



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**Prática de Ensino Supervisionada em Educação
Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico:
Desenvolver a capacidade de resolver problemas
em Matemática**

Ana Luísa dos Santos Ladeira

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Relatório de Estágio

Évora, 2016



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**Prática de Ensino Supervisionada em Educação
Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico:
Desenvolver a Capacidade de Resolver Problemas
em Matemática**

Ana Luísa dos Santos Ladeira

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Relatório de Estágio

Évora, 2016

“Aprende-se a resolver problemas resolvendo problemas”

Polya (1945)

Agradecimentos

O presente relatório é o culminar de muitas aprendizagens não só a nível profissional como pessoal. Neste sentido sinto necessidade de agradecer a todas as pessoas intervenientes nesta etapa da minha vida.

Agradeço em primeiro lugar à minha orientadora, professora doutora Ana Paula Canavarro, pelo apoio incondicional, pela amizade, pela confiança que tem em mim e no meu trabalho. Costuma-se dizer que quando se gosta de um professor é meio caminho andado para gostar da disciplina e no meu caso, apesar de gostar muito de Matemática desde pequena, a professora contribuiu ainda mais para ter a certeza que quero fazer com que as crianças adorem Matemática, o que não se verifica muito nos dias de hoje. Tudo o que aprendi com a professora guardo para sempre como bons exemplos, não só a nível profissional como pessoal.

Agradeço à minha mãe pelo apoio total, pelos mimos, ao meu pai pelas noites passadas em branco ao meu lado, à minha irmã por ser a melhor irmã do mundo. Agradeço também ao meu irmão e à minha cunhada pelo apoio e ao mais recente membro da família, o meu sobrinho.

Agradeço a toda a minha família, avós, tios e primos pelo incentivo que sempre me deram para concluir o mestrado que sempre quis, pelo carinho e compreensão nos momentos em que estive ausente. Agradeço do fundo do coração à minha bisavó, que infelizmente já não está presente, pelas gargalhadas e momentos de alegria.

Agradeço ao meu namorado Cláudio pelo apoio, pelo carinho, pelas noites que me acompanhou a trabalhar. Agradeço igualmente ao irmão e aos pais do meu namorado pela força que me deram e por todo o carinho.

Agradeço a todas as minhas amigas e colegas de mestrado: Daniela V., Jéssica, Daniela C., Mafalda, Maria Inês, Ana, Sara, Milena, Mariana e Adriana pelas conversas, desabafos, partilha de alegrias e tristezas. Todo o carinho que me deram foi um apoio que me fez ter força para nunca desistir. Em especial à Daniela V. que partilhou comigo a casa nestes anos e à Jéssica que me acompanhou incondicionalmente. Sempre juntas!

Agradeço à Ana e Nuno Oliveira pelas traduções, pelos risos e por todo o incentivo que me deram.

Agradeço à educadora cooperante, Ana Chaveiro, por todas as partilhas de conhecimentos e pelas aprendizagens. Ganhei, sem dúvida alguma, uma companheira, uma amiga. Foi o melhor exemplo que eu poderia ter tido como educadora.

Agradeço muito à professora cooperante, Domingas Canhoto, por tudo o que me ensinou e por me fazer gostar muito do contexto de 1.º Ciclo. Não há palavras para descrever o carinho que tenho pela professora, ajudou-me sempre em tudo o que necessitei. Ficaremos sempre boas amigas. Agradeço-lhe do fundo do coração por todas as partilhas e por todas as conversas.

Agradeço aos meninos, meninas, alunos e alunas porque me fizeram crescer tanto como profissional como pessoa. Este relatório não seria possível sem eles. Obrigada pelos mimos, pelas canções, pelas danças que me fizeram, obrigada por tudo!

A todos,

Um muito obrigada!

Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver a capacidade de resolver problemas em matemática

Resumo

O presente relatório insere-se no âmbito das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e em 1º Ciclo do Ensino Básico, inseridas no Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico da Universidade de Évora. A investigação traduzida neste relatório decorreu nos dois contextos acima referidos, sendo primeiramente realizada no contexto de Educação Pré-Escolar e seguidamente no contexto de 1º Ciclo do Ensino Básico.

O principal objetivo da investigação centra-se no desenvolvimento das capacidades de resolver problemas em matemática, tanto em crianças mais pequenas, como mais tarde no início da escolaridade obrigatória. Surgiu assim a questão orientadora da investigação: *Que práticas devo realizar para contribuir para que as/os crianças/alunos consigam tornar-se bons resolvedores de problemas?* Seguiram-se a esta outras três questões no sentido auxiliar a investigação: Como lidam as/os crianças/alunos com a resolução de problemas? Que estratégias utilizam as/os crianças/alunos para resolver problemas? Que representações usam as/os crianças/alunos na resolução de problemas? No desenvolvimento da investigação foi realizada uma sequência didática de tarefas matemáticas de exploração de resolução de problemas onde foram recolhidos os dados para uma posterior análise, tendo em conta não só os objetivos da investigação como os referenciais teóricos.

Concluiu-se que a metodologia utilizada desenvolveu a capacidade de resolver problemas dos estudantes, ou seja, a exploração de problemas utilizando diferentes estratégias e representações, tal como a partilha de conhecimentos e a comunicação matemática, são ferramentas essenciais para uma intervenção eficaz no que concerne à resolução de problemas.

Palavras-chave: Desenvolvimento de capacidades, resolução de problemas, estratégias, representações, Educação Pré-Escolar, 1º Ciclo do Ensino Básico.

Supervised Teaching Practice in Preschool Education and Teaching of the Primary School: Developing the capacities to solve problems in mathematics

Abstract

The present report is inserted in the context of the curricular unit Supervised Teaching Practice in Preschool Education and in Primary School, integrated in Master in Preschool Education and Teaching Primary School at University of Évora. This research was held in two different contexts, the first one was performed in a pre-school classroom, and later the second one in classroom of first year of Primary School.

The main objective of the research was focused on the development of the capacities to solve mathematical problems either in small children, or later in the beginning of compulsory schooling. As so, the question guiding this investigation emerged: *Which practices should I perform to help children/students become better problem solvers?* After this, other three questions came up in order to help the research: How do children/students deal with solving problems? What strategies do children/students use to solve problems? What representations do children/students use to solve problems? Throughout this research a didactic intervention consisting in a sequence of mathematical tasks to explore the resolution of problems was performed, allowing data collection for a latter analysis, based not only on the objectives and initial research questions, but also on theoretical approaches consulted.

We came to the conclusion that the ability of students to solve problems was improved with the methodology used in this research, meaning that, challenging students with problems using different strategies and representations, such as knowledge sharing and mathematical communication, are essential tools for effective intervention concerning problem solving.

Keywords: Capacity development, problem solving, strategies, representations, Preschool, Primary school.

Índice Geral

Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract.....	vii
Índice Geral	ix
Índice de Figuras	xiii
Índice de Tabelas	xv
Índice de Quadros	xvii
Índice de Apêndices.....	xix
Capítulo 1 – Introdução	1
Contextos educativos da investigação	1
Motivações para a escolha do tema	3
Objetivos e questões da investigação.....	5
Pertinência e relevância da investigação.....	6
Organização do relatório.....	9
Capítulo 2 – Revisão de literatura	11
A resolução de problemas.....	11
Conceito de problema.....	11
Tipos de problema.....	13
Resolução de problemas.....	14
Estratégias de resolução de problemas.....	18
Representações na resolução de problemas	20
A conceção e a organização do ambiente educativo.....	22

Capítulo 3 – Metodologia	27
Opções metodológicas	27
A caracterização dos contextos de investigação	30
O grupo da Educação Pré-Escolar.....	30
A turma do 1º Ciclo do Ensino Básico.....	33
Fundamentos da intervenção didática.....	35
Princípios da intervenção na Educação Pré-Escolar	37
Princípios da intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico	39
Descrição e intencionalidade das tarefas	40
As tarefas na Educação Pré-Escolar.....	41
Tarefa: Decoração das taças reais	42
Tarefa: Vamos ajudar a princesa.....	43
Tarefa: Colares para as princesas	44
Tarefa: Quantas taças cabem no cofre do rei?.....	45
As tarefas no 1º Ciclo do Ensino Básico.....	45
Tarefa: Reunião de pais.....	48
Tarefa: Vamos pensar.....	48
Tarefa: Os animais da quinta.....	49
Tarefa: Os passageiros do autocarro	49
Tarefa: As molas da roupa	50
Tarefa: Os telefonemas dos amigos	50
Tarefa: As caixas dos lápis de cor.....	51
Tarefa: A cesta das peras da Maria	52
Tarefa: A festa de Natal	52
Recolha e análise dos dados.....	53
A recolha de dados	53
A análise dados.....	55

Capítulo 4 – Resultados.....	57
Educação Pré-Escolar	58
Tarefa: Decoração das taças reais	58
Síntese.....	60
Tarefa: Vamos ajudar a princesa.....	60
Síntese.....	63
Tarefa: Quantas taças cabem no cofre do rei?.....	63
Síntese.....	66
1º Ciclo do Ensino Básico.....	67
Tarefa: Os animais da quinta.....	67
Síntese.....	72
Tarefa: Os passageiros do autocarro	72
Síntese.....	76
Tarefa: Os telefonemas dos amigos	77
Síntese.....	81
Tarefa: As caixas dos lápis de cor.....	82
Síntese.....	87
Tarefa: A festa de Natal	88
Síntese.....	92
Capítulo 5 – Conclusões.....	93
Síntese da investigação	93
Conclusões da investigação	95
Como lidam as/os crianças/alunos com a resolução de problemas?	95
Educação Pré-Escolar	95
1.º Ciclo do Ensino Básico	97
Que estratégias utilizam as/os crianças/alunos para resolver problemas?	98
Educação Pré-Escolar	98
1.º Ciclo do Ensino Básico	98

PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA EM EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR E ENSINO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO: DESENVOLVER A CAPACIDADE DE RESOLVER PROBLEMAS EM MATEMÁTICA

Que representações usam as/os crianças/alunos na resolução de problemas?	100
Educação Pré-Escolar	100
1.º Ciclo do Ensino Básico	100
Como usam as crianças/alunos o modelo de Polya na resolução autónoma de problemas?	102
Educação Pré-Escolar	102
1.º Ciclo do Ensino Básico	102
Conclusões retiradas da entrevista à professora cooperante	104
Síntese sobre o objetivo da investigação	106
Considerações finais	108
Referências bibliográficas	111
Apêndices	115

Índice de Figuras

Figura 1 – Recursos utilizados na Matemática.....	42
Figura 2 – Recursos utilizados na tarefa Matemática.....	43
Figura 3 – Recursos utilizados na tarefa Matemática.....	44
Figura 4 – Recursos utilizados na tarefa Matemática.....	45
Figura 5 – B (4:2) a rodear as figuras.....	58
Figura 6 – Resolução do grupo 1.....	58
Figura 7 - Resolução da tarefa pelo grupo 2.....	59
Figura 8 - M (4:9) a vestir a Rainha.....	61
Figura 9 – Material para a tarefa.....	61
Figura 10 – Resolução do grupo 1.....	62
Figura 11 – O cofre do Rei Teles.....	64
Figura 12 – A C. (4:5) a arrumar as taças (9+3).....	64
Figura 13 – Taças arrumadas por J (5:4) (6+6).....	65
Figura 14 – Resolução do grupo 2.....	69
Figura 15 – Resolução do grupo 3.....	69
Figura 16 – Resolução do grupo 4.....	69
Figura 17 – Apresentações das resoluções dos grupos 2, 3 e 4, respetivamente.....	70
Figura 18 – Apresentações das resoluções dos grupos 2, 3 e 4, respetivamente.....	70
Figura 19 – Apresentações das resoluções dos grupos 2, 3 e 4, respetivamente.....	70
Figura 20 – Resolução da B (8:6).....	73
Figura 21 – Resolução da L (8:2).....	74
Figura 22 – Resolução do T (8:8).....	74

Figura 23 – Resolução da J (8:2).....	75
Figura 24 – Sistematização da tarefa “Os passageiros do autocarro.....	76
Figura 25 – Apresentação das resoluções dos grupos 6, 4 e 9, respetivamente.....	78
Figura 26 – Apresentação das resoluções dos grupos 6, 4 e 9, respetivamente.....	78
Figura 27 – Apresentação das resoluções dos grupos 6, 4 e 9, respetivamente.....	78
Figura 28 – Resolução do grupo 6	79
Figura 29 – Resolução do grupo 4.....	79
Figura 30 – Resolução do grupo 9.....	80
Figura 31 – Resolução do problema feita por mim no quadro.....	81
Figura 32 – Apresentação das resoluções dos grupos 4, 1 e 2, respetivamente.....	84
Figura 33 – Apresentação das resoluções dos grupos 4, 1 e 2, respetivamente.....	84
Figura 34 – Apresentação das resoluções dos grupos 4, 1 e 2, respetivamente.....	84
Figura 35 – Resolução elaborada pelo grupo 4.....	84
Figura 36 – Resolução elaborada pelo grupo 1.....	85
Figura 37 – Resolução elaborada na folha de rascunho.....	85
Figura 38 – Resolução elaborada pelo grupo 2.....	85
Figura 39 – Resolução elaborada no quadro.....	86
Figura 40 – Resolução elaborada pelo grupo 5.....	86
Figura 41 – Resolução elaborada pelo grupo 7.....	90
Figura 42 – Resolução elaborada pelo grupo 4.....	90
Figura 43 – Resolução elaborada pelo grupo 3.....	91
Figura 44 – Resolução da tarefa matemática corrigida no quadro.....	91

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Distribuição de idades e sexos no grupo de crianças.....	31
Tabela 2 – Distribuição de idades e sexos no grupo de alunos.....	34
Tabela 3 – Calendarização das tarefas de investigação na Educação Pré-Escolar...	41
Tabela 4 – Calendarização das tarefas de investigação no 1.º Ciclo do Ensino Básico.....	46
Tabela 5 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho.....	68
Tabela 6 – Resolução da tarefa “Os animais da quinta” através de uma tabela.....	71
Tabela 7 – Estratégias utilizadas pelos alunos.....	73
Tabela 8 – Representações utilizadas pelos alunos.....	73
Tabela 9 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho.....	77
Tabela 10 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho.....	83
Tabela 11 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho.....	88

Índice de Quadros

Quadro 1 – Como resolver um problema retirado de Polya (1995).....	16
Quadro 2 – Ações intencionais em cada fase do Ensino Exploratório da Matemática.....	25

Índice de Apêndices

Apêndice 1 – Modelo de planificação diária.....	117
Apêndice 2 – Entrevista à professora cooperante.....	123

Capítulo 1 – Introdução

O presente relatório surge no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada (daqui em diante designada por PES) tanto em Educação Pré-escolar como em 1.º Ciclo, do mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Neste primeiro capítulo serão apresentados e descritos os dois contextos educativos onde ocorreu a investigação, quais os interesses e as motivações para a escolha do tema, quais os objetivos e as questões orientadoras da investigação, a pertinência e relevância da investigação e qual a organização geral do relatório.

Contextos educativos da investigação

É de acentuar a importância que os contextos têm nas investigações. O contexto em que o profissional da educação realiza a sua investigação influencia certamente os resultados obtidos e o seu significado. Desta forma, é fundamental caracterizar os contextos onde foi realizada a PES, tanto em Pré-Escolar, como em 1.º ciclo.

Relativamente à valência da Educação Pré-Escolar, a instituição onde foi realizada a PES designa-se Centro de Atividades Infantil de Évora (daqui em diante designado apenas por CAIE).

A instituição CAIE localiza-se na cidade de Évora, mais precisamente no centro histórico da cidade, na Rua Gabriel Victor do Monte Pereira, n.º 21, 1.º. Por se encontrar no centro histórico da cidade de Évora, o CAIE tem oportunidade de usufruir

da riqueza patrimonial da cidade e também da maior parte dos seus estabelecimentos comerciais e serviços. É fundamental referir que por estes motivos foi possível, com grande facilidade, planificar saídas com o grupo, não havendo necessidade de utilizar autocarros ou outros meios de transporte.

É assim indispensável afirmar que a localização da instituição vai ao encontro das necessidades das crianças, no que toca às suas aprendizagens, tornando-as significativas, pois para além de ouvirem falar, têm o privilégio de usufruir da grande oferta de atividades que a Câmara Municipal de Évora e a Fundação Eugénio de Almeida propõem. É importante que as crianças tenham a oportunidade de visitar e se apropriar da riqueza que existe na sua cidade e a localização do CAIE favorece esta apropriação.

De acordo com o Projeto Educativo da instituição, o CAIE foi fundado a setembro de 1987, quando um grupo de cinco educadoras de infância, recém formadas na Escola do Magistério Primário de Évora, decidiram criar o seu próprio emprego e um projeto profissional próprio. Já em 1995 foram adquiridas as instalações onde se desenvolvem atualmente as suas atividades e onde funcionam as valências de creche, jardim de infância e atividades de tempos livres [ATL].

A maior parte das crianças que frequentam o CAIE são filhas de funcionários e de proprietários de estabelecimentos comerciais ou serviços da cidade que se encontram no centro histórico de Évora. A localização da instituição torna mais fácil os trajetos que estes familiares realizam para deixar as crianças na instituição e irem para os respetivos empregos (Projeto Educativo, p. 7).

A instituição é composta por duas valências, a valência de creche (que abrange crianças dos 18 meses aos 2 anos) e de jardim de infância (que abrange crianças dos 3 aos 6 anos), sendo que se encontram separadas apesar de funcionarem no mesmo edifício.

No presente ano letivo frequentam o CAIE 43 crianças pertencentes à valência de creche, 52 crianças à valência de jardim-de-infância e 35 de ATL (Projeto Educativo, p. 12).

A instituição ostenta espaços amplos e com muita diversidade de materiais pedagógicos. É de salientar que toda a instituição apresenta uma grande luminosidade

natural o que faz com que não seja necessário recorrer à luz artificial durante grande parte do dia.

No que concerne ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, a instituição onde foi realizada a PES intitula-se Escola Básica de S. Mamede. Localiza-se na cidade de Évora, mais precisamente no centro histórico da cidade, no Largo Dr. Evaristo Cutileiro, freguesia de S. Mamede, conselho e distrito de Évora.

A instituição está inserida no Agrupamento de escolas n.º 3 de Évora que tem sede na Escola Secundária Severim de Faria. Este Agrupamento acolhe igualmente mais dez estabelecimentos de educação e ensino.

Relativamente às instalações, pode-se afirmar que são amplas e bem organizadas. As salas apresentam uma disposição adequada às necessidades das crianças bem como materiais diversos. Os espaços exteriores apresentam condições de segurança e versatilidade no que concerne às brincadeiras possíveis. Contem ainda uma biblioteca muito organizada e repleta de recursos educativos, tais como livros, materiais de escrita e pintura, computador, entre outros.

A coordenadora da instituição é a professora Teresa Nunes que leciona uma turma de 2º ano. Sendo uma escola básica, abrange os quatro primeiros anos de escolaridade, com crianças com idades compreendidas entre os seis e os dez anos.

No presente ano letivo frequentam a instituição nove turmas, sendo que duas são de primeiro ano, duas de segundo ano, duas de terceiro ano e três de quarto ano.

Motivações para a escolha do tema

Antes de apresentar quais as questões de partida e os objetivos é importante referir quais as motivações que me levaram à escolha desta temática.

O meu interesse pela matemática surgiu desde os primeiros anos de escolaridade. Desde o primeiro ano de escolaridade que a matemática sempre me

fascinou. Gostava de realizar operações, aprender conteúdos novos e acima de tudo resolver problemas, pois apresentavam-se como um desafio para mim. Os professores que me acompanharam no 1.º Ciclo do Ensino Básico fomentaram este gosto pela matemática realizando atividades ricas e significativas para as minhas aprendizagens.

O interesse pelo ensino e exploração de tarefas de resolução de problemas iniciou-se quando frequentei as unidades curriculares “Didática da matemática” e “Tecnologias em educação matemática” na licenciatura em Educação Básica, na Universidade do Algarve, lecionadas pelo docente Luciano Veia. Nestas unidades curriculares tive conhecimento acerca dos benefícios do trabalho de resolução de problemas com as crianças, que apliquei em momentos de Iniciação à Prática Profissional. A partir dessa altura tornou-se evidente o interesse neste tipo de trabalho pois apercebi-me que as crianças mostravam-se entusiasmadas e começavam a gostar de matemática, que a meu ver é um grande problema hoje em dia.

Posteriormente, no primeiro semestre do primeiro ano do Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, na unidade curricular “Didática da matemática”, lecionada pela docente Ana Paula Canavarro, surgiu o meu interesse no Ensino Exploratório da Matemática. Durante toda a unidade curricular foi apresentado às alunas no que consistia esta metodologia, quais os seus benefícios e até houve oportunidade de assistir a uma aula no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico segundo esta mesma metodologia. Senti, ao observar a aula, que as crianças tinham já consciência do seu papel em cada fase do trabalho e que estavam motivadas para o realizar. O facto de termos igualmente a oportunidade de preparar uma sequência de ensino utilizando a metodologia de Ensino Exploratório da Matemática foi fundamental para assimilar eficazmente qual o trabalho que é realizado, antes, durante e depois na referida metodologia. Demonstrou ser eficiente no que concerne à motivação, interesse e empenho das alunas e igualmente nas aprendizagens realizadas, não só através da resolução da tarefa em pequenos grupos como através da discussão dessas mesmas resoluções.

A juntar aos meus interesses, os contextos onde realizei a PES, tanto no jardim de infância como no 1.º ciclo, foram favoráveis ao que concerne à prática regular de resolução de problemas. No contexto de Educação Pré-Escolar todas as crianças mostravam gosto pela área da matemática. Durante as suas rotinas diárias estavam

inseridos momentos de resolução de problemas do quotidiano, tal como a contagem de crianças presentes e em falta e a colocação da mesa para o almoço. Já no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos estavam habituados a tarefas de resolução de problemas apesar de não seguirem a metodologia de Ensino Exploratório da Matemática. Desta forma foi fácil inserir esta metodologia no trabalho já realizado pela docente, visto que semanalmente as crianças realizavam o “Desafio da Semana”.

Objetivos e questões da investigação

Descritas as motivações que levaram à escolha do tema, surgiu a grande e central questão da investigação: *Que práticas devo realizar para contribuir para que as/os crianças/alunos consigam tornar-se bons resolvedores de problemas?*

Esta questão é da maior importância pois sabe-se que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas não se dá usando uma prática de aula de ensino direto, como a que tem sido amplamente usada no ensino da Matemática em Portugal (Ponte, 2005). Atualmente, pode afirmar-se que para se aprender a resolver problemas há que ter oportunidade de os resolver, e num contexto que permita adquirir capacidades de conhecer estratégias eficazes, representações adequadas, e dinâmicas de comunicação poderosas (Bruner, 2000; Boavida *et al*, 2007).

O principal objetivo desta investigação centra-se no desenvolvimento da capacidade das/dos crianças/alunos de resolver problemas com eficácia. Foca-se em melhorar as suas competências de modo a que sejam bons resolvedores de problemas. Para tal, farei a proposta de uma intervenção a desenvolver em ambos os contextos de PES, fundamentada em ideias proporcionadas pela revisão de literatura e pelo conhecimento dos contextos, que me permitirá investigar como evoluem as crianças/estudantes na sua capacidade de resolver problemas.

Para me auxiliar e orientar no decorrer da investigação, enumerei quatro objetivos, subjacentes ao objetivo principal, para a minha intervenção. São eles:

- 1º. Estimular uma reação positiva das crianças/alunos perante problemas matemáticos;
- 2º. Promover a utilização de estratégias eficazes de resolução de problemas;
- 3º. Incentivar o uso de representações matemáticas adequadas à resolução de problemas;
- 4º. Promover a adoção do modelo das quatro fases da resolução de problemas enumeradas por Pólya.

Estes quatro objetivos constituem simultaneamente os eixos orientadores da minha intervenção e os focos da minha investigação. Assim, como questões de investigação, a analisar com dados a recolher nos dois contextos de ação, procurarei responder a:

- Como lidam as/os crianças/alunos com a resolução de problemas?
- Que estratégias utilizam as/os crianças/alunos para resolver problemas?
- Que representações usam as/os crianças/alunos na resolução de problemas?
- Como usam o modelo de Polya na resolução autónoma de problemas?

Pertinência e relevância da investigação

A educação matemática contribui significativamente para auxiliar os alunos a desenvolverem capacidades de autoconfiança e espírito crítico que os tornará indivíduos competentes em situações onde a matemática surge nas suas vidas. As competências matemáticas tornam-se essenciais para a interpretação de uma variada quantidade de situações e igualmente na resolução de problemas, como referem Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999). Ainda segundo estes autores, a Declaração Mundial sobre Educação

para Todos da UNESCO, em 1990, refere que a resolução de problemas é um dos instrumentos de aprendizagem essenciais.

Tendo em conta o que foi acima mencionado, no que refere à educação pré-escolar, esta tem como um dos seus objetivos despertar nas crianças a curiosidade e o pensamento crítico (Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar – Lei nº 5/97, de 10 de fevereiro, artigo 10.º). Tal objetivo vai ao encontro daquilo que se pretende quando se trabalha a resolução de problemas. Nesta linha de pensamento é de assinalar o papel fundamental do educador que deve “partir das situações do quotidiano para apoiar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, intencionalizando momentos de consolidação e sistematização de noções matemáticas.” (Ministério da Educação, 1997, p. 73).

Como defendem as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1997), o educador deve propor às crianças situações problemáticas e permitir que as mesmas encontrem as suas próprias soluções, sendo que é importante “que as debatam com outra criança, num pequeno grupo, ou mesmo com todo o grupo, apoiando a explicitação do porquê da resposta” (Ministério da Educação, 1997, p. 78). O educador deve ainda proporcionar a todas as crianças a oportunidade de participar no processo de reflexão acerca das situações problemáticas.

No que se refere ao 1.º ciclo, nomeadamente à Matemática, os perfis específicos de desempenho profissional do educador de infância e do professor do 1.º ciclo do ensino básico afirmam que é dever do docente promover nos alunos o gosto por esta área curricular, fomentando a articulação entre a Matemática e a vida real dos alunos e incentivando-os a resolver problemas e a verbalizar os diferentes processos de raciocínio (Decreto-Lei n.º 241/2001, de 30 de agosto).

Refere ainda o Programa de Matemática para o Ensino Básico (2013) que o gosto pela Matemática e pela redescoberta das relações e dos factos matemáticos é “alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas.” (p. 2)

A resolução de problema não constitui um domínio de conteúdos, no que concerne ao Programa de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico, mas sim um

trabalho realizado transversalmente a todos os domínios apresentados. Neste sentido cabe ao professor incluir na sua prática educativa tarefas de exploração de problemas.

É pedido aos alunos, na resolução de problemas, não só uma leitura e interpretação cuidada dos enunciados como “a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais.” (Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 5)

Deste modo, ainda segundo o Programa de Matemática para o Ensino Básico (2013), a resolução de problemas não deve ser encarada como uma atividade exclusiva de exploração e descoberta. Apesar das tarefas de resolução de problemas utilizarem a exploração e descoberta como estratégia de motivação o que se pretende é que os alunos, apesar de inicialmente apresentarem estratégias de resolução mais informais, sejam incentivados pelo docente e colegas a recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados.

No 1.º ciclo do Ensino Básico, em específico, é solicitado “que o número de passos necessários à resolução dos problemas vá aumentando de ano para ano. É fundamental que os alunos não terminem este ciclo de ensino conseguindo responder corretamente apenas a questões de resposta imediata.” (Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 5)

Algumas das competências matemáticas que os alunos devem desenvolver no decorrer da educação básica são apontadas por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999):

- A predisposição e a aptidão para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar as situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;
- A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;

- A predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a capacidade de desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas. (pp. 41)

É de inferir que estas mesmas competências matemáticas são desenvolvidas através do trabalho realizado na resolução de problemas.

Organização do relatório

O relatório está dividido em cinco capítulos, obedecendo à seguinte estrutura: 1) Introdução; 2) Revisão da literatura; 3) Metodologia; 4) Resultados; 5) Conclusões.

No presente e primeiro capítulo – Introdução – serão apresentados os contextos educativos onde decorreu a investigação, as motivações para a escolha do tema da investigação, os objetivos e questões de investigação, pertinência e relevância da investigação e qual a organização do relatório.

O segundo capítulo – Revisão da literatura – será destinado ao enquadramento teórico que suporta toda a investigação realizada. Será abordada a resolução de problemas, nomeadamente o conceito de problema, os diferentes tipos de problemas, a resolução de problemas, estratégias de resolução de problemas e representações na resolução de problemas. Por último, este capítulo falará acerca da conceção e organização do ambiente educativo.

No terceiro capítulo – Metodologia – é apresentada a metodologia da investigação, ou seja, qual o seu procedimento. Iniciará com a descrição das opções metodológicas, seguido da caracterização dos dois contextos de investigação. Abordará os fundamentos da intervenção didática nas duas valências, serão descritas as tarefas e suas intencionalidades e, por último, será descrito o processo de recolha e análise dos dados da investigação.

O quarto capítulo – Resultados – faz referência aos resultados obtidos através da recolha de dados. É feita primeiramente uma descrição e observação dos dados obtidos e posteriormente são analisados e refletidos. Serão apenas selecionadas algumas tarefas

de todo o conjunto apresentados às/aos crianças/alunos dos dois contextos para serem sistematicamente analisadas e refletidas, a fim de evitar repetições e de proporcionar evidência pertinente mais detalhada sobre a evolução dos estudantes.

Por último, no quinto capítulo – Conclusões – será apresentada uma síntese de toda a investigação seguida das conclusões obtidas através da análise dos resultados.

Capítulo 2 – Revisão de literatura

Neste segundo capítulo é apresentada uma revisão de literatura no que concerne ao tema da investigação. Serão revelados aspetos teóricos fundamentais quando se aborda a temática da resolução de problemas.

Numa primeira fase, é abordada a resolução de problemas, mais especificamente, o conceito de problema, os tipos de problemas existentes, no que consiste a resolução de problemas e as suas vantagens, quais as estratégias existentes na resolução de problemas, segundo referenciais teóricos, e quais as representações existentes na resolução de problemas.

Após esta primeira fase, são referidas não só metodologias de resolução de problemas como de exploração de tarefas de resolução de problemas por parte do educador/docente. Importa ter presente que não é proveitoso apenas apresentar o problema ao grupo ou à turma mas deve, por outro lado, explorá-lo por forma a que as/os crianças/alunos desenvolvam a sua capacidade de resolver problemas eficazmente.

A resolução de problemas

Conceito de problema

Adotando a proposta do Ministério da Educação (2001), “os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução” (Boavida, Paiva, Cebola & Pimentel, 2008, p. 15). Assim, estamos mediante um

problema quando nos encontramos perante uma situação que não se pode resolver utilizando processos conhecidos e standardizados, ou seja, quando é necessário encontrar um caminho para chegar à solução e esta procura envolve a utilização do que se designa por estratégias (Boavida *et al.*, 2008).

Outra definição de problema é de Kantowski (1981) que afirma que “Um problema é uma situação que difere de um exercício pelo facto de o aluno não dispor de um procedimento ou algoritmo que conduzirá com certeza a uma solução” (Abrantes, 1989, p. 8).

Vale, Pimentel e Barbosa (2015) definem problema como uma situação que não envolve apenas o estudante em atividade na qual não sabe, desde logo, o caminho a seguir para chegar à solução mas sim como um processo onde é necessário o estudante seleccionar diferentes estratégias para cada situação apresentada.

Mas afinal o que é um “bom problema”?

A definição de “bom problema” é, segundo Abrantes (1989), uma noção relativa porque depende dos conhecimentos prévios de que o aluno tem mas também é preciso que o aluno tenha interesse em resolvê-lo. Como refere Polya (1981), citado por Abrantes (1989), “só há um problema quando há uma dificuldade que se deseja vencer ou contornar” (p. 35).

Importa, segundo Boavida *et al* (2008), que os problemas tenham algumas características. São elas a) ser compreendido pelos alunos mesmo que a solução não seja imediatamente atingível; b) ser motivantes e intelectualmente estimulantes para os alunos; c) possam apresentar mais do que apenas um processo de resolução; d) possam integrar diversos temas.

Viana (2008) refere que os problemas devem ter um enunciado simples e claro, os estudantes devem ficar intrigados ao lê-los e senti-los como um desafio, devem sentir que têm capacidades para os resolver e o grau de exigência deve ser adequado ao desenvolvimento dos estudantes.

Os problemas desempenham, no que se refere ao ensino da Matemática, três funções principais, sendo elas a função de ensino, a função educativa e a função de desenvolvimento (Borrvalho, 1991). A função de ensino assegura que os problemas são o

meio para a aquisição, exercitação e consolidação de sistemas de conhecimento matemático pelos alunos e para a formação das capacidades e hábitos correspondentes. A função educativa emerge do desenvolvimento da conceção científica do mundo por parte dos estudantes. Por fim a função de desenvolvimento tem a ver com a influência que a resolução de problemas exerce sobre o desenvolvimento intelectual do aluno e na formação do seu pensamento. Estas distintas funções trabalham em conjunto para garantir a formação multilateral do aluno (Borrvalho, 1991).

Tipos de problema

São diversos os autores que apresentam propostas de diferentes tipos de problemas. Adotando a tipologia de Palhares (1997), citado por Vieira, Cebolo e Araújo (2006), existem sete tipos de problemas. Os problemas de processo são aqueles que requerem a utilização de estratégias de resolução; os problemas de conteúdo são os que requerem o uso de conhecimentos matemáticos que foram adquiridos há pouco tempo ou que ainda não foram adquiridos na totalidade; os problemas de capacidades requerem capacidades dos estudantes relativamente ao cálculo mental e estimativas; os problemas de aplicação emergem da utilização do alargamento do espaço de resolução; os problemas de aplicação requerem a recolha e tratamento da informação retirada do enunciado; os problemas abertos são aqueles que necessitam da escolha prudente entre vários caminhos possíveis; por último, os problemas de aparato experimental são os que precisam de esquemas investigativos.

Segundo a tipologia de Charles e Lester (1986), citados por Vale, Fão, Portela, Geraldés, Fonseca, Gigante, Lima e Pimentel (2006), existem cinco tipos de problemas: a) problemas de um passo em que os estudantes conseguem resolvê-los através da aplicação direta de uma das quatro operações básicas da aritmética; b) problemas de dois ou mais passos são os que necessitam da aplicação direta de duas ou mais das quatro operações básicas da aritmética; c) problemas de processo que podem ser resolvidos através da utilização de uma ou mais estratégias de resolução; d) problemas de aplicação necessitam de uma recolha de dados acerca da vida real ou de tomada de

decisões; e) problemas tipo puzzle são os que requerem “como que de um “flash” para chegar à solução” (Vale *et al*, 2006, p. 5).

Por outro lado, Boavida (2008) divide os problemas em três tipos: problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos. Os problemas de cálculo são os que requerem decisões quanto à operação ou operações a aplicar aos dados apresentados. “Os alunos lêem o problema, avaliam o que é conhecido e o que é pedido e, finalmente, efectuam uma ou mais operações que consideram apropriadas usando os dados do enunciado.” (Boavida, 2008, p. 17). Os problemas de processo são diferentes dos de cálculo porque não podem ser resolvidos apenas pela seleção da(s) operação(ões) apropriada(s). Requerem “um maior esforço para compreender a Matemática necessária para chegar à solução, uma vez que tem de se recorrer a estratégias de resolução mais criativas para descobrir o caminho a seguir.” (Boavida, 2008, p. 19). Requerem igualmente persistência, um pensamento flexível e muita organização. Os problemas abertos podem ter mais do que um caminho para chegar à solução e mais do que uma resposta correta. “Para os resolverem, os alunos têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjecturas, apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão.” (Boavida, 2008, p. 20).

Resolução de problemas

Ao longo de várias décadas a resolução de problemas assumiu-se como um motor fundamental da renovação curricular e das práticas educativas, quer em Portugal quer em muitos outros países. Mais recentemente a resolução de problemas adquiriu uma maior relevância pois assume-se que a capacidade de resolver problemas é um elemento fundamental da competência matemática (Carreira & Brocardo, 2015).

Segundo Palhares (1997), citado por Palhares e Gomes (2006), foi com Polya (1957) que se começou a falar acerca da resolução de problemas no ensino da matemática. Hoje em dia, o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas em matemática é uma das grandes finalidades no ensino básico (Palhares & Gomes, 2006).

Relativamente à resolução de problemas, Boavida *et al* (2008) enumera alguns pontos fortes: a) proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; b) fomenta o raciocínio e a justificação; c) permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a matemática e outras áreas curriculares; d) apresenta a matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana.

É de salientar que a resolução de problemas abarca a “(...) leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão (...) da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais” (Ministério da Educação, 2013, p. 5).

A resolução de problemas, pela diversidade de atividades de ensino que propicia aos estudantes, pela troca de experiências que coadjuva, pela representação de ideias que concretiza, pelos conceitos e noções que permite trabalhar e construir é uma atividade fundamental no processo de aprendizagem (Jesus, 2002).

Nos primeiros anos, os estudantes devem presenciar e explorar muitas situações de resolução de problemas, tendo em conta que muitas destas situações problemáticas emergem de situações do dia-a-dia, tanto na escola como fora dela (Veia, 1996). Segundo este autor, é fundamental o papel do professor no sentido de criar um bom e eficaz ambiente de resolução de problemas.

Lester (1994) enumera alguns factos apurados de investigações acerca do ensino da resolução de problemas. As investigações apontam para o facto de ser necessário resolver muitos problemas para melhorar a capacidade de resolução de problemas dos estudantes. Outros factos apresentados por Lester (1994) são: a) as capacidades de resolver problemas desenvolvem-se lentamente, ao longo de um período alargado; b) para ser benéfico para a aprendizagem dos estudantes, estes devem acreditar que o seu professor considera a resolução de problemas importante.

O quadro 1 mostra a metodologia apresentada por Polya (1995) para resolver um problema:

Quadro 1 – Como resolver um problema retirado de Polya (1995)

Como resolver um problema	
<p>Primeiro É preciso compreender o problema.</p>	<p style="text-align: center;">Compreensão do problema</p> <p>Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?</p>
<p>Segundo Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução.</p>	<p style="text-align: center;">Estabelecimento de um plano</p> <p>Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si? Utilizou todos os dados? Utilizou todas as condicionantes? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?</p>

Terceiro Execute o seu plano	Execução do plano Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está certo?
Quarto Examine a solução obtida.	Retrospecto É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Como já foi referido, não basta apenas apresentar os problemas aos alunos. “O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve inculcar em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar.” (Polya, 1995, p. 3)

Para resolver qualquer problema, os estudantes necessitam de passar por várias etapas que englobam: a leitura/escuta do problema; a compreensão das quantidades e relações envolvidas; a capacidade de traduzir a informação em linguagem matemática e efetuar os procedimentos necessários; e, por fim, a verificação se a resposta obtida é plausível (Boavida *et al.*, 2008).

Segundo Boavida *et al.* (2008), Polya (2003) traçou um plano dividido em quatro fases que pode ajudar a resolver um problema:

- 1º. Compreender o problema;
- 2º. Delinear um plano;
- 3º. Desenvolver esse plano;
- 4º. Avaliar os resultados.

Vieira, Cebolo e Araújo (2006) descrevem brevemente cada uma das quatro fases. Na primeira fase – *Compreender o problema* – deve-se identificar o que é conhecido, isto é, os dados, o que é desconhecido (objetivo) e as condições apresentadas.

Na segunda fase – *Delinear um plano* – é necessário definir quais os cálculos ou planos/estratégias para obter a incógnita. O importante nesta fase é apenas a conceção de um plano.

A terceira fase – *Desenvolver esse plano* – refere-se à execução do plano delineado para chegar à solução. Caso se verifique algum impasse volta-se à segunda fase para desenvolver outro plano.

Na última e quarta fase – *Avaliar os resultados* – é pretendido que se faça uma revisão crítica do trabalho realizado, isto é, é necessário verificar o resultado em função da situação inicial do problema e do raciocínio.

Estratégias de resolução de problemas

A resolução de problemas não implica apenas uma estratégia para cada problema, sendo exequível utilizar diversas estratégias para resolver o mesmo problema. Ao conjunto de técnicas que o aluno utiliza para resolver o problema damos o nome de estratégias de resolução (Vieira, Cebolo & Araújo, 2006).

As estratégias são ferramentas que se identificam com processos de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas.

São diversos os investigadores que enumeram estratégias que têm como objetivo auxiliar os alunos a resolver problemas. Estas estratégias fazem com que adquiram destrezas úteis para a resolução de outros problemas. É importante que os alunos sejam persistentes e disciplinados na forma como raciocinam, que estruturam o seu pensamento e que verbalizem o que pensaram para aprenderem a resolver problemas. Como referem Boavida *et al* (2008, pp. 22-23):

Estas estratégias podem ser aplicadas a muitos problemas, sós ou combinadas com outras. Algumas das estratégias, que podem ser utilizadas no ensino básico, são:

- Fazer uma simulação/dramatização;
- Fazer tentativas;
- Reduzir a um problema mais simples;
- Descobrir um padrão;
- Fazer uma lista organizada;
- Trabalhar do fim para o princípio.

Vale e Pimentel (2004) enunciam e descrevem algumas das estratégias possíveis para a resolução de problemas. Descobrir um padrão / Descobrir uma regra ou lei de formação é uma estratégia utilizada em problemas onde é possível obter a resposta por generalizações de soluções específicas.

Fazer tentativas / Fazer conjecturas resume-se à estratégia de tentar “adivinhar” qual a solução verificando a sua veracidade, isto é, se corresponde ao que é pedido no problema. Após a primeira tentativa, caso não se verifique a sua veracidade, o aluno ao analisar os resultados tenta aproximar-se daquilo que é a solução correta.

Na estratégia trabalhar do fim para o princípio o aluno analisa todos os dados recolhidos do problema e inicia-o pelo fim ou pelo que se quer provar.

A utilização da estratégia usar dedução lógica / fazer eliminação implica a análise de todas as hipóteses possíveis e à medida que vão sendo comprovadas como falsas, vão sendo eliminadas, uma a uma. Desta forma vai apenas restar uma, sendo essa a solução correta.

Reduzir a um problema mais simples / decomposição / simplificação implica resolver um determinado caso do problema. Grande parte das vezes aparece associada à estratégia da descoberta de um padrão.

A estratégia fazer uma simulação / fazer uma experimentação / fazer uma dramatização faz com que o aluno utilize objetos, crie um modelo ou faça uma dramatização que traduza o problema a ser resolvido.

A última estratégia apresentada pelas autoras é fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela / fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema. Esta estratégia é utilizada apenas para representar, organizar e guardar informações.

Esta última estratégia é um assunto que é bastante discutível. Diversos autores, como Vale e Pimentel (2004), apresentam-nos como estratégia enquanto outros como Boavida (2008) abordam-nos como representações da resolução de problemas.

Na minha perspetiva, avaliando os conteúdos teóricos, defino a lista organizada e a tabela como estratégia de resolução, visto que nelas podem conter diversos tipos de

representações. Já o desenho, diagrama, gráfico ou esquema classifico-os como representações da resolução de problemas, que muitas vezes ocorre quando se usa a estratégia de fazer uma simulação (sem ser com objetos), fazer tentativas, ou descobrir um padrão.

Representações na resolução de problemas

No nosso dia-a-dia, nos diversos contextos onde nos inserimos, utilizamos representações onde através delas conseguimos não só raciocinar sobre ideias como dar visibilidade ao que pensamos. Isto é, uma representação é uma configuração que caracteriza algo de outra forma (Canavarro & Pinto, 2012).

Na resolução de problemas, as representações são, por um lado, formas de representar os raciocínios realizados pelos estudantes e, por outro, formas de apoiar esses mesmos raciocínios.

Nos seus primeiros anos, as crianças fazem, na sua maioria, representações idiossincráticas, isto é, espontâneas e imediatas. Estas mesmas representações feitas pelos alunos podem ajudá-los não só na compreensão como na própria resolução (Canavarro & Pinto, 2012). Como refere o NCTM (2007, p. 160), os alunos devem “criar e usar representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas”.

A forma de um aluno representar as suas ideias matemáticas está ligada com a forma como compreende e utiliza os seus conhecimentos matemáticos, tal como referem Ponte e Serrazina (2000). É através dessas mesmas representações que o professor tem acesso à forma como o aluno interpreta uma determinada tarefa e qual o seu raciocínio (Pinto, 2012). “Isto é particularmente relevante nas situações problemáticas, em que o aluno revela através das representações a forma como raciocina durante a sua resolução” (Canavarro & Pinto, 2012, p.54).

Bruner (1989) apresenta-nos três tipos de representações: a) representações ativas; b) representações icónicas; c) representações simbólicas.

Para aprofundar mais acerca de cada uma destas representações, de acordo com Bruner (1999), apresenta-se o seguinte excerto:

A estrutura de qualquer domínio do conhecimento pode caracterizar-se de três maneiras: por um conjunto de acções apropriadas para alcançar certo resultado (representação activa); por um conjunto de imagens ou gráficos sumários que representam um conceito sem o definirem plenamente (representação icónica); e por um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema simbólico que é regido por regras ou leis para a formação e transformação de proposições (representação simbólica). (p.66)

Relativamente às representações ativas podemos afirmar que são expressas através da ação, isto é, apesar de conhecermos a ação não há imagens nem palavras que consigam ensinar através de outra forma que não a própria prática como, por exemplo, ensinar a jogar ténis ou a andar de bicicleta (Bruner, 1999).

No que diz respeito às representações icónicas, estas podem subdividir-se, e tendo em conta o contexto dos alunos do 1º ciclo (Canavarro & Pinto, 2012), em três categorias. São elas desenho, símbolos não convencionais e diagrama.

Através do desenho os alunos conseguem expressar aquilo que interpretaram do problema matemático. Smole e Diniz (2001), citados por Canavarro e Pinto (2012), referem que o desenho serve como recurso de interpretação do problema e também como registo da solução. Canavarro e Pinto (2012) citam Cândido (2001), que afirma que “Para crianças que ainda não escrevem, que têm dificuldade em expressar-se oralmente, ou que já escrevem, mas ainda não dominam a linguagem matemática, o desenho pode ser uma alternativa para que elas comuniquem o que pensam“ (p. 55).

Cavalcanti (2001), citado por Canavarro & Pinto (2012), salienta a ideia de que o desenho pode ser usado de três formas distintas. A primeira refere-se à representação de alguns elementos ou a toda a situação exposta no enunciado. Por outro lado, a segunda forma de utilizar o desenho reporta-se à representação da situação correspondente à solução do problema. Por último, a terceira forma refere-se à representação de alguns elementos da situação apresentada, sem interferir na sua resolução.

Os símbolos não convencionais referem-se a representações como traços verticais, traços horizontais, círculos, setas, entre outros. Enquanto no desenho o aluno apresenta pormenorizadamente e detalhadamente aquilo que vê na realidade, no símbolo não convencional representa usando símbolos para assinalar a existência de alguém ou de alguma coisa (Canavarro & Pinto, 2012).

O diagrama, referente ainda às representações icónicas, por vezes recebe a designação de esquema. Um diagrama é uma representação visual que apresenta os dados e as suas relações num formato espacial (Diezmann & English, 2001).

Trata-se de uma representação estrutural em que os detalhes descritivos não são importantes. A sua elaboração constitui uma heurística importante para a resolução de problemas (Wong, 2004). Os diagramas podem ser encarados como representações da estrutura dos problemas e podem transformar-se em verdadeiras ferramentas de apoio ao raciocínio matemático por permitirem desocultar as relações matemáticas em presença, como é muito visível no pensamento algébrico (Canavarro, 2009). Além disso, facilitam o desenvolvimento de inferências corretas sobre a situação representada, tornando-se, assim, uma ferramenta poderosa para raciocinar e obter soluções de problemas mais complexos. (Canavarro & Pinto, 2012, p.58)

Por fim, temos as representações simbólicas convencionais que estão diretamente ligadas à linguagem simbólica. Esta linguagem simbólica refere-se aos símbolos específicos da matemática, onde os seus significados são partilhados representando noções abstratas e relações. Como exemplos temos os algarismos, símbolos aritméticos, símbolos algébricos ou ainda, tabelas de dupla entrada, gráficos cartesianos e diagramas de pontos (Canavarro & Pinto, 2012).

A conceção e a organização do ambiente educativo

Torna-se fundamental, para além da escolha de bons problemas, ensinar aos estudantes como devemos resolvê-los. Desta forma, o profissional de educação não deve encarar a criança nem ignorante nem um recipiente vazio, e antes “alguém capaz de raciocinar, de encontrar sentido, tanto por si mesmo como através da discussão com os outros.” (Bruner, 2000, p. 85). A/O criança/aluno deve ser vista/o como capaz de pensar acerca do próprio pensamento e de corrigir as suas ideias e noções por meio da reflexão (Bruner, 2000).

É importante referir que existem metodologias de ensino fundamentais para tornar o trabalho na resolução de problemas eficaz, que inspiram a conceção e apoiam a organização do ambiente educativo.

O ensino exploratório é uma metodologia de ensino da qual a resolução de problemas pode ser bem desenvolvida por valorizar o papel dos alunos (a sua criatividade e ideias próprias) e o seu raciocínio, individual e em grupo, potenciando assim a discussão de estratégias diversas.

O ensino exploratório da Matemática defende que os estudantes aprendem através do trabalho que realizam com as tarefas apresentadas que fazem emergir a necessidade das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva (Canavarro, 2011; Ponte, 2005).

É através desta metodologia que os alunos têm a possibilidade de verificar que os conhecimentos prévios e procedimentos matemáticos surgem com significado e, ao mesmo tempo, desenvolvem capacidades matemáticas. É apresentado como exemplo a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. “ (...) o papel e a acção do professor, (...) começa com a escolha criteriosa da tarefa e o delimitamento da respectiva exploração matemática com vista ao cumprimento do seu propósito matemático, orientado pelas indicações programáticas.” (Canavarro, 2011, p. 11).

“Este ensino distingue-se do ensino direto pelos papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos, pelas tarefas que são propostas e a forma como são geridas, e pela comunicação que é originada na aula (Ponte, 2005)” (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013, p. 31).

Ainda segundo estes autores, no ensino exploratório a aprendizagem é um processo “simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor), sobrevivendo processos de negociação de significados (Bishop & Goffree, 1986; Canavarro, 2011; Ponte, 2005)”.

A prática de ensino exploratório na matemática vai exigir do professor um trabalho acrescido. O professor não efetua meramente a identificação e seleção das tarefas para a sala de aula, isto é, é um elemento presente em todo o processo, inclusive no trabalho autónomo dos alunos quando resolvem o problema.

Como referem Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), a seleção de uma tarefa adequada é muito importante pois é a partir dela que o aluno vai ter a oportunidade de aprender. Refere-se que, quando a tarefa é selecionada “(...) é crucial que o professor equacione como explorar as suas potencialidades junto dos alunos e se prepare para lidar com a complexidade dessa exploração na sala de aula (Stein *et al.*, 2008).” (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012, p. 256).

Segundo Stein *et al.* (2008) uma aula de ensino exploratório é dividida em quatro fases:

1. Lançamento da tarefa;
2. Exploração pelos alunos;
3. Discussão;
4. Sistematização.

Na primeira fase – *Lançamento da tarefa* – é apresentada uma tarefa matemática ao grupo/turma. A tarefa, que geralmente é um problema, deve ser lida e interpretada pelos estudantes.

Na segunda fase – *Exploração pelos alunos* – é dada a oportunidade aos estudantes de resolverem o problema autonomamente, individualmente ou em pequenos grupos. O profissional de educação acompanha todo o processo, auxiliando em eventuais dúvidas mas tendo em atenção para não reduzir o nível de exigência da tarefa.

A terceira fase – *Discussão* – destina-se à apresentação, por parte dos alunos, das resoluções da tarefa. Nesta fase são apenas escolhidos algumas resoluções tendo em conta o objetivo do docente.

Na última fase – *Sistematização* – é, a partir da discussão das resoluções, realizada uma sistematização e dada uma resposta final ao problema da tarefa.

Abaixo apresenta-se no quadro 2 as ações intencionais em cada fase que o docente deve ter em conta numa aula de ensino exploratório da matemática (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012, p. 262-263):

Quadro 2 – Ações intencionais em cada fase do ensino exploratório da matemática

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
Introdução da tarefa	<p><i>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Familiarizar com o contexto da tarefa - Esclarecer a interpretação da tarefa (como?) - Estabelecer objetivos (o que se quer saber?) <p><i>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Estabelecer conexões com experiências anterior - Desafiar para o trabalho 	<p><i>Organizar o trabalho dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Definir formas de organização do trabalho (grupos de dois ou mais alunos para o trabalho autónomo e turma toda para a discussão coletiva) - Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa para todos os grupos)
Realização da tarefa	<p><i>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Colocar questões e dar pistas - Sugerir representações - Focar ideias produtivas - Pedir clarificações e justificações <p><i>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Cuidar de promover o raciocínio dos alunos - Cuidar de não validar a correção matemática das respostas dos alunos (nem respostas, nem expressões faciais) 	<p><i>Promover o trabalho de pares/grupos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Regular as interações entre alunos - Providenciar materiais para o grupo <p><i>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Pedir registos escritos - Fornecer materiais a usar <p><i>Organizar a discussão a fazer:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificar e selecionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar, e com representações relevantes) - Sequenciar as resoluções selecionadas
Discussão da tarefa	<p><i>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?) - Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas - Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas (tabelas e regras escritas como expressões com letras) <p><i>Regular as interações entre os alunos na discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas - Incentivar a resposta às questões colocadas 	<p><i>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos - Providenciar a reorganização dos lugares/espço para a discussão - Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados <p><i>Gerir relações entre os alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Definir a ordem das apresentações - Promover e gerir as participações dos alunos na discussão

Sistematização das aprendizagens matemáticas	<p><i>Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico suscitado pela exploração da tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificar representações produtivas para obter generalizações (tabela) - Reconhecer o valor de uma regra com letras <p><i>Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Evidenciar ligações com conceitos matemáticos e procedimentos anteriormente trabalhados (ideia de regra com letras; ideia de operação inversa). 	<p><i>Criar ambiente adequado à sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Focar os alunos no momento de sistematização coletiva - Promover o reconhecimento da importância de apurar conhecimento matemático a partir da tarefa realizada <p><i>Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Registo pela professora em folha que previamente estruturou
--	---	---

Em síntese, e ao concluir este capítulo de revisão de literatura, importa sintetizar o significado com que os conceitos fundamentais desta investigação são abordados. Assim, no presente relatório a conceção de problema adotada é de Vale, Pimentel e Barbosa (2015) que definem problema como uma situação que envolve o estudante em atividade na qual não sabe, desde logo, o caminho a seguir para chegar à solução e como um processo onde é necessário o estudante selecionar diferentes estratégias para cada situação apresentada. Adaptado de Boavida *et al* (2008), as estratégias serão categorizadas em a) simulação da situação apresentada; b) tentativa e erro; c) redução a um problema mais simples; d) descoberta de um padrão; e) lista organizada; f) do fim para o princípio. Já as representações serão divididas entre ativas, icónicas (desenhos, símbolos não convencionais e diagramas) e simbólicas.

Por fim, será adotada a metodologia de ensino exploratório da Matemática dividida em quatro fases. A primeira fase destina-se à apresentação da situação problemática, a segunda ao trabalho autónomo dos alunos de resolução do problema, a terceira fase à apresentação e discussão dos resultados obtidos e a quarta fase à sistematização de toda a tarefa.

Capítulo 3 – Metodologia

O atual capítulo refere-se aos procedimentos que foram realizados no decorrer da investigação, isto é, a forma como foi desenvolvida. Desta forma, vai iniciar-se com a descrição e fundamentação das opções metodológicas tomadas, visto ser uma investigação-ação de natureza qualitativa. Seguidamente é realizada a caracterização dos contextos de investigação, mais precisamente o grupo da Educação Pré-Escolar e a turma do 1º Ciclo do Ensino Básico, no que de essencial tem a ver com a sua relação com a matemática. Serão posteriormente apresentados os fundamentos da intervenção didática para as duas valências, tanto para a Educação Pré-Escolar como para o 1º Ciclo do Ensino Básico. Em seguida são explicitadas as tarefas realizadas nos dois contextos e indicadas as suas intencionalidades. O capítulo termina com a descrição do processo de recolha e análise de dados.

Opções metodológicas

Como refere Zuber-Skerrit (1996), citado por Coutinho *et al* (2009), “Fazer Investigação-Ação implica planear, actuar, observar e reflectir mais cuidadosamente do que aquilo que se faz no dia-a-dia, no sentido de introduzir melhorias nas práticas e um melhor conhecimento dos práticos acerca das suas práticas” (p. 363).

Deste modo, durante a PES em ambas as valências foi possível ter a oportunidade de desenvolver uma investigação-ação numa perspetiva de aprendizagem para a melhoria não só das práticas atuais, como das práticas futuras. É objetivo das alunas do Mestrado desenvolverem-se como futuras profissionais de educação e, para tal, é necessário que haja da nossa parte uma atitude reflexiva.

Como referem Coutinho *et al.* (2009),

“Prática e reflexão assumem no âmbito educacional uma interdependência muito relevante, na medida em que a prática educativa traz à luz inúmeros problemas para resolver, inúmeras questões para responder, inúmeras incertezas, ou seja, inúmeras oportunidades para refletir. E é na capacidade de refletir que reside o reconhecimento dos problemas e, conseqüentemente, emerge o pensamento reflexivo.” (p. 358).

A investigação-ação realizada durante a PES é uma ferramenta de regulação das práticas. É através dela que somos capazes de olhar reflexivamente para as nossas próprias práticas, verificar o que correu bem, o que poderia ser alterado e o que poderemos fazer futuramente para melhorar. É, portanto, uma prática reflexiva.

Como afirmam Oliveira e Serrazina (2002), o conceito de prática reflexiva emerge como uma possibilidade para os professores se interrogarem acerca das suas práticas educativas. Esta reflexão dá a oportunidade de olhar para trás e rever as práticas e os acontecimentos passados que lhes sucederam. Como referem estas autoras, “Uma prática reflexiva confere poder aos professores e proporciona oportunidades para o seu desenvolvimento.” (p. 29).

Um professor que reflete e investiga sobre a sua prática é denominado como professor reflexivo e investigador. Como refere Ponte (2002), “A pesquisa dos profissionais da educação sobre a sua prática filia-se em diversas tradições intelectuais, profissionais e académicas.” (p. 40).

Um processo reflexivo, como referem Oliveira e Serrazina (2002), caracteriza-se por um processo permanente de análise após as práticas na procura de significado das experiências presenciadas.

Ainda segundo estas autoras, um professor investigador tem de ser um professor que reflete. Mas refletir sobre as suas práticas não torna um professor investigador. Isto é, refletir é uma condição necessária para ser investigador mas não é uma condição suficiente.

O objetivo de um professor investigador e reflexivo é procurar um melhoramento do seu ensino. Existe, deste modo, uma procura constante com o objetivo

de criar condições para que haja aprendizagens significativas (Oliveira & Serrazina, 2002).

Oliveira e Serrazina (2002) referem ainda que

“Os professores reflexivos desenvolvem a prática com base na sua própria investigação-acção num dado contexto escolar ou sala de aula, que constituem sempre um caso único. A prática é sustentada em teorias da educação em relação às quais o professor mantém uma perspectiva crítica. Deste modo, a prática é sujeita a um processo constante de vaivém que conduz a transformações e a investigações futuras.” (p. 35)

Podemos assim dizer que o ensino reflexivo requer uma constante autoanálise por parte do docente. Implicará uma abertura de espírito, análise rigorosa e consciência social (Oliveira & Serrazina, 2002).

Segundo Dewey (1993), citado por Oliveira e Serrazina (2002), o envolvimento do professor em prática reflexiva implica:

- Abertura de espírito para entender possíveis alternativas e admitir a existência de erros;
- Responsabilidade que permite fazer uma ponderação cuidadosa das consequências de determinada ação;
- Empenhamento para mobilizar as atitudes anteriores. (p. 37)

Ainda segundo Dewey (1933), uma prática verdadeiramente reflexiva ocorre quando uma pessoa tem um problema real que pretende resolver e neste sentido investiga para encontrar a solução.

Relativamente aos benefícios para o professor que é investigador, Brubacher, Case e Reagan (1994), citados por Oliveira e Serrazina (2002), referem que a prática reflexiva ajuda o professor a libertar-se dos comportamentos impulsivos e rotineiros, permite-lhe atuar de uma forma intencional e deliberada e ainda distingue-o como ser humano informado, visto ser uma das características da ação inteligente.

Concluindo, uma prática reflexiva proporciona aos professores a oportunidade para crescer como profissionais de educação, tornando-se mais responsáveis, melhores e mais conscientes (Oliveira & Serrazina, 2002).

Foi neste sentido que foi adotada a metodologia de investigação-ação tendo como objetivo perceber quais as estratégias do profissional, educador/professor, que se tornam eficazes para melhorar as capacidades das/dos crianças/alunos de resolução de problemas.

A caracterização dos contextos de investigação

Nesta segunda secção do presente capítulo serão caracterizados ambos os contextos onde foi realizada a investigação, mais propriamente o grupo da Educação Pré-Escolar e a turma do 1º Ciclo do Ensino Básico e no que diz respeito à sua relação com a Matemática e capacidade de resolver problemas. Em ambas as valências a caracterização teve como base as observações realizadas direta e indiretamente, os diálogos não só com as/os crianças/alunos como com a educadora e professora cooperantes, com as auxiliares e professoras de apoio. Outros documentos fundamentais para a realização desta caracterização foram os Planos Educativos das duas instituições referidas no capítulo 1, o Projeto Curricular de sala na Educação Pré-Escolar e o Plano de Atividades da turma do 1º Ciclo do Ensino Básico.

O grupo da Educação Pré-Escolar

A investigação no contexto da Educação Pré-Escolar decorreu no período entre fevereiro e maio de 2015. Na sala onde realizei a investigação existe um grupo constituído por dezassete crianças, das quais dez são do sexo masculino e sete do sexo feminino. Podemos verificar na tabela 1 a frequência de idades e sexos presentes neste grupo de crianças.

Tabela 1 – Distribuição de idades e sexo no grupo de crianças

Anos	3		4		5	
Sexo	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.
Frequência	1	0	5	6	4	1

É de salientar que os presentes dados foram retirados do Projeto Curricular de Sala e que as idades mencionadas foram calculadas tendo em conta o último dia do mês de maio, isto é, 31 de maio de 2015.

É um grupo heterogéneo cujas idades variam entre os três e os cinco anos. Podemos afirmar que grande parte das crianças têm quatro anos (onze), sendo cinco do sexo masculino e seis do sexo feminino, cinco têm cinco anos, sendo quatro do sexo masculino e uma do sexo feminino e apenas uma tem três anos sendo do sexo masculino.

Esta diferença de idades é de realçar pois as crianças mais velhas já tomaram consciência de que devem ajudar as mais novas. A troca de experiências e a entajuda revela uma consciência de preocupação, cuidado e colaboração por parte das crianças mais velhas. Sem ser necessário pedir, vão ao encontro das crianças mais novas e ajudam-nas, por exemplo, para lavar as mãos ou os dentes. É interessante perceber que estas práticas têm vindo a mostrar-se muito enriquecedoras para as aprendizagens das crianças.

É de referir que uma das crianças apresenta uma doença cujo nome é trissomia 10. Não só essa criança, como outra são acompanhadas por duas profissionais da equipa de intervenção precoce que estão com eles semanalmente realizando atividades no ginásio da instituição.

A equipa educativa que acompanha o grupo é constituída pela educadora Ana Chaveiro e a auxiliar de ação educativa, Virgínia Raposo, que acompanham o grupo desde o primeiro ingresso na instituição.

Para além destas profissionais, ao longo do ano, o grupo recebe estagiários(as) provenientes das escolas de formação profissional e da Universidade de Évora.

No geral, o grupo gosta de estar na sala de atividades, quer a realizar as atividades propostas, quer a brincar nas várias áreas existentes na sala. Já no recreio, no quintal, as crianças gostam de correr livremente, brincar na caixa de areia e pendurar-se na estrutura de plástico que lá se encontra.

Percebe-se que o grupo mostra um grande interesse por questões culturais, apreciando visitar diferentes museus e locais que apresentem uma grande riqueza cultural. Demonstra igualmente grande interesse pela culinária e pela leitura.

Em relação ao contexto familiar das crianças do grupo, quase todas vivem com os dois progenitores. No geral são casais jovens de classe social média. Relativamente ao que observei, grande parte empregados no centro histórico de Évora. É de referir que apenas algumas crianças não têm irmãos.

Relativamente ao domínio da Matemática as crianças mostram grande interesse. Baseando-se nas metas de aprendizagem da Educação Pré-Escolar, mais especificamente na área da Matemática (Ministério da Educação, 2010), foi feita uma análise às capacidades das crianças. Começa-se a entender logo pela rotina diária em que as crianças na marcação das presenças pedem para contar quantas crianças estão presentes, quantas faltam, quantos dias já passaram do mês e quantos dias faltam para terminar o mês (*metas finais 7, 8 e 9 do domínio números e operações*).

Durante as atividades de resolução de determinados problemas encontrados as crianças mostraram-se capazes de utilizar o 5 como um número de referência, nomeadamente no problema dos colares das princesas, contaram os objetos de uma dada propriedade, estabeleceram relações objetos-número (*metas finais 2, 3, 10, 11 do domínio números e operações*). Nestas atividades foi notório as competências das crianças em exprimir as suas ideias acerca da forma como iriam resolver os problemas tanto oralmente como por desenhos (*meta final 14 do domínio números e operações*). As crianças são capazes de resolver problemas simples do seu dia-a-dia relacionados, por exemplo, com a colocação da mesa para o almoço. “Quantos garfos faltam? E quantos guardanapos?” (*meta final 13 do domínio números e operações*).

Na resolução de problemas, é de referir a maioria era capaz de resolver os problemas do quotidiano, contudo algumas crianças apresentavam ainda algumas

dificuldades. Todavia, todas reagiam aos problemas com vontade de os resolver e sempre enfrentando os desafios.

A resolução de problema com as crianças, visto basear-se em situações do quotidiano, era resolvida em grande grupo, no caso da contagem das crianças, em pequenos grupos ou individualmente, no caso da colocação da mesa para o almoço. As crianças respondiam a estes problemas oralmente, isto é, utilizavam sempre representações ativas para as auxiliar. Eram utilizados os recursos existentes na sala, ou que fizessem parte da situação problemática apresentada, tal como guardanapos, talheres ou o mapa das presenças.

Segundo a tipologia de Boavida (2008), as crianças resolviam problemas de cálculos, isto é, apenas necessitam de realizar uma ou mais operações, não necessitando de delinear uma estratégia de resolução. Já segundo a tipologia de Palhares (1997), os problemas apresentados às crianças denominavam-se problemas de capacidades, ou seja, problemas em que era necessário a utilização do cálculo mental.

É de salientar que as crianças não resolviam problemas planificados previamente pela educadora da sala, mas sim aqueles que surgiam no dia-a-dia das crianças na instituição ou no decorrer dos projetos desenvolvidos.

A turma do 1º Ciclo do Ensino Básico

A investigação no contexto do 1º Ciclo do Ensino Básico decorreu no período entre setembro e dezembro de 2015, numa turma de 3.º ano. Na sala onde realizei a investigação existe uma turma constituída por vinte e seis alunos, dos quais treze são do sexo masculino e treze do sexo feminino. Podemos verificar na tabela 2 a frequência de idades e sexos presentes nesta turma.

Tabela 2 – Distribuição de idades e sexo no grupo de alunos

<u>Anos</u>	8		9	
<u>Sexo</u>	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.
<u>Frequência</u>	10	12	3	1

É de salientar que os presentes dados foram retirados do Plano de Atividades da Turma e que as idades mencionadas foram calculadas tendo em conta o último dia do mês de dezembro, isto é, 31 de dezembro de 2015.

É um grupo heterogéneo cujas idades variam entre os oito e os nove anos. Podemos afirmar que grande parte dos alunos têm oito anos (22), sendo dez do sexo masculino e doze do sexo feminino e apenas quatro alunos têm nove anos, sendo três do sexo masculino e um do sexo feminino.

É de referir que um dos alunos é abrangido pelo ensino especial. É acompanhado por uma profissional, uma vez por semana. Acompanha as atividades da turma, todavia, a professora pontualmente trabalha individualmente com o aluno no sentido de o ajudar na escrita e leitura.

Quanto ao tempo de frequência na instituição, apenas dois dos alunos não se inscreveram logo no 1º ano. Uma das alunas integrou-se na turma este ano e o outro aluno no 2º ano. Os restantes têm vindo a ser acompanhados pela docente Domingas Canhoto desde o seu ingresso na instituição. Ao ter a oportunidade de acompanhar a turma desde a sua formação, a professora Domingas conhece-os bem, tendo sempre em atenção os seus interesses e necessidades.

Em relação ao contexto familiar dos alunos da turma, quase todos vivem com os dois progenitores. É de salientar que grande parte da turma tem mais que um irmão. No geral são casais jovens de classe social média.

Numa perspetiva geral, a turma é muito empenhada, autónoma e trabalhadora. Na área da Matemática, nomeadamente na resolução de problemas, os alunos

apresentam já algumas capacidades desenvolvidas através do trabalho realizado desde o 1.º ano pela docente titular da turma. Os alunos demonstram um gosto muito grande por tarefas deste género, perguntando constantemente quando iriam realizar uma nova tarefa mesmo sabendo que estas eram realizadas todas as quintas-feiras. O facto de realizarem anteriormente tarefas de resolução de problemas ajudou-os no desenvolvimento das capacidades de raciocínio matemático e de comunicação não só em pequeno como em grande grupo. Foi possível observar que os alunos já tinham adquirido algumas estratégias de resolução, não sendo esse o motivo de inibição da realização das tarefas.

Na sua maioria, a turma utilizava a estratégia de simulação da situação apresentada como primeira opção de resolução de problemas, contudo eram conhecedores de estratégias como lista organizada, apesar de não a utilizarem com frequência.

No que respeita às representações, os alunos recorriam frequentemente às representações icónicas, mais precisamente aos desenhos e aos símbolos não convencionais. As representações simbólicas eram utilizadas mas com menor frequência. Relativamente às representações ativas, ao contrário do contexto de Educação Pré-Escolar, raramente eram utilizadas.

Foi efetuada uma intervenção junto dos alunos que tornou-se eficaz no âmbito do tempo de realização das tarefas matemáticas. Os alunos previamente mostraram alguma dificuldade na gestão do tempo durante este tipo de tarefas, pois ficavam muitas vezes sem tempo para passar as suas resoluções para a folha A3. Desta forma, foi fundamental trabalhar com os mesmos esta componente essencial, não só para este tipo de tarefas, como para o futuro.

Fundamentos da intervenção didática

É de referir que antes de haver uma intervenção didática no âmbito da presente investigação foi necessário fazer uma observação e análise acerca dos contextos, dos interesses, necessidades e conhecimentos já revelados por parte das crianças e dos

alunos. Adequar a intervenção didática às crianças torna-se fundamental, visto que estas já detêm conhecimentos que são importantes considerar com vista a poder tornar as suas aprendizagens seguintes não só eficazes como significativas. Foi, desta forma, possível observar tanto nas atitudes das crianças e dos alunos um grande interesse e motivação para desenvolverem as suas capacidades de resolução de problemas. Foi do interesse de todos que se tornassem bons resolvedores de problemas.

Para que se tornassem bons resolvedores de problemas era necessário terem conhecimentos de estratégias diversificadas, porque apesar de já conhecerem algumas é necessário não só reforça-las como conhecer mais estratégias. Relativamente às representações, é necessário que sejam capazes de as utilizar eficazmente, consoante o problema apresentado.

Foi geral a timidez demonstrada pelas crianças e alunos quando eram confrontadas com situações de comunicação a todo o grupo. O objetivo foi incentivar as crianças a não terem receio de apresentar os seus raciocínios porque todos são válidos para discussão.

A minha intervenção didática foi estruturada primeiramente através da escolha dos problemas, planificação das aulas relativas à exploração desses mesmos problemas e implementação segundo a planificação. A estrutura da planificação centrava-se na apresentação da tarefa, qual o papel das crianças e alunos e do adulto, o que se esperava durante a apresentação das resoluções, o que iria ser apresentado na síntese da tarefa e finalmente como era feita a avaliação (ver apêndice 1).

Na fase da escolha dos problemas a apresentar foi tido em conta os critérios apontados por Boavida *et al* (2008) no que concerne às características de bons problemas. São elas: a) ser compreendido pelos alunos mesmo que a solução não seja imediatamente atingível; b) ser motivantes e intelectualmente estimulantes para os alunos; c) possam apresentar mais do que apenas um processo de resolução; d) possam integrar diversos temas.

Este trabalho, apesar de executado por mim, teve por base uma análise não só por parte da minha orientadora, como da educadora e professora cooperantes. O facto de existir esta análise foi estrategicamente benéfico para as crianças e alunos que se

depararam com tarefas adequadas não só aos seus interesses, como às suas necessidades.

Tendo por base um dos objetivos desta investigação, promover a adoção do modelo das quatro fases da resolução de problemas enumeradas por Polya, este foi apresentado aos estudantes, não só no contexto de Educação Pré-Escolar como no contexto de 1º Ciclo do Ensino Básico. Pretendia-se analisar se detinham conhecimentos acerca de alguma metodologia de resolução de problemas e, caso não existisse nenhuma, apresentar o modelo de Polya como referência.

Princípios da intervenção na Educação Pré-Escolar

No contexto da Educação Pré-Escolar, a intervenção didática foi estruturada para que as crianças tivessem acesso a tarefas potenciadoras do desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e, ao mesmo tempo, adequadas aos conhecimentos já adquiridos e às suas necessidades. Relativamente aos interesses das crianças, estes foram devidamente respeitados visto que os temas das tarefas matemáticas se relacionaram com o tema do projeto que estava a ser desenvolvido na sala.

O projeto em questão inseria-se no trabalho por projetos em que o tema escolhido pelas crianças foi os “Castelos”. A partir deste tema foram desenvolvidas diversas tarefas, entre elas, as tarefas matemáticas de resolução de problemas.

As tarefas apresentadas às crianças foram por estas realizadas tanto em pequenos grupos, como em grande grupo. Privilegiou-se o trabalho em colaboração pois a discussão e troca de ideias é adequada quando tem de se definir estratégias que implicam criatividade e diversas possibilidades, como é a resolução de problemas. Além disso, a diferente organização dos grupos visou ao desenvolvimento de competências de socialização e cooperação e também à melhoria das aprendizagens realizadas pelas crianças. De acordo com as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1997) “O educador alarga as oportunidades educativas, ao favorecer uma aprendizagem cooperada em que a criança se desenvolve e aprende, contribuindo para o desenvolvimento e aprendizagem de outras” (p. 36).

Nunca é demais salientar que todos os conhecimentos prévios das crianças foram valorizados e tidos em conta na planificação das tarefas matemáticas. Foram sempre elogiados tanto os conhecimentos prévios como as aprendizagens realizadas ao longo das tarefas apresentadas.

Pretendia-se explorar com as crianças o uso de representações múltiplas, isto é, em especial as icónicas e as ativas. Nos seus primeiros anos, as crianças fazem, na sua maioria, representações idiossincráticas, isto é, espontâneas e imediatas. Estas mesmas representações feitas pelos alunos podem ajudá-los não só na compreensão como na própria resolução (Canavarro & Pinto, 2012).

O uso do desenho pelas crianças como representação do seu raciocínio, representações icónicas, é abordado por Canavarro e Pinto (2012) que citam Cândido (2001) que afirma que «Para crianças que ainda não escrevem, que têm dificuldade em expressar-se oralmente, ou que já escrevem, mas ainda não dominam a linguagem matemática, o desenho pode ser uma alternativa para que elas comuniquem o que pensam» (p. 55). Este trabalho irá fornecer às crianças recursos diversos no que concerne à promoção dos seus raciocínios matemáticos.

Relativamente às estratégias de resolução, pretendia-se apresentar às crianças estratégias diversas e simples, adequadas à sua faixa etária.

A promoção das aprendizagens com base na comunicação e discussão pelas crianças foi fulcral na investigação. A criança deve ser vista como capaz de pensar acerca do próprio pensamento e de corrigir as suas ideias e noções por meio da reflexão (Bruner, 2000). A aprendizagem é um processo “simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor), sobrevivendo processos de negociação de significados (Bishop & Goffree, 1986; Canavarro, 2011; Ponte, 2005)” (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013, p. 3).

No geral, é possível afirmar que todas as interações efetuadas, tanto criança-criança como adulto-criança, como todos os processos de identificação do problema, delimitação de um plano utilizando diferentes estratégias foram benéficas para todo o processo de ensino-aprendizagem no que concerne à resolução de problemas.

Princípios da intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico

No que se refere ao 1º Ciclo do Ensino Básico, é de salientar que os problemas apresentados à turma foram previamente escolhidos e discutidos com a orientadora e professora cooperante. Foram selecionados intencionalmente tendo em conta que apresentavam diferentes tipos de estratégias e representações possíveis. É objetivo da investigação que os alunos tenham acesso a diferentes tipos de estratégias e representações e quando deparados com problemas semelhantes tenham a capacidade de utilizá-los de forma eficaz.

Numa primeira fase, antes do início da apresentação das tarefas, foi importante realizar observação dos conhecimentos já adquiridos pelos alunos. Foi igualmente pertinente o diálogo com a professora cooperante de modo a adaptar os problemas às capacidades dos alunos de modo a não os tornar nem fáceis nem demasiado difíceis. As tarefas tornaram-se, desta forma, desafiantes e os alunos demonstraram um enorme interesse em resolvê-las.

É de afirmar que as tarefas apresentadas seguiram uma metodologia de ensino exploratório da Matemática, conforme referido no capítulo 2. Recordo que “Este ensino distingue-se do ensino direto pelos papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos, pelas tarefas que são propostas e a forma como são geridas, e pela comunicação que é originada na aula (Ponte, 2005)” (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013, p. 31).

Neste sentido, o enunciado era apresentado, lido e posteriormente explicado por um aluno de modo a que os colegas entendessem de uma melhor forma. Passada esta primeira fase, seguia-se a resolução da tarefa em pequenos grupos de 3, 4 ou 5 alunos. Nesta fase os alunos resolviam de forma cooperada o problema, sem ajuda do adulto, apenas para pequenas questões de compreensão, e passavam-no para folhas A3 ou A2. Eram escolhidos 3 a 4 grupos para apresentarem as suas resoluções consoante as estratégias e representações utilizadas. Seguia-se a discussão da tarefa e posterior sistematização.

Salienta-se o facto dos contributos que a discussão das resoluções tem para os alunos. “Além disso tem de ser dada sempre aos alunos oportunidade de questionar, explicar e comunicar as suas ideias, mesmo quando erradas.” (Vale *et al*, 2006, p. 11). O facto de existir o confronto de opiniões e discussão de diferentes pontos de vista auxilia os alunos a clarificar e a aprofundar o seu conhecimento matemático. Desta forma, foi importante ter sido criado um espaço de discussão após a resolução dos problemas pelos alunos.

Ainda relativamente à discussão e à sistematização da tarefa, os alunos serem confrontados com a “constatação de que um mesmo problema pode ser resolvido de vários modos, recorrendo a diferentes estratégias ou envolvendo diferentes abordagens, (...)”, (Vale *et al*, 2006, p. 11) dá possibilidade aos alunos de consolidarem as suas ideias de que é possível resolver as tarefas matemáticas de resolução de problemas através de “(...) vários caminhos para chegar ao mesmo fim e também que, de um mesmo ponto de partida, se pode chegar a vários destinos, dependendo dos conhecimentos existentes, do esforço e persistência colocados na resolução.” (Vale *et al*, 2006, p. 11).

Foi ainda elaborada e aplicada uma entrevista à docente cooperante titular da turma com o objetivo de auscultar a sua visão acerca da evolução da capacidade de resolver problemas em matemática dos alunos da turma bem como conhecer como aprecia os contributos das características da intervenção por mim concretizada na evolução dos alunos. Foi uma entrevista respondida por escrito e é possível lê-la por completo no apêndice 2.

Descrição e intencionalidade das tarefas

Esta secção do presente capítulo dedica-se à descrição das tarefas e explicitação das suas intencionalidades. Irá iniciar-se com as tarefas relativas à Educação Pré-Escolar, seguidas das tarefas referentes ao 1º Ciclo do Ensino Básico.

As tarefas na Educação Pré-Escolar

Abaixo segue-se uma tabela com o nome das quatro tarefas apresentadas e da sua correspondente calendarização.

Tabela 3 – Calendarização das tarefas da investigação na Educação Pré-Escolar

Tarefa	Calendarização
Decoração das taças reais	18/05/2015
Vamos ajudar a princesa	21/05/2015
Colares para as princesas	25/05/2015
Quantas taças cabem no cofre do rei?	28/05/2015

É de notar que o trabalho desenvolvido para a recolha de dados da investigação decorreu durante duas semanas, de uma forma concentrada. O facto de estar a realizar um projeto, segundo a metodologia de trabalho por projetos, influenciou negativamente o decorrer da investigação, visto que as atividades a realizar não deixavam espaço para as tarefas matemáticas de resolução de problemas. Desta forma, foram apresentadas apenas quatro tarefas às crianças, que a meu ver não foram suficientes para desenvolver as capacidades que desejava. Todavia, foi possível retirar dados para analisar posteriormente.

De seguida apresenta-se uma descrição pormenorizada das diferentes tarefas matemáticas apresentadas às crianças no contexto de Educação Pré-Escolar. Esta descrição tem enfoque nos objetivos e nos recursos utilizados durante a implementação das tarefas.

O facto das crianças se encontrarem em idades compreendidas entre os 3 e os 5 anos e de não estarem habituadas a realizar tarefas de resolução de problemas fez com que houvesse um maior cuidado e ajuda por parte dos adultos. Esta ajuda teve o propósito de auxiliar as crianças não só a entenderem o que era pedido, como a exprimirem os seus raciocínios matemáticos e também na escrita dos mesmos nas folhas A3.

Era objetivo principal entender quais as estratégias utilizadas pelas crianças para resolver o problema e as mesmas eram discutidas em grande grupo dando a oportunidade às mesmas de conhecerem diferentes raciocínios utilizados.

Tarefa: Decoração das taças reais

A primeira atividade – “Decoração das taças reais” – consistia em descobrir, em pequenos grupos, quantas folhas com as figuras dos reis seriam necessárias imprimir para a decoração de 20 taças para não imprimirmos nem folhas a mais nem folhas a menos. A tarefa foi apresentada verbalmente a partir de uma situação problemática a grupos de 4 e 5 crianças. As crianças estavam sentadas à volta de uma mesa e era apresentado o problema e os diversos materiais. Cada grupo resolvia em tempos separados e, no final, todos sentados na área do tapete discutiram quais os resultados obtidos e como chegaram a eles.

A tarefa pedia que as crianças fizessem primeiramente conjeturas acerca de quantas figuras seriam necessárias para apenas uma taça. De seguida era pretendido que verificassem que as taças necessitavam de 6 figuras de reis, cada uma. Nessa altura foi colocada a questão: “Quantas figuras irão precisar para as 20 taças?”

No final era pedido que desenhassem nas folhas os resultados obtidos.



Figura 1 – Recursos utilizados na tarefa matemática

Os recursos utilizados foram, como se pode verificar na figura, 20 taças, folhas A4 com figuras de reis, 6 filas com 6 figuras cada uma, folhas A3, canetas de feltro e lápis de cor.

Tarefa: Vamos ajudar a princesa

A segunda atividade – “Vamos ajudar a princesa” – consistia em verificar, em pequenos grupos de 4 ou 5 crianças, quantos conjuntos de roupas eram possíveis fazer com duas partes de cima (coletes) e três partes de baixo (saias).

Inicialmente, sentadas à volta de uma mesa, as crianças foram informadas que a princesa queria ir ao baile e não sabia o que vestir. A princesa precisava de ajuda e foi pedido às crianças para ajudarem a princesa a encontrar todas as maneiras de combinar as peças de roupa para que no fim a princesa pudesse escolher a que gostasse mais. As crianças desenvolveram a atividade registando as suas descobertas em folhas A3.



Figura 2 – Recurso utilizado na tarefa matemática

Os recursos materiais utilizados na realização desta tarefa foram uma boneca de papel, três saias e dois coletes, folhas A3, canetas de feltro e lápis de cor.

Tarefa: Colares para as princesas

A terceira atividade – “Colares para as princesas” – consistia em descobrir, em pequenos grupos de 4 ou 5 crianças, quantas contas iriam necessitar de uma cor e de outra. Estas cores seriam à escolha das crianças que acabaram todas por escolher cor-de-rosa e azul por imitação do primeiro grupo.

Inicialmente, sentadas à volta de uma mesa, as crianças tinham de contar quantas contas tinha um colar já construído e para quantas princesas teríamos de construir os colares. Após verificarem que eram 10 contas por cada colar e que tinham de construir 5 colares, era pedido que as crianças colorissem o colar na folha A3 respeitando um motivo por elas escolhido. Posteriormente era pedido que contassem quantas contas azuis existiam e quantas cor-de-rosa para que descobrissem qual o número total de contas de cada cor que necessitavam. Cada grupo definiu a sua estratégia para descobrir quantas contas seriam necessárias.



Figura 3 – Recursos utilizados na tarefa matemática

Os recursos utilizados na exploração desta tarefa foram, colares de contas, tintas, fios, folhas A3, canetas de feltro e lápis de cor.

Tarefa: Quantas taças cabem no cofre do rei?

A quarta atividade – “Quantas taças cabem no fundo do cofre do rei?” – consistia em descobrir, em grande grupo, sentados na área do tapete, diversas formas de arrumar 12 taças de “cristal” no cofre do rei. Tiveram de ter em especial atenção a forma como as colocavam pois não podiam partir-se, ou seja, não podiam colocá-las de forma aleatória, tinham de estar bem arrumadas. O objetivo era que as crianças através de tentativa e erro conseguissem descobrir quantas formas diferentes existiam de arrumar as 12 taças.



Figura 4 – Recursos utilizados na tarefa matemática

Os recursos materiais utilizados no desenvolvimento da tarefa matemática foram uma caixa de cartão anteriormente transformada em cofre e 12 taças de plástico a imitar as taças de cristal.

As tarefas no 1º Ciclo do Ensino Básico

Abaixo segue-se uma tabela com o nome das nove tarefas apresentadas e da sua correspondente calendarização.

Tabela 4 – Calendarização das tarefas da investigação no 1º Ciclo do Ensino Básico

Tarefa	Calendarização
Reunião de pais	15/10/2015
Vamos pensar	22/10/2015
Os animais da quinta	26/10/2015
Os passageiros do autocarro	05/11/2015
As molas da roupa	12/11/2015
Os telefonemas dos amigos	19/11/2015
As caixas dos lápis de cor	26/11/2015
A cesta das peras da Maria	03/12/2015
A festa de Natal	10/12/2015

É de notar que o trabalho desenvolvido para a recolha de dados da investigação decorreu durante os três meses de PES. O facto da recolha de dados decorrer num período alargado foi fundamental para se conseguir explorar todas as estratégias e representações desejadas. Foi igualmente importante para conseguir observar as diferenças nas capacidades dos alunos de resolver problemas, no início e no fim da recolha de dados. Esta exploração não se limitou à apresentação de estratégias e representações apenas uma vez, isto é, foram exploradas estratégias e representações diversificadas várias vezes, não só em diferentes problemas como no mesmo.

Como foi acima referido, a exploração das tarefas apresentadas aos alunos no âmbito da investigação, seguiu a metodologia de ensino exploratório da Matemática. Neste sentido, a aula foi estruturada em quatro fases. A primeira fase, destinada à apresentação da tarefa, tinha uma duração de 10 minutos onde eram distribuídos os materiais e eram lidos e explicados os enunciados tendo o cuidado de não validar eventuais sugestões dos alunos que pudessem surgir quanto a respostas ou quanto a estratégias a adotar.

De seguida passam para a segunda fase, o trabalho de grupo, onde exploravam e tentam resolver a tarefa em pequenos grupos. Tem uma duração de 20 minutos em que

é sugerido aos alunos que utilizem 15 minutos para resolução da tarefa e 5 minutos para a representarem no papel A3. Nesta fase do desenvolvimento da tarefa o docente tem um papel fundamental, que consta nas planificações das mesmas (ver exemplo em apêndice 1), em que não fica a observar, mas dirige-se aos grupos com o objetivo de compreender qual ou quais as estratégias utilizadas, fazendo um registo, e auxiliando-os em questões de compreensão do problema.

A terceira fase é destinada à discussão da tarefa e tem uma duração de 45 minutos. Nesta fase o docente escolhe entre 3 e 4 resoluções para que o grupo respetivo apresente. É pedido aos alunos que estão a observar a apresentação que tomem atenção e que façam perguntas caso tenham dúvidas ou não entendam alguma palavra dita pelos colegas. Aos alunos que apresentam a sua resolução é pedido que expliquem todos as etapas dos seus raciocínios de modo a serem capazes de verbalizar o mesmo e também porque, muitas vezes, o que está escrito na folha A3 não transmite o raciocínio seguido na sua totalidade. É igualmente nesta fase que o docente tem um papel ativo no que concerne às questões colocadas aos alunos de modo a facilitar as suas verbalizações. Neste momento o docente ainda não valida qualquer resposta dada pelos alunos, apenas questiona os alunos sobre a mesma.

A última fase, designada por sistematização das aprendizagens, tem uma duração de 15 minutos e destina-se à sistematização de todas as resoluções apresentadas, dando uma resposta definitiva ao problema e evidenciando o poder das diferentes estratégias e representações possíveis, tenham sido ou não usadas pelos alunos, de modo a enriquecer as suas ferramentas matemáticas.

É de salientar que em todas as sistematizações foi utilizada uma resolução através de tabela, visto que os alunos não utilizavam muito esta estratégia. A tabela organiza muito bem os dados do problema, desde que seja bem utilizada, e gradualmente foi possível observar uma maior utilização desta estratégia na resolução das tarefas.

De seguida apresenta-se uma descrição pormenorizada das diferentes tarefas matemáticas apresentadas aos alunos no contexto de 1º Ciclo do Ensino Básico. Esta descrição tem enfoque nos objetivos de cada tarefa de modo a facilitar a compreensão da escolha das mesmas.

Tarefa: Reunião de pais

Reunião de Pais

Os professores do 3º ano vão fazer uma reunião de pais, onde estarão presentes 95 pais.

Podemos sentar em cada mesa 5 pais.

De quantas mesas precisamos para sentar todos os pais?

Nesta tarefa esperava-se que os alunos utilizassem estratégias como tentativa e erro e listas organizadas. No que toca a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos ou diagramas).

Tarefa: Vamos pensar

Vamos pensar

Imagina que a professora Filipa tinha comprado 15 maçãs.

Quando chegou à escola o cheiro das maçãs começou a invadir a sala de aula e todos os 20 alunos quiseram provar as maçãs.

Ajuda a professora Filipa a fazer a divisão para que todos fiquem com a mesma quantidade de maçãs.

Nesta tarefa esperava-se que os alunos utilizassem estratégias como tentativa e erro ou simulações da situação apresentada. No que se refere a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos, símbolos não convencionais ou diagramas) e representações simbólicas.

Tarefa: Os animais da quinta

Os animais da quinta



A Rita e o Tiago estavam à espera da sua avó na quinta junto das galinhas e dos porcos. Para passar o tempo decidiram contar o número de patas existentes. Ao todo o Tiago contou 48 patas. E a Rita contou os animais e encontrou 17. Quantas galinhas eram? E porcos?

Nesta tarefa esperava-se que os alunos utilizassem estratégias como tentativa e erro, tentativa e erro, com acerto dos números para nova tentativa a partir da análise da primeira situação ensaiada, simulações da situação apresentada e listas organizadas. No que se refere a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos ou diagramas) e representações simbólicas.

Tarefa: Os passageiros do autocarro

Os passageiros do autocarro



Um autocarro partiu da estação com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco e na terceira entrou um, tendo chegado ao destino doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Nesta tarefa esperava-se que os alunos utilizassem estratégias como tentativa e erro, tentativa e erro, com acerto dos números para nova tentativa a partir da análise da primeira situação ensaiada, simulações da situação apresentada, resolver de trás para a frente e lista organizada. No que concerne a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos ou diagramas) e representações simbólicas.

Tarefa: As molas da roupa

As molas da roupa



A Inês vai pôr a secar toalhas. Como é uma rapariga muito organizada, pendura todas as toalhas utilizando o mesmo processo. Ajuda a Inês a descobrir quantas molas são necessárias para pendurar 20 toalhas.

Nesta tarefa conjecturava-se que os alunos utilizassem estratégias como simulações da situação apresentada ou listas organizadas. No que concerne a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos ou diagramas).

Tarefa: Os telefonemas dos amigos

Os telefonemas dos amigos

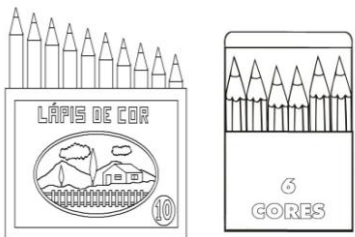


Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descobre quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para se felicitarem todos entre si... E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam? Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?

Nesta tarefa esperava-se que os alunos utilizassem estratégias como simulações da situação apresentada e listas organizadas. No que concerne a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações simbólicas (desenhos ou diagramas) e representações simbólicas.

Tarefa: As caixas dos lápis de cor

As caixas dos lápis de cor



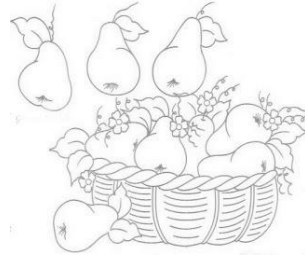
A professora Florência comprou 13 caixas de lápis de cor para os seus alunos. Uns vinham embalados em caixas de meia dúzia e outros de uma dezena. Quando os lápis estavam todos em cima da mesa, a Margarida contou 110. Quantas caixas de cada tipo foram compradas?

Nesta tarefa conjecturava-se que os alunos utilizassem estratégias como tentativa e erro, tentativa e erro, com acerto dos números para nova tentativa a partir da análise da primeira situação ensaiada, simulações da situação apresentada ou listas organizadas. No que concerne a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos ou diagramas) e representações simbólicas.

Conjecturava-se ainda que os alunos identificassem esta tarefa como semelhante à tarefa “Os animais da quinta” e por isso, mobilizassem as estratégias utilizadas anteriormente para resolver o problema de forma eficaz.

Tarefa: A cesta das peras da Maria

A cesta das peras da Maria



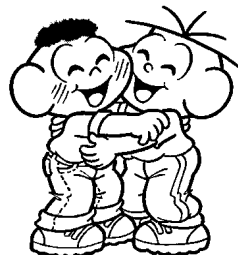
A Maria trazia uma cesta com peras. Encontrou o seu amigo Francisco e deu-lhe metade das peras que levava. Depois encontrou a Raquel e deu-lhe novamente metade das suas peras. Mais adiante encontrou a Rita e deu-lhe novamente metade das peras. Ficou apenas com 3 para dividir com as suas duas irmãs. Quantas peras tinha no início a Maria?

Nesta tarefa esperava-se que os alunos utilizassem estratégias como tentativa e erro, tentativa e erro, com acerto dos números para nova tentativa a partir da análise da primeira situação ensaiada, simulações da situação apresentada, resolver de trás para a frente e listas organizadas. No que concerne a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos ou diagramas) e representações simbólicas.

Conjeturava-se ainda que os alunos identificassem esta tarefa como semelhante à tarefa “Os passageiros do autocarro”, e por isso, mobilizassem as estratégias utilizadas anteriormente para resolver o problema de forma eficaz.

Tarefa: A festa de Natal

A festa de Natal



Na festa de Natal organizou-se um lanche para a turma do Francisco, que tem 20 alunos. Quando chegaram ao lanche todos os alunos abraçaram-se. Descobre quantos abraços foram dados pelos alunos da turma do Francisco.

Nesta tarefa esperava-se que os alunos utilizassem estratégias como simulações da situação apresentada e listas organizadas. No que concerne a representações esperava-se que os alunos utilizassem representações icónicas (desenhos ou diagramas) e representações simbólicas.

Conjeturava-se ainda que os alunos identificassem esta tarefa como semelhante à tarefa “Os telefonemas dos amigos”, e por isso, mobilizassem as estratégias utilizadas anteriormente para resolver o problema de forma eficaz.

Recolha e análise dos dados

A recolha de dados

A recolha de dados foi realizada através de diversas técnicas. Nesta investigação, a observação foi a técnica maioritariamente utilizada. Outra das técnicas utilizadas foi a análise documental.

Os dados recolhidos através da observação implicam o registo das informações retiradas, visto que era essencial certificar-me que essas mesmas informações não eram esquecidas nem perdidas. Neste sentido, foram utilizados como instrumentos: o caderno de formação (planificações, notas de campo e reflexões), produções escritas das/dos crianças/alunos, fotografias, gravações áudio das discussões das resoluções dos problemas e vídeos.

Relativamente ao caderno de formação, foi através das planificações que, para além de preparar a apresentação da tarefa e a minha intervenção, foi possível analisar o que tinha corrido bem e o que poderia ser alterado. Também através das notas de campo e consequentes reflexões foi possível recolher dados. Isto acontece porque é nas notas de campo e reflexões que se apresentam os resultados obtidos, descrições detalhadas do desenvolvimento das tarefas, comentários que foram ditos durante o processo e pequenas análises do que foi observado.

No final de cada tarefa foi possível recolher e ficar com todas as produções escritas das/os crianças/alunos, realizadas em grupos, que são um elemento fundamental para a recolha de dados relativas às representações usadas e estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas.

Foi feito bom recurso aos meios audiovisuais (fotografias, gravações áudio e vídeos) que são, segundo Coutinho et al (2009), estratégias muito usadas pelos professores durante as suas práticas de investigações e que têm como objetivo registar informação previamente selecionada.

A partir das fotografias é possível tirar diversas conclusões para além de registarem a sequência das apresentações das/os crianças/alunos. “A fotografia é uma técnica de excelência na Investigação-Ação, na medida em que se converte em documentos de prova da conduta humana com características retrospectivas e muito fiáveis do ponto de vista da credibilidade” (Castro, sem data, p. 24).

As gravações áudio foram ferramentas essenciais e indispensáveis durante a recolha de dados não só para verificar a forma como as/os crianças/alunos se expressavam verbalmente como para analisar a minha conduta verbal com o intuito de refletir acerca da minha prática e de como posso melhorá-la para ajudar a melhorar as aprendizagens das/os crianças/alunos.

O vídeo tem uma grande vantagem pois para além de ser áudio tem imagem e movimento associados. Segundo Castro, o vídeo é uma ferramenta importante quando um investigador pretende realizar estudos de observação em contextos naturais. Vai, deste modo, permitir visualizar uma repetição da realidade e obter situações que possam não ter ficado registadas em papel durante a observação.

Os instrumentos de recolha de dados apresentados e utilizados foram fundamentais para compreender qual o estado de desenvolvimento da investigação e ação educativa, avaliar a progressão das aprendizagens das/dos crianças/alunos, assim como melhorar as minhas próprias práticas educativas.

A análise dados

Após o término de todas as tarefas matemáticas mostrou-se necessário proceder-se a uma primeira análise geral de todas as tarefas com vista à escolha daquelas que permitem qualidade e diversidade de dados para analisar detalhadamente no Capítulo 4 – *Resultados*. Esta primeira análise teve como objetivo verificar e selecionar quais as tarefas que proporcionavam a obtenção de resultados pertinentes para a investigação sem ocasionar repetições excessivas que se tornariam maçadoras e redundantes.

Os critérios que foram seguidos para esta análise basearam-se em dois aspetos. O primeiro centra-se na diversidade de estratégias utilizadas pelas/pelos crianças/alunos apresentando raciocínios diferentes. Já o segundo centra-se na utilização de diferentes tipos de representações. Saliente-se o facto de toda a análise ir ao encontro das questões iniciais de investigação apresentadas no Capítulo 1 – *Introdução*.

Como é previsível, o objetivo da investigação é desenvolver a capacidade dos alunos de resolver problemas em Matemática e é nesse sentido que a análise decorre. Descobrir se as crianças/alunos evoluíram e se conseguiram tornar-se bons resolvidores de problemas é, sem dúvida, fulcral nesta análise pormenorizada realizada no seguinte capítulo.

Capítulo 4 – Resultados

O presente capítulo destina-se à descrição da exploração dos problemas propostos aos estudantes, apresentados no capítulo anterior, no quadro de uma metodologia de ensino exploratório da Matemática (de acordo com o explicado no capítulo anterior em que se descreve a intervenção programada) e à apresentação dos resultados obtidos.

São apresentados diversos diálogos que foram gravados durante a investigação, tendo em conta que as minhas intervenções estarão identificadas com a palavra *Eu* e as das crianças com a inicial do seu nome e a respetiva idade dentro de parêntesis.

Serão apresentadas primeiramente as tarefas realizadas no contexto de Educação Pré-Escolar, seguidas das tarefas exploradas no contexto de 1º Ciclo do Ensino Básico. Para a apresentação dos resultados foram selecionadas três tarefas no contexto de Educação Pré-Escolar e cinco do contexto de 1º Ciclo do Ensino Básico, de acordo com os critérios explicitados no capítulo 3. Neste último contexto foram selecionadas as tarefas que evidenciassem, um desenvolvimento da capacidade de resolver problemas dos alunos visto que se pretende verificar se em confronto com um problema parecido a um problema resolvido anteriormente com uma determinada estratégia e representação conseguem lembrar-se dessas mesmas estratégias e representações e serem capazes de utilizá-las de forma eficaz. Deste modo, foram selecionadas as tarefas dos grupos que evidenciaram uma evolução relativamente à capacidade de mobilizar os conhecimentos abordados em tarefas anteriores, nomeadamente ao nível das estratégias e representações.

Educação Pré-Escolar

Tarefa: Decoração das taças reais

O primeiro problema apresentado ao grupo de crianças consistia em descobrir quantas folhas com as figuras dos reis seriam necessárias imprimir de modo a não imprimirmos nem folhas a mais, nem folhas a menos, tal como podemos observar no capítulo 3. Para tal, as crianças foram organizadas em pequenos grupos de 4 crianças cada.

Apesar de todas as crianças se apresentarem muito à vontade nas questões da área da Matemática, mostrando o gosto e empenho nestas atividades, tiveram alguma dificuldade inicial em encontrar uma forma de resolver o problema. Com a minha orientação, tentando não influenciar as suas decisões, conseguiram estruturar os seus pensamentos e dar início à resolução do problema.

Primeiramente fizeram conjecturas acerca de quantas figuras seriam necessárias para apenas uma taça. Obtiveram-se respostas entre 4 e 9 figuras. De seguida foram verificar que as taças necessitavam de 6 figuras de reis. Nessa altura coloquei a questão: “Quantas figuras iremos precisar para as 20 caixas?”.

Com auxílio, as crianças perceberam que para saber quantas taças podíamos decorar com uma folha com 36 figuras era mais fácil rodear 6 figuras de cada vez. Assim, as crianças verificaram que uma folha dava para 6 taças escrevendo nas suas folhas A3, como podemos verificar na fotografia abaixo.



Figura 5 – B (4:7) a rodear as figuras

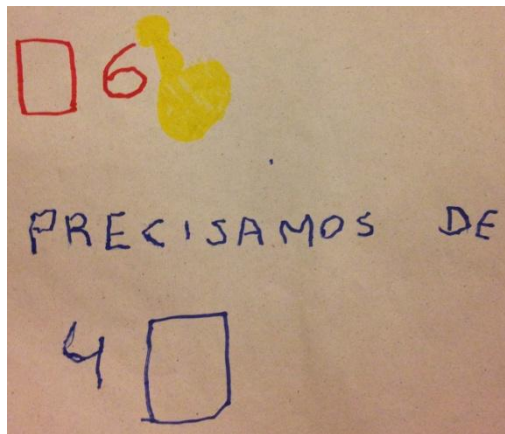


Figura 6 – Resolução do grupo 1

Depois de verificarem que com cada folha conseguíamos decorar 6 taças, necessitaram de verificar quantas folhas iriam precisar para decorar 20 taças. Desta forma, facultei aos alunos mais folhas com 36 figuras de reis cada.

Posto isto, as crianças foram utilizando o mesmo método de rodear 6 figuras de cada vez, verificando que cada 6 figuras correspondiam a uma linha. Logo iriam necessitar de 20 linhas. Obtiveram esta conclusão compreendendo que se uma linha corresponde a uma taça (6 figuras), então para decorarmos 20 taças precisamos de 20 linhas.

Depois de feita a contagem, todos os grupos verificaram que eram necessárias 4 folhas para decorar as vinte taças, tendo em conta que sobriam 4 linhas. A fotografia da figura x apresenta uma forma de representação da resolução do problema do grupo 2.



Figura 7 – Resolução da tarefa pelo grupo 2

Relativamente a estratégias de representação não foi possível concluir precisamente quais as utilizadas pelas crianças visto que, nesta primeira tarefa, necessitaram de muito apoio. As representações utilizadas foram deixadas ao critério de cada grupo, apesar que todos utilizarem representações icónicas (desenho).

No final, as crianças sentaram-se em grande grupo e, à vez, cada grupo teve a oportunidade de apresentar aos restantes como pensou e como resolveu o problema. Como esta foi uma prática nova, as crianças mostraram-se um pouco tímidas, mas com ajuda das crianças que assistiam à apresentação conseguiram apresentar os seus raciocínios.

Síntese

Todas as questões colocadas às crianças, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estas lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação das crianças, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio.

As estratégias mais utilizadas pelas crianças não foram possíveis identificar, como já foi referido, visto que as crianças apresentaram algumas dificuldades na resolução do problema. Tendo em conta as representações pode-se dizer que estas foram representações ativas e icónicas, nomeadamente desenhos e símbolos não convencionais.

No que concerne ao modelo de Polya, como não eram detentoras de conhecimentos acerca da metodologia a utilizar na resolução de problemas, foi explicado por mim às crianças quais as fases do modelo com sentido a orientar o seu trabalho enquanto se encontravam em atividade.

Tarefa: Vamos ajudar a princesa

A tarefa “Vamos ajudar a princesa” consistia em descobrir quantas combinações eram possíveis obter com dois coletes e três saias, como podemos verificar no capítulo 3.

A presente tarefa foi desenvolvida com o grupo de crianças dividido em pequenos grupos de 4 ou 5 crianças.

Enquanto as crianças estavam em atividade, reparei que o facto de terem materiais para manusear os cativou muito. Todas as crianças dos diferentes grupos decidiram mudar o grau hierárquico de princesa para rainha.



Figura 8 – M (4:9) a vestir a rainha



Figura 9 – Material para a tarefa

Numa conversa inicial com os grupos de crianças, quando as questionei acerca de quantas maneiras pensavam que a princesa se podia vestir obtive respostas como:

T (4:9): Ana, ela pode vestir-se de muitas maneiras!

A (4:9): Muitas, 1, 2, 3, 4, 5, não há mais Ana.

M (4:7): São 6 Ana, mas eu gosto mais desta.

Ao resolver a tarefa, as crianças demonstravam apropriar-se do que era pedido e da forma como era trabalhado. Foi importante observar o diálogo das crianças:

A (4:9): Esta saia dá para por as duas blusas.

I (4:7): E esta dá para outras duas.

À medida que as crianças iam desenhando as maneiras possíveis iam verificando que algumas opções já estavam representadas e, por isso, não poderiam voltar a desenhar.

Num dos grupos, questionei as crianças se haveria mais alguma hipótese enquanto terminavam de pintar o quinto conjunto. Uma das crianças ao ouvir a pergunta começou a olhar para as saias e para os coletes:

I (4:7): Esta já está, esta também e esta também. Estão todas, Ana.

Concluiu que se a saia já estava representada uma vez então não precisava de a desenhar outra vez. Por outro lado, outra criança ao terminar de desenhar o quinto conjunto e depois de a questionar se haveria mais alguma hipótese de conjugar as saias

e os coletes agarrou nas três saias e nos três coletes e começou por fazer as combinações. Agarrou na saia azul e verificou que os conjuntos com o colete laranja e o colete verde estavam representados. Repetiu o processo para a saia amarela e verificou novamente que já estavam representados. Por último agarrou na saia laranja e verde e verificou que estava representado o conjunto com o colete laranja, mas faltava o colete verde.

Depois de todos os grupos terminarem, em grande grupo, conversei com as crianças acerca da tarefa matemática que tínhamos realizado.

Pedi para que uma criança de cada grupo fosse ao pé de mim e apresentasse o seu trabalho para o grupo. Questionei-as sobre a sequência dos acontecimentos durante a tarefa e rapidamente as crianças referiram:

J (5:4): Primeiro demos o nome à rainha e ela queria ajuda para escolher as roupas.

T (4:9): Escolhemos uma saia e depois um colete, mas às vezes não dava porque já estava desenhado na folha.

D (4:5): Conseguimos encontrar 6 maneiras da rainha Rosa se vestir.

No final concluímos que:

L (5:4): Desenhamos a saia amarela duas vezes, uma tem o colete verde e a outra tem o colete laranja.

J (5:4): E as outras saias também, 1, 2 (saia azul), 1, 2 (saia amarela), 1, 2 (saia laranja e verde).

D (4:5): E dá 6 maneiras de vestir a rainha Ana!



Figura 10 – Resolução do grupo 1

Síntese

Todas as questões colocadas às crianças, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estas lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação das crianças, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio. Esta tarefa foi particularmente apreciada por todas as crianças.

Do ponto de vista das estratégias, os alunos apresentaram a simulação da situação apresentada utilizando o material fornecido para a realização da tarefa matemática. No que se refere às representações todos os grupos utilizam a representação icónica (desenho).

No que concerne ao modelo de Polya, afirma-se que as crianças já demonstram alguma organização no que concerne às fases do modelo. Todavia, foi novamente falado acerca do modelo por forma a reforçar o trabalho desenvolvido.

Tarefa: Quantas taças cabem no cofre do rei?

Era pedido que descobrissem diversas formas de arrumar 12 taças de cristal no cofre do rei, como se pode verificar no capítulo 3. Tinham de ter em especial atenção a forma como as colocavam pois não podiam partir-se. Ou seja, apresentei a regra que referia que era necessário que as taças estivessem de pé, com toda a base a tocar no fundo do cofre e que caso necessitassem de colocar uma segunda fila de taças teriam de coloca-las por cima das restantes taças. Deste modo, ficaria uma taça por cima de outra taça que se encontrasse na base do cofre.

Esta atividade foi realizada em coletivo. As crianças sentaram-se em grande grupo, na área do tapete, e apresentei-lhes o cofre do rei.

M (4:7): Ana, eu hoje sou o rei por isso é o cofre do rei Teles.”



Figura 11 – O cofre do rei Teles

Ao pedir à C (4:5) para arrumar as taças de cristal do rei Teles, ela colocou-as em três filas de três taças cada, num total de 9 taças.

Eu: C, mas o rei tinha 12 taças, temos de as colocar no andar de cima, quantas faltam?

C (4:5): Nove, dez, onze, doze, cá fora estão uma, duas, três taças.

Eu: Muito bem C, então ficamos com quantas taças em baixo?

C (4:5): Ficamos com 9 em baixo e 3 em cima.

Eu: E mais alguém tem uma maneira diferente de arrumarmos as taças do rei Teles?



Figura 12 – A C (4:5) a arrumar as taças (9 + 3)

Apareceram mais ideias, a B (4:7) colocou 7 taças em baixo e 5 em cima; o J (5:4) colocou 6 taças em baixo e 6 em cima; O B (4:7) colocou 8 taças em baixo e 4 em cima.



Figura 13 – Taças arrumadas por J (5:4) (6 + 6)

Seguidamente questionei-os:

Eu: Então e se colocássemos 5 taças em baixo? Será que iríamos conseguir fechar o cofre e colocar as 12 taças lá dentro?

T (4:9): Eu acho que sim, Ana...

Eu: Queres vir tentar?

T (4:9): Sim!

Ao tentar apenas colocar 5 taças em baixo e 5 em cima a T (4:9) reparou que sobravam duas.

T (4:9): Oh Ana, sobram estas duas, não podemos pôr em cima das outras se não o cofre não fecha.

Eu: Tens razão T, não vamos conseguir fechar o cofre do rei Teles. Já vimos que se colocássemos 9 taças em baixo conseguíamos não era? E quantas ficavam em cima?"

TC (5:3): Ficavam 3 em cima.

Eu: E se tivéssemos 8 taças em baixo?

J (5:4): Ficavam 4 em cima Ana.

Eu: E vimos com 7 taças em baixo?

B (4:7): Sim Ana, fui eu que fiz, tinha 7 taças em baixo e ficavam 5 em cima.

Eu: E o João ainda conseguiu fazer com 6 taças em baixo e 6 em cima não foi? E a Teresa? Conseguiu com 5?

I (4:7): Não, a Teresa não conseguiu.

Eu: Pois é, ainda faltavam arrumar duas taças que ficavam de fora. Então quantas maneiras nós conseguimos arranjar para o rei Teles arrumar as suas taças de cristal? Com 9 em baixo...

TC (5:3): Com 8, 7 e com 6. São 4 maneiras Ana.

Síntese

Todas as questões colocadas às crianças, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estas lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação das crianças, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio.

Conseguí com esta tarefa verificar que as crianças utilizaram a tentativa e erro, verbalizando primeiro a sua hipótese seguindo-se da tentativa de executá-la para verificar se estava correta. Neste sentido, o material utilizado tornou-se fundamental. Tendo em conta as representações, estas foram unicamente ativas, visto que as crianças apenas utilizaram ações para resolver o problema.

No que concerne ao modelo de Polya, pode-se observar que as crianças já estruturam o seu pensamento consoante as fases delineadas neste modelo. Sabem o que devem fazer em cada fase e executam-no com eficácia.

1º Ciclo do Ensino Básico

Tarefa: Os animais da quinta

Para contextualizar, a tarefa matemática foi introduzida através da leitura de um dos textos inseridos na obra de Álvaro Magalhães, “História pequena de bichos pequenos”.

A tarefa foi realizada com a turma dividida em pequenos grupos. Cinco grupos de 4 crianças e um grupo de 5. Os grupos foram escolhidos com base nos lugares dos alunos e com vista a juntar alunos com mais dificuldades com alunos que apresentassem menos dificuldades. Isto para dar oportunidade aos alunos com menos dificuldades de ajudarem os restantes. Esta interajuda entre alunos é fundamental, visto que muitas vezes, através das suas explicações, os alunos conseguem perceber aquilo que é pedido.

Pretendia-se que os alunos através dos dados fornecidos no enunciado, apresentado no capítulo 3, chegassem à conclusão de quantos animais de cada espécie (galinhas e porcos) existiam na quinta. Deste modo, e para uma maior compreensão do que era pedido reduzi, na apresentação da tarefa, a um problema mais simples:

Eu: Imaginem se fossem 1 galinha e 1 porco. Quantas patas seriam no total?
Quantas patas tem uma galinha? E um porco?

J (8:0): A galinha tem 2 patas e o porco tem 4. Iam ser $4 + 2 = 6$ patas.

Eu: Então e se fossem 2 galinhas e um porco? Não respondam, pensem para vocês e para o grupo. Olhem para o problema, vejam que dados podem retirar e comecem a resolver.

Durante o tempo de trabalho autónomo em grupo, circulei por todos os grupos verificando se necessitavam de alguma ajuda e colocando algumas questões para os fazer pensar acerca das suas estratégias de resolução. Constatei quais as estratégias utilizadas e respetivas representações de cada grupo apresentadas na tabela abaixo.

Tabela 5 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho

Grupo	Estratégia	Representação
1	Tentativa e erro	Simbólica
2	Simulação da situação apresentada	Icónica (Diagrama) e Simbólica
3	Lista organizada e Tentativa e erro	Icónica (Diagrama) e Simbólica
4	Tentativa e erro	Icónica (Símbolos não convencionais) e Simbólica
5	Tentativa e erro	Icónica (Diagrama) e Simbólica
6	Tentativa e erro	Icónica (Símbolos não convencionais) e Simbólica

Todos os grupos apresentaram uma estratégia por onde se orientaram, todavia nem todos os grupos conseguiram terminar os seus raciocínios. Ao questionar-me sobre o porquê dessa situação, penso que poderá ter sido pela dificuldade que os alunos apresentaram em perceber como iriam começar a resolução do problema respeitando todos os dados que eram fornecidos no problema.

Foi possível observar que durante a resolução do problema os alunos fizeram, por exemplo, uma lista para saber quantas pernas tinham um determinado número de galinhas e um determinado número de porcos. Depois de saberem estes números tentavam juntar para que a conta fosse 48 patas. Neste sentido muitas vezes esqueciam-se que outro dos dados fornecidos no enunciado era que, ao todo, os animais eram 17.

Para a apresentação e discussão dos resultados foram escolhidos e sequenciados três grupos:

- 1º. Grupo 2: Simulação da situação apresentada;
- 2º. Grupo 3: Lista organizada e tentativa e erro;
- 3º. Grupo 4: Tentativa e erro.

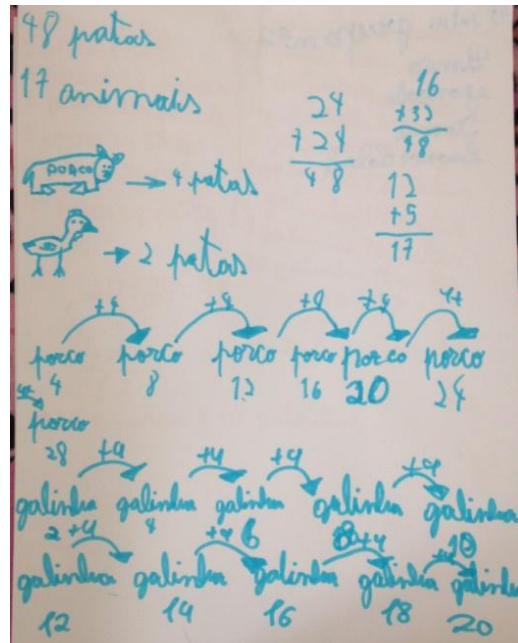


Figura 14 – Resolução do grupo 2

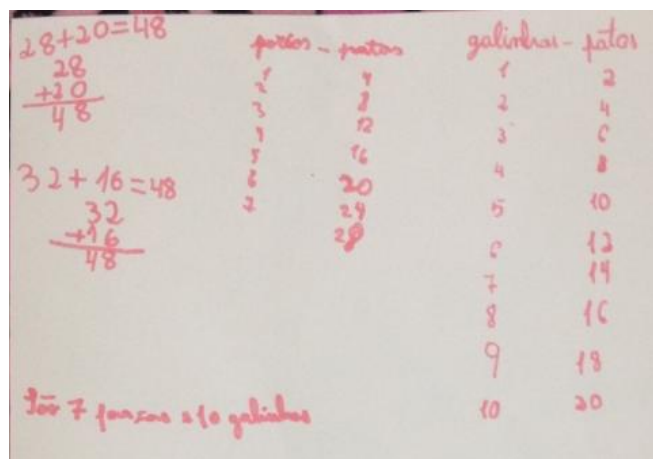


Figura 15 – Resolução do grupo 3

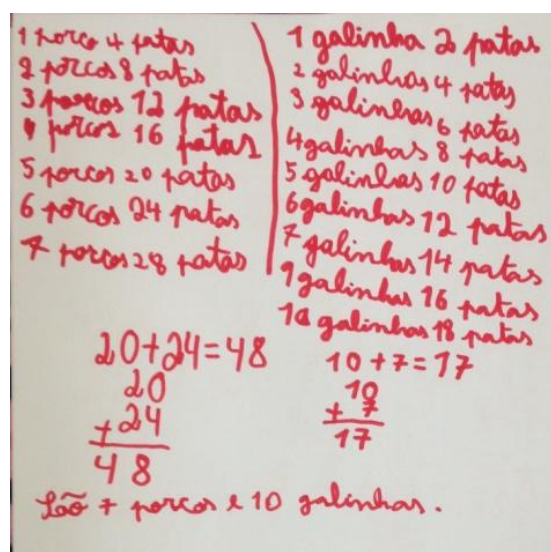


Figura 16 – Resolução do grupo 4

Como podemos observar, as resoluções apresentadas pelos alunos foram escolhidas tendo em conta as estratégias de resolução utilizadas, mesmo que as mesmas não evidenciassem o resultado correto do problema da tarefa. O objetivo centrou-se na apresentação de estratégias diferentes para que a discussão se tornasse rica para as aprendizagens dos alunos.

O facto de os alunos apresentarem inicialmente algumas dificuldades não me preocupou porque no decorrer das apresentações dos 3 grupos algumas questões foram sendo respondidas.



Figuras 17, 18 e 19 – Apresentações das resoluções dos grupos 2, 3 e 4 respetivamente

Na apresentação dos grupos foi evidente que ao longo das explicações toda a turma foi compreendendo que podem existir diversas estratégias de resolução para esta tarefa. Com as questões realizadas, não só por mim como pelos alunos, foi fácil a compreensão dos diversos raciocínios.

Como fui observando durante a fase de realização da tarefa, nenhum grupo utilizou a tabela como estratégia de resolução. Deste modo e para que os alunos tenham conhecimento de diversas estratégias de resolução de problemas foi apresentada uma tabela como estratégia de resolução.

Tabela 6 – Resolução da tarefa “Os animais da quinta” através de uma tabela

Nº de porcos	Nº de patas de porcos	Nº de galinhas	Nº de patas de galinhas	Nº total de patas
1	4	16	$16 \times 2 = 32$	$4 + 32 = 36$
2	$2 \times 4 = 8$	15	$15 \times 2 = 30$	$8 + 30 = 38$
3	$3 \times 4 = 12$	14	$14 \times 2 = 28$	$12 + 28 = 40$
4	$4 \times 4 = 16$	13	$13 \times 2 = 26$	$16 + 26 = 42$
...
7	$7 \times 4 = 28$	10	$10 \times 2 = 20$	$28 + 20 = 48$

Esta tabela não só ajudou os alunos a organizar os dados como tinha o propósito de garantir que todos os dados fornecidos no enunciado eram respeitados. Ao longo da construção e apresentação da tabela foi possível perceber que os alunos se familiarizavam com a estratégia. Desta forma os alunos foram capazes de entender qual as vantagens da utilização da tabela para uma futura utilização em problemas do mesmo tipo.

Note-se que, para além de ser mais simples, esta tabela mostra que de cada vez que se acrescenta um porco e retira-se uma galinha aumenta-se o total de patas em dois (porque saem 2 e entram 4, ou seja, entram mais duas).

Pela análise da última coluna desta tabela, os alunos puderam logo concluir em que linha iria aparecer a solução.

No término da sistematização os alunos observaram e retiraram as seguintes conclusões: a) o número total de galinhas é 10, num total de 20 patas; b) o número total de porcos é 7, num total de 28 patas; c) as 20 patas das galinhas mais a 28 patas dos porcos dão o total das 48 patas pretendidas.

No final, foi perceptível que tanto os alunos que apresentaram, como os restantes que assistiram e participaram ativamente na discussão e sistematização compreenderam e aprenderam diversos raciocínios que poderão utilizar em tarefas futuras.

Síntese

Todas as questões colocadas aos alunos, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estes lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação dos alunos, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio. Apesar de ter sido das primeiras tarefas a ser apresentadas, os alunos demonstraram confiança na resolução da mesma.

A estratégia mais utilizada pelos alunos foi a tentativa e erro. Tendo em conta as representações pode-se dizer que as mais utilizadas foram as icónicas, nomeadamente os símbolos não convencionais e os diagramas, e as representações simbólicas.

No que concerne ao modelo de Polya, pode-se afirmar que a docente titular da turma tem vindo a desenvolver uma metodologia de trabalho com os alunos teoricamente sustentada neste modelo. Desta forma, o modelo foi abordado com os alunos apesar de estes já o conhecerem. Demonstram conhecimento acerca das diferentes fases e o que devem fazer em cada uma delas.

Tarefa: Os passageiros do autocarro

A presente tarefa foi realizada individualmente pelos alunos. Dos 26 alunos, apenas 24 realizaram a tarefa visto que os restantes dois não se encontravam presentes neste dia.

Pretendia-se que os alunos através dos dados fornecidos no enunciado, apresentado no capítulo 3, chegassem à conclusão que quantos passageiros iniciaram a viagem.

Durante o tempo de trabalho autónomo, circulei por todas as mesas verificando se necessitavam de alguma ajuda e colocando algumas questões para os fazer pensar

acerca das suas estratégias de resolução. Constatei quais as estratégias utilizadas e respetivas representações de cada aluno apresentadas na tabela abaixo.

Tabela 7 – Estratégias utilizadas pelos alunos

Nº de alunos	Estratégia
18	Simulação da situação apresentada
5	Tentativa e erro
1	Do fim para o princípio

Tabela 8 – Representações utilizadas pelos alunos

Nº de alunos	Representação
20	Simbólica
1	Icónica (Desenho)
3	Icónica (Símbolos não convencionais)

É de notar que a maioria dos alunos utilizou como estratégia a simulação da situação apresentada. Isto é, utilizaram os dados do enunciado do problema e a cada paragem foram acrescentando ou retirando os passageiros indicados. Relativamente às representações pode-se concluir que a mais usada foi a representação simbólica.

De entre todas as 24 resoluções apresenta-se abaixo quatro que resumem os raciocínios realizados pelos alunos. Na primeira, realizada pela aluna B (8:6), pode-se observar que a mesma utiliza a estratégia de tentativa e erro onde escolhe um número ao qual subtrai 5 passageiros e acrescenta 1. O raciocínio da aluna estava correto se antes de subtrair 5, correspondente à segunda paragem, somasse 2, correspondente à primeira paragem.

2 passageiros
 - 5 passageiros

$11 - 5 = 0 + 1 = 7$ $12 - 5 = 7 + 1 = 8$ $13 - 5 = 8 + 1 = 9$
 $14 - 5 = 9 + 1 = 10$ $15 - 5 = 10 + 1 = 11$ $16 - 5 = 11 + 1 = 12$

R. Iniciaram a viagem 11 passageiros

Figura 20 – Resolução da B (8:6)

Por outro lado, a aluna L (8:2) entendeu corretamente o que era pedido e utilizando a mesma estratégia chegou ao resultado final correto.

$$\begin{array}{r} 2 \\ +11 \\ \hline 13 \end{array}$$
 vai ler de dar 12

$8+2=10 \rightarrow 5-10=5 - 5+1=6 \times$
 $10+2=12 \rightarrow 5-12=7 - 7+1=8 \times$
 $6+2=8 \rightarrow 5-8=3 - 3+1=4 \times$
 $12+2=14 - 5-14=9 - 9+1=10$ então 10 faltam +2
 $14+2=16 - 5-16=11 - 11+1=12$

Iniciaram a viagem 14 passageiros

Figura 21 – Resolução da L (8:2)

Outro raciocínio apresentado corresponde ao do aluno T (8:8) que utilizou a estratégia de resolver o problema do fim para o início. Desta forma o aluno utilizou os 12 passageiros finais aos quais acrescentou 5 pois percebeu que se estava a trabalhar ao contrário teria de utilizar a operação inversa. Posteriormente retirou 3, que corresponde ao número de passageiros que tinham entrado.

12	5	1
2	5	1

$12+5=17$ $17-3=14$

$$\begin{array}{r} 12 \\ +5 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ -3 \\ \hline 14 \end{array}$$

Iniciaram a viagem 14 passageiros

Figura 22 – Resolução do T (8:8)

Este aluno demonstrou já ter conhecimento desta estratégia que é facilitadora para a resolução deste problema.

Por último, é apresentado o que a maioria dos alunos fez quando resolveu o problema. Ao contrário dos alunos acima indicados, estes restantes alunos utilizaram o número 12 para acrescentar os 3 passageiros que entraram e subtrair os 5 que saíram. Desta forma estariam a sugerir que o número inicial era 12 e os passageiros que chegaram ao final da viagem eram 10, o que não corresponde aos dados fornecidos no enunciado. Estes alunos não verificaram as suas respostas, ou seja, não fizeram as operações tendo em conta que o número 12 era o número de passageiros que iniciaram a viagem pois desta maneira iriam perceber que não era possível ser esse mesmo número.

1ª Viagem - Entraram dois (p.)
 $12 + 2 = 14$

2ª Viagem - Saíram cinco (p.)
 $14 - 5 = 9$

3ª Viagem - Entrou um (p.)
 $9 + 1 = 10$

Figura 23 – Resolução da J (8:2)

É de salientar que a estratégia pretendida para este problema era a de resolução do fim para o início. Assim, na discussão da tarefa foram escolhidos 3 alunos para apresentar os seus raciocínios. O primeiro apresentou a estratégia que a maioria utilizou com erro. A segunda aluna, foi a L (8:2), que utilizou a estratégia de tentativa e erro, como já podemos observar. Por último, o aluno T (8:8) apresentou a sua estratégia do fim para o início.

Neste sentido foi aproveitada esta última estratégia para finalizar na sistematização da tarefa. Foi explicado aos alunos quais as vantagens da utilização desta estratégia neste tipo de problemas e os próprios alunos foram reconhecendo essas mesmas vantagens.

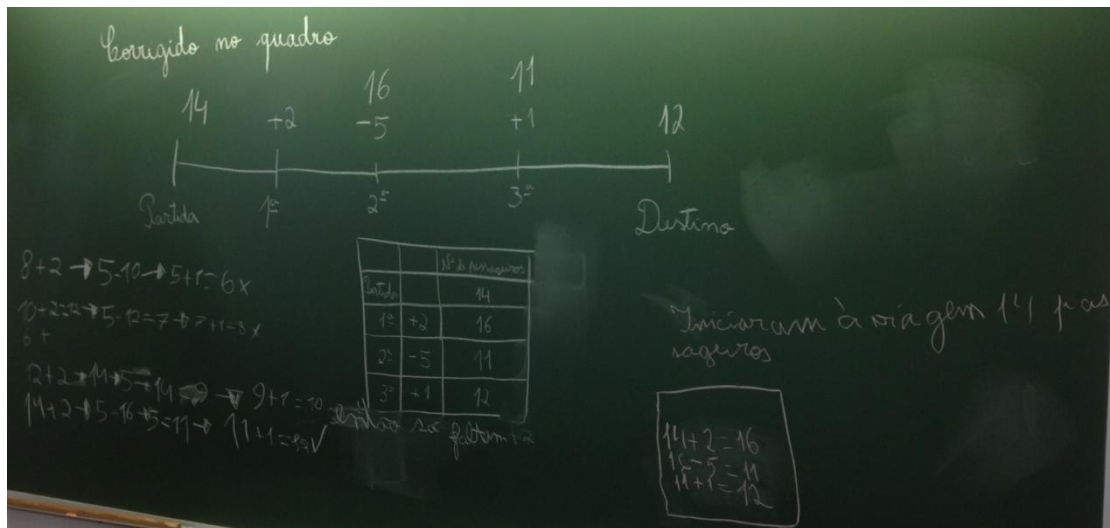


Figura 24 – Sistematização da tarefa “Os passageiros do autocarro”

Síntese

Todas as questões colocadas aos alunos, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estes lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação dos alunos, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio.

A estratégia mais utilizada pelos alunos foi a simulação da situação apresentada. Tendo em conta as representações pode-se dizer que as mais utilizadas foram as representações simbólicas.

No que concerne ao modelo de Polya, pode-se afirmar que a docente titular da turma tem vindo a desenvolver uma metodologia de trabalho com os alunos teoricamente sustentada neste modelo. Desta forma, o modelo foi abordado com os alunos apesar de estes já o conhecerem. Demonstram conhecimento acerca das diferentes fases e o que devem fazer em cada uma delas.

Tarefa: Os telefonemas dos amigos

A presente tarefa foi realizada com a turma dividida em pequenos grupos. Oito grupos de 3 crianças e um grupo de 2. Os grupos foram escolhidos com base nos lugares dos alunos e com vista a juntar alunos com mais dificuldades com alunos que apresentassem menos dificuldades. Isto para dar oportunidade aos alunos com menos dificuldades de ajudarem os restantes. Esta interajuda entre alunos é fundamental, visto que muitas vezes, através das suas explicações, os alunos conseguem perceber aquilo que é pedido.

Era pedido aos alunos que descobrissem qual o número de telefonemas realizados entre 5 amigos e posteriormente 6, sendo que não havia repetição de telefonemas.

Mostrou-se ser uma tarefa muito produtiva para as aprendizagens dos alunos. Todavia estes já apresentam um grande conhecimento sobre as diferentes estratégias e representações existentes.

Os alunos utilizaram diferentes estratégias e representações para resolver o problema e, deste modo, é apresentada uma tabela com a informação das estratégias e representações utilizadas por cada grupo.

Tabela 9 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho

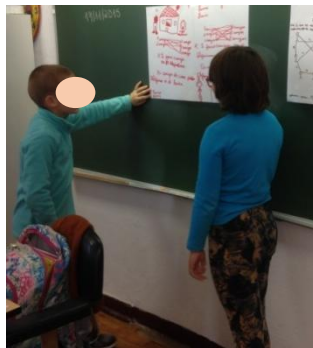
Grupo	Estratégia	Representação
1	Simulação da situação apresentada	Icónica (Símbolos não convencionais e Diagrama)
2	Simulação da situação apresentada	Icónica (Símbolos não convencionais)
3	Simulação da situação apresentada	Icónica (Desenho e Diagrama)
4	Simulação da situação apresentada	Icónica (Símbolos não convencionais e Diagrama)

5	Simulação da situação apresentada	Icónica (Diagrama)
6	Simulação da situação apresentada	Icónica (Diagrama)
7	Simulação da situação apresentada	Icónica (Símbolos não convencionais e Diagrama)
8	Simulação da situação apresentada	Icónica (Diagrama)
9	Simulação da situação apresentada e Lista organizada	Icónica (Diagrama) e Simbólica

É visível que todos os grupos utilizaram como estratégia a simulação da situação apresentada. Já as representações variam entre Icónicas (Diagramas, Desenhos e Símbolos não convencionais) e Simbólicas.

Na apresentação e discussão da tarefa matemática por parte dos alunos escolhi os seguintes grupos para apresentar:

- 1º. Grupo 6;
- 2º. Grupo 4;
- 3º. Grupo 9.



Figuras 25, 26 e 27 – Apresentações das resoluções dos grupos 6, 4 e 9 respetivamente

A primeira resolução mostra-nos que o grupo decidiu representar as ligações com segmentos de reta. Contudo, é perceptível que não respeitam a condição de todos falarem com todos.

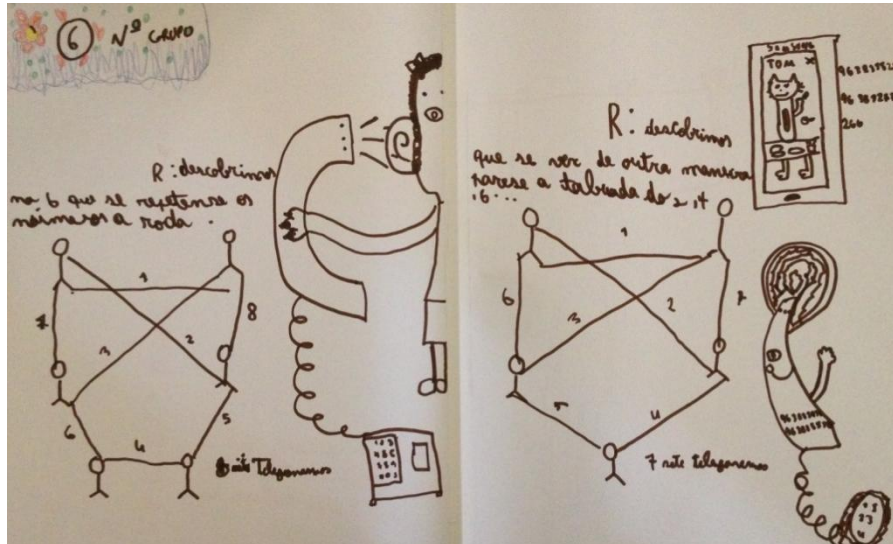


Figura 28 – Resolução do grupo 6

A segunda apresentação, feita pelo grupo 4, mostrou que os alunos compreenderam bem o que era pedido, utilizando a simulação da situação apresentada como estratégia. Todavia é de notar que com esta configuração na representação dos amigos, os alunos não contabilizaram alguns telefonemas, como por exemplo, na situação dos cinco amigos, o telefonema do amigo 3 com o amigo 5.

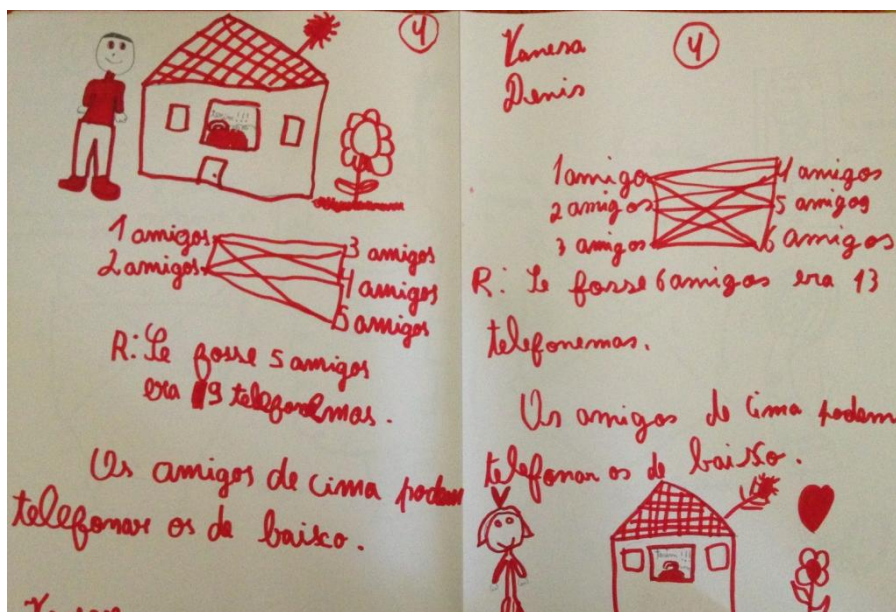


Figura 29 – Resolução do grupo 4

O terceiro grupo a apresentar, grupo 9, utilizou uma lista organizada onde referia que o primeiro aluno iria ligar para 4 amigos, visto que não iria ligar para si próprio. O segundo aluno iria ligar para 3 amigos porque visto que já tinha falado com o primeiro amigo não iria repetir a chamada. E assim sucessivamente até chegar ao quinto amigo que já não iria ligar para ninguém. Com esta estratégia os alunos garantiam que não faltava nenhuma ligação.

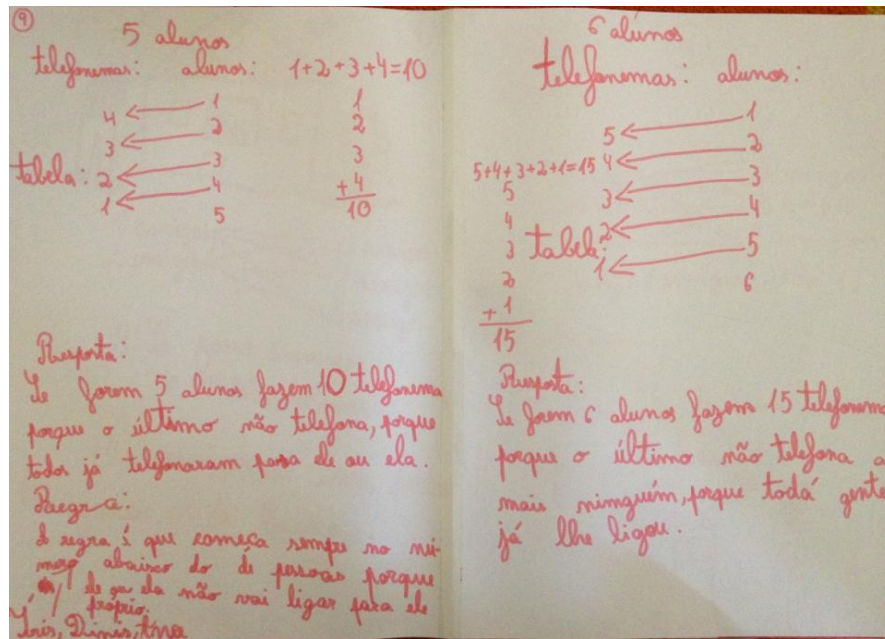


Figura 30 – Resolução do grupo 9

Escolhi esta ordem por se tratar primeiramente de duas resoluções no qual a estratégia utilizada foi a simulação da situação apresentada. Todavia estas duas resoluções apresentam falhas que pretendia discutir com os alunos como é o facto da falta de algumas “ligações”. Já na terceira resolução, do grupo 9, é possível verificarmos que a partir do raciocínio apresentado não irá faltar nenhuma “ligação”.

Após a discussão das diferentes resoluções, na sistematização, foi utilizada a resolução do grupo 9 para a construção da tabela que preparei. Foi utilizada posteriormente a resolução dos grupos 6 e 4 para mostrar-lhes como podemos garantir que não vão existir falhas nas ligações que fazemos.

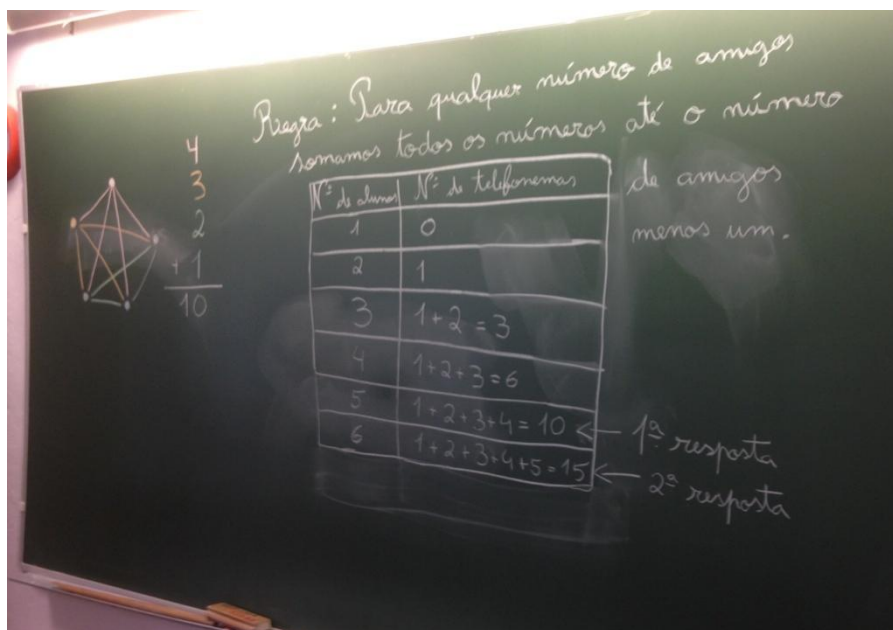


Figura 31 – Resolução do problema feita por mim no quadro

Tanto a utilização da tabela como a representação através de símbolos não convencionais, apresentados na fotografia acima, foram perceptíveis para os alunos que existem formas eficazes de resolver este tipo de problemas.

No final, uma aluna vem ao pé de mim e diz:

V (8:2): Professora Ana, este problema é mais fácil!

Eu: E porquê? Porque será que sentes que é mais fácil?

V (8:2): Porque fazemos todas as semanas um desafio diferente e porque a professora Ana nos mostra diferentes maneiras de fazer.

Eu: Pois é, com muito treino e se conhecermos várias estratégias para resolver os problemas torna-se mais fácil.

Síntese

Todas as questões colocadas aos alunos, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estes lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação dos alunos, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio.

A estratégia mais utilizada pelos alunos foi a simulação da situação apresentada. Tendo em conta as representações pode-se dizer que as mais utilizadas foram as icónicas, nomeadamente os símbolos não convencionais e os diagramas.

No que concerne ao modelo de Polya, pode-se afirmar que a docente titular da turma tem vindo a desenvolver uma metodologia de trabalho com os alunos teoricamente sustentada neste modelo. Desta forma, o modelo foi abordado com os alunos apesar de estes já o conhecerem. Demonstram conhecimento acerca das diferentes fases e o que devem fazer em cada uma delas.

Tarefa: As caixas dos lápis de cor

Esta atividade desenvolveu-se em pequenos grupos. Quatro grupos de 4 crianças e três grupos de 3. Os grupos foram escolhidos com base nos lugares dos alunos e com vista a juntar alunos com mais dificuldades com alunos que apresentassem menos dificuldades. Isto para dar oportunidade aos alunos com menos dificuldades de ajudarem os restantes.

Esta tarefa é muito semelhante à tarefa “Os animais da quinta” e pretende-se que os alunos descubram quantas caixas de 6 lápis e quantas caixas de 10 lápis foram compradas. Pretendia-se igualmente que utilizem a estratégia apresentada no problema “Os animais da quinta”.

Durante o tempo de trabalho autónomo em grupo, circulei por todos os grupos verificando se necessitavam de alguma ajuda e colocando algumas questões para os fazer pensar acerca das suas estratégias de resolução. Constatei quais as estratégias utilizadas e respetivas representações de cada grupo apresentadas na tabela abaixo.

Tabela 10 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho

Grupo	Estratégia	Representação
1	Lista organizada	Simbólica
2	Lista organizada	Simbólica
3	Tentativa e erro	Icónica (Desenho)
4	Tentativa e erro	Simbólica
5	Lista organizada	Simbólica
6	Tentativa e erro	Icónica (Desenho) e Simbólica
7	Lista organizada	Simbólica

Como é possível observar, 4 dos grupos utilizou a estratégia de construir uma lista organizada e os restantes 3 grupos de tentativa e erro. Relativamente às representações, é de salientar a representação simbólica.

Na realização da tarefa matemática uma aluna veio ao pé de mim e disse:

L (8:3): Professora Ana, este problema é como o desafio dos animais.

Eu: Ai é? Então explica-me lá porquê?

L (8:3): Porque número dos animais agora é o número de caixas. É como se fossem animais com 6 pernas e outros com 10 pernas.

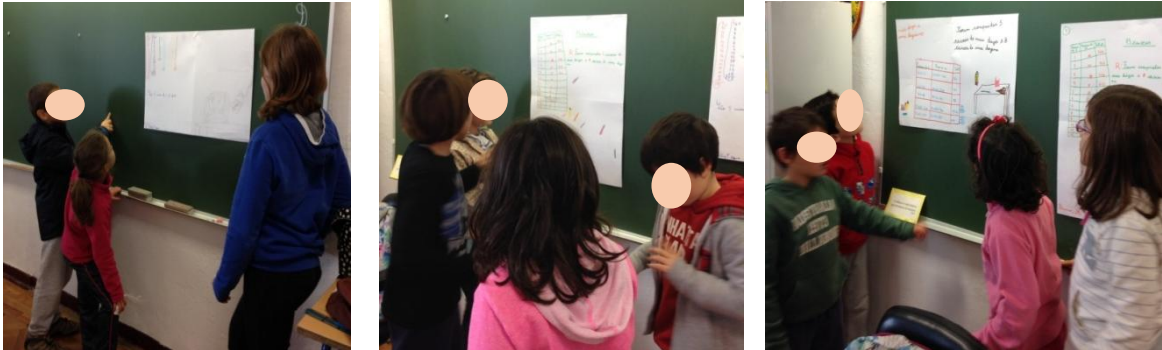
Eu: Então achas que vais conseguir resolver da mesma forma que o desafio dos animais da quinta?

L (8:3): Sim, vamos fazer uma tabela com os números 1, 2, 3, ... e depois ao contrário a partir de 12 para a soma das caixas dar sempre 13.

Após esta resposta disse-lhe então para experimentar a estratégia que achasse melhor, de modo a não interferir com o raciocínio da aluna.

A escolha dos grupos para a discussão da tarefa baseou-se nas suas resoluções. O primeiro grupo resolveu o problema utilizando a estratégia de tentativa e erro. O segundo e o terceiro grupo utilizaram a estratégia da lista organizada/tabela. Todavia o grupo 2 construiu a tabela mais completa que o grupo 1. Era minha intenção, ao

observar as diferentes formas de construir a tabela utilizadas pelos grupos, discutir qual a tabela mais eficaz.



Figuras 32, 33 e 34 – Apresentações das resoluções dos grupos 4, 1 e 2 respetivamente

Como podemos observar na imagem abaixo, o grupo 4, sabendo que as caixas no total tinham de ser 13, deram um número ao acaso de caixas para cada tipo. Posteriormente somaram e verificaram o resultado. Ao fazer esta verificação, o grupo tentava ajustar para obter os 110 lápis, pretendidos no enunciado do problema. Foi a partir deste raciocínio que foram capazes de chegar à solução do problema.

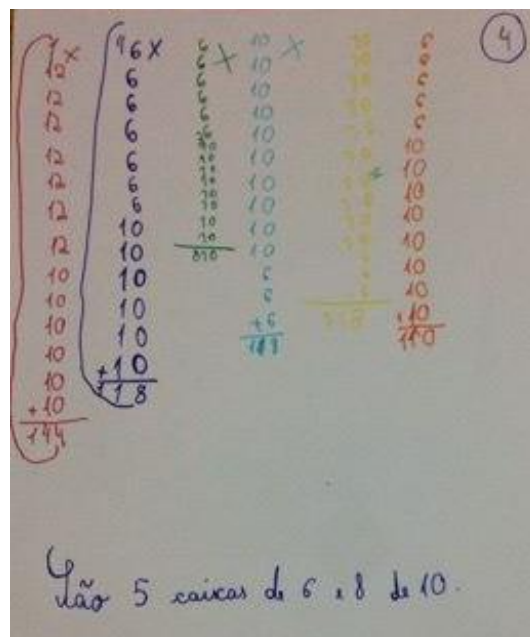


Figura 35 – Resolução elaborada pelo grupo 4

Relativamente à resolução do segundo grupo, pode-se dizer que escolheram uma estratégia eficaz para a resolução do problema. Todavia, o que apresentaram na folha A3 não foi o que realizaram na folha do enunciado. Na folha do enunciado o grupo apresentou os cálculos realizados para afirmar qual o total de lápis das caixas de cada tipo.

13 caixas

R: Foram comprados 5 caixas de meia dúzia e 8 caixas de uma dezena.

Caixas de 6	Caixas de 10	Total
1	12	120
2	11	122
3	10	118
4	9	114
5	8	110
6	7	
7	6	
8	5	
9	4	
10	3	
11	2	
12	1	

Figura 36 – Resolução elaborada pelo grupo 1

Caixas de 6	Caixas de 10	Total
1x6=6	12x10=120	120
2x6=12	11x10=110	122
3x6=18	10x10=100	118
4x6=24	9x10=90	114
5x6=30	8x10=80	110
6x6=36	7x10=70	
7x6=42	6x10=60	
8x6=48	5x10=50	
9x6=54	4x10=40	
10x6=60	3x10=30	
12x6=66	2x10=20	
13x6=78	1x10=10	

Figura 37 – Resolução elaborada na folha de rascunho

O grupo 2, utilizou, como o grupo 1, a estratégia da lista organizada mas completou-a com os cálculos realizados, o que facilitou a compreensão do raciocínio dos alunos do grupo.

meia dúzia = 6
uma dezena = 10

Foram compradas 5 caixas de meia dúzia e 8 caixas de uma dezena

Caixas de 6	Caixas de 10	Total
1x6=6	12x10=120	126
2x6=12	11x10=110	122
3x6=18	10x10=100	118
4x6=24	9x10=90	114
5x6=30	8x10=80	110

90
124
114
+30
180
110

Figura 38 – Resolução elaborada pelo grupo 2

Após a discussão das diferentes resoluções passei à sistematização utilizando a resolução dos grupos 1 e 2 para a construção da tabela que preparei:

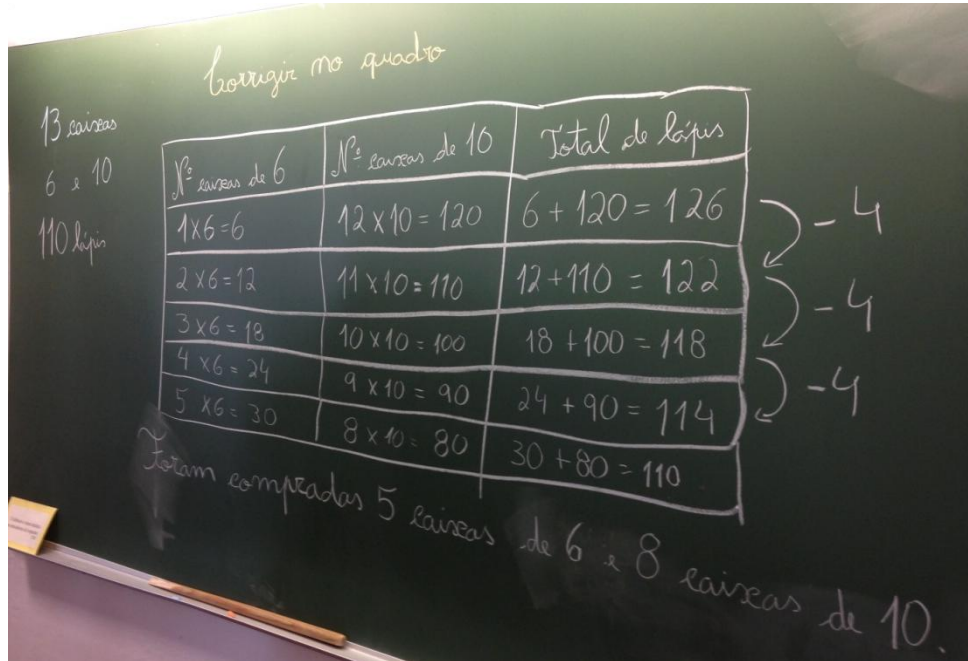


Figura 39 – Resolução elaborada no quadro

É de proferir que à medida que ia construindo a tabela com os alunos, estes compreenderam melhor qual a diferença entre uma tabela bem construída e uma tabela mal construída. A eficácia de uma tabela para a outra altera-se e para quem não conhece o problema ao olhar para uma tabela bem construída facilmente compreenderá o problema. Um exemplo nesta tarefa dessa ocorrência foi no grupo 5, como se pode verificar na fotografia abaixo.

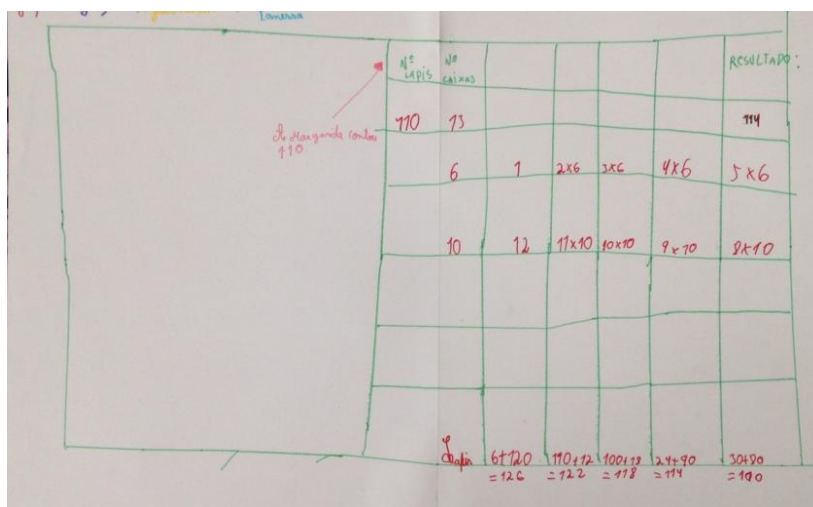


Figura 40 – Resolução elaborada pelo grupo 5

Como podemos observar, o grupo utilizou a tabela mas de uma forma menos correta. As colunas e as linhas não coincidem no que concerne à informação pretendida.

Um dos aspetos a refletir é sobre o porquê de tal situação acontecer. Penso que o grupo, por falta de tempo, não se organizou da melhor forma e quis passar para as folhas A3 a resolução que ainda não estava terminada.

Foi, neste sentido, importante a discussão e sistematização da tarefa matemática de modo a dar a conhecer estratégias de construção de tabelas e como organizá-las.

A grande maior parte dos grupos foi capaz de chegar ao resultado. O que mostra que houve uma grande evolução por parte dos alunos na resolução de problemas. O facto de os alunos mostrarem resultados significativos, no que toca a esta vertente da matemática, dá possibilidade de perceber que as estratégias utilizadas para desenvolver a capacidade de resolver problemas estão a ser eficazes.

Síntese

Todas as questões colocadas aos alunos, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estes lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação dos alunos, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio.

As estratégias utilizadas pelos alunos foram a tentativa e erro e a lista organizada. Tendo em conta as representações pode-se dizer que as mais utilizadas foram as representações simbólicas.

No que concerne ao modelo de Polya, pode-se afirmar que a docente titular da turma tem vindo a desenvolver uma metodologia de trabalho com os alunos teoricamente sustentada neste modelo. Desta forma, o modelo foi abordado com os alunos apesar de estes já o conhecerem. Demonstram conhecimento acerca das diferentes fases e o que devem fazer em cada uma delas.

Tarefa: A festa de Natal

A tarefa foi desenvolvida com a turma dividida em pequenos grupos. Quatro grupos de 4 crianças e três grupos de 3. Os grupos foram escolhidos com base nos lugares dos alunos e com vista a juntar alunos com mais dificuldades com alunos que apresentassem menos dificuldades. Isto para dar oportunidade aos alunos com menos dificuldades de ajudarem os restantes. Esta interajuda entre alunos é fundamental, visto que muitas vezes, através das suas explicações, os alunos conseguem perceber aquilo que é pedido.

Esta foi uma tarefa matemática muito semelhante à tarefa “Os telefonemas dos amigos”, acima apresentada. Era pedido aos alunos que descobrissem quantos abraços, numa turma com 20 alunos, iriam ser dados.

Durante a realização da tarefa fui a cada grupo fazer questões no sentido de entender se tinham percebido o que era pedido e qual as estratégias pensadas/usadas para resolver o problema. Constatei quais as estratégias utilizadas e respetivas representações de cada grupo apresentadas na tabela abaixo.

Tabela 11 – Estratégias e representações utilizadas pelos grupos de trabalho

Grupo	Estratégia	Representação
1	Simulação da situação apresentada	Icónica (Símbolos não convencionais)
2	Lista organizada	Icónica (Símbolos não convencionais) e Simbólica
3	Lista organizada	Simbólica
4	Simulação da situação apresentada	Icónica (Símbolos não convencionais)
5	Lista organizada	Simbólica
6	Lista organizada	Simbólica
7	Lista organizada	Icónica (Símbolos não convencionais) e Simbólica

É de salientar que tanto na semana anterior como nesta semana quem orientou a apresentação e discussão das representações foram 2 ou 3 alunos selecionados. Esta foi uma estratégia que, em conversa com a docente cooperante, quisemos adotar. Foi possível observar o empenho e dedicação que estes alunos demonstraram ao assumir o papel do professor. Realizavam perguntas como: “E porque é que fizeste isso?”; “Estão a perceber a explicação?”; “Explica lá por palavras tuas?”; “Achas que assim é fácil de perceber?”. Assim foi possível verificar que esta estratégia funcionou na perfeição, dando um sentido de enorme responsabilidade aos alunos. Concluí ainda que os alunos já se apropriaram deste método de Ensino Exploratório da Matemática tendo em vista a sua contínua utilização.

A escolha das resoluções para a apresentação e discussão da tarefa matemática foi feita por mim. Foram escolhidos os seguintes grupo:

- 1º. Grupo 7;
- 2º. Grupo 3;
- 3º. Grupo 6.

Escolhi o grupo 7 para apresentar em primeiro porque escolheram como estratégia a utilização da tabela mas com uma representação diferente do grupo 6 que usou igualmente a tabela como estratégia. A diferença centra-se no que cada grupo colocou como conteúdo da tabela. O grupo 7 optou por colocar todos os alunos representados tanto nas filas como nas colunas. Desta forma iam colocando um “X” nos abraços que iam sendo dados e sempre garantindo não faltava ninguém e que não haviam abraços repetidos. Já o grupo 6 utilizou a tabela de uma forma diferente. Colocaram uma coluna com o número de amigos, na segunda coluna a forma de como contar os abraços e, por último, na terceira coluna o número total de abraços dados.

Abaixo apresenta-se as resoluções dos dois primeiros grupos, grupo 7 e 6.



Figura 41 – Resolução do grupo 7



Figura 42 – Resolução do grupo 6

O grupo 3 utilizou uma lista organizada com o raciocínio muito semelhante ao do grupo 6. O que se diferenciou foi a forma de representar, sendo que o grupo 6 pretendeu não só apresentar os alunos como a quantidade de abraços dados caso fosse essa mesma a quantidade de alunos na turma. Já o grupo 3 utilizou a tabela para demonstrar quantos abraços dava cada aluno da turma até chegar ao vigésimo.

Abaixo apresenta-se a resolução do grupo 3.

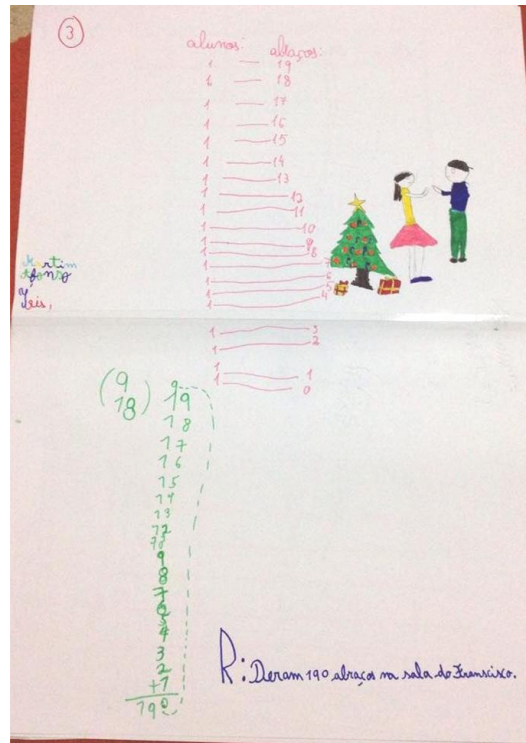


Figura 43 – Resolução do grupo 3

Após a discussão estar concluída passou-se para a sistematização. Foi falado acerca das três resoluções apresentadas mas foi utilizada a resolução do grupo 6 para apresentar-lhes a resolução preparada, que era exatamente idêntica. Como era complicado a visualização integral da resolução do grupo, optei por fazer no quadro:

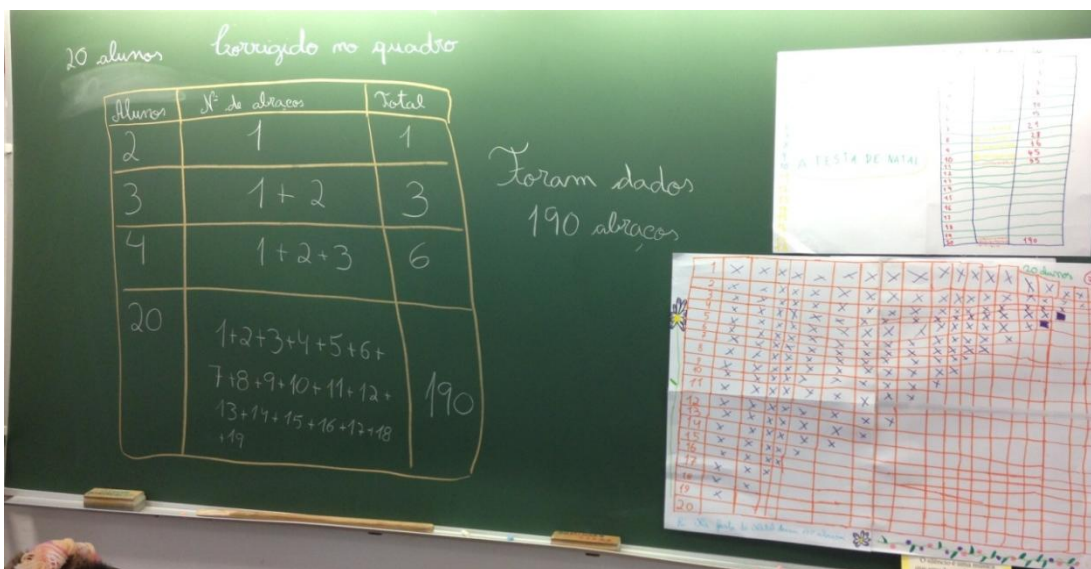


Figura 44 – Resolução da tarefa matemática corrigida no quadro

Síntese

Todas as questões colocadas aos alunos, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para assimilar de que modo é que estes lidam com a resolução de problemas, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Relativamente à reação dos alunos, pode-se afirmar que foi bastante favorável no que concerne à predisposição para resolver a tarefa, encarando-a como um desafio.

A estratégia mais utilizada pelos alunos foi a lista organizada. Tendo em conta as representações pode-se dizer que as mais utilizadas foram as representações simbólicas.

No que concerne ao modelo de Polya, pode-se afirmar que a docente titular da turma tem vindo a desenvolver uma metodologia de trabalho com os alunos teoricamente sustentada neste modelo. Desta forma, o modelo foi abordado com os alunos apesar de estes já o conhecerem. Demonstram conhecimento acerca das diferentes fases e o que devem fazer em cada uma delas. No geral, pode-se dizer que houve uma grande evolução desde o início do trabalho com os alunos no que concerne à resolução de problemas e esta última tarefa matemática.

Capítulo 5 – Conclusões

Neste capítulo, será apresentada primeiramente uma síntese de toda a investigação realizada nos dois contextos, em Educação Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico. Após a síntese, começa-se por responder às questões que surgiram na escolha do tema e orientaram a investigação. Com as respostas às questões iniciais, que serão respondidas para cada um dos dois contextos, pretende-se analisar em que medida a intervenção preparada e conduzida foi eficaz no que concerne ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas tanto das crianças, como dos alunos.

Segue-se as conclusões retiradas da entrevista realizada à professora cooperante no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Por último são apresentadas uma síntese sobre o objetivo da investigação e as considerações finais que abordarão não só questões relacionadas com a eficácia da investigação, como questões relacionadas com o decorrer da própria investigação, tal como as dificuldades sentidas durante todo o processo e as aprendizagens realizadas.

Síntese da investigação

A investigação teve como objetivo estudar que práticas devo realizar para contribuir para que as/os crianças/alunos consigam tornar-se bons resolvedores de problemas, sendo esta uma capacidade essencial na sociedade atual.

Observar, compreender, refletir e atuar foram práticas sempre presentes para desenvolver a capacidade tanto das crianças como dos alunos de resolver problemas. Surgiram então questões que orientaram o desenvolvimento da investigação:

- Como lidam as/os crianças/alunos com a resolução de problemas?
- Que estratégias utilizam as/os crianças/alunos para resolver problemas?
- Que representações usam as/os crianças/alunos na resolução de problemas?
- Como usam o modelo de Polya na resolução autónoma de problemas?

Para ajudar a responder às questões apresentadas houve necessidade de recorrer a referenciais teóricos no sentido de fundamentar toda a investigação, desde a compreensão das estratégias e representações utilizadas por parte dos estudantes à ação pedagógica desenvolvida.

Neste sentido o decorrer da investigação teve em conta não só os referenciais teóricos acerca da resolução de problemas, como também os contextos onde a mesma foi realizada.

Como mencionado anteriormente, a presente investigação seguiu a metodologia de investigação-ação. Esta metodologia permitiu que ocorresse uma análise do contexto, uma reflexão e adequação da prática pedagógica desenvolvida para o desenvolvimento das capacidades de resolver problemas. É fundamental referir que uma investigação-ação não pretende somente investigar algo, pretende igualmente promover a alteração de diversos aspetos para que o ensino-aprendizagem se torne eficiente.

A investigação decorreu em dois contextos distintos. O primeiro contexto, Educação Pré-Escolar, decorreu no segundo semestre do ano letivo 2014/2015 no C.A.I.E. numa sala de crianças com idades compreendidas entre os 3 e os 5 anos. Já o segundo contexto, 1.º Ciclo do Ensino Básico, decorreu no primeiro semestre do ano letivo 2015/2016 na escola básica de S. Mamede numa sala de alunos de 3º ano de escolaridade.

Nestes dois contextos foram desenvolvidas intervenções didáticas que respeitaram a metodologia de Ensino Exploratório da Matemática. Baseou-se na apresentação de tarefas matemáticas de exploração de diversos problemas especialmente escolhidos.

A partir dos resultados da exploração das diversas tarefas foi possível realizar uma análise de modo a verificar quais as capacidades dos estudantes de resolver problemas e eventuais situações que devessem ser melhoradas. Neste sentido foi possível adequar a exploração das tarefas às dificuldades das crianças e dos alunos.

Após o término de toda a intervenção didática foi realizada uma análise mais pormenorizada no sentido de recolher informações que dessem resposta às questões iniciais da investigação. Foi nesta fase que se procedeu à análise dos dados recolhidos tendo enfoque nos objetivos da investigação que se centraram no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas em matemática.

Foram escolhidas para analisar três tarefas matemáticas do contexto de Educação Pré-Escolar e cinco tarefas matemáticas do contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico com o critério de darem a conhecer a evolução das crianças/alunos. Com a análise mais aprofundada destas tarefas foi possível chegar às conclusões que de seguida são apresentadas.

Conclusões da investigação

Nesta secção do presente capítulo procura-se dar resposta a cada uma das quatro questões iniciais da investigação, distinguindo os estudantes por contexto.

Como lidam as/os crianças/alunos com a resolução de problemas?

Educação Pré-Escolar

Neste contexto, depois de uma prévia análise geral, foi possível observar que as crianças tinham bastante contacto com a matemática, em momentos como por exemplo na marcação das presenças. Era perguntado às crianças quantas meninas estavam

presentes, quantos meninos estavam presentes, o total de meninas e meninos e quantos faltavam. Outra tarefa onde era trabalhada a área da matemática era no momento de colocar a mesa para o almoço. As crianças já sabiam quantos lugares tinham de preparar e quando lhes era perguntado quantos faltavam eram capazes de identificar rapidamente.

É possível afirmar que as crianças resolviam os seus problemas do quotidiano através da matemática, isto é, sem se aperceberem, visto que as tarefas se adequavam ao dia-a-dia das crianças, estavam a trabalhar a resolução de problemas em matemática. O facto da resolução de problemas centrar-se em atividades do quotidiano dá sentido ao que as crianças estão a resolver.

Por outro lado, relativamente ao trabalho de resolução de problemas através do ensino exploratório da Matemática, foi uma novidade para as crianças. O facto de lhes ser apresentada uma tarefa e terem de a resolver apresentando a resolução numa folha foi algo novo das suas rotinas.

Na apresentação das tarefas, tanto em pequenos grupos como em grande grupo, foi possível observar a atenção das crianças em compreender o que era pedido. É de salientar que todas as crianças foram muito participativas em todas as tarefas desenvolvidas.

Na primeira tarefa foi necessária uma pequena ajuda para que as crianças entrassem no ritmo da resolução de problemas através da metodologia de ensino exploratório da Matemática tomando consciência das diferentes fases e do que era pedido em cada uma delas. Nas restantes tarefas já se verificou que as crianças compreenderam o método e realizavam as mesmas de uma forma mais autónoma.

Salienta-se o facto das crianças se mostrarem sempre predispostas para este tipo de tarefas. O gosto de todos pela área da matemática, fomentado desde os primeiros anos pela educadora, também influenciou esta predisposição.

Relativamente à apresentação das resoluções a todo o grupo de crianças é de afirmar que inicialmente as crianças mostravam vergonha e receio mas depois de começarem a falar desinibiam-se. Respeitavam-se sempre uns aos outros, esperando a sua vez de falar e apresentando os seus raciocínios.

1.º Ciclo do Ensino Básico

No contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, depois de uma conversa inicial com a docente e da observação dos alunos, foi possível verificar que a matemática é um domínio bastante trabalhado e apreciado por todos. O facto de a docente fomentar este gosto pela matemática desde o 1.º ano mostrou-se fundamental para o trabalho desenvolvido e para o desenvolvimento dos alunos no que concerne às competências matemáticas.

Relativamente à resolução de problemas, a docente desde o primeiro ano que estipulou um dia da semana para o desenvolvimento de tarefas de resolução de problemas intituladas de “Desafio da Semana”. Deste modo, os alunos estão familiarizados com a resolução de problemas e com algumas fases da metodologia de Ensino Exploratório da Matemática.

Apesar da docente responsável pela turma não utilizar esta metodologia na íntegra apresenta na sua forma de trabalhar muitas semelhanças. Este facto influenciou e desenvolveu nas crianças as suas capacidades de resolver problemas.

Posto isto, observou-se que os alunos encararam as tarefas de resolução de problemas com tranquilidade e curiosidade. Para eles não foi novidade este tipo de trabalho, apenas seguiu uma metodologia diferente. É possível afirmar que todos os alunos se apropriaram eficazmente desta metodologia de trabalho.

Na parte da apresentação da tarefa os alunos mostraram-se interessados em participar não só na leitura do problema como na interpretação do mesmo.

Na segunda fase, em que os alunos tinham de delinear um plano para a resolução do problema, mostraram alguma dificuldade na escolha das estratégias adequadas mas gradualmente venceram essa dificuldade.

Na apresentação, discussão e sistematização da tarefa matemática os alunos apresentaram-se mais tímidos mas progressivamente a timidez desapareceu e deu lugar a intervenções objetivas e também intervenções com o objetivo de questionar o que se estava a falar.

Que estratégias utilizam as/os crianças/alunos para resolver problemas?

Educação Pré-Escolar

No que concerne ao contexto de Educação Pré-Escolar, inicialmente as crianças não demonstraram conhecer muitas estratégias para resolver as situações apresentadas. Desta forma a estratégia mais utilizada é a simulação da situação apresentada.

Na Educação Pré-Escolar, como já foi referido, é importante que as crianças tenham acesso a diversos materiais que os ajudem a compreender e a resolver os problemas. Assim a estratégia de simulação da situação apresentada torna-se imprescindível.

Ao explorar com as crianças as tarefas de resolução de problemas foi possível fomentar outras estratégias possíveis de serem utilizadas. Como por exemplo, no problema “Decoração das taças reais” era pedido aos alunos que fizessem inicialmente conjecturas acerca da quantidade de figuras que eram necessárias para decorar apenas uma taça e posteriormente conjecturas acerca da quantidade de folhas necessárias. Neste sentido pretende-se que as crianças tomem um primeiro conhecimento acerca do que é a estratégia de tentativa e erro. Ao conjecturar acerca da quantidade de folhas necessárias para a decoração das 20 taças, as crianças são confrontadas com a necessidade de verificar a veracidade das suas conjecturas. Este facto faz com que estejam a utilizar a estratégia de tentativa e erro.

Depois de analisados todos os dados recolhidos neste contexto conclui-se que o trabalho realizado tornou-se eficaz no que concerne ao desenvolvimento da capacidade das crianças e utilizar diferentes estratégias conduzindo ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

1.º Ciclo do Ensino Básico

Tal como no contexto de Educação Pré-Escolar, os alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico utilizavam na sua maioria a estratégia de simulação da situação apresentada. No início da investigação-ação quase todos os alunos serviam-se

primeiramente desta estratégia para resolver os problemas apresentados e ao depararem-se com problemas em que essa mesma estratégia não os ajudava a resolver ficavam um pouco atrapalhados.

A recolha de dados foi demonstrando que, por exemplo, no problema “As caixas dos lápis de cor” os alunos foram capazes de identifica-lo como semelhante ao problema “Os animais da quinta” e utilizaram estratégias apresentadas e discutidas nesse mesmo problema. Demonstrou-se fundamental pois observou-se resultados mais eficazes na tarefa matemática “As caixas dos lápis de cor” do que na restante. Nesta última tarefa, os alunos utilizaram estratégias como listas organizadas que orientaram os seus pensamentos e auxiliaram na resolução eficaz da tarefa matemática.

Outro exemplo a considerar são os problemas “Os telefonemas dos amigos” e “A festa de Natal”. No primeiro os alunos mostraram utilizar em todos os grupos a estratégia da simulação da situação apresentada o que com poucos amigos foi fácil demonstrar, apesar das representações utilizadas tenham influenciado negativamente a chegada à solução correta da tarefa. Contudo, no segundo problema, os alunos verificaram que utilizar a estratégia de simulação da situação apresentada não era muito eficaz, visto que o número de aluno era demasiado grande. Desta forma, ao recordarem as estratégias apresentadas e discutidas no problema “Os telefonemas dos amigos”, decidiram utilizá-las para que as suas resoluções se tornassem eficaz. É de notar que a maioria dos grupos foi capaz de chegar à solução correta do problema utilizando a estratégia de construção de listas organizadas.

No culminar de toda a recolha e análise dos dados concluiu-se que o trabalho desenvolvido durante os três meses de intervenção da PES neste contexto foi eficaz no que concerne ao conhecimento e à utilização de diversas estratégias de resolução de problemas. Os alunos já são portadores de conhecimentos acerca de diversas estratégias de resolução de problemas que os tornam bons resolvidores de problemas.

Que representações usam as/os crianças/alunos na resolução de problemas?

Educação Pré-Escolar

No contexto de Educação Pré-Escolar, relativamente à utilização de representações é de salientar, como já foi referido, que as crianças não estavam habituadas a esta metodologia de trabalho de resolução de problemas. Desta forma utilizaram sempre representações icónicas, mais precisamente desenhos.

Juntamente com estas representações icónicas (desenhos) as crianças já são capazes de representar números, isto é, representações simbólicas.

No último problema apresentado às crianças, “Quantas taças cabem no cofre do rei?”, é possível afirmar que as crianças utilizaram representações ativas, isto é, foram as próprias que utilizaram o material disponibilizado para organizar as taças no interior do cofre, não utilizando folhas para o registo.

Uma vez que o período de exploração de resolução de problemas foi curto não foi possível trabalhar com as crianças os restantes diferentes tipos de representação como era pretendido.

1.º Ciclo do Ensino Básico

Relativamente ao contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, no que concerne à utilização de diversas representações pode-se afirmar que foram utilizados todos os tipos de representações, sendo umas mais eficazes que outras.

Tal como aconteceu no contexto de Educação Pré-Escolar, as representações mais utilizadas pelos alunos foram as representações icónicas, mais precisamente os desenhos.

Salienta-se o facto de os alunos utilizarem na maioria das vezes desenhos nas folhas A3 onde apresentavam as suas resoluções. Estes desenhos não tinham como objetivo auxiliar a resolução dos problemas e sim apenas ilustrar. Note-se que estas ilustrações não fizeram parte da análise das representações utilizadas.

Na tarefa matemática “A festa de Natal”, foi trabalhado com as crianças as representações ativas, no momento de sistematização da tarefa. Esta representação auxiliou os alunos a compreenderem como era preenchida a tabela apresentada, isto é, encontrando-se um aluno na sala, na chegada de outro era dado um abraço, se chegasse ainda outro colega eram dados dois abraços mais aquele que tinha sido dado com apenas dois alunos. Desta forma, num exemplo de 4 alunos, foi feita essa demonstração ao mesmo tempo que se preenchia a tabela para saber quantos abraços eram dados.

Como podemos observar no capítulo 4 – Resultados –, no problema “As caixas dos lápis de cor” e “A festa de Natal” os alunos utilizaram, na sua maioria, representações simbólicas. Já no problema “Os telefonemas dos amigos” os alunos utilizaram representações icônicas, tanto desenhos como símbolos não convencionais e diagramas.

No geral, após uma análise transversal dos dados recolhidos é possível concluir que os alunos já são conhecedores dos diferentes tipos de representações possíveis e são igualmente capazes de as utilizar eficazmente consoante o problema apresentado.

Como usam as crianças/alunos o modelo de Polya na resolução autónoma de problemas?

Educação Pré-Escolar

No que concerne ao modelo das quatro fases de Polya, pode-se afirmar que as crianças não o conheciam. Assim, foi apresentado às mesmas este modelo que, através das diferentes tarefas, teve um papel fundamental na organização do pensamento durante a resolução de problemas.

Foi dada às crianças a oportunidade de apropriarem-se deste modelo e obteve-se boas conclusões. O uso progressivo do modelo de Polya auxiliou-as durante todo o processo de resolução de problemas e mostrou ser eficaz.

No final das tarefas observou-se que as crianças compreendiam primeiramente o que era pedido, visto que ainda não leem, correspondendo à primeira fase do modelo. Seguidamente conversavam entre si decidindo como iriam resolver a situação problemática apresentada, equivalendo à segunda fase modelo. Posteriormente, na terceira fase, executavam o plano traçado. Já na quarta fase, avaliavam o resultado, como podemos observar na tarefa “Vamos ajudar a princesa” onde as crianças verificaram se tinham apresentado todas as combinações possíveis ou se havia alguma em falta.

1.º Ciclo do Ensino Básico

No que concerne ao modelo das quatro fases de Polya, pode-se afirmar que os alunos já o conheciam. Desde o 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico que a professora titular da turma apresentou aos seus alunos este modelo de resolução de problemas.

Deste modo, toda a turma já tinha tido contacto com as diferentes fases do modelo, embora nem todos os alunos se tivessem apropriado eficazmente deste modelo. Através de uma primeira observação, compreendi que alguns alunos tentavam logo

resolver o problema, sem terem compreendido bem o que era pretendido. Outros resolviam o problema mas não chegavam à quarta fase, isto é, não verificavam e avaliavam se o resultado cumpria os requisitos apresentados no enunciado. Muitas vezes estes alunos davam respostas que não faziam sentido por não terem avaliado as mesmas.

Neste sentido, voltei a apresentar à turma o modelo de Polya para os relembrar e auxiliar na escolha da metodologia a utilizar na resolução dos problemas. O uso progressivo do modelo de Polya auxiliou-os durante todo o processo de resolução de problemas e mostrou ser eficaz para toda a turma.

Progressivamente observou-se que os alunos que já utilizavam o modelo de Polya na resolução de problemas continuaram a fazê-lo, cada vez mais conscientes das suas vantagens e do que devia acontecer em cada fase. Os alunos que inicialmente apresentavam ainda algumas dificuldades foram capazes de melhorar gradualmente a utilização deste modelo. Verificou-se que já liam com mais calma no sentido de compreender por completo o que era pedido no problema e que dados podiam retirar, delineavam, escolhendo qual a estratégia e representação a utilizar, e executavam um plano. Por fim, verificavam o resultado obtido e avaliavam-no de acordo com o que era pedido.

Conclusões retiradas da entrevista à professora cooperante

Como foi referido no capítulo 3 – *Metodologia* – foi construída e realizada uma entrevista à docente cooperante na PES em 1.º Ciclo do Ensino Básico. É possível ler toda a entrevista no apêndice 2.

No que respeita à primeira pergunta – *Como caracteriza a capacidade de resolver problemas de matemática que, no início do primeiro período (setembro de 2015), revelam os alunos da turma do 3º ano? O que conseguiram os alunos fazer?* – a docente referiu que desde cedo, no 1.º ano, os alunos foram confrontados com tarefas de resolução de problemas o que permitiu que no início do primeiro período (setembro de 2015) alguns alunos já apresentem a capacidade de resolver as tarefas sozinhos.

Na segunda pergunta – *Como lhe parece que evoluiu a capacidade dos alunos utilizarem diferentes estratégias de resolução de problemas? Pode dar um exemplo, por favor?* – a professora respondeu que a capacidade dos alunos utilizarem diferentes estratégias foi evoluindo gradualmente e que “O trabalho de grupo foi um elemento facilitador da compreensão das diversas situações problemáticas e das diferentes hipóteses de resolução da mesma situação”.

Já a terceira pergunta foi dirigida à evolução da capacidade de utilização de diferentes representações – *Como lhe parece que evoluiu a capacidade dos alunos utilizarem diferentes representações na resolução de problemas? Pode dar um exemplo, por favor?* – onde a docente respondeu que o uso de diferente representações surgiu igualmente com a partilha de ideias durante o trabalho em grupo e dos momentos de discussão da tarefa.

A quarta pergunta – *Qual acha que foi a reação dos alunos ao trabalho realizado em resolução de problemas?* – foi respondida sucintamente. A docente referiu que os alunos desenvolveram as tarefas matemáticas com agrado e que a rotatividade dos elementos dos pequenos grupos beneficiou igualmente o trabalho.

Na quinta questão – *Na sua opinião, quais terão sido as características mais importantes da experiência de ensino realizada nas aulas para a evolução da capacidade de resolver problemas dos alunos? Explique porquê, por favor.* – a

professora respondeu que as estratégias adotadas, para além dos benefícios referidos acima nas anteriores questões, possibilitaram o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

No que concerne à sexta questão – *Na sua opinião, que aspetos podem ser melhorados numa próxima realização desta experiência de ensino?* – a docente respondeu que toda a experiência de ensino realizada correu como esperava e que todos os aspetos relativos ao enquadramento dos desafios matemáticos com a turma foram respeitados.

Por último, na sétima questão – *No geral, e tendo em conta a sua vasta experiência, como aprecia o trabalho desenvolvido durante o primeiro período acerca da resolução de problemas?* – a professora respondeu positivamente. Referiu que tanto a planificação de toda a intervenção como a própria intervenção correspondeu positivamente às suas expectativas. Houve sempre uma preocupação de gradualmente aumentar a exigência dos desafios apresentados e que nada foi deixado ao acaso.

Pode-se assim afirmar que, no geral, tendo em conta as respostas dadas pela docente titular da turma, a evolução dos alunos, no que concerne às capacidades de resolução de problemas, foi muito significativa.

Síntese sobre o objetivo da investigação

O objetivo da presente investigação centrou-se em desenvolver as capacidades de resolver problemas, isto é, de tornar os estudantes bons resolvedores de problemas. Deste modo, a intervenção utilizada para alcançar o objetivo pretendido centralizou-se na apresentação e discussão persistente das diversas estratégias e representações possíveis às crianças e alunos.

Um dos meios para que os estudantes obtivessem boas condições para atingirem o objetivo pretendido foi a utilização da metodologia de ensino exploratório da Matemática, tendo em conta os benefícios apresentados no capítulo 2 – *Revisão da literatura*.

Verifica-se nas respostas às questões anteriores que não só no que respeita às estratégias, como também às representações na resolução de problemas, as crianças e os alunos evoluíram gradualmente com o trabalho realizado.

No que se refere ao contexto de Educação Pré-Escolar, apesar do tempo de intervenção didática não ter sido o desejado, foi possível observar que a intervenção realizada obteve resultados. Foi através do trabalho desenvolvido ao longo das tarefas apresentadas que as crianças desenvolveram as suas capacidades de resolver problemas. A metodologia utilizada baseou-se na seleção de bons problemas, na apresentação do modelo das quatro fases de Polya e na adoção da metodologia de ensino exploratório da Matemática.

Relativamente ao contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, pode-se referir que a metodologia utilizada foi muito semelhante à do contexto de Educação Pré-Escolar. O que diferiu foi o tempo de intervenção, visto que neste contexto ocorreu durante nove semanas. A seleção de bons problemas tornou-se fundamental para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos. A forma como foram trabalhados deu a oportunidade aos alunos de conhecerem diferentes estratégias e representações que auxiliam os alunos no trabalho a desenvolver.

Assim, enumera-se três práticas gerais que se demonstraram eficazes no decorrer da investigação: a) seleção de bons problemas; b) incentivo ao uso do modelo das

quatro fases de Polya; c) utilização da metodologia de ensino exploratório da Matemática.

Em suma, o que se deve fazer para que as crianças e alunos se tornem bons resolvedores de problemas é apresentar-lhes diversas tarefas que possibilitem diferentes estratégias e representações, através da metodologia de ensino exploratório da Matemática, onde as crianças podem discutir as diferentes ideias e defender os seus pontos de vista, e persistir nesta prática com a realização de muitas tarefas de resolução de problemas, tornando-as numa rotina.

Considerações finais

Para concluir a investigação é essencial apresentar as considerações finais que abordam questões como as aprendizagens realizadas ao longo de todo o processo e as dificuldades sentidas.

Visto que a investigação partiu do meu interesse pela resolução de problemas demonstrei sempre empenho na execução de todas as fases deste processo. Em conjunto com a orientadora, a identificação do tema, objetivos e questões do relatório foram ao encontro do que pretendida verificar nos dois contextos, tanto em Educação Pré-Escolar como em 1º Ciclo do Ensino Básico.

Esta experiência foi fundamental para o meu desenvolvimento como futura profissional de educação, quer ao nível académico, pessoal, social e ético. Observar, analisar e refletir foram ações essenciais neste processo que desenvolveram as minhas competências como futura educadora/professora.

Apesar de já ter consciência da importância do trabalho a desenvolver no âmbito da resolução de problemas, ao longo de toda a investigação foi tornando-se evidente que este tipo de trabalho é fundamental para o desenvolvimento das crianças e dos alunos. A revisão de literatura vem fundamentar essa mesma importância e foi neste sentido que foi preparada uma intervenção didática teoricamente sustentada e coerente.

A resolução de problemas, pela diversidade de atividades de ensino que propicia aos estudantes, pela troca de experiências que coadjuva, pela representação de ideias que concretiza, pelos conceitos e noções que permite trabalhar e construir é uma atividade fundamental no processo de aprendizagem (Jesus, 2002).

Relativamente ao modelo de quatro fases de Polya para resolver problemas, pode-se afirmar que mostrou ser fundamental para estruturar o pensamento dos estudantes. Ao utilizar este modelo os alunos focavam-se em cada fase com muita atenção e cuidado, pois compreenderam que os ajudava eficazmente na resolução dos problemas. Apesar dos alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico já terem conhecimento deste modelo, a utilização do mesmo pelos estudantes dos dois contextos contribuiu para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas.

O facto de utilizar a metodologia de ensino exploratório da Matemática ajudou os estudantes a conhecer e discutir diversas estratégias de resolução de problemas. A resolução de problemas não implica apenas uma estratégia para cada problema, sendo exequível utilizar diversas estratégias para resolver o mesmo problema. Ao conjunto de técnicas que o aluno utiliza para resolver o problema damos o nome de estratégias de resolução (Vieira, Cebolo & Araújo, 2006).

Fundamental é referir que no contexto de Educação Pré-escolar a estratégia mais utilizada pelas crianças foi a simulação da situação apresentada. Neste contexto, visto que realizou-se num curto espaço de tempo, não foi possível planificar uma sequência de ensino que abordasse todas as estratégias que se adequavam a esta faixa etária. Por outro lado, no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico foi possível trabalhar diversas estratégias. O trabalho desenvolvido com os estudantes, no que concerne às estratégias de resolução de problemas, foi eficaz e desenvolveu as suas capacidades.

A forma de um aluno representar as suas ideias matemáticas está ligada com a forma como compreende e utiliza os seus conhecimentos matemáticos, tal como referem Ponte e Serrazina (2000). É através dessas mesmas representações que o professor tem acesso à forma como o aluno interpreta uma determinada tarefa e qual o seu raciocínio (Pinto, 2012). “Isto é particularmente relevante nas situações problemáticas, em que o aluno revela através das representações a forma como raciocina durante a sua resolução” (Canavaro & Pinto, 2012, p.54).

No contexto de Educação Pré-Escolar foi evidente a utilização de representações ativas e icónicas, mais precisamente desenhos. Já no 1.º Ciclo do Ensino Básico foi possível observar os diversos tipos representações. À medida que se apresentavam as tarefas os estudantes, estes foram compreendendo quais as representações mais eficazes para cada tipo de problema. O facto de discutirem entre todos quais as representações utilizadas e quais as que lhes faziam mais sentido utilizar ajudou muito no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

Neste tipo de trabalho através do ensino exploratório da Matemática, como é referido no capítulo 2, é muito importante o papel do educador/professor. Segundo Veia, 1996, é fundamental o papel do professor no sentido de criar um bom e eficaz ambiente de resolução de problemas. Neste sentido, foi essencial preparar uma intervenção didáctica fundamentada em referenciais teóricos e propícia a enriquecer o

ensino-aprendizagens dos estudantes. O educador/professor tem um papel ativo e não passivo, pois não se limita a observar os estudantes mas sim intervém de forma assertiva proporcionando momentos de aprendizagens constantes e significativas.

Apesar do presente relatório apresentar práticas eficazes para desenvolver a capacidade das crianças e dos alunos de resolver problemas, ainda há muito trabalho a fazer no que concerne à sensibilização dos diversos profissionais de educação. É importante que os educadores/professores tomem consciência, como ocorreu durante todo o processo desta investigação, que o trabalho de resolução de problemas é fundamental para o desenvolvimento das crianças e dos alunos.

Referências bibliográficas

- Abrantes, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só)... . *Educação e Matemática*, 8, 7-35.
- Abrantes, P., Serrazina L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME/DEB.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Borrvalho, A. (1991). Funções dos problemas no processo de ensino/aprendizagem da matemática. *Educação e Matemática*, 17, 13-14.
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da Educação*. Lisboa: Relógio D'Água.
- Bruner, J. (2000). *Cultura da Educação*. Lisboa: Edições 70.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da matemática: práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In Canavarro, P., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., & Carreira, S. (Orgs), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 255-266). Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Canavarro, A. P., Pinto, M. E. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos. *Quadrante*, vol. XXI, N.º 2, 51-79.
- Carreira, S & Brocardo, J. (2005). Resolução de problemas. *Quadrante*, vol. XXIV, N.º 2, 1-4.
- Castro, C. (sem data). *Características e finalidades da Investigação-Ação*.

- Coutinho, C. (coord.) (2009). Investigação-ação: Metodologia preferencial nas práticas educativas. *Psicologia, Educação e Cultura*, vol. XIII, n.2, 355-379.
- Fernandes, D., Borralho, A. & Amaro, G. (1994). *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Jesus, M. E. (2002). Interações em Matemática – resolução de problemas a pares. *Educação e Matemática*, 67, 15-17.
- Ministério da Educação (1997). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação (2010). *Metas de aprendizagem para a educação pré-escolar*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e metas curriculares de matemática para o ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, vol. XXII, N.º 2, 29-53.
- Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. In *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 29-42). Lisboa: APM.
- Palhares, P., Gomes, A. (Coord.) (2006). *MATIC Desafios para um novo rumo – Programa de formação contínua em matemática para professores do 1º ciclo do ensino básico*. Braga: Prodep III.
- Pinto, E. (2009). *O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: Um estudo no 1.º ano de escolaridade*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Évora).
- Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.

- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *R_e_f_l_e_c_t_i_r_ _e_ _i_n_v_e_s_t_i_g_a_r_ _s_o_b_r_e_ _a_ _p_r_át_i_c_a_ _p_r_o_f_i_s_s_i_o_n_a_l_* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática para o 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In P. Palhares (Ed.), *Elementos de matemática para professores do ensino básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.
- Vale, I., Pimentel, T. & Barrosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, vol. XXIV, N.º 2, pp. 39-60.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da matemática*, 347-360. Portalegre: SPIEM.
- Vale, I. et al. (2006). *Matemática no 1º ciclo – propostas para a sala de aula*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Veia, L. (1996). *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação no primeiro ciclo do ensino básico – três estudos de caso*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Viana, J. (2008). O prazer dos problemas. In Canavarro, A. P. (Org.). *20 Anos de temas na EeM*, 84-95 Lisboa: APM.

Documentos produzidos pelos agrupamentos de escolas

Agrupamento de Escolas nº 3. (2015). *Projeto Educativo*. Évora: Agrupamento de Escolas Severim de Faria.

C.A.I.E. (2014 – 2015). *Projeto Educativo*. Évora: Centro de Actividade Infantil de Évora.

Canhoto, D. (2015 – 2016). *Plano de Atividades da turma*. Évora: Agrupamento de Escolas Severim de Faria.

Chaveiro, A. (2014 – 2015). *Projeto Curricular de sala*. Évora: Centro de Actividade Infantil de Évora.

Legislação


Decreto-Lei n.º 241/2001 de 30 de agosto. Perfis específicos de desempenho profissional do educador de infância e do professor do 1.º ciclo do ensino básico.

Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar – Lei n.º 5/97 de 10 de fevereiro, artigo 10.º.

Apêndices

APÊNDICE 1

Modelo de planificação diária

	<p>Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico</p> <p><u>Prática de Ensino Supervisionada em 1º Ciclo</u></p> <p>2015/2016</p>
<p>Docente orientadora: Maria da Conceição Leal da Costa Discente: Ana Luísa dos Santos Ladeira Professora cooperante: Maria Domingas Canhoto Local: Escola Básica de S. Mamede Ano/Turma: 3º A Data:</p>	

Planificação Diária

1. PERSPETIVA GLOBAL DO DIA / GRANDES SENTIDOS DO TRABALHO:



2. PRINCIPAIS OBJETIVOS DE NATUREZA CURRICULAR:

Português (metas de aprendizagem)



Matemática (metas de aprendizagem)



3. PLANIFICAÇÃO DAS ATIVIDADES NO ESPAÇO E NO TEMPO E ORGANIZAÇÃO DOS SUJEITOS:

Português (início às 09 horas)

PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA EM EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR E ENSINO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO: DESENVOLVER A CAPACIDADE DE RESOLVER PROBLEMAS EM MATEMÁTICA

Matemática (início às 10 horas)

I – Apresentação da tarefa (10:00 – 10:10)

Tempo: 10 minutos

II – Trabalho em grupo (10:10 – 10:30)

Tempo: 15+5 minutos

Atividade dos alunos	Atividade das professoras
<ul style="list-style-type: none">••• Eventuais estratégias esperadas: -	<ul style="list-style-type: none">• Monitoriza e apoia eventuais dificuldades apenas junto dos alunos que precisam: -• Dá pistas aos alunos perdidos para apoiar o uso de estratégias e representações eficazes: -• Sequencia a ordem das apresentações: -

Intervalo (início às 10 horas e 30 minutos)

Matemática (início às 11 horas)

III – Discussão da tarefa (11:00 – 11:45)

Tempo: 45 minutos

IV – Sistematização das aprendizagens (11:45 – 12:00)

Tempo: 15 minutos

Início do Projeto com a turma B do 4º ano e Expressão Musical (início às 12 horas)

Almoço (início às 12 horas e 30 minutos)

Estudo do Meio (início às 14 horas)

Intervalo (início às 16 horas)

Inglês (início às 16 horas e 30 minutos)

4. RECURSOS NECESSÁRIOS:

✓

5. ORGANIZAÇÃO DA AVALIAÇÃO

APÊNDICE 2

Entrevista à docente cooperante

Entrevista à docente cooperante

A presente entrevista surge no âmbito do Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico. Tem como principal objetivo auscultar a visão da docente cooperante acerca da evolução da capacidade de resolver problemas em matemática dos alunos da turma de 3º ano de escolaridade em que Ana Luísa Ladeira desenvolveu uma experiência de ensino (seleção de problemas, planificação e condução das aulas) no domínio da resolução de problemas durante o 1º período letivo de 2015/2016, bem como apreciar os contributos das características dessa experiência na evolução dos alunos. Será uma entrevista respondida por escrito. Desde já muito se agradece à professora a sua disponibilidade para responder à entrevista e a partilha enriquecedora das suas perspetivas.

- 1º. Como caracteriza a capacidade de resolver problemas de matemática que, no início do primeiro período (setembro de 2015), revelam os alunos da turma do 3º ano? O que conseguiam os alunos fazer?

As situações problemáticas são trabalhadas na turma desde o 1º ano. No início do ano (setembro de 2015) há alguns alunos que resolvem sozinhos as situações que lhes são apresentadas. Outros, porém, necessitam de ajuda para concluir acertadamente a tarefa.

- 2º. Como lhe parece que evoluiu a capacidade dos alunos utilizarem diferentes estratégias de resolução de problemas? Pode dar um exemplo, por favor?

A capacidade dos alunos para utilizarem diferentes estratégias foi evoluindo à medida que o tempo avançava. O trabalho de grupo foi um elemento facilitador da compreensão das diversas situações problemáticas e das diferentes hipóteses de resolução da mesma situação. O número de alunos a conseguir realizar as tarefas foi aumentando.

- 3º. Como lhe parece que evoluiu a capacidade dos alunos usarem diferentes representações na resolução de problemas? Pode dar um exemplo, por favor?

O uso de diferentes representações surge também como resultado do trabalho de grupo (partilha de ideias) e também como resultado das apresentações dos

diferentes grupos no final da resolução das situações problemáticas. Estas apresentações desenvolveram também o raciocínio matemático. “Obrigam” à utilização da linguagem matemática como forma de comunicar com o grande grupo.

- 4º. Qual acha que foi a reação dos alunos ao trabalho realizado em resolução de problemas?

Os alunos desenvolveram com agrado todos os desafios propostos nesta área. A rotatividade dos elementos dos grupos foi bastante enriquecedora, favoreceu, e muito, a troca de saberes.

- 5º. Na sua opinião, quais terão sido as características mais importantes da experiência de ensino realizada nas aulas para a evolução da capacidade de resolver problemas dos alunos? Explique porquê, por favor.

As estratégias adotadas possibilitaram, para além do que já disse, o desenvolvimento da autonomia, porque - embora a exploração da situação problemática fosse realizada em grupo - permitiu que cada elemento do grupo evoluísse individualmente.

- 6º. Na sua opinião, que aspetos podem ser melhorados numa próxima realização desta experiência de ensino?

Penso que a experiência decorreu muito bem. O que foi feito enquadrou-se muito bem neste grupo/turma. As atividades desenvolvidas em sala de aula devem antes de mais adequar-se aos alunos que constituem a turma. E, neste caso essa individualidade da turma foi respeitada.

- 7º. No geral, e tendo em conta a sua vasta experiência, como aprecia o trabalho desenvolvido durante o primeiro período acerca da resolução de problemas?

A minha apreciação sobre o trabalho desenvolvido é muito positiva. A planificação foi sempre feita atempadamente. Nada foi deixado ao acaso. Os assuntos tratados nos desafios, sempre que possível, estavam interligados com os temas trabalhados noutras áreas curriculares. Houve a preocupação dos desafios matemáticos terem um crescente grau de dificuldade. Outra preocupação foi a

rotatividade dos elementos dos grupos, de forma que todos pudessem trabalhar com todos.

A Ana Luísa foi evoluindo e essa evolução foi notória porque soube conduzir os alunos, deixando que gradualmente “cuidassem” da atividade em total autonomia. Tornar um aluno autónomo, no 1.º ciclo, é seguramente o maior desafio do professor.