

MECÂNICA DOS SOLOS E FUNDAÇÕES



Manuel Rijo



(Julho, 2016)

ÍNDICE

1. IN	NTRODUÇÃO
	1.1. Âmbito e organização do trabalho
	1.2. Estruturas geotécnicas
	1.3. Desenvolvimento da Geotecnia
	1.4. Alguns acidentes geotécnicos célebres
2. TE	ENSÕES EM MACIÇOS TERROSOS
	2.1. Tensão na Mecânica dos Solos
	2.2. Pressão neutra
	2.3. Tensão efetiva
	2.4. Tensões de repouso
	2.5. Tensão de corte ou tensão de cisalhamento
	2.6. Tensão induzida por forças exteriores-rotura dos solos
	2.7. Exercícios práticos
	Anexos
	Anexo 2.1. Teoria da Elasticidade
0.114	
3. IM	
	3.1. Introdução
	3.2. Estados de equilibrio limite de Rankine
	3.3. Coefficientes de impuiso de Rankine.
	3.4. Impulsos ativo e passivo de Rankine
	3.5. Detormações associadas aos estados ativo e passivo de Rankine
	3.6. Generalização do metodo de Rankine
	3.6.2. Sobrecargas uniformes verticais
	3.0.3. Maciços estratificados
	3.6.5. Magicas com nivel ireatico
	3.6.6 Masiese som superfície indinade interationale som statistications
	3.0.0.Iviaciços com superficie inclinada interatuando com estruturas com paramento
	3.7. Atrito solo-paramento. Leoria de Boussinesq, Resal e Caquot
	3.7.2. Leoria de Boussinesq. Tabelas de Caquot-Kérisel
	3. / .3. Maciços coesivos. Teoria dos Estados Correspondentes
	3.8. Método de Coulomb
	3.8.1. Hipóteses de base do método
	3.8.2. Construção gráfica de Culman

3.8.3. Determinação do ponto de aplicação do impulso	71
3.8.4. Solução analítica de Muller-Breslau	72
3.9. Comparação dos métodos de Rankine, Caquot-Kérisel e Coulomb	73
3.10. Exercícios práticos	74
Anexos	76
Anexo 3.1. Solos normalmente consolidados, sobreconsolidados e subconsolidados	76
4. MUROS DE GRAVIDADE	77
4.1. Tipos de muros	77
4.1.1. Introdução	77
4.1.2. Muros de alvenaria de pedra	78
4.1.3. Muros de betão ciclópico ou betão gravidade	78
4.1.4. Muros de gabiões	79
4.1.5. Muros de betão armado	80
4.1.6. Outros tipos de muro gravidade	81
4.1.7. Muros de suporte flexíveis	82
4.2. Drenagem do terrapleno suportado e consideração das forças de percolação	82
4.3. Modos de rotura de muros gravidade. Estados limites últimos	85
4.4. Avaliação do impulso de terras	88
4.4.1. Muros de tardoz não retilíneo	88
4.4.2. Muros de betão armado	89
4.5. Avaliação da segurança de muros gravidade	92
4.6. Exercícios práticos	95
BIBLIOGRAFIA	97

1. INTRODUÇÃO 1.1. Âmbito e organização do trabalho

O presente texto, com o título **Mecânica dos Solos e Fundações**, aborda as estruturas geotécnicas e faz a sua correspondente análise, pretendendo cumprir duas funções.

A primeira, servir de apoio às lições da disciplina de Mecânica dos Solos e Fundações II do Curso de Mestrado de Engenharia Geológica da Universidade de Évora, entendida como uma segunda disciplina de Mecânica dos Solos. Contudo, é escrito tendo em conta o espírito e os perfis dos mestrados pós-Convenção de Bolonha.

A segunda, dar uma formação de base em estruturas de suporte, taludes e fundações e, assim sendo, pode ser considerado como um primeiro texto de apoio à prática profissional da Engenharia Geotécnica.

A Engenharia Geotécnica é o ramo da Engenharia que agrupa as disciplinas científicas que se ocupam da caracterização e comportamento dos terrenos (solos e rochas), isto é, a Geologia de Engenharia, a Mecânica dos Solos e a Mecânica das Rochas. A Geologia de Engenharia explica a génese dos terrenos, faz a sua descrição qualitativa e a sua caracterização quantitativa, tendo em conta os problemas de engenharia e os impactes ambientais por eles criados. As Mecânicas dos Solos e das Rochas fazem a análise da estabilidade dos terrenos (terrosos para a primeira e rochosos para a segunda) e o projeto de estruturas que impeçam a sua instabilização ou garantam a sua estabilidade face às solicitações previsíveis.

De modo geral, pode dizer-se que a Engenharia Geotécnica desempenha um papel importante na definição da capacidade de suporte de materiais geológicos, na estabilidade de taludes, em obras de contenção, em barragens (estruturas de desvio, fundações, barragem propriamente dita e encontros), em fundações, estudos de erosão, contaminação de solos, etc.

O texto encontra-se organizado de modo a cumprir o programa da disciplina de Mecânica dos Solos e Fundações II:

- Estruturas geotécnicas e importância da Geotecnia.
- Impulsos de terras. Coeficiente de impulso. Teoria de Rankine. Método de Coulomb. Verificação de segurança de muros de suporte aos estados limites últimos de derrubamento, deslizamento e rotura da fundação.
- Estabilidade de taludes. Tipos de escorregamento. Análise da estabilidade: taludes infinitos e taludes de material homogéneo. Métodos das fatias de Fellenius e de Bishop. Métodos de estabilização.
- Introdução ao Eurocódigo 7
- Fundações superficiais. Capacidade resistente; influência da geometria e do carregamento no seu valor. Assentamentos imediatos e diferidos no tempo. Verificação da segurança.

 Fundações profundas. Tipos de estacas, aspetos construtivos e sua influência no comportamento. Dimensionamento aos carregamentos verticais. Ensaios de carga, sua importância na verificação de segurança. Cálculo de assentamentos.

Nesta primeira versão do presente texto, para além do presente capítulo, ele terá:

- O capítulo 2 que apresenta os diferentes conceitos de tensão em maciços terrosos resultantes do peso próprio destes ou induzidos por cargas exteriores;
- O capítulo 3 definem-se os impulsos de terras e apresenta-se os diferentes métodos de cálculo desses impulsos para as estruturas de suporte de terras mais usuais e tendo em conta as características mais frequentes dos terraplenos;
- O capítulo 4 apresentam-se e avaliam-se os tipos de muros de suporte, dando particular destaque aos muros de gravidade e apresentam-se o método tradicional de avaliação da segurança dos muros de gravidade baseado em coeficientes globais de segurança.

Em edições posteriores, o presente texto deverá ir sendo atualizado de modo a poder cobrir todo o programa da disciplina de Mecânica dos Solos e Fundações II do Curso de Mestrado de Engenharia Geológica da Universidade de Évora.

1.2. Estruturas geotécnicas

Qualquer obra de Engenharia Civil tem uma componente geotécnica, dado que possui, pelo menos, a fundação. É o caso dos edifícios, as estruturas mais correntes, que possuem obrigatoriamente fundações. Estas podem ser superficiais, se os terrenos possuírem superficialmente capacidades resistentes adequadas às cargas previstas e às dimensões das fundações, ou profundas, caso seja necessário procurar a maiores profundidades as características resistentes que não estão à superfície.

O tipo mais comum de fundações superficiais é a sapata (Figura 1.1). As fundações profundas são habitualmente designadas por estacas (Figura 1.2).

Nas fundações, para além do dimensionamento dos próprios elementos estruturais, do ponto de vista do solo, importa, por um lado, garantir a segurança em relação à rotura e, por outro, que não ocorram assentamentos excessivos, que possam provocar danos na superestrutura (estrutura da obra a ser executada acima do nível do terreno) ou impedir o seu normal funcionamento.

Um outro tipo de estrutura geotécnica muito comum é o muro de suporte. Conforme o seu nome indica, destina-se a suportar os impulsos gerados pelo terreno suportado e deverão ser estáveis, o que quer dizer que não deverão nem sofrer deslizamento nem derrubamento.



a) Sapata isolada

b) Sapata corrida

search?q=estacas&clie



são os chamados muros de gravidade,
 róprio. São estruturas de suporte rígidas,
 formabilidade muito reduzida e sem

ser de alvenaria seca de pedra, das mais os de suporte dos socalcos da região do o. Os muros de gabiões, constituídos hidas por brita, constituem a versão etão ciclópico (pequenas alturas) ou



Figura 6.6 – Sapata isolada.



Figura 1.2. Fundações profundas – estacas de betão armado (http://www.sete.eng.br) As barragens de aterro (de terra ou enrocamento) e as barragens de gravidade de betão são casos particulares de muros de suporte. Figura de sa raníveis.

02/05/16, 19:38

¹anos corpos dígidos deslocam⊤se pos translação ou catação, sem se deformarem.

Na definição de muro de suporte de gravidade não estão incluídas as estruturas de contenção flexíveis, como a que se apresenta na Figura 1.4. Ao contrário dos muros de gravidade, estas podem sofrer deformações importantes, atendendo a que trabalham sobretudo à flexão.



a) Gabiões



b) Douro vinhateiro-muros de alvenaria de pedra seca



c) Barragem de betão ciclópico de Idanha-a-Nova



d) Barragem de terra de Corte-brique

Figura 1.3. Exemplos de estruturas de suporte de gravidade



Figura 1.4. Estrutura de contenção flexível ancorada (IST, s/d).

Com o tipo de estrutura apresentado na Figura 1.4, é possível realizar escavações de face vertical com o recurso a contenção adequada. Estas estruturas são particularmente interessantes para os meios urbanos fortemente ocupados e em que não é possível o recurso a outras soluções que usem taludes inclinados. Estes ocupam áreas bastante superiores, mas são muito mais económicos. Mestrado em Eng.ª Estruturas: Edifícios em B.A.

O estudo e a estabilidade de faludes e encostas é uma área tipicamente geotécnica. Muros e Estruturas de Contenção

Os problemas associados aos taludes podem ocorrer em taludes naturais e de escavação quer em taludes de aterro, ou seja, em obras de terra. Os casos mais frequentes são os aterros de estradas e de aeródromos, assim como os aterros de barragens de terra e, mais recentemente, os aterros de resíduos sólidos. A Figura 1.5 apresenta exemplos de medidas de estabilização de taludes.

Um outro tipo de obra fundamentalmente geotécnica é o caso dos túneis. Estes são realizados quando, por razões económicas, ambientais, e/ou sociais ou políticas, se tornam vantajosos em relação às escavações a céu aberto ou a outras obras. Um caso mediático e político a nível nacional foi a caso dos túneis do Marão (Figura 1.6).

1.3. Desenvolvimento da Geotecnia

A rápida expansão da Geotecnia é consequência da crescente complexidade das obras humanas e dos importantes problemas postos por diversos ramos da engenharia e da tecnologia.

As grandes urbes necessitam de edifícios cada vez mais altos, sendo os locais com melhores características cada vez mais escassos, o que significa desafios cada vez maiores para a Geotecnia. É o caso da torre Latino-Americana, construída nos anos 50 do século passado na cidade do México, com 182 m de altura, assente em 361 estacas de 35 cm de diâmetro cada, fundadas a 33 m de profundidade e que, apesar das condições geotécnicas desfavoráveis, resistiu aos grandes sismos de 1957 e 1985 sem quaisquer danos.











Figura 1.6. Túneis do Marão (Pesquisa Google).







Figura 1.7. Barragem das Três Gargantas (Pesquisa Google). túneis do mundo é o da Mancha, com 51 km de extensão, que liga a França a Inglaterra e que, em rigor, são três túneis paralelos. O do meio serve emergência, e os outros dois são percorridos pe passageiros. Os túneis foram escavados numa gr 50 m abaixo do fundo do Mar do Norte. Estudos g de 100) e explosões de dinamite, permitiram a de<mark>finição mais segura para o seu trajeto (Figura 1.8).</mark> Mas não é apenas a Engenharia Civil que coloca à Geotecnia novas e mais complexo

A construção de túneis é também um motor de desenvolvimento da Geotecnia. Um dos maiores perações de ma urostar, um com cargas e loária (uma espécie de e giz), ficando em média s, perfurações (cerca icos, com sonales,

problemas para resolver. Na Engenharia de Minas, hoje em dia, é corrente a exploração subterrânea fazer-se a profundidades superiores a 1000 m. Em 1977, a Western Deep Levels Mine, uma mina de ouro na África do Sul, atingiu a profundidade de 3581 m. Um 2003, a East Rand Mine, na mesma região, alcançou os 3585 m. A esta profundidade, a temperatura ronda os 60°C e a pressão das rochas sobrejacentes é de 9500 ton/m², isto é, quase mil vezes a pressão atmosférica normal (1 atm

x 10⁵ Pa = 1,033 kgf/cm² = 1,01325 bar). Quando a rocha é removida, a pressão aumenta dras no maciço rochoso envolvente. Este efeito, associado ao calor, provoca as famosas explosões de rocha

responsáveis por muitas das 250 mortes por ano nas minas da África do Sul. As minas a céu aberto levantam outro tipo de problema à Geotecnia, estando os maiores associados à estabilidade de taludes. É o caso da mina de Bingham, Utah (USA) (Figura 1.9), que ima profundidade supe ocupa uma área superior a 35 ha (350000 m²) e a 1800 m.

.4. Alguns acidentes geotécnicos célebr Têm ocorrido numerosos acidentes em grandes obras de engenharia. Os o

no século XIX e XX, vieram demonstrar a falência e a insuficiência dos princípios de cálculo usados. São exemplos disso, os sucessivos escorregamentos de taludes de terra durante a construção do Canal

corridos

aludes de ferrovias no início do

século XX, assim como na Alemanha também ocorreram vários acidentes com muros de suporte e deslizamento de terras.





Figura 1.9 Torre de Pisa (Pesquisa Google).





Figura 1.9. Mina Bingham, USA (Pesquisa Google).

Entre 1997 e 2001, foi realizado um trabalho complexo de recuperação da Torre de Pisa. Os sinos foram removidos para aliviar o peso e a torre foi segura por cabos de aço presos em torno do

terceiro piso e ancorados a várias centenas de metros de distância. Apartamentos e casas no caminho da torre foram desocupados por segurança. A solução final para evitar o colapso da torre foi endireitala ligeiramente para um ângulo mais seguro, removendo 38 m³ de solo abaixo. A torre foi tracionada até 45 cm, retornando para a posição exata que ocupava em 1838. Após uma década de reconstrução corretiva e de esforços de estabilização, a torre foi reaberta ao público em 2001.

A causa principal de acidente com barragens, a par dos galgamentos por cheias imprevistas, é sempre a rotura das fundações. São desastres da maior gravidade, sobretudo quando as barragens são de aterro. Estas estruturas localizam-se, na maioria das vezes, a montante dos vales férteis na linha de água que define o vale e, por isso, densamente povoados. A onda de cheia provocada pelo galgamento ou rotura da barragem (de lama, no caso das barragens de terra) propaga-se para jusante a grande velocidade arrasando e matando tudo o que vai encontrando na sua passagem.

Em Dezembro de 1959, deu-se a rotura da barragem de *Malpasset* (França) (Figura 1.10). A barragem tinha sido terminada em 1954, encontrando-se ainda a decorrer, após 5 anos, o processo de enchimento da respetiva albufeira. A barragem nunca foi reconstruída.

Era uma barragem de betão do tipo abóbada com dupla curvatura com 60 m de altura e 223 m de comprimento. Este tipo de barragem transmite os esforços às fundações e aos encontros, por efeito dos arcos (a barragem do Alqueva é do mesmo tipo), sendo exigida uma fundação altamente resistente tal como a garantia de que a orientação e resistência das descontinuidades nos encontros sejam as adequadas para assegurar a estabilidade destes.

Os estudos geológicos e hidrológicos realizados para a barragem de *Malpasset* consideraram o local adequado, embora com a oposição de alguns consultores. A fundação rochosa parecia ser impermeável. O encontro direito (no sentido de jusante; olha-se sempre para a foz da linha de água para definir as margens direita e esquerda) era rocha; no encontro esquerdo foi necessário construir uma parede de betão para melhorar a interação com os arcos da barragem (horizontal e vertical). Foram observadas algumas fissuras na base da barragem, no paramento de jusante, mas não foram investigadas. Duas semanas depois da identificação destas fissuras, a barragem ruiu, matando 500 pessoas no vale a jusante. A rotura foi rápida e catastrófica, como é característico nas barragens de betão, libertando toda a água da albufeira. Pouco restou da estrutura (Figura 1.10).

A barragem de *Malpasset* foi a primeira barragem do tipo abóbada com dupla curvatura a ruir, o que levou à realização de muitos estudos. A investigação concluiu que:

- havia uma falha tectónica (faille, Figura 1.10) a jusante da barragem que não tinha sido reconhecida na fase de projeto devido à sua distância à fundação na superfície do terreno;
- chuva intensa tinha feito subir quase instantaneamente o nível das águas da albufeira mais de 5 m, o que contribuiu também para aumentar a pressão da água sob a barragem (subpressão);
- o mecanismo de rotura tinha sido desencadeado pela combinação da falha tectónica com as superfícies de baixa resistência proporcionadas pela xistosidade da fundação, levando ao escorregamento de uma cunha do maciço de fundação, eventualmente conjugada com a subida das subpressões na fundação (Figura 1.10) e o estado de alteração da rocha no encontro direito.

Um outro acidente de grande gravidade foi o galgamento da barragem de *Vajon*t, nos Alpes Italianos, a 100 km de Veneza. A barragem tem um comprimento no coroamento de 1850 m e uma altura de 260 m (quando do acidente, era a mais alta do mundo) e o seu reservatório uma capacidade de 115x10⁶ m³ (Figura 1.11), sendo uma barragem de betão também do tipo abóbada.







- A pression appliquée souterraine des infiltrations
- B terre compressée
- C faille aval étanche
- D sens des infiltrations
- b résultante des sous-pressions



Figura 1.10. Rotura da barragem de *Malpasset* (França) (Pesquisa Google).

Durante o enchimento da albufeira, uma massa gigantesca de terreno com cerca de 270x10⁶ m³ (mais do dobro da capacidade da albufeira) destacou-se de uma das vertentes (Figura 1.11) e escorregou para a albufeira a uma velocidade de 30 m/s, provocando uma onda de enormes proporções com mais de 250 m de altura que galgou a barragem e varreu todo o vale a jusante, matando cerca de 2500 de pessoas. Notavelmente, a barragem resistiu ao choque sem ruir (Figura 1.1).

Antes da conclusão da barragem de *Vajont*, o diretor de obra estava preocupado com a estabilidade do encontro esquerdo. Reconhecimentos efetuados em 1958 e 1959 identificaram cicatrizes de escorregamentos antigos no encontro direito. O primeiro enchimento, ainda antes do fechamento da barragem (concluída em setembro de 1960) foi iniciado em fevereiro de 1960. Em março, os projetistas reconheceram que uma grande massa de terrenos se apresentava instável na margem esquerda. Foi decidido jogar com o nível de enchimento da albufeira ao mesmo tempo que se executavam galerias drenantes na encosta instabilizada. O problema parecia estar resolvido.

Em abril e maio de 1963, o nível da albufeira subiu rapidamente. Foi então decidido realizar um esvaziamento. Em outubro, a encosta deslizou para dentro da albufeira.





Figura 1.11. Galgamento da barragem de *Vajont* (Itália) (Pesquisa Google).

Conforme assinalado, a rotura de uma barragem de terra acarreta normalmente maiores danos que a rotura de uma barragem de betão. A onda de cheia a que dá origem é do tipo bifásico, mistura de água e terra, e a lama enterra tudo na sua passagem, o que não acontece à mesma escala nas roturas de barragens de betão.

Em 1976, deu-se a rotura da barragem de terra de *Teton* (USA) (Figura 1.12), barragem construída pelo *US Bureau of Reclamation*, que foi responsabilizado pelo colapso.

A barragem de *Teton* tinha cerca de 100 m de altura e 1000 m de comprimento. Estava localizada numa depressão tectónica no topo de um tufo de cinzas reolítico, que por sua vez assentava sobre rocha sedimentar. Toda a área era muito permeável, não tendo, porém, sido observada percolação no corpo da barragem antes do colapso, embora várias nascentes tivessem exsurgido a jusante poucos dias antes do acidente.

Na manhã de 5 de Junho de 1976, uma fuga apareceu no talude de jusante junto ao encontro direito. O alarme foi dado. Dois *buldozzers* que procuravam colmatar a brecha foram apanhados pela erosão interna crescente no corpo da barragem de *Teton*. Perto do meio-dia, a barragem ruiu e, à noite, toda a albufeira se encontrava esvaziada. As cidades de *Idaho Falls* e de *American Falls Dam* sofreram perdas apreciáveis, tendo morrido 11 pessoas.

A partir do acidente com a barragem de *Teton*, o *US Bureau of Reclamation* passou a cumprir um programa rigorosos de segurança de barragens. Cada estrutura passou a ser inspecionada periodicamente relativamente à estabilidade sísmica, falhas internas e deterioração física. A Figura 1.13 apresenta um segundo caso de escorregamento de taludes ou encostas, o caso de *La Conchita*, na Califórnia (USA). Este acidente em 2005, provocou a morte de 10 pessoas e a destruição de 36 casas. Vários fenómenos semelhantes acontecem, por exemplo no Brasil, de que a comunicação social vai dando conta.



Figura 1.12. Rotura da barragem de *Teton* (USA) (http://www.geol.ucsb.edu/faculty/sylvester/Teton_Dam/narrative.html).

A partir do acidente com a barragem de *Teton*, o *US Bureau of Reclamation* passou a cumprir um programa rigorosos de segurança de barragens. Cada estrutura passou a ser inspecionada periodicamente relativamente à estabilidade sísmica, falhas internas e deterioração física.

A Figura 1.13 apresenta um segundo caso de escorregamento de taludes ou encostas, o caso de *La Conchita*, na Califórnia (USA). Este acidente em 2005, provocou a morte de 10 pessoas e a destruição de 36 casas. Vários fenómenos semelhantes acontecem, por exemplo no Brasil, de que a comunicação social vai dando conta.

Por último, apresenta-se o desastre de Entre-os-Rios, a queda da ponte de Hintze Ribeiro em Portugal (Figura 1.14). Em 2001, a queda desta ponte, em estado de grande degradação após 116 anos de serviço, mergulhou o País em estado de choque, tendo vitimado 60 pessoas, e constituiu um ponto de viragem na forma como as autoridades passaram a fazer a abordagem das tarefas de manutenção deste tipo de estruturas.

La Conchita, California has experienced devastating landslides in recent years





Figura 1.13. Escorregamento de encosta de *La Conchita*, Califórnia (USA) (Pesquisa Google).

O relatório técnico elaborado concluiu que:

- o mecanismo provável de colapso da ponte consistiu na queda do pilar P4, por perda de sustentação do terreno sob a base do caixão de fundação, e no subsequente colapso do tabuleiro;
- a causa direta do sinistro foi a descida do leito do rio na zona do pilar P4, até a um nível de tal modo baixo que foi originada, por erosão ou por redução da resistência ao carregamento, a perda de sustentação do terreno situado sob o caixão de fundação;

- nas últimas três décadas, o perfil longitudinal do leito do rio ao longo do que é agora a albufeira da barragem de Crestuma sofreu um forte e generalizado abaixamento, que nalguns pontos chega a atingir valores da ordem de 28 m;
- tal evolução deve-se, certamente, à concorrência de dois fatores principais as atividades de extração de inertes do leito do rio (cuja importância é indiciada pela existência de numerosos fundões) e a redução da alimentação de caudal sólido provocada pela retenção de sedimentos nas albufeiras existentes no Rio Douro e afluentes.



Figura 1.14. Queda da Ponte Hintze Ribeiro (Portugal) (Pesquisa Google).

2. TENSÕES EM MACIÇOS TERROSOS 2.1. Tensão na Mecânica dos Solos

No presente capítulo passam-se em revisão os aspetos relacionados com os estados de tensão em maciços terrosos resultantes do seu peso próprio ou induzidos por cargas exteriores. Por simplificação de linguagem, define-se no presente texto *maciço terroso* como sinónimo de solo, isto é, o corpo de material não consolidado que cobre a superfície terrestre emersa, entre a litosfera e a atmosfera, constituído por três fase – sólida (minerais e matéria orgânica), líquida (solução do solo) e gasosa (ar). Tal definição interessa à Mecânica dos Solos, quando, por exemplo, para o Engenheiro Agrónomo, o solo é definido apenas como a camada na qual se pode desenvolver vida, vegetal ou animal.

Um maciço terroso não é um *meio contínuo*, que, por definição, é todo o domínio onde não existem espaços vazios. Ora, os maciços terrosos, para além das partículas sólidas que os constituem, são mais ou menos porosos, sendo a *porosidade* definida como a relação entre o volume de vazios e o volume total de uma amostra que se esteja a considerar.

Não sendo um meio contínuo, a noção de tensão nos maciços terrosos é bastante mais complexa. A tensão aplicada é transmitida por meio de forças, partícula a partícula. Ao sofrer solicitações, o solo vai deformar-se, dependendo o valor da deformação das suas propriedades mecânicas e do carregamento aplicado. O estado das tensões no maciço depende do seu peso próprio, da intensidade da força aplicada e da geometria do carregamento.

Considere-se um solo emerso, de constituição homogénea e em equilíbrio estático sob a ação do seu peso próprio e das forças aplicadas à superfície, como mostra a Figura 2.1.



Figura 2.1. Forças transmitidas através da superfície S num solo (Fernandes, 2012).

Na Figura 2.1, considere-se que a superfície horizontal *S*, de dimensões infinitesimais dx e dyna vizinhança do ponto *P* é suficientemente pequena para que seja legítimo admitir que a força nela atuante se distribui de modo uniforme. Através da área *S*, uma parte do maciço terroso transmite à outra parte uma força, F_z , que tem $N_z e T_z$, respetivamente, como componentes normal e tangencial à superfície considerada. T_z pode ainda decompor-se segundo os eixos $O_x e O_y$, vindo, respetivamente, $T_x e T_y$.

As tensões provocadas no solo pela força F_z são, então, definidas por:

$$\sigma = \sigma_z = \frac{N_z}{dx \, dy} \tag{2.1}$$

$$\tau_z = \frac{T_z}{dx \, dy} \tag{2.2}$$

$$\tau_{zx} = \frac{T_{zx}}{dx \, dy} \tag{2.3}$$

$$\tau_{zy} = \frac{T_{zy}}{dx \, dy} \tag{2.4}$$

No âmbito da Mecânica dos Solos, consideram-se positivas as tensões normais de compressão (sentido crescente do eixo *Oz*, Figura 2.1).

Não existindo cargas à superfície do solo, a tensão total vertical, que se passará a designar por **tensão total** ($\sigma = \sigma_z$), é calculada pelo peso de solo acima da profundidade *z* que se estiver a considerar. Caso o peso específico do solo, γ , seja constante em toda a profundidade, vem

$$\sigma_z = \gamma \ z \tag{2.5}$$

Quando o terreno é formado por várias camadas de solo com diferentes pesos específicos (solo estratificado), a tensão total resulta do somatório das parcelas de cada camada:

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \gamma_i \, z_i \tag{2.6}$$

em que γ_i e z_i são o peso específico e a espessura da camada de maciço genérica *i*.

2.2. Pressão neutra

Suponha-se agora que o solo está submerso, isto é, nele existe uma toalha freática, ou massa de água livre (a expressão água livre aplica-se à água cujo comportamento é essencialmente condicionado pela gravidade). À superfície que limita superiormente essa massa de água, onde a pressão da água é igual à pressão atmosférica, chama-se *nível freático*.

Considere-se ainda o ponto *P* na seção *S* como mostra a Figura 2.2 e admita-se que a pressão na água dos poros do solo naquele ponto tem o valor de *u*. Esta pressão também se designa por *pressão neutra* ou *pressão intersticial*.



Figura 2.2. Forças transmitidas através da superfície S num solo submerso (Fernandes, 2012).

A pressão na água dos poros pode ser medida por aparelhos muito simples chamados piezómetros. O princípio do funcionamento de um piezómetro é o seguinte: i) um corpo poroso é colocado no ponto do maciço terroso onde se pretende medir a pressão da água; ii) a água do maciço atravessa o corpo poroso e entra num compartimento; iii) o nível que a água atinge neste compartimento pode ser medido e designa-se por altura representativa da pressão da água.

Considere-se o tubo piezométrico da Figura 2.2. Se se considerar que o nível (ou altura) da água (sem escoamento) no seu interior é z_w , a pressão da água (designa-se por pressão toda a tensão apenas com componente vertical) u será a pressão hidrostática obtida através da carga piezométrica da Lei de Bernoulli, vindo

$$z_w = \frac{u}{\gamma_w} \to u = \gamma_w z_w \tag{2.7}$$

em que γ_w é o peso específico da água (10 kN/m³).

A água movimenta-se pelos poros ou vazios do solo devido à ação da gravidade. Segundo o Teorema de Bernoulli, a energia mecânica total do escoamento de um fluido por unidade de peso do fluido escoado ou *carga hidráulica*, *H*, é dada por

$$H = z_g + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}$$
(2.8)

em que z_g representa a cota do ponto considerado ou carga (ou energia) de posição (referencial), o segundo termo é a já conhecida altura representativa da pressão ou carga de pressão e o terceiro a altura cinética ou carga (ou energia) cinética, sendo *V* a velocidade do escoamento no ponto que se está a considerar e *g* a aceleração da gravidade. Ora, no caso representado na Figura

2.2, considerando $z_g = 0$ e como no interior do tubo piezométrico V = 0, vem $H = z_w$, conforme se apresenta na equação (2.7).

Agora, a secção infinitesimal horizontal *S*, de dimensões infinitesimais dx e dy contém partículas infinitesimais de solo e de água, já que o solo se considera agora saturado. Tendo em conta que os poros representam a quase totalidade da área *S*, pode escrever-se que através da água dos poros na secção *S* é transmitida a força *U* de valor

$$U = u \, dx \, dy \tag{2.9}$$

Note-se que a força U só tem componente vertical, porque, nos fluidos, as tensões são puramente normais, daí designarem-se usualmente por pressões, conforme já assinalado.

2.3. Tensão efetiva

No caso do solo saturado da Figura 2.2., a componente normal da força transmitida através da secção *S*, N_z , é agora a soma da componente normal da força devida ao contacto entre as partículas solidas do solo, N_z , com a força devida à água dos poros, *U*. Vem, então

$$N_z = U + N_z \tag{2.10}$$

Rearranjando a equação (2.10) e dividindo ambos os membros por dx dy, vem

$$\frac{N_z}{dx\,dy} = \frac{N_z}{dx\,dy} - \frac{U}{dx\,dy}$$
(2.11)

e, atendendo às equações (2.1) e (2.9),

$$\sigma' = \frac{N_z}{dx \, dy} = \sigma - u \tag{2.12}$$

A tensão σ' designa-se por **tensão efetiva** e a equação (2.12) representa o **princípio da tensão efetiva** (de Terzaghi) que estipula que, nos solos, a tensão efetiva é igual à tensão total subtraída da pressão na água dos poros. A tensão efetiva é, por isso, a parcela da tensão total instalada no conjunto das partículas sólidas, isto é, no esqueleto sólido do maciço terroso que se está a considerar.

Todos os efeitos mensuráveis resultantes de variações de tensões nos solos, como compressão, torsão e resistência ao corte são devidos a variações no estado de tensões efetivas.

Não sendo possível determinar diretamente e tensão efetiva, ela é determinada como a diferença entre a tensão total e a pressão na água dos poros ou pressão neutra, uma vez que estas duas últimas são bem determináveis.

A equação (2.12) é válida para qualquer seção que se considere no solo. Porém, ela aplica-se apenas à componente normal da tensão (não esquecer que u é uma pressão). Com efeito, tendo em

conta que os fluidos não equilibram tensões tangenciais (u = 0), estas têm de ser exclusivamente equilibradas pela componente sólida do maciço terroso. Quer dizer, em termos de tensões tangenciais, não haverá diferença entre tensão total e tensão efetiva, representando as equações (2.2.), (2.3) e (2.4) as componentes tangenciais da tensão total e da tensão efetiva.

A relevância do princípio da tensão efetiva (equação 2.12) reside na enorme importância da própria tensão efetiva, daí o seu nome, no comportamento mecânico dos solos.

A variação da tensão efetiva é responsável pela compressão, distorção e mudanças na resistência ao corte (ou cisalhamento) do solo. A Figura 2.3 apresenta exemplos de determinação da tensão total e da tensão efetiva vertical em função da posição do nível de água (N.A.) e a Figura 2.4 apresenta exemplos de determinação da tensão total.







Figura 2.4. Determinação da tensão total (*q*, carga uniformemente distribuída à superfície do terreno) (Gonçalves, *et al.*, 2014).

2.4. Tensões de repouso

As tensões nos solos podem dividir-se em tensões virgens, as existentes no solo sem a intervenção de qualquer obra humana, e as tensões induzidas, associadas às ações impostas pelas obras que são construídas sobre os solos ou no seu interior.

As tensões virgens podem ainda dividir-se em tensões associadas ao peso próprio do maciço e tensões tectónicas. Estas últimas apenas assumem importância em certos maciços rochosos. Nos maciços terrosos ou solos, subsistem apenas as tensões devidas ao peso próprio do solo, que se designam por **tensões de repouso**.

Considere-se o maciço terroso homogéneo de superfície horizontal representado na Figura 2.5 e considere-se ainda que o nível freático (n.f., Figura 2.5) coincide com a superfície do terreno e que a toalha freática se encontra em repouso.



Figura 2.5. Tensões efetivas de repouso no ponto P de um maciço terroso (Fernandes, 2012).

Considere-se o cubo de dimensões infinitesimais com centro em P e de faces perpendiculares aos eixos Ox, Oy e Oz. Sendo as faces perpendiculares aos eixos e havendo apenas a ação do peso do maciço, significa que, nas faces do cubo, as componentes tangenciais das tensões são nulas. Existem apenas tensões normais a cada uma das faces. As faces do cubo, também chamadas por facetas devido à sua muito pequena dimensão, são designadas por facetas principais e as tensões que nelas atuam são chamadas **tensões principais** e as direções destas tensões são as **direções principais de tensão** (três direções – direção 1, 2 e 3).

A tensão total vertical no ponto P corresponde à tensão atuante nas faces horizontais do cubo e vale

$$\sigma_{\nu 0} = \gamma z \tag{2.13}$$

O índice zero passa a significar daqui em diante que a tensão é exclusivamente devida ao peso próprio do maciço, ou seja, é uma tensão de repouso.

Estando a água em repouso e ao mesmo nível da superfície do terreno, vem

$$u_0 = \gamma_W z \tag{2.14}$$

A tensão efetiva vertical, atendendo à equação (2.12), vem, por isso

$$\sigma_{\nu 0} = \sigma_{\nu 0} - u_0 = (\gamma - \gamma_w) z = \gamma' z$$
 (2.15)

em que γ' é o peso volúmico do maciço submerso.

Nas faces verticais do cubo, as tensões perpendiculares atuantes, logo as tensões horizontais de repouso, tendo em conta que o maciço é homogéneo, serão iguais entre si. Ao contrário das tensões verticais não resultam do peso próprio (força com componente vertical apenas). As tensões horizontais de repouso dependem da constituição do solo e do histórico de tensões a que ele esteve submetido anteriormente. São importantes no estudo de estruturas de contenção, nomeadamente de muros de suporte. Normalmente, elas são referidas às tensões verticais, sendo determinadas considerando um parâmetro, o **coeficiente de impulso em repouso** K_0 , definido por

$$K_0 = \frac{\sigma_{ho}}{\sigma_{\nu 0}}$$
(2.16)

O valor de K_0 é, habitualmente, inferior à unidade, sendo, por exemplo, entre 0,4 e 0,5 para as areias e entre 0,5 e 0,7 para as argilas. Nos solos compactados o seu valor é, porém, habitualmente superior à unidade.

Não existem métodos teóricos para a determinação do valor de K_0 . A sua avaliação em cada caso é realizada através de ensaios, nomeadamente ensaios *in situ*, com base em correlações empíricas com outros parâmetros de mais fácil determinação, ou com recurso a valores já estimados para maciços com histórias de tensões semelhante. O valor de K_0 também pode ser determinado através de relações empíricas, sendo a mais usual

$$K_0 = 1 - \sin\phi \tag{2.17}$$

em que ϕ' é o **ângulo de atrito interno efetivo** do solo ou **ângulo de resistência ao corte**.

As tensões horizontais efetiva e total no estado de repouso (Figura 2.5), vêm, por isso, iguais

$$\sigma_{h0} = K_0 \, \sigma_{\nu 0} = K_0 \gamma \, z \tag{2.18}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma_{h0} + u_0 = K_0 \gamma z + \gamma_w z \tag{2.19}$$

A maior das tensões atuantes nas facetas do cubo (Figura 2.5) é designada por **tensão principal maior** e representa-se por σ_1 e a menor é a **tensão principal menor** e representa-se por σ_3 , sendo a outra designada por σ_2 .

Atendendo às equações (2.13) a (2.19) verifica-se que:

а

- quando $K_0 < 1 \rightarrow \sigma_{v0} > \sigma_{v0} > \sigma_{h0} > \sigma_{h0}$, isto é, $\sigma_{v0} = \sigma_1, \sigma_{h0} = \sigma_2 = \sigma_3$ (solo homogéneo) e $\sigma_{v0} = \sigma_1 e \sigma_{h0} = \sigma_2 = \sigma_3$;
- quando $K_0 > 1 \rightarrow \sigma_{h0} > \sigma'_{\nu0} > \sigma'_{\nu0}$, isto é, $\sigma_{h0} = \sigma_1 = \sigma_2$ (solo homogéneo), $\sigma_{\nu0} = \sigma_3$ e $\sigma'_{h0} = \sigma'_1 = \sigma_2^1 e \sigma'_{\nu0} = \sigma'_3$;
- quando $K_0 = 1 \rightarrow \sigma_{v0} = \sigma_{h0} = \sigma_1 = \sigma_2 e \sigma_{v0} = \sigma_{h0} = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

A Figura 2.6a mostra a evolução em profundidade das tensões definidas pelas equações (2.13) a (2.16) num qualquer plano vertical contendo o eixo Oz e considerando os valores de $\gamma e K_0$ indicados na figura. A Figura 2.6b mostra as circunferências de Mohr representativas dos estados de tensão total e efetiva de repouso num ponto à profundidade de 10 m, onde

$$\sigma_{v0} = (\gamma - \gamma_w) z = (18-9,8) \ 10 = 82 \ \text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{h0} = K_0 \ \sigma_{v0} = 0,5 \times 82 = 41 \ \text{kN/m}^2$$

$$u_0 = \gamma_w z = 9,8 \times 10 = 98 \ \text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{h0} = \sigma_{h0} + u_0 = 41+98 = 139 \ \text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{v0} = \gamma z = 18 \times 10 = 180 \ \text{kN/m}^2$$

Tendo em conta que $K_0 < 1$, σ_{v0} e σ_{v0} são, respetivamente, a maior tensão total principal (σ_1) ($\sigma_{v0} > \sigma_{h0}$) e a maior tensão efetiva principal (σ_1) ($\sigma_{v0} > \sigma_{h0}$), o que se confirma pelos valores numéricos obtidos.

As circunferências de Mohr da figura 2.6b referentes às tensões totais principais e às tensões efetivas principais têm o mesmo diâmetro, dado que $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{v0} - \sigma_{h0} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{v0} - \sigma_{h0}$. Na mesma faceta, as tensões total e efetiva têm a mesma ordenada, vindo as respetivas abcissas desfasadas do valor de u_0 , como se indica na figura.

Circunferência de Mohr

Em qualquer ponto do solo, a tensões atuantes (tensões normal e tangencial) e o seu ponto de aplicação variam consoante o plano que se está a considerar. Demonstra-se que existem sempre três planos em que a tensão atuante é normal ao próprio plano, não existindo as componentes tangenciais e estes planos são normais entre si ((definidos pelas três direções das facetas do cubo da Figura 2.5). Conforme já assinalado, estes são os chamados planos de tensão principal ou os planos principais e as tensões neles atuantes são as chamadas tensões principais, tendo sido a maior designada por σ_1 , a menor por σ_3 e a terceira por σ_2 .

Nos problemas de Mecânica dos Solos, envolvendo a resistência dos solos, interessam essencialmente as tensões $\sigma_1 e \sigma_3$, pois a resistência de um solo depende da tensão tangencial (a rotura de um solo é devida a um esforço tangencial ou de corte) e esta, como se verá, é fruto da diferença entre as tensões principais e a maior diferença ocorre entre $\sigma_1 e \sigma_3$.

Conhecendo-se as facetas e as tensões principais num ponto, podem determinar-se as tensões em qualquer plano que passe por esse ponto. Em particular, conhecida uma das direções principais de tensão, é possível determinar as tensões atuantes nas facetas do cubo paralelas a essa direção (Figura 2.3), recorrendo às equações de equilíbrio estático. Isto é, se se conhecer, por exemplo, σ_1 , é possível passar a conhecer as tensões σ_2 e σ_3 . O estado de tensões atuante em qualquer plano passando por um ponto pode ser representado graficamente num sistema de eixos em que as abcissas são as tensões normais (σ) e as ordenadas são as tensões tangenciais (τ) (Figura 2.7 b).



Figura 2.6. Maciço homogéneo com nível freático à superfície: a) evolução em profundidade das tensões de repouso; b) circunferências de Mohr num ponto à profundidade de 10 m (Fernandes, 2012).

Como mostra a Figura 2.7b, num plano cuja normal faz um ângulo α com a direção de σ_1 , as componentes da tensão ($\sigma_{\alpha} \in \tau_{\alpha}$) podem ser obtidas recorrendo ao traçado da *circunferência de Mohr* de diâmetro $\sigma_1 - \sigma_3$ no plano $0\sigma_{\alpha}\tau_{\alpha}$. As coordenadas de qualquer ponto desta circunferência correspondem às componentes da tensão numa dada faceta que passa pelo ponto onde são conhecidas $\sigma_1 = \sigma_3$. Assim, para obter o ponto representativo da tensão na faceta representada na Figura 2.7a, cuja normal faz um ângulo α com a direção da tensão principal máxima (σ_1), deve marcarse, no sentido direto (contrário ao dos ponteiros do relógio), a partir do ponto da circunferência que

representa σ_1 , um ângulo de 2 α . Obtém-se, então, o ponto *D*, cujas coordenadas são $\sigma_{\sigma} e \tau_{\alpha}$. Os valores destas tensões são determinados tendo em conta as relações geométricas da Figura 2.7b e conhecido o ângulo α :

$$\sin 2\alpha = \tau_{\alpha}/(\sigma_1 - \sigma_3)/2 \rightarrow \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$$
(2.20)

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \tag{2.21}$$



Figura 2.7. Circunferência de Mohr para descrição da tensão num ponto de um maciço terroso (Fernandes, 2012).

Como mostra a Figura 2.7b, as tensões tangenciais (τ) são positivas quando tendem a fazer rodar um ponto interior ao elemento de superfície no sentido direto.

Em ligação com a circunferência de Mohr, define-se **polo de irradiação das facetas** como o ponto que goza da propriedade – unindo esse ponto com um dado ponto da circunferência, *D* por exemplo, o segmento de reta resultante é paralelo à faceta cuja tensão é dada por *D*. Na Figura 2.7b, o polo coincide com o ponto representativo da tensão vertical de abcissa σ_3 .

2.5. Tensão de corte ou tensão de cisalhamento

A tensão tangencial, no presente texto representada pelo símbolo τ , gerada pela força T_z tangencialmente à superfície S, tende a cortar a parte do maciço de altura *z* colocada superiormente à superfície S (Figura 2.1) em relação à parte do maciço terroso colocada abaixo da mesma superfície. É, por isso, habitualmente designada por **tensão de corte** ou **tensão de cisalhamento**.

A tensão de cisalhamento ou tensão tangencial é um tipo de tensão gerada por forças paralelas contidas no mesmo plano ou em planos paralelos muito próximos, mas aplicadas em sentidos opostos. No caso do exemplo da Figura 2.8, as forças cortantes F_1 e F_2 atuam em sentidos opostos na seção T e a distribuição das tensões de cisalhamento não pode ser assumida como uniforme, já que esta distribuição varia de zero na superfície da barra até um valor máximo no centro do corpo. O corte por cisalhamento pode ser efetuado também por uma tesoura ou cisalha, daí a designação da tensão.



Figura 2.8. Forças cortantes e tensão de corte (http://www.efeitojoule.com)

2.6. Tensão induzidas por forças exteriores - rotura dos solos

As diferentes estruturas construídas vão modificar as tensões de repouso de forma mais ou menos significativa numa dada região do maciço terroso subjacente e/ou envolvente. No projeto dessas estruturas é, quase sempre, necessário avaliar as tensões por elas induzidas nos maciços. No presente ponto, vão-se considerar apenas as cargas ou forças aplicadas à superfície dos maciços, situação que que ocorre com as edificações sobre a superfície natural do terreno ou a reduzida profundidade.

Como nota prévia, apresentam-se de seguida alguns conceitos básicos sobre modelos de comportamento dos materiais, também chamados modelos reológicos.

Modelos de comportamento dos materiais

Um determinado material considera-se que tem um *comportamento elástico* quando as deformações sofridas pela ação de forças ou tensões aplicadas ao material se anulam quando estas são retiradas. As deformações são, por isso, reversíveis, anulando-se quando se anulam as forças ou tensões que as provocam. Se as deformações sofridas por um material elástico forem proporcionais às tensões aplicadas, o material diz-se *elástico linear* (Figura 2.9a). Não sendo proporcionais, o material diz-se *elástico não linear* (Figura 2.9b).

Um material diz-se elastoplástico quando na descarga, isto é, quando as ações exteriores são removidas, apenas parte das deformações sofridas são recuperadas. As deformações não recuperadas designam-se por deformações plásticas e as recuperadas dizem-se deformações elásticas (Figura 2.9 c).

Um material **elastoplástico perfeito** é aquele que até um dado valor de tensão, designado por **tensão de cedência**, apresenta um comportamento elástico (isto é, com deformações reversíveis), passando a partir daí a sofrer deformações puramente plásticas sob uma tensão constante igual à tensão de cedência; este material pode ter o ramo plástico linear (Figura 2.9d) ou não linear (Figura 2.9e).

Um material análogo ao anterior, mas em que até ser atingida a tensão de cedência são nulas as deformações, designa-se por *rígido-plástico* (Figura 2.9f).

No caso dos maciços terrosos ou solos, é usual admitir para o maciço um comportamento elástico linear.



Figura 2.9. Modelos reológicos: a) elástico linear; b) elástico não linear; c) elastoplástico; d) elásticoperfeitamente plástico; e) elástico não linear-perfeitamente plástico; f) rígido-plástico (Fernandes, 2012).

Rotura dos solos

A resistência de qualquer material é definida pela maior tensão que o mesmo pode suportar. O solo, em geral, rompe por cisalhamento ou corte. Por isso, a resistência de um solo pode ser definida como a máxima tensão ao corte que o solo pode suportar sem sofrer rotura.

Como exemplo de problemas em que é necessário determinar a resistência do solo, destacamse a estabilidade de taludes, a capacidade de carga de fundações, os impulsos de terras sobre estruturas de contenção, as escavações de túneis e as camadas de pavimentos rodoviários como esquematicamente se apresenta na Figura 2.10.



Figura 2.10. Principais problemas envolvendo a resistência ao corte de solos.

Na Geotecnia, raramente são realizados ensaios relativos às tensões de tração, visto que o solo resiste muito pouco a este tipo de tensões.

Considere-se uma fundação assente à superfície de um maciço terroso submetido a uma carga vertical centrada crescente, ΔQ_s , como mostra a Figura 2.11a.



Figura 2.11. Carregamento de maciços à superfície e respetivo diagrama carga-assentamento (Fernandes, 2012).

Em regra, para valores de ΔQ_s relativamente baixos, o diagrama carga-assentamento exibe uma pequena inclinação e curvatura praticamente nula ou muito reduzida. Nesta fase, o diagrama carga-assentamento pode mesmo ser aproximado por um segmento de reta (Figura 2.11b) e o comportamento do solo é elástico-linear. A partir de certo valor de carga, a curvatura apresenta um aumento cada vez mais prenunciado (comportamento elástico não linear) até atingir um outro ramo praticamente retilíneo de grande inclinação com assentamentos tendencialmente infinitos (Figura 2.11b), em que o solo atinge a fase de rotura. Nesta fase, o solo tem um comportamento de material plástico. Na fase de plasticidade, as relações tensão-deformação ou carga-assentamento não são unívocas (em que para uma dada tensão corresponde só um assentamento e para dado assentamento corresponde sempre a mesma tensão) e dependem da forma como o estado de tensões é atingido.

Na grande maioria dos problemas envolvendo carregamento de maciços por estruturas de Engenharia Civil, estas são dimensionadas de modo que a carga ΔQ_s transmitida ao terreno se mantenha consideravelmente abaixo daqueles valores que tenderiam a induzir a rotura do maciço, isto é, deformações tendencialmente infinitas. Atingem-se, assim, dois objetivos: i) obtenção de uma confortável margem de segurança em relação a um estado limite último no solo de fundação; ii) controlo das deformações do mesmo solo dentro de limites reduzidos, acautelando-se eventuais estados limites últimos e de utilização da própria estrutura.

A adoção de um modelo de comportamento elástico linear para o maciço parece ser aceitável, o que permite recorrer a soluções analíticas conhecidas da Teoria da Elasticidade (Anexo 2.1) dos corpos sólidos.

A teoria da elasticidade linear admite as seguintes hipóteses:

- semi-espaço infinito;
- o solo é homogéneo (propriedades iguais em todos os pontos do maciço);
- o solo é isotrópico (propriedades iguais em todas as direções);
- o solo é um meio contínuo;
- a relação entre as tensões e as deformações é linear.

Existem algumas limitações para aplicar a teoria da elasticidade. As deformações devem ser pequenas (fase elástica linear). Alguns solos são heterogéneos (estratificados), outros isotrópicos (com descontinuidades). É muito comum a rigidez do solo aumentar com a profundidade. Considerar que o solo é um semi-espaço infinito requer que o solo seja homogéneo em grandes áreas e em grandes profundidades e esta qualidade também depende da área de carregamento indefinidamente. Porém, o acréscimo de tensões diminui com a profundidade e com o afastamento lateral.

A distribuição das tensões no solo é visualizada através das isóbaras, que são linhas de iguais valores de tensão. Em cada isóbara, a tensão é constante e é um determinado valor da pressão aplicada à superfície do terreno (q, Figura 2.12). O conjunto de isóbaras é denominado **bolbo de tensões**. Em termos práticos, considera-se o bolbo de tensões até 10% da carga aplicada (isóbara em que $\sigma_v = 0,10q$, Figura 2.12). A partir desta isóbara, negligencia-se o efeito de carregamento.



Figura 2.12. Bolbo de tensões – linhas de igual incremento da tensão vertical induzido num maciço terroso pela carga uniforme à superfície *q* (Gonçalves *et al*., 2014).

Considere-se agora o maciço de superfície horizontal com peso volúmico γ , que vai ser solicitado por uma carga crescente uniformemente distribuída, Δq_s (Figura 2.13). Admita-se ainda que o solo está emerso e seco (tensões totais coincidentes com as tensões efetivas).

Considere-se o ponto P à profundidade z sobre o eixo de simetria vertical da área carregada e, na sua vizinhança, três planos ortogonais, sendo um deles horizontal e outro perpendicular ao eixo da faixa solicitada. No ponto P as tensões de repouso vêm

$$\sigma_{\nu 0} = \gamma z \tag{2.20}$$

$$\sigma_{h0} = K_0 \, \sigma_{\nu 0} = K_0 \gamma z \tag{2.21}$$

As tensões efetivas (ou totais) incrementais nos três planos, $\Delta \sigma'_{z}$, $\Delta \sigma'_{x} \in \Delta \sigma'_{y}$, são normais. Durante o carregamento, as tensões principais vão-se manter na vertical (a maior, admitindo $K_0 < 1$) e na horizontal (a intermédia e a menor), vindo:

$$\sigma_1 = \sigma_z = \sigma_{\nu 0} + \Delta \sigma_z \tag{2.22}$$

$$\sigma_2 = \sigma_y = \sigma_{h0} + \Delta \sigma_y \tag{2.23}$$

$$\sigma_3 = \sigma_x = \sigma_{h0} + \Delta \sigma_x \tag{2.24}$$

O plano Oxz contém a maior e a menor tensão principal, que vêm

$$\sigma_1 = \sigma_v = \sigma_{v0} + \Delta \sigma_v \tag{2.25}$$



Figura 2.13. Maciço terroso carregado à superfície- tensões iniciais e incrementais no ponto P no eixo de simetria da área carregada (Fernandes, 2012).

A Figura 2.14 mostra a evolução do estado de tensão no ponto *P* correspondente ao exemplo da Figura 2.13 para os primeiros três incrementos da carga superficial, admitidos como de igual grandeza. Pode observar-se que, à medida que cresce o carregamento, crescem no ponto *P* a tensão normal média e a tensão de corte (tensão tangencial).

Como é compreensível, os solos têm, tal como qualquer outro material, resistência finita e, por isso, o estado de tensão em *P* não pode evoluir indefinidamente, da forma indicada, com o crescimento de , Δq_s . Dito de outro modo: no sistema de eixos usado, existe uma fronteira que separa os estados de tensão compatíveis com a resistência do solo em causa dos estados de tensão que o solo não pode suportar. Essa fronteira denomina-se *envolvente de rotura* e a sua equação corresponde ao chamado *critério de rotura*.

A resistência ao corte dos solos depende de dois parâmetros – atrito e coesão. A maioria dos solos experimenta rotura de acordo com o chamado *critério de Mohr-Coulomb*. Segundo este critério, um material (solo neste caso) entra em rotura num ponto quando num par de facetas ou planos que passam nesse ponto é atingida uma dada relação entre a componente normal, σ_f , e a componente tangencial, τ_f , da tensão, expressa por

$$\tau_f = c' + \sigma'_f t g \phi' \tag{2.27}$$

em que c' é a chamada **coesão** e o segundo termo do segundo membro constitui a componente de atrito. O índice *f* das componentes da tensão destina-se a indicar que as componentes correspondem à rotura (*failure*, em inglês).



Figura 2.14. Circunferências de Mohr do estado de tensão do ponto P da Figura 2.10: a) estados de tensão de repouso; b) rotura do solo usando o critério de Mohr-Coulomb, para o estado de tensão do último incremento de carga (Fernandes, 2012).

A equação (2.27) tem em conta as tensões efetivas porque só estas mobilizam resistência ao corte. Na Figura 2.14, a envolvente da rotura é definida pela semi-reta com ordenada na origem igual a c.

A resistência ao corte dos solos é essencialmente devida ao atrito entre as suas partículas sólidas. Todavia, dependendo da minerologia do solo, a atração electroquímica entre estas partículas pode provocar uma resistência independentemente da tensão normal atuante no plano de corte (ou

rotura do solo) o que constitui uma *coesão real*. O efeito é análogo à existência de uma cola entre duas superfícies de contato.

A coesão de um solo pode ter diversas origens. A cimentação entre partículas proporcionada por carbonatos, sílica, óxidos de ferro, dentre outras substâncias, pode originar altos valores de coesão.

Para além da coesão real, há ainda outro tipo de coesão, designado por **coesão aparente**. Esta é uma parcela da resistência (ao corte) dos solos húmidos, não saturados, devida à tensão entre as partículas resultante da pressão capilar da água. Na realidade, é um fenómeno de atrito. Saturando o solo, esta parcela resistente desaparece. É mais visível nas areias, podendo dar-se como exemplo as esculturas em areias de praia.

A coesão aparente pode ser uma parcela bastante considerável da resistência ao corte, principalmente em solos argilosos e/ou siltosos.

Para solos sem coesão, incoerentes ou não coesivos (c' = 0), a rotura é atingida quando

$$\frac{\tau_f}{\sigma_f} = tg\phi'$$
(2.28)

isto é, quando a obliquidade da tensão atingiu um valor limite definido pelo ângulo ϕ' . Esta condição de máxima inclinação corresponde a uma condição de atrito, daí o nome dado ao ângulo respetivo, ângulo de atrito efetivo.

Voltando ao exemplo das Figuras 2.13 e 2.14, admita-se que o solo atinge a rotura precisamente quando se completa o terceiro incremento do carregamento à superfície. A Figura 2.14b ilustra a aplicação do critério de Mohr-Coulomb ao ponto *P*. O ponto entra em rotura quando a circunferência de Mohr representativa do estado de tensão instalado com o terceiro incremento tangencia a envolvente de rotura.

Atendendo a que no exemplo que se está a considerar, o pólo da circunferência é o ponto que representa a menor tensão principal, unindo esse ponto com os dois pontos da circunferência em que esta tangencia a envolvente de rotura, pode obter-se a orientação dos planos ou facetas em que a rotura ocorreu, isto é, onde foi atingida a relação limite entre as duas componentes da tensão; estas componentes são σ_f e τ_f , respetivamente, a tensão normal no plano de rotura na rotura e a tensão tangencial no plano de rotura na rotura (Figura 2.14b). Aqueles planos (a traço interrompido) fazem um ângulo de $\pi/4 + \phi'/2$ com a direção da tensão principal máxima, como mostra a Figura 2.14b.

A envolvente na parte à esquerda do eixo das ordenadas é representada a traço interrompido, porque os solos não exibem praticamente resistência à tração (Figura 2.14b).

Na análise da estabilidade de um maciço de terra natural ou compactado (por exemplo, uma barragem de terra) interessa o estudo da ação das forças ativas e reativas. As primeiras são decorrentes das ações externas, tais como o peso próprio, o impulso da água ou de uma sobrecarga qualquer. Do outro lado, estão as forças reativas, responsáveis pela capacidade do solo reagir quando solicitado pelas forças exteriores ou ações externas, e que resultam das propriedades geotécnicas do solo. É alei da ação e reação colocada em prática pelo solo. A reação do solo traduz-se na sua resistência ao corte, expressa pela Lei de Mohr-Coulomb através da equação (2.27).
Para que não haja rotura do solo, é necessário que a tensão de corte real ou atuante, τ_{atua} seja inferior à resistência ao corte do solo, τ_f . A relação entre estas duas tensões representa o coeficiente de segurança contra a rotura por corte, ω

$$\omega = (c' + \sigma_f \tan \phi') / \tau_{atua}$$
(2.29)

A resistência ao corte é composta pelas parcelas atrito e coesão. De modo a perceber melhor a influência do atrito. Considere-se a Figura 3.25, uma pessoa empurra um bloco com peso *N*.



Figura 2.15. Atrito de um bloco.

Para deslocar o bloco, a força *F* deverá ser maior que a força de atrito entre o bloco e o plano horizontal.

$$F = \mu N \tag{2.30}$$

em que μ é o coeficiente de atrito. Observando as componentes das forças (Figura 2.15b), percebe-se que o ângulo φ relaciona a força normal *N* com a força necessária para mover o bloco, *F*.

$$F = N \tan \varphi \tag{2.31}$$

sendo φ o ângulo de atrito.

Suponha-se um bloco com peso *P* colocado sobre um plano com inclinação θ (Figura 2.16).



Figura 2.16. Deslocamento de um bloco num plano inclinado.

Se na posição inicial o plano estiver na horizontal ($\theta = 0^{\circ}$) e se se for inclinado o plano gradualmente, haverá uma posição do plano a partir da qual o bloco começa a descer. O ângulo de inclinação correspondentes ao início deste movimento, define-se como ângulo de atrito interno entre a superfície do plano e a do bloco. Se se repetir a experiência para outros blocos de pesos diferentes, o ângulo de inclinação medido continua a ser o mesmo. Isto acontece porque o valor do ângulo não

depende da componente normal. Portanto, a relação entre a força tangencial e a força normal pode ser representada pela semirreta da Figura 2.17, cujo ângulo é o próprio ângulo de atrito.



Figura 2.17. Relação entre a força de atrito e o peso do bloco.

Nos solos, o ângulo de atrito é similar ao conceito de atrito entre os corpos. Porém, nos solos as forças são transmitidas grão a grão. Quando as partículas de solo estão cimentadas, eles apresentam coesão. As areias puras não apresentam coesão (c' = 0) e nos solos sedimentares a contribuição da coesão na resistência é muito pequena. Considerando agora as tensões em vez das forças e tomado em conta a coesão, a equação (2.31) transforma-se para os solos na equação (2.27), vindo agora a relação da Figura 2.18.



Figura 2.18. Envolvente de rotura (ao corte) de um solo.

2.7. Exercícios práticos

Problema 2.1 – traçar o diagrama das tensões verticais totais para um solo estratificado com uma camada superficial de argila (γ =13 kN/m³) de espessura igual a 2 m, uma camada intermédia de areia siltosa (γ =15 kN/m³), com uma espessura de 3 m, e uma camada inferior de areia compacta (γ =17 kN/m³), com uma espessura de 3m.

Problema 2.2 – para o solo do problema 2.1, traçar o diagrama das pressões neutras, considerando que o nível freático está à superfície do terreno.

Problema 2.3 – para o solo do problema 2.1 e considerando os resultados dos problemas 2.1 e 2.2, traçar o diagrama das tensões verticais efetivas.

Problema 2.4 – determinar as tensões verticais totais, pressões neutras e tensões verticais efetivas nos pontos A, B, C e D para o solo da figura e traçar os respetivos diagramas (trabalhar em unidades SI; 1tf = 10 kN).



Problema 2.5 – Resolver o problema 2.4, considerando que a camada de areia acima do NA está saturada devido à ascensão capilar. Adotar para a areia saturada γ_{sat} = 2,1 tf/m³ (trabalhar em unidades SI; 1tf = 10 kN).

Problema 2.6 – Resolver o problema 2.4, considerando (trabalhar em unidades SI; 1tf = 10 kN): a) uma situação de inundação (NT=NA);

b) que o nível da água, NA, está 2,0 m acima de NT.

Problema 2.7 – traçar os diagramas das tensões verticais totais, neutras e efetivas para o solo estratificado representado na figura.



Problema 2.8 – calcular as tensões efetivas verticais e horizontais nos pontos A, B, C, D e E do perfil de solo da figura e desenhar os respetivos diagramas de variação das tensões



Problema 2.9 – o peso específico de um solo seco pré-adensado (K_0 =1,5) é γ = 19,6 kN/m³. Se a superfície do terreno for horizontal, pode afirmar-se que a tensão horizontal de repouso em qualquer ponto representa a tensão principal maior, σ_1 . Determinar através da construção do círculo de Mohr:

- a) as componentes das tensões normal e de corte que atuam no plano AA´ da figura; verificar a solução analiticamente;
- b) o valor da máxima tensão de corte nesta profundidade.



Problema 2.10 – para o perfil de solo apresentado na figura, determinar:

a) a distribuição da tensão vertical de repouso com a profundidade;

b) a distribuição da pressão neutra com a profundidade;

c) a distribuição da tensão vertical efetiva com a profundidade;

d) o valor da tensão horizontal efetiva e da tensão horizontal total à profundidade de 12m.

Considerar a camada superficial de argila arenosa completamente saturada devido ao fenómeno de capilaridade.



Problema 2.11 – determine a distribuição da tensão total horizontal de repouso para o perfil de solo representado, até à profundidade de 10m.

	1m 1m	$4 - \frac{\text{Areis}}{k_o = 0.5} + \frac{\gamma = 17.5 \text{ kN/m^3}}{\gamma_{sat} = 18.5 \text{ kN/m^3}} + \frac{N \text{ A}}{\gamma_{sat}} - \frac{\gamma}{\gamma_{sat}} + \frac{\gamma}{$
	5m	Argila Siltosa $k_o = 0,65 \gamma_{sat} = 1.6 \text{ kN/m}^3$
-	,	Argila Silto Arenosa

 $k_{o} = 0.6$ $\gamma_{sat} = 16.5 \text{ kN/m}^3$

Anexos

Anexo 2.1. Teoria da Elasticidade

A Teoria da Elasticidade linear é baseada no comportamento elástico dos materiais (materiais elásticolineares, Figura 2.9a), ou seja na proporcionalidade entre as tensões, σ , e as deformações, ϵ , segundo a Lei de Hooke

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \tag{A2.1}$$

em *E* é o módulo de elasticidade ou módulo de Young.

Na Lei de Hooke, ϵ é a chamada **deformação específica** (deformação total a dividir por um comprimento de referência do material que se está a considerar, quase sempre o seu comprimento inicial). Sendo, portanto, ϵ adimensional, *E* tem as unidades de uma tensão (Pa= N/m²).

3. IMPULSOS DE TERRAS 3.1. Introdução

Definem-se *Impulsos de terras* como as solicitações de um solo sobre as diferentes estruturas que com ele interagem ou contatam. São forças de direção horizontal ou predominantemente horizontal.

O cálculo destes impulsos constitui uma das maiores e mais antigas preocupações da Engenharia. Data de 1776 a primeira contribuição efetiva sobre o tema, muito antes do nascimento da Mecânica dos Solos como ciência autónoma. Trata-se de um problema de grande interesse prático, de ocorrência frequente e de determinação complexa.

Os muros de suporte, o escoramento de escavações, os encontros de pontes, os problemas de capacidade de carga das fundações, entre outras, são obras que exigem, no seu dimensionamento e análise de estabilidade, o conhecimento dos valores destes impulsos.

O valor de um impulso é função: da altura da estrutura; do tipo e características do solo, nomeadamente das suas propriedades físicas; da deformação sofrida pela estrutura; da posição do nível freático; da natureza da interface entre o solo e a estrutura; da inclinação do terrapleno, da dependência em relação ao tempo das propriedades dos solos coesivos, etc. O valor do impulso, bem como a distribuição das tensões horizontais ao longo do elemento estrutural que se está a considerar, depende do modo como o processo de interação solo-estrutura vai ocorrendo durante as diferentes fases da obra. O impulso atuando sobre o elemento estrutural provoca deslocamentos horizontais que, por sua vez, alteram o valor e a distribuição do impulso, ao longo das fases construtivas da obra.

As estruturas de suporte de maciços são das estruturas em que é importante conhecer o valor do impulso mais comuns. Diz-se que um maciço terroso está suportado por uma determinada estrutura (muro, na maioria das situações) quando, em corte, a respetiva superfície faz um ângulo com a horizontal maior do que assumiria sem o auxílio de qualquer ação exterior comunicada por uma estrutura (ângulo de talude natural), chamada **estrutura de suporte**.

No estudo dos impulsos, como na maioria dos problemas de Mecânica dos Solos, são raras as situações em que é possível determinar forças e, por conseguinte, tensões, com base apenas nas condições de equilíbrio; os problemas são, em geral, estaticamente indeterminados.

Para vencer esta dificuldade, é imperioso considerar as condições de compatibilidade entre os deslocamentos, o que implica a necessidade de conhecimento da variação das tensões com as deformações.

Em síntese, pode dizer-se que há duas linhas de conduta no estudo dos impulsos.

A primeira, de cunho teórico, apoiando-se em tratamentos matemáticos elaborados a partir de **modelos reológicos** (modelos de comportamento dos solos) que tentam traduzir, tanto quanto possível, o comportamento preciso da relação tensão-deformação dos solos. Este procedimento, na sua forma mais geral, considerando todos os aspetos do comportamento real dos solos, determina dificuldades matemáticas insuperáveis. Isto conduz à adoção de hipóteses simplificativas, que acabam por definir, na maioria dos casos, situações que se distanciam dos problemas práticos de interesse.

A segunda abordagem é de caráter empírico-experimental. São recomendações recolhidas em observações em modelos de laboratório e em obras instrumentadas.

A automatização dos métodos numéricos (diferenças finitas e elementos finitos) e a evolução das técnicas de amostragem e ensaios têm propiciado, nos últimos anos, um desenvolvimento significativo dos processos teóricos.

No presente capítulo, serão tratados apenas os métodos clássicos de determinação dos impulsos, os métodos de Rankine e de Coulomb.

3.2. Estados de equilíbrio limite de Rankine

Considere-se o maciço terroso incoerente ou sem coesão (resistência ao corte nula para tensão efetiva nula), emerso, no estado de repouso e com superfície horizontal da Figura 3.1a. Se se retirar a parte esquerda do maciço (Figura 3.1b) e se se substituir a sua ação por um anteparo vertical rígido e com o paramento em contato com o maciço liso (sem atrito entre o solo e o paramento), se o solo da parte direita não sofrer qualquer deformação e, consequentemente, qualquer alteração do estado de tensão, permanece válida a equação (2.16), vindo



Figura 3.1. Estados ativo e passivo de Rankine: a) solo granular, emerso, de superfície horizontal no estado de repouso; b) substituição da parte esquerda do maciço por anteparo vertical sem introdução de deformações na parte restante do solo (Fernandes, 2015).

As tensões horizontais e verticais não se alteram e o solo não se plastifica, pois não há deslocamento. O estado de tensão definido pela equação (3.1) pode ser representado pela circunferência de Mohr de diâmetro \overline{AB} apresentada na Figura 3.2.

Suponha-se que o anteparo sofre uma translação horizontal progressiva para a esquerda. Durante a translação, as tensões principais máxima e mínima continuarão a ser as tensões vertical e horizontal, respetivamente ($K_0 < 1$), mantendo-se constante a primeira enquanto que a segunda vai diminuindo progressivamente. Ocorre um alívio da tensão horizontal até que esta atinge um valor limite σ_{ha} . Como é visível na Figura 3.2, o ponto representativo da menor tensão principal vai-se deslocando para a esquerda, diminuindo, mas crescendo também progressivamente as tensões de corte máximas (τ) mobilizadas no maciço. Este processo tem um limite, que corresponde à situação para a qual se mobiliza integralmente a resistência do solo (circunferência de Mohr tangente à envolvente de rotura², linha vermelha na Figura 3.2). A tensão horizontal mínima atingida $\sigma_{ha}^{'}$ designa-se por **tensão**

² Equação (2.7), com ordenada na origem nula (c = 0), porque o solo tem coesão nula.

horizontal ativa e esta situação limite designa-se por *estado de equilíbrio limite ativo*. Para valores de tensão inferiores, o solo atinge a situação de rotura.

Se os deslocamentos do anteparo forem em sentido contrário, isto é, realizados contra o solo, comprimindo-o, a tensão horizontal vai aumentando, mantendo-se fixa a tensão vertical. As circunferências de Mohr correspondentes aos sucessivos estados de tensão têm ainda como ponto comum o ponto *A* (σ_{v0} constante), enquanto o ponto representativo da tensão horizontal se desloca para a direita. Em dada fase do processo, esta tensão iguala a vertical ($\sigma_h = \sigma_{v0}$), o que corresponde a um estado de tensão hidrostático ou isotrópico (igual em todas as direções). Nos estádios seguintes, a tensão principal máxima passa a ser a horizontal (rotação das tensões principais), sendo instaladas no solo tensões de corte progressivamente maiores, até se mobilizar integralmente a resistência ao corte (situação a que corresponde a circunferência de Mohr tangente à envolvente de rotura, com σ_h representada pelo ponto B_2 . Esta situação é designada por **estado de equilíbrio limite passivo** e a tensão horizontal correspondente, σ_{hp} , é designada por **tensão horizontal passiva**.



Figura 3.2. Circunferências de Mohr representativas dos estados de repouso ativo e passivo.

As tensões horizontais ativa e passiva representam pois, respetivamente, o limite inferior e o limite superior das tensões de interação do terreno com a estrutura à profundidade que se está a considerar. Isto significa que depois de instalados os estados ativo e passivo, mesmo que o anteparo continuasse o seu deslocamento para fora ou contra o maciço, a tensão horizontal permaneceria nos valores σ_{ha} e σ_{hp} , respetivamente.

A Figura 3.2 permite determinar as direções dos planos de rotura³ (representados a azul) onde a resistência ao corte do solo está integralmente mobilizada nos estados de equilíbrio limite ativo e passivo (os polos das circunferências de Mohr ativa e passiva são, respetivamente, os pontos B_1 e B_2).

³ Nos planos de rotura (azul, Figura 3.2), as tensões tangenciais igualam as tensões resistentes (ponto de tangência do círculo de Mohr à envolvente de rotura (vermelho, Figura 3.2). Os planos de rotura são tangentes ao círculo no mesmo ponto que as envolventes de rotura.

No caso ativo, os planos de rotura fazem um ângulo de $\pi/4 + \phi'/2$ com a direção da tensão principal máxima que, no caso, é a tensão vertical. No caso passivo, esse ângulo tem um valor de $\pi/4 - \phi'/2$ e, agora, a tensão principal máxima é a tensão horizontal. A solução de Rankine, conforme assinalado, só é válida para estruturas de suporte de parede vertical e perfeitamente lisas, situação em que se atingem os estados de plastificação de Rankine (superfície de escorregamento fazendo um ângulo de de $\pi/4 + \phi'/2$ ou $\pi/4 - \phi'/2$ com o plano principal maior, para as condições ativa e passiva, respetivamente. A plastificação (passagem ao estado plástico) do maciço dá-se ao longo dos planos de rotura.

É usual designar os estados de equilíbrio limite por **estados de equilíbrio ativo e passivo de Rankine**.

3.3. Coeficientes de impulso de Rankine

A equação (2.16) define o coeficiente de impulso em repouso como a relação entre as tensões efetivas horizontal e vertical atuantes num dado solo quando este se encontra no estado de repouso.

O *grau de consolidação de um solo*, *R*_{OC}, é a relação entre o coeficiente de impulso em repouso do solo normalmente consolidado (Anexo A3.1) e o valor do coeficiente induzido para o mesmo solo por sobreconsolidação (Anexo A3.1), isto é,

$$R_{OC}^{m} = \frac{K_{0}(OC)}{K_{0}(NC)}$$
(3.2)

em que *m* é um coeficiente adimensional, em geral próximo de 0,4 a 0,5.

O **coeficiente de impulso ativo**, K_a , é o quociente entre a tensão efetiva horizontal no estado ativo e a respetiva tensão efetiva vertical

$$K_a = \frac{\sigma_{ha}}{\sigma_{\nu 0}} \tag{3.3}$$

Por seu lado, o *coeficiente de impulso passivo*, K_p , é o quociente entre a tensão efetiva horizontal no estado passivo e a respetiva tensão efetiva vertical

$$K_p = \frac{\sigma_{hp}}{\sigma_{v0}} \tag{3.4}$$

A tensão efetiva vertical considerada nas equações (3.3) e (3.4) não é necessariamente a tensão efetiva vertical de repouso. Pode haver situações em que, por carregamento da superfície, o estado de tensão vertical de repouso ter sido modificado. Por outro lado, apenas no âmbito da teoria original de Rankine é que as tensões que intervêm no cálculo de K_a e K_p são as tensões horizontal e vertical.

Considerando *r* o raio da circunferência de Mohr, da Figura 3.2, retira-se tendo em conta a equação (3.3)

$$r = \frac{\sigma_{v0} - \sigma_{ha}}{2} = \frac{\sigma_{v0} - K_a \sigma_{v0}}{2} = \frac{1 - K_a}{2} \sigma_{v0}'$$

$$\overline{OP} = \sigma_{v0}' - r = \sigma_{v0}' - \frac{1 - K_a}{2} \sigma_{v0}' = \frac{1 + K_a}{2} \sigma_{v0}'$$

$$r = \overline{OP} \sin \phi'; \frac{1 - K_a}{2} \sigma_{v0}' = \frac{1 + K_a}{2} \sigma_{v0}' \sin \phi'; (1 - K_a) = (1 + K_a) \sin \phi'$$

$$1 - \sin \phi' = K_a (1 + \sin \phi'); K_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'}$$

Tendo em conta a equação (3.4) e ainda as relações geométricas definidas na Figura 3.2, retirase também

$$r = \frac{\sigma_{hp} - \sigma_{v0}}{2} = \frac{K_p \sigma_{v0} - \sigma_{v0}}{2} = \frac{K_p - 1}{2} \sigma_{v0}'$$

$$\overline{OP'} = \sigma_{v0}' + r = \sigma_{v0}' + \frac{K_p - 1}{2} \sigma_{v0}' = \frac{1 + K_p}{2} \sigma_{v0}'$$

$$r = \overline{OP'} \sin \phi'; \frac{K_{p-1}}{2} \sigma_{v0}' = \frac{1 + K_p}{2} \sigma_{v0}' \sin \phi'; (K_p - 1) = (1 + K_p) \sin \phi'$$

$$K_p (1 - \sin \phi') = (1 + \sin \phi'); K_p = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'}$$

Tendo em conta a dedução das expressões de K_a e K_p e com base na Figura 3.2,

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)$$
(3.5)

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$$
(3.6)

3.4. Impulsos ativo e passivo de Rankine

O método de Rankine tem por base as seguintes hipóteses: i) o solo é não coesivo, incoerente ou sem coesão; ii) o solo é homogéneo; iii) o solo está emerso; iv) a superfície do terreno é horizontal; v) o paramento do anteparo em contato com o solo é vertical e rígido; vi) é nulo o atrito entre o solo e o paramento (paramento liso).

As pressões sobre o paramento em contato com o maciço de peso específico γ à profundidade z, como indica a Figura 3.3, valem para os solos sem coesão (c = 0)

$$\sigma_{ha}(z) = K_a \sigma_v(z) = K_a \gamma z \tag{3.7}$$

$$\sigma_{hp}(z) = K_p \sigma_v(z) = K_p \gamma z \tag{3.8}$$

respetivamente para os casos ativo e passivo. Conclui-se, portanto, que, para um maciço homogéneo (Figura 3.3), os diagramas de pressões são triangulares.

As resultantes das pressões ativas e passivas até à profundidade *h* e por metro linear de desenvolvimento longitudinal do paramento designam-se por *impulso ativo* e *impulso passivo*.

O impulso ativo é o mínimo dos impulsos com que o maciço terroso pode solicitar a estrutura ou anteparo. O solo empurra a estrutura e esta, se for possível, tenderá a afastar-se.

O impulso passivo é o máximo dos impulsos com que um maciço terroso pode solicitar a estrutura. É uma situação em que a estrutura é empurrada contra o solo.

Os impulsos ativo e passivo calculam-se integrando as pressões entre zero e a profundidade *h* que se está a considerar, vindo, respetivamente

$$I_{a} = \int_{0}^{h} K_{a} \sigma_{v} dz = \int_{0}^{h} K_{a} \gamma z dz = \frac{1}{2} K_{a} \gamma h^{2}$$
(3.9)

$$I_p = \int_0^h K_p \sigma_v dz = \int_0^h K_p \gamma z dz = \frac{1}{2} K_p \gamma h^2$$
(3.10)



Figura 3.3. Diagramas de pressões de um solo nas condições de Rankine: a) ativas e impulso ativo; b) passivas e impulso passivo (Fernandes, 2015).

O ponto de aplicação dos impulsos no caso do maciço homogéneo está à profundidade de 2/3 *h* (centro de gravidade do trapézio das pressões), quer para o impulso ativo quer para o impulso passivo.

Os impulsos ativo e passivo representam o limite inferior e o limite superior da força de interação entre o solo e o anteparo (ou paramento, definido como a face do anteparo diretamente em contato com o solo).

Por outras palavras, o impulso ativo é o impulso mínimo que deve ser aplicado ao terreno por forma a que este esteja estável, pelo que, se valores inferiores a I_a forem aplicados, ocorre o colapso do terreno ou maciço terroso. Por outro lado, o impulso passivo é o impulso máximo que pode ser

aplicado ao terreno por forma a que este permaneça estável, pelo que, se valores superiores a I_{ρ} forem aplicados, ocorre o colapso.

Atendendo às equações (3.5) e (3.6), é fácil concluir que o impulso ativo diminui e o impulso passivo aumenta à medida que o ângulo de resistência ao corte ϕ cresce.

A Figura 3.3 e a equação (3.9) permitem ver que o impulso ativo corresponde ao peso das terras contidas na cunha ou trapézio de base $K_a\gamma h$, altura *h* e comprimento de 1m. De modo semelhante, acontece com o impulso passivo.

A Figura 3.4 faz a representação esquemática do impulso ativo e da superfície de rotura do terrapleno, ao longo da qual a parte superior do maciço tende a deslizar e que faz um ângulo de $\pi/4 + \phi'/2$ com a direção da tensão principal máxima que, no caso, é a tensão vertical.

Quando o anteparo se desloca para fora do maciço terroso, este sofre uma tração, provocando no maciço uma resistência ao longo do possível plano de escorregamento. O maciço desenvolve, no seu interior, toda a resistência ao corte ao longo do plano de rotura, aliviando, até certo ponto, a ação do maciço sobre a anteparo. A cunha de terra situada acima do plano de rotura é uma *cunha instável* (Figura 3.5). Esta cunha está passível de movimento, portanto, onde se desenvolverá a resistência ao corte e onde cada movimento que possa ocorrer não terá possibilidade de retrocesso, isto é, na cunha instável o equilíbrio é plástico. Abaixo do plano de rotura, situa-se a região do maciço em que o equilíbrio é elástico. No caso da Figura 3.5, está-se a considerar que a estrutura de suporte roda em torno da base.



Figura 3.4. Impulso ativo e superfície de rotura segundo Rankine.



Figura 3.5. Cunha de solo instável no impulso ativo.

O movimento do anteparo contra o maciço terroso provoca uma compressão na cunha instável, gerando, ao longo do plano de rotura, uma reação ao arrastamento, ou seja, à resistência ao corte. O movimento do anteparo contra o maciço, tentando desloca-lo, na abrangência da região instável, provoca o surgimento da resistência interna ao corte e, ocorrendo esta movimentação, por pequena

que seja, terá de vencer essa resistência, deslocando o peso da massa de solo na região abrangida pela cunha instável (Figura 3.6). A ação do solo será passiva ao movimento, sendo a situação de equilíbrio chamada de estado de equilíbrio passivo, conforme já assinalado, ou estado superior de solicitação em que a estrutura recebe todo o esforço decorrente da ação passiva do solo em relação ao movimento. No caso da Figura 3.6, está-se a considerar que a estrutura de suporte sofre uma translação contra o maciço.

O estado de equilíbrio plástico ativo, conforme se mostra nas Figuras 3.5 e 3.6, desenvolvemse quando o deslocamento da estrutura de suporte é uniforme ou quando há rotação pela base.

De modo similar ao impulso ativo, a cunha instável limitada pelo plano de rotura, que faz agora um ângulo $\pi/4 - \phi'/2$ com o plano principal maior, constitui a massa de solo responsável por uma compressão na direção horizontal, gerando essa situação particular de equilíbrio, como mostra a Figura 3.6.



Figura 3.6. Cunha de solo instável no impulso passivo.

Face ao exposto, fácil é concluir que, com o impulso ativo, a cunha instável de solo tende a deslizar ao longo do plano de rotura no sentido descendente, acontecendo exatamente o contrário com o impulso passivo.

O tipo de deslocamento da estrutura de suporte afeta a forma da superfície de plastificação e. consequentemente, interfere na distribuição das tensões. A Figura 3.7 mostra os diagramas dos impulsos para o caso de solos não coerentes, para diferentes condições de deslocamento da estrutura de suporte. Observa-se que, sempre que a superfície do terreno é plana, a distribuição das tensões é linear.

Quando uma determinada estrutura é construída para suportar um maciço terroso, as forças que o maciço exerce sobre a estrutura são de natureza ativa. O solo empurra a estrutura, que reage, tendendo a afastar-se do maciço. Na Figura 3.8 são apresentadas obras deste tipo.

Quando a estrutura é empurrada contra o solo, a força exercida pela estrutura sobre o solo é de natureza passiva. Um caso típico deste tipo de interação solo-estrutura é o das fundações que transmitem ao maciço forças de elevada componente horizontal, como é o caso de pontes em arco (Figura 3.9).

Em determinadas obras, a interação solo-estrutura pode englobar simultaneamente as duas categorias referidas. É o caso da Figura 3.10, onde se apresenta um muro-cais ancorado. As pressões

do solo suportado imediatamente atrás da cortina (muro-cais) são equilibradas pela força F_t de um tirante de aço amarrado num ponto perto do topo da cortina e pelas pressões do solo em frente à cortina (abaixo da linha de dragagem). O esforço de tração no tirante tende a deslocar a placa para a esquerda, isto é, empurra a placa contra o solo, mobilizando pressões de natureza passiva de um lado e pressões de natureza ativa no lado oposto.



⁽c) rotação pelo topo





(a) Muros de gravidade

(b) Muro de proteção contra a erosão superficial

Figura 3.8. Obras em que os impulsos são de natureza ativa.



Figura 3.9. Obra em que os impulsos são de natureza passiva.





Os processos clássicos de determinação dos impulsos de terras, como é o método de Rankine, são métodos de equilíbrio limite. Admitem que a cunha de solo em contato direto com a estrutura de suporte esteja num dos possíveis estados de plastificação, ativo ou passivo. Esta cunha (cunha instável) tenta deslocar-se ou descolar-se da parte fixa ou estável do maciço, aplicando-se sobre ela a análise de equilíbrio dos corpos rígidos.

A análise de Rankine apoia-se nas equações de equilíbrio interno do maciço. Estas equações são deduzidas para um elemento infinitesimal do interior do maciço e, posteriormente, estendidas a toda a massa plastificada (cunha instável) através de integração. Esta análise enquadra-se no teorema da região interior (TRI) da teoria da plasticidade.

Como filosofia básica, o teorema TRI defende, em primeiro lugar, o equilíbrio entre campos de tensão externos e internos que se estabelecem sobre a cunha plastificada. As tensões externas são motivadas pelas solicitações aplicadas à superfície do terreno ou pela ação do peso próprio da cunha. As solicitações internas são as reações que se desenvolvem na cunha, como resposta às solicitações externas.

Em segundo lugar, o teorema TRI impõe um critério de resistência, ou seja, estabelece que não haja em nenhum ponto da cunha um estado de tensão capaz de conduzi-la, nem mesmo numa zona localizada, à condição de rotura.

Estas duas exigências do teorema TRI implicam uma condição de iminência de plastificação, ou seja, o estado ativo ou passivo. Estes estados, conforme visto, podem ser representados graficamente no plano $0\sigma\tau$ por círculos de Mohr (Figura 3.2) que tangenciam as envolventes de rotura, pois o círculo de Mohr é a representação gráfica das condições de equilíbrio em torno de um ponto.

3.5. Deformações associadas aos estados ativo e passivo de Rankine

Terzaghi fez ensaios em laboratório com o objetivo de quantificar a grandeza dos deslocamentos de anteparos para os quais, no maciço terroso adjacente, são mobilizados os estados de equilíbrio limite ativo e passivo. As experiências decorreram num tanque cheio de areia, o anteparo era articulado na base e, durante o enchimento do tanque, foi mantido na posição vertical.

No final do enchimento do tanque, Terzaghi registou o valor do impulso das terras sobre o anteparo, que considerou como impulso em repouso, I_0 .

Partindo da situação de repouso das terras, Terzaghi realizou ensaios em que o anteparo era deslocado contra o solo; registava, então, o crescimento do impulso até atingir um valor máximo, que considerou como impulso passivo, *I*_o.

Noutra sequência de ensaios, quando o anteparo era deslocado no sentido oposto, o impulso baixava para valores menores do que I_0 , até um certo valor mínimo, que considerou como impulso ativo, I_a .

A Figura 3.11 mostra o aspeto das curvas que relacionam a evolução do impulso, *I*, com o deslocamento, *s*, do topo do anteparo. Os resultados mostram que são necessários deslocamentos muito grandes para mobilização do estado passivo. Pelo contrário, deslocamentos muito reduzidos provocam a mobilização do estado ativo. Numa análise grosseira, pode dizer-se que os deslocamentos para o estado passivo podem exceder 5% (até 20%) do valor da altura do anteparo, enquanto para o estado ativo, 0,1 a 0,2% da altura do anteparo são suficientes.



Figura 3.11. Experiência de Terzaghi sobre os deslocamentos associados aos estados ativo e passivo: dispositivo de ensaio e diagrama impulso de terras versus deslocamento do topo do anteparo.

As experiências de Terzaghi permitiram concluir que as deformações para alcançar o estado passivo são muito superiores às necessárias para alcançar o estado ativo, podendo avaliar-se as deformações necessárias para que se instale o estado ativo ou passivo através dos dois tipos de ensaios de Terzaghi ou usar, como ordem e grandeza os valores apresentados.

O Eurocódigo 7 recomenda o uso das deformações que se apresentam nas Figuras 3.12 e 3.13, respetivamente para os estados ativo e passivo, tendo em conta o tipo de solo (solto ou compactado) e o tipo de deslocamento da estrutura de suporte do solo.

Kind of wall movement		v _a /h loose soil %	v _a /h dense soil %		
a)	Va S	0,4 to 0,5	0,1 to 0,2		
b)		0,2	0,05 to 0,1		
c)	Va Va	0,8 to 1.0	0,2 to 0,5		
d)		0,4 to 0,5	0,1 to 0,2		
where: v _a is the wall motion to mobilise active earth pressure h is the height of the wall					

Figura 3.12. Deformações associadas ao estado ativo (EC7, 1999).

Os valores entre parênteses da Figura 3.13 referem-se aos deslocamentos v_p necessários para mobilizar metade das pressões passivas.

A explicação dos resultados obtidos por Terzaghi, são explicados através das reações tensãodeformação-resistência do solo, arenosos no ensaio. A Figura 3.14a mostra as trajetórias de tensões efetivas correspondentes à mobilização dos estados limites ativo e passivo, que podem ser obtidas realizando, com amostras consolidadas sob o estado de tensão efetiva de repouso, respetivamente, ensaios de compressão triaxial (com diminuição da tensão horizontal, mantendo constante a tensão vertical) e ensaios de extensão triaxial (com aumento da tensão horizontal, mantendo constante a tensão vertical).

v _p /h	v _p /h	
loose soil	dense soil	
%	%	
7 (1,5) to	5 (1,1) to	
25 (4,0)	10 (2,0)	
5 (0,9) to	3 (0,5) to	
10 (1,5)	6 (1,0)	
6 (1.0) to	5 (0.5) to	
15 (1.5)	6 (1.3)	
	vp/h loose soil % 7 (1,5) to 25 (4,0) 5 (0,9) to 10 (1,5) 6 (1.0) to 15 (1.5)	

Figura 3.13. Deformações associadas ao estado passivo (EC7, 1999).

A Figura 3.14b mostra curvas típicas de ensaios com aquelas trajetórias realizadas com amostras de areia solta e compacta. Os resultados ilustram a evolução da extensão horizontal, ε_h , com a tensão de desvio. Pode observar-se que: i) para o mesmo tipo de ensaio, a resistência é maior e a deformação na rotura é menor na areia compacta; ii) para uma dada areia, as deformações na rotura são muito menores para os ensaios de compressão do que para os ensaios de extensão; iii) o contraste entre estas deformações é superior na areia solta.

A explicação para o contraste das deformações tem a ver essencialmente com o seguinte:

- As tensões incrementais correspondentes à passagem do estado do estado de repouso para o estado ativo são muito inferiores às necessárias para passar do estado de repouso para o estado passivo (comparar, por exemplo as grandezas |σ_{h0} σ_{ha}| e |σ_{h0} σ_{hp}| da Figura 3.2 ou o comprimento das trajetórias de tensões respetivas na Figura 3.14a);
- a deformabilidade dos solos depende da trajetória de tensões; tipicamente, os solos parecem exibir menor deformabilidade nas trajetórias de tensões que implicam redução da tensão média, caso da evolução para o estado ativo, do que naquelas que implicam aumento da tensão média, caso da evolução para o estado passivo.

Compreende-se, por isso, o comportamento constatado pelos ensaios de Terzaghi. A mobilização do estado ativo implica deslocamentos muito inferiores porque envolve tensões incrementais muito menores e para o tipo de carregamento que envolve os solos exibem maior rigidez.

Em conclusão, pode dizer-se que a grandeza das pressões que atuam nas estruturas de suporte depende dos deslocamentos que estes podem sofrer.

No caso das estruturas de suporte, em que é a estrutura que suporta o terreno com que interatua, a resultante das tensões de interação, o impulso mobilizado, situa-se entre o impulso em repouso e o impulso ativo.

No caso de muros de gravidade (que se opõem ao impulso das terras através do seu peso próprio), os mais importantes a estudar, o movimento do muro é sobretudo controlado pela fundação. A fundação recebe a força resultante do impulso (ativo), I_a , das terras com o peso próprio do muro (W, Figura 3.15). O equilíbrio desta força resultante, R, vai exigir a mobilização de tensões tangenciais e normais na base do muro. As tensões normais acarretam assentamentos crescentes do bordo interior para o bordo exterior da fundação. Por sua vez, as tensões tangenciais exigem um muito pequeno deslocamento tangencial entre o muro e a fundação. Em resumo: i) o movimento que o muro sofre é essencialmente devido à deformação do terreno de fundação; ii) aquele movimento pode ser caracterizado como a combinação de uma rotação com uma translação horizontal, ambas dirigidas para o lado oposto às terras suportadas.

3.6. Generalização do método de Rankine 3.6.1. Introdução

Como se assinalou no ponto 3.4. o método original de Rankine é válido para solos sem coesão, homogéneos, emersos, de superfície horizontal, sem sobrecargas à superfície, interatuando com uma estrutura vertical rígida e em que é nulo o atrito entre o solo e o paramento da estrutura.

Neste ponto, generaliza-se o método para outras situações correntes.

3.6.2. Sobrecargas uniformes verticais

Quando à superfície do terreno está aplicada uma sobrecarga vertical uniformemente distribuída (Figura 3.16), *q*, a sobrecarga é tomada como uma parcela constante que se soma ao valor do impulso.

A tensão efetiva vertical passa a ser

$$\sigma_{\nu}(z) = \gamma z + q \tag{3.11}$$

Na situação de equilíbrio limite, a pressão horizontal ativa ou passiva, dependendo do estado, sobre o paramento vertical passa a ser

$$\sigma_h(z) = K\sigma_V = K\gamma z + Kq \tag{3.12}$$

K será igual a K_a ou K_p , respetivamente para o estado ativo e passivo.

A Figura 3.16 representa o diagrama das pressões sobre a estrutura. Ao diagrama triangular do maciço, somou-se agora o diagrama uniforme de pressões (de largura Kq e altura z) para ter em conta a ação da sobrecarga.



Figura 3.14. Trajetórias de tensões efetivas associadas aos estados ativo e passivo (Fernandes, 2015).



Figura 3.15. Muro de suporte gravidade: força transmitida à fundação e tensões mobilizadas na base do muro (Fernandes, 2015).



Figura 3.16. Método de Rankine para a situação de haver cargas uniformes à superfície do terreno.

3.6.3. Maciços estratificados

Os solos podem não ser homogéneos e apresentar vários estratos de características diferentes, isto é, serem estratificados. A Figura 3.17 apresenta o caso de um solo constituído por dois estratos diferentes.

A pressão no estrato 1 cresce linearmente com a profundidade, conforme se explicou no ponto 3.4, atingindo o valor de $K_1\gamma_1h_1$ acima da superfície de separação dos dois estratos (K1 será o coeficiente de impulso ativo ou passivo do estrato 1, consoante o estado que se está a considerar).

No estrato 2, a ação do estrato 1 sobre este pode ser comparado à ação de uma sobrecarga uniformemente distribuída de valor de $\gamma_1 h_1$, dando origem a um diagrama de pressões uniforme de valor de $K_2\gamma_1h_1$. Este diagrama soma-se ao das pressões associadas ao estrato 2, as quais, à profundidade h_2 abaixo da superfície de separação dos estratos, valem $K_2\gamma_2h_2$. Sendo $\phi'_1 e \phi'_2$ diferentes, também serão diferentes $K_1 e K_2$, apresentando o diagrama geral das pressões uma descontinuidade na superfície de separação dos estratos.



Figura 3.17. Método de Rankine para maciços estratificados.

3.6.4. Maciços com nível freático

Se a toalha de água for estacionária, o problema pode ser resolvido como se existissem dois estratos diferentes, em que para o estrato submerso se considera o respetivo peso específico submerso, γ_{sub} , sendo γ_w o peso específico da água (Figura 3.18). O diagrama de pressões devido ao estrato acima do nível freático cresce desde zero até ao nível freático, onde atinge o valor de $K\gamma(h - h_w)$, mantendo-se a partir constante uma vez que esse estrato terá uma ação sobre a parte satura idêntica à de uma carga uniforme de valor de $\gamma(h - h_w)$.



Figura 3.18. Método de Rankine para maciços parcialmente submersos.

Abaixo do nível freático, deve ter-se em conta as pressões das terras saturadas, que decrescem por estarem saturadas, que se devem somar às pressões hidrostáticas, vindo, então, o impulso total (solo+água) substancialmente maior do que no caso de a toalha freática não existir no caso ativo, ocorrendo o oposto na caso passivo.

Uma vez que o exemplo considera o mesmo solo acima e abaixo do nível freático (mesmo ϕ , logo mesmo *K*), o diagrama resultante apresenta um ponto de quebra à profundidade do nível freático, mas não uma descontinuidade.

3.6.5. Maciços com coesão

A Figura 3.19 apresenta as circunferências de Mohr representativas das tensões à profundidade *z* num maciço terroso de superfície horizontal, com coesão ($c' \neq 0$, ordenada na origem da envolvente de rotura), com ângulo de atrito ϕ' e nas situações de equilíbrio limite de Rankine. Como é visível, as superfícies de rotura coincidem com as apresentadas na Figura 3.2 para os solos não coesivos.

A dedução dos coeficientes de impulso para os estados ativo e passivo não oferece dificuldade, vindo

$$K_{acoesao} = \frac{\sigma_{ha}}{\sigma_v} = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi} - \frac{2c}{\sigma_v} \frac{\cos\phi}{1+\sin\phi} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) - \frac{2c}{\sigma_v} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)$$
(3.13)

$$K_{pcoesao} = \frac{\sigma_{hp}}{\sigma_{v}} = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} + \frac{2c}{\sigma_{v}} \frac{\cos\phi}{1-\sin\phi} = \tan^{2}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) + \frac{2c}{\sigma_{v}} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$$
(3.14)

Neste caso, $K_a \in K_p$ deixam de ser constantes e passam a depender da profundidade (nas respetivas expressões figura σ_v , que é uma função de *z*). Quer um quer outro coeficiente tende para o correspondente dos solos sem coesão dados pelas equações (3.5) e (3.6) quando σ_v tende para infinito.



Figura 3.19. Circunferências de Mohr para um solo com coesão e ângulo de atrito nos estados de repouso, ativo e passivo (Fernandes, 2015).

As equações (3.7) e (3.8) tomam agora as formas

$$\sigma_{ha}(z) = K_{acoesao}\sigma_{\nu}(z) \tag{3.15}$$

$$\sigma_{hv}(z) = K_{pcoesao}\sigma_{v}(z) \tag{3.16}$$

Ou atendendo às equações (3.13) e (3.14)

$$\sigma_{ha}(z) = K_a \sigma_v(z) - 2c\sqrt{K_a}$$
(3.17)

$$\sigma_{hp}(z) = K_p \sigma_v(z) + 2c\sqrt{K_p}$$
(3.18)

No caso ativo, as tensões horizontais anulam-se à profundidade z_0 , tomando o valor negativo acima dessa profundidade. Como o solo não resiste à tração, acima de z_0 surgem fissuras no terrapleno. À profundidade z_0 vem $\sigma_{ha}(z_0) = 0$ e tendo em conta a equação (3.17), vem

$$\sigma_{ha}(z) = K_a \sigma_v(z) - 2c\sqrt{K_a} = 0 \rightarrow \gamma z_0 K_a = 2c\sqrt{K_a} \rightarrow z_0 = 2c/(\gamma\sqrt{K_a})$$
(3.19)

A região de tração (acima de z_0) não deve ser considerada no projeto para reduzir a tensão horizontal. Pelo contrário, deve assumir-se que a sua existência pode aumentar os riscos de saturação do solo devido à água das chuvas (devido à fendilhamento do solo pelos esforços de tração instaladosfendas de tração). Neste caso, a presença da água provoca um aumento da tensão ativa horizontal igual a $\gamma_w z_0$. Recomenda-se, nestes casos, considerar no mínimo um diagrama aproximado, considerando toda a altura do muro, *H* (Figura 3.20), e não apenas *H*- z_0 .



Figura 3.20. Distribuição dos impulsos ativos num solo com coesão ($c' \neq 0$) (Gerscovich, s/d).

A Figura 3.21 apresenta as circunferências de Mohr para os estados de repouso, ativo e passivo para o caso de um solo com coesão e sem ângulo de atrito. Neste caso particular, para um solo puramente coesivo, as tensões são tensões totais e não efetivas, como nos casos anteriormente tratados.

Como se vê na Figura 3.21, as inclinações dos planos de rotura, onde a resistência do solo está integralmente mobilizada são iguais nos estados ativo e passivo, fazendo um ângulo de 45 ° com a direção das tensões principais.



Figura 3.21. Circunferências de Mohr para um solo puramente coesivo nos estados de repouso, ativo e passivo (Fernandes, 2015).

Da figura retira-se

$$\sigma_{ha} = \sigma_v - 2c; \ K_a = \frac{\sigma_{ha}}{\sigma_v} = 1 - \frac{2c}{\sigma_v}$$
(3.20)

$$\sigma_{hp} = \sigma_v + 2c; \ K_p = \frac{\sigma_{hp}}{\sigma_v} = 1 + \frac{2c}{\sigma_v}$$
(3.21)

Os coeficientes $K_a e K_p$ não são constantes, à semelhança do que já acontecia no caso anterior. Desta vez tendem ambos para a unidade à medida que cresce a profundidade.

Par um solo puramente coesivo, se a tensão vertical for menor que 2*c*, mesmo que σ_h seja nulo, o que, por exemplo, acontece na face de uma escavação não suportada, a circunferência de Mohr não tangencia a envolvente de rotura. Conclui-se então que, para valores *z* menores do que (Figura 3.21)

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma} \tag{3.22}$$

só é possível instalar o estado limite ativo se forem aplicadas tensões de tração ao maciço.

3.6.6. Maciços com superfície inclinada interatuando com estruturas com paramento vertical

Num maciço não coesivo com superfície fazendo um ângulo β com a horizontal (Figura 3.22), considere-se o equilíbrio de um prisma infinitesimal de geratrizes verticais, em que *ds* é a área de cada uma das bases. Sendo *ds* infinitamente pequena, as forças que atuam nas faces laterais do prisma são iguais e simétricas.

Considerando o sistema de eixos apresentado na Figura 3.22 e considerando as componentes das forças que atuam no prisma segundo esses eixos, podem escrever-se as duas equações de equilíbrio

$$\sum F_x = 0 \to dQ - dT - dQ = 0 \to dT = 0$$
(3.23)

$$\sum F_{\mathcal{V}} = 0 \to d\mathcal{V} + d\mathcal{W} - dR - d\mathcal{V} = 0 \to dR = d\mathcal{W}$$
(3.24)





Considerando, agora, uma equação de equilíbrio dos momentos das forças em relação a um ponto qualquer, vem

$$\sum M_p = 0 \to dV = 0 \tag{3.25}$$

As forças que atuam nas faces paralelas à superfície do terreno são apenas forças verticais e as que atuam nas faces verticais são paralelas à superfície. Por outro lado,

$$dW = \gamma \, dz \, ds \, \cos\beta \tag{3.26}$$

Considerando as componentes de *dW* segundo a normal e segundo a direção paralela à base e dividindo essas componentes pela área *ds*, obtêm-se as componentes da tensão nessa mesma superfície e ainda o declive dessa tensão em relação à normal

$$\sigma' = \gamma \, dz \, \cos^2 \beta \tag{3.27}$$

$$\tau = \gamma \, dz \, \sin\beta \cos\beta \tag{3.28}$$

$$\frac{\tau}{\sigma} = \tan\beta \tag{3.29}$$

Considerando dq = dQ/dz, a tensão nas faces laterais, as componentes dessa tensão e o seu declive em relação à normal, vêm

$$\sigma = dq \, \cos\beta \tag{3.30}$$

$$\tau = dq \, \sin\beta \tag{3.31}$$

$$\frac{\tau}{\sigma} = \tan\beta \tag{3.32}$$

Os pontos da circunferência de Mohr representativos das tensões nas duas faces do prisma infinitesimal (paralela à superfície e vertical) pertencem a retas que passam pela origem e que têm a inclinação β com a horizontal (Figura 3.23).

Instalados os estados limites no maciço inclinado, apresentam-se na Figura 3.23 as circunferências de Mohr correspondentes. O ponto A comum às duas circunferências deixou de estar no eixo das abcissas, como acontecia nos casos anteriormente apresentados para maciços com superfície horizontal, passando a estar sobre a reta com um ângulo de inclinação β .

A tensão horizontal ativa, σ_{ha} , é dada na Figura 3.23 pelo segmento OB_1 , sendo representada na figura por q_a . A tensão horizontal passiva, σ_{hp} , é dada pelo segmento OB_2 e representada por q_p . Relacionando os segmentos OB_1 e OB_2 com AO, é possível obter

$$\sigma_{ha} = q_a = \cos\beta \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}} \gamma z$$
(3.33)

$$\sigma'_{hp} = q_p = \cos\beta \frac{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi'}}{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi'}} \gamma z$$
(3.34)



Figura 3.23. Circunferências de Mohr para os estados ativo e passivo de um maciço incoerente de superfície inclinada em contacto com um anteparo vertical (Fernandes, 2015).

Tendo em conta as equações (3.33) e (3.34) e os conceitos de impulso ativo, K_a , e impulso passivo, K_p , as equações correspondentes às equações (3.7) e (3.8) ficam

$$\sigma_{ha}(z) = q_a = K_a \gamma z \tag{3.35}$$

$$\sigma'_{hp}(z) = q_p = K_p \gamma z \tag{3.36}$$

valendo agora $K_a \in K_p$, respetivamente

$$K_{a} = \cos\beta \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\cos^{2} \phi'}{\cos^{2} \beta}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\cos^{2} \phi'}{\cos^{2} \beta}}}$$
(3.37)

$$K_{p} = \cos\beta \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\cos^{2} \phi'}{\cos^{2} \beta}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\cos^{2} \phi'}{\cos^{2} \beta}}}$$
(3.38)

Os impulsos ativos e passivos são ainda dados, respetivamente, pelas equações (3.9) e (3.10), mas agora não são forças horizontais, mas sim forças atuantes sobre o anteparo segundo uma direção que faz o ângulo β em relação à normal.

Quando $\beta = \phi'$, o maciço encontra-se em equilíbrio limite no estado de repouso, isto é, antes de experimentar deformações devido à interação com o anteparo. Como mostra a Figura 3.24, as facetas em rotura são precisamente as verticais e as paralelas à superfície do terreno. As tensões ativa e passiva coincidem e valem

$$q_a = q_p = \sqrt{(\gamma z \cos^2 \phi')^2 + (\gamma z \sin \phi' \cos \phi')^2} = \gamma z \cos \phi'$$



Figura 3.24. Circunferência de Mohr no caso de um maciço não coesivo de inclinação igual ao ângulo de resistência ao corte (Fernandes, 2015).

3.7. Atrito solo-paramento. Teoria de Boussinesq, Résal e Caquot 3.7.1. Introdução

A hipótese de não haver atrito entre o solo e o paramento, adotada pela teoria de Rankine, raramente ocorre na prática.

Quando a superfície do terreno não é horizontal ou quando o paramento em contacto com o maciço não é vertical, as tensões ativa e passiva não têm uma direção normal ao paramento. Por outro lado, a Teoria de Rankine não permite que o ângulo de inclinação do impulso sobre o paramento seja imposto (tomado como um dos parâmetros de cálculo, tal como acontece com o ângulo de corte do solo), aparecendo antes como um resultado do método de avaliação do impulso.

A obliquidade da tensão em relação ao paramento em contato com o maciço exige a mobilização de uma certa resistência tangencial na interface solo-estrutura (porque deixou de ser normal). Esta resistência depende da resistência ao corte do próprio solo e também da maior ou menor rugosidade do paramento (Figura 3.25).



Figura 3.25. Forças de atrito (tangenciais) na interface terras-paramento.

No caso ativo, o peso da cunha de solo instável provoca um impulso (ativo) sobre o anteparo a que este se opõe mobilizando a força de atrito ao longo da superfície de contato solo-paramento e a resistência do solo ao longo da superfície de rotura. O atrito mencionado provoca, por isso, uma redução da ação do impulso ativo relativamente à situação de repouso. No caso passivo, ocorre o processo inverso.

O impulso ativo é uma solicitação e o impulso passivo é uma reação e a ação da rugosidade no paramento em contato com o maciço favorece a estabilidade das estruturas que interatuam com o solo.

Em geral, a resistência da interface é definida através de um ângulo de resistência ao corte, muitas vezes designado por **ângulo de atrito terras-muro**, representado pelo símbolo δ . Este ângulo é, em geral, tomado como uma fração de ϕ . Quando o paramento é muito rugoso, δ tenderá a ser igual a ϕ .

A Figura 3.26 apresenta o caso originalmente estudado por Rankine, isto é, um maciço de superfície horizontal interatuando com um paramento vertical, não considerando o atrito soloparamento (Figura 3.26a) e considerando esse atrito (Figura 3.26b).

Quando o anteparo se afasta do solo (impulso ativo), este tende a descer em relação ao anteparo. Num paramento que não seja liso, as tensões tangenciais que o solo lhe aplica são dirigidas para abaixo, logo o impulso ativo atua inclinado para baixo, fazendo um ângulo δ com a normal ao paramento (Figura 3.25b, parte superior).

Quando o anteparo é empurrado contra o solo (impulso passivo), este tende a subir em relação ao anteparo. Quando o paramento é rugoso, as tensões tangenciais são dirigidas para cima, logo, o impulso passivo atua inclinado para cima, com um ângulo δ com a normal ao paramento (Figura 3.26b, parte inferior).

Note-se que, na Figura 3.26, o que está representado não são os impulsos ativo e passivo (impulsos do solo sobre o anteparo), mas sim as forças iguais em intensidade e direção e sentidos opostos, que o anteparo transmite ao solo, daí que se tenha assinalado que a cunha instável tende a deslizar ao longo da superfície de rotura sob a ação do impulso ativo e que tenda a subir sob a ação do impulso passivo.

Como sugere a Figura 3.26b, a mobilização das tensões tangenciais na interface soloparamento provoca não apenas a inclinação do impulso das terras, mas também a curvatura das superfícies de cedência ou rotura, deixando estas de ser planas. As tensões principais deixam de ter as direções vertical e horizontal, isto é, as tensões tangenciais na interface terras-aparamento provocam a rotação das tensões principais. Tal rotação é máxima junto ao paramento, pois é aí que reside a causa dessa rotação, tendendo para zero junto à superfície do maciço, como é visível na figura.

Um vez que no impulso ativo a superfície de rotura do terrapleno faz um ângulo de $\pi/4 + \phi'/2$ com a direção da tensão principal máxima em cada um dos seus pontos, compreende-se assim que, quando há tensões tangenciais no paramento, aquelas superfícies passem a exibir uma certa curvatura.

A existência de resistência tangencial entre o solo e o paramento reduz a grandeza do impulso ativo e aumenta a do impulso passivo.



Figura 3.26. Interação de um anteparo vertical com um maciço de superfície horizontal nos estados ativo (parte superior) e passivo (parte inferior): a) paramento liso; b) paramento rugoso (*I*_a e *I*_p têm sentido oposto ao representado) (Fernandes, 2015).

3.7.2. Teoria de Boussinesq. Tabelas de Caquot-Kérisel

O problema do cálculo das tensões quando existe atrito solo-estrutura foi inicialmente formulado por Boussinesq para um paramento plano de inclinação qualquer, em contato com uma massa de solo homogéneo e com uma superfície do terrapleno também com uma inclinação qualquer.

Boussinesq formulou um sistema de equações diferenciais cuja integração analítica não chegou a obter. Caquot e Kérisal resolveram o sistema de equações definidas por Bousinesq por via numérica. A partir da solução que obtiveram, é possível conhecer o estado de tensão no maciço em equilíbrio limite, nomeadamente as tensões atuantes no paramento, bem como a rede das superfícies de cedência ou rotura (esquematizadas na Figura 3.26). Nestas superfícies, verifica-se a condição da Lei de Mohr-Coulomb (equação (2.28), que se repete

$$\frac{\tau}{\sigma'} = tg\phi' \tag{3.40}$$

Caquot e Kérisel condensaram os resultados do seu trabalho em tabelas, que permitem obter os coeficientes de impulso ativo e passivo em função de quatro ângulos, definidos na Figura 3.27: os ângulos que definem a resistência do solo (ao corte) e da interface, $\phi' \in \delta$, respetivamente, e os ângulos que definem a geometria, $\beta \in \lambda$ (indicados na figura com sentido positivo).



Figura 3.27. Convenções usadas nas tabelas de Caquot-Kérisel: a) estado ativo; b) estado passivo (Fernandes, 2015).

Em cada ponto *P* do paramento à distância *I* do vértice do mesmo, *O*, as tensões ativa e passiva são dadas, respetivamente, por

$$p_a = K_a \gamma l \tag{3.41}$$

$$p_p = K_p \gamma l \tag{3.42}$$

e os impulsos ativo e passivo, correspondentes aos integrais das tensões entre O e P, por

$$I_a = 1/2 K_a \gamma l^2$$
(3.43)

$$I_p = 1/2 K_p \gamma l^2 \tag{3.44}$$

Se o maciço for homogéneo, o ponto de aplicação do impulso dista de O uma distância igual a 2/3 /.

A título de exemplo, apresenta-se na Figura 3.28 uma tabela de Caquot-Kérisel.

3.7.3. Maciços coesivos. Teoria dos Estados Correspondentes

A generalização da teoria de Rankine para ter em conta o atrito solo-estrutura apresentada diz respeito apenas aos solos não coesivos.

A Figura 3.29 apresenta a traço contínuo o processo de determinação da tensão num solo com coesão e ângulo de atrito em equilíbrio limite ativo numa faceta paralela ao paramento de uma dada estrutura de suporte, Q. Sobre este suporte, trace-se a envolvente de Mohr-Coulomb correspondente a um solo fictício não coesivo, com ângulo de resistência ao corte igual ao do solo real (reta a traço interrompido). Imagine-se uma circunferência de Mohr, também a traço interrompido, com o mesmo diâmetro da circunferência previamente desenhada para o solo real, deslocada para a direita ao longo do eixo das abcissas de uma tensão

$$H = c' \cot \phi' \tag{3.45}$$

φ° λ°		Valores de β/φ										
Ψ		-1,0	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
10	+10	0,60	0,61	0,63	0,65	0,67	0,69	0,72	0,75	0,80	0,86	-
	0	0,58	0,59	0,60	0,62	0,64	0,66	0,68	0,71	0,75	0,81	0,99
	-10	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,60	0,62	0,65	0,68	0,79	0,89
	+10	0,48	0,49	0,51	0,53	0,56	0,59	0,62	0,66	0,71	0,80	-
15	0	0,45	0,46	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,60	0,64	0,72	0,96
	-10	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,47	0,49	0,52	0,56	0,62	0,83
	+10	0,39	0,41	0,43	0,45	0,47	0,50	0,53	0,58	0,64	0,73	-
20	0	0,36	0,37	0,38	0,40	0,42	0,44	0,47	0,50	0,55	0,63	0,93
	-10	0,31	0,32	0,33	0,34	0,36	0,37	0,39	0,42	0,46	0,52	0,76
	+10	0,32	0,33	0,35	0,37	0,40	0,43	0,46	0,50	0,57	0,67	-
25	0	0,29	0,30	0,31	0,33	0,34	0,36	0,39	0,42	0,47	0,55	0,87
	-10	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,31	0,34	0,37	0,43	0,68
30	+10	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,37	0,39	0,44	0,50	0,60	-
	0	0,23	0,24	0,25	0,27	0,28	0,30	0,32	0,35	0,40	0,47	0,82
	-10	0,19	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,25	0,27	0,30	0,35	0,60
35	+10	0,22	0,23	0,25	0,27	0,29	0,31	0,34	0,38	0,44	0,55	-
	0	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,25	0,27	0,29	0,33	0,40	0,76
	-10	0,15	0,15	0,16	0,17	0,17	0,18	0,19	0,21	0,23	0,28	0,52
	+10	0,18	0,19	0,21	0,23	0,25	0,27	0,30	0,33	0,38	0,48	-
40	0	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,22	0,24	0,27	0,33	0,68
	-10	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,14	0,15	0,16	0,18	0,21	0,43
	+10	0,15	0,16	0,18	0,19	0,21	0,23	0,25	0,28	0,33	0,41	-
45	0	0,12	0,13	0,14	0,14	0,15	0,16	0,18	0,19	0,22	0,27	0,60
	-10	0,09	0,09	0,09	0,10	0,10	0,11	0,11	0,12	0,14	0,16	0,35
50	+10	0,12	0,13	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,28	0,36	-
	0	0,09	0,10	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,17	0,21	0,52
	-10	0,07	0,07	0,07	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,10	0,12	0,27
	+10	0,10	0,11	0,12	0,13	0,15	0,17	0,18	0,20	0,24	0,30	-
55	0	0,07	0,08	0,09	0,09	0,10	0,10	0,11	0,12	0,13	0,16	0,43
	-10	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,07	0,08	0,20
	+10	0,07	0,09	0,10	0,12	0,13	0,14	0,15	0,17	0,20	-	-
60	0	0,06	0,06	0,07	0,07	0,07	0,08	0,08	0,09	0,10	0,12	0,35
	-10	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,13
		Valores de K _a para δ = 2/3 ϕ										

Figura 3.28. Exemplo de tabela de Caquot-Kérisel: valores de K_a para $\delta = 2/3 \phi$.

A circunferência a traço interrompido é tangente à envolvente de Mohr-Coulomb do solo fictício. Considerando a faceta P^* , homóloga daquela que no solo real é paralela à superfície do solo P, e determinando o polo da circunferência e a tensão na faceta ao paramento Q^* , verifica-se que entre as componentes desta tensão e as da tensão na faceta Q do solo real existem as relações

$ au= au^*$	(3.46)
-------------	--------

$$\sigma' = \sigma^* - H \tag{3.47}$$



> Translação $H = c' \times \cot \phi'$ > Tensões na faceta Q*: $\tau = \tau^*$ $\sigma' = \sigma^* - H$

Figura 3.29. Teorema dos Estados Correspondentes.

Isto permite concluir que as tensões num maciço coesivo em equilíbrio limite são iguais às tensões num maciço fictício não coesivo, com o mesmo ângulo de resistência ao corte, com a mesma forma geométrica, submetido às mesmas forças exteriores e também em equilíbrio limite, desde que se considere atuando sobre o maciço fictício uma pressão normal de valor *H* dada pela equação (3.45). Para obter a tensão real atuante numa dada faceta de um ponto, subtrai-se à tensão fictícia que atua na mesma faceta e no mesmo ponto do maciço fictício uma tensão normal de valor *H*.

Este é o Teorema dos Estados Correspondentes.

Considere-se um maciço com coesão c e ângulo de atrito ϕ , com superfície inclinada e em contato com um anteparo de paramento não vertical e rugoso (Figura 3.30, parte superior). A aplicação do Teorema dos Estados Correspondentes permite tratar o problema como se o solo fosse não coesivo, mas em tudo o resto igual ao primeiro, adicionando na superfície do terreno e no paramento as pressões representadas *H* (Figura 3.30, parte superior). Em caso de haver cargas adicionais à superfície do terreno elas deverão também, evidentemente, a ser consideradas.

O diagrama das tensões sobre o paramento resulta, deste modo, da soma de três diagramas (Figura 3.30, parte inferior):

- o diagrama 1 de tensões caso o solo fosse não coesivo; parcela correspondente ao peso de solo da cunha instável;
- o diagrama 2 de tensões provocadas pela sobrecarga H = c cot φ aplicada normalmente à superfície (translação da circunferência de Mohr para a direita);
- o diagrama 3, que se refere à pressão H = c cot φ que a aplicação do Teorema dos Estados Correspondentes exige que seja subtraída em cada ponto para obter os valores reais das componentes normais da tensão; daí o sentido da pressão ser dirigido para o interior do maciço e normalmente ao paramento.



Figura 3.30. Exemplo de aplicação do Teorema dos Estados Correspondentes (Fernandes, 2015).

A avaliação do diagrama de tensões 2 associado à sobrecarga normal à superfície do terreno (com direção vertical quando a superfície do terreno é horizontal) pode ser efetuada usando as equações de L'Herminier-Absi, incluídas na Figura 3.31.

3.8. Método de Coulomb3.8.1. Hipóteses de base do método

No ponto 3.8, apresenta-se a avaliação dos impulsos ativo e passivo segundo Coulomb (1773), embora a designação destes conceitos tenha sido introduzida quase um século depois por Rankine.

As hipóteses de base do método de Coulomb são as seguintes:

- o maciço de terra é não coesivo, homogéneo e emerso;
- a superfície de rotura (que limita inferiormente a cunha de terra que condiciona a força limite de interação com a estrutura de suporte) é plana e passa no pé do paramento, como se apresenta na Figura 3.31a;
- a cunha de terra instável está em situação de deslizamento iminente, ao longo da superfície de rotura e ao longo do paramento (o deslizamento terá sentido descendente no estado ativo e ascendente no estado passivo); são mobilizadas a totalidade da resistência na superfície de rotura e a totalidade da resistência ao longo do paramento; sendo conhecidos φ[´] e δ, a hipótese de deslizamento iminente torna o problema estaticamente determinado, permitindo determinar a força limite de interação.



Figura 3.31. Equações de L'Herminier-Absi (Fernandes, 2015).

A identificação da cunha é feita por tentativas: a consideração de distintas cunhas de terras, limitadas por outras tantas superfícies de deslizamento, permite obter uma série de forças de interação, $I_1, I_2, I_3,..., I_n$.

Quando o impulso é ativo, a força a considerar será a maior da série, isto é, procura-se a cunha que origina maior impulso - é a maior porque a estrutura tem de evitar o escorregamento de todas as cunhas e não apenas de algumas.

Quando o impulso é passivo, isto é, quando agora é o terreno a suportar a estrutura e não o contrário, a força a selecionar será a menor da série.

O método de Coulomb é um método gráfico de tentativas. A Figura 3.31 apresenta uma tentativa para cada estado, ativo e passivo. As linhas de ação de *I* e *R* (resultante do impulso, *I*, com o peso da cunha de terra instável, *W*) são conhecidas e as respetivas orientações são determinadas pelo sentido do movimento relativo da cunha com o terreno remanescente e com a estrutura.

3.8.2. Construção gráfica de Culman

A construção gráfica de Culman permite reduzir o número de tentativas associado ao método de Coulomb. A Figura 3.32 apresenta a sequência da construção gráfica para o caso do impulso ativo.

- traça-se a semirreta horizontal bb';
- traça-se a semirreta bg que faz um ângulo ϕ' com a anterior;
- traça-se a semirreta bf que faz um ângulo ψ com a anterior;
- escolhe-se primeira superfície de deslizamento bc_1 , calcula-se o peso do solo (e sobrecargas) correspondente(s) e marca-se o ponto d_1 , sobre a semirreta bg de modo que, numa escala de
forças escolhida arbitrariamente, o segmento de reta bd_1 represente o peso da cunha abc_1 (e das sobrecargas correspondentes);

• o segmento de reta e_1d_1 , paralelo a *bf*, representa, na escala de forças adotada, a reação que o paramento tem de exercer para evitar o deslizamento da cunha abc_1 .



Figura 3.31. Método de Coulomb: a) caso ativo; b) caso passivo (Fernandes, 2015).



> Trata-se de um artifício, que consiste em rodar no sentido directo (anti-horário) o polígono de forças de um ângulo 90+\u00e6'

Figura 3.32. Construção de Culman para determinação do impulso ativo.

Repetindo a sequência para outras cunhas, pode determinar-se o ponto *e*, correspondente à maior força de interação, que será o impulso ativo desejado. A determinação da superfície que limita a **cunha crítica** *abc*, é então imediata.

A construção gráfica de Culman é baseada num artifício – os polígonos de forças (bd_1e_1 , bd_2e_2 , etc.) estão rodados no sentido dos ponteiros do relógio de um ângulo $\pi/2 + \phi'$ em relação à posição normal ilustrada, por exemplo, na Figura 3.31a.

O impulso passivo pode ser determinado através de uma construção similar.

3.8.3. Determinação do ponto de aplicação do impulso

O método de Coulomb faz a determinação direta do valor do impulso, isto é, a resultante das pressões das terras até à profundidade *h*. Para a análise da estabilidade das estruturas de suporte é, porém, também necessário conhecer o ponto de aplicação desse impulso, sendo para isso necessário conhecer a distribuição das pressões em profundidade.

O problema é resolvido como se esquematiza na Figura 3.33. Começa-se por determinar os impulsos correspondentes a uma série de profundidades menores que *h*, o que permite traçar o diagrama representativo da evolução da componente normal do impulso em profundidade (Figura 3.33, parte central).

Na área elementar dz, situada à profundidade genérica z, pode então definir-se uma pressão normal, p_n , igual a

$$p_n = dI_n / dz \tag{3.48}$$



Figura 3.33. Determinação do diagrama de pressões e do ponto de aplicação do impulso para o método de Coulomb.

A distribuição de p_n com a profundidade passa a ser conhecida (Figura 3.33). O ponto de aplicação do impulso será o centro de gravidade deste último diagrama.

3.8.4. Solução analítica de Muller-Breslau

A determinação do impulso segundo o método gráfico de Coulomb é um problema de máximos e mínimos. Para os casos mais simples (paramento e superfície do terrapleno retilíneos e inexistência de sobrecargas não uniformes à superfície) pode ser resolvido analiticamente.

A Figura 3.34 refere-se ao caso de determinação do impulso ativo (ter em conta as direções de R e I). A solução de Coulomb consiste apenas na determinação do ângulo α , que define a orientação da superfície de deslizamento da cunha instável que conduz ao máximo valor do impulso *I*.



Figura 3.34. Método de Coulomb solução analítica de caso ativo (Fernandes, 2015).

Através do polígono de forças apresentado na Figura 3.34, pode escrever-se

$$\frac{I}{\sin(\alpha-\phi')} = \frac{W}{\sin(\pi/2-\alpha+\phi'+\delta+\lambda)}$$
(3.49)

obtendo-se

$$I = \frac{W\sin(\alpha - \phi')}{\sin(\pi/2 - \alpha + \phi' + \delta + \lambda)}$$
(3.50)

Lembre-se que o peso da cunha instável, $W = W(\gamma, \alpha, \lambda, \beta, h)$.

Para um dado solo e uma situação concreta, γ , *h* e todos os ângulos são constantes, exceto α , vindo $I = I(\alpha)$. Calculando a derivada de *l* em relação a α e igualando-a a zero, $dI/d\alpha = 0$, determinase o valor de α . Substituído este na equação (3.50), permite obter o máximo desta função, agora designado por *I_a*, que vem igual a

$$I_a = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2 \tag{3.51}$$

em que K_a é função de ϕ' , δ , $\beta \in \lambda$

$$K_{a} = \frac{\cos^{2}(\phi^{'} - \lambda)}{\cos^{2}\lambda\cos(\delta + \lambda)\left[1 + \left(\sin(\phi^{'} + \delta)\sin(\phi^{'} - \beta)\right)\cos(\beta - \lambda)\cos(\delta + \lambda)\right)^{1/2}\right]^{2}}$$
(3.52)

Procedendo do modo similar para o impulso passivo, obter-se-iam as expressões

$$I_p = \frac{1}{2} K_p \gamma h^2 \tag{3.53}$$

$$K_{p} = \frac{\cos^{2}(\phi' + \lambda)}{\cos^{2}\lambda\cos(\delta - \lambda)\left[1 + \left(\sin(\phi' + \delta)\sin(\phi' + \beta)\right)\cos(\beta - \lambda)\cos(\delta - \lambda)\right)^{1/2}\right]^{2}}$$
(3.54)

A Figura 3.35 ilustra a convenção de sinais dos ângulos das equações (3.52) e (3.54).



Figura 3.35. Convenção de sinais dos ângulos das equações (3.52) e (3.54) (Fernandes, 2015).

3.9. Comparação dos métodos de Rankine, Caquot-Kérisel e Coulomb

Na Figura 3.36 comparam-se os valores dos coeficientes de impulso ativo e passivo obtidos pelos três métodos e para os valores de quatro ângulos indicados

	Coeficiente de impulso ativo					Coeficiente de impulso passivo				
	$\phi' = 35^{\circ}$. Entr	$\beta = 0$	$\phi' = 35^{\circ}$	$\beta = 14^{\circ}$	$\phi' = 35^{\circ}$		$\beta = 0$	$\phi' = 35^{\circ}$	$\beta = 14^{\circ}$
	$\lambda = 0$			$\lambda = 10^{\circ}$		$\lambda = 0$			$\lambda = 10^{\circ}$	
δ	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)
0	0,271	0,271	0,271	0,403	0,393	3,7	3,7	3,7	4,4	4,5
φ'/3	-	0,252	0,251	0,393	0,377	· _ ·	5,4	5,7	6,7	7,5
2¢'/3	-	0,247	0,244	0,383	0,382	-	8,0	10,0	9,8	14,8
φ'	-	0,260	0,250	0,409	0,406	_	10,5	23,0	13,2	42,2

1. Método de Rankine; 2. Tabelas de Caquot-Kérisel; 3. Método de Coulomb.

Figura 3.36. Comparação dos coeficientes de impulso ativo e passivo entre os métodos de rankine, Tabelas de Caquot-Kérisel e Coulomb (Fernandes, 2015).

A Figura 3.36 permite as seguintes conclusões:

- as tabelas e Caquot-Kérisel dão coeficientes de impulso maiores no caso ativo e menores no caso passivo que o método de Coulomb;
- assim, a solução de um problema de impulso ativo é maior ou igual que a determinada pelo método de Coulomb e menor ou igual que a calculada pelo método de Caquot-Kérisel; no caso passivo, passa-se exatamente o contrário;

- os métodos conduzem à solução exata apenas no caso de superfície horizontal, paramento vertical e atrito terras-paramento nulo (β = λ = δ = 0);
- os valores dos coeficientes de impulso ativo para os métodos de Coulomb e Caquot-Kérisel são muito semelhantes;
- no caso passivo, para valores pequenos de δ, os valores dos coeficientes de impulso ativo para os métodos de Coulomb e Caquot-Kérisel são relativamente similares, passando a ser distintos para valores elevados de δ.

3.10. Exercícios práticos

Problema 3.1 – determinar as tensões verticais e as horizontais (ativas ou passivas) para os solos adjacentes a um anteparo vertical representado esquematicamente na figura.



Problema 3.2- fazer o diagrama das tensões horizontais para o solo estratificado que se indica na figura, correspondentes aos estados de equilíbrio limite ativo e passivo, calcular os respetivos impulsos e determinar os seus pontos de aplicação. Considerem-se tensões e impulsos totais, isto é, considerando a pressão neutra nula.



Problema 3.3 - fazer o diagrama das tensões horizontais ativas num muro de suporte de um terrapleno com uma altura de 6,5 m, determinar o valor do impulso ativo e o respetivo ponto de aplicação. Os parâmetros do solo suportado são os seguintes: $\phi = 10^\circ$; c = 10,5 kPa; $\gamma = 17,5$ kN/m³.

Problema 3.4 – determinar analítica e graficamente pela Teoria de Rankine as tensões horizontais ativas sobre um muro de suporte vertical, com 5 m de altura, nas seguintes condições:

a) maciço com superfície horizontal ($\beta = \phi$), γ =20 kN/m³; $\tau = \sigma$ tan 30°;

b) maciço com superfície horizontal γ =20 kN/m³; $\tau = 10 + \sigma' \tan 15^{\circ}$ (kN/m²) sem fendas de tração;

c) a profundidade das fendas de tração na situação da alínea b).

Problema 3.5 – calcular e desenhar os diagramas do impulso ativo e passivo do perfil de solos adjacentes à estrutura de suporte vertical que se apresenta na figura. Nos diagramas, localize os pontos de aplicação do impulso resultante ativo e do impulso passivo. Considere a areia não coesiva (c' = 0) e a argila coesiva (c' = 10kPa).



Problema 3.6 – calcular e desenhar os diagramas do impulso ativo e passivo do perfil de solos adjacentes ao muro de suporte vertical que se apresenta na figura. Nos diagramas, localize os pontos de aplicação do impulso resultante ativo e do impulso passivo. Considere a areia não coesiva (c' = 0) e a argila coesiva (c' = 10kPa).



Anexos

Anexo 3.1. Solos normalmente consolidados, sobreconsolidados e subconsolidados

A Figura A3.1 representa a relação entre o índice de vazios e a tensão vertical efetiva, esta em escala logarítmica, numa amostra de argila sujeita a um ensaio de compressão.

O índice de vazios é o número adimensional

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

(A3.1)

em que V_v é o volume de vazios e V_s é o volume de solo seco da amostra.

Na figura, a parte inicial do diagrama de carga, com declive mais reduzido, corresponde à gama de tensões efetivas já experimentadas pelo solo *in situ*. Isto significa que o solo apresenta uma pequena compressibilidade, em contraste com uma compressibilidade substancialmente mais elevada quando carregado.

O troço retilíneo inicial do diagrama designa-se por **ramo virgem**. A maior tensão efetiva vertical experimentada pelo solo (abcissa do ponto inicial do ramo virgem) é chamada **tensão de pré-consolidação**, σ_{v} .

Esta tensão não é necessariamente igual à tensão efetiva vertical de repouso, σ'_{v0} . Esta igualdade ocorre apenas nos **solos normalmente consolidados** (NC).

Os solos normalmente consolidados correspondem, na maioria das situações, a maciços geologicamente recentes, cuja história de tensões se resume a um carregamento monotónico, desde a respetiva formação por sedimentação, associado ao peso de novas camadas sobre eles depositadas.

Em muitos casos, em especial nos maciços mais antigos, após um primeiro carregamento, pode ter-se seguido uma descarga ocasionada por remoção (erosão) pela Natureza de parte ou da totalidade das camadas sedimentares, eventualmente seguida por novos ciclos de carga e descarga. Quer dizer que, em determinados maciços, σ'_{v0} é inferior ou muito inferior à máxima tensão efetiva já instalada no solo, σ'_p . Estes maciços designam-se por **sobreconsolidados** (OC).

Num solo subconsolidado, o peso do maciço sobrejacente (descontado da impulsão, no caso dos solos abaixo do nível freático) não está ainda na totalidade instalado no esqueleto sólido do solo em causa, isto é, neste existe ainda excesso de pressão neutra por dissipar, a consolidação ainda não terminou. Os maciços subconsolidados são relativamente raros, já que a deposição de novas camadas pela Natureza é, em geral, muito lenta, o que permite que a dissipação dos excessos de pressão neutra se vá processando sem significativa acumulação dos mesmos de fase para fase.



Figura A3.1. Circunferência de Mohr para descrição da tensão num ponto de um maciço terroso (Fernandes, 2012).

4. MUROS DE GRAVIDADE 4.1. Tipos de muros 4.1.1. Introdução

As estruturas de suporte de maciços terrosos ou terraplenos são as estruturas mais comuns em que é importante conhecer o valor do impulso das terras suportadas. Diz-se que um maciço terroso está suportado por uma determinada estrutura quando, em corte, a respetiva superfície faz um ângulo com a horizontal maior do que assumiria sem o auxílio de qualquer ação exterior comunicada por uma estrutura (ângulo de talude natural), chamada **estrutura de suporte**.

Os *muros de suporte* são estruturas corridas de contenção de parede vertical ou quase vertical, apoiadas numa fundação rasa ou profunda. Podem ser construídos em alvenaria (tijolo ou pedra) ou em betão (simples ou armado), ou mesmo, com elementos ou materiais.

Os muros de suporte podem ser de vários tipos, tendo em conta a forma como trabalham ou se opõem aos impulsos das terras suportadas – gravidade (em alvenaria, betão, gabiões ou até pneus), de flexão (com ou sem contrafortes) e com ou sem tirantes. A Figura 4.1 apresenta a terminologia usual nos muros de suporte.



Figura 4.1. Terminologia usual em muros de suporte (Gerscovich, s/d).

De entre as diferentes estruturas de suporte de maciços terrosos, o presente capítulo trata dos chamados *muros de suporte de gravidade*, ou, simplesmente, *muros gravidade*.

Os muros gravidade são estruturas corridas que se opõem aos impulsos horizontais das terras suportadas através do seu peso próprio. Geralmente, são usados para conter desníveis pequenos ou médios, inferiores a cerca de 5 m. Estes muros podem ser construídos com pedra, betão, gabiões ou até pneus usados.

A escolha do tipo de muro de suporte a usar depende de uma série de fatores, nomeadamente: da altura necessária; do tipo de solo; se o muro é para suportar um talude em escavação ou aterro; se há ou não afluxo de água ao maciço; do espaço disponível para a contenção; do material da fundação.

Os muros podem ser isolados ou estarem ligados a outras estruturas, nomeadamente edifícios. Os muros isolados devem equilibrar os esforços transmitidos pelas terras suportadas, o seu peso próprio e a reação das fundações, enquanto os muros ligados a outras estruturas transmitem a estas os esforços provenientes da ação do terreno.

4.1.2. Muros de alvenaria de pedra

Os muros de alvenaria de pedra (seca ou argamassada) são os mais antigos e numerosos.

Em Portugal, são de assinalar os muros de alvenaria de pedra seca que sustentam os socalcos das vinhas da Região Demarcada do Douro.

Atualmente, devido ao seu custo elevado, o emprego de alvenaria de pedra é pouco frequente, principalmente em muros de grande altura.

No caso dos muros de pedra arrumada manualmente sem recurso a ligantes, a resistência do muro resulta unicamente do imbricamento dos blocos de pedra. Estes muros apresentam como vantagens a simplicidade de construção e a dispensa de dispositivos de drenagem, pois eles já são suficientemente drenantes. Outra vantagem é o seu custo reduzido, sobretudo quando se usa pedra local.

Os muros de pedra sem argamassa são recomendados para contenção de taludes com altura até 2 m. A base do muro deve ter uma largura mínima de 0,5 m a 1,0 m e o muro deve ser apoiado em fundação a uma cota inferior à superfície do terreno, de modo a reduzir o risco de rotura por deslizamento na interface muro-fundação.

Para taludes de altura superior a 2m (cerca de 3 m), os muros de pedra não devem ser de alvenaria seca, devendo empregar-se argamassa de cimento e areia para preencher os vazios dos blocos e pedra. A argamassa provoca uma maior rigidez ao muro, eliminando, porém, a sua capacidade drenante. Neste caso, é necessário implementar os dispositivos usuais de drenagem dos muros impermeáveis, tais como drenos de areia ou geotêxteis no tardoz e tubos barbacãs ou boeiros (Figura 4.2) para alívio das poropressões na estrutura de contenção.



Figura 4.2. Muros de alvenaria de pedra (Gerscovich, s/d).

4.1.3. Muros de betão ciclópico ou betão gravidade

Estes muros são, em geral, economicamente viáveis para alturas até 4 m. O muro de betão ciclópico é uma estrutura construída mediante o preenchimento de uma forma ou cofragem com betão e pedras de dimensões variadas. Devido à sua impermeabilidade, é fundamental a execução de um sistema adequado de drenagem (Figura 4.3).

A secção transversal é usualmente trapezoidal, com largura da base da ordem dos 50% da altura do muro. Os paramentos inclinados ou em degraus podem originar economias significativas de material. Para muros com face frontal plana vertical, é aconselhável uma inclinação para trás (em direção ao terrapleno) de pelo menos 1:30 (cerca de 2º com a vertical), de modo a evitar a sensação ótica de uma inclinação do muro para a frente, isto é, no sentido do derrubamento.

Os furos de drenagem do aterro (barbacãs ou boeiros) devem ser posicionados de modo a minimizar o impacto visual devido às manchas que o fluxo de água causa na face frontal do muro. Alternativamente, pode fazer-se a drenagem no paramento posterior (tardoz) do muro através de uma manta de material geotêxtil. Neste caso, a água é recolhida através de tubos de drenagem adequadamente posicionados.



Figura 4.3. Muros de betão ciclópico (Gerscovich, s/d).

4.1.4. Muros de gabiões

Podem definir-se como a versão moderna dos antigos muros de alvenaria de pedra seca. Os muros de gabiões são constituídos por gaiolas metálicas de fio de aço galvanizado em malha hexagonal com dupla torção e preenchidas com pedra arrumada manualmente. Cada gabião tem, habitualmente um comprimento de 2 m e uma altura de 1 m. Nos muros de grande altura, podem usar-se gabiões mais baixos (altura de 0,5 m), que apresentam maior rigidez e resistência, nas camadas inferiores, onde as tensões de compressão são mais significativas.

A rede metálica que compõe os gabiões apresenta resistência mecânica elevada. No caso de rotura de um dos arames, a dupla torção dos elementos preserva a forma e a flexibilidade da malha, absorvendo as deformações excessivas.

As principais características dos muros de gabiões são a flexibilidade, que permite que a estrutura se acomode a assentamento diferenciais, e a permeabilidade.



Figura 4.4. Muros de gabiões (<u>http://gabioes</u>.com.pt).

4.1.5. Muros de betão armado

O betão ciclópico usa-se, habitualmente para muros até 4 m de altura, conforme assinalado. Para maiores alturas, podem usar-se muros de betão armado. Os muros de betão armado, por meio do prolongamento da sapata para o lado das terras suportadas (Figura 4.5), são concebidos de modo a interessar o peso das terras na estabilidade. Porém, a parte vertical trabalha à flexão.

Os muros de betão armado com seção transversal em forma de "L" (Figura 4.5) são normalmente usados para alturas até 5 m. Para alturas maiores, é conveniente a recurso a contrafortes para aumentar a estabilidade contra o derrubamento (Figura 4.6). Os contrafortes podem ser armados para suportar os esforços de tração, quando colocados do lado do terrapleno



Figura 4.5. Muros de gravidade em betão armado.



Figura 4.6. Muros de betão armado com contrafortes.

Nos muros de betão armado, as pressões transmitidas às fundações são, habitualmente, menores que as transmitidas pelos muros de outros tipos, sendo, por isso, recomendáveis quando o terreno da fundação não apresenta grande resistência.

O prolongamento da sapata para o lado do terrapleno faz aumentar a estabilidade do muro, aumentando esta à medida que aquela cresce.

4.1.6. Outros tipos de muro gravidade

Os muros de sacos de solo-cimento são constituídos por camadas formadas por sacos de poliéster ou similares, preenchidos por uma mistura cimento-solo da ordem de 1:10 a 1:15 (em volume) (Figura 4.7a).

Os muros de pneus (Figura 4.7b) são construídos por camadas horizontais de pneus usados, amarrados entre si por cordas ou arame e preenchidos com solo compactado. Funcionam como muros de gravidade e apresentam como vantagens a reutilização dos pneus usados e a sua flexibilidade. Os pneus usados em obras geotécnicas são soluções que combinam a elevada resistência mecânica do material com o seu baixo custo.

Os muros de pneus devem ser usados para alturas inferiores a 5 m.



a) b) Figura 4.7. Muros de gravidade: a) sacos de solo-cimento; b) pneus usados.

4.1.7. Muros de suporte flexíveis

Os muros de gravidade apresentados, de alvenaria, de betão ciclópico, de gabiões, de betão armado são muros de suporte rígidos. Contudo, existem também muros de suporte flexíveis, que trabalham de outro modo, para se oporem aos impulsos das terras suportados. São exemplo, os apresentados na Figura 4.8.



Figura 4.8. Muros de suporte flexíveis.

4.2. Drenagem do terrapleno suportado e consideração das forças de percolação

Uma parte significativa dos acidentes envolvendo muros de suporte está relacionada com a acumulação de água no terrapleno suportado. A existência de uma linha freática no maciço é altamente desfavorável, fazendo aumentar o impulso total. A falta de drenagem do maciço pode até duplicar o impulso atuante sobre o muro.

O efeito da água acumulada no terrapleno pode ser direto, resultante da sua acumulação junto ao tardoz do muro, ou indireto, produzindo uma redução da resistência ao corte do maciço, na sequência do acréscimo das pressões intersticiais.

A resistência ao corte é expressa pela equação

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' = c' + (\sigma - u) \tan \phi' \tag{4.1}$$

Ao aumentar a pressão intersticial ou neutra, *u*, reduz-se a resistência ao corte, *τ*.

O efeito direto da água acumulada junto o tardoz é o mais importante, podendo eliminar-se ou atenuar-se substancialmente através de sistemas de drenagem do terrapleno. O sistema de drenagem deve ser projetado de modo a dar vazão a precipitações excecionais e que não haja colmatação em entupimento dos drenos.

Os sistemas de drenagem podem ser superficiais ou subsuperficiais. Em geral, os projetos de drenagem do maciço são combinados com dispositivos de proteção superficial dos taludes.

Os sistemas de drenagem superficiais consistem em redes de canais de reduzida capacidade de transporte (canaletes) inseridas nos taludes segundo as curvas de nível que captam e conduzem para fora do terrapleno as águas superficiais. Esta rede de canaletes intercetam as escorrências superficiais, reduzem a velocidade do escoamento e minoram o efeito erosivo das águas, para além de reduzirem a infiltração. Aparecem muito nos taludes dos trechos de estrada em escavação e no paramento de jusante de barragens de terra.

Os sistemas de drenagem superficiais podem ser constituídos por canaletes transversais (segundo as curvas de nível), canaletes longitudinais (de descida), dispositivos de dissipação de energia, caixas coletoras, etc.

As alternativas aos canaletes para proteção superficial podem ser classificadas em dois grupos: proteção com vegetação e proteção com impermeabilização (Figura 4.9).

Os sistemas de drenagem subsuperficiais (drenos horizontais, trincheiras drenantes longitudinais, drenos internos das estruturas de contenção, filtros granulares e geodrenos) têm como função controlar as magnitudes das pressões de água e/ou captar fluxos que ocorrem no interior dos maciços. Estes sistemas tendem a baixar o nível freático, sendo o volume de água recolhido nos drenos função do coeficiente de permeabilidade e do gradiente hidráulico. Com o abaixamento do nível freático, o gradiente hidráulico diminui e o caudal drenado vai-se reduzindo progressivamente até se estabelecer uma situação de regime permanente. Este abaixamento de caudal que ocorre naturalmente gera, por vezes, dúvidas sobre a capacidade de drenagem dos drenos, podendo sugerir a possibilidade de colmatação. Neste sentido, pode fazer-se a monitorização contínua através de piezómetros, comparando-se registos antes, durante a após a construção.





Figura 4.9. Proteção superficial de taludes: a) coberto vegetal; b) betão projetado.

A Figura 4.10 apresenta algumas soluções de drenagem subsuperficial. Nas Figuras 4.10a e 4.10b, são visíveis imediatamente atrás do muro a chamada *cortina drenante* constituída por material de grande permeabilidade, que pode ser material do aterro com maior granulometria ou até um produto artificial (geocomposto drenante, por exemplo). Quando se podem drenar as águas para a frente do muro, este pode ser dotado de drenos transversais ou *barbacãs* (Figuras 4.6 e 4.10b). A Figura 4.10c apresenta outra solução e que consiste na construção de um tapete drenante inclinado por detrás do muro. Em qualquer das soluções da Figura 4.10, junto à base do muro e na parte de trás, coloca-se um

dreno longitudinal (tubo furado), de onde a água é escoada por gravidade. As zonas adjacentes aos drenos são, por norma, dotadas de filtros de modo a acautelar não só a erosão interna no maciço (fenómeno acelerado nas paredes externas dos drenos) mas também a obturação dos furos dos drenos. A Figura 4.11 apresenta um dreno e um exemplo de colocação de drenos em solos, no interior de filtro constituído por gravilha envolvida em geotêxtil.



Figura 4.10. drenagem de terraplenos: a) cortina drenante e dreno longitudinal; b) cortina drenante e dreno longitudinal associados a barbacãs (boeiros) no muro; c) tapete drenante inclinado ligado a dreno longitudinal (Fernandes, 2015)



a) Figura 4.11. Drenagem de solos: a) dreno; colocação de dreno no interior de filtro de gravilha envolvido em geotêxtil

b)

Os sistemas de drenagem superficial e subsuperficial apresentados, funcionando em boas condições, impedem a acumulação de água no maciço e, consequentemente, o estabelecimento de impulsos hidrostáticos sobre o muro.

As infiltrações na sequência da precipitação podem alterar as condições hidrológicas do talude, reduzindo as sucções e/ou aumentando a magnitude das poropressões. Em ambas as situações, estas mudanças acarretam uma redução da tensão efetiva e, consequentemente, uma diminuição da resistência ao corte do solo, tendendo a causar instabilidade.

Nos taludes em áreas urbanas, estas mudanças das condições hidrológicas dos maciços suportados podem ocorrer não apenas por infiltração superficial das águas das chuvas, mas também devido a roturas das redes de condutas de abastecimento de água ou de esgotos.

A Figura 4.12 apresenta de modo esquemático as linhas de escoamento em maciços suportados e equipados com sistemas de drenagem subsuperficial.

4.3. Modos de rotura de muros gravidade. Estados limites últimos

O dimensionamento de estruturas de suporte engloba normalmente as seguintes fases:

- pré-definição das dimensões a dar à estrutura;
- estimativa dos impulsos de terras para os diferentes estados limites;
- verificação da estabilidade.

O dimensionamento resulta, assim, num processo iterativo, através do qual, partindo de uma determinada geometria da estrutura de suporte, se procede à determinação dos impulsos de terras. Estando estes quantificados, é possível determinar se a verificação de segurança em relação aos diversos estados limites é garantida. Desta forma, a geometria pode ir sendo alterada ao longo do processo iterativo, para se garantir a sua segurança, sem descurar, ao mesmo tempo, as questões ligadas à economia na sua construção.

Estas estruturas podem sofrer movimentos de corpo rígido, mas praticamente não sofrem deformações.

Os muros gravidade podem ficar sujeitos aos seguintes modos de rotura ou estados limites últimos (Figura 4.13):

- Deslizamento ao longo da base;
- Rotura do terreno de fundação;
- Rotura por derrubamento;
- Escorregamento global.

No caso do deslizamento pela base (Figura 4.13), a verificação pressupõe um movimento da estrutura para o exterior do maciço, provocado pelo impulso das terras suportadas. A força que tende a opor-se a este movimento é composta pela força de atrito mobilizável entre a base do muro e o maciço de fundação e pelo impulso passivo em frente do muro, caso exista ou seja considerado para o efeito. A verificação de segurança é consumada sempre que a força tangencial atuante se demonstre se inferior à força tangencial resistente.

No caso da ocorrência do derrubamento da estrutura de suporte (Figura 4.13), este deve-se essencialmente à rotação da mesma em torno da aresta exterior da sua base, causada pela ação do impulso das terras suportadas. Contraria este movimento o peso próprio da estrutura de suporte e o impulso passivo mobilizável em frente ao muro, no caso em que este se encontra parcialmente enterrado. Este modo de rotura só é condicionante em muros fundados em rocha de elevada

resistência. No caso de muros fundados em solos, a rotura da fundação precederia o derrubamento. A verificação de segurança é consumada sempre que o valor de cálculo do momento atuante se demonstre ser inferior ao valor de cálculo do momento resistente.



(a) Muro gravidade com dreno vertical



(b) Muro Cantilever com dreno inclinado

(a) Muro gravidade com dreno vertical



(b) Muro cantilever com dreno inclinado

Figura 4.12. Linhas de escoamento nos casos de alimentação a partir de lençol freático ou a partir da superfície do terreno (Gerscovich, s/d).

Nas verificações de segurança ao deslizamento pela base e ao derrubamento é conveniente desprezar o efeito do impulso passivo, dado que as terras em frente ao muro podem ser parcial ou totalmente retiradas do local em situações futuras.

No caso do estado limite por rotura da fundação, o efeito combinado entre o impulso ativo e o peso do muro implica a transmissão à fundação de uma força inclinada, cujo ponto de aplicação dificilmente coincide com o centro de gravidade da base do muro. É importante referir que é conveniente que a força resultante inclinada tenha ponto de aplicação dentro do terço central da base do muro, pois quando tal não acontece, a grandeza da tensão máxima transmitida ao maciço da fundação aumenta rapidamente com a excentricidade, ocorrendo assentamentos diferenciais entre as arestas exterior e interior da base, levando ao colapso.

O estado limite por rotura da fundação será suficientemente estudado no capítulo das fundações. Contudo, considere-se a Figura 4.14.



Figura 4.13. Estados limites últimos de muros de gravidade⁴.

A resultante do peso do muro com o impulso ativo implica a transmissão da força resultante inclinada, *R*, cujo ponto de aplicação se encontra à distância *e*, a chamada excentricidade, do centro de gravidade da sapata do muro, *G*. A componente de *R* paralela à base, *T*, é considerada no estudo da rotura por escorregamento pela base. A parte inferior da Figura 4.14 mostra o cálculo das tensões normais mobilizadas pela componente normal de *R*, *N*, que atua com uma dada excentricidade, *e*.

Na Figura 4.14, verifica-se que, para que toda a base do muro esteja carregada, é necessário que *R*, logo *N*, atue dentro do terço central, o que corresponde a impor que $e \le B/6$. Quando tal não acontece, parte da base do muro fica descarregada, isto é, sem contacto físico com o maciço de fundação. Para condições estáticas, é recomendável impor como critério de dimensionamento que a resultante passe no terço central da base do muro, a não ser que este esteja fundado num maciço rochoso de elevada resistência (situação em que se poderá admitir $e \le B/4$). Tal cuidado radica no facto de a grandeza da tensão máxima transmitida ao maciço aumentar rapidamente com a excentricidade. Assim, se esta for elevada e o maciço de fundação não apresentar deformabilidade muito reduzida, tenderão a ocorrer assentamentos diferenciais significativos entre as arestas exterior e interior da base do muro. Em consequência, este tende a experimentar uma rotação no sentido oposto ao das terras, o que faz aumentar ainda mais a excentricidade, logo a tensão máxima, e assim sucessivamente, podendo este processo conduzir ao colapso.

O estado de escorregamento global (ou estabilidade global, Figura 4. 13) ocorre quando se verifica um escorregamento do muro e do maciço envolvente. Em certos casos, a superfície de escorregamento que limita a massa de terras instável ou em movimento pode englobar apenas o solo nas imediatas proximidades do muro, estando a sua formação associada às alterações que a construção daquele, nomeadamente a escavação prévia, provoca. Noutros casos, a superfície de escorregamento limita uma massa de solo consideravelmente maior e a sua formação pode nada ter a

⁴ ELU – Estados Limites Últimos (EC7, 1999); EQU – Perda de equilíbrio da estrutura ou do solo, considerados como corpos rígidos, nos quais a resistência dos materiais estruturais e do terreno sejam insignificantes na mobilização da resistência (EC7, 1999); GEO – rotura ou deformação excessiva do terreno, nas quais a resistência do solo ou da rocha é significativa na mobilização da resistência (EC7, 1999).

ver com a construção do muro ou, pelo menos, esta pode constituir apenas um fator que, associado a outros mais importantes, contribui para que tal superfície se desenvolva.



Figura 4.14. Diagrama das tensões normais na base de um muro de suporte (Fernandes, 2015)

4.4. Avaliação do impulso de terras 4.4.1. Muros de tardoz não retilíneo

Os muros de alvenaria de pedra ou de gabiões têm, muitas vezes, o paramento interior em escada (Figura 4.15a). Nestes casos, o paramento real pode ser substituído por um paramento retilíneo fictício, a traço interrompido na figura (Figura 4.15a), para efeitos de determinação do impulso ativo. Isto equivale a admitir que os prismas triangulares de terras compreendidos entre a linha a traço interrompido e o muro se comportam, na situação de equilíbrio limite, como integrando o próprio muro. Desta forma, no cálculo do impulso ativo deverá considerar-se o ângulo de atrito terras-muro, δ , como sendo igual ao ângulo de atrito do solo, ϕ .

O ângulo de atrito terras-muro, δ , depende do ângulo de resistência ao corte do solo, ϕ' , e da rugosidade do paramento do muro. Esta rugosidade é maior nos muros de alvenaria e de gabiões, onde se poderá adotar $\delta = \phi'$. Estas considerações interessam ao cálculo do impulso ativo. Para o impulso passivo, quando este é considerado explicitamente no dimensionamento, é recomendável a adoção de valores de δ mais reduzidos.

Por outro lado, uma situação frequente em muros de betão ciclópico é a representada na Figura 4.15b. O paramento do tardoz é constituído por dois troços retilíneos, com inclinações diferentes. O problema pode ser resolvido calculando as tensões ativas no paramento *AB* como se o muro terminasse em *B*. Em seguida, imagina-se o prolongamento do troço BC até à superfície e calculam-se as tensões

ativas como se o paramento do muro fosse a linha *DBC*. Naturalmente, destas tensões apenas as que se exercem ao longo de *BC* deverão ser tomadas para o dimensionamento.



Figura 4.15. Muros com tardoz não retilíneo: a) de alvenaria ou gabiões; b) de betão ciclópico (Fernandes, 2015)

Se o caso esquematizado na Figura 4.15b não tiver solução analítica com o método apresentado no parágrafo anterior, devido à geometria da superfície do terreno e/ou à presença de sobrecargas naquela, pode recorrer-se ao método esquematicamente apresentado na Figura 4.16.

Usando o método de Coulomb, primeiro determina-se I_{a1} , ao longo de *AB*. Consideram-se, em seguida, diversas superfícies de deslizamento, simbolicamente representadas na Figura 4.15 pelo segmento *CD*, passando pelo pé do muro. Para cada uma delas traça-se o polígono das forças intervenientes, no qual duas delas são conhecidas: W + Q, respetivamente, a resultante do peso próprio das terras e das sobrecargas aplicadas entre $A e D e I_{a1}$, impulso aplicado entre A e B, previamente determinado. A condição de equilíbrio (fecho do polígono de forças) permite determinar a grandeza das duas forças restantes, cujas direções são conhecidas, $R e I_{a2}$, sendo este o impulso aplicado em *BC* para a superfície de deslizamento considerada. O impulso a considerar é, naturalmente, o maior dos valores calculados para as diferentes superfícies de deslizamento testadas.

4.4.2. Muros de betão armado

Muros com sapata longa

Num muro de betão armado com perfil em "L", o muro ao deslocar-se arrasta solidariamente a massa de terra situada no seu tardoz, massa esta que lhe assegura a estabilidade.

Como mostra a Figura 4.17, a solução consiste em supor que o muro, ao deslocar-se, mobiliza o estado de equilíbrio limite ativo nas cunhas *ABC* e *ADC*, definidas, respetivamente, pelos ângulos com a direção horizontal $\alpha_1 = \pi/4 + \phi'/2 + (\epsilon - \beta)/2$ e $\alpha_2 = \pi/4 + \phi'/2 - (\epsilon - \beta)/2$ em que $\epsilon = \pi/4 + \phi'/2 + (\epsilon - \beta)/2$

 $\sin^{-1}(\sin\beta/\sin\phi')$, sendo ambos iguais a $\pi/4 + \phi'/2$ quando $\beta = 0$. Em consequência desta hipótese, a cunha tracejada *ABGF* comporta-se como parte integrante do muro.



Figura 4.16. uso do Método de Coulomb para a determinação do impulso ativo em muros com tardoz quebrado (Fernandes, 2015)



Figura 4.17. Muro de betão armado com sapata longa – cunhas de terra em estado limite ativo (Fernandes, 2015).

Assim, o impulso pode ser calculado, como se apresenta na Figura 4.18a, ao longo de AB, tomando $\delta = \phi'$ e usando, por exemplo, as tabelas de Caquot-Kérisel ou a solução analítica de Coulomb.



Figura 4.18. Impulso ativo em muros de betão armado: a) ao longo da superfície que limita a cunha solidária com o muro; b) ao longo do plano vertical que passa pelo bordo interior da sapata (Fernandes, 2015).

Como mostra a Figura 4.18b, se se analisar o equilíbrio da cunha *ABC* invertendo o sentido ao impulso $I_a(AB)$, calculado anteriormente, e tomando o peso *W* da cunha, obter-se-á o impulso $I_a(AC)$ no plano vertical AC. Esta força coincide em grandeza e direção com o impulso ativo de Rankine.

A orientação de AB referida maximiza a componente horizontal e minimiza a componente vertical do impulso no plano AC, correspondendo esta situação ao impulso teórico de Rankine. Por razões de simplicidade, o cálculo do impulso de terras é normalmente efetuado por meio desta segunda alternativa, tomando-se nas verificações da segurança o peso do bloco *AFGC*, juntamente com o peso próprio do muro, no cálculo das forças e momentos resistentes.

Muros com sapata curta

Quando a sapata do muro para o lado do terrapleno é curta, o cálculo do impulso torna-se mais complexo porque a superfície *AB* interseta o paramento vertical do muro, como mostra a Figura 4.19a.

De modo a manter um processo de cálculo em coerência com o anterior, é conveniente calcular o impulso no plano *AC*.

- O ângulo α₂ que limita à direita a cunha de terras em equilíbrio limite, para efeitos práticos, mantem o valor determinado para o caso anterior (sapata longa), α₂ = π/4 + φ[′]/2 (ε β)/2, em que que ε = sin⁻¹(sin β/sin φ[′]);
- O ângulo α₁ passa a depender, para além de φ[´] e β, da razão dos comprimentos AF e GF e do próprio valor do ângulo de atrito terras-muro, δ, entre B e G;
- O valor de α₁ que maximiza a componente horizontal (desfavorável) da força no plano AC coincide com o que minimiza a componente vertical (favorável) da mesma força.

Desta forma, o procedimento é o seguinte (Figura 4.19b):

Adotar um valor para α₁, fixando desse modo a posição do ponto B;

- Calcular os impulsos ativos *I_a(BG)* e *I_a(AB)*, por exemplo, pelo método de Coulomb, como se se tratasse de um tardoz quebrado;
- Com as duas forças anteriores e com o peso do bloco ABGC, calcular a força I(AC);
- Repetir os passos anteriores, com novos valores de α₁, de modo a obter o valor máximo da componente horizontal de *I*(*AC*);
- Para esse valor de α_1 , a força *I*(*AC*) será o impulso ativo, *I*_a(*AC*);
- No dimensionamento do muro, de forma idêntica ao caso dos muros com sapata longa, o bloco AFGC é considerado integrante do muro de suporte.

O valor de $I_a(AC)$ vem, por isso, limitado pelos seguintes dois valores: pelo impulso ativo teórico de Rankine, inclinado de β em relação à horizontal, quando para $\propto_1 = \pi/4 + \phi'/2 + (\epsilon - \beta)/2$, o ponto de interseção da superfície de rotura com o paramento vertical for praticamente coincidente com o ponto *G* – situação confinante com o caso da sapata longa; pelo impulso ativo teórico de Coulomb, inclinado de δ em relação à horizontal, quando o comprimento da sapata for praticamente nulo. Sempre que $\delta > \beta$, adoção de $I_a(AC)$ a partir da solução de Rankine, isto é, a solução correspondente ao muro com sapata longa, estará do lado da segurança.



Figura 4.19. Impulso ativo em muros de betão armado com sapata curta: a) muro e cunha; b) diagrama de corpo livre da parte da cunha à esquerda do plano vertical que passa pelo bordo interior da sapata; c) impulso ativo no plano vertical que passa pelo bordo interior da sapata (Fernandes, 2015).

4.5. Avaliação da segurança de muros gravidade

A forma tradicional de avaliação da segurança dos muros gravidade é baseada em coeficientes globais de segurança.

Considere-se a Figura 4.20. Na figura contemplam-se as ações estáticas⁵, o impulso passivo em frente ao muro e a base não horizontal.

⁵ Não se estão a considerar as ações sísmicas.

Coeficiente de segurança global à rotura do solo de fundação

O coeficiente de segurança global à rotura do solo de fundação tem a seguinte expressão:

$$FS_{FUND} = \frac{V_R}{V_S}$$
(4.2)

em que V_R representa a capacidade resistente ao carregamento vertical, cuja avaliação será realizada no capítulo das fundações, e V_S é a carga vertical aplicada à fundação do muro. Como se verá aquando do estudo das fundações, a grandeza daquela capacidade resistente é condicionada pela componente horizontal, H_S , e pelo momento, M_S , transmitido à fundação, bem como pela inclinação da base da fundação.



Figura 4.20. Muro de suporte gravidade com forças aplicadas – condições estáticas (não considerando a ação sísmica) (Fernandes, 2015).

Quando a base do muro não é horizontal, as forças V_S e H_S devem ser entendidas como as componentes da solicitação normal e tangencial à base, respetivamente. Como se verá no capítulo das fundações, V_R será então a força resistente normal à base da fundação do muro.

Coeficiente de segurança global contra o deslizamento pela base

A segurança contra o deslizamento pela base consiste na verificação do equilíbrio das componentes horizontais das forças atuantes, aplicando um fator de segurança adequado

$$FS_{DESLIZ} = \frac{\sum F_{RES}}{\sum F_{SOLIC}} \ge 1,5$$
(4.3)

em que $\sum F_{RES}$ é o somatório dos esforços resistentes, $\sum F_{SOLIC}$ é o somatório dos esforços solicitantes e FS_{DESLIZ} é o fator de segurança contra o deslizamento. Deve tomar-se $FS_{DESLIZ} \ge 1,5$ quando não se considera o impulso passivo I_p e deve tomar-se $FS_{DESLIZ} \ge 2,0$ quando se considera I_p .

No caso da Figura 4.21, FS_{DESLIZ} vem

$$FS_{DESLIZ} = \frac{l_p + S}{l_a} \ge 1,5$$
(4.4)

em que S é o esforço de corte na base do muro.



Figura 4.21. Segurança contra o deslizamento ($E_a \equiv I_a$; $E_p \equiv I_p$) (Gerscovich, s/d).

O impulso passivo, quando considerado, deve ser reduzido por um fator de segurança entre 2 e 3, uma vez que a sua mobilização requer a existência de deslocamentos significativos. Alternativamente, esta componente pode ser simplesmente desprezada.

O valor de S é calculado através do produto da resistência ao corte na base do muro pela largura deste, vindo

$$S = B \left[a_b + \left(\frac{W}{B} - u \right) \tan \delta_b \right]$$
(4.5)

quando a análise é de longo prazo e o solo apresenta permeabilidade alta. Ou

$$S = B s_u \tag{4.6}$$

quando a análise é de curto prazo ($\phi = 0$) e a permeabilidade é baixa. a_b traduz a adesão solo-muro ao nível da base, *B* é a largura da base, *W* é o somatório das forças verticais, *u* é a pressão neutra e δ_b é o ângulo de atrito solo-muro ao nível da base. Em projeto, é aconselhável desprezar a contribuição da adesão, a_b . Quanto ao ângulo de atrito δ_b , é razoável admitir que ele seja próximo do ângulo de resistência ao corte do maciço da fundação desde que a construção da sapata obedeça às regras da boa prática.

O deslizamento pela base é, em grande parte dos casos, o fator condicionante. As duas medidas ilustradas na Figura 4.22 permitem obter aumentos significativos no fator de segurança: a) base do muro construída com uma determinada inclinação, de modo a reduzir a grandeza da projeção do impulso sobre o plano que a contém; b) muro prolongado para o interior da fundação por meio de um "dente", podendo, desta forma, considerar-se a contribuição do impulso passivo.



Figura 4.22. Medidas para aumentar o fator de segurança contra o deslizamento pela base do muro (Gerscovich, s/d).

Coeficiente de segurança global contra o derrubamento

Para que o muro não seja derrubado em torno da extremidade externa (ponto A da Figura 4.23), o momento resistente deve ser maior do que o momento solicitante. O momento resistente, M_{RES} , corresponde ao momento gerado pelo peso do muro. O momento solicitante, M_{SOLIC} , é definido como o momento do impulso total atuante em relação ao ponto A.



Figura 4.23. Segurança contra o derrubamento ($E_a \equiv I_a$; $E_{ah} \equiv I_{ah}$; $E_{av} \equiv I_{av}$) (Gerscovich, s/d).

O coeficiente de segurança contra o derrubamento, FS_{DERRUB}, vem

$$FS_{DERRUB} = \frac{M_{RES}}{M_{SOLIC}} \ge 1,5$$
(4.7)

Para a Figura 4.23, vem

$$FS_{DERRUB} = \frac{W x_1 + I_{av} x_2}{I_{ah} y_1} \ge 1,5$$
(4.8)

em que I_{ah} e I_{av} são, respetivamente as componentes horizontal e vertical do impulso ativo.

4.6. Exercícios práticos

Problema 4.1 – verificar a estabilidade do muro da figura. O atrito solo-muro na base pode ser desprezado, sendo válida, por isso, a teoria de Rankine.



Bibliografia

- Albuquerque, P. (2003) Fundações e Obras de Terra: Notas de aulas. Faculdade de Engenharia de Sorocaba, Sorocaba, Brasil.
- Bowles, J.E. (1996) Foundation analysis and design. Inter. Edition, 5th Edition, McGraw-Hill Companies Inc.
- Budhu, M. (2000) Soil Mechanics and Foundations, Wiley Ed.
- Caputo, H.P. (1988) Mecânica dos Solos e suas Aplicações-Fundamentos. Vol.1, LTC Editora S.A., Rio de Janeiro, Brasil.
- Cavalcante, E.H. (2006) Mecânica dos Solos II: Notas de aulas. Universidade Federal de Sergipe, Aracaju-SE, Brasil.
- Cernica, J.N. (1995) Geotechnical Engineering: Foundation design. Wiley Ed.
- Costa, C. (2006) Disciplina de Fundamentos de Geotecnia-Introdução: Texto de apoio. Faculdade de Ciências e TECNOLOGIA, Universidade Nova de Lisboa, Portugal.
- EC7 (1999) Eurocode 7: Geotechnical DESIGN Part 3: Design assisted by fieldtesting. CEN, Brussels.
- Fernandes, M.M. (2012) Mecânica dos Solos: Conceitos e Princípios Fundamentais. Vol. 1, FEUP Edições, Porto, Portugal.
- Fernandes, M.M. (2015) Mecânica dos Solos: Introdução à Engenharia Geotécnica. Vol. 2, FEUP Edições, Porto, Portugal.
- Gonçalves, H., Marinho, F. e Futai, M. (2014) Mecânica dos Solos e Fundações: Notas das aulas revisadas 2014, Brasil.
- Gerscovich, D. (s/d) Empuxos de terra e muros de gravidade. Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil.
- Guerra, N. (2008) Análise de estruturas geotécnicas: Texto de apoio. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal.
- IST (s/d) Muros e estruturas de contenção. Mestrado em Engenharia de Estruturas: edifícios em B.A. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa.
- Matos, P.C. (2011) Influência da Aplicação do Eurocódigo 7 no Dimensionamento de Muros de Suporte, Tese de Mestrado em Construção Urbana, Instituto Superior de Engenharia, Instituto Politécnico de Coimbra.
- Maragon, M. (s/d) Unidade 6 Empuxos de Terra, Mecânica dos Solos II, Faculdade de Engenharia, universidade Federal de Juíz de Fora, Brasil.
- Nascimento, S. (2011) Dimensionamento de Estruturas de Suporte Rígidas, Tese de Mestrado em Engenharia na Área de Especialização em Estruturas, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa.
- Vilar, O.M. e Bueno, B.S. (s/d) Mecânica dos Solos. Vol.2, Departamento de Geotecnia, Escola de Engenharia de São Carlos, Brasil.