UNIVERSIDADE
DE ÉVORA

GEOMÁTICA

ANÁLISE FISIOGRÁFICA

APONTAMENTOS PARA OS ALUNOS

1ª Parte

Rita Cabral Guimarães

Universidade de Évora

2019

ÍNDICE

ANÁLISE FISIOGRÁFICA

O módulo de Análise Fisiográfica faz parte da unidade curricular de Geomática, leccionada ao 3º Semestre do curso de licenciatura em Agronomia.

O objectivo principal deste módulo é fornecer aos alunos os conhecimentos necessários para que possam analisar e perceber uma carta topográfica. Pretende-se que os alunos saibam trabalhar sobre as cartas, nomeadamente nas seguintes áreas: Identificação de formas de relevo, representação do relevo, cálculo de áreas e distâncias, cálculo de declives, elaboração de perfis longitudinais do terreno, delimitação de bacias hidrográficas, conhecimento dos sistemas de referencia cartográficos, determinação de coordenadas, determinação de rumos.

1. A carta topográfica

Uma carta é uma representação plana, reduzida e simplificada da superfície terrestre ou de parte dela. A Topografia permite a elaboração de cartas através do levantamento topográfico que compreende operações de planimetria (permite determinar as projecções horizontais dos pontos da superfície terrestre) e altimetria (permite determinar as cotas desses pontos).

A importância das cartas e a importância da sua leitura e utilização é salientada no livro de Brito Limpo de 1887 do qual se apresentam alguns excertos na Figura 1.1.

1. 1. Escala

Quando falamos em carta, imediatamente lhe associamos o conceito de **escala** que é utilizada para reduzir as dimensões naturais do terreno de modo a permitir a sua representação gráfica.

A escala (*E*) de uma carta é a relação constante entre as dimensões medidas na carta (*d*) e as correspondentes dimensões reais (*D*):

$$E = \frac{d}{D} \qquad (1.1)$$

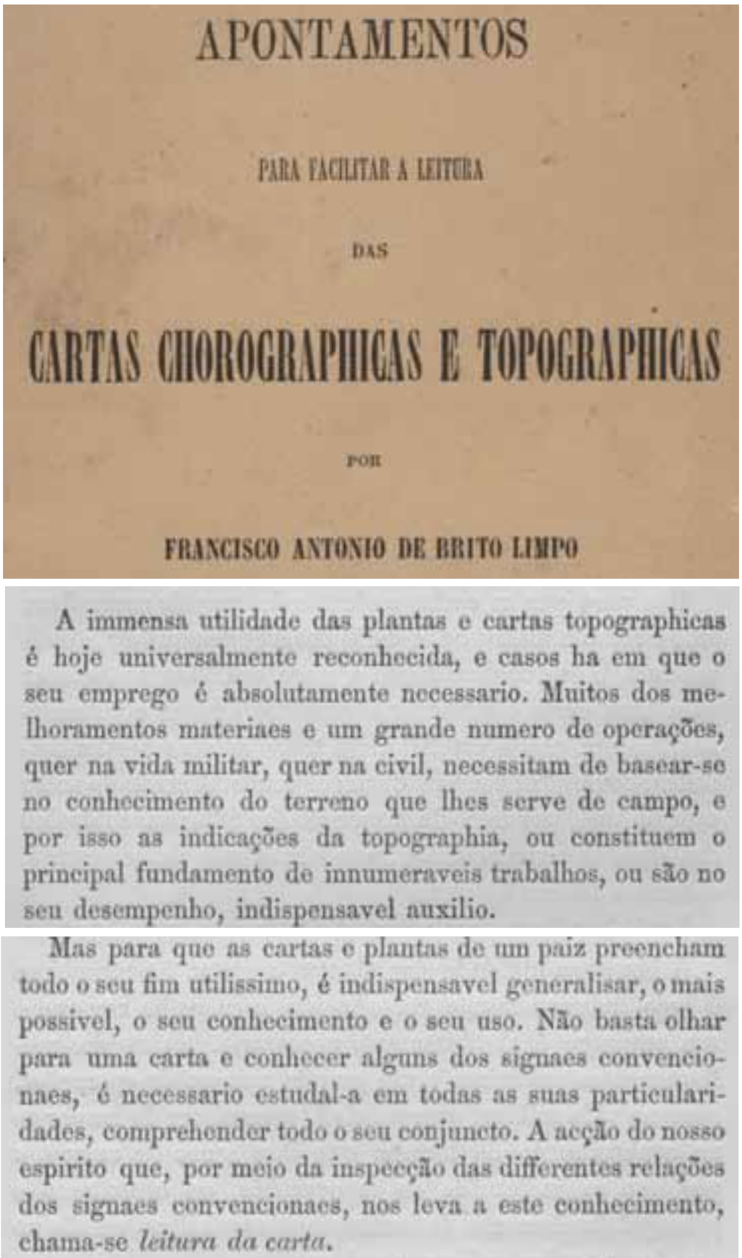
Usualmente expressa-se a escala por uma fracção em que o numerador é *1* e o denominador é um número *m* (denominador da escala) que corresponde a:

$$m = \frac{D}{d} \qquad (1.2)$$

e logo a escala vem:

$$E = \frac{1}{m} \qquad (1.3)$$

Por exemplo, se a escala for, *E = 1/125.000* significa que: *1 cm* na carta equivale a *25.000 cm* na realidade, isto é, 0,*25 km*.



APONTAMENTOS

PARA FACILITAR A LEITURA

DAS

CARTAS CHOROGRAPHICAS E TOPOGRAPHICAS

POR

FRANCISCO ANTONIO DE BRITO LIMPO

A immensa utilidade das plantas e cartas topographicas é hoje universalmente reconhecida, e casos ha em que o seu emprego é absolutamente necessario. Muitos dos melhoramentos materiaes e um grande numero de operações, quer na vida militar, quer na civil, necessitam de basear-se no conhecimento do terreno que lhes serve de campo, e por isso as indicações da topographia, ou constituem o principal fundamento de innumeraveis trabalhos, ou são no seu desempenho, indispensavel auxilio.

Mas para que as cartas e plantas de um paiz preencham todo o seu fim utilissimo, é indispensavel generalisar, o mais possivel, o seu conhecimento e o seu uso. Não basta olhar para uma carta e conhecer alguns dos signaes convencionaes, é necessario estudal-a em todas as suas particularidades, comprehender todo o seu conjuncto. A acção do nosso espirito que, por meio da inspecção das differentes relações dos signaes convencionaes, nos leva a este conhecimento, chama-se *leitura da carta*.

Figura 1.1 – Excertos do livro *Apontamentos para Facilitar a Leitura das Cartas Chorographicas e Topographicas* (Brito Limpo, 1887).

A escala poderá ser uma relação de comprimentos, mas também uma relação de áreas, ou mesmo de volumes.

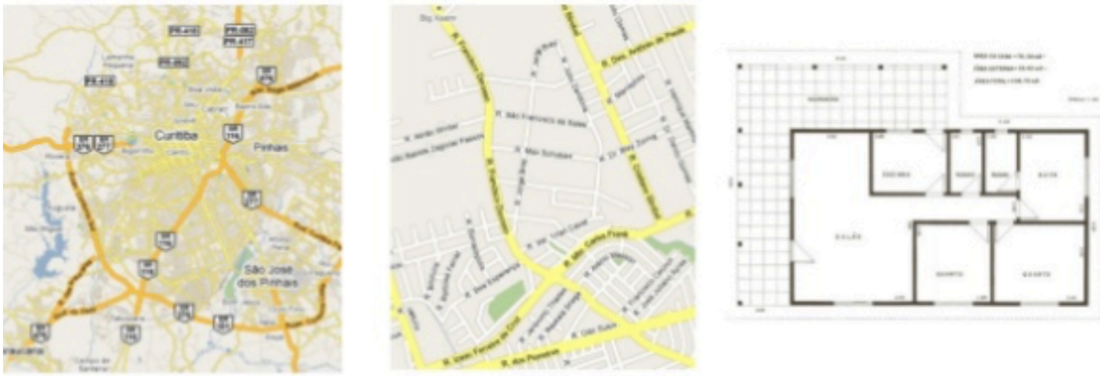
Se quisermos saber a área na escala *1/m* de um determinado terreno teremos que passar a utilizar a escala em duas dimensões, logo,

$$E = \frac{1}{m^2} \tag{1.4}$$

onde $m = \sqrt{\frac{A}{a}}$, *A* é a área real e *a* é a correspondente área gráfica.

Assim, por exemplo, se a escala for, $E = 1/25.000$ significa que: $1\ cm^2$ na carta equivale a $25.000^2\ cm^2$ na realidade, isto é, $625.000.000\ cm^2$, ou seja $0{,}0625\ km^2$.

Uma escala é grande quando *m* é pequeno sendo uma dada superfície do terreno representada por uma grande superfície na carta (maior é o pormenor). Uma escala é pequena se *m* é grande e a mesma superfície do terreno ocupa uma pequena superfície da carta (menor o pormenor). Assim, por exemplo, a escala *1/500.000* é menor do que a escala *1/50.000* que é menor do que a escala *1/50* (Figura 1.2).



Escala: 1:500.000 | Escala: 1:50.000 | Escala: 1:50

Cada 1 cm – 5 km | Cada 1 cm – 500 m | Cada 1 cm – 50 cm

Figura 1.2 – Pormenorização em função da escala.

Por vezes, normalmente em cartas de escala pequenas, utiliza-se a **escala gráfica** (Figura 1.3), que é constituída por dois segmentos de recta paralelos, divididos em partes iguais, representando à escala, o comprimento da unidade escolhida. A divisão à esquerda do zero da escala denomina-se talão e é dividida em cinco ou dez partes iguais. No exemplo da Figura 1.3, *1 cm* na carta equivale a *50 km* no terreno.

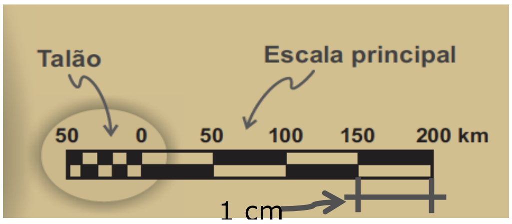


Figura 1.3 – Exemplo de uma escala gráfica.

A escolha da escala é determinada pela precisão que queremos obter e pelo grau de pormenor que queremos representar:

- Quando efectuamos a medição de uma distância gráfica cometemos, sempre, um erro acidental de *0,2 mm* (erro de graficismo e que corresponde à espessura de um traço de lápis fino). Assim, o erro cometido na obtenção da distância natural é $0{,}2 \times m$ (*m* é o denominador da escala). Adicionalmente existem sempre erros de desenho, reprodução, variação nas dimensões do papel, etc. Então podemos admitir um valor inferior a 1 mm como o erro máximo cometido na avaliação duma distância gráfica e se quisermos que a carta permita obter distâncias com um erro inferior a *n* metros é necessário que:

$$1 \times m < n \times 1.000$$

ou seja,

$$E = \frac{1}{m} > \frac{1}{n \times 1.000}$$

Por exemplo, se quisermos que *n* seja inferior a *10* vem,

$$E > \frac{1}{10.000}$$

Então o terreno deverá ser representado numa escala superior a *10.000*.

- Não é possível desenhar um pormenor com dimensões menores que *0,25 mm*, logo, se quisermos representar graficamente pormenores até à dimensão de *n* metros, vem:

$$\frac{n \times 1.000}{m} > 0{,}25mm$$

ou seja,

$$E = \frac{1}{m} > \frac{0{,}25}{n \times 1.000} = \frac{1}{n \times 4.000}$$

Por exemplo, se quisermos que fiquem representados pormenores de dimensão superior a *2* metros vem,

$$E > \frac{1}{n \times 4.000} = \frac{1}{8.000}$$

Então o terreno deverá ser representado numa escala superior a *8.000*.

Segundo Brito Limpo (1887), em 1843 foram estabelecidas, em Portugal, **as escalas convencionais** que deveriam ser empregues nos diversos serviços públicos tendo-se adoptado as escalas decimais, duplas, sub-duplas. Posteriormente adoptaram-se também as escalas quadruplas. Assim, podemos classificar as escalas em:

- Escalas decimais: $\frac{1}{10^n} \rightarrow \frac{1}{1}; \frac{1}{10}; \frac{1}{100}; \frac{1}{1.000}; \frac{1}{10.000} \ldots$

- Escalas duplas: $\frac{2}{10^n} \rightarrow \frac{1}{5}; \frac{1}{50}; \frac{1}{500}; \frac{1}{5.000}; \frac{1}{50.000} \ldots$

- Escalas sub-duplas: $\frac{1}{2 \times 10^n} \rightarrow \frac{1}{2}; \frac{1}{20}; \frac{1}{200}; \frac{1}{2.000}; \frac{1}{20.000} \ldots$

- Escalas quadruplas: $\frac{4}{10^n} \rightarrow \frac{1}{2{,}5}; \frac{1}{25}; \frac{1}{250}; \frac{1}{2.500}; \frac{1}{25.000} \ldots$

Dependendo da escala, podemos, de um modo genérico, **classificar as cartas** em (Figura 1.4):

- **Plantas**: para uma pequena porção de terreno, por exemplo planta de uma cidade, planta de uma casa. Normalmente, utilizam escalas iguais ou superiores a *1/10.000*.
- **Cartas**: para uma província ou país com escalas compreendidas entre *1/10.000* e *1/200.000*.
- **Mapas**: para uma grande extensão da superfície terrestre com escalas iguais ou menores que *1/200.000*.

MAPA	CARTA	PLANTA
Escala Pequena	Escala Média	Escala Grande

Usualmente, podemos utilizar a tabela abaixo como parâmetro para classificar o produto cartográfico pelo denominador da escala (D):

Denominador Escala (D)	1.000.000	250.000	100.000	50.000	25.000	10.000	2.000
Classificação	Mapa	Mapa	Carta	Carta	Carta	Planta	Planta

Desta forma, conseguimos ter uma noção sobre qual escala é considerada pequena, média ou grande. Lembrando que quanto maior for a área representada, menor será a escala do produto cartográfico e vice-versa.

Figura 1.4 – Escalas utilizadas em Mapas, Cartas e Plantas.

No Quadro 1.1 apresentam-se alguns exemplos de cartas produzidas no nosso país, a respectiva escala e o organismo responsável pela sua produção.

Quadro 1.1 – Exemplos de cartas Portuguesas.

Nome	Escala	Organismo responsável
Carta Militar	1/25.000	IGeoE
Carta Corográfica	1/50.000	DGTerritório
Carta de Solos	1/50.000	DGADR
Carta Geológica	1/50.000	LNEG

1.2. Sinais Convencionais

Devido às reduzidas dimensões de determinados elementos, não é possível representá-los graficamente. No entanto, estes elementos devem ser representados na carta utilizando os chamados **sinais convencionais** cujas dimensões não têm qualquer relação com a sua dimensão real. O significado dos sinais convencionais deve vir indicado na legenda da carta (Figura 1.5).

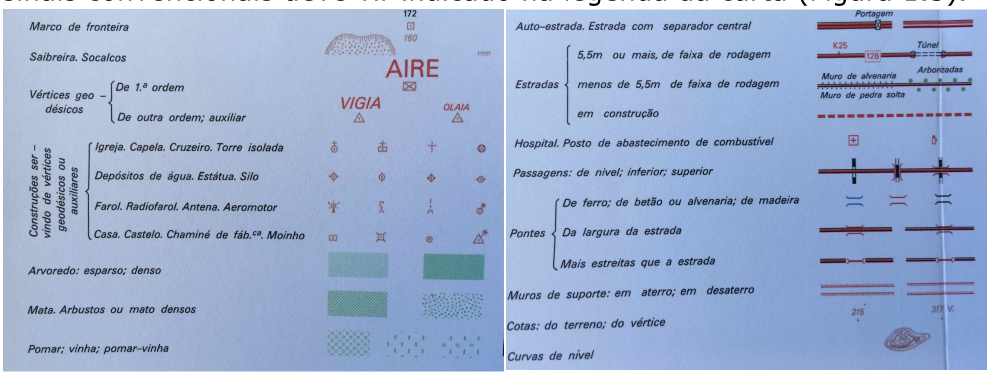


Figura 1.5 – Parte da legenda de uma carta Militar.

1.3. Representação do relevo na carta

O relevo do terreno pode ser representado por vários métodos, aqui, vamos estudar dois: o método dos pontos cotados e o método das curvas de nível.

Antes de passarmos à descrição destes métodos, convém referir alguns conceitos importantes para a representação do relevo.

1.3.1. Conceitos fundamentais na representação do relevo

Os conceitos de diferença de nível, distância horizontal, distância inclinada, declive e inclinação do terreno são fundamentais para a análise fisiográfica do terreno.

Consideremos dois pontos do terreno, *A* e *B*, tal como representados na Figura 1.6).

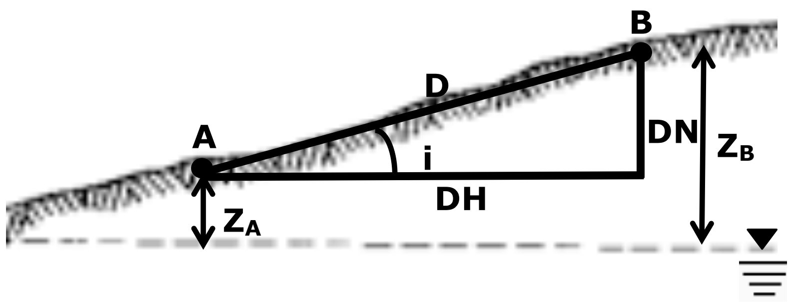


Figura 1.6 – Diferença de nível, distância horizontal, distância inclinada, declive e inclinação do terreno entre dois pontos *A* e *B*.

Entre os dois pontos *A* e *B*, podemos definir:

- **Diferença de nível**, desnível ou diferença de cotas (*DN*) - Diferenças entre as altitudes dos dois pontos, exprime-se usualmente em metros e pode ser determinada por:

$$DN = Z_B - Z_A \tag{1.5}$$

onde, Z_A e Z_B são, respectivamente, as altitudes dos pontos *A* e *B*.

- **Distância horizontal** (*DH*) – Comprimento do segmento de recta que une os dois pontos em projecção horizontal, exprime-se normalmente em *m* ou *km* e pode ser determinada por:

$$DH = \frac{DN}{tg\left(i\right)} \tag{1.6}$$

- **Distância inclinada**, distância real ou distância natural (*D*) – Comprimento do segmento de recta que une os dois pontos, exprime-se normalmente em *m* ou *km* e pode ser calculada por:

$$D = \sqrt{DN^2 + DH^2} \tag{1.7}$$

- **Inclinação do terreno** (*i*) – Ângulo que a recta que passa pelos dois pontos faz com a horizontal, pode ser expressa em *graus* ou *grados*[1] e pode ser calculada por:

$$i = arctg\left(\frac{DN}{DH}\right) \tag{1.8}$$

- **Declive do terreno** (*Dec*) – Tangente do ângulo *i*, expressa-se geralmente em % e pode ser determinado por:

$$\begin{aligned} dec &= tg\left(i\right)\times 100 \\ dec &= \frac{DN}{DH}\times 100 \end{aligned} \tag{1.9}$$

1.3.2. Pontos cotados

Consiste em marcar no terreno vários pontos e depois determinar a sua cota. Na carta estes pontos aparecem com um número que é a respectiva cota (Figura 1.7).

Os pontos são escolhidos de modo a definirem perfeitamente o terreno, isto é, são pontos notáveis tais que entre dois deles mais próximos se pode considerar constante a inclinação do terreno.

Normalmente este método utiliza-se para complementar o método das curvas de nível e não como sistema único de representação por se tornar muito confuso dado o número de pontos que seriam necessários para representar o relevo.

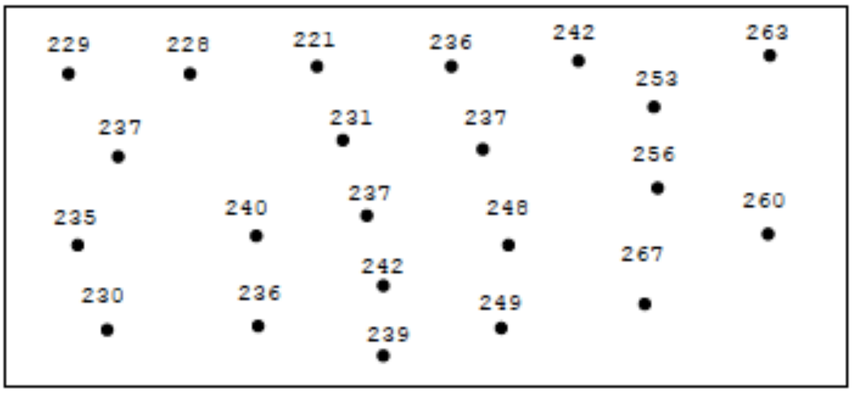


Figura 1.7 - Terreno representado pelo método dos pontos cotados.

1.3.3. Curvas de nível

Neste método imagina-se que o terreno é cortado por planos horizontais equidistantes e projectam-se as intersecções num plano horizontal de referência, obtendo-se um conjunto de linhas fechadas que são as curvas de nível (Figura 1.8).

Uma curva de nível, é, portanto, o lugar geométrico dos pontos de igual cota ou a linha que une os pontos com igual cota.

Quanto menor for a distância entre os diferentes planos horizontais melhor o terreno ficará representado, no entanto ela não deve ser tão pequena que as curvas de nível obtidas sobrecarreguem a carta tornando-a ilegível.

[1] Ver Anexo 1 – Sistemas de medidas angulares.

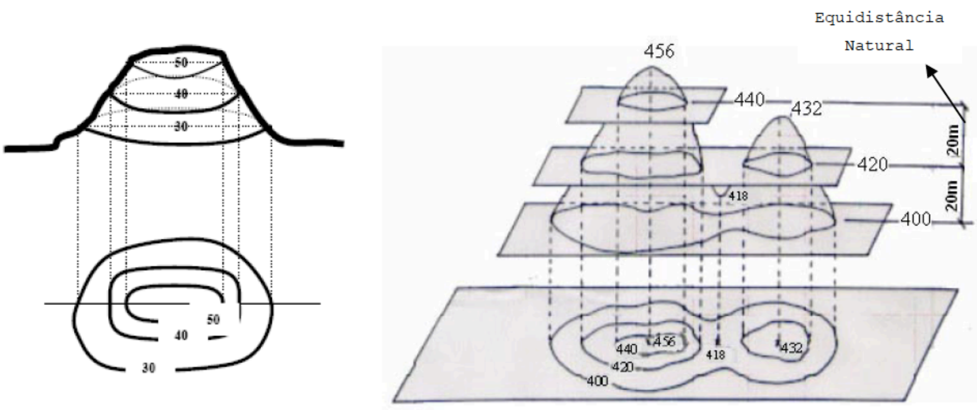


Figura 1.8 - Curvas de nível.

A distância vertical entre os planos horizontais que cortam o terreno chama-se **equidistância natural** (*N*) que reduzida à escala da carta se designa por **equidistância gráfica** (*n*).

$$N = n \times m \tag{1.10}$$

ou

$$n = \frac{N}{m} \tag{1.11}$$

onde *m* é o denominador da escala.

Os valores da equidistância gráfica variam, normalmente, entre *0,2* mm e *1* mm. Para escalas menores que *1/10.000*, adopta-se geralmente, a equidistância gráfica de *0,5 m*m e para escalas maiores que *1/10.000* a equidistância gráfica de *1 mm*.

A equidistância gráfica normalmente adoptada nas cartas portuguesas é $n = 0{,}5mm$, do que resultaram as correspondentes equidistâncias naturais para as cartas nas seguintes escalas (Quadro 1.2).

Para as cartas de escala 1/25.000 e 1/250.000, foi adoptada a equidistância gráfica de $n = 0{,}4mm$, pois mantendo o valor $n = 0{,}5mm$, corresponderiam valores pouco cómodos para as respectivas equidistâncias naturais (*12,5 m* e *125 m*).

Quadro 1.2 – Equidistâncias gráficas e correspondentes equidistâncias naturais

Escala	n	N
1/10.000	0,5 mm	5 m
1/20.000	0,5 mm	10 m
1/50.000	0,5 mm	25 m
1/100.000	0,5 mm	50 m
1/200.000	0,5 mm	100 m
1/25.000	0,4 mm	10 m
1/250.000	0,4 mm	100 m

1.3.4. Declive entre curvas de nível

Se, pelos dois pontos *A* e *B* da Figura 1.6, passarem duas curvas de nível sucessivas (Figura 1.17) vemos que: *DN* corresponde à equidistância natural *N* e logo, pela equação 1.9, vem que o declive é:

$$dec = \frac{DN}{DH} = \frac{N}{DH} \qquad (1.12)$$

dividindo ambos os termos da equação 1.12 pelo denominador da escala *m*, vem:

$$dec = \frac{N/m}{DH/m} = \frac{n}{dh} \qquad (1.13)$$

onde *n* é a equidistância gráfica e *dh* é a distância horizontal medida na carta ou distância gráfica.

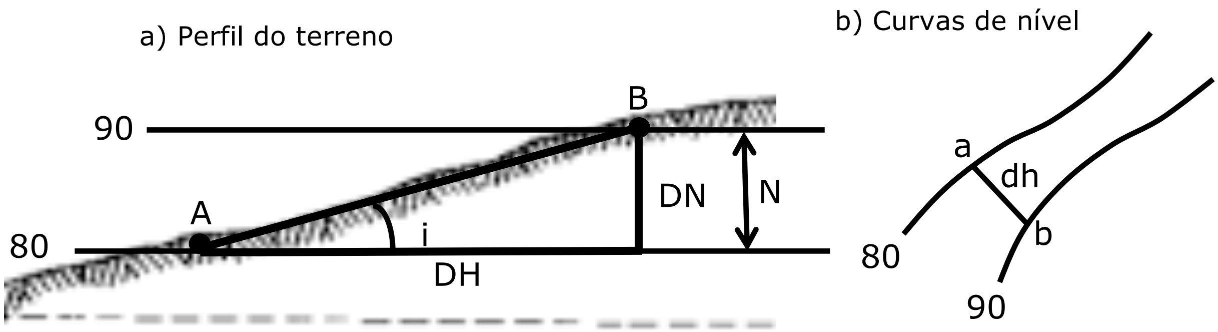


Figura 1.17 – Declive entre duas curvas de nível sucessivas.

A equação 1.13 diz-nos que para calcular o declive entre dois pontos situados sobre duas curvas de nível sucessivas, basta dividir a equidistância gráfica pela distância gráfica entre esses mesmos pontos.

Numa carta com curvas de nível, quanto maior for **o afastamento entre curvas de nível** menor é o declive do terreno e quanto menor for o afastamento entre curvas de nível maior é o declive do terreno (Figura 1.18).

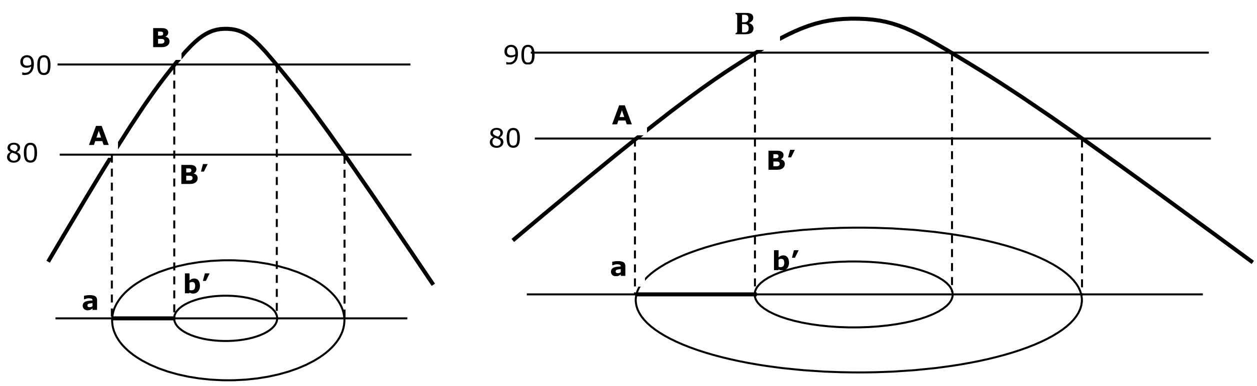


Figura 1.18 - Afastamento entre curvas de nível

A **linha de maior declive** é a linha do terreno que faz maior ângulo com o plano horizontal (Figura 1.19). A linha *AB* tem maior declive do que a linha *AC*, dado que o ângulo α é maior que o ângulo β. Esta linha corresponde à linha *ab′* que é a linha perpendicular às curvas de nível (linha mais curta entre as curvas de nível). A linha *ab′* tem maior declive do que a linha *ac′*.

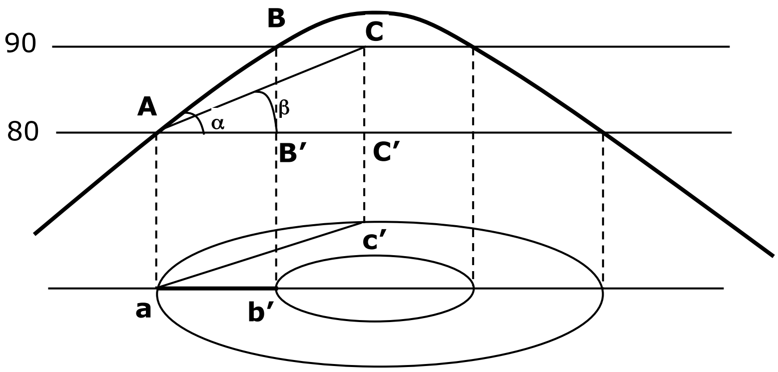


Figura 1.19 - Linha de maior declive entre duas curvas de nível.

Quando se pretende interpretar o acidentado do terreno é importante conhecermos a classificação dos declives, que se apresentam na Figura 1.20.

CLASSIFICAÇÃO DOS DECLIVES

Declive $d = \frac{e}{ab}$	Inclinação i (graus)	Classificação	Distância gráfica entre curvas de nível sucessivas e = 0,5mm	e = 0,4mm	Traficabilidade
até 5%	3	suave	10mm	8mm	Todas as viaturas
" 8%	5	fácil	6,25	5	
" 12%	7	difícil	4,2	3,3	
" 18%	10.	áspero	2,8	2,2	
" 25%	14	mtº áspero	2	1,6	Viaturas c/tracção às 4 rodas
" 33%	18	rápido	1,5	1,2	Viaturas de todo o terreno
" 50%	27	mtº rápido	1	0,8	
" 100%	45	abrupto	0,5	0,4	Viaturas c/lagartas.
> 100%		escarpado	< 0,5	< 0,4	

Figura 1.20 - Classificação dos declives (Extraído de Alves *et al.*, 1988

Casos há em que o terreno pode ter declive infinito ou declive negativo (Figura 1.21).

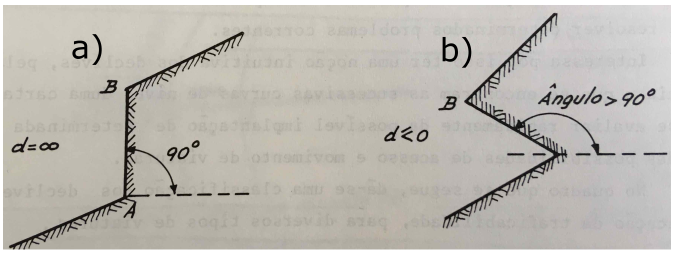


Figura 1.21 - Terreno com declive: a) infinito e b) negativo.

1.3.5. Formas características do relevo

As diferentes formas do terreno resultam sempre de duas formas simples: o tergo e o vale.

a) Tergo (crista) – É uma forma natural do terreno formado por dois semi-planos cuja intersecção se faz de modo a que a concavidade fique voltada para baixo. Assemelha-se a um livro aberto voltado para baixo (Figura 1.9)

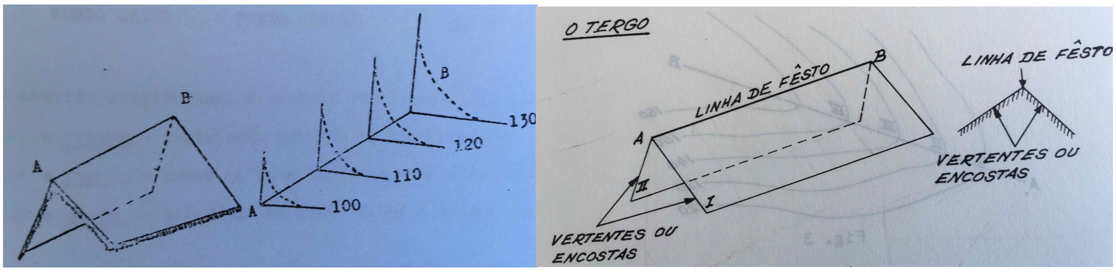


Figura 1.9 - Tergo.

A linha AB, que é a intersecção dos dois semi-planos chama-se **linha de festo**, **linha de separação de águas** ou **linha de cumeada**. As duas superfícies laterais I e II chamam-se **vertentes** ou **encostas**.

Na Figura 1.10 apresenta-se a projecção dos dois semi-planos, representados pelas curvas de nível.

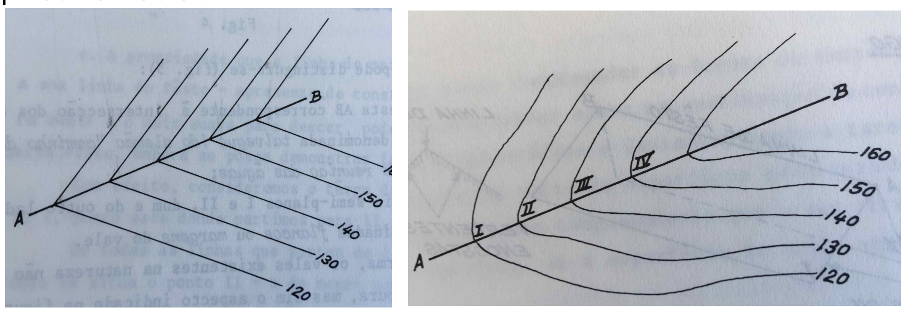


Figura 1.10 – Representação do tergo e da linha de festo.

a) Vale – É uma forma natural do terreno formado por dois semi-planos cuja intersecção se faz de modo a que a concavidade fique voltada para cima. Assemelha-se a um livro aberto voltado para cima (Figura 1.11).

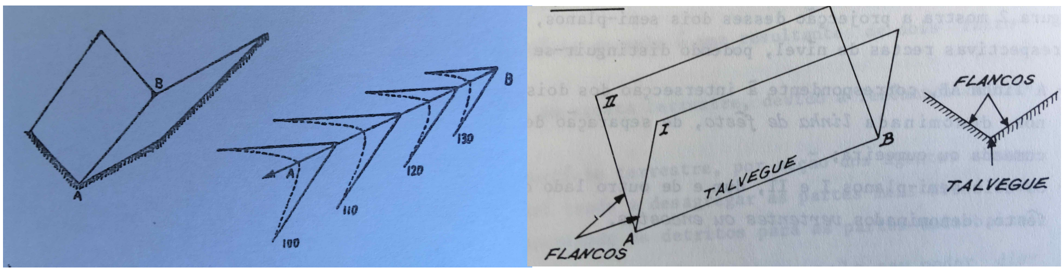


Figura 1.11 - Vale.

A linha AB, que é a intersecção dos dois semi-planos chama-se **talvegue** ou **linha de reunião de águas**. As duas superfícies laterais I e II chamam-se **flancos** ou **margens**.

Na Figura 1.12 apresenta-se a projecção dos dois semi-planos, representados.

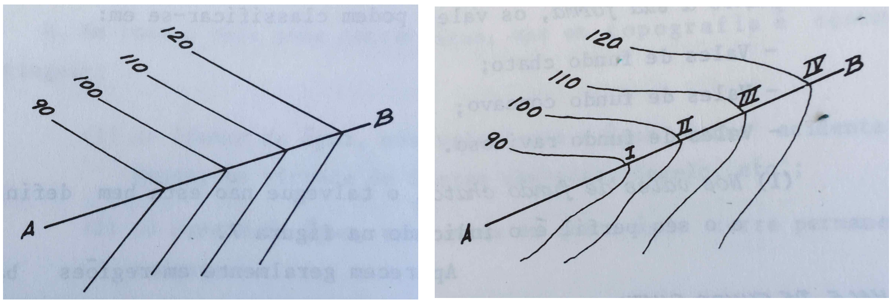


Figura 1.12 – Representação do vale e do talvegue.

Numa carta com curvas de nível podem distinguir-se facilmente os tergos e os vales, bem como as linhas de festo e os talvegues:

- Nos tergos as curvas de nível de menor cota envolvem as de maior cota, enquanto que nos vales as curvas de nível de maior cota envolvem as de menor cota (Figura 1.10 e Figura 1.12);

- Nas linhas de festo as curvas de nível mudam de direcção, formando um "cotovelo", cujo bico está dirigido no sentido dos declives descendentes (Figura 1.10);

- Nos talvegues as curvas de nível mudam de direcção, formando um "cotovelo", cujo bico está dirigido para montante (Figura 1.12);

- Existe sempre uma linha de festo entre dois talvegues (Figura 1.13).;

- Existe sempre uma linha de festo em cada um dos ângulos formados pelos confluentes dos talvegues

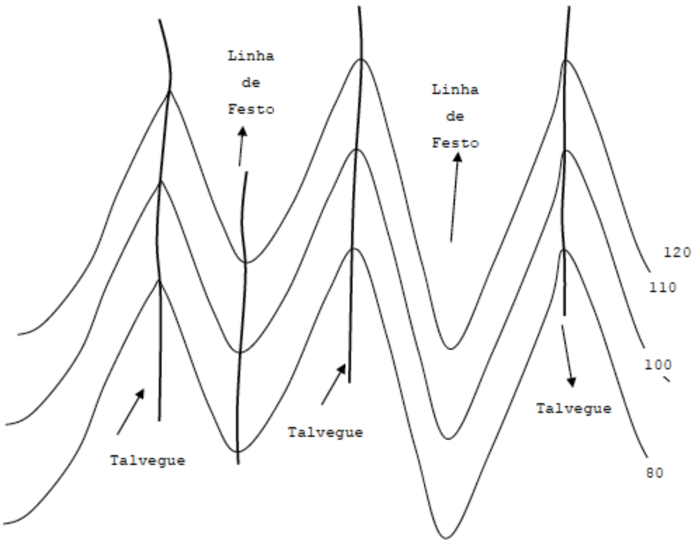


Figura 1.13 – Linhas de festo e talvegue.

1.3.6. Formas derivadas ou compostas

Da associação das formas simples, tergo e vale, resultam as formas compostas:

a) Elevação – Resulta da reunião de dois ou mais tergos (Figura 1.14).

b) Depressão – Resulta da reunião de dois ou mais vales (Figura 1.14).

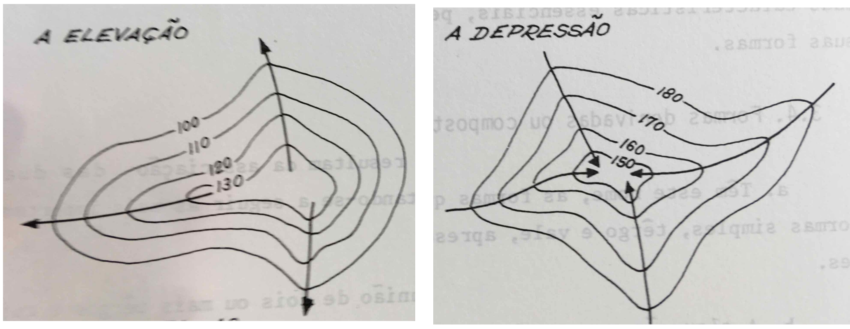


Figura 1.14 – Elevação e depressão.

c) Colo, portela, desfiladeiro ou garganta – Resulta da combinação alternada de dois tergos com dois vales (Figura 1.15) e corresponde ao abaixamento duma linha de cumeada. O colo constitui uma zona de passagem obrigatória quando se pretende atravessar de uma encosta para outra de uma elevação, sem a contornar.

d) Esporão – Quando a parte terminal de uma linha de festo, em vez de descer até ao talvegue, se ergue dando lugar a uma elevação secundária (Figura 1.16).

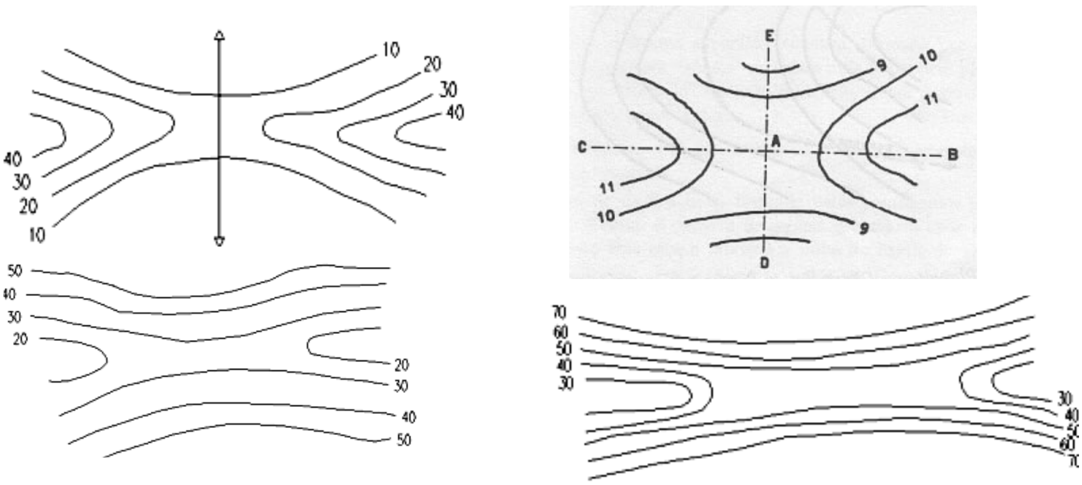


Figura 1. 15 – Colo, garganta, portela ou desfiladeiro.

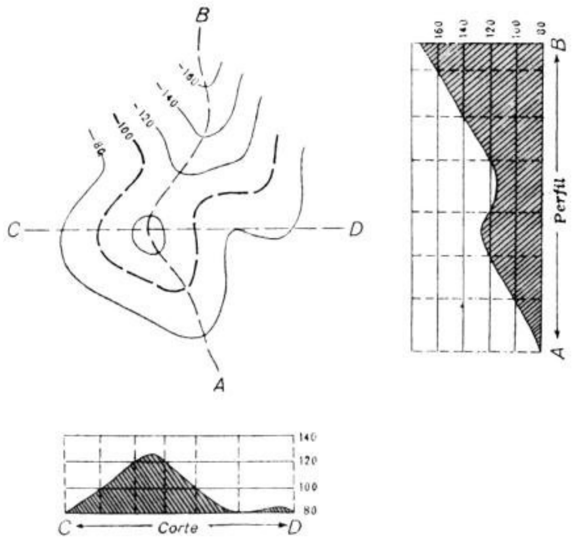


Figura 1.16 – Esporão.

1.3.7. Regras para o traçado das curvas de nível

a) A primeira curva de nível de referência é sempre a de cota zero (embora não seja desenhada) e as restantes curvas de nível são múltiplas da equidistância;

b) Quando uma curva de nível corta um talvegue sofre uma mudança de direcção com a convexidade voltada para montante;

c) Quando uma curva de nível corta uma linha de festo sofre uma mudança de direcção com a convexidade voltada para a zona de menor cota do terreno;

d) Uma curva de nível nunca corta uma linha de água em mais do que um ponto;

e) Duas curvas de nível, em regra, não se cortam. Mas há casos em que as curvas se podem tocar ou mesmo interceptar (Figura 1.22);

f) Uma curva de nível nunca se interrompe dentro dos limites do desenho, excepto quando se sobrepõe a um sinal convencional que torne confuso o desenho.

g) Para facilitar a leitura das cartas é costume desenhar a traço grosso uma em cada cinco curvas de nível. Estas curvas chamam-se curvas de nível mestras.

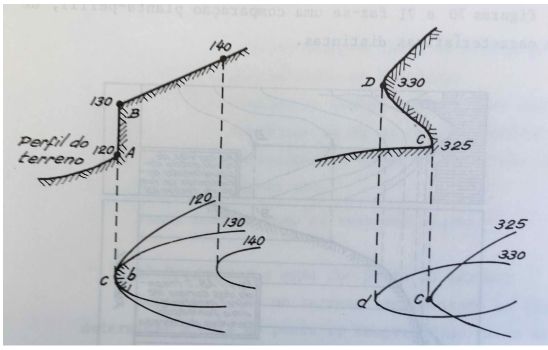


Figura 1.22 - Curvas de nível que se tocam e se interceptam.

1.3.8. Problemas a resolver numa carta com curvas de nível

a) Transformar a representação do relevo por pontos cotados em curvas de nível

Unem-se os pontos cotados entre si e faz-se uma interpolação linear para graduar os segmentos de recta que unem os pontos cotados. Seguidamente, fazem-se passar as curvas de nível pelos pontos de igual cota (Figura 1.23). Este método pressupõe que a inclinação entre dois pontos cotados é constante.

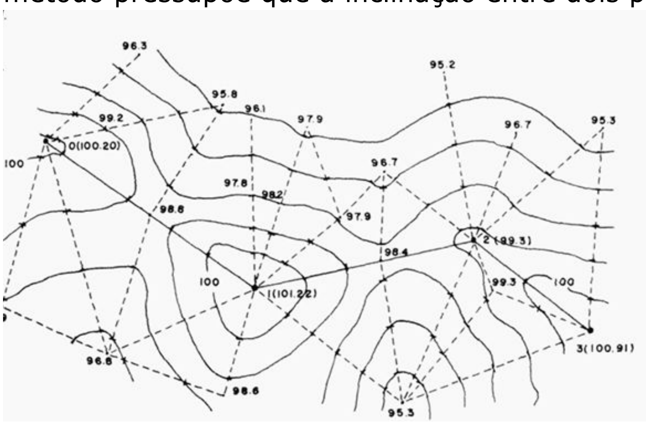


Figura 1.23 - Curvas de nível obtidas por interpolação linear entre pontos cotados.

b) Determinar a cota de um ponto do terreno situado entre duas curvas de nível consecutivas.

Considerando a Figura 1.24, pretendemos determinar a cota do ponto *c*. Faz-se passar por *c* a linha de maior declive (linha perpendicular às curvas de nível). Conhecendo as cotas dos pontos *a* e *b* ($H_a = 110$ e $H_b = 100$) e as distâncias *ab* e *bc* (medidas na carta) temos:

ab --------- (*110-100*)
ac --------- (*110-Hc*) ou
cb ----------(*Hc-100*)

donde,

$$(110 - Hc) = \frac{ac \times (110\text{-}100)}{ab} \Leftrightarrow Hc = 110 - \left(10 \times \frac{ac}{ab}\right)$$

ou

$$(Hc - 100) = \frac{cb \times (110\text{-}100)}{ab} \Leftrightarrow Hc = 100 + \left(10 \times \frac{cb}{ab}\right)$$

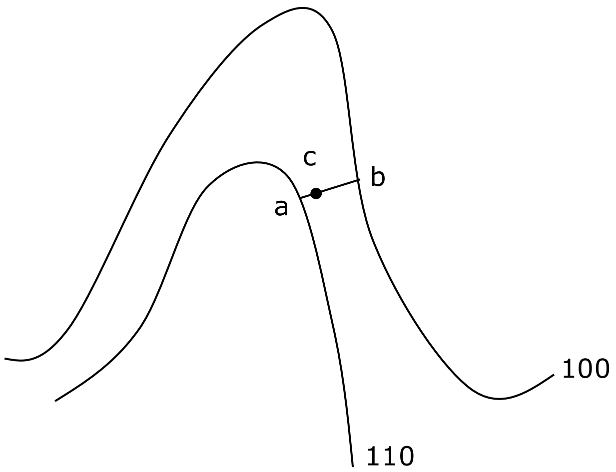


Figura 1.24 – Cota de um ponto situado entre duas curvas de nível.

A expressão geral para calcular a cota de um ponto *c* situado entre duas curvas de nível sucessivas é:

$$Hc = Ha - \left(N \times \frac{ac}{ab}\right) \quad (1.14)$$

ou

$$Hc = Hb + \left(N \times \frac{cb}{ab}\right) \quad (1.15)$$

onde *Hc* é a cota do ponto *c*, *Ha* e *Hb* são respectivamente as cotas das curvas de nível onde se situam os pontos *a* e *b* com H*a* > H*b*, *N* é a equidistância natural, *ab*, *a*c e *cb*, são as distâncias gráficas entre os pontos *a*, *b* e c.

Se, por exemplo, *ab = 8 cm*; *ac = 2 cm*; *cb = 6 cm*, vem pela equação 1.14 ou 1.15:

$$Hc = 110 - \left(10 \times \frac{2}{8}\right) = 107{,}5m$$

ou

$$Hc = 100 + \left(10 \times \frac{6}{8}\right) = 107{,}5m$$

c) Marcar sobre uma linha de maior declive do terreno, um ponto de cota dada.

É o problema inverso do anterior. Considerando a Figura 1.25, pretendemos marcar sobre a linha *ab* um ponto *c* com uma determinada cota. Agora, as incógnitas são as distâncias *ac* ou *bc*. Podemos calcular estas distâncias desenvolvendo as expressões 1.14 ou 1.15, donde:

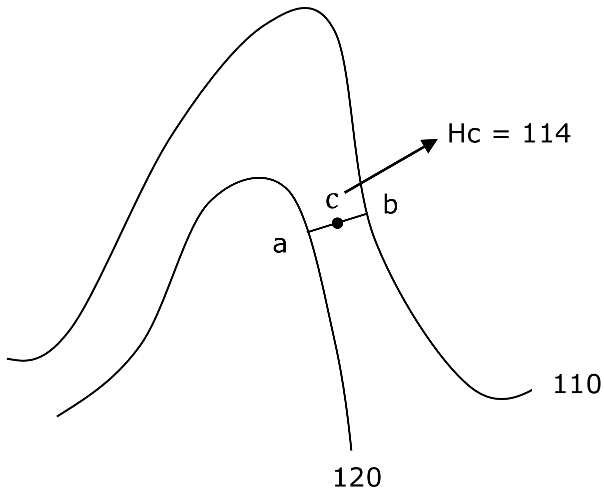


Figura 1.25 – Marcar um ponto *c* na linha de maior declive entre as curvas de nível.

$$ac = \left(Ha - Hc\right) \times \frac{ab}{N} \qquad (1.16)$$

ou

$$cb = \left(Hc - Hb\right) \times \frac{ab}{N} \qquad (1.17)$$

Se, por exemplo, *ab = 8 cm* e a cota de cota de *c* for, *Hc = 114 m*, vem pela equação 1.14 ou 1.15:

$$ac = \left(120 - 114\right) \times \frac{8}{10} = 4{,}8cm$$

ou

$$cb = (114 - 110) \times \frac{8}{10} = 3,2cm$$

Então, para marcarmos o ponto *c* devemos medir *4,8 cm* a partir de *a* ou *3,2 cm* a partir de *b*.

d) Determinar o declive entre duas curvas de nível sucessivas

Na Figura 1.26, determinar o declive segundo a linha *ab = 10 mm* e segundo a linha *ac = 20 mm*, sabendo que a escala da carta é 1/20.000.
Basta aplicar a expressão 1.13:

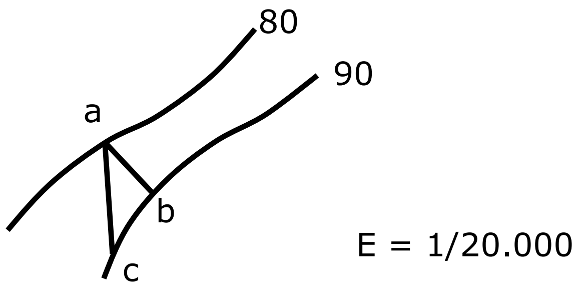


Figura 1.26 – Declive entre duas curvas de nível sucessivas

$$dec = \frac{n}{dh}$$

onde *dh* é a distância gráfica entre os pontos e *n* é a equidistância gráfica que neste caso é:

$$n = \frac{10}{20.000} = 0,0005m = 0,5mm$$

logo, vem que:

$$dec_{ab} = \frac{0,5}{10} = 0,05$$

e

$$dec_{ac} = \frac{0,5}{20} = 0,025$$

Isto é, o declive entre *a* e *b* é 5% e entre *a* e *c* é 2,5%.

Também podemos resolver este problema utilizando a equação 1.12:

$$dec = \frac{N}{DH}$$

onde *DH* é a distância horizontal e *N* a equidistância natural. Sabendo que:

N = 10,

$DH_{ab} = 10 \times 20.000 = 200.000mm = 200m$ e

$$DH_{bc} = 20 \times 20.000 = 400.000mm = 400m$$

vem:

$$dec_{ab} = \frac{10}{200} = 0,05$$

e

$$dec_{ab} = \frac{10}{400} = 0,025$$

e) Traçar, entre dois pontos situados entre curvas de nível sucessivas, uma linha com um determinado declive

Na Figura 1.27 marcar o ponto *c* que com o ponto *a* defina um declive de 5% sabendo que a escala da carta é *1/25.000*.

Neste caso,

$$n = \frac{10}{25.000} = 0,0004m = 0,4mm$$

logo,

$$dec_{ac} = \frac{n}{dh} \Leftrightarrow dh = \frac{n}{dec_{ac}} \Leftrightarrow dh = \frac{0,4}{0,05} \Leftrightarrow dh = 8mm$$

Então, a partir do ponto *a*, traça-se uma linha com comprimento *8 mm* até encontrar a curva de nível, por exemplo:

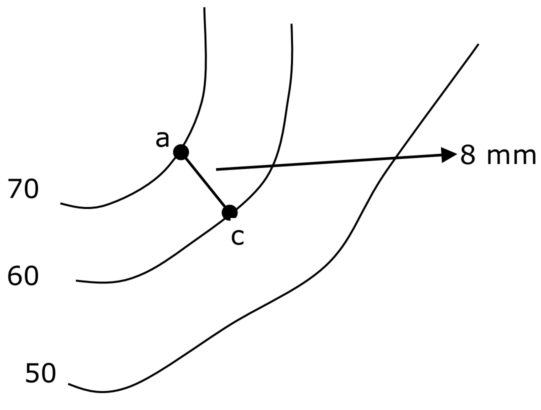


Figura 1.27 – Linha com um determinado declive entre duas curvas de nível sucessivas.

f) Traçar um percurso com um determinado declive entre dois pontos – Percurso com declive constante.

Tomemos como exemplo a Figura 1.28, onde se pretende traçar, entre os pontos *a* e *d*, um percurso com um declive que não ultrapasse os *10%*, sabendo que a escala da carta é *1/10.000*.

Na expressão 1.13, a incógnita é *dh*, isto é, a distância gráfica a que se devem cortar as sucessivas curvas de nível para que o declive seja *10%*. Uma vez que *n = 0,5 mm* vem:

$$dh = \frac{0,5}{0,1} = 5mm$$

Para garantirmos que o declive é igual, ou pelo menos não ultrapassa os 10%, temos que traçar o percurso de modo a que a distância entre cada duas curvas consecutivas seja igual ou superior a 5 mm. Assim, com centro no ponto a, devemos traçar um arco de círculo com raio igual a 5 mm cortando a curva 60 em dois pontos, podendo qualquer deles ser a solução. Se escolhermos o ponto b, procedemos do mesmo modo e assim sucessivamente até chegar a d.

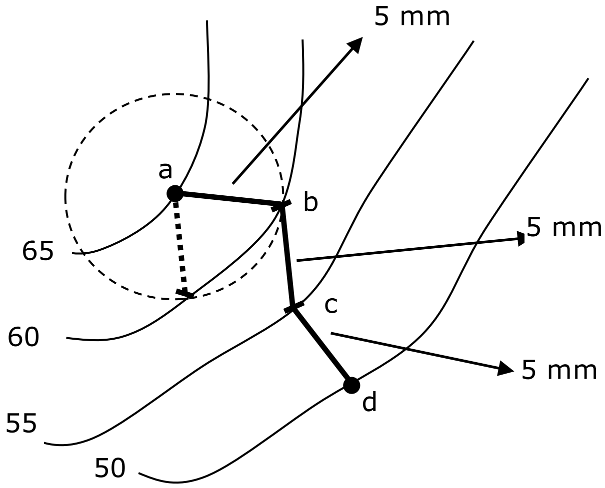


Figura 1.28 – Percurso com declive constante.

Este problema pode ter duas, uma ou nenhuma solução, conforme o declive dado é menor, igual ou maior do que o maior declive na zona considerada.

g) Traçar o perfil do terreno segundo uma dada direcção.

Perfil do terreno segundo uma dada direcção – É a intersecção da superfície do terreno com um plano vertical que passa por essa direcção.

Para desenhar o perfil acham-se os pontos de intersecção das curvas de nível com o plano vertical que passa pela direcção dada e marcam-se as cotas desses pontos (reduzidas à escala) a partir de uma linha de referência obtendo-se pela sua união a configuração do perfil (Figura 1.29).

Os perfis podem ser classificados de acordo com a relação entre escalas horizontal e vertical:

- **Perfil natural do terreno**; é um perfil do terreno em que as escalas horizontal e vertical são iguais;

- Perfil sobrelevado; é um perfil em que a escala vertical é maior do que a escala horizontal, sendo normalmente esta última igual à escala da carta. Diz-se que um perfil é sobrelevado *n* vezes quando a escala vertical é *n* vezes maior do que a correspondente escala horizontal. Usualmente utilizamos a sobrelevação do perfil para fazer sobressair o relevo do terreno. Exemplo: Se a escala da carta for 1/100 e a escala vertical for 1/20, o perfil foi sobreelevado 5 vezes ($20 \times 5 = 100$).

- Perfil rebaixado; é um perfil em que a escala vertical é menor do que a escala horizontal. À semelhança dos perfis elevados também se pode dizer que um perfil é rebaixado *n* vezes se a escala vertical é *n* vezes menor do que a escala horizontal.

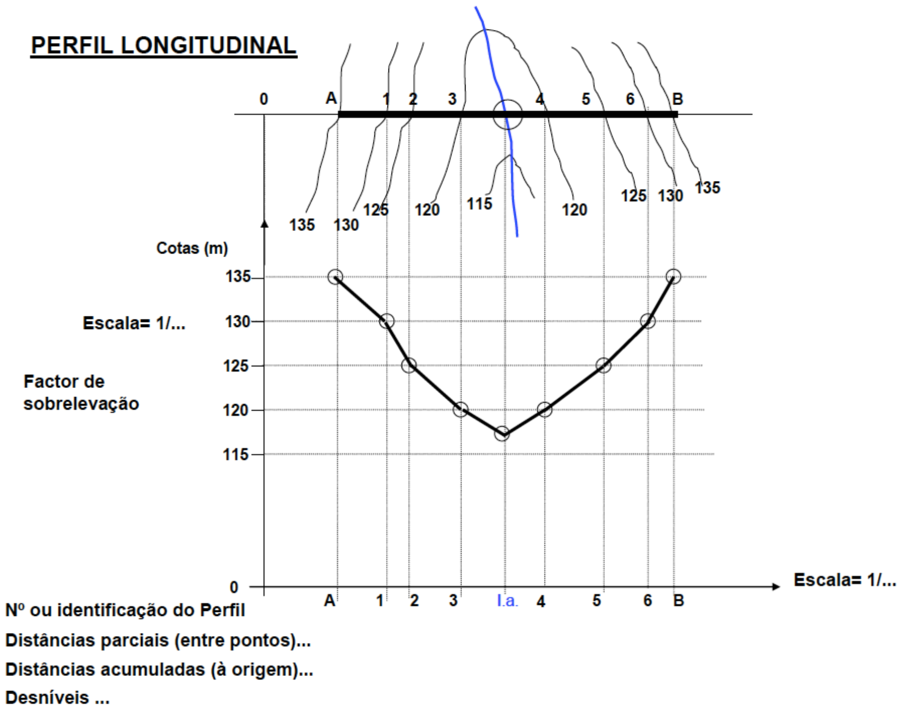


Figura 1.29 – Perfil do terreno.

Em função do desenvolvimento do perfil pode definir-se a sua classificação em **perfil longitudinal**, se é realizado segundo a maior dimensão de uma parcela ou obra em estudo (perfil de uma estrada ao longo do eixo da via), e em **perfil transversal**, se é traçado perpendicularmente a um perfil longitudinal (perpendicularmente ao maior desenvolvimento do aspecto em estudo).

h) Delimitar a bacia hidrográfica de um curso de água.

A bacia hidrográfica de um curso de água é uma área do terreno, drenada por um curso de água ou por um sistema interligado de cursos de água, tal que toda a água nela precipitada é descarregada através de uma única saída – Secção de referência da bacia (Figura 1.30).

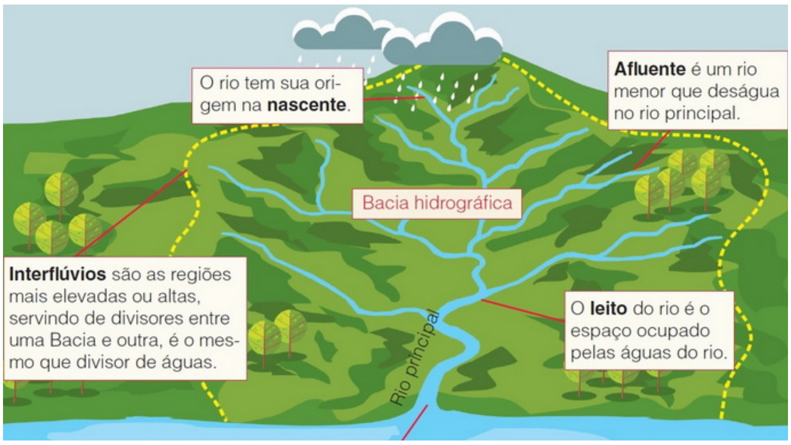


Figura 1.30 – Bacia hidrográfica de um curso de água.

O contorno de uma bacia hidrográfica é definido pela linha de separação de águas que divide as precipitações que caiem na bacia das que caiem na bacia vizinha. A linha de separação de águas segue pelas linhas de festo a partir da secção de referência e em torno da bacia, atravessando o curso de água apenas na secção de referência.

Para delimitar uma bacia hidrográfica de um curso de água, relativamente a uma determinada secção desse curso de água, traça-se a partir desta secção a linha de festo em torno da bacia. Esta linha segue pelos pontos de máxima cota e, como referido anteriormente, **entre dois talvegues (linha de reunião de águas) existe sempre uma linha de festo** (Figura 1.31).

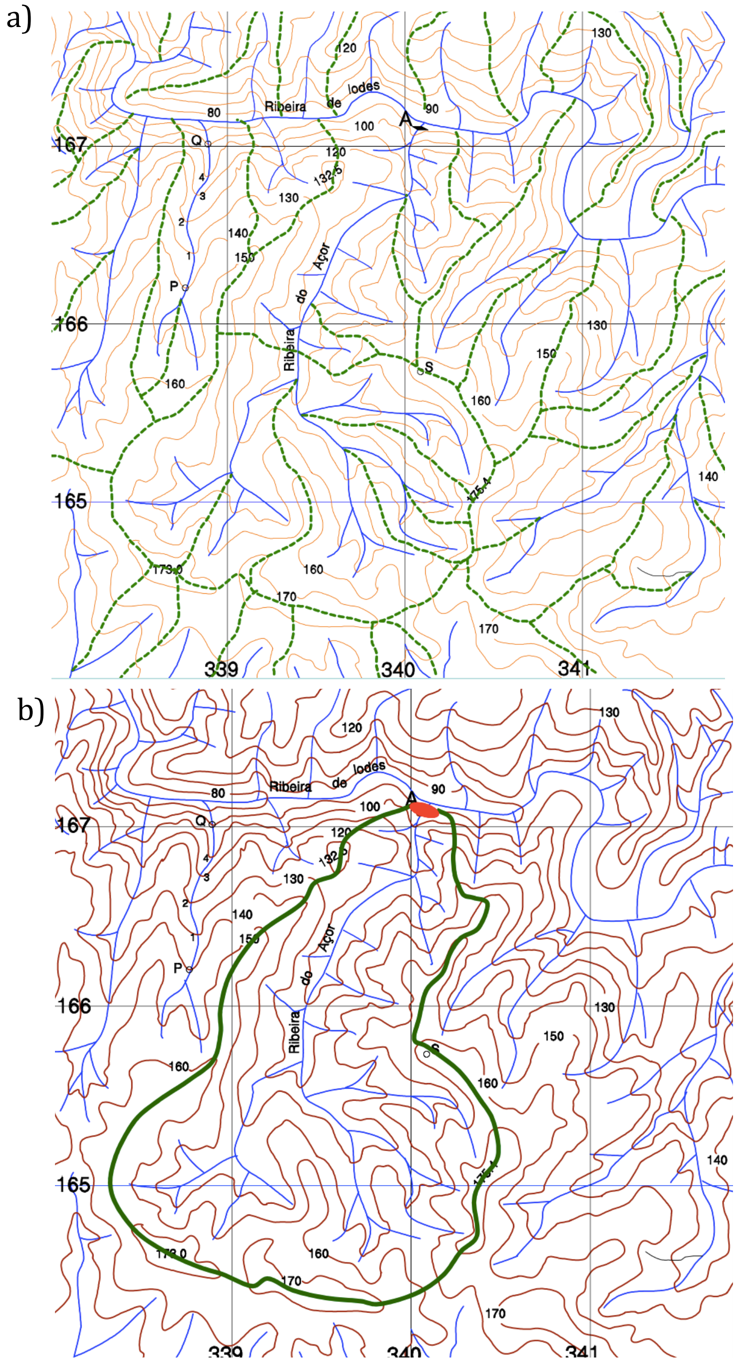


Figura 1.31 – a) Representação das linhas de festo principais e b) bacia hidrográfica do rio Açor.

1.4. Medição de distâncias na carta

Conhecendo a distância na carta (distância gráfica), e a escala desta, podemos conhecer a verdadeira grandeza desse comprimento segundo a horizontal. Basta multiplicar a distância medida da carta pelo denominador da escala.

$$DH = dh \times m \tag{1.18}$$

onde *DH* é a distância horizontal no terreno, *dh* a sua correspondente na carta e *m* é o denominador da escala.

Se nos interessar conhecer a distância real entre dois pontos, não segundo a horizontal, mas segundo uma direcção formando um determinado ângulo com a horizontal, o problema pode ser resolvido de igual modo desde que conheçamos a diferença de nível entre os dois pontos considerados (Ver Equações 1.5 a 1.9).

1.4.1. Métodos e processos de medição

a) a distância a medir é uma linha recta ou poligonal

Se a distância a medir é uma linha recta, podemos recorrer ao uso de uma régua e multiplicar o valor obtido pela escala da carta.

b) a distância a medir é uma linha curva.

Se a distância a medir é uma linha curva, podemos utilizar vários métodos dos quais se destacam:

- **Aproximar a linha curva a uma linha poligonal.** A soma dos comprimentos de todos os segmentos, que constituem a poligonal, multiplicada pelo denominador da escala dá a distância horizontal no terreno. (Figura 1.32)

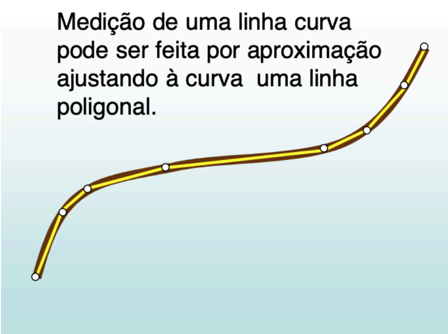


Figura 1.32 – Medição de uma linha curva por aproximação a uma poligonal

- **Curvímetro**. O curvímetro (Figura 1.33) é um aparelho que possui uma roda serrilhada de perímetro determinado que percorre o itinerário a medir. Esta roda, transmite o movimento, sendo o valor do comprimento medido apresentado no mostrador.

No curvímetro mecânico o movimento de rotação da roda é transmitido a um ponteiro que se desloca em frente de um mostrador graduado. Este, tem normalmente várias escalas e é graduado em função do perímetro da roda serrilhada, do tipo de transmissão de movimentos da roda do ponteiro e ainda da escala a que se destina. Os valores dados pelo curvímetro são valores reais e lêem-se na graduação correspondente à escala que estamos a trabalhar (Figura 1.33 a).

No curvímetro digital introduz-se previamente a escala da carta sendo depois apresentada no mostrador o valor real da distância horizontal (Figura 1.33 b).

a) b)

Figura 1.33 – a) Curvímetro mecânico e b) Curvímetro digital.

1.5. Medição de áreas na carta

A medição de uma área pode ser feita recorrendo à carta e procedendo à medição da área gráfica correspondente à área do terreno a medir.

Para tal, basta determinar a área gráfica, por um dos métodos que descrevemos em seguida e multiplicá-la pelo denominador da escala ao quadrado.

$$A = a \times m^2 \qquad (1.19)$$

onde A é a área no terreno, a é a correspondente área gráfica e m é o denominador da escala.

Os métodos mais utilizados para a medição de áreas na carta podem ser divididos em métodos mecânicos, métodos geométricos, métodos analíticos.

1.5.1. Método mecânico

Consiste na determinação da área por meio de um instrumento, sendo o **planímetro** o mais usado (Figura 1.34). Existem fundamentalmente dois tipos de planímetros, os polares e os lineares. No planímetro polar existe um ponto fixo (pólo) à volta do qual gira o instrumento. Nos planímetros lineares, o instrumento desloca-se segundo uma direcção rectilínea.

Os planímetros podem ser mecânicos ou digitais. Nos planímetros digitais o valor da escala é introduzido inicialmente e a área obtida é já a área real. Com os planímetros mecânicos mede-se a área gráfica que no final é convertida em área real por multiplicação pelo denominador da escala ao quadrado.

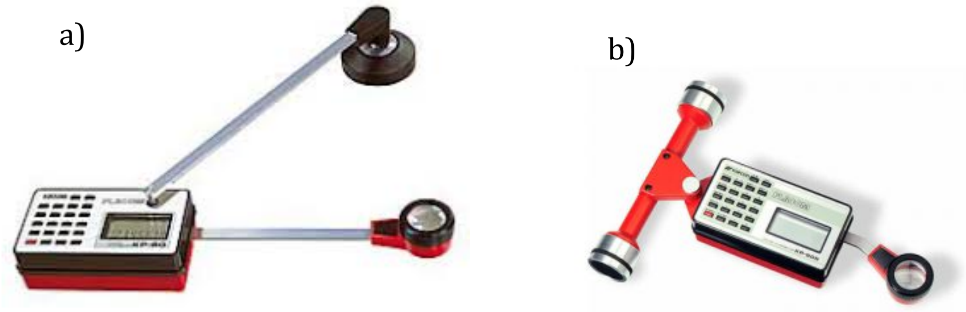


Figura 1.34 – a) Planímetro digital polar, b) Planímetro digital linear

1.5.2. Métodos geométricos

a) Decomposição em figuras elementares

Consiste em dividir a figura de que se quer determinar a área em figuras geométricas (triângulos, rectângulos, trapézios, etc) cujas áreas são de fácil avaliação. A superfície representada na Figura 1.35 pode ser decomposta em triângulos cuja área pode ser facilmente determinada. A área total é a soma das áreas dos triângulos.

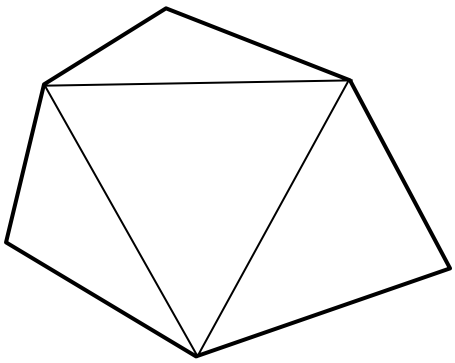


Figura 1.35 – Figura decomposta em figuras elementares

b) Método dos trapézios

Divide-se a área a medir numa série de trapézios por meio de rectas paralelas equidistantes e perpendiculares ao lado AB e substitui-se a linha curva por uma linha poligonal (Figura 1.36).

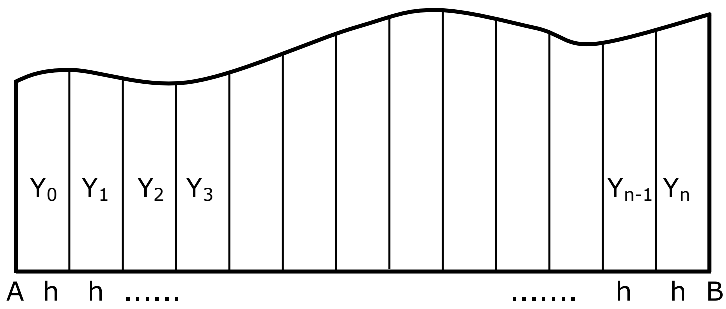


Figura 1.36 – Figura decomposta em trapézios

A área da figura será dada pela soma das áreas dos trapézios,

$$a = h\left(\frac{Y_0 + Y_1}{2} + \frac{Y_1 + Y_2}{2} + \ldots + \frac{Y_{n-1} + Y_n}{2}\right)$$
$$a = h\left(\frac{Y_0 + Y_n}{2} + Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_{n-1}\right) \quad (1.20)$$

c) Método da quadrícula

Neste método sobrepõe-se sobre a figura, cuja área se pretende determinar, um papel transparente onde está traçada uma quadrícula de dimensões conhecidas (Figura 1.37). Contam-se o número de quadrados completos (n_1) e o número de quadrados incompletos (n_2), inscritos na referida figura. A área da figura é dada pela expressão:

$$a = a_q \times \left(n_1 + \frac{n_2}{2}\right) \quad (1.21)$$

onde a_q é a área de cada quadrado.

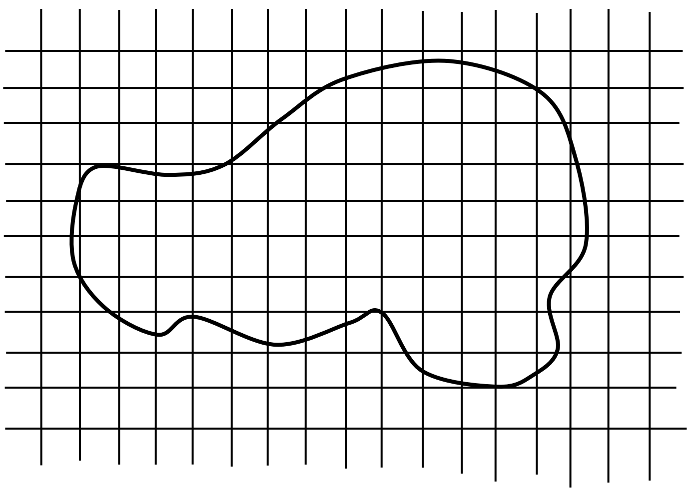


Figura 1.37 – Método da quadrícula

1.5.3. Método analítico

O mais conhecido método analítico é o **método das coordenadas cartesianas** ou **método de Gaus**s e utiliza-se quando a área a medir tem contorno poligonal e se conhecem as coordenadas rectangulares[2] dos seus vértices. É de todos o método mais rigoroso e, ao contrário dos métodos anteriores que dão a área gráfica (*a*), o método de Gauss dá a área do terreno (*A*).

Na Figura 1.38 está apresentada uma parcela de terreno, de vértices [1,2,3,4] e coordenadas [(x1,y1), (x2,y2), (x3,y3), (x4,y4)], conhecidas. Pretende-se determinar a área da parcela [1,2,3,4].

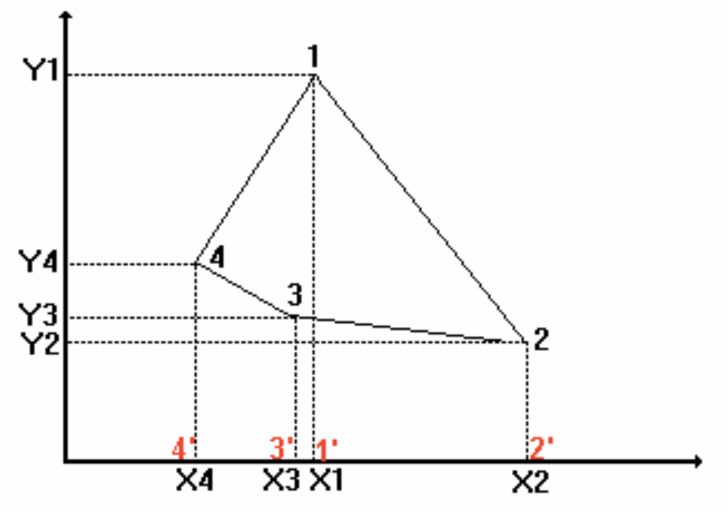


Figura 1.38 – Método das coordenadas cartesianas ou método de Gauss.

Para tal, consideremos os trapézios definidos pelos seguintes vértices:

- [4', 4, 1, 1']
- [1', 1, 2, 2']
- [4', 4', 3, 3']
- [3', 3, 2, 2']

A área da parcela corresponde a:

$$A = A_{[4',\,4,\,1,\,1']} + A_{[1',\,1,\,2,\,2']} - (A_{[4',\,4',\,3,\,3']} + A_{[3',\,3,\,2,\,2']})$$

Para determinar a área pretendida, basta determinar as áreas dos trapézios e substituir na expressão anterior. As áreas dos trapézios, são dadas por:

- $A_{[4',\,4,\,1,\,1']} = \frac{Y1 + Y4}{2} \times \left[X1 - X4\right]$

- $A_{[1',\,1,\,2,\,2']} = \frac{Y1 + Y2}{2} \times \left[X2 - X1\right]$

[2] Ver capítulo 2 – Sistemas de Coordenadas

- $A_{[4', 4, 3, 3']} = \frac{Y4 + Y3}{2} \times \left[X3 - X4\right]$

- $A_{[3', 3, 2, 2']} = \frac{Y3 + Y2}{2} \times \left[X2 - X3\right]$

Assim, substituindo vem:

$$A_{[1, 2, 3, 4]} = \frac{Y1 + Y4}{2} \times \left[X1 - X4\right] + \frac{Y1 + Y2}{2} \times \left[X2 - X1\right] - \left(\frac{Y4 + Y3}{2} \times \left[X3 - X4\right] + \frac{Y3 + Y2}{2} \times \left[X2 - X3\right]\right)$$

Desenvolvendo para o caso geral com *n* vértices, vem a expressão de cálculo da área pelo método de Gauss:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left[X_i \times \left(Y_{i-1} - Y_{i+1}\right)\right] \qquad (1.22)$$

1.6. Exercícios de aplicação

1) A distância real entre dois pontos do terreno é de 10 m e a correspondente distância gráfica é de 5 cm. Qual a escala da carta?

2) Qual a distância real entre dois pontos que, na carta de escala 1/25.000.000, medem 2 cm de distância?

3) Qual a área gráfica, na escala 1/10.000, de um terreno com 5 ha?

4) Qual é a área real que equivale a uma área gráfica de 3 cm^2, quando a escala é de 1/50.000?

5) Qual deve ser a escala da carta para que uma parcela de terreno com área de 1 ha seja representada com uma área gráfica de 30 cm^2?

6) Qual a maior escala convencional a que se pode representar um tanque circular com um diâmetro igual a 10 m, de modo a que a área de representação seja inferior a 20 cm^2?

7) Qual a maior escala convencional a que se pode representar terreno com área de 1000 m^2 de modo a que a área de representação seja inferior a 300 mm^2?

Soluções

1) E = 1/200
2) D = 500 km
3) a = 5 cm^2
4) A = 0,75 km^2
5) E = 1/2000
6) E = 1/200
7) E = 1/2000

2. Referências bibliográficas

Brito Limpo, F. A (1887). *Apontamentos para Facilitar a Leitura das Cartas Chorographicas e Topographicas*, Imprensa Nacional Casa da Moeda, Lisboa.

Alves, J. A. D., Cruz, J. J. S. e Norte, C. G. (1988) – *Topografia*, 1º Volume, Academia Militar, Lisboa.

Xerez, A. C. (1978) – *Topografia Geral*, 3ª edição, Técnica, Lisboa.

Gonçalves, J. A., Madeira, S. e Sousa, J. J. (2008) – *Topografia. Conceitos e Aplicações*, Lidel, Lisboa.

Serrano, J. M. P. R. e Silva, J. R. M. (2008) – *Topografia. Texto de apoio para os alunos da disciplina de Topografia*, Universidade de Évora, Évora.

Silva, J. J. C. (2001) – *Topografia*, Universidade de Évora, Évora.

ANEXOS

A1. Unidades de medida angulares

A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. Podemos medir os ângulos no sistema sexagesimal (grau), no sistema centesimal (grado) ou em radianos (rad).

a) Sistema sexagesimal

No sistema sexagesimal a circunferência encontra-se dividida em *360* graus (º), distribuídos em *4* quadrantes de *90º*. Cada grau está dividido em *60* minutos (´) e cada minuto encontra-se dividido em *60* segundos (´´), ou seja *1* grau equivale a *3600´´*.

$1^{o} = 60'$

$1' = 60''$

$1^{o} = 3600''$

b) Sistema centesimal

No sistema centesimal a circunferência encontra-se dividida em *400* grados (^{g}), distribuídos em *4* quadrantes de *100*^{g}. Cada grado está dividido em *100* minutos (^{m}) e cada minuto encontra-se dividido em *100* segundos (^{s}), ou seja *1* grado equivale a *10.000*^{s}.

$1^{g} = 60^{m}$

$1^{m} = 60^{s}$

$1^{g} = 10.000^{s}$

Este sistema é muito utilizado em topografia por ser um sistema cómodo para efectuar operações aritméticas.

c) Radianos

A circunferência encontra-se dividida em 2π radianos, distribuídos em quadrantes de $\pi/2$ radianos. O radiano (rad) é a razão entre o comprimento de um arco e o seu raio.

É possível efectuar a transformação de uma graduação para outra, utilizando as seguintes relações de equivalência:

$$90^{o} = 100^{g} = \frac{\pi}{2} rad \qquad (A.1)$$