíveis sem os quais a formação inicial ficará impossibilitada de desenvolver a componente de iniciação à prática profissional, componente essencial para uma formação profissionalizante que se quer de qualidade.

1
6

Recomendação 21: Necessidade de programas eficientes de formação contínua em ensino da Matemática

A formação contínua de docentes que ensinam Matemática deve ser alvo, a nível nacional, de um investimento continuado e focado na promoção do sucesso das aprendizagens de todos os alunos em Matemática.

As experiências positivas de programas de formação contínua e de desenvolvimento curricular que já existiram em Portugal recomendam que a formação contínua de docentes seja desenvolvida no seu contexto, valorizando o trabalho colaborativo entre pares e reconhecendo-o como essencial para o desenvolvimento profissional dos docentes que ensinam Matemática numa mesma escola.

Para que a formação seja eficiente, com impactos nas práticas letivas, deve privilegiar estratégias focadas no desenvolvimento curricular, centradas na sala de aula, com concretização e apreciação de experiências de ensino nas turmas dos docentes envolvidos, que incluam a análise das aprendizagens matemáticas dos alunos e os fatores que concorrem para o seu (in)sucesso. Para tal, muito pode contribuir a estratégia de supervisão por pares e formadores, que simultaneamente reforça a colaboração entre os envolvidos.

O foco da formação contínua deve incidir tanto na Didática da Matemática como na Matemática relevante para o ensino. Pode ainda incidir em áreas de saber que explicitamente mobilizam conexões matemáticas (por exemplo,

4
7.1
7.2
8.2
9.1
9.2

literacia financeira, sustentabilidade ambiental), o que é particularmente importante no contexto dos Cursos Profissionais.

Recomenda-se uma estratégia nacional que envolva as Instituições do Ensino Superior e os Centros de Formação no desenvolvimento articulado, relativamente a conteúdos e estratégias, da formação contínua dos profissionais dos diversos níveis educativos.

Recomendação 22: Valorização inequívoca da profissão docente

É imprescindível que o profissional de educação em qualquer nível educativo veja o seu papel único reconhecido e valorizado pelas políticas educativas e pela sociedade em geral. Ser docente é uma profissão altamente complexa, que exige constantemente resolução de problemas e gestão de dificuldades várias, na qual participam múltiplos atores. Por tal, o saber profissional específico que o docente detém necessita de permanente atualização e aprofundamento.

Assim, recomendamos que a educadores e professores sejam proporcionadas possibilidades de realizar investigação e formação pós-graduada, a ser reconhecida de modo significativo no acesso e na progressão nas respetivas carreiras e de modo a poder constituir-se como uma mais-valia para a escola.

Devem ainda ser criadas condições que garantam ao docente o reconhecimento efetivo do seu inestimável papel na sociedade, ampliando tanto as motivações intrínsecas, como as extrínsecas.

1
6.3
6.5
7.1
7.2

Referências

- Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projeto e a reação dos alunos com a Matemática: a experiência do Projeto MAT₇₈₉*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Abrantes, P., Leal, L., Silva, M., Teixeira, P., & Veloso, E. (1997). *MAT₇₈₉, Inovação curricular em Matemática — Proposta de atividades para os alunos*. Lisboa: APM.
- Abrantes, P., Leal, L., Teixeira, P., & Veloso, E. (1997). *MAT₇₈₉, Inovação Curricular em Matemática*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Afonso, N., Peralta, H., Menitra, C., & Massano, C. (2009). *Relatório de meta-avaliação da avaliação do Plano de Acção para a Matemática*. Lisboa: Faculdade de Psicologia e DGIDC/ME (não publicado).
- Albuquerque, C., Barroso, A., Gouveia, J., Nápoles, S., Sequeira, L., & Torres, M. (2013). *Sobre o novo Programa de Matemática do Ensino Básico*. Obtido de <https://ciencias.ulisboa.pt/pt/noticia/30-09-2013/sobre-o-novo-programa-de-matematica-do-ensino-basico>
- [APM] Associação de Professores de Matemática (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- [APM] Associação de Professores de Matemática (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Bessot, A., & Ridgway, J. (Eds.) (2000). *Education for mathematics in the workplace*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, C. (2012). *Metas curriculares de Matemática – Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, C. (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, C., & Loura, L. (2014). *Programa e Metas curriculares de Matemática A, Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- [BMGF] Bill & Melinda Gates Foundation (2019). *Education Research & Development: Learning from the Field*. Obtido de <http://k12education.gatesfoundation.org/researchanddevelopment/>
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Bocconi, S., Chiocciariello, A., Dettori, G., Ferrari, A., & Engelhardt, K. (2016). *Developing computational thinking in compulsory education – Implications for policy and practice*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Brocardo, J., Delgado, C., Segurado, I., Rocha, I., & Pires, M. (2017). Como os manuais escolares abordam o tema Números Racionais. *Educação e Matemática*, 144-145, 75-80.

- Bughin, J., Hazan, E., Lund, S., Dahlström, P., Wiesinger, A., & Subramaniam, A. (2018). *Skill Shift: Automation and the Future of the Workforce*. Nova Iorque: Mckinsey Global Institute. Obtido de <https://www.mckinsey.com/featured-insights/future-of-work/skill-shift-automation-and-the-future-of-the-workforce>
- Canavarro, A. P., & Rocha, I. (2008). Desenvolvimento profissional de professores de Matemática: mais valias e desafios do PFCM nos distritos de Évora e Leiria. In R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, & L. Blanco (Orgs.), *Investigación en educación MATEMÁTICA XII* (pp. 577-586). Badajoz: SEIEM.
- Canavarro, A. P. (2010). Os novos manuais escolares estão aí. E agora? *Educação e Matemática*, 107, 48.
- Canavarro, A. P., & Santos, L. (2016). Recursos na Educação Matemática. In A. P. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo, & L. Santos (Eds.), *Recursos na Educação Matemática, Atas do EIEM 2016, Encontro em Investigação em Educação Matemática* (pp. 3-6). Évora: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Carvalho e Silva, J., Fonseca, G., & Martins, A. (1997). *Programa de Matemática - Relatório Reuniões de lançamento*. Lisboa: Comissão de Acompanhamento de Matemática. Departamento do Ensino Secundário (não publicado).
- Carvalho e Silva, J., Fonseca, G., Martins, A., Fonseca, C., & Lopes, I. (2001a). *Matemática A, 10.º ano*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério de Educação.
- Carvalho e Silva, J., Fonseca, G., Martins, A., Fonseca, C., & Lopes, I. (2001b). *Matemática B, 10.º ano*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério de Educação.
- Carvalho e Silva, J., Martins, E., Martins, A., & Loura, L. (2001c). *Matemática Aplicada às Ciências Sociais, 10.º e 11.º ano*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério de Educação.
- Carvalho e Silva, J., Fonseca, G., Martins, A., Fonseca, C., & Lopes, I. (2002a). *Matemática A, 11.º ano*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério de Educação.
- Carvalho e Silva, J., Fonseca, G., Martins, A., Fonseca, C., & Lopes, I. (2002b). *Matemática A, 12.º ano*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério de Educação.
- Carvalho e Silva, J., Fonseca, G., Martins, A., Fonseca, C., & Lopes, I. (2002c). *Matemática B, 11.º ano*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério de Educação.
- Carvalho e Silva, J. (2012). The mathematics teaching in Vocational schools in Portugal. *PreProceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1838-1843). Seoul: ICMI.
- Castro, J., & Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados, Textos de apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: DGIDC.
- [CIA] Central Intelligence Agency (2019). *The world factbook*. Obtido de <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/sn.html>.

- [CMT] Cambridge Mathematics Team (s/d). *Mathematics education, Estonia style*.
Obtido de <https://www.cambridgeassessment.org.uk/insights/mathematics-education-estonia-style/>
- [CNE] Conselho Nacional de Educação (1994). *Relatório sobre a reforma dos Ensinos Básico e Secundário 1989-1992*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- [CNE] Conselho Nacional de Educação (2003). *O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- [CNE] Conselho Nacional de Educação (2019). *Regime de Seleção e Recrutamento do Pessoal Docente da Educação Pré-Escolar e Ensinos Básico e Secundário*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- Cosme, A. (2018). *Projeto de autonomia e flexibilidade curricular: Estudo avaliativo da experiência pedagógica desenvolvida em 2017/2018 ao abrigo do despacho N.º 5908 / 2017*. Lisboa: Direção-Geral da Educação.
- [CCSSO & NGACBP] Council of Chief State School Officers & National Governors Association Center for Best Practices (2013). *Common core state standards initiative*. Obtido de <http://www.corestandards.org/>
- [CCSSO & NGACBP] Council of Chief State School Officers & National Governors Association Center for Best Practices (s/d a). *Common core state standards for mathematics*. Obtido de <http://www.corestandards.org/>
- [CCSSO & NGACBP] Council of Chief State School Officers & National Governors Association Center for Best Practices (s/d b). *Application to Students with Disabilities*. Obtido de <http://www.corestandards.org/>
- Davies, A., Fidler, D., & Gorbis, M. (2011). *Future work skills 2020*. California: Institute for the Future for the University of Phoenix Research Institute, Palo Alto. Obtido de www.iftf.org
- [DEB] Departamento da Educação Básica (2001a). *Currículo nacional do Ensino Básico: Competências essenciais*. Lisboa: Departamento da Educação Básica, Ministério da Educação.
- [DEB] Departamento da Educação Básica (2001b). *Projeto de Reflexão Participada sobre os Currículos do Ensino Básico*. Lisboa: Departamento da Educação Básica, Ministério da Educação.
- [DES] Departamento do Ensino Secundário (1995a). *Orientações de Gestão do Programa — Alunos que ingressam no 10.º ano em 1995/96 e 1996/97*. Lisboa: Ministério da Educação.
- [DES] Departamento do Ensino Secundário (1995b). *Orientações de Gestão do Programa — Alunos que ingressam no 11.º ano em 1995/96*. Lisboa: Ministério da Educação.
- [DES] Departamento do Ensino Secundário (1995c). *Orientações de Gestão do Programa — Alunos que completam o 12.º ano em 1995/96*. Lisboa: Ministério da Educação.
- [DES] Departamento do Ensino Secundário (1997). *Matemática — programas 10.º, 11.º e 12.º anos*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério de Educação.
- [DGE & DGEEC] Direção-Geral da Educação & Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (2016). *Relatório: Questionário sobre os documentos*

curriculares. Lisboa: Direção-Geral da Educação e Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência, Ministério da Educação (não publicado).

- [DGE] Direção-Geral da Educação (2016). *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico e de Matemática A do Ensino Secundário*. Lisboa: Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação
- [DGE] Direção-Geral da Educação (2018). *Candidatura à acreditação/renovação da acreditação como entidades avaliadoras e certificadoras de manuais escolares - Lista de Entidades Acreditadas*. Lisboa: DGE.
- [DGEBS] Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (1990). *Programa do 1.º Ciclo*. Lisboa: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação.
- [DGEBS] Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (1991a). *Organização Curricular e Programas (Volume I). Ensino Básico – 2.º Ciclo*. Lisboa: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação.
- [DGEBS] Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (1991b). *Programa de Matemática, Plano de Organização do Ensino e Aprendizagem (volume II). Ensino Básico, 2.º Ciclo*. Lisboa: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação.
- [DGEBS] Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (1991c). *Organização Curricular e Programas (Volume I). Ensino Básico – 3.º Ciclo*. Lisboa: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação.
- [DGEBS] Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (1991d). *Programa de Matemática, Plano de Organização do Ensino e Aprendizagem (volume II). Ensino Básico, 3.º Ciclo*. Lisboa: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação.
- [DGEBS] Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (1991e). *Matemática e Métodos Quantitativos, Organização Curricular e Programas*. Lisboa: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação.
- [DGFV] Direção Geral de Formação Vocacional (2004). *Programa. Componente de formação científica. Disciplina de Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Domingos, A., & Teixeira, P. (2011). A utilização de materiais electrónicos e os manuais escolares. *Educação e Matemática*, 114, 53-56.
- European Commission (2015). *Riga Conclusions 2015*. Obtido de http://www.izm.gov.lv/images/RigaConclusions_2015.pdf
- Faria, A., Santana, I., Figueiral, L., & Ferro, N. (2019). *Recomendação sobre qualificação e valorização de educadores e professores dos ensinos básico e secundário*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- Fernandes, D. (1998). Nota de apresentação. In J. P. Ponte, L. Brunheira, P. Abrantes, & R. Bastos (Eds.), *Projetos educativos* (pp. 3-4). Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação.
- Fernandes, D., Borralho, A., Vale, I., & Cruz, I. (2010). *Uma avaliação do processo de experimentação do novo Programa de Matemática do Ensino Básico (2008/2009)*. Lisboa: Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação.

- Fernandes, S., Pereira, P., Duarte, J., & Canto e Castro, L. (2019). *Estudantes à saída do Secundário em 2017/2018 (Dados provisórios)*. Lisboa: Direção de Estatísticas da Educação e Ciência.
- Filipe, N. (2017). *Conhecimento para ensinar estatística em contexto de modelação: um estudo com professoras de Matemática do ensino profissional*. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).
- [FNAE] Finnish National Agency for Education (2016a). *New national core curriculum for basic education*. Obtido de https://www.oph.fi/english/curricula_and_qualifications/basic_education/curricula_2014
- [FNAE] Finnish National Agency for Education (2016b). *Subject teaching in Finnish schools is not being abolished*. Obtido de https://www.oph.fi/english/current_issues/101/0/subject_teaching_in_finnish_schools_is_not_being_abolished
- [FNAE] Finnish National Agency for Education (2016c). *New national core curriculum for basic education*. Helsinki: Next Print Oy (Publicação digital)
- [FNAE] Finnish National Agency for Education (2016d). *National core curriculum for general upper secondary schools 2015*. Helsinki: Next Print Oy (Publicação digital)
- [FNAE] Finnish National Agency for Education (2016e). *National core curriculum for Pre-Primary Education 2014*. Helsinki: Next Print Oy (Publicação digital)
- [FNAE] Finnish National Agency for Education (2017). *National core curriculum for Childhood Education and Care 2016*. Helsinki: Next Print Oy (Publicação digital)
- [FNAE] Finnish National Agency for Education (2018). *Education in Finland*. Obtido de https://www.oph.fi/download/175015_education_in_Finland.pdf
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Schaeffer, R. (2007). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Obtido de https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEPreK-12_Full.pdf
- Franklin, C., Bargagliotti, A., Case, C., Kader, G., Scheaffer, R., & Spangler, D. (2015). *The Statistical Education of Teachers*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Obtido de <http://www.amstat.org/education/SET>.
- Gonçalves, C., Góis, E., Vicente, L., & Martins, P. (2001). *Avaliação da implementação do Programa Ajustado de Matemática do Ensino Secundário*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- [GRE] Government of the Republic of Estonia (2014a). *National curriculum for Basic Schools*. Obtido de https://www.hm.ee/sites/default/files/est_basic_school_nat_cur_2014_general_part_1.pdf
- [GRE] Government of the Republic of Estonia (2014b). *National curriculum for upper secondary schools*. Obtido de https://www.hm.ee/sites/default/files/est_upper_secondary_nat_cur_2014_general_part_final.pdf
- [GRE] Government of the Republic of Estonia (2014c). *Basic schools and upper secondary schools act*. Obtido de <https://www.riigiteataja.ee/en/eli/513012014002/consolide>

- [GRE] Government of the Republic of Estonia (2014d). *National curriculum for basic schools. Appendix 3*. Obtido de https://www.hm.ee/sites/default/files/est_basic_school_nat_cur_2014_appendix_3_final.pdf
- [GRE] Government of the Republic of Estonia (2014e). *National curriculum for upper secondary schools. Appendix 3*. Obtido de https://www.hm.ee/sites/default/files/est_upper_secondary_nat_cur_2014_appendix_3_final.pdf /
- [GRE] Government of the Republic of Estonia (2019). *Vocational educational institutions act*. Obtido de <https://www.riigiteataja.ee/en/eli/505022014002/consolide/current>
- Graça, M., & Máximo, M. (1992). Novos programas, que generalização para 92/93? Algumas reflexões sobre a formação de professores. *Educação e Matemática*, 19/20, 57-58.
- [GSEE] Gabinete do Secretário de Estado da Educação (2019). *Autonomia e flexibilidade curricular* (selfie — AFC, 2018/19). Apresentação eletrónica no Encontro Aprendizagens Essenciais, realizado em Caparide, em 28 de março de 2019.
- Guimarães, H., & Esteves, P. (1990). Que papel para os manuais de Matemática? Uma sondagem junto dos autores. *Educação e Matemática*, 13, 21-25.
- Hodgen, J., Wake, G., & Dalby, D. (2017). *Mathematics in the successful technical education of 16-19 years old*. London: Gatsby Foundation.
- Howson, G., Keitel, C., & Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: University Press.
- Hoyles, C., Noss, R., Kent, P., & Bakker, A. (2010) *Improving mathematics at work: the need for techno-mathematical literacies*. London: Routledge.
- [IAVE] Instituto de Avaliação Educativa (2017). *Relatório nacional das Provas de Aferição – Resultados 2016 e 2017*. Obtido de <http://iave.pt/index.php/avaliacao-de-alunos/relatorios/151-provas-de-afericao-2016-e-2017>
- [IAVE] Instituto de Avaliação Educativa (2018). *Carta de recomendação ao IAVE*. Obtido de http://www.iave.pt/images/FicheirosPDF/Documentos_IAVE_-_
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2010). *ENES 2010- Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatorioestatisticas-0>,
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2011). *ENES 2011. Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatorioestatisticas-0>.
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2012). *ENES 2012 -Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatorioestatisticas-0>.
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2013). *ENES 2013-Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatorioestatisticas-0> acedido em 23/03/2019.
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2014). *ENES 2014-Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatorioestatisticas-0>.

- [JNE] Júri Nacional de Exames (2015). *ENES 2015-Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatoriosestatisticas-0>,
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2016). *ENES 2016-Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatoriosestatisticas-0>.
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2017). *ENES 2017-Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatoriosestatisticas-0>.
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2018). *ENES 2018-Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de <http://dge.mec.pt/relatoriosestatisticas-0>.
- [JNE] Júri Nacional de Exames (2019). *ENES 2019 -Base de dados dos exames nacionais do Ensino Secundário*. Obtido de https://dge.mec.pt/sites/default/files/JNE/eneb_hmlg2019_f1_distrib_pontos5.pdf
- Jones, C. (2016) *Skills for our future: Vocational Education in Massachusetts. Massachusetts Budget and Policy Center. Roadmap for Expanding Opportunity: Evidence on What Works in Education*. Obtido de <http://www.massbudget.org/reports/pdf/Skills%20For%20Our%20Future.pdf>
- Leal, L. (1992). *Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa).
- Lima, I., & Gomes, F. (1992). *Materiais de apoio aos novos programas* (documento policopiado).
- Lindberg, L., & Maerker, L. (2001). The KAM-Project: Structure of the Swedish Upper Secondary School. In M. J. Schmitt, & K. Safford-Ramus (Orgs.), *Adults learning mathematics-7: A Conversation between researchers and practitioners. Proceedings of ALM-7, the International Conference of Adults Learning Mathematics* (pp. 234-242). Snow Camp, NC: Peppercorn Press.
- Lourenço, V., Nunes, A., Amaral, A., Gonçalves, C., Mota, M., & Mendes, R. (2019). *ICILS 2018 – PORTUGAL. Literacia em Tecnologias da Informação e da Comunicação*. Lisboa: IAVE.
- Lourenço, V., Duarte, A., Nunes, A., Amaral, A. Gonçalves, C., Mota, M., & Mendes, R. (2019). *PISA 2018 – PORTUGAL. Relatório Nacional*. Lisboa: IAVE, I. P.
- Maerker, L. (2006). The KAM project: Mathematics in vocational subjects. In F. M. Horne, & B. Marr (Eds.), *Connecting voices in adult mathematics and numeracy: practitioners, researchers and learners* (pp. 206-212). London: Adults Learning Mathematics. Obtido de <https://drive.google.com/file/d/0B-nVAWVeOBRUX2Rtb19XQ2hFc1k/view>
- Marôco, J., Gonçalves, C., Lourenço, V., & Mendes, R. (2016). *PISA 2015 – PORTUGAL. Volume I: Literacia Científica, Literacia de Leitura & Literacia Matemática*. Lisboa: IAVE.
- Marôco, J., Lourenço, V., Mendes, R., & Gonçalves, C. (2016a). *TIMSS 2015 – PORTUGAL. Volume I: Desempenhos em Matemática e Ciências*. Lisboa: IAVE.

- Marôco, J., Lourenço, V., Mendes, R., & Gonçalves, C. (2016b). *TIMSS Advanced 2015 – PORTUGAL. Volume I: Desempenhos em Matemática e em Física*. Lisboa: IAVE.
- Marques, F. (2011). *O trabalho entre professores de Matemática na gestão do novo programa de Matemática do Ensino Básico*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa)
- Martins, A. (1991) Manuais escolares – por muito “apreciados” que sejam... *Boletim da SPM*, 20, 31-34.
- Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carillo, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Lisboa: Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação.
- Matos, J., Ponte, J. P., Guimarães, H., & Leal, L. (1993). *A Aplicação do novo Programa de Matemática do 11.º ano: um estudo de caso*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- [MDESE] Massachusetts Department of Elementary and Secondary Education (2017). *Massachusetts curriculum framework – 2017. Mathematics: Grades Pre-Kindergarten to 12*. Malden: Massachusetts Department of Elementary and Secondary Education. Obtido de <http://www.doe.mass.edu/>
- [ME] Ministério da Educação (1997). *Relatório sobre os Manuais Escolares: Principais Problemas Detectados, Propostas e Recomendações*. Grupo de Trabalho Constituído pelo Despacho n.º 43/ME/97, de 17 de Março. Lisboa: Ministério da Educação.
- [ME] Ministério da Educação (2005). *Relatório do Grupo de Trabalho ‘Manuais Escolares’* Grupo de Trabalho Constituído pelo Despacho n.º 11 225/ME/2005, de 18 de Maio. Lisboa: Ministério da Educação.
- [ME] Ministério da Educação (2006). *Plano de ação para a Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Documentos/planoaccaomatematica.pdf>
- [ME] Ministério da Educação (2016a). *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico. Do 1.º ao 9.º ano de escolaridade*. Lisboa: Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação.
- [ME] Ministério da Educação (2016b). *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática A, 10.º, 11.º e 12.º Anos*. Lisboa: Ministério de Educação. Obtido de http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Secundario/Metas/documentoorientador-ensino_secundario.pdf
- [ME] Ministério da Educação (2018a). *Aprendizagens essenciais. 1.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018b). *Aprendizagens essenciais. 2.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018c). *Aprendizagens essenciais. 3.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>

- [ME] Ministério da Educação (2018d). *Aprendizagens essenciais. 4.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018e). *Aprendizagens essenciais. 5.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018f). *Aprendizagens essenciais. 6.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018g). *Aprendizagens essenciais. 7.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018h). *Aprendizagens essenciais. 8.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018i). *Aprendizagens essenciais. 9.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- [ME] Ministério da Educação (2018j). *Aprendizagens essenciais. 10.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario>
- [ME] Ministério da Educação (2018l). *Aprendizagens essenciais. 11.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario>
- [ME] Ministério da Educação (2018m). *Aprendizagens essenciais. 12.º ano, Matemática*. Obtido de <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario>
- [ME & FNAE] Ministry of Education & Finnish National Agency for Education (2017). *Finish education in a nutshell*. Obtido de https://www.oph.fi/download/146428_Finnish_Education_in_a_Nutshell.pdf
- Mendes, F., & Delgado, C. (2008). *Geometria*. Lisboa: DGIDC.
- [MERRE] Ministry of Education and Research, Republic of Estonia (2019). *Pre-school, basic and secondary education*. Obtido de <https://www.hm.ee/en/activities/pre-school-basic-and-secondary-education>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2012a). *Nurturing Early Learners – A Curriculum Framework for Kindergartens in Singapore*. Obtido de <https://www.nel.sg/nel/slot/u566/Resources/Downloadable/pdf/kindergarten-curriculum-framework.pdf>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2012b). *Mathematics syllabus - Primary One to Six*. Obtido de https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2012c). *Nurturing Early Learners – A curriculum framework for Kindergartens in Singapore*. Obtido de <https://www.nel.sg/nel/slot/u566/Resources/Downloadable/pdf/kindergarten-curriculum-framework.pdf>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2012d). *Mathematics syllabus - Secondary One to Four, Express Course, Normal (Academic) Course*. Obtido de [https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-sec-1-to-4-express-n\(a\)-course.pdf](https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-sec-1-to-4-express-n(a)-course.pdf)

- [MES] Ministry of Education of Singapore (2012e). *Mathematics syllabus - Secondary One to Four, Normal (Technical) Course*. Obtido de [https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-sec-1-to-4-n\(t\)-course.pdf](https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-sec-1-to-4-n(t)-course.pdf)
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2013). *Nurturing Early Learners – A curriculum framework for Kindergartens in Singapore: Numeracy guide*. Obtido de <https://www.nel.sg/nel/slot/u566/Resources/Downloadable/pdf/nel-guide/nel-edu-guide-numeracy.pdf>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2015a). *Nurturing students*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/education/education-system/nurturing-students>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2015b). *Mathematics Syllabus - Pre-University H1 Mathematics*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/pre-university-h1-mathematics.pdf>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2015c). *Mathematics syllabus - Pre-University H2 mathematics*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/pre-university-h2-mathematics.pdf>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2015d). *Mathematics syllabus - Pre-University H2 Further mathematics*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/pre-university-h2-further-mathematics.pdf>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2015e). *Mathematics syllabus - Pre-University H3 mathematics*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/pre-university-h3-mathematics.pdf>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2018a). *Education system*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/education/education-system>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2018b). *Desired outcomes of education*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/education/education-system/desired-outcomes-of-education>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2018c). *21st Century Competencies*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/education/education-system/21st-century-competencies>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2018d). *Learning areas and learning goals*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/education/preschool/learning-areas-and-learning-goals>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2019a). *Teaching and learning resources*. Obtido de <https://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/resources>
- [MES] Ministry of Education of Singapore (2019b). *Learning support in primary 1*. Obtido de <https://beta.moe.gov.sg/primary/curriculum/learning-support/>
- Mo, J. (2019). How is students' motivation related to their performance and anxiety? *PISA. Focus*, 92. Obtido de <https://doi.org/10.1787/d7c28431-en>

- Moreira, D., Ponte, J. P., Pires, M., & Teixeira, P. (2006). Manuais escolares: um ponto de situação. *Atas do XV Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 333-354). Monto Gordo: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Mullis, S., & Martin, O. (Eds.). (2013). *TIMSS 2015 Assessment frameworks*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. Obtido de <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/frameworks.html>
- Mullis, S., & Martin, O. (Eds.). (2014). *TIMSS Advanced 2015 Assessment Frameworks*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. Obtido de <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015-advanced/frameworks.html>
- Mullis, S., Martin, O., & Loveless, T. (2016). *20 Years of TIMSS: International trends in Mathematics and Science achievement, curriculum, and instruction*. Boston College, Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center. Obtido de <http://timss2015.org/timss2015/wp-content/uploads/2016/T15-20-years-of-TIMSS.pdf>
- Mullis, S., Martin, O., Foy, P., & Hooper, M. (2016a). *TIMSS 2015 International results in mathematics*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. Obtido de <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/>
- Mullis, S., Martin, O., Foy, P., & Hooper, M. (2016b). *TIMSS Advanced 2015 International Results in Advanced Mathematics and Physics*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. Obtido de <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/advanced/>
- Musset, P. (2015) *Building skills for all: A review of Finland. Policy insights on literacy, numeracy and digital skills from the survey of adult skills*. Paris: OECD. Obtido de <http://www.oecd.org/finland/Building-Skills-For-All-A-Review-of-Finland.pdf>
- [NCTM] National Council of Teachers of Mathematics (2017). *Princípios para a ação – Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Lisboa: APM.
- Neves, A., Pereira, C., Santos, F., Godinho, R. e Pereira, T. (2010). *Avaliação Externa do Impacto da Expansão dos Cursos Profissionais no Sistema Nacional de Qualificações*. IESE. ANQ.
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2011). Does investing in after-school classes pay off? *PISA. Focus*, 3. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5k9h362rftmq-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2012). *Education at a glance 2012: OECD Indicators*. Paris: OECD Publishing. Obtido de <http://dx.doi.org/10.1787/eag-2012-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2013). *PISA 2012 Results: Excellence Through Equity: Giving Every Student the Chance to Succeed (Volume II)*. PISA, OECD Publishing. Obtido de <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201132-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2014a). Are 15-year-olds creative problem-solvers? *PISA. Focus*, 38. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5jz6zgzq6vd8-en>

- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2014b). Does Pre-primary education reach those who need it most? *PISA. Focus*, 40. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5jz15974pzvg-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2014c). Are disadvantaged students more likely to repeat grades? *PISA. Focus*, 43. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5jxwwfp1ngr7-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2015a). Does Math make you anxious? *PISA. Focus*, 48. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5js6b2579tnx-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2015b). Is spending more hours in class better for learning? *PISA. Focus*, 54. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5jrw21j8drmv-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2016). *PISA2015 Results (Volume I). Excellence and equity*. Paris: OECD Publishing.
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2016a). Is memorization a good strategy for learning mathematics? *PISA. Focus*, 61. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5jm29kw38mlq-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2016b). Should all students be taught complex mathematics? *PISA. Focus*, 65. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5j1sh10gd6lr-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2017a). *PISA 2015 Results (Volume V - Summary in Portuguese): Collaborative Problem Solving*. Obtido de <https://doi.org/10.1787/9789264285521-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2017b). What do we know about teachers' selection and professional development in high-performing countries? *PISA. Focus*, 70. Obtido de <https://doi.org/10.1787/87acdc87-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2017c). Do students spend enough time learning? *PISA. Focus*, 73. Obtido de <https://doi.org/10.1787/744d881a-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2018). *The Future of Education and Skills 2030*. Paris: OECD Publishing.
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2019). *TALIS 2018 Results (Volume I). Teachers and school leaders as lifelong learners, TALIS*. Paris: OECD Publishing. Obtido de <https://doi.org/10.1787/1d0bc92a-en>
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2019a). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. Paris: OECD Publishing. Obtido de <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>.
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2019b). *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*. Paris: OECD Publishing. Obtido de <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>.
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2019c). *Portugal - Country Note - PISA 2018 Results*. Obtido de http://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_PRT.pdf

- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (s/d) *Future of Education and Skills for 2030, Curriculum analysis*. Obtido de <http://www.oecd.org/education/2030-project/curriculum-analysis/>
- Pacheco, J. (1996). *Currículo: Teoria e práxis*. Porto: Porto Editora.
- Paiva, A., & Candeias, N. (2009) Manuais digitais ou manuais em papel, eis a questão! *Educação e Matemática*, 105, 29.
- Parlamento Europeu & Conselho da União Europeia (2009). Recomendação do Parlamento Europeu e do Conselho de 18 de Junho de 2009 sobre a criação de um Quadro de Referência Europeu de Garantia da Qualidade para o Ensino e a Formação Profissionais. *Jornal Oficial da União Europeia*, 155, 11-14.
- [POCH] Programa Operacional Capital Humano (2019). *OCDE destaca o papel do Ensino Profissional no combate ao abandono escolar*. Obtido de <https://www.poch.portugal2020.pt/pt-pt/Noticias/Paginas/noticia.aspx?nid=172>
- Ponte, J. P. (2002). O ensino da Matemática em Portugal. Uma prioridade educativa? In Conselho Nacional de Educação (Org.), *O Ensino da Matemática: Situação e perspectivas* (pp. 21-56). Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- Ponte, J. P., Matos, J., Guimarães, H., Leal, L., & Canavarro, A. P. (1991). *O processo de experimentação dos novos programas de Matemática: Um estudo de caso*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P., Martins, A., Nunes, F., Oliveira, I., Silva, J., Almeida, J., Serrazina, L., & Abrantes, P. (1997). *Diagnóstico e propostas para a Matemática escolar*. Lisboa: Ministério da Educação, Secretaria de Estado da Educação e da Inovação (não publicado).
- Ponte, J. P., Matos, J., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério da Educação.
- Ponte, J. P., Pires, M., & Nunes, C. (2008) Avaliação de manuais escolares. *Atas do XVI EIEM — Avaliação em Matemática: Problemas e perspectivas* (pp. 217-221). Vieira de Leiria: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do Ensino Básico. In GTI (Ed.), *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 11-41). Lisboa: APM.
- Population Register Centre (s/d). *EEVERTTI extranet*. Obtido de <https://vrk.fi/en/frontpage>
- Pordata (2019). *Diplomados no Ensino Superior: total e por área de educação e formação*. Obtido de <https://www.pordata.pt/Portugal/Diplomados+no+ensino+superior+total+e+por+%C3%A1rea+de+educa%C3%A7%C3%A3o+e+forma%C3%A7%C3%A3o-222>
- Pordata (2020a). *População residente: total e por grandes grupos etários*. Obtido de <https://www.pordata.pt/Portugal/Popula%C3%A7%C3%A3o+residente+total+e+por+grandes+grupos+et%C3%A1rios-513>

- Pordata (2020b). *População residente: total e por grandes grupos etários*. Obtido de <https://www.pordata.pt/Portugal/Diplomados+no+ensino+superior+total+e+por+%c3%a1rea+de+educa%c3%a7%c3%a3o+e+forma%c3%a7%c3%a3o-222-4248>
- Ramalheira, L., & Lima, I. (1994). Experimentadores propõem 5+5+5 horas para a Matemática do Secundário. *Boletim da SPM*, n.º 28.
- Rede Eurydice (2012). *O Ensino da Matemática na Europa – Desafios Comuns e Políticas Nacionais*. Lisboa: Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (DGEEC).
- Rocha, I. (2010). *Contribuições de um programa de formação contínua em Matemática para o desenvolvimento profissional dos professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. (Tese de Doutoramento, Universidad de Extremadura, Espanha).
- Rodrigues, A. (2015). *A Matemática no ensino profissional. Os programas e as representações dos professores*. (Tese de Doutoramento, Universidade da Beira Interior).
- Rodrigues, A. (2018). Ensino profissional: educar para o futuro. In A. Caseiro, A. Domingos, J. M. Matos, F. L. Santos, M. Almeida, P. Teixeira & R. Machado (Eds.), *Atas do XXIX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 8-18). Lisboa: APM.
- Rodrigues, E. (2015). *Rota da curricularidade pré-escolar em Portugal*. Comunicação no Sábado Pedagógico do Núcleo Regional do Porto do Movimento da Escola Moderna (10 dezembro de 2015).
- Sá, E., Reis, I., Ramos, M., & Pato, J. (1998). *Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário – Critérios de elaboração de Programas de Matemática do 7.º ao 12.º ano*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional e Sociedade Portuguesa de Matemática.
- Sá, E., Reis, I., Ramos, M., & Pato, J. (1999). *Critérios de elaboração de manuais escolares e guiões para professores de Matemática, do 7.º ao 12.º ano*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional e Sociedade Portuguesa de Matemática.
- Sá, E. (2003). In CNE – Conselho Nacional de Educação (Org.), *O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas* (pp. 69-87). Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- Sanchez, L., & Mascarenhas, L. (2002). *Iniciação ao estudo das funções reais de variável real – 10.º ano. Projeto REANIMAT*. Lisboa: Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e Fundação Calouste Gulbenkian.
- Santiago, P., Levitas, A., Radó, P., & Shewbridge, C. (2016). School organisation and operating schools in Estonia. In *OECD Reviews of School Resources: Estonia 2016*. Paris: OECD Publishing. Obtido de <https://doi.org/10.1787/9789264251731-8-en>
- Santos, L. (2008). Um olhar sobre o Plano da Matemática. *Educação e Matemática*, 97, 3-6.
- Santos, L., Pinheiro, A., Santos, E., Pires, M., Amado, N., Ferreira, R., & Canelas, R. (2009). *Plano da Matemática. Relatório final. Novembro 2009*. Lisboa: Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério de Educação. (não publicado)

- Santos, L., Canavarro, A. P., Santos, E., Pires, M., Martinho, H., Amado, N., & Ferreira, R. (2012). *Plano da Matemática e novo programa do Ensino Básico. Relatório final. Novembro 2012*. Lisboa: Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério de Educação (não publicado).
- Santos, M., Miguéns, M., Rodrigues, A., Canelas, A., Dias, A., Gregório, C., Faria, E., Ramos, F., Rodrigues, I., Albergaria, M., Félix, P. & Perdigão, R. (2018). *Estado da Educação 2017*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- Santos, M., Miguéns, M., Canelas, A., Rodrigues, A., Dias, A., Gregório, C., Faria, E., Bertinetti, F., Ramos, F., Albergaria, M., Félix, P. & Perdigão, R. (2019). *Estado da Educação 2018*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- [SE] Statistics Estonia (2019). *The population of Estonia increased last year*. Obtido de <https://www.stat.ee/news-release-2019-007>
- Schleicher, A. (2019). *PISA 2018: Insights and Interpretations*. Obtido de <http://www.oecd.org/pisa/PISA%202018%20Insights%20and%20Interpretations%20FINAL%20PDF.pdf>
- Schmidt, W. (s/d). *21st Century mathematics curriculum framework*. Material distribuído em sessões de trabalho no âmbito do OECD 2030 Mathematics curriculum document analysis project (MCDA) (não publicado)
- Serrazina, L., Canavarro, A. P., Guerreiro, A., Rocha, I., Portela, J., & Gouveia, J. (2005). *Programa de formação contínua em Matemática para professores de 1.º Ciclo*. Lisboa: Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério de Educação.
- Serrazina, L., Canavarro, A. P., Guerreiro, A., Rocha, I., Portela, J., & Gouveia, J. (2011). O Programa de formação contínua em Matemática: Contributos da investigação. In A. Henriques, C. Nunes, A. Silvestre, H. Jacinto, H. Pinto, A. Caseiro, & J. P. Ponte (Orgs.), *Atas do XXII SIEM* (pp. 595-608). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Serrazina, L. (2013). O Programa de formação contínua em Matemática para professores do 1.º Ciclo e a melhoria do ensino da Matemática. *Da Investigação às práticas*, 3(2), 75-97.
- Silva, I., & [NEPE] Núcleo de Educação Pré-escolar (1997). *Orientações curriculares para a Educação Pré-escolar*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Silva, I., Marques, L., Mata, L., & Rosa, M. (2016). *Orientações curriculares para a Educação Pré-escolar*. Lisboa: Ministério da Educação, DGE.
- [SEAB] Singapore Examinations and Assessment Board (2019). Obtido de <https://www.seab.gov.sg/>
- St. Aubyn, A., Heitor, F., & Queiró, J. (2007). *Relatório de avaliação final do Projecto REANIMAT*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. (não publicado).
- Teixeira, P. (2004). *O Acompanhamento local como modelo de desenvolvimento curricular em Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (Dissertação de mestrado, Universidade Nova de Lisboa).
- [UNESCO] United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (1975). *Guide to the planning, preparation and selection of school textbooks*, 21 July 1975, pp. 1-6. (documento de trabalho).

- [USC] United States Congress (2006). *Carl D. Perkins Career and Technical Education Improvement Act of 2006*. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- Veigas, A., Palma, C., Afflalo, C., Duarte, J., Santos, R., & Banha, R. (2016). *Relatório: Questionário sobre os documentos curriculares*. Lisboa: Direção-Geral da Educação e Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência.
- Viana, J. P. (2013). Os efeitos do Plano da Matemática. *Educação e Matemática*, 121, 10-11.
- Vieira, J. (1990). Manuais escolares no Ensino Primário. *Educação e Matemática*, 13, 19-20.
- [WEF] World Economic Forum (2018). *The future of jobs report 2018*. Geneva, Switzerland: Center for the New Economy and Society.

Legislação

- Circular n.º 17/DSDC/DEPEB/2007*. Lisboa: DGIDC.
- Circular n.º 4/DGIDC/DSDC/2011*. Lisboa: DGIDC.
- Circular n.º S-DGE/2016/3351DSDC*. Lisboa: Direção-Geral da Educação.
- Circular n.º S-DGE/2019/1583 (DSDC/DMDDE)*. Lisboa: Direção-Geral da Educação.
- Decreto-Lei n.º 369/90, de 26 de novembro. *Diário da República n.º 273/1990*, 1.ª Série. Lisboa: Ministério da Educação.
- Decreto-Lei n.º 241/2001, de 30 de agosto. *Diário da República n.º 201*, Série I-A. Lisboa: Ministério da Educação.
- Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de março. *Diário da República, n.º 73/2004*, 1.ª Série-A. Lisboa: Ministério da Educação.
- Decreto-Lei n.º 261/2007, de 17 de julho. *Diário da República n.º 136/2007*, 1.ª Série. Lisboa: Ministério da Educação.
- Decreto-Lei n.º 5/2014, de 14 de janeiro. *Diário da República n.º 9/2014*, 1.ª Série. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Decreto-Lei n.º 55/2018 de 6 de julho. *Diário da República, n.º 129/2018*, 1.ª Série. Lisboa: Presidência do Conselho de Ministros.
- Despacho n.º 5220/97, de 4 de agosto. *Diário da República, n.º 178*, 2.ª Série. Lisboa: Gabinete da Secretaria de Estado da Educação e Inovação.
- Despacho n.º 15971/2012, de 14 de dezembro. *Diário da República, n.º 242*, 2.ª série. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Despacho n.º 5165-A/2013, de 16 de abril. *Diário da República, n.º 74/2013*, 2.ª Série. Lisboa: Gabinete do Ministro.
- Despacho n.º 9180/2016, de 19 de julho. *Diário da República, n.º 137*, Série II. Lisboa: Gabinete do Secretário de Estado da Educação.
- Despacho n.º 6944-A/2018, de 19 de julho. *Diário da República, n.º 138/2018*, 1.º Suplemento, 2.ª Série. Lisboa: Gabinete do Secretário de Estado da Educação.

Despacho n.º 8476-A/2018, de 31 de agosto. *Diário da República n.º 168/2018, 2.º Suplemento, 2.ª Série*. Lisboa: Gabinete do Secretário de Estado da Educação.

Despacho n.º 12 530/2018, de 28 de dezembro. *Diário da República, n.º 250/2018, 2.ª Série*. Lisboa: Gabinete do Secretário de Estado da Educação.

Despacho n.º 4947-B/2019, de 16 de maio. *Diário da República n.º 94/2019, 2.º Suplemento, 2.ª série*. Lisboa: Gabinete do Secretário de Estado da Educação.

Lei n.º 46/86, de 14 de outubro. *Diário da República, n.º 237/1986, 1.ª Série*. Lisboa: Assembleia da República.

Lei n.º 5/97, de 10 de fevereiro. *Diário da República n.º 34, Série I-A*. Lisboa: Assembleia da República.

Lei n.º 47/2006, de 28 de agosto. *Diário da República n.º 165/2006, 1.ª Série*. Lisboa: Assembleia da República.

Lei n.º 85/2009, de 27 de agosto. *Diário da República, n.º 166/2009, 1.ª Série*. Lisboa: Assembleia da República.

Lei n.º 65/2015, de 3 de julho. *Diário da República, n.º 128/2015, 1.ª Série*. Lisboa: Assembleia da República.

Lei n.º 72/2017, de 16 de agosto. *Diário da República n.º 157/2017, 1.ª Série*. Lisboa: Assembleia da República.

Ofício-Circular n.º 135/97, de 8 de julho. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento do Ensino Secundário.

Ofício-Circular n.º 208/97, de 7 de novembro. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento do Ensino Secundário.

Portaria n.º 550-C/2004, de 21 de maio. *Diário da República, n.º 119/2004, 1.ª Série-B*. Lisboa: Ministério da Educação.

Portaria n.º 1031/2009, de 10 de setembro. *Diário da República, n.º 176/2009, 1.ª Série*. Lisboa: Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior.

Portaria n.º 226-A/2018, de 7 de agosto. *Diário da República, n.º 151/2018, 1.º Suplemento, 1.ª Série*. Lisboa: Secretaria de Estado da Educação.

Portaria n.º 235-A/2018, de 23 de agosto. *Diário da República, n.º 162/2018, 1.º Suplemento, 1.ª Série*. Lisboa: Educação e Trabalho, Solidariedade e Segurança Social.

Anexos

Anexo 1 - Audição Pública

Reuniões presenciais entre o GTM e as entidades convidadas

O convite às entidades foi feito pela Direção-Geral da Educação a partir de uma lista fornecida pelo GTM. As entidades contactadas aceitaram reunir, fazendo-o na data previamente proposta ou posteriormente negociada, à exceção de uma que declinou por considerar não ser do seu âmbito de intervenção. Algumas reuniões foram feitas com apenas uma entidade, outras com mais do que uma. Houve entidades que para além de reunirem com elementos do grupo, enviaram também um parecer escrito para a DGE.

Entidades ouvidas
Academia das Ciências de Lisboa
Associação Nacional de Escolas Profissionais (ANESPO)
Associação de Estabelecimentos de Ensino Particular e Cooperativo (AEEP)
Associação de Professores de Matemática (APM)
Associação de Profissionais de Educação de Infância (APEI)
Confederação Nacional das Associações de Pais (CONFAP)
Conselho Nacional de Educação (CNE)
Departamento de Educação e Psicologia, Universidade de Aveiro (DEP, Univ. Aveiro)
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Bragança (ESE Bragança)
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa (ESE Lisboa)
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal (ESE Setúbal)
Federação Nacional da Educação (FNE)
Federação Nacional dos Professores (FENPROF)
Instituto de Educação, Universidade de Lisboa (IEUL)
Instituto de Educação, Universidade do Minho (IE, Univ. Minho)
Ordem dos Economistas
Ordem dos Engenheiros
Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE)
Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM)
Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM)

Reuniões com professores de Matemática em escolas

As reuniões decorreram entre outubro e novembro de 2019, tentando cobrir as várias regiões de Portugal continental, tendo estado presentes três ou quatro elementos do GTM. Coube à Direção-Geral da Educação garantir uma escola onde as reuniões se realizassem e informar os educadores que ensinam Matemática e os professores de Matemática da sua existência.

Escolas onde se realizaram as reuniões
Esc. Sec. de Valongo, Valongo (com a participação de aproximadamente 100 educadores/professores)
EB23 Martim de Freitas, Coimbra (com a participação de aproximadamente 100 educadores/professores)
Esc. Sec. António Damásio, Olivais, Lisboa (com a participação de aproximadamente 75 educadores/professores)
Esc. Sec. Gabriel Pereira, Évora (com a participação de aproximadamente 40 educadores/professores)
Esc. Sec. São Pedro, Vila Real (com a participação de aproximadamente 35 educadores/professores)
Esc. Sec. Dra. Laura Ayres, Quarteira (com a participação de aproximadamente 25 educadores/professores)

Pareceres recebidos por correio eletrónico

A Direção-Geral da Educação (DGE) disponibilizou um endereço de correio eletrónico para possibilitar o envio de pareceres sobre a primeira versão do documento das recomendações a todos aqueles que assim o pretendessem.

Entidades que enviaram pareceres
Associação de Pais e Encarregados de Educação de Aljezur
Associação de Estabelecimentos de Ensino Particular e Cooperativo (AEEP)
Associação Nacional de Escolas Profissionais (ANESPO)
Associação de Professores de Matemática (APM)
Departamento de Educação e Psicologia, Universidade de Aveiro (DEP, Univ. Aveiro)
Docentes do domínio da Matemática da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa (ESE Lisboa)
Departamento de Ciências Matemáticas e Naturais da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Santarém (ESE Santarém)
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Viana do Castelo (ESE Viana)
Federação Nacional da Educação (FNE)

Instituto de Educação, Universidade do Minho (IE, Univ. Minho)
Instituto para o Desenvolvimento Educativo Integrado na Ação (IDEIA)
Núcleo da APM de Braga
Ordem dos Engenheiros
Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE)
Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM)
Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM)

Escolas/Agrupamentos que enviaram pareceres
Agrupamento de Escolas D. Maria II, Braga
Agrupamento de Escolas da Mealhada
Agrupamento de Escolas de Benfica
Agrupamento de Escolas de Castelo de Paiva
Agrupamento de Escolas de Pedrógão Grande
Agrupamento de Escolas de Rates
Agrupamento de Escolas de Santa Maria da Feira
Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres, Quarteira
Agrupamento de Escolas Martim de Freitas, Coimbra
Agrupamento de Escolas Martinho Árias, Soure
Agrupamento de Escolas de Ourém, Departamento 1.º CEB
Colégio de Gaia
Colégio Diocesano de Nossa Senhora da Apresentação, Calvão
Colégio José Álvaro Vidal, Alverca
Escolas 1.º Ciclo Benfica
Escola Básica e Secundária de Ourém
Escola Básica e Secundária Prof. Armando de Lucena, Mafra
Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco Freitas Branco, Porto Santo
Escola Básica Júlio Dinis – Grijó, Vila Nova de Gaia
Escola Básica Venda do Pinheiro
Escola Dr. Joaquim Gomes Ferreira Alves

Escola Fernando Paião
Escola Secundária de Camões
Escola Secundária D. Manuel I, Tavira

Contributos enviados em nome individual
Ana Cristina Magalhães
António Dias Figueiredo
Ana Paula Jardim
Cristina Relvas
Irene Sampaio
Joaquim Miguel Palla Lizardo
João Filipe Queiró
Luís Malheiro
Lurdes Mimoso
Manuela Vicente
Maria Emília Correia Ferreira Valente dos Reis
Maria Isabel Santos Ferreira Conceição
Sofia Delgadinho
Susana Olaio
Mais 31 contributos individuais, cujos autores não confirmaram a autorização para a divulgação da sua identidade.

Anexo 2 - Número de alunos que se matricularam nos mestrados em ensino para a Educação Pré-escolar e 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (EB)

	2012/13	2013/14	2014/15	2015/16	2016/17	2017/18	2018/19
Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do EB	421	407	403	367	333	300	319
Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo e do 2.º Ciclo do EB	266	266	253	84	29	8	2
Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do EB e de Português e História e Geografia de Portugal no 2.º Ciclo do EB	0	0	0	15	26	31	11
Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do EB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do EB	0	0	0	88	112	104	111
Mestrado em Educação Pré-escolar	284	303	290	284	339	305	307
Mestrado 1.º Ciclo do EB	2	5	6	6	3	1	1
Mestrado em Matemática e Português e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do EB	16	0	2	43	48	63	58
Totais	989	981	954	887	890	812	809

Anexo 3 - Temas matemáticos do 7.º ao 9.º ano na Finlândia

Temas matemáticos	Subtemas	Tópicos
Números e Operações	Operações com números inteiros	Operações básicas com números negativos
	Número recíproco, simétrico e valor absoluto	
	Operações com frações	Multiplicação e divisão
	Conjunto dos números reais	
	Divisores de um número e decomposição em fatores primos	
	Operar com numerais decimais e com percentagens	
	Valores exatos e aproximados	
	Operar com potências	
	Raiz quadrada e operar	
Álgebra	Conceito de variável	
	Cálculo do valor de uma expressão numérica	
	Polinómios	Adição, subtração e multiplicação
	Equações do primeiro grau a uma incógnita	Resolução
	Equações incompletas do segundo grau	Resolução
	Sistemas de duas equações	Resolução algébrica e gráfica
	Inequações do primeiro grau	Resolução
	Sequência numéricas	Analisar e criar
Funções	Proporcionalidade direta e inversa	
	Conceito de função	Conceito Representação gráfica Zeros de uma função
	Sistema de coordenadas	Funções afins e quadráticas
Geometria	Desenvolvimento do conceito de ponto, reta, ângulo, linha e raio	
	Propriedades de linhas, ângulos e polígonos	
	Conceito de semelhança e congruência	Aprofundamento
	Teorema de Pitágoras	
	Teorema de Thales, ângulo inscrito e ao centro	

	Circunferência e arco de circunferência	Perímetro de uma circunferência e de um arco, área do setor circular
	Figuras a três dimensões	Área e volume da esfera, cilindro e cone
Processamento de dados, Estatística e Probabilidades	Recolha, organização e análise de dados	Aprofundamento
	Medidas de tendência central	Média, moda e mediana
	Frequência absoluta e relativa	
	Conceito de dispersão	Construção de diagramas
	Probabilidade	Cálculo de probabilidades

Fonte: FNAE (2016c)

Anexo 4 - Temas matemáticos por módulos do Ensino Secundário Geral na Finlândia

Nível	Módulo	Temas matemáticos
Unidade de estudo comum em Matemática	Número e sequências de números (MAY1)	Números reais, operações aritméticas básicas, cálculo de percentagens, funções – desenho e interpretação de gráficos, sequência de números, progressões aritméticas e geométricas e somas, logaritmo e exponencial e relações entre si, e resolução de equações do tipo $a^x=b$, $x \in \mathbb{N}$.
	Funções polinomiais e equações (MAA2)	Produto de polinómios, equações do 2.º grau, factorização de polinómios do 2.º grau, funções e equações polinomiais, e resolução de desigualdades polinomiais.
Conteúdos matemáticos avançados	Geometria (MAA3)	Figuras e objetos semelhantes, Teorema fundamental da trigonometria, geometria da circunferência, e cálculo dos comprimentos, ângulos, áreas e volumes de figuras e objetos.
	Vetores (MAA4)	Propriedades dos vetores, adição e produto de vetores, produto por um escalar, e resolução de sistemas de equações de retas e planos no espaço.
	Geometria Analítica (MAA5)	Equações de conjunto de pontos, reta, circunferência e parábola; resolução de equações com valor absoluto e de inequações; e distância de um ponto a uma reta.
	Derivadas (MAA6)	Equações e inequações em \mathbb{R} ; função derivada, limites e continuidade de uma função, e máximos e mínimos de uma função polinomial.
	Funções trigonométricas (MAA7)	Ângulo orientado e radiano, equações trigonométricas, e derivada de funções compostas e de funções trigonométricas.

	Função exponencial e logarítmica (MAA8)	Regras de cálculo de potenciais, funções e equações exponenciais e logarítmicas, e derivada de funções irracionais, exponenciais e logarítmicas.
	Cálculo integral (MAA9)	Função integral, funções integrais de funções elementares, integral definido, e cálculo de áreas e volumes.
	Probabilidade e Estatística (MAA10)	Distribuições estatísticas discretas, contínuas e paramétricas, probabilidade matemática e estatística, combinatória, regras de determinação de probabilidades, distribuições probabilísticas discretas e contínuas, valores esperados de distribuições discretas, e distribuição normal.
	Teoria de números e demonstrações matemáticas (MAA11)	Demonstrações diretas, por redução ao absurdo e por contraexemplos, demonstração por indução, divisibilidade de inteiros, algoritmo de Euclides, números primos e Crivo de Eratóstenes, Teorema fundamental da aritmética, e congruência de inteiros.
	Algoritmos em Matemática (MAA12)	Iteração e método de Newton-Raphson, algoritmos e equações de divisão polinomial, fórmulas de Newton-Cotes.
	Cálculo integral e diferencial avançado (MAA13)	Continuidade e diferenciabilidade de funções e suas propriedades gerais, função inversa, integrais impróprios, funções de duas variáveis e derivada parcial, limites de funções e sucessões, séries e suas somas.
	Expressões e equações (MAB2)	Dependência linear e proporcionalidade entre quantidades, traduzir problemas para equações, resolver equações e sistemas de duas equações graficamente e algebricamente, interpretar e avaliação soluções, funções quadráticas e resolução de equações quadráticas.

Conteúdos matemáticos básicos	Geometria (MAB3)	Figuras semelhantes, trigonometria do triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras, determinação de áreas e de volumes de figuras e objetos, e métodos geométrico num sistema de coordenadas.
	Modelos matemáticos (MAB4)	Modelos lineares e exponenciais, resolução de equações com expoentes com e sem recurso a algoritmos, sequência de números como modelos matemáticos.
	Estatística e Probabilidades (MAB5)	Parâmetros de uma distribuição estatística discreta, conceito de regressão e de correlação, fazer previsões, combinatória, conceito de probabilidade, e cálculo de probabilidades.
	Matemática comercial (MAB6)	Câmbios, custos, taxas, etc., modelos matemáticos aplicados a situações da economia, usando sequências de números e somas.
	Análise matemática (MAB7) (Curso nacional de especialização)	Métodos gráficos e algébricos, derivada, comportamento e sinal de funções polinomiais, e máximos e mínimos de funções polinomiais.
	Estatística e Probabilidades II (MAB8)	Distribuição normal e conceitos de distribuições standardizadas, teste binomial, distribuição binomial, e conceito de intervalo de confiança.

Fonte: FNAE (2016d)

Anexo 5 - Temas da disciplina *H2 Further Mathematics* de Singapura

1. Álgebra e cálculo

1.1 Indução matemática

1.2 Números complexos

1.3 Curvas polares e secções cónicas

1.4 Aplicações de integrais definidos

1.5 Equações diferenciais

2. Matemática discreta, matrizes e métodos numéricos

2.1 Relações de recorrência

2.2 Matrizes e espaços lineares

2.3 Métodos numéricos

3. Probabilidade e estatística

3.1 Variáveis aleatórias discretas

3.2 Variáveis aleatórias contínuas

3.3 Testes de hipóteses e intervalos de confiança

3.4 Testes não paramétricos

Fonte: MES (2015d)

Anexo 6 - Temas da disciplina *H3 Mathematics* de Singapura

- a) Números, por exemplo primos, primos entre si, divisibilidade, aritmética modular, máximo divisor comum, algoritmo da divisão;
- b) Funções, por exemplo gráficos, simetrias, derivadas, integrais, equações diferenciais, comportamento no limite, majorações e minorações;
- c) Sucessões e séries, por exemplo termos gerais, soma, comportamento no limite, majorações e minorações;
- d) Desigualdades, por exemplo desigualdade da média aritmética e média geométrica, desigualdade de Cauchy-Schwarz, desigualdade triangular;
- e) Contagem, por exemplo problemas de distribuição, números de Stirling de segunda espécie, equações de recorrência, princípio da bijeção, princípio de inclusão e exclusão.

Fonte: MES (2015e)

Anexo 7 - Temas matemáticos no Ensino Básico na Estónia

Nível I - 1.º ao 3.º ano

Cálculo	N.ºs inteiros de 0 a 10 000 e sua representação através da sua decomposição Comparação e ordenação de n.ºs Cálculo mental até 100, escrever a adição e subtração até 10 000 Relação entre a multiplicação e a adição e entre a divisão e a subtração Regras do cálculo mental e com algoritmos Letras como símbolos de números. Determinar o valor de uma letra numa equação. Uso de <i>software</i> para a prática de destreza de cálculo.
Medida e problemas de palavras	Unidades de comprimentos, de peso, de tempo, de dinheiro, de volume, de temperatura e relações entre medidas de uma mesma unidade. O termómetro e suas escalas. Adição de n.ºs concretos. Analisar e resolver problemas, validade das soluções obtidas de acordo com o contexto do problema. Uso de <i>software</i> para a prática da conversão de medidas.
Objetos geométricos	Ponto, segmento de reta e seu comprimento, reta. Triângulos e quadriláteros, vértices, lados e ângulos. Ângulo reto. Triângulos equiláteros e sua construção com régua e compasso. Círculo e circunferência, centro e raio. Construção da circunferência dado o raio. Cubo, esfera, cilindro, cone, pirâmide triangular e quadrangular, elementos da base faces. Figuras geométricas da vida real.

Fonte: GRE (2014d)

Nível II - 4.º ao 6.º ano

Cálculo	N.ºs naturais de 0 a 1 000 000 000 N.ºs pares e ímpares. N.ºs primos e compostos. Critérios de divisibilidade (por 2, 3, 5, e 9). Simétrico e inverso de um número. Valor absoluto. Frações equivalentes e decimais e sua conversão. As quatro operações com inteiros e racionais positivos. Numeração romana. Uso de <i>software</i> para a prática.
Dados e Álgebra	Porcentagem, determinar a parte de um todo. Eixos coordenados, gráficos de temperaturas e de movimento. Velocidade. Expressões numéricas e com letras. Cálculo do valor da letra. Fórmula. Equação. Recolha e tratamento numérico de dados. Escala. Tabela de frequências. Diagramas de barras e de linhas. Média aritmética. Uso de <i>software</i> para a prática das aprendizagens requeridas.
Objetos geométricos e Medida	Objetos geométricos básicos (ponto, reta, segmento de reta, raio, linha curva, ângulo). Comparação, medição e classificação de ângulos. Ângulos adjacentes e opostos. Interseção e paralelismo de retas. Simetria em relação a um eixo. Mediatriz de um segmento de reta e bissetriz de um ângulo. Triângulos e seus elementos. Classificação e construção de triângulos e propriedades de uma igualdade. Determinação da área do triângulo a partir da base e altura. Circunferência e seus elementos. Círculo e área do círculo.

Fonte: GRE (2014d)

Nível III - 7.º ao 9.º ano

Cálculo e dados	Cálculo com n.ºs racionais. Potências de 10 (incluindo com expoente negativo). Representação padrão de números. Potências com expoente natural. Raíz quadrada de n.ºs. Tratamento de dados (frequência absoluta e relativa, e média aritmética). O termo “probabilidade”. Uso de <i>software</i> para a prática das aprendizagens requeridas.
Percentagens	Revisão do significado do conceito de percentagem. Introdução do termo “por mil”. Calcular a unidade a partir de uma percentagem. Expressão com quocientes de percentagens. Ponto percentual. Expressão que traduz o aumento ou a diminuição da percentagem. Uso de <i>software</i> para a prática das aprendizagens requeridas.
Álgebra	Monómios e polinómios. Operações com monómios e polinómios. Fórmulas para diferentes quadrados. Soma e diferença de quadrados. Propriedades básicas das equações. Equação linear. Sistema de equações a duas incógnitas. Decomposição em fatores primos. Equações quadráticas completas e incompletas. Frações algébricas. Operações com frações algébricas. Resolução de problemas recorrendo a equações ou sistemas de equações. Uso de <i>software</i> para a resolução de equações e sistemas de equações.
Funções	Variável e função. Proporcionalidade direta e inversa. Trabalho prático para a determinação de relações proporcionais e inversamente proporcionais (ex., distância, intervalo de tempo, velocidade). Função linear e quadrática.
Geometria	Definição, teorema, hipótese, asserção e prova. Polígonos (triângulo, paralelogramo, trapézio, polígono regular), perímetro e área de polígonos. Círculo e circunferência. Ângulo ao centro e arco de circunferência. Teorema de Thales. Reta tangente a uma circunferência. Circunferência inscrita e circunscrita a um triângulo e a polígono regular. Critério de paralelismo de retas. Mediatriz de um triângulo e trapézio. Mediana e centro de gravidade de um triângulo. Semelhança de triângulos. Semelhança de polígonos. Planificação de superfícies. Teorema de Pitágoras. Funções trigonométricas de ângulos agudos. Sólidos (paralelepípedo reto, prisma reto, pirâmide, cilindro, cone, e esfera), e suas áreas e volumes.

Fonte: GRE (2014d)