



**UNIVERSIDADE DE ÉVORA**

**ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS**

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**O Geogebra e as Calculadoras Gráficas no  
Ensino da Matemática do 3º Ciclo e Secundário**

**Clara Isabel Fernandes Durão**

Orientação: Professor Doutor António Borralho

**Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino  
Básico e no Ensino Secundário**

Relatório de Estágio

Évora, 2015



**UNIVERSIDADE DE ÉVORA**

**ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS**

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**O Geogebra e as Calculadoras Gráficas no  
Ensino da Matemática do 3º Ciclo e Secundário**

**Clara Isabel Fernandes Durão**

Orientação: Professor Doutor António Borralho

**Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino  
Básico e no Ensino Secundário**

Relatório de Estágio

Évora, 2015

## **Agradecimentos**

As minhas primeiras palavras de gratidão serão, forçosamente, para a minha família. Obrigada pelo amor, carinho e apoio que me deram ao longo destes anos. Em especial para a minha irmã pela paciência, ajuda e incentivo nos momentos mais difíceis.

Ao Professor António Borralho pela orientação, disponibilidade e aconselhamento ao longo deste trabalho.

Aos professores cooperantes, Professor Artur Bruno e Professor Paulo Veiga por me receberem e apoiarem na escola.

## **O Geogebra e as Calculadoras Gráficas no Ensino da Matemática do 3º Ciclo e Secundário.**

### **Resumo**

O presente relatório retrata o trabalho desenvolvido no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada no ano letivo de 2014/2015. O relatório inclui planificações e reflexões sobre o meu desempenho como docente de Matemática na Escola Severim de Faria, em Évora, envolvendo alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico (9º ano) e do Secundário do Curso de Ciências Socioeconómicas (10º ano), onde o tema central do processo de ensino e aprendizagem foram as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) em Educação.

Assente numa metodologia de investigação-ação, as aulas enquadradas nos ciclos de supervisão, foram planificadas e implementadas tendo em consideração as orientações curriculares dos respetivos anos de escolaridade (9º e 10º anos) e focadas na utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem, em particular as calculadoras gráficas e o *software* Geogebra.

Com esta perspetiva verificou-se que os alunos melhoraram a compreensão de conceitos matemáticos utilizando as Tecnologias de Informação e Comunicação e alteraram atitudes e comportamentos no processo de aprendizagem.

Palavras Chave: Prática de Ensino Supervisionado, Desenvolvimento Profissional, Tecnologias da Informação e Comunicação em educação, Ensino de Matemática



# **The Geogebra and Graphing Calculators in Mathematics Teaching in the 3rd Cycle and Secondary.**

## **Abstract**

This report concerns the work carried out within the course Supervised Teaching Practice in the academic year 2014/2015. The report includes lesson plans and reflections about my performance as a mathematics lecturer at the School Severim de Faria in Évora, involving students of the 3rd cycle of basic education (9 years) and Secondary Socio-Economic Sciences Course (10th year), where the central theme of the teaching and learning process were the Information and Communication Technologies (ICT) in Education.

Based on a research-action methodology, classes framed in supervision cycles were planned and implemented taking into account the curriculum guidelines of the respective school years (9 and 10 years) and focused on the use of ICT in teaching and learning, particularly graphing calculators and software Geogebra.

With this perspective it was found that students improved their understanding of mathematical concepts using Information and Communication Technologies and changed attitudes and behaviors in the learning process.

Keywords: Supervised Teaching Practice, Professional Development, Information and Communication Technologies in Education, Mathematics Education

# Índice

Agradecimentos .....	i
Resumo .....	ii
Abstrat .....	iii
Índice de figuras .....	vi
Índice de gráficos .....	viii
Índice de anexos .....	ix
<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>2. O conhecimento profissional e o desenvolvimento do professor .....</b>	<b>3</b>
<b>2.1. O conhecimento profissional do professor .....</b>	<b>3</b>
<b>2.2. O desenvolvimento profissional do professor .....</b>	<b>4</b>
<b>3. O Currículo e os Programas de Matemática do Ensino Básico do Ensino Secundário .....</b>	<b>6</b>
<b>3.1. Programa de Matemática do Ensino Básico .....</b>	<b>8</b>
<b>3.2. Programa de Matemática A do Ensino Secundário .....</b>	<b>10</b>
<b>4. Metodologias .....</b>	<b>12</b>
<b>5. Avaliação das aprendizagens .....</b>	<b>15</b>
<b>6. Tecnologias de Informação e Comunicação para o enriquecimento do ensino e aprendizagem .....</b>	<b>17</b>
<b>6.1. Geogebra na sala de aula .....</b>	<b>19</b>
<b>6.2. Calculadoras gráficas na sala de sula .....</b>	<b>19</b>
<b>7. Descrição e caraterização da Escola e dos alunos envolvidos na prática de ensino supervisionada .....</b>	<b>21</b>
<b>7.1. Escola Secundária Severim de Faria .....</b>	<b>21</b>
<b>7.2. Caraterização das turmas .....</b>	<b>23</b>
<b>7.2.1. Turma A do 9º ano do 3º Ciclo do Ensino Básico .....</b>	<b>24</b>
<b>7.2.2. Turma do 10º ano do Curso Científico - Humanístico de Ciências Socioeconómicas.....</b>	<b>25</b>
<b>8. Planificação e análise do trabalho desenvolvido .....</b>	<b>27</b>
<b>8.1. Planificação das aulas no 3º Ciclo e Secundário .....</b>	<b>28</b>
<b>8.1.1. Planificação das aulas na turma de 3º Ciclo .....</b>	<b>28</b>
<b>8.1.2. Planificação das aulas na turma de Secundário .....</b>	<b>37</b>

8.2. Análise do trabalho desenvolvido .....	45
8.2.1. Análise do trabalho desenvolvido na turma do 3º Ciclo.....	45
8.2.2. Análise do trabalho desenvolvido na turma de Secundário .....	48
9. As tecnologias na sala de aula .....	52
9.1. As tecnologias na turma de 3º Ciclo .....	52
9.1.1. Tarefa: Função de proporcionalidade inversa .....	53
9.1.2. Tarefa: Lugares geométricos “Uma vaca a pastar” .....	55
9.1.3. Tarefa: Mediatriz de um segmento de reta .....	57
9.1.4. Tarefa: Circuncentro .....	58
9.1.5. Tarefa: Circunferência circunscrita a um triângulo .....	60
9.1.6. Tarefa: Circunferência inscrita num triângulo .....	61
9.1.7. Tarefa: Tesouro Perdido .....	63
9.2. Conclusões das tarefas aplicadas na turma do 3º Ciclo .....	65
9.3. As tecnologias na turma de Secundário .....	66
9.3.1. Tarefa: Família de funções do tipo $y=ax^2$ ; $a \neq 0$ , $a \in \mathbb{R}$ .....	67
9.3.2. Tarefa: Família de funções do tipo $y=ax^2+k$ ; $a \neq 0$ , $a$ e $k \in \mathbb{R}$ .....	69
9.3.3. Tarefa: Família de funções do tipo $y=a(x-h)^2$ ; $a \neq 0$ , $a$ e $h \in \mathbb{R}$ .....	71
9.3.4. Tarefa: Família de funções do tipo $y=a(x-h)^2+k$ ; $a \neq 0$ , $a$ , $h$ e $k \in \mathbb{R}$ .....	72
9.3.5. Tarefa da ficha de avaliação de fevereiro .....	73
9.4. Conclusões das tarefas aplicadas na turma de Secundário .....	76
10. Análise da prática letiva .....	78
11. Considerações finais .....	80
12. Bibliografia .....	82
13. Anexos .....	87

## Índice de figuras

<b>Figura 1</b> - Escola Secundária Severim de Faria -----	21
<b>Figura 2</b> - Análise do gráfico da função de proporcionalidade inversa -----	30
<b>Figura 3</b> - Resultado obtido no estudo de lugares geométricos -----	31
<b>Figura 4</b> - Tarefa utilizada para lecionar mediatriz de uma segmento de reta -----	32
<b>Figura 5</b> - Tarefa utilizada para lecionar a noção de circuncentro -----	33
<b>Figura 6</b> - Recurso utilizado para lecionar “Circunferência circunscrita a um triângulo” -----	34
<b>Figura 7</b> - Tarefa realizada pelos alunos na sala de informática -----	35
<b>Figura 8</b> - Recurso utilizado para lecionar intervalos de números reais -----	36
<b>Figura 9</b> - Exemplo utilizado para a verificação de conhecimentos -----	38
<b>Figura 10</b> - Tarefa adaptada do livro Novo Espaço – Matemática 9 -----	53
<b>Figura 11</b> - Resolução da tarefa proporcionalidade inversa -----	54
<b>Figura 12</b> - Função de Proporcionalidade Inversa -----	54
<b>Figura 13</b> - Tarefa adaptado do livro Matematicamente Falando 9 -----	55
<b>Figura 14</b> - Resolução da tarefa: “Uma vaca a pastar” -----	56
<b>Figura 15</b> - Tarefa mediatriz de uma segmento de reta -----	57
<b>Figura 16</b> - Resolução da tarefa mediatriz de uma segmento de reta -----	58
<b>Figura 17</b> - Tarefa circuncentro -----	59
<b>Figura 18</b> - Resolução da tarefa circuncentro -----	59
<b>Figura 19</b> - Resolução da tarefa circunferência circunscrita a um triângulo -----	60
<b>Figura 20</b> - Tarefa circunferência inscrita num triângulo -----	61
<b>Figura 21</b> - Resolução da tarefa circunferência inscrita num triângulo -----	61
<b>Figura 22</b> - Circunferência inscrita num triângulo -----	62
<b>Figura 23</b> - Tarefa adaptada de <a href="http://www.redematematica.wordpress.com">www.redematematica.wordpress.com</a> -----	63
<b>Figura 24</b> - Resolução da tarefa Tesouro Perdido por um grupo de alunos -----	64
<b>Figura 25</b> - Tarefa família de funções do tipo $y=ax^2$ , $a \neq 0$ e $a \in IR$ -----	67
<b>Figura 26</b> - Gráfico das funções $y=ax^2$ , $a \neq 0$ e $a \in IR$ -----	68
<b>Figura 27</b> - Tarefa família de funções do tipo $y=ax^2+k$ , $a \neq 0$ e $a$ e $k \in IR$ -----	69
<b>Figura 28</b> - Gráfico das funções do tipo $y=ax^2+k$ , $a \neq 0$ e $a$ e $k \in IR$ -----	70
<b>Figura 29</b> - Tarefa família de funções do tipo $y=a(x-h)^2$ , $a \neq 0$ e $a$ e $h \in IR$ -----	71
<b>Figura 30</b> - Gráfico das funções do tipo $y=a(x-h)^2$ , $a \neq 0$ e $a$ e $h \in IR$ -----	71

<b>Figura 31</b> - Tarefa família de funções do tipo $y=a(x-h)^2+k$ , $a \neq 0$ e $a, k$ e $h \in \mathbb{R}$ -----	72
<b>Figura 32</b> - Tarefa aplicada na ficha de avaliação de fevereiro -----	73
<b>Figura 33</b> - Resolução da tarefa pelo aluno A -----	73
<b>Figura 34</b> - Resolução da tarefa pelo aluno B -----	74
<b>Figura 35</b> - Resolução da tarefa pelo aluno C -----	75
<b>Figura 36</b> - Resolução da tarefa pelo aluno D -----	75
<b>Figura 37</b> - Resolução da tarefa pelo aluno E -----	76

## Índice de gráficos

<b>Gráfico 1</b> - Número de turmas por nível de escolaridade no Agrupamento de Escolas nº 3 de Évora -----	21
<b>Gráfico 2</b> - Número de alunos por nível de escolaridade no agrupamento de Escolas nº 3 de Évora -----	22
<b>Gráfico 3</b> - Turmas do 3º Ciclo na Escola Severim de Faria -----	23
<b>Gráfico 4</b> - Turmas do Ensino Secundário na Escola Severim de Faria -----	23
<b>Gráfico 5</b> - Alunos da turma do 9º A -----	24
<b>Gráfico 6</b> - Aproveitamento dos alunos da turma do 9º A no ano letivo anterior ----	24
<b>Gráfico 7</b> - Número de alunos na turma do 10º ano de Ciências Socioeconómicas -	25
<b>Gráfico 8</b> - Aproveitamento dos alunos da turma de Ciências Socioeconómicas no ano letivo anterior -----	26
<b>Gráfico 9</b> - Questão 8 – Percentagem de respostas corretas/erradas -----	46
<b>Gráfico 10</b> - Questão 9 – Percentagem de respostas corretas/erradas -----	47
<b>Gráfico 11</b> - Número de alunos que responderam às questões da ficha de avaliação de dezembro -----	49
<b>Gráfico 12</b> - Número de alunos que responderam às questões da ficha de avaliação de fevereiro -----	50

## Índice de anexos

<b>Anexo 1</b> - Tarefas da ficha de avaliação de 9º ano -----	87
<b>Anexo 2</b> – Proposta de resolução das tarefas da ficha de avaliação de 9º ano -----	89
<b>Anexo 3</b> – Critérios de classificação das tarefas da ficha de avaliação de 9º ano -----	91
<b>Anexo 4</b> – Tarefas para a ficha de avaliação de 10º ano de dezembro -----	93
<b>Anexo 5</b> – Tarefas para a ficha de avaliação de 10º ano de fevereiro -----	94
<b>Anexo 6</b> – Proposta de resolução das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano de dezembro -----	95
<b>Anexo 7</b> – Critérios de classificação das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano de dezembro -----	99
<b>Anexo 8</b> – Proposta de resolução das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano de fevereiro -----	101
<b>Anexo 9</b> – Critérios de classificação das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano de fevereiro -----	103
<b>Anexo 10</b> – Tarefa Tesouro Perdido -----	104
<b>Anexo 11</b> – Planificação -----	105
<b>Anexo 12</b> – Tarefa de proporcionalidade direta -----	106
<b>Anexo 13</b> – Tarefa de proporcionalidade inversa -----	107
<b>Anexo 14</b> – Planificação da 1ª aula de 9º ano -----	109
<b>Anexo 15</b> – Planificação da 2ª aula de 9º ano -----	113
<b>Anexo 16</b> - Planificação da 3ª aula de 9º ano -----	116
<b>Anexo 17</b> – Tarefa “Uma vaca a pastar” -----	119
<b>Anexo 18</b> – Planificação da 4ª aula de 9º ano -----	120
<b>Anexo 19</b> – Planificação da 5ª aula de 9º ano -----	123
<b>Anexo 20</b> – Planificação da 6ª aula de 9º ano -----	127
<b>Anexo 21</b> – Planificação da 7ª aula de 9º ano -----	130
<b>Anexo 22</b> – Planificação da 8ª aula de 9º ano -----	133
<b>Anexo 23</b> – Tarefa polígonos regulares -----	136
<b>Anexo 24</b> – Planificação da 9ª aula de 9º ano -----	137
<b>Anexo 25</b> – Planificação da aula na sala de informática -----	139
<b>Anexo 26</b> – Planificação da 10ª aula de 9º ano -----	142
<b>Anexo 27</b> – Planificação da 11ª aula de 9º ano -----	145

<b>Anexo 28</b> – Planificação da 12ª aula de 9º ano -----	147
<b>Anexo 29</b> – Grelha de avaliação das tarefas da ficha de avaliação de 9º ano -----	150
<b>Anexo 30</b> – <i>Powerpoint</i> da 1ª aula de 10º ano -----	151
<b>Anexo 31</b> – Planificação da 1ª aula de 10º ano -----	153
<b>Anexo 32</b> – <i>Powerpoint</i> da 2ª aula de 10º ano -----	156
<b>Anexo 33</b> – Planificação da 2ª aula de 10º ano -----	157
<b>Anexo 34</b> – <i>Powerpoint</i> da 3ª aula de 10º ano -----	160
<b>Anexo 35</b> – Planificação da 3ª aula de 10º ano -----	161
<b>Anexo 36</b> – Tarefa Família de funções quadráticas -----	164
<b>Anexo 37</b> – Planificação da 4ª aula de 10º ano -----	167
<b>Anexo 38</b> – Planificação da 5ª aula de 10º ano -----	170
<b>Anexo 39</b> – Planificação da 6ª aula de 10º ano -----	173
<b>Anexo 40</b> – Planificação da 7ª aula de 10º ano -----	176
<b>Anexo 41</b> – Planificação da 8ª aula de 10º ano -----	179
<b>Anexo 42</b> – Planificação da 9ª aula de 10º ano -----	182
<b>Anexo 43</b> – Planificação da 10ª aula de 10º ano -----	185
<b>Anexo 44</b> – Planificação da 11ª aula de 10º ano -----	188
<b>Anexo 45</b> – Planificação anual de 9º ano -----	191
<b>Anexo 46</b> – Planificação anual de 10º ano -----	193



# 1. Introdução

A elaboração deste relatório ocorre no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado de Ensino de Matemática no 3º Ciclo e Secundário.

O relatório tem como objetivo retratar o trabalho realizado na Escola Severim de Faria, ao longo de um ano letivo 2014/2015. De igual forma, tem como objetivo relacionar a teoria e a prática profissional dentro do processo ensino-aprendizagem, mostrando a forma como os conhecimentos adquiridos na formação académica foram aplicados, vivenciando a experiência prática, orientada pelos professores orientadores de forma a evoluir e procurar a autonomia no exercício da futura profissão.

O relatório descreve a atividade desenvolvida no ensino da Matemática, através da utilização de ferramentas informáticas como o programa de geometria dinâmica Geogebra e as calculadoras gráficas, em aulas de 3º Ciclo e Secundário.

O conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor também são tidos em conta neste trabalho.

Assim, este documento retrata o trabalho desenvolvido na prática letiva com os alunos do 9º ano e do 10º ano do curso de Ciências Socioeconómicas.

A prática letiva decorreu ao longo dos três períodos do ano letivo 2014/15, um segmento por período escolar.

A relação dos alunos com a disciplina de Matemática não é fácil, o que leva à reflexão sobre a utilização das tecnologias em sala de aula. Programas de geometria dinâmica e calculadoras gráficas são ferramentas facilitadoras no processo de ensino da Matemática.

Nos diferentes segmentos de docência foi possível verificar a aplicabilidade das tecnologias em sala de aula. É sabido que as tecnologias fazem parte da nossa vida e que se encontram em constante evolução, desta forma, a implementação das tecnologias em sala de aula é algo que já se encontra imposto pelo Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, assim como no Programa de Matemática A do Ensino Secundário de 2001.

Todos os alunos devem aprender a utilizar não só a calculadora elementar mas também, à medida que progridem na educação básica, os modelos científicos e gráfico. Quanto ao computador, os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a

folha de cálculo e com diversos programas educativos, nomeadamente gráficos de funções e de geometria dinâmica, assim como utilizar as capacidades educativas da internet (Ministério da Educação, 2001, p. 71).

Também no Programa de Matemática do Ensino Secundário de 2001, o uso das calculadoras gráficas é obrigatório.

Os computadores, mais precisamente os programas de Geometria Dinâmica permitem a visualização de funções enquadrando-se no programa da disciplina de Matemática. Não é possível atingir os objetivos e competências deste programa sem recorrer à dimensão gráfica, e essa dimensão só é plenamente atingida quando os alunos trabalham com uma quantidade e variedade de gráficos com apoio de tecnologia adequada (calculadoras gráficas e computadores) (Silva, Fonseca, Martins, Fonseca & Lopes, 2001, p.15).

Neste relatório debrucei-me sobre o desenvolvimento profissional do professor, os programas de Matemática do Ensino Básico e Secundário, nas metodologias aplicadas e na planificação de aulas. Foi efetuada uma pequena apresentação da Escola onde realizei a Prática de Ensino Supervisionado e das turmas que lecionei.

Analisei o trabalho que desenvolvi com as turmas aplicando as tecnologias em sala de aula.

Por último, efetuei uma reflexão do trabalho desempenhado.

## **2. O conhecimento profissional e desenvolvimento do professor**

### **2.1. O conhecimento profissional do professor**

Os professores constroem o seu conhecimento profissional a partir da sua formação/atividade e a partir da reflexão da sua atividade.

O conhecimento profissional dos professores inicia-se com a sua formação académica, no caso da Matemática, tal como para qualquer disciplina, o fascínio e o sentido de descoberta acompanham a carreira de um professor.

O conhecimento profissional dos professores, para além da componente científica é acompanhado pela experiência na sua atividade e pela reflexão de todo o trabalho desenvolvido. É a partir da prática que o conhecimento profissional se vai consolidando. A construção de tarefas, a sua adaptação e realização são questões a considerar. Por exemplo, uma aula planeada com recurso a materiais didáticos, que por algum motivo, alheio ao professor, não funcione deve ser modificada e o plano de aula revisto e adaptado à nova situação. Desta forma a experiência profissional é enriquecida.

O conhecimento profissional do professor de Matemática, em particular o conhecimento didático divide-se em quatro tipos de conhecimento: o conhecimento matemático, o conhecimento do currículo, o conhecimento dos alunos e o conhecimento referente à prática letiva (Ponte, 2012, p.4).

O conhecimento matemático corresponde à forma como o professor interpreta os conteúdos matemáticos de forma a torná-los ensináveis. Trata-se portanto da visão que o professor tem sobre a Matemática e de como torná-la apelativa aos seus alunos.

O conhecimento do aluno, é talvez das formas de conhecimento mais importantes. O professor deverá conhecer a turma, saber a sua condição sociocultural assim como socioeconómico, conhecer a sua forma de aprendizagem e saber o que é mais proveitoso aplicar na turma.

O conhecimento do currículo diz respeito ao entendimento do currículo e da sua gestão ou seja, ter o conhecimento das grandes finalidades e objetivos no ensino da Matemática. É importante o professor tomar decisões sobre os assuntos que deverá

dedicar mais tempo, saber a interligação entre os vários temas ao longo dos anos letivos e ao longo dos ciclos de ensino.

O conhecimento da prática letiva inclui as planificações anuais, a médio prazo e as planificações aula a aula. A prática letiva e o seu conhecimento envolve tudo o se dinamize numa aula de forma a criar uma cultura de aprendizagem.

No decurso da prática de ensino supervisionado pude vivenciar o que foi mencionado. Pude aplicar estes quatro tipos de conhecimentos ao longo dos períodos em que lecionei nas turmas que me foram atribuídas. Verifiquei que o conhecimento profissional do professor não se cinge ao conhecimento matemático mas também as formas de conhecimento.

## **2.2. O desenvolvimento profissional do professor**

O desenvolvimento profissional do professor está relacionado com formação do professor, envolvendo uma combinação de processos formais e informais.

O desenvolvimento profissional é contínuo ao longo da sua prática profissional. As formações e a procura pelo conhecimento, para se tornar um melhor professor adaptando-se à realidade, vai mudando ao longo dos tempos sendo portanto, uma forma de evolução.

A sociedade encontra-se em constante mudança e o professor tem que acompanhar esta evolução e atualizar os seus conhecimentos.

A construção do seu desenvolvimento vem da frequência em formações académicas, de aprofundar ou adquirir novos conhecimentos, da troca de experiências com outros colegas de profissão, e da reflexão que o professor realiza diariamente na sua prática.

O desenvolvimento profissional é a concepção do profissional que se inicia na licenciatura, se prolonga pelo mestrado e por toda a experiência que vai adquirindo ao longo dos anos de profissão.

A Prática de Ensino Supervisionada permite um desenvolvimento não só nível profissional mas também a nível pessoal. A interação com os professores cooperantes, com o professor orientador, com os alunos e com a comunidade escolar permitem aumentar a valorização profissional.

A experiência obtida na Prática de Ensino Supervisionada permitiu-me conhecer o exercício da profissão de professor, aplicando tudo o que aprendi e adquiri na componente letiva do Mestrado. A experiência é tanto ou mais importante que a componente teórica. A aplicação dos conceitos e técnicas aprendidas são muito diferentes quando as colocamos em prática “in loco”. Daí que o desenvolvimento profissional é obtido através da experiência com os alunos, da atividade do dia a dia, e com a aplicação de todos os conceitos teóricos na prática.

### **3. O Currículo e os Programas de Matemática do Ensino Básico e do Ensino Secundário**

O Currículo Nacional do Ensino Básico de 2001 ambiciona que na disciplina de Matemática todos os alunos reconheçam a importância dos raciocínios matemáticos e a sua aplicabilidade na sociedade em que se encontram.

Durante a frequência no Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo e Secundário e ainda durante a realização da Prática de Ensino Supervisionada pude desenvolver os meus conhecimentos sobre o Currículo e sobre os Programas de Matemática do Ensino Básico e do Ensino Secundário.

O Currículo Nacional do Ensino Básico de 2001 diz respeito ao conjunto de aprendizagens a desenvolver, de acordo com os objetivos consagrados na Lei de Bases do Sistema Educativo. Sendo um dos objetivos o desenvolvimento pleno do indivíduo preparando-o para a sociedade que cada vez é mais exigente.

De acordo com o Dec. Lei nº46/86 de 14 de outubro, o sistema educativo responde às necessidades resultantes da realidade social, contribuindo para o desenvolvimento pleno e harmonioso da personalidade dos indivíduos, incentivando a formação de cidadãos livres, responsáveis, autónomos e solidários, valorizando a dimensão humana do trabalho.

Desta forma, o Ensino Básico, de acordo com a Lei de bases do Sistema Educativo tem como objetivo: assegurar uma formação geral comum a todos os portugueses e que lhes garanta a descoberta e o desenvolvimento dos seus interesses e aptidões. Permitindo proporcionar a aquisição dos conhecimentos basilares que lhe permitam o seguimento dos estudos ou a inserção do aluno em esquemas de formação profissional, bem como facilitar a aquisição e o desenvolvimento de métodos e instrumentos de trabalho pessoal e em grupo valorizando a dimensão humana do trabalho (Dec. Lei 46/86 de 14 de outubro).

O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) tem como principais finalidades: promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência (Ponte *et. al.*, 2007, p.3).

A Lei de Bases do Sistema Educativo tem como objetivos para o Ensino Secundário, assegurar o desenvolvimento do raciocínio, da reflexão e da curiosidade científica e fomentar a aquisição e a aplicação de um saber cada vez mais aprofundado, assente no estudo, na reflexão crítica, na observação e na experimentação (Dec. Lei 46/86 de 14 de outubro).

As principais finalidades que o Programa de Matemática de 2001 determina que, o ensino de Matemática no Ensino Secundário deverá:

- Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção social,
- Promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico tanto para o prosseguimento de estudos como para a inserção na vida ativa,
- Contribuir para uma atitude positiva face à ciência,
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade,
- Contribuir para o desenvolvimento da existência de uma consciência crítica e interventiva em áreas como o ambiente, a saúde e a economia entre outras formando uma cidadania ativa e participativa (Silva, *et. al.*, 2001, p.3).

Os Programas de Matemática do Ensino Básico e do Ensino Secundário sugerem um conjunto de orientações que deverão ser analisadas por todos os professores e não deverão ser tomadas como obrigações. O ensino da Matemática tem de ser dinâmico e adaptável ao grupo de alunos que irá lecionar.

As competências específicas encontram-se divididas por capítulos referente a cada área disciplinar e subdivididos consoante as especificações de cada disciplina.

Uma vez que o presente relatório corresponde à Prática de Ensino Supervisionada num grupo de alunos de 9º ano e de 10º ano, procurei conhecer melhor o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 para o 9º ano de escolaridade e o Programa de Matemática do Ensino Secundário de 2001, na Matemática A do 10º ano, tendo sempre em conta que o ensino da Matemática é um processo contínuo.

O professor tem que ter em conta de onde os seus alunos vêm e para onde vão. A Matemática não é uma disciplina estagnada e anual, mas sim uma disciplina em que os conhecimentos se vão construindo ao longo dos anos, daí a necessidade do professor ter conhecimento acerca de todo o currículo da Matemática.

### **3.1. Programa de Matemática no Ensino Básico**

O Programa de Matemática no Ensino Básico de 2007 tem como principal finalidade permitir aos alunos a compreensão e a utilização da Matemática nas várias disciplinas e posteriormente na profissão, na vida pessoal e na sociedade (Ponte, *et. al.*, 2007, p. 2).

O programa estrutura-se ao longo dos ciclos em quatro grandes temas: números e operações, álgebra, geometria e organização e tratamento de dados. Destacam-se três grandes capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática, a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação Matemática. A resolução de problemas tem uma grande importância neste programa, pois considera-se fundamental que os alunos adquiram desembaraço a lidar com problemas matemáticos. O raciocínio matemático envolve a construção de cadeias argumentativas que começam pela simples justificação de passos e operações na resolução de tarefas, e progressivamente envolvendo argumentações mais complexas. A comunicação matemática envolve a componente oral e escrita incluindo a linguagem simbólica.

O aluno deverá vivenciar diversos tipos de experiências matemáticas, devendo por isso o professor propor vários tipos de tarefas promovendo momentos de confronto de resultados, discussão de estratégias, instituição de conceitos e representações matemáticas.

O Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 sugere que, ao longo de todos os ciclos, os alunos devem usar calculadoras e computadores na realização de cálculos complexos, na representação de informação e na representação de objetos geométricos (Ponte *et. al.*, 2007, p. 9). Propõe trabalhos individuais, mas também em grupo. O trabalho coletivo é muito importante pois permite aos alunos momentos de partilha, discussão e sistematização de conhecimentos e ideias. Desta forma o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, pretende proporcionar que o ensino da Matemática deve ser diversificado em tarefas, técnicas de resolução e em formas de trabalho. Uma aula de Matemática não tem de ser monótona e



desinteressante, compete ao professor ter imaginação e criatividade no seu trabalho de forma a transformar uma aula de Matemática numa aula motivadora e desafiante.

Quanto à avaliação, o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, refere que deve ser um processo contínuo e diversificado, cujo objetivo é diagnosticar as insuficiências na aprendizagem, verificando a necessidade de alterar ou ajustar a prática de ensino.

A avaliação é um processo necessário no ensino pois só a partir dele o professor tem a percepção do seu trabalho, e se a aprendizagem foi realmente conseguida. Esta avaliação não deve ser feita apenas sob a forma de testes, mas sim um processo contínuo.

A avaliação das aprendizagens não é apenas uma avaliação do aluno, mas também do trabalho realizado pelo professor, daí que o docente deverá saber analisar, de forma crítica, as aprendizagens dos seus alunos e saber tomar as decisões necessárias para colmatar tudo o que se encontra abaixo do pretendido, reajustando as planificações que tinha definido para as suas aulas. Claro que a avaliação sumativa, sendo ela realizada no final dos períodos letivos, tem como objetivo fazer um julgamento sobre as aprendizagens dos alunos, mas deverá ser incluída nela mais do que a média das fichas de avaliação, deverá estar incluído todo o processo de aprendizagem do aluno.

Este relatório tem como objetivo relatar o trabalho desenvolvido na Prática de Ensino Supervisionada, desta forma houve uma maior atenção ao Programa de Matemática do 3º ciclo (9º ano) mas tendo em atenção os programas dos anos anteriores. Sendo o 9º ano um ano de final de ciclo é por sua vez um ano muito importante pois os alunos têm de fazer a primeira escolha em relação ao seu futuro escolar. No final do ano letivo os alunos realizam um exame nacional que incide nos conhecimentos adquiridos ao longo do Ensino Básico, em especial nos conhecimentos adquiridos no 3º ciclo. Este exame avalia os conhecimentos adquiridos e as capacidades desenvolvidas pelos alunos do ensino básico (Despacho Normativo nº 12236/2014). Sendo para o professor uma responsabilidade acrescida. Claro que não deverá ser a principal preocupação, mas todos os professores desejam um bom desempenho dos alunos e que o fecho de um ciclo de trabalho seja o melhor possível.

### 3.2. Programa de Matemática A do Ensino Secundário

No Ensino Secundário apenas me irei cingir ao Programa de Matemática A no 10 ° ano, uma vez que durante a Prática de Ensino Supervisionada apenas me foi atribuída uma turma de Ensino Secundário, nomeadamente um 10º ano do Curso Científico Humanístico de Ciências Socioeconómicas. No Curso de Ciências Socioeconómicas a disciplina de Matemática A faz parte do conjunto de disciplinas trienais da componente de formação específica.

A Matemática A é uma disciplina que permite aos jovens no Ensino Secundário a escolha de uma profissão, e desta forma a escolha de um curso em que a Matemática surge como uma disciplina da componente específica. Previamente, o aluno teve em atenção a escolha do curso e da necessidade de ter bases teóricas sólidas em Matemática, que futuramente serão necessárias para a sua profissão.

O Programa de Matemática A no Ensino Secundário de 2001, está organizado de forma a contemplar as competências fundamentais da Matemática, estando ligadas às necessidades reais. Os alunos abordarão os seguintes temas: números e geometria, funções reais e análise infinitesimal e estatística e probabilidades. Como temas transversais o programa apresenta, a forma de organizar o pensamento, as atividades de resolução de problemas, as aplicações e a modelação Matemática, aspetos da história da Matemática, a comunicação Matemática e a utilização da tecnologia (Silva, *et. al.*, 2001, p. 6).

O professor deverá ser conhecedor do Programa, não só do ano que se encontra a lecionar, permitindo-lhe fazer as conexões necessárias entre as quatro principais áreas: cálculo diferencial, geometria, funções e sucessões e probabilidades e estatística.

O Programa do Ensino Secundário de 2001, está construído de forma a que o percurso dos alunos ao longo dos três anos do Ensino Secundário, percorram os quatro grandes temas, de forma a que nenhum prevaleça em relação a um outro, assim como a integração dos temas transversais. Enuncia algumas sugestões metodológicas dando um foco especial às atividades que o professor deverá fazer com os seus alunos. Estas atividades deverão ser ricas e dinâmicas permitindo ao aluno intuir, conjecturar,

experimental, provar, avaliar e reforçar as atitudes de autonomia e cooperação, dando por isso grande importância a atividades de investigação.

A utilização de tecnologia no ensino da Matemática A é obrigatória. Tendo em conta a investigação e as experiências realizadas até hoje, há vantagem em que se explore com a calculadora gráfica os seguintes tipos de atividades: abordagens numéricas de problemas, uso de manipulações algébricas para a resolução de equações e inequações, modelação, e simulação de resoluções de situações problemáticas e o uso de cenários visuais gerados pela calculadora para ilustrar conceitos matemáticos (Silva, *et. al.*, 2001, p. 15).

O computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da Geometria dinâmica, da representação gráfica de funções e da simulação, permite atividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso apoio a alunos e professores, devendo a sua utilização considerar-se obrigatória neste programa (Silva, *et. al.*, 2001, p. 16).

Quanto à avaliação o Programa do Ensino Secundário de 2001, explicita que a avaliação não é uma informação exclusiva do professor, mas do professor e do aluno, não devendo restringir-se ao produto final, mas sim avaliar todo o processo de aprendizagem permitindo que o aluno tenha um papel ativo, analisador e reflexivo, não devendo por isso a avaliação restringir-se aos testes escritos mas sim a todo o processo de ensino.

O Programa do Ensino Secundário de 2001 frisa ainda que todos os alunos do ensino secundário serão sujeitos a um certo número de provas no âmbito nacional e regional e desta forma o professor deverá preparar os seus alunos na realização de provas com estilos diversificados (Silva, *et. al.*, 2001, p. 13).

## 4. Metodologias

A escolha das metodologias, dos matérias e dos recursos utilizados na Prática de Ensino Supervisionada teve como objetivo maravilhar o grupo de alunos do Ensino Básico e Secundário. A Matemática tem uma beleza própria, que por detrás da sua complexidade aparente é bastante simples.

O objetivo era igual ao de todos os professores ou seja, que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, daí que o grupo de alunos foi motivado de forma a solucionar os problemas colocados, aguçando-lhes a curiosidade.

Todas as atividades desenvolvidas foram preparadas, estudadas e planificadas tendo sempre o aluno como o centro de todas as atenções.

A escolha da abordagem dos temas foi elaborada de forma a despertar a curiosidade nos alunos, recorrendo às tecnologias de forma a enriquecer todas as aulas.

Muito se fala sobre métodos de ensino, e qual o método de ensino perfeito e eficaz que permita que todos os alunos aprendam, e o professor se sinta mais seguro e tranquilo com o sentimento de dever cumprido. Não existe a chave perfeita que resolva todos os problemas, daí que é necessário recorrer não só a um método de ensino, mas adaptar, pensando sempre na melhor forma de atingir os objetivos do programa.

O método expositivo que pode ser definido como aquele em que o professor desenvolve oralmente um assunto, dando todo o conteúdo isto é, a informação de partida, a estrutura do raciocínio e o resultado (Ferro, 1999, p.6).

Numa aula expositiva o que está em foco é a exposição dos conteúdos a ser transmitidos aos alunos, deixando estes de terem um papel principal e tendo o professor o papel central na aula.

O método expositivo é um método de ensino relacionado com a escola tradicional sendo ele denominado de expositivo devido à exposição da matéria pelo professor, o único veículo de comunicação.

Muita alteração ocorreu na sociedade e nos materiais que os professores e os alunos têm à sua disposição, daí que uma aula expositiva não tem de ser propriamente uma aula em que o professor fala e os alunos ouvem. Nas aulas lecionadas de forma expositiva recorreu-se às novas tecnologias, fazendo apresentações apelativas de forma a captar o interesse e a compreensão dos conteúdos pelos alunos.

O recurso a este tipo de aula deve-se ao fato de ser ideal para atingir os seguintes objetivos: aquisição e compreensão simples dos fatos e conceitos e divulgação de informação, introdução de uma tema tendo em vista despertar interesse para um assunto e fornecer diretrizes para a realização de tarefas orientadas pelos recursos ativos (Pinheiro, 1998, p.30).

O método de ensino expositivo foi o adequado ao grupo de alunos do Ensino Secundário aquando da lecionação de Geometria no Espaço.

Uma vez que foram vários os períodos em que lecionados, foram aplicados outros métodos de ensino, procurando a melhor forma de trabalhar os temas com os alunos.

Numa outra vertente recorreu-se ao ensino exploratório, enquadrado no método construtivista em que os alunos são agentes da sua própria aprendizagem, ou seja, é da responsabilidade dos alunos a aquisição do seu próprio conhecimento, podendo este ser auxiliado pelo professor ou por materiais didáticos.

No ensino exploratório os alunos aprendem a partir do trabalho que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva (Canavarro, 2011, p.11).

Uma aula de ensino exploratório desenvolve-se em três fases: lançamento da tarefa, exploração pelos alunos e discussão e sistematização (Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008, p.314).

Canavarro, Oliveira e Menezes (2012, p.255) dividem esta última etapa, a discussão e sistematização. A discussão corresponde à resolução da tarefa pelos alunos e a sistematização destinada à institucionalização do conhecimento matemático.

O ensino exploratório valoriza a aquisição do conhecimento matemático com compreensão incluindo nessa aprendizagem as formas de comunicar com os outros, o raciocínio e a resolução de problemas matemáticos (Cengiz, Kline & Grant, 2011, p. 356; Ruthven, Hofman & Mercer, 2011, p.87)

A articulação entre estes métodos de ensino prende-se na noção que a escola tem de acompanhar os tempos e que se tem de mudar o mito do professor como figura central das aulas que leciona.

O método de ensino tradicional é um método de ensino que quando se estabelece uma relação positiva entre alunos/professor e alunos/disciplina deixa de ser uma aula que para muitos seria uma aula pouco interessante para passar a ser uma aula dinâmica. Construir assim, os conhecimentos em conjunto com os alunos, e deixando

de estar perante uma aula fechada, para passar a ser uma aula onde se proporciona uma troca de conhecimentos.

A escolha dos métodos de ensino exploratório e expositivo foi a mais apropriada, pois o professor tem que ser dinâmico e não excluir um método de ensino apenas por ser um método tradicional, sendo a sua conjugação uma forte aliança para o ensino.

## **5. Avaliação das aprendizagens**

A avaliação por norma tem uma conotação negativa pois vem associada ao ato de julgar algo ou alguém.

O ensino e a aprendizagem é um trabalho a dois, então a avaliação fazendo parte do ensino e da aprendizagem também deverá ser realizada a dois. Deve ser encarada como uma forma de diagnosticar as necessidades, as dificuldades os desvios do percurso escolar do aluno. Assim, é possível redefinir ações que permitam a construção de saberes. Só avaliando, o professor poderá verificar se o trabalho desenvolvido está no “bom caminho” ou se é necessário modificar estratégias conhecendo assim as verdadeiras necessidades dos alunos.

No Dec. Lei 139/2012 de 5 de Julho, artigo 23, a avaliação tem por objetivo a melhoria do ensino através da verificação dos conhecimentos adquiridos e das capacidades desenvolvidas pelos alunos. Evidenciando ainda, as modalidades de avaliação de aprendizagens sendo elas, a diagnóstica, a formativa e a sumativa.

A avaliação diagnóstica realiza-se no início de cada ano de escolaridade ou sempre que seja considerado oportuno. A avaliação formativa tem carácter contínuo e sistemático, em que o professor deverá recorrer a uma variedade de instrumentos de recolha de informação, adequados à diversidade das aprendizagens e às circunstâncias em que ocorrem. Desta forma é possível obter informação sobre o desenvolvimento das aprendizagens. A avaliação sumativa traduz um juízo global sobre a aprendizagem realizada pelos alunos, tendo como objetivo a classificação e a certificação.

A avaliação não tem apenas como função a verificação de conhecimentos por parte dos alunos, a avaliação tem quatro funções: a pedagógica, a social, a de controlo e a crítica. A função pedagógica entende-se como sendo um barómetro da qualidade de ensino. A função social no sentido de certificar se os alunos adquirem as competências para o mundo trabalho. A função controladora tem o intuito de manter o bom clima de sala de aula, ou seja, permitindo que a interação entre alunos e professores seja feita de forma harmoniosa, levando a que todo o trabalho realizado decorra no sentido do alcançar as melhores aprendizagens. A função crítica entende-se como uma crítica ao sistema educativo (Pacheco, 1994 como citado em Dias, 2011 pp. 34-35).

Desta forma, a avaliação não tem apenas como função avaliar os conhecimentos dos alunos, é uma etapa do ensino que tanto avalia alunos como professores, escolas e sistema educativo.

Avaliar os conhecimentos matemáticos, significa reunir e analisar dados permitindo que aqueles que aprendem tenham a oportunidade de pôr em prática os seus conhecimentos, defendendo as suas ideias e argumentos, aflorando dúvidas e inseguranças com a intenção de as recuperar. Avaliar em Matemática, como em todas as disciplinas, não é encontrar o erro e deixar o aluno continuar a cometê-lo, mas sim identificar o erro para o poder retificar. Aprender significa cometer erros, reconhecê-los e retificá-los. A aprendizagem é feita por experiências, tal como tudo o que nos deparamos na vida e, desta forma, o professor perante os alunos tem de avaliar no sentido de definir os erros cometidos, para poder criar planos que auxiliem a sua retificação. A avaliação na Matemática não se restringe em avaliar o produto final, mas em avaliar o processo de aprendizagem, permitindo que o aluno seja um agente ativo na sua aprendizagem e na sua avaliação.



## **6. Tecnologias de Informação e Comunicação para o enriquecimento do ensino e aprendizagem**

Vive-se numa época em que as tecnologias se encontram presentes no dia a dia de qualquer pessoa e desta forma não é algo que se possa evitar ou contrariar.

A comunidade escolar nem sempre se encontra preparada para este acesso desenfreado às novas tecnologias, mas não é por isso que se tem de evitar o seu uso. Claro que quando se enuncia a palavra tecnologia a primeira imagem que vem à cabeça é a de um computador, mas as tecnologias vão além dos computadores como recurso nas salas de aula, são os tablets, as calculadoras e muitos outros instrumentos que podem ser utilizados nas mais variadas disciplinas.

Vários autores analisaram as funcionalidades das tecnologias, destacando diversas perspetivas para a utilização do computador na sala de aula. O computador é considerado como um elemento dinamizador, cujo objetivo é melhorar o ambiente de sala de aula, é um elemento facilitador, permitindo a realização de determinadas tarefas que tradicionalmente eram realizadas à mão, e também um elemento que permite equacionar e realizar determinadas atividades que seriam difíceis de efetuar de outro modo.

A possibilidade de explorar a Matemática com recurso às tecnologias e realizar determinadas atividades que até aqui eram impossíveis, é verdadeiramente o desafio e a verdadeira novidade.

Pierce & Stacey (2001, p.44) atribuem às tecnologias um papel pedagógico e funcional. O papel funcional é atribuído quando as tecnologias são usadas como ferramenta de construção de materiais. O papel pedagógico está relacionado com a interação direta entre o professor e o aluno com as ferramentas tecnológicas. As tecnologias oferecem aos alunos uma nova percepção na aprendizagem e compreensão da Matemática, permitindo assim obter sucesso no seu percurso académico.

Goos (2005, p.39) refere que a utilização das tecnologias em sala de aula é classificada segundo a sua ação. Uma ação dominadora quando são impostas pelo sistema educativo, não havendo desta forma uma escolha por parte do professor no recurso ou não das tecnologias. Uma ação de serva ou de dar serventia no sentido de ser utilizada para a construção de materiais a serem usados na sala de aula, sem que exista qualquer mudança nas atividades a realizar. As tecnologias são consideradas

como parceiras, quando são utilizadas pelo professor e pelos alunos, permitindo alcançar conhecimento que de outra forma seria impossível. As tecnologias como extensão do professor isto é, o uso criativo e eficaz das tecnologias colocando-as ao seu serviço durante a aprendizagem permitindo aos alunos adquirir conhecimentos de forma mais fácil e compreensível.

A ação das tecnologias em sala de aula pode ser vista de várias perspectivas, o professor tem de reestruturar a sua forma de ensinar e adaptar-se aos tempos que correm. A tecnologia surge na vida dos alunos e desta forma não é algo que se possa ignorar ou colocar de parte. O professor deve tirar o melhor partido das tecnologias e recorrer a elas como um terceiro elemento no ato de ensinar e aprender.

O uso das tecnologias permite a visualização de conceitos matemáticos tais como funções e construções geométricas, fazendo atenuar a necessidade de abstração e de idealização, tornando assim as ideias mais perceptíveis. A integração das tecnologias, permite aos alunos serem críticos nos resultados que obtém.

Numa aula exploratória com recurso às tecnologias o professor deixa de ter um papel central, detentor e transmissor incontestável do conhecimento, e passa a ser co-aprendente com os seus alunos.

Nas aulas com recurso às tecnologias surgem questões que não tinham sido previamente pensadas pelo professor deixando assim a aula de estar inteiramente nas mãos do professor, e a sensação de domínio pela aula que se encontra a lecionar é perdida, a sensação de descoberta que anteriormente era apenas dos alunos passa a ser também do professor sendo para muitos docentes a principal dificuldade no recurso à tecnologia na sala de aula. A perda deste papel que colocava o professor como detentor de todo o conhecimento e a possibilidade de surgirem questões para as quais não estava preparado coloca-o numa posição de “inferioridade”. Esta falta de domínio na tecnologia e em todas as potencialidades da mesma, faz com que o professor se sinta reticente na utilização das tecnologias no decurso das suas aulas (Ponte, 2009, p.105).

As aulas tradicionais em que o professor fala e os alunos ouvem, devem ser repensadas pois os alunos mudaram, quando chegam à escola não são mais um “saco vazio” sem conhecimentos mas um saco cheio de informação e entendimentos, pois a informação é, nos nossos dias, algo que surge constantemente.

## 6.1. Geogebra na sala de aula

O recurso a programas computacionais de acordo com o Programa de Matemática de Ensino Básico de 2007 favorece a compreensão de conceitos e deve ser utilizado em tarefas exploratórias e de investigação.

Expressões como “não sei”, “é preciso saber”, “eu não sou capaz” são expressões que surgem por parte dos alunos quando lhes é sugerido uma tarefa de aula, mas quando lhes é apresentada uma tarefa com recurso a programas computacionais, os alunos sentem-se mais motivados para encarar a Matemática como um desafio e não como algo aborrecido e cansativo. O que lhes parecia distante e complexo já lhes soa mais familiar, pois o acesso a computadores surge desde muito cedo. Daí que o recurso a softwares de geometria dinâmica como o Geogebra são uma mais valia, pois consegue-se que o aluno, até o mais distante da disciplina de Matemática, se sinta capaz de desenvolver as atividades que lhe são propostas.

O Geogebra é um *software* de Matemática que permite construir e explorar objetos geométricos e algébricos interativamente. Foi desenvolvido pelo austríaco Marcus Hohenwarter da Universidade de Salzburg, em 2001. É um *software* gratuito podendo ser obtido através do site oficial: <http://www.geogebra.org>.

O Geogebra vai ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo aos professores e aos alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar conteúdos matemáticos, permitindo a construção do conhecimento.

O software de geometria dinâmica é vantajoso porque pode ser utilizado para planificar e criar tarefas, tornando assim a aprendizagem da Matemática mais apelativa, sendo melhor compreendida pelos alunos pois envolvem-se mais no processo de aprendizagem.

## 6.2. Calculadoras gráficas na sala de aula

A calculadora esta presente na sala de aula e o professor deve planificar as suas aulas de forma a ir ao encontro da utilização deste instrumento.

Os alunos que utilizam a calculadora mostram um espírito crítico perante os resultados que obtém autocorrigindo-se, enquanto que os alunos que recorrem aos

algoritmos usuais de papel e lápis erram com mais frequência. Os alunos com recurso à calculadora tornam-se mais críticos e autorregulam as estratégias transformando assim uma aula de Matemática numa aula mais entusiasmante (Ponte & Cebola, 2008, p.90).

Os alunos demonstram maior interesse na resolução de tarefas com recurso à calculadora, abandonando a postura passiva que muitos têm face à sua aprendizagem. A utilização da calculadora apresenta diversas vantagens, entre elas a aproximação dos dados dos problemas à realidade, que anteriormente era impossível devido aos cálculos exaustivos. As preocupações dos alunos centram-se nas estratégias e na análise crítica dos resultados.

As calculadoras gráficas permitem aos alunos uma visualização do que está a ser feito durante a realização de uma tarefa, que até aqui seria impossível.

O Programa de Matemática A do Ensino Secundário de 2001, indica a utilização obrigatória da calculadora gráfica com o intuito de atingir os objetivos por ele defendidos.

## 7. Descrição e caracterização da Escola e dos alunos envolvidos na prática de ensino supervisionada

### 7.1. Escola Secundária Severim de Faria

A Escola Secundária Severim de Faria é uma escola com história desde 1960. A escola denominava-se de Colégio da Nossa Senhora do Carmo, nome atribuído por Manuela de Brito. Entre 1962 e 1963, a escola funcionava como colégio interno e externo com o nome de Instituto das Irmãs Doroteias. Só em 1975 o Governo adquiriu o edifício e ainda no ano lectivo de 1975/76 foram iniciadas obras de restauro. Em 1976/77 a Escola adoptou o nome de "Escola Secundária da Sé" e abriu com os 7º e 8º anos de escolaridade. Atualmente tem o nome de "Escola Secundária de Severim Faria". Este estabelecimento possui muitos espaços verdes e encontra-se bem situada, uma vez que está a cerca de 10 minutos do centro da cidade de Évora.



Figura 1: Escola Secundária Severim de Faria  
Imagem retirada do site [escolas.uevora.pt](http://escolas.uevora.pt)

A escola faz parte do Agrupamento de Escolas nº3 de Évora, sendo a sede do agrupamento sediada na própria Severim de Faria.

Este agrupamento é formado por 10 escolas que vão desde Pré-Escolar ao Secundário formando um total de 87 turmas e 1852 alunos.

O agrupamento de Escolas nº 3 de Évora é formado por 72 funcionários não docentes e 162 docentes.

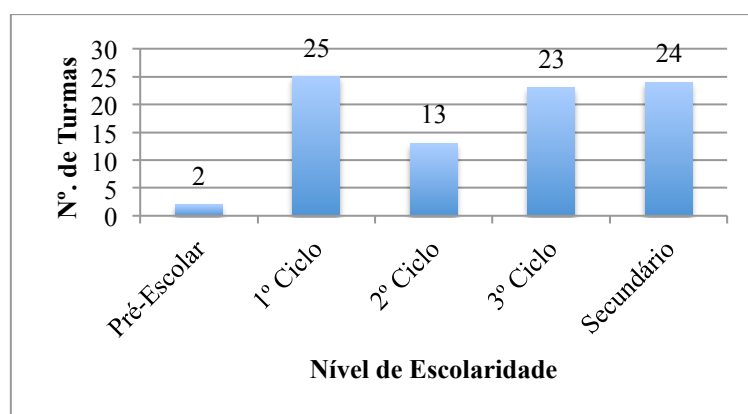


Gráfico 1: Número de turmas por nível de escolaridade no Agrupamento de Escolas nº 3 de Évora.

O maior número de turmas situa-se no 1º Ciclo seguido pelo ensino secundário e o 3º ciclo, o mesmo se verifica com o número de alunos (Gráfico 1 e 2).

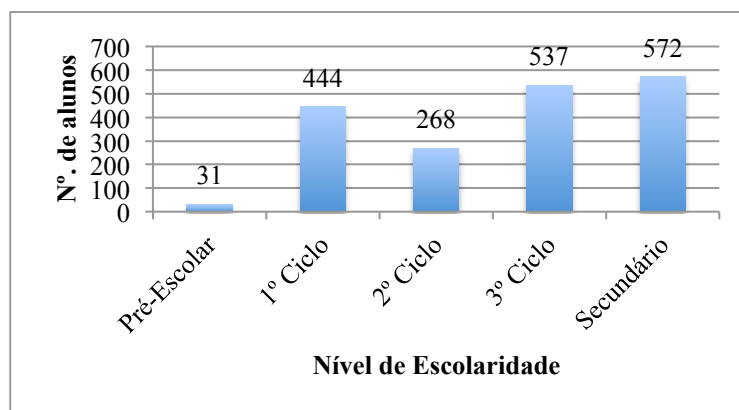


Gráfico 2: Número de alunos por nível de escolaridade no Agrupamento de Escolas nº 3 de Évora.

A Escola Secundária Severim de Faria faz parte deste agrupamento e é formada pelo edifício principal que é constituído por dois corpos simétricos, organizados em torno de dois pátios.

O edifício principal é constituído pelo rés-do-chão onde fica sediada uma biblioteca, com grande património literário, o bar, a secretaria e algumas salas de aulas. O 1º andar é constituído essencialmente por salas de aulas e salas de reuniões. As salas de aulas são amplas e com muita luz natural.

A oferta educativa da Escola Secundária Severim de Faria vai desde o 3º Ciclo ao Secundário, sendo este formado pelos cursos científico-humanístico e pelos cursos profissionais. O 3º Ciclo possui 12 turmas e o Ensino Secundário possui 23 turmas, de entre as 12 turmas de 3º Ciclo encontra-se uma turma de Ensino Vocacional, e nas 23 turmas de Ensino Secundário existem 5 turmas de ensino profissional.

O Ensino Vocacional tem como objetivo assegurar a criação de uma oferta no Ensino Básico que privilegia a aquisição de conhecimentos em disciplinas como Português, Matemática e Inglês e o contato com diferentes atividades vocacionais. Estes cursos têm a estrutura curricular organizada por módulos. Destinam-se a alunos a partir dos 13 anos que manifestam dificuldades com os estudos do ensino geral, ou que tiveram duas retenções no mesmo ciclo e também com três (ou mais) retenções em ciclos diferentes. O encaminhamento destes alunos faz-se após um processo de avaliação vocacional existindo acordo com os Encarregados de Educação.

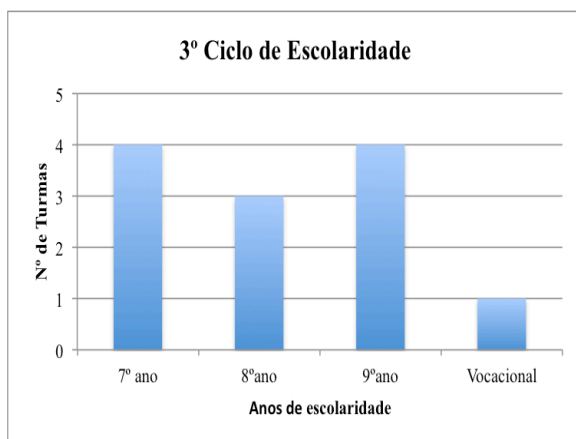


Gráfico 3: Turmas do 3º Ciclo na Escola Severim de Faria

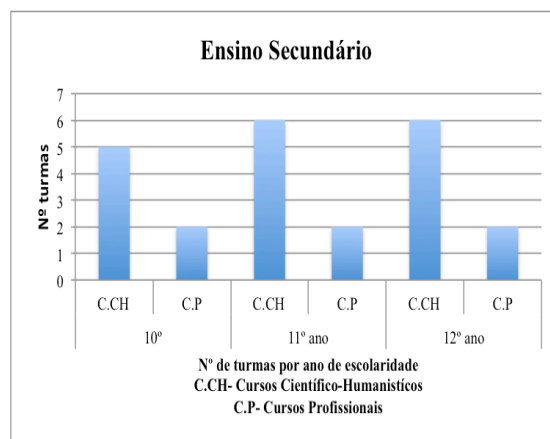


Gráfico 4: Turmas do Ensino Secundário na Escola Severim de Faria

No do 3º Ciclo de escolaridade da Escola Severim de Faria acompanhei a turma A do 9º ano e das turmas de Ensino Secundário acompanhei a turma do 10º ano do curso de Ciências Socioeconómicas.

## 7.2. Caraterização das turmas

Quando dei início à minha atividade de aluna estagiária na Escola Severim de Faria e sabendo que iria acompanhar uma turma de 9º ano e uma turma de 10º ano senti a necessidade de recolher alguma informação sobre estes alunos. Essa informação foi sendo construída ao longo do tempo em que estive a assistir às aulas dos professores cooperantes.

A exposição que se segue não é de todo uma caraterização exaustiva dos alunos que acompanhei visto que, a caraterização dos alunos deverá contemplar os aspetos sociais, aspetos psicopedagógicos, a planta de sala de aula e o perfil da turma. A caraterização efetuada tem em conta aspetos como dimensão da turma, percentagem de reprovações, pontualidade e assiduidade.

### 7.2.1. Turma A do 9º ano do 3º Ciclo do Ensino Básico

A turma de 9º A é uma turma constituída por 27 alunos, entre eles 16 são do sexo feminino e 11 do sexo masculino.

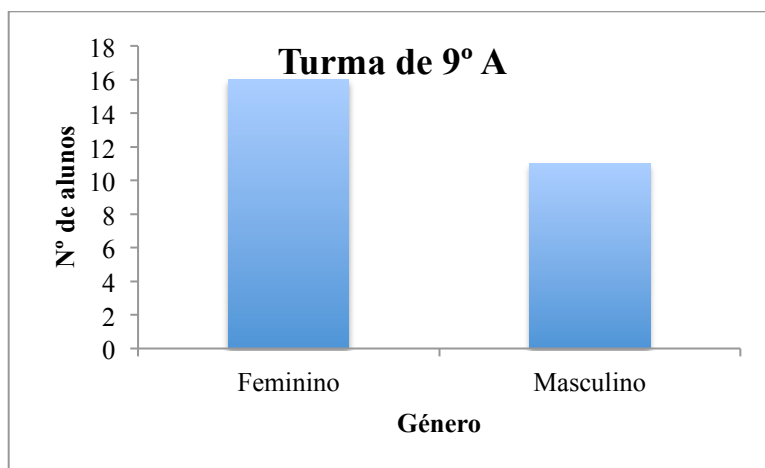


Gráfico 5: Alunos da turma do 9º A

O aproveitamento destes alunos é fraco na disciplina de Matemática. Através de uma análise aos resultados obtidos no final do 8º ano, verifica-se que a média se situa no nível 2 de avaliação. Verifica-se ainda que existem três alunos que se encontram a repetir o 9º ano sendo que a percentagem de alunos reprovados é de 11% (Gráfico 6).

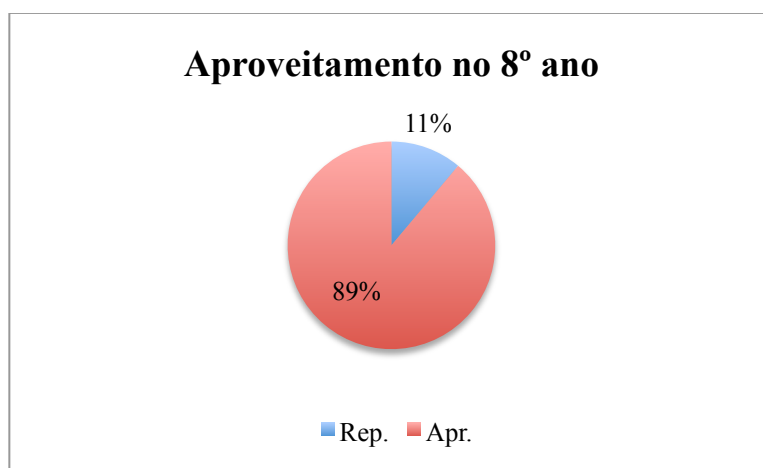


Gráfico 6: Aproveitamento dos alunos da turma do 9ºA no ano letivo anterior.

A turma homogénea em termos de resultados, sendo participativa e trabalhadora em sala de aula, mas com fracos resultados. Como todos os alunos que se



encontram no nível etário dos 14-16 anos distraem-se com facilidade com os colegas do lado sendo, portanto, necessário chamar à atenção. Sente-se motivação por parte dos alunos em querer aprender durante o decorrer das aulas, mas como aprender requer trabalho, e uma vez que se trata de uma turma com fraco aproveitamento, não realizam o estudo necessário para que o conhecimento adquirido em sala de aula se torne sólido e consistente.

Quanto à assiduidade é uma turma assídua com exceção de um aluno que apresenta uma débil frequência às aulas de Matemática. Todos os outros alunos apresentam-se para as aulas com a frequência que lhes é imposta pelo o horário escolar. Quanto à pontualidade é uma turma pontual, com exceção do dia em que entram às 8h 15min, ou seja, à segunda feira.

### **7.2.2. Turma do 10º ano do Curso Científico-Humanístico de Ciências Socioeconómicas**

A turma do 10º ano do Curso Científico-Humanístico de Ciências Socioeconómicas (CSE) é uma turma formada por 30 alunos sendo ela maioritariamente constituída por alunos do sexo masculino.

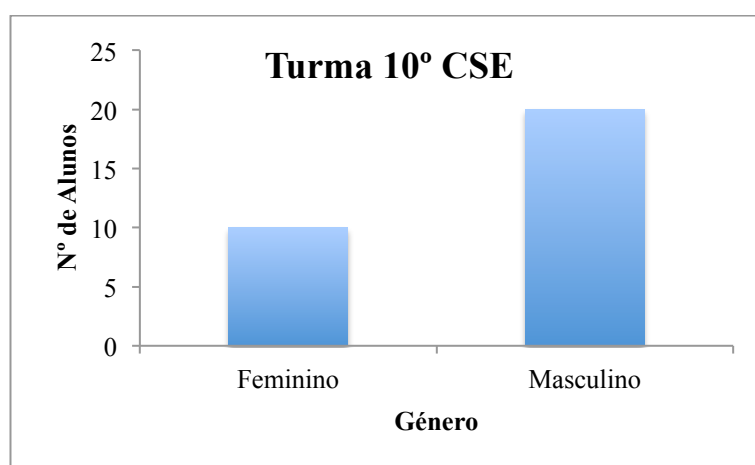


Gráfico 7: Número de alunos da turma 10º Ciências socioeconómicas

A turma possui apenas 10 alunos do sexo feminino e 20 alunos do sexo masculino. É uma turma que é constituída por 8 alunos que se encontram a repetir a disciplina, havendo por isso, uma percentagem de reprovação de 27%.

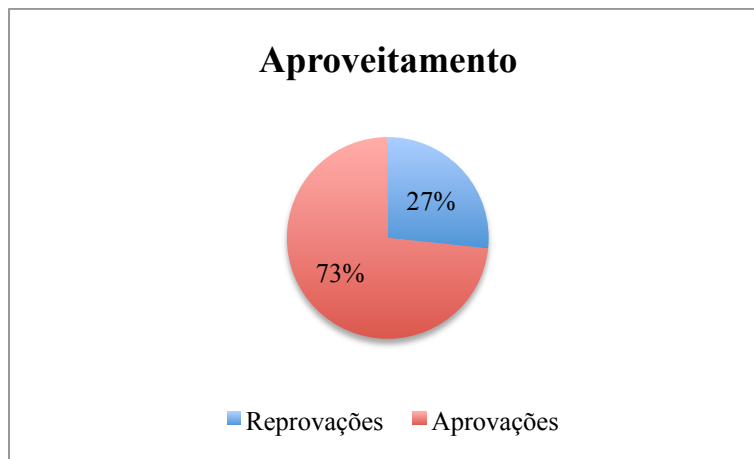


Gráfico 8: Aproveitamento dos alunos da turma do 10º ano de ciências socioeconómicas no ano letivo anterior.

É uma turma pouco participativa e interage pouco com o professor. Durante o período de assistência às aulas do professor cooperante verificou-se uma falta de motivação perante o que estava a ser lecionado.

Em relação à assiduidade e à pontualidade nota-se que a turma é pontual e assídua, com exceção de um aluno que possuiu uma frequência deficiente às aulas de Matemática. As ausências por parte deste aluno são justificadas por motivo de doença. O aluno em questão é um aluno que se encontra a repetir a disciplina de Matemática.

Na aula que se inicia às 8h 15min nota-se um atraso maior por parte dos alunos.

## 8. Planificação e análise do trabalho desenvolvido

Planificar é um conceito inerente a quase todas as atividades profissionais. Planificar o dia que se inicia ou planificar uma tarefa, está diretamente relacionado com qualquer atividade, e também está relacionado com a atividade de docência. Planificar é uma palavra que tem origem no latim, *planunficare* e significa traçar um plano, significa encontrar um caminho de entre muitos para chegar ao destino pretendido, neste caso, ao processo de ensino-aprendizagem (Silva, 1983 como citado em Barroso, 2013, p.9).

A planificação é realizada pelos docentes por vários motivos: combater incertezas e inseguranças, como um esboço de como alcançar o processo de aprendizagem ou então, como estratégia a utilizar ao longo do processo de aprendizagem.

Os docentes elaboram a planificação a partir do Currículo estabelecido pelo Ministério da Educação e utilizam diversos materiais didáticos, manuais didáticos, tecnologias e experiências vividas.

A planificação de uma aula que se irá lecionar é muito importante pois permite ter uma concepção do que irá ocorrer, possibilitando a preparação prévia de materiais, podendo assim dinamizar a aula e os temas a abordar. É própria de cada professor e é algo que o distingue de todos os outros colegas de trabalho. Uma aula quando é planificada tem o “*cunho*” de quem a irá lecionar.

A planificação a longo prazo deve ser feita no início do ano letivo e deve conter os conteúdos a desenvolver cronologicamente ao longo de todo o ano, sendo ela a planificação anual (Anexo 45 e Anexo 46). A planificação a médio prazo permite ao professor desenvolver cada unidade de ensino, traçando o percurso para diversas aulas e a planificação a curto prazo possibilita a programação das aulas do “dia a dia”. Esta planificação é realizada apenas pelo professor, enquanto que as planificações anual e a médio prazo são realizadas em conjunto com os docentes da mesma área curricular.

Na planificação a curto prazo definem-se estratégias e atividades a realizar com os alunos durante a aula, em suma é uma descrição da aula a lecionar. Foi neste tipo de planificação que foram desenvolvidas as aulas que lecionei. Este plano funciona como guião da aula onde o professor define o sumário, os conteúdos, as competências que pretende desenvolver, as várias tarefas e a distribuição do tempo.

Uma das principais características deste plano é a flexibilidade uma vez que pode ser necessário fazer alterações a qualquer momento. Durante uma aula existem vários fatores que poderão influenciar e provocar uma alteração do plano inicial pelo que, o professor deverá ser flexível à sua alteração. Esta flexibilidade deverá ser sentida pelo professor e cabe ao docente saber conduzir, encaixar e reconduzir a aula dentro do que planeou.

A planificação das aulas da Prática de Ensino Supervisionada, foi elaborada tendo por base um documento construído no âmbito das aulas de Organização Didática do Ensino de Matemática, em que o objetivo foi espelhar e prever o decorrer de três aulas do 9º ano e de três aulas de 10º ano (Anexo 11).

## **8.1. Planificação das aulas de 3º Ciclo e Secundário**

### **8.1.1. Planificação das aulas na turma de 3º Ciclo**

As aulas lecionadas na turma do 9º ano do 3º Ciclo do Ensino Básico decorreram ao longo do ano letivo em três fases, que coincidiram com os três períodos do ano letivo. A primeira fase decorreu no período de uma semana, em que o objetivo foi lecionar a unidade Funções, nomeadamente a Proporcionalidade Inversa como função. O segundo período de lecionação teve a duração de um mês, em que foi lecionado o tema Lugares Geométricos. O último período ocorreu no terceiro período, tendo a duração de uma semana, cujo objetivo foi dar continuidade ao tema Números Reais, mais especificamente Intervalos de Números Reais.

No primeiro período de lecionação e sob a orientação do professor cooperante estabeleceu-se uma linha condutora para alcançar o pretendido, iniciando-se por uma revisão de conceitos já lecionados no ano letivo anterior, para posteriormente se lecionarem conteúdos novos tendo por base o Programa de Matemática para o Ensino Básico de 2007.

A unidade Funções faz parte do tema Álgebra e é transversal ao 2º Ciclo e aos dois primeiros anos do 3º Ciclo, trabalhando conceitos como proporcionalidade direta, identificando relações e a utilização de linguagem simbólica para representar estas

relações, estudando padrões geométricos e regularidades. Além disso, generalizam-se propriedades das operações aritméticas e aprendem-se as fórmulas de áreas. No terceiro e último ano do 3º Ciclo, os alunos aprofundam o estudo das relações, nomeadamente, introduz-se a proporcionalidade inversa sendo este o tópico das aulas lecionadas.

De acordo com Ponte *et. al.* (2007, p.57) a aprendizagem da proporcionalidade inversa pretende que os alunos sejam capazes de:

- interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- compreender o conceito de função e ser capazes de o usar em diversas situações;
- resolver problemas, comunicar, raciocinar e modelar situações recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos.

Na primeira fase foram lecionadas três aulas, duas de 90 minutos e uma de 45 minutos. A preparação das aulas foi de acordo com o ensino exploratório.

Na planificação da primeira aula foi dividida em dois momentos: o primeiro momento para recordar a proporcionalidade direta e o segundo momento para iniciar a proporcionalidade inversa.

Na primeira parte da aula foi realizada uma tarefa com o objetivo de recordar os conceitos base sobre a proporcionalidade direta. A tarefa escolhida tinha como objetivo recuperar conceitos já lecionados (Anexo 12).

No segundo momento da aula iniciou-se o conceito de proporcionalidade inversa, sendo criada uma tarefa com recurso às “ Propostas de Sequências de Tarefas para o 9º ano - 3º Ciclo”. A tarefa permitiu colocar os alunos perante diversas situações em contextos geométricos e numéricos, tendo em vista uma melhor apropriação do conceito de proporcionalidade inversa (Anexo 13). Desta forma, deu-se ênfase às representações gráficas e algébricas de proporcionalidade inversa em estudo, comparando-as com situações de proporcionalidade direta estudadas anteriormente (Anexo 14).

A segunda aula tinha como objetivo estudar o gráfico da função de proporcionalidade inversa nomeadamente, o estudo da função com a alteração do parâmetro  $k$  (Anexo 15). A aula incidia no estudo do gráfico da função  $y = \frac{k}{x}; k \in \mathbb{R} \text{ e } k \neq 0$ , através da resolução de uma tarefa do manual adotado. A tarefa pretendia

a identificação de pontos do gráfico e a escrita da expressão analítica da função de proporcionalidade inversa.

Utilizando o software Geogebra foi possível estudar o comportamento da função  $y = \frac{k}{x}$ ;  $k \in \mathbb{R}$  e  $k \neq 0$ , com a variação do parâmetro  $k$  encaminhado os alunos para as conclusões acerca da função de proporcionalidade inversa (Anexo 15).

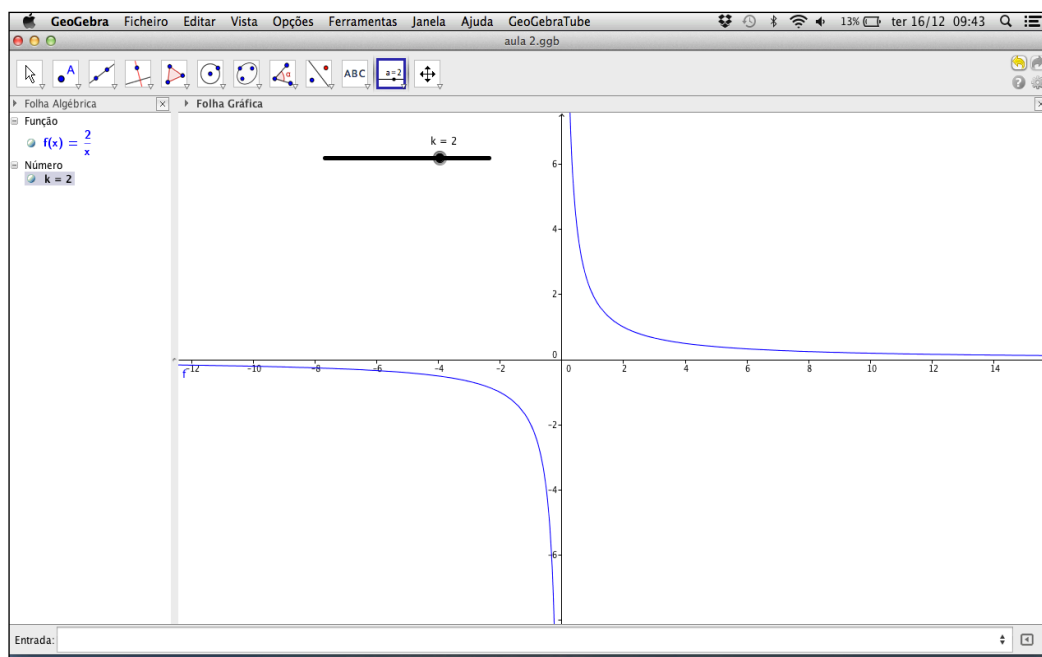


Figura 2: Análise do gráfico da função de proporcionalidade inversa.

Na terceira aula, sendo ela de 45 minutos, planeou-se a resolução de tarefas com o intuito de consolidar os conhecimentos adquiridos. As tarefas escolhidos incidiam nos pontos “chave” do estudo da função de proporcionalidade inversa (Anexo 16).

A planificação destas três aulas foi elaborada de forma a atingir os objetivos específicos estipulados no programa do Ensino Básico de 2007.

A segunda fase de lecionação decorreu durante um período de 7 aulas onde o tema foi Lugares Geométricos. Está incluída no tema Geometria que é um tema também transversal ao 2º e ao 3º Ciclo do Ensino Básico.

O Programa do Ensino Básico (2007, p.53) enuncia como objetivos específicos:

- Identificar e construir circunferência, círculo, bissetriz e mediatriz;
- Identificar superfície esférica e plano mediador;
- Construir a circunferência inscrita e a circunferência circunscrita a um triângulo dado;

- Inscrever um polígono regular numa circunferência (conhecidos o centro da circunferência e um vértice do polígono);

- Determinar a amplitude de um ângulo interno e de um ângulo externo de um polígono regular;

- Resolver problemas envolvendo a circunferência e outros lugares geométricos.

Nesta segunda fase de lecionação recorreu-se mais a tarefas exploratórias, cujo objetivo era os alunos explorarem e investigarem como forma de alcançarem os conceitos fundamentais do tema lecionado.

Na primeira aula lecionada iniciou-se a definição de lugar geométrico e seguidamente os alunos tiveram a oportunidade de realizar uma tarefa criada com recurso ao *software* Geogebra (Anexo 17).

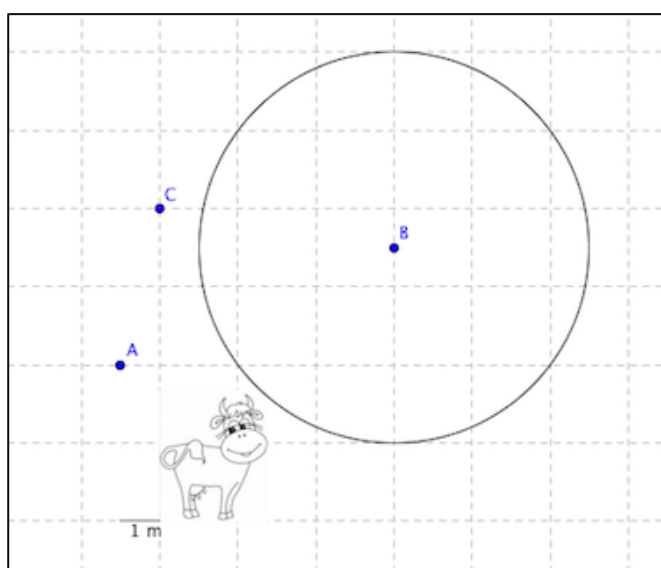


Figura 3: Resultado obtido no estudo de lugares geométricos.

Seguidamente foi enunciada uma tarefa cujo objetivo era alcançar a noção de coroa circular através da conjunção de duas condições. Ainda durante esta aula realizou-se a passagem para o espaço, recorrendo à visualização de objetos reais, como uma bola de ping-pong e uma bola de bilhar, para esclarecer a noção de superfície esférica e esfera (Anexo 18).

Na segunda aula lecionou-se a noção de mediatriz, plano mediador, circuncentro e circunferência circunscrita a um triângulo, com recurso a tarefas de ensino exploratório trabalhadas em conjunto com os alunos.

Para lecionar o conteúdo mediatriz e plano mediador recorreu-se a uma tarefa exploratória utilizando o software Geogebra, que permitiu aos alunos descobrirem qual o local que se encontra à mesma distância entre dois pontos.

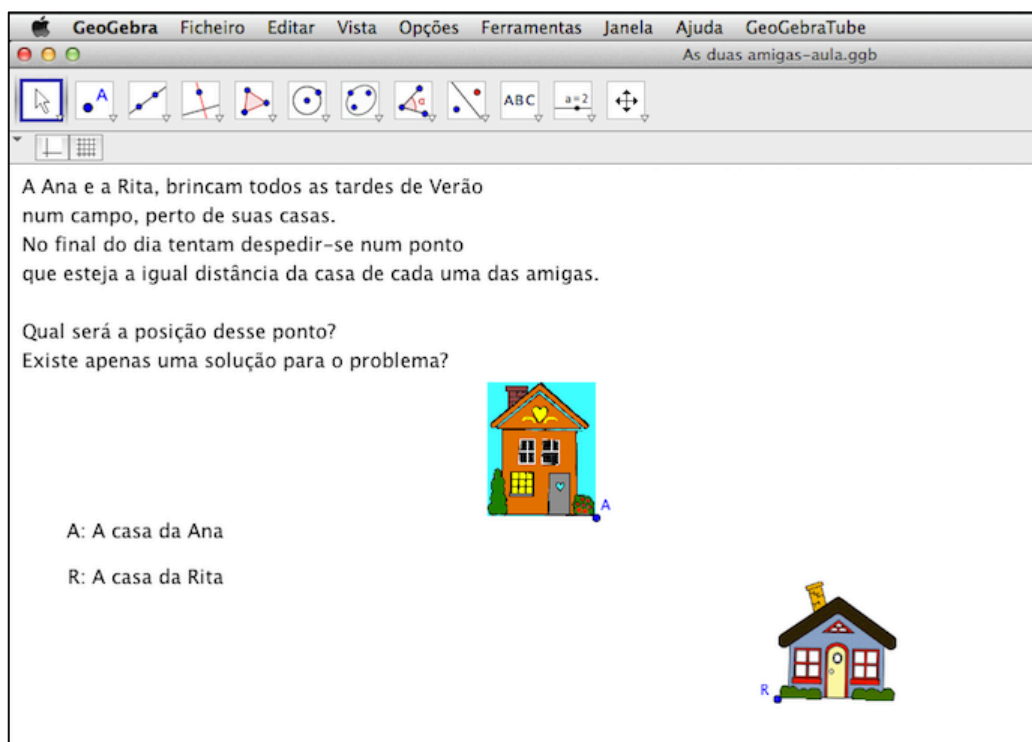


Figura 4: Tarefa utilizada para lecionar mediatriz de um segmento de reta

Após a exploração da tarefa por todos os alunos, e estabelecida a discussão dos resultados obtidos, realizou-se a sistematização dos conteúdos relevantes a registar no caderno. Ainda durante o decurso da exploração de mediatriz, foi enunciada no quadro uma tarefa cujo objetivo seria analisar os pontos que se encontram mais próximos de um ponto, ou seja, o estudo de semiplanos recorrendo às noções investigadas anteriormente com a noção de mediatriz.

Seguidamente foi projetado no quadro interativo, a atividade que tinha como intuito encontrar um ponto que se encontra à mesma distância de três pontos, ou seja, encontrar o circuncentro. Para atingir o pretendido planificou-se uma tarefa, que foi explorada pelos alunos e investigada por eles.



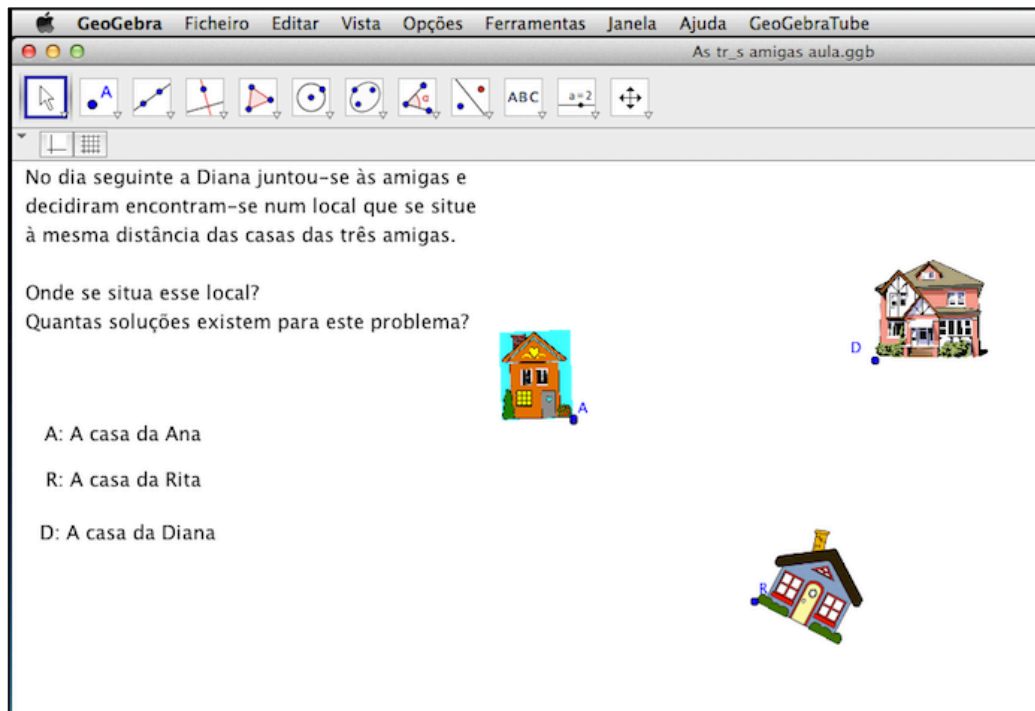


Figura 5: Tarefa utilizada para lecionar a noção de circuncentro

Ainda no decorrer da exploração desta atividade incentivou-se os alunos para o fato de que, o ponto que encontraram se denominava de circuncentro e pode definir-se o lugar geométrico do plano formado por todos os pontos que se encontram à mesma distância do circuncentro. O lugar geométrico que foi por eles enunciado como sendo a circunferência (Anexo 19).

Na terceira aula, sendo ela uma aula de 45 minutos foi planejada a exploração da circunferência circunscrita. Sugeriu-se que os alunos construíssem no seu caderno um triângulo à sua escolha, tendo em conta que cada um iria construir um triângulo diferente e assim seria interessante permitir a exploração do circuncentro em vários triângulos, possibilitando aos alunos verificar a existência do circuncentro no interior e no exterior da circunferência.

A exploração desta atividade foi realizada com ajuda da construção de um triângulo no Geogebra permitindo aos alunos a visualização do trabalho tal como se encontra no Anexo 20.

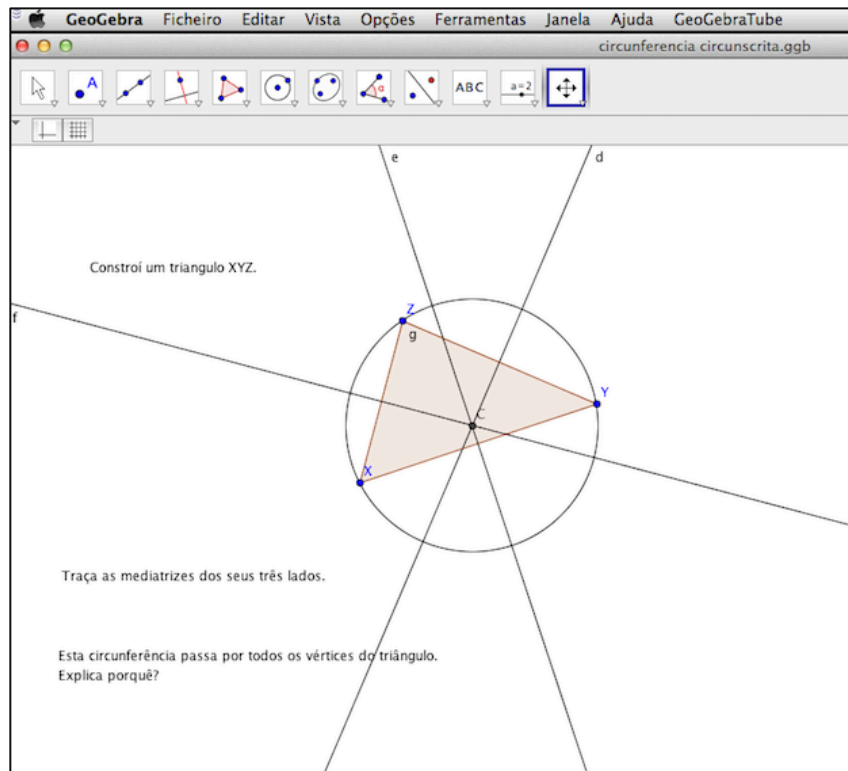


Figura 6: Recurso utilizado para lecionar “Circunferência circunscrita a um triângulo”.

Na quarta aula lecionou-se o conceito de bissetriz de um ângulo e circunferência inscrita num triângulo. Planificou-se a aula de forma a que os alunos construíssem no seu caderno as formas geométricas necessárias para aquisição dos conceitos, a sua correção foi realizada com recurso ao *software* Geogebra. Após a exploração dos conceitos solicitou-se o registo no caderno dos pontos relevantes (Anexo 21).

A aula seguinte foi planificada com recurso às tarefas do manual adoptado pela escola, uma vez que se tratava de explorar conceitos que os alunos já tinham lecionado em anos anteriores (Anexo 22). Na aula de 45min lecionou-se a soma dos ângulos externos e a construção de polígonos regulares. Planificou-se o conteúdo com a construção de polígonos regulares numa atividade que permitia a construção de polígonos tendo como conhecido um lado do polígono ou sendo conhecido um vértice do polígono (Anexo 23). De acordo com o Anexo 24 nesta atividade os alunos construíram os polígonos e a sua correção foi acompanhada pela construção no Geogebra.

Ainda durante este período planificou-se uma aula na sala de informática da escola, cujo objetivo seria a verificação dos conceitos lecionados e a possibilidade dos alunos utilizarem o *software* Geogebra de forma autónoma. A aula foi planificada com

recurso a uma tarefa cujo intuito seria encontrar um ponto que só seria descoberto através da conjunção de vários lugares geométricos (Anexo 10).

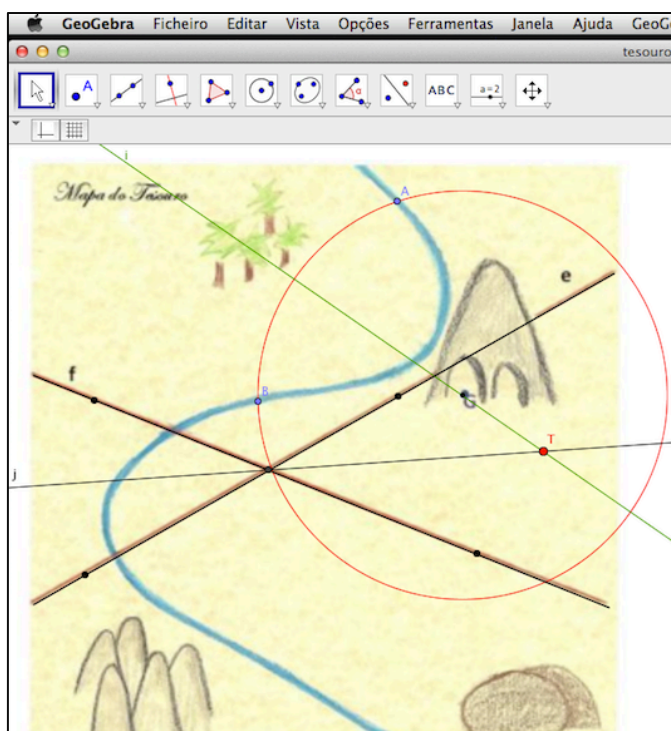


Figura 7: Tarefa realizada pelos alunos na sala de informática

Nesta atividade os alunos realizaram a tarefa em díades, uma vez que não foi possível ter um computador por aluno (Anexo 25).

Após a leção destes conteúdos seguiu-se um interregno, voltando a lecionar na primeira semana do terceiro período, sendo os conteúdos lecionados Números Reais.

A unidade Números Reais está incluído no tema Números e Operações que é um tema também transversal ao 1º, 2º e 3º Ciclo do Ensino Básico. O Programa do Ensino Básico (2007, p.50) enuncia como objetivos específicos:

- Identificar um número real (racional e irracional) com um número cuja representação decimal é uma dízima finita ou infinita;
- Representar números reais na reta real, com aproximações apropriadas aos contextos;
- Reconhecer que as propriedades, das operações em  $\mathbb{Q}$  se mantêm em  $\mathbb{IR}$  e aplicá-las na simplificação de expressões;
- Comparar e ordenar números reais;

- Compreender e utilizar a transitividade das relações  $< e >$  em  $\mathbb{R}$ ;
- Determinar valores aproximados por defeito (excesso) da soma e do produto de números reais, conhecidos os valores aproximados por defeito (excesso) das parcelas e dos fatores;
- Representar e interpretar intervalos de números reais, bem como a sua interseção e reunião, simbólica e graficamente;
- Resolver problemas e investigar regularidades envolvendo números racionais e reais.

Esta última etapa de lecionação decorreu no início do terceiro período, com uma duração de três aulas.

Como forma de iniciar o tema Intervalos de Números Reais recorreu-se a um conteúdo lecionado no 2º Ciclo, a desigualdade triangular, para que os alunos verificassem que o terceiro lado de um triângulo não pode ter uma medida qualquer, mas um valor pertencente a um intervalo de números. Desta forma foi efetuada uma tarefa previamente construída no *software* Geogebra.

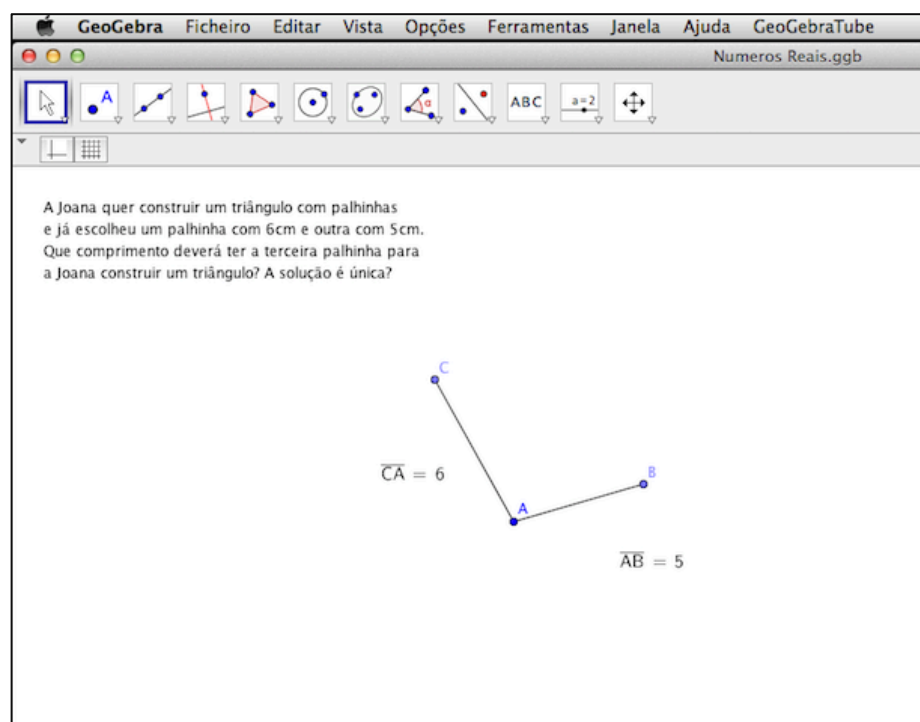


Figura 8: Recurso utilizado para lecionar intervalos de números reais.

Como forma de exploração da tarefa, utilizou-se várias palhinhas com várias dimensões para que os alunos pudessem verificar, concretamente, que o terceiro lado do triângulo não pode ter qualquer valor. Com recurso às respostas obtidas por parte da turma foi possível explorar os conceitos de intervalos abertos e fechados (Anexo 26).

A segunda aula lecionada neste período teve como objetivo trabalhar a interseção e reunião de intervalos. Para tal recorreu-se a uma tarefa do manual adoptado, que em primeiro lugar explorava se um número pertencia a dois intervalos, e se um número pertencia a um dos intervalos e não a outro, para posteriormente alargar o conceito para o intervalo de números que está contido em dois intervalos. O mesmo tipo de estudo ocorreu para a noção de reunião de conjuntos.

Após a exploração da tarefa, foi colocada no quadro uma tarefa que permitiu verificar a apreensão dos conteúdos que se encontravam a ser lecionados (Anexo 27).

Na terceira aula deste segmento, sendo uma aula de 45 minutos, planificou-se a resolução de tarefas para certificar se os conteúdos se encontravam consolidados (Anexo 28).

### **8.1.2. Planificação das aulas na turma de Secundário**

As aulas lecionadas no 10º ano do Ensino Secundário ocorreram em três períodos distintos que coincidiram com o 1º, 2º e 3º períodos do ano letivo.

A planificação das aulas de 10º ano foi elaborada de forma a incidir nos objetivos específicos do Programa de Matemática A do Ensino Secundário de 2001.

O primeiro segmento de aulas foi um período de uma semana em que foi lecionado Geometria no Plano e no Espaço I, mais especificamente Geometria no Espaço.

O ensino da Geometria é de grande importância, pois permite ao aluno desenvolver a intuição geométrica e o raciocínio espacial, assim como capacidades para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, desenvolvendo capacidades de organização e comunicação oral e escrita.

Durante o período em que a Geometria no Espaço foi lecionada propôs-se aos discentes tarefas que os levassem a sentir a necessidade e a vantagem no uso do

referencial no espaço. Forneceram-se referenciais no espaço, permitindo aos alunos retirar coordenadas de pontos e colocar uma figura num referencial.

A primeira aula foi estruturada de forma a dar a primeira abordagem a referenciais cartesianos no espaço.

A aula foi planejada com recurso à tecnologia de uma forma funcional ou seja, foi utilizada como ferramenta de construção de materiais. O *software* utilizado foi mais uma vez o Geogebra.

Os conteúdos a serem lecionados incidiam na noção de referenciais cartesianos no espaço, sendo a aula estruturada de forma que os alunos tenham um primeiro contacto com referenciais cartesianos no espaço; na identificação e representação de pontos no espaço.

A aula iniciou-se com a apresentação teórica das características dos referenciais cartesianos através da visualização de um *PowerPoint* (Anexo 30) construído com recurso ao *software* informático em uso (Geogebra) e, seguidamente foi solicitado aos alunos que representassem pontos no espaço. Esta representação de pontos começou com pontos pertencentes aos eixos coordenados, adensando a sua representação até aos pontos que pertencem a qualquer octante. Ainda durante esta aula foi solicitado aos alunos a indicação das coordenadas de pontos (Anexo 31).

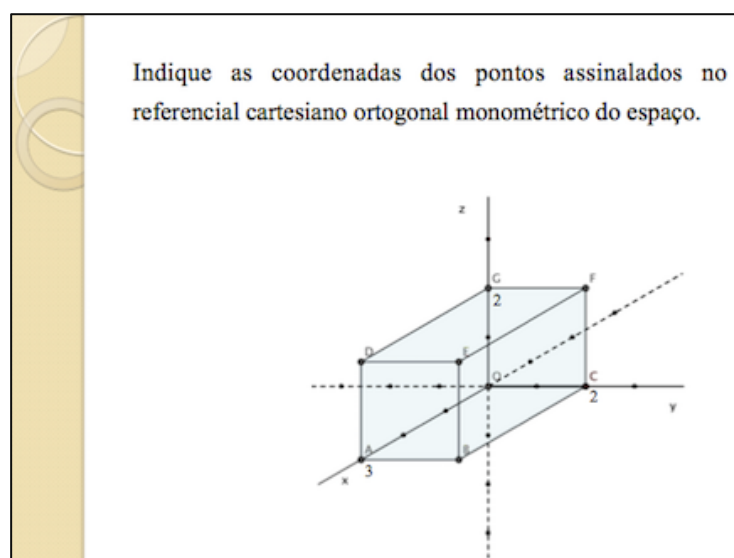


Figura 9: Exemplo utilizado para a verificação de conhecimentos.

Na segunda aula continuou-se com a identificação de pontos no espaço recorrendo a tarefas do manual adotado. Nesta aula a planificação consistiu em estudar

os planos paralelos aos planos coordenados e na elaboração de tarefas com o objetivo de consolidar a matéria lecionada.

Os planos paralelos aos planos coordenados foram lecionados recorrendo a um *PowerPoint* construído para ajudar a sua visualização (Anexo 32 e 33).

A terceira aula deste segmento incidiu na identificação de pontos simétricos aos eixos, aos planos coordenados e à origem (Anexo 34).

As aulas foram lecionadas de forma expositiva através do recurso ao Geogebra e ao *PowerPoint*. A escolha deste método de ensino deve-se a que o principal objetivo era a aprendizagem de fatos, conceitos, regras e procedimentos (Anexo 35).

No segundo segmento de aulas lecionadas o tema foi Funções e Gráficos e decorreu ao longo do segundo período.

O conhecimento sobre Funções é indispensável para a compreensão do mundo em que vivemos. Este conhecimento será alargado com base no estudo analítico, numérico e gráfico, privilegiando o trabalho intuitivo de Funções. Em particular realizou-se com os alunos um estudo detalhado de Funções Quadráticas, resolvendo analiticamente e graficamente equações e inequações. Este tema é um tema fundamental para fortalecer a formação básica do aluno. O conhecimento de Funções é essencial para o futuro académico dos alunos.

As aulas foram planificadas com recurso à Calculadora Gráfica pois permitiu aos alunos visualizarem famílias de funções fazendo variar os parâmetros. Através da visualização os alunos puderam investigar e evitar conclusões precipitadas e apressadas acerca do comportamento das funções em estudo. O recurso à Calculadora Gráfica permitiu aos alunos serem críticos acerca dos seus resultados assim como com os resultados dos colegas.

A primeira aula deste segmento iniciou-se com a noção de Funções Quadráticas e seguidamente procedeu-se ao estudo da família de funções quadráticas do tipo  $y=ax^2$ ,  $a \neq 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$  e  $y=ax^2+k$   $a \neq 0$ ,  $a$  e  $k \in \mathbb{R}$ . O estudo da família de funções foi realizada a pares com recurso a uma tarefa (Anexo 36). A tarefa tinha como intuito a visualização de várias funções pertencentes à mesma família, com a variação de parâmetro, permitindo aos alunos chegar à conclusão de como se comportam tais funções.

O recurso às Calculadoras Gráficas permitiu aos alunos o estudo de várias funções num curto espaço de tempo. Após a realização da alínea 1 da tarefa (Anexo

36), que consistia em representar funções do tipo  $y=ax^2$ ,  $a>0$  e  $a\in\mathbb{R}$ , questionou-se os alunos se saberiam qual o comportamento das funções  $y=ax^2$ ,  $a<0$  e  $a\in\mathbb{R}$  e alguns alunos responderam recorrendo aos conteúdos lecionados no 9º ano. Sabiam quando a concavidade era voltada para baixo ou para cima, mas quando questionado acerca do domínio, contradomínio e extremos já não tinham tanta certeza. Revelaram dificuldades especialmente em identificar o contradomínio. Daí foi sugerida a realização da alínea 2 da tarefa (Anexo 36), como forma de confirmar o que tinham respondido. Verificou-se que os alunos demonstravam iniciativa e vontade de verificar se as suas respostas estavam corretas. Após este estudo realizou-se uma síntese do trabalho efetuado pelos alunos, através de um quadro como o apresentado na tarefa (Anexo 37). Seguiu-se a realização das alíneas 3 e 4 que incidiam no estudo do comportamento da família de funções  $y=ax^2+k$ ,  $a, k \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  variando os parâmetros  $a$  e  $k$ . Verificou-se que os alunos em relação à variação do parâmetro  $a$  não tiveram qualquer dúvida. Em relação ao parâmetro  $k$ , os alunos verificaram através da visualização na Calculadora Gráfica que o parâmetro  $k$  movimentava a função na vertical, concluindo que não existia qualquer alteração no domínio, mas sim no contradomínio. Em relação à alínea 4, dois alunos evidenciaram conhecimento de translações e conseguiram identificar o vetor que movimentava verticalmente a função  $y=x^2$  para  $y=x^2+1$ . Em relação aos restantes apenas disseram:

*A função sobe duas unidades na vertical!*

sendo também uma resposta correta, mas não conseguiram relacionar com outros conteúdos já lecionados em anos anteriores. Antes de partir para realização de tarefas, solicitou-se aos alunos o registo sintético do comportamento desta família de funções.

Na segunda aula deste segmento continuou-se o estudo da família de funções quadráticas  $y=a(x-h)^2$  e  $y=a(x-h)^2+k$ ,  $a, h$  e  $k \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$  recorrendo mais uma vez à Calculadora Gráfica. Verificou-se que os alunos após a representação da função  $y_2=(x-2)^2$  e  $y_3=(x+3)^2$  conseguiram realizar uma síntese do comportamento da família de funções  $y=a(x-h)^2$ ,  $a$  e  $h \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ . Antes de iniciar o estudo da família de funções  $y=a(x-h)^2+k$ ,  $a, h$  e  $k \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$  questionou-se a turma sobre o comportamento da função  $f(x)=(x-2)^2-3$  e obtiveram-se respostas como:

*Tem a concavidade voltada para cima!”*

*Tem o vértice em (2, 3)!*

*Deve ter um mínimo por causa da concavidade voltada para cima!*



Quando a resposta foi, o vértice é (2, 3) acrescentou-se:

*Se o vértice é em (2, 3) então observe as conclusões a que chegamos em relação ao vértice das parábolas da família de funções  $y=ax^2+k$ ,  $a$  e  $k \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ !*

aí o aluno retificou a sua resposta corrigindo-se e acrescentou:

*o vértice é (2, -3)!*

A participação da turma foi vantajosa, os alunos demonstraram-se interessados e autonomamente realizaram a representação da função na Calculadora Gráfica com curiosidade para verificar se as respostas estavam corretas, e se poderiam acrescentar mais alguma informação ao que os colegas tinham afirmado.

Com a participação acalorada dos alunos e em conjunto com eles, iniciou-se o estudo do comportamento da função que posteriormente registaram no caderno.

Depois de realizado este trabalho foi elaborada uma síntese com os alunos sobre o comportamento da família de funções  $y=a(x-h)^2+k$ ,  $a$ ,  $h$  e  $k \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$  (Anexo 38 e Anexo 36).

Foi uma aula dinâmica e muito participativa, por parte de uma turma que de forma geral é pouco entusiasta em aula.

A terceira aula deste segmento tinha como objetivo estudar Funções Quadráticas do tipo  $y=ax^2+bx+c$ ,  $a$ ,  $b$  e  $c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$  e a partir delas determinar o vértice da parábola. A aula decorreu solicitando aos alunos que a partir de uma expressão determinassem os zeros da função. Colocou-se as questões:

*Como se determinam os zeros de uma função?,  
O que significa?*

Os alunos corresponderam e recuperaram o conceito de zeros de uma função, associando a uma equação de 2º grau, e por consequência ao recurso da fórmula resolvente para obter as soluções. Seguidamente recordou-se a noção de simetria em relação à reta perpendicular ao eixo das abcissas contendo o vértice da parábola. A partir daí os alunos foram ao encontro do conceito de que a abscissa do vértice da

parábola corresponde à abcissa do ponto médio do segmento formado pelos zeros da função.

Seguidamente questionou-se como determinar a ordenada do vértice. Aqui notou-se uma maior confusão e só com o auxílio do docente, os alunos conseguiram associar que o ponto pertence à função, então a ordenada é a imagem da abcissa do vértice, e portanto determinada por substituição. Seguidamente foi enunciada uma outra função quadrática, que não tinha zeros, questionou-se como seria possível encontrar o vértice. Sendo uma turma muito grande e pouco entusiasta na participação, foi necessário começar por enunciar a expressão  $y=a(x-h)^2+k$ ,  $a, h$  e  $k \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ . Questionou-se como a partir de uma expressão do tipo  $y=ax^2+bx+c$ ,  $a, b$  e  $c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  se poderia obter a expressão  $y=a(x-h)^2+k$ ,  $a, h$  e  $k \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  e obtiveram-se respostas muito perspicazes:

*A expressão ( $y=ax^2+bx+c$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ ) foi obtida pela resolução do caso notável ( $y=a(x-h)^2+k$ ,  $a, b$  e  $c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ).  
Andamos para trás e chegamos ao caso notável!*

Com recurso às respostas obtidas conseguiu-se (professor/alunos) encontrar o vértice da parábola. Este processo de resolução permitiu aos alunos recuperarem a noção de casos notáveis. Após a execução desta tarefa realizou-se no quadro a generalização deste processo e solicitou-se aos alunos que o registassem no caderno.

Ainda durante a aula mostrou-se, através de um exemplo, que para determinar o vértice de uma parábola poderiam encontrar dois objetos com a mesma imagem, e sendo a parábola simétrica, poderiam recorrer à mesma técnica que usaram quando a função tinha zeros (Anexo 39).

A quarta aula deste segmento teve como objetivo consolidar o que tinha sido trabalhado nas aulas anteriores. Iniciou-se com a resolução de uma tarefa que consistia na escrita da expressão analítica de funções a partir do gráfico, ou seja, consistia no processo inverso do que tinham realizado. Verificou-se que os alunos conseguiram encontrar a expressão analítica, o que demonstra que compreenderam o que tinham estudado nas aulas anteriores. A turma demonstrou-se participativa e confiante no que estava a responder. Quando questionados acerca do contradomínio e extremos de cada função, não existiu dificuldade em retribuírem a resposta correta, mas quando questionados acerca da relação que existia entre o tipo de concavidade da parábola e o

tipo de extremo da função, nem todos os alunos conseguiram responder corretamente ao que estava a ser pedido.

Após a realização da tarefa os alunos realizaram mais algumas tarefas sobre o estudo de funções quadráticas. Esta aula foi uma aula prática, com o intuito de consolidar conceitos e ferramentas que auxiliam o estudo de funções quadráticas e que posteriormente serão utilizadas no estudo de funções polinomiais (Anexo 40).

A última aula deste período foi a resolução de inequações quadráticas. A aula foi planificada de forma expositiva ou seja, enunciou-se um exemplo e a partir deste resolveu-se a inequação explicando todos os passos, justificando todas as etapas que teriam de realizar. A aula decorreu com a resolução de inequações e com a resolução de tarefas em contexto real, em que teriam de aplicar o conceito de inequações quadráticas para conseguir alcançar a solução correta (Anexo 41).

O último segmento lecionado coincidiu com o início do 3º período, por orientação do professor cooperante lecionou-se dentro do tema Funções e Gráficos, o subtema Operações com Polinómios, mais especificamente a divisão de polinómios.

Na primeira aula lecionou-se a divisão de polinómios pelo algoritmo da divisão. Iniciou-se a aula com um desafio que consistia em realizar a divisão entre 35 e 2. As primeiras reações da turma foram:

*Não sei fazer divisões à mão!  
O meu irmão mais novo sabe fazer isso. Mas eu não!  
Acho que se faz uma cruz e põe-se um número de um lado e o outro no outro lado!*

Tendo em consideração as manifestações de interesse e de entusiasmo em terem de recorrer a conhecimentos do 1º ciclo incentivou-se a começar. Foi interessante verificar que os alunos sentem dificuldade na divisão, mas em vez de desistirem lá começaram a resolução da divisão. Esta tarefa foi realizada no quadro pelo docente, com indicações e retificando os pensamentos incorretos. Todos acharam divertido começarem por uma divisão de primeiro ciclo.

Quando selecionou à divisão de polinómios os alunos verificaram que o algoritmo era o mesmo, a alteração que existia era que o dividendo, divisor, quociente e resto eram monómios ou polinómios. Depois de realizada a divisão entre dois polinómios, questionou-se os alunos se conseguiam identificar alguma relação entre os graus dos polinómios: dividendo, divisor, quociente e resto. Os alunos após as

questões sobre qual o grau de cada um, conseguiram verificar as relações existentes entre ambos. Ainda durante esta aula foi trabalhado com os alunos o método dos coeficientes indeterminados, que apesar de não fazer parte do programa do 10º ano do Ensino Secundário de 2001, é um método que permite aos alunos a aplicação de operações entre polinómios e o reconhecimento de quando se pode afirmar que dois polinómios são iguais. Depois da aplicação do método dos coeficiente indeterminados solicitou-se aos alunos a realização de algumas tarefas, com o objetivo de consolidar a noção de divisão entre polinómios (Anexo 42).

A planificação da segunda aula deste terceiro segmento, foi construída com o objetivo de lecionar a divisão de polinómios com recurso à Regra de Ruffini. Antes de iniciar a Regra de Ruffini solicitou-se aos alunos a realização de algumas tarefas para consolidar o método dos coeficientes indeterminados. A realização das tarefas foi realizada pelos alunos no quadro.

A Regra de Ruffini foi lecionada de forma expositiva, pois é uma regra que permite determinar os coeficientes do quociente e do resto da divisão. Começou-se por colocar no quadro dois polinómios aos quais se efetuou a divisão, através desta regra, parando sempre que os alunos questionavam ou não entendiam que tipo de operação tinha sido efetuada. Posteriormente colocou-se no quadro mais duas divisões de polinómios cuja dificuldade em aplicar a Regra de Ruffini ia crescendo (Anexo 43).

A última aula lecionada no 10º ano foi planificada de forma a consolidar a aplicação da Regra de Ruffini e lecionar o Teorema do Resto. Colocou-se no quadro uma tarefa em que questionava se o polinómio era divisível por outro.

Iniciou-se colocando a questão:

*Nesta situação o que significa a expressão ser divisível?*

rapidamente se obteve a resposta pretendia:

*A divisão dá resto zero!*

A partir daí solicitou-se aos alunos que explicassem como poderiam obter o dividendo à custa do divisor, do quociente e do resto. Nem toda a turma conseguiu responder como pretendido, mas alguns alunos responderam corretamente e demonstrou-se que existia outra forma de obter o resto de uma divisão sem ter de efetuar a divisão.

A partir deste exemplo generalizou-se o resultado que se obteve, enunciando o Teorema do Resto.

Na restante parte da aula solicitou-se aos alunos que realizassem algumas tarefas para consolidar o conceito lecionado (Anexo 44).

## **8.2. Análise do trabalho desenvolvido**

### **8.2.1. Análise do trabalho desenvolvido na turma de 3º Ciclo**

A aplicação dos métodos de ensino expositivo e exploratório aos alunos do 9º ano turma A foi apropriada.

As aulas lecionadas foram todas planificadas sempre com recurso às tecnologias, computadores e calculadoras gráficas.

Durante os períodos lecionados recorreu-se sempre que possível ao *software* Geogebra, por ser um *software* que todos os alunos e professores podem aceder.

O recurso a este *software* permitiu criar materiais, construir tarefas e resolver exercícios em sala de aula.

O *software* Geogebra esteve sempre presente nas aulas de 3º Ciclo. Foi utilizado para explorar conteúdos a serem lecionados. Verificou-se maior atenção e participação por parte de toda a turma quando se recorreu a este programa. Os alunos mostraram-se mais motivados e interessados com o que estava a ser lecionado. Uma vez que não era possível ter um computador por aluno ou até por dois alunos as atividades foram desenvolvidas por toda a turma, ou seja a sua resolução foi efetuada pelo grupo turma que motivados pela novidade que era o recurso a computadores demonstraram maior vontade em participar espontaneamente. Durante o decorrer das aulas foi possível que os alunos realizassem uma tarefa em grupos de dois alunos com recurso ao *software* Geogebra (Anexo10). Foi uma aula dinâmica em que se notou entusiasmo nos alunos, primeiro por poderem explorar o programa e segundo por sentirem confiança na ferramenta que estavam a utilizar. Verificou-se ainda que os alunos investigaram e foram à descoberta, experimentando e explorando.

Durante a realização das tarefas e após a sistematização dos conteúdos verificou-se que os alunos tinham aprendido os conceitos. Dando assim a certeza que o conhecimento tinha sido adquirido ou se existia a necessidade de esclarecimento.

Posteriormente, por indicação dos professores cooperantes, construiu-se algumas tarefas que foram incluídas nas fichas de avaliação que seriam depois corrigidas. Estas tarefas foram selecionados tendo em conta o tema que lecionado, Lugares Geométricos. As tarefas em causa foram escolhidas tendo em conta níveis de dificuldade, ou seja, tendo em atenção que numa ficha de avaliação o grau de dificuldade deverá ser variado, assim como o tipo de resolução.

Foram selecionadas duas tarefas de escolha múltipla e três tarefas de desenvolvimento (Anexo 1).

As tarefas foram corrigidas, tendo em conta a proposta de resolução e os critérios de correção que se encontram em anexo (Anexo 2 e Anexo 3).

Após a realização da ficha de avaliação verificou-se que 50% dos alunos responderam corretamente nas questões de resposta fechada (Anexo 29).

A questão 8 da ficha de avaliação incidia na noção de mediatriz de um segmento de reta e verificou-se que mais de metade dos alunos conseguiram obter a resposta correta.

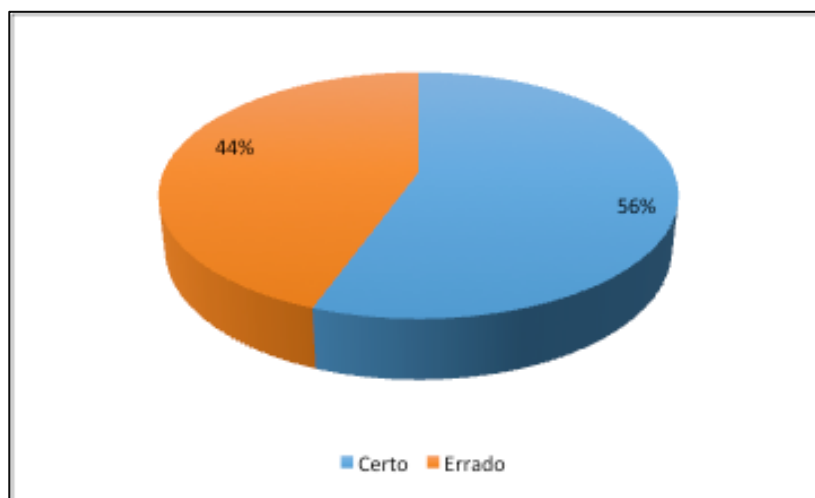


Gráfico 9: Questão 8 - Percentagem de respostas corretas/erradas

A questão 9 recaía na noção de superfície esférica e os alunos manifestaram conhecimento na noção de lugar geométrico no espaço, mas mesmo assim houve alguns alunos que não conseguiram distinguir entre superfície esférica e esfera.

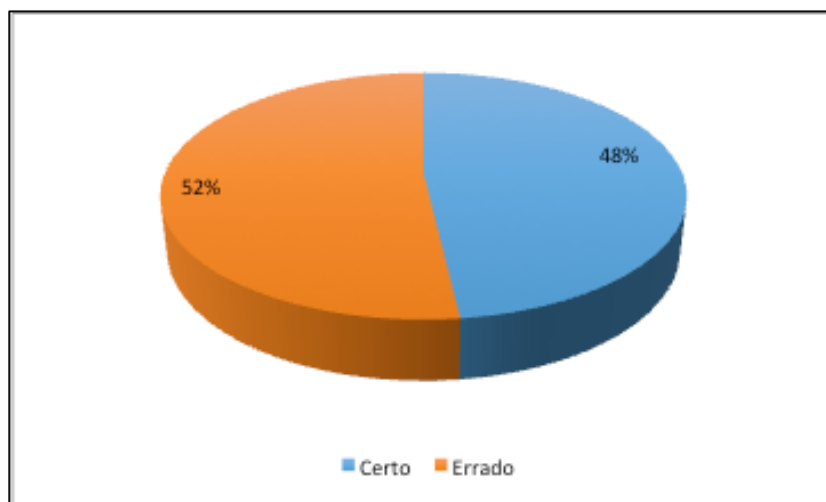


Gráfico 10: Questão 9 - Percentagem de respostas corretas/erradas

Nas questões de resposta aberta os alunos demonstraram um bom desempenho na realização dos exercícios.

A questão 10 incidia na noção de incentro ou seja na interseção de três bissetrizes, à qual os alunos demonstraram um bom desempenho pois verificou-se que 62 % dos alunos responderam à questão 10 e sendo uma questão de resposta aberta destes 62%, 94% dos alunos acertam a questão na totalidade e os restantes não obtiveram a cotação total da questão.

A questão 11 incidia na conjunção de dois lugares geométricos, uma bissetriz e um círculo verificou-se, tal como ocorreu na questão 10, mais de metade dos alunos responderam à questão e sendo uma questão de resposta aberta, obtiveram cotação segundo critérios que avaliavam as várias etapas de resolução (Anexo 2) e apenas 42 % obtiveram a cotação total ou seja a maioria, apesar de ter conseguido responder à questão colocada, não a completou na totalidade ou não conseguiu desenhar ambos os lugares geométricos.

A questão 12 incidia na conjunção de três lugares geométricos e na interpretação do enunciado de um problema. Nesta questão verificou-se que 27% dos alunos não respondeu à questão ou respondeu incorretamente. Mais uma vez trata-se de uma questão de resposta aberta e foi classificada segundo as várias etapas de resolução. Dos 73% dos alunos que responderam à questão apenas 47% acertam a totalidade.

A aplicação destas tarefas na ficha de avaliação permitiu ter uma maior percepção do desempenho dos alunos nos conteúdos lecionados.

No final do ano letivo os alunos da turma de Ensino Básico terão de ser avaliados segundo uma avaliação sumativa interna da responsabilidade dos professores e órgãos de gestão e administração do agrupamento de escola, e uma avaliação sumativa externa da responsabilidade dos serviços ou entidades do Ministério da Educação (Decreto lei 139/2012) uma vez que se trata de um ano terminal de ciclo.

### **8.2.2. Análise do trabalho desenvolvido na turma de Secundário**

O trabalho desenvolvido não foi idêntico nos três períodos lecionados. No primeiro período lecionou-se Geometria no Espaço e recorreu-se às tecnologias nomeadamente ao *software* Geogebra, que incidiu na construção de materiais. A noção de geometria em  $IR^3$  é para muitos alunos difícil pela falta de visualização espacial, daí que o recurso a este software permitiu facilitar a apreensão dos conteúdos matemáticos através da visualização no espaço.

As Calculadoras Gráficas permitiram o estudo de famílias de funções, que realizando este trabalho a nível manual seria demorado e cansativo, perdendo assim a atenção dos alunos face à tarefa que se encontravam a desenvolver. A Calculadora Gráfica permitiu que os alunos investigassem sobre o que estavam a estudar aumentando o sentido de descoberta, e conseqüentemente a sua autoconfiança.

Durante todas as aulas lecionadas com recurso aos métodos expositivo e exploratório, procurou-se obter *feedback* do que estava a ser lecionado permitindo assim ter a percepção do processo ensino-aprendizagem. O processo ensino-aprendizagem construiu-se em conjunto com os alunos, tendo estes uma participação ativa na aquisição dos seus conhecimentos.

Na turma de Ensino Secundário foram realizadas tarefas para a ficha de avaliação de dezembro e para a ficha de avaliação de fevereiro. As tarefas selecionadas para a ficha de avaliação de dezembro incidiam no tema Geometria no Espaço (Anexo 4), enquanto que as tarefas selecionadas para a ficha de avaliação de fevereiro incidiam em funções quadráticas (Anexo 5).



As tarefas escolhidas tinham diferentes tipos de abordagem e diferentes níveis de dificuldade. Ambas as tarefas foram corrigidas segundo as propostas de resolução e correção que se encontram em anexo (Anexo 6, Anexo 7, Anexo 8 e Anexo 9).

Depois de aplicada a ficha de avaliação de dezembro e após a correção foi possível obter o gráfico 11 com o número de alunos que responderam às diferentes questões da ficha de avaliação.

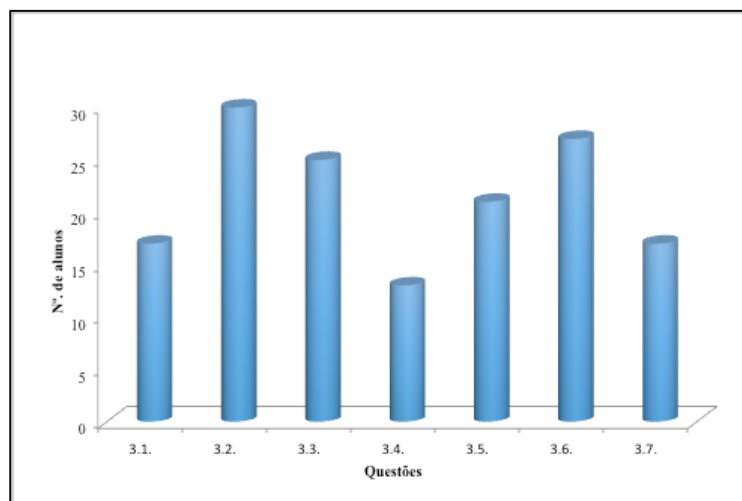


Gráfico 11: Número de alunos que responderam às questões da ficha de avaliação de dezembro.

Analisando o desempenho da turma nas sete questões colocadas, verificou-se que em apenas três questões a turma apresenta um desempenho mais fraco, ou seja, nestas questões cerca de mais ou menos 50% não responde ou erra a sua resolução. As questões em causa dizem respeito às coordenadas de um ponto do sólido; a definição de um plano paralelo ao plano coordenado e escrever a equação da superfície esférica.

Realizando uma análise ao trabalho efetuado na lecionação do conteúdo Geometria no Espaço, verificou-se que os materiais construídos com as tecnologias permitiram aos alunos ter uma percepção visual do que é um referencial no espaço e como e onde se situam os pontos (Anexo 30, 32 e 34).

A segunda fase de lecionação coincidiu com o segundo período e de acordo com indicações do professor cooperante lecionou-se dentro do tema Funções e Gráficos, Funções Quadráticas. Foi o maior período de aulas onde se pode tirar maiores conclusões acerca do trabalho desenvolvido. Nestas aulas utilizou-se a Calculadora Gráfica e verificou-se que, comparativamente com o trabalho desenvolvido no

primeiro momento de lecionação, os alunos demonstraram maior iniciativa na aprendizagem.

A turma de 10<sup>o</sup> ano é uma turma grande e com pouca dinâmica de sala de aula, apresentando fraca autonomia. Nas aulas com recurso à Calculadora Gráfica estes alunos demonstraram maior participação, tomando iniciativa em relação à sua aprendizagem. Realizaram as tarefas solicitadas, participaram e foram críticos nos resultados obtidos, corrigindo os colegas e contribuindo para uma boa aprendizagem.

Tal como aconteceu no primeiro momento de lecionação, selecionou-se uma tarefa para ser incluída na ficha de avaliação (Anexo 5). A tarefa incidia no estudo de uma função quadrática em contexto real. Os alunos teriam de aplicar os conhecimentos adquiridos de forma analítica e com recurso à Calculadora Gráfica. Depois de aplicada a ficha de avaliação foi corrigida segundo a proposta de resolução e critérios de correção, estabelecidos em conjunto com o professor cooperante (Anexo 8 e 9).

Após a correção e fazendo uma análise dos resultados obtidos verificou-se que na turma de 30 alunos, sendo que 29 realizaram a ficha de avaliação, quase todos os alunos obtiveram classificação nas questões, uma vez que a atribuição de cotação seguia determinados critérios.

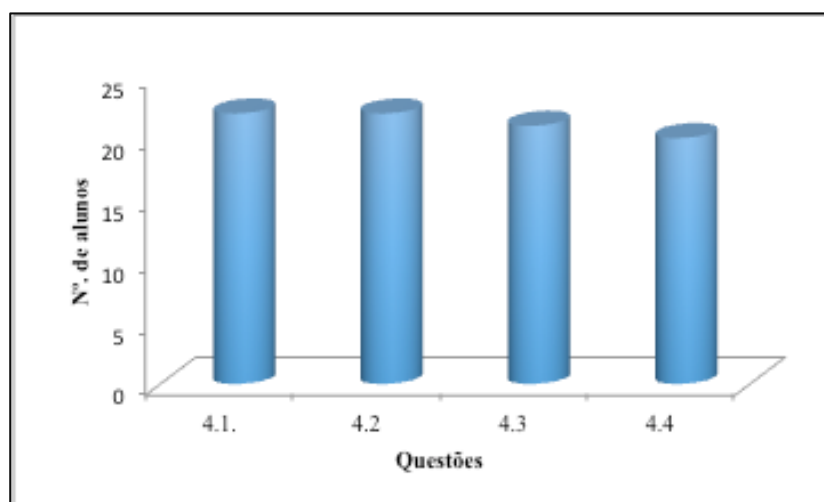


Gráfico 12: Número de alunos que responderam às questões da ficha de avaliação de fevereiro.

Fazendo uma análise mais meticulosa verificou-se que, na questão 4.1, 59% dos alunos que responderam à questão preencheram todos os requisitos para obter a

cotação máxima. Na questão 4.2, apenas 10% dos alunos que responderam à questão não obtiveram a cotação máxima. Já nas duas últimas questões verificou-se que os alunos demonstraram mais dificuldades em corresponder a todos os critérios de avaliação. Nestas duas últimas questões apenas 30% dos alunos obtiveram a cotação máxima. Desta forma, para além da avaliação obtida durante o decorrer das aulas, pela participação e pelo *feedback* dado pelos alunos, pode-se concluir que a utilização da Calculadora Gráfica na lecionação e na resolução das fichas de avaliação beneficiou a aprendizagem dos alunos, como se pode constatar pelos resultados obtidos.

No final de cada período os alunos foram sujeitos a uma avaliação sumativa que é a junção de todas as avaliações que são realizadas ao longo do período e posteriormente ao longo de todo o ano. Esta avaliação foi retratada através de uma classificação que varia entre 1 e 20 valores.

## **9. As tecnologias na sala de aula**

As inovações tecnológicas não substituem o trabalho do professor. As estratégias como o cálculo mental, os algoritmos, a criação de gráficos e figuras geométricas são essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Mas saber usar a calculadora, conhecer programas informáticos reconhecendo as suas aptidões, são nos dias de hoje uma realidade que os alunos em qualquer nível de ensino tem de ter presente. Daí que o recurso às tecnologias nas aulas é uma realidade que tem que existir.

O professor deve mostrar a utilidade dos *softwares* informáticos e das Calculadoras Gráficas na aprendizagem de diversos temas, e mostrar que eles são uma ferramenta essencial para a resolução de várias tarefas.

Em sala de aula é possível criar atividades que incluam desafios através do recurso às tecnologias, ampliando o conhecimento, tornando as aulas mais dinâmicas e interativas. Utilizou-se as tecnologias na planificação da aula, na construção de materiais a aplicar e no decorrer das aulas.

O objetivo principal do recurso a tarefas com a aplicação das Calculadoras Gráficas e do *software* de geometria dinâmica (Geogebra) foi no sentido de enriquecer as metodologias de ensino, facilitando e incentivando o desenvolvimento de competências e a melhoria das aprendizagens do alunos. Os resultados deste trabalho contribuem para um processo de ensino e aprendizagem mais rico, motivador e estimulante, onde os alunos trabalham ao seu próprio ritmo e se envolvem mais ativamente.

### **9.1. As tecnologias na turma de 3º Ciclo**

Para a turma de 9º ano do 3º ciclo foram planificadas várias tarefas com o *software* de geometria dinâmica Geogebra. O objetivo deste recurso era tornar as aulas mais dinâmicas e interativas, e ao mesmo tempo dar aos alunos o poder, a autonomia e o controlo na sua aprendizagem.

O recurso a tecnologias tem, na geração de hoje, grande aceitação por parte dos alunos, mas também serve para desinibir as relações entre professores/alunos e tendo

isso em conta, as tecnologias permitem aos alunos uma maior segurança na construção do seu conhecimento.

As tarefas a seguir apresentadas foram utilizadas durante o decurso das aulas lecionadas. As tarefas foram realizadas em sala de aula com o objetivo de construir em conjunto com os alunos os conceitos que estavam a ser lecionados.

### 9.1.1. Tarefa: Função de proporcionalidade inversa

Na tabela estão representadas duas grandezas  $x$  e  $y$  inversamente proporcionais.

$x$	0,5	1	2	4
$y$	4	2	1	0,5

a) Qual é a constante de proporcionalidade inversa?

b) Represente graficamente os pontos de coordenadas  $(x,y)$  dados pela tabela.

Figura 10: Tarefa adaptada do livro Novo Espaço-Matemática 9

A tarefa Função de Proporcionalidade Inversa surgiu no decurso da aprendizagem do tema Proporcionalidade Inversa que ocorreu no 1º período.

Esta tarefa foi escolhida pois permite aos alunos reconhecerem a relação de proporcionalidade inversa e identificar a constante de proporcionalidade. Sugeriu-se após a resolução da segunda questão que encontrassem a expressão algébrica da função de proporcionalidade inversa. Ao representarem graficamente os pontos da função, os alunos analisaram o gráfico da função que foi representado no *software* Geogebra.

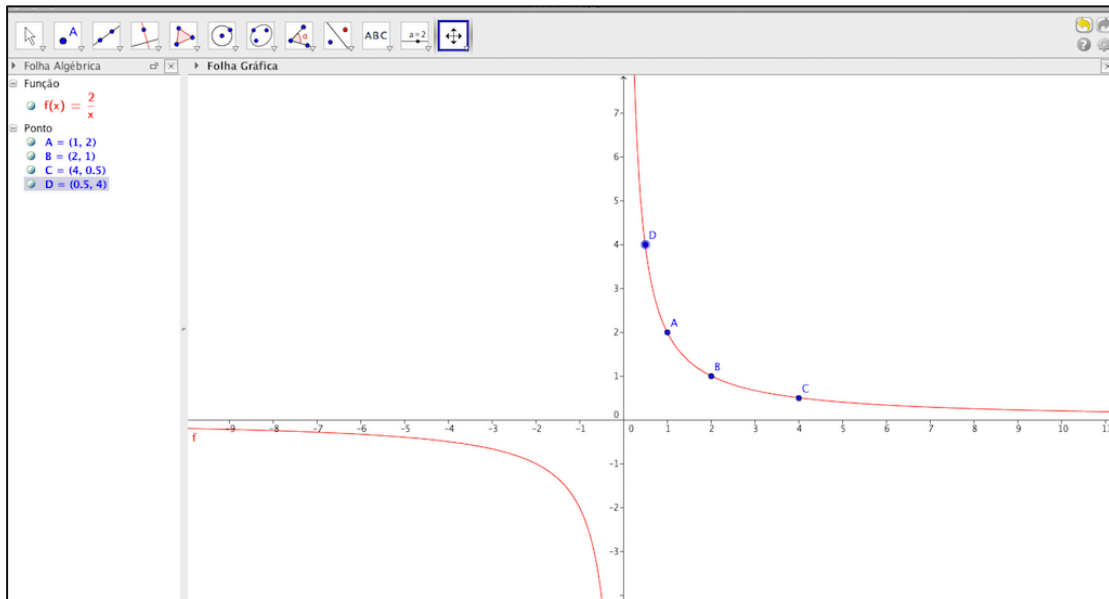


Figura 11: Resolução da Tarefa Proporcionalidade Inversa

Os alunos após a representação dos pontos assinalados na tabela verificaram que a função não tinha apenas os pontos indicados, mas também apresentava pontos no terceiro quadrante. A partir daqui incentivou-se a curiosidade questionando se a função apenas apresentaria este tipo de comportamento. Foi construída uma função do tipo  $y=k/x$ ,  $k \neq 0$  e analisada com os alunos.

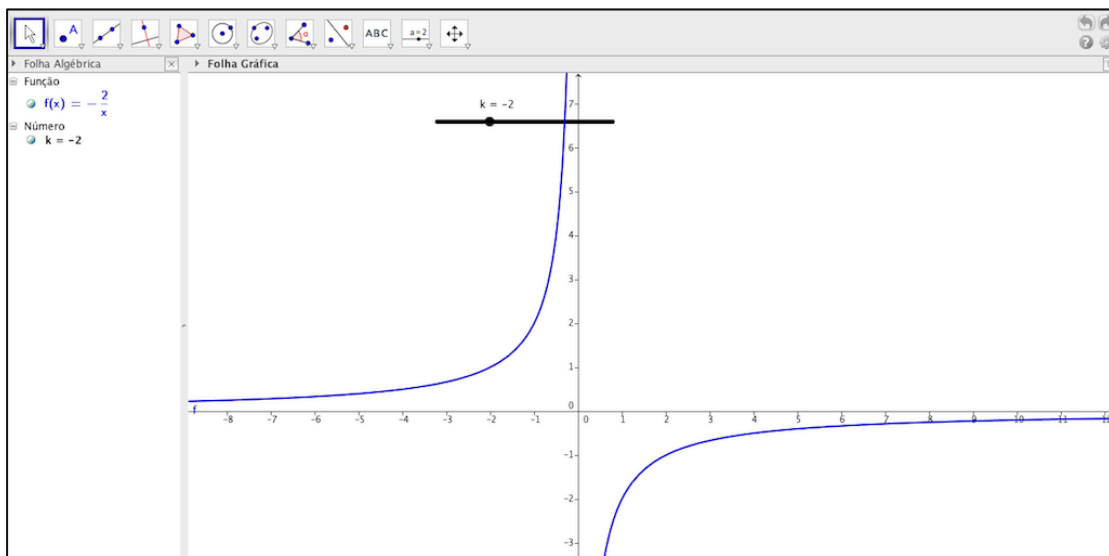


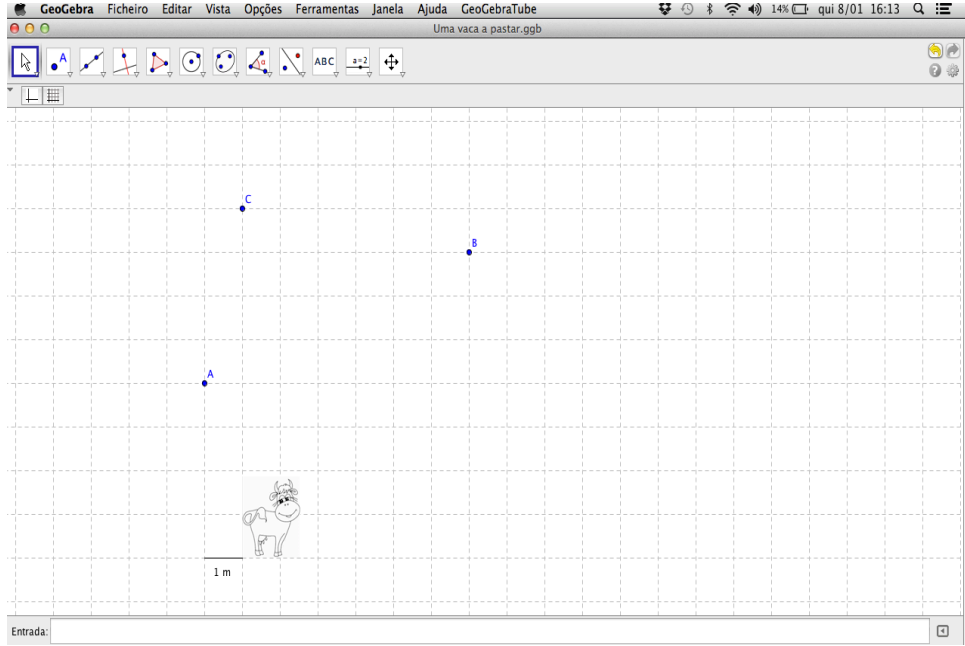
Figura 12: Função de Proporcionalidade Inversa

Os alunos concluíram acerca do comportamento das funções de proporcionalidade inversa e apropriaram-se do conceito de proporcionalidade inversa não só em contexto real mas também em contexto matemático.

### 9.1.2. Tarefa: Lugares geométricos “Uma vaca a pastar.”

Tarefa: Lugares geométricos

**Uma vaca a pastar**



Uma vaca está amarrada a uma estaca numa pastagem.

1. Copie o desenho e faça um esboço da zona de erva que pode ser comida pela vaca se estiver:
  - a) amarrada em A com uma corda de 3 m sempre esticada. Como descreveria geometricamente o conjunto de pontos que obteve?
  - b) amarrada a B com uma corda de 5 m. Como descreveria geometricamente o conjunto de pontos que obteve?
2. No caso da alínea 1. b), a vaca chega ao arbusto que cresceu em C? Justifique a sua resposta.

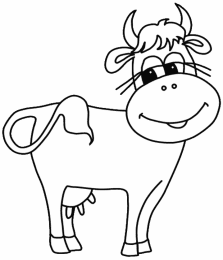


Figura 13:Tarefa adaptada do livro Matematicamente Falando 9

A tarefa tinha como objetivos específicos definir lugar geométrico, identificar e construir circunferência e círculo. Foi realizada usando o programa de geometria dinâmica Geogebra para traçar a circunferência e o círculo. Esta tarefa foi projetada no quadro interativo uma vez que na sala não existiam computadores para todos os alunos. Os alunos interagiam em grupo para responder às questões solicitadas na tarefa.

O conceito de lugar geométrico e a noção de distância entre os pontos foram obtidos pelos alunos durante a realização da tarefa. Facilmente alcançaram o pretendido pois a noção de circunferência e de círculo já tinha sido lecionada ao longo do 3º ciclo.

Os alunos responderam à questão 1 com recurso ao programa informático:

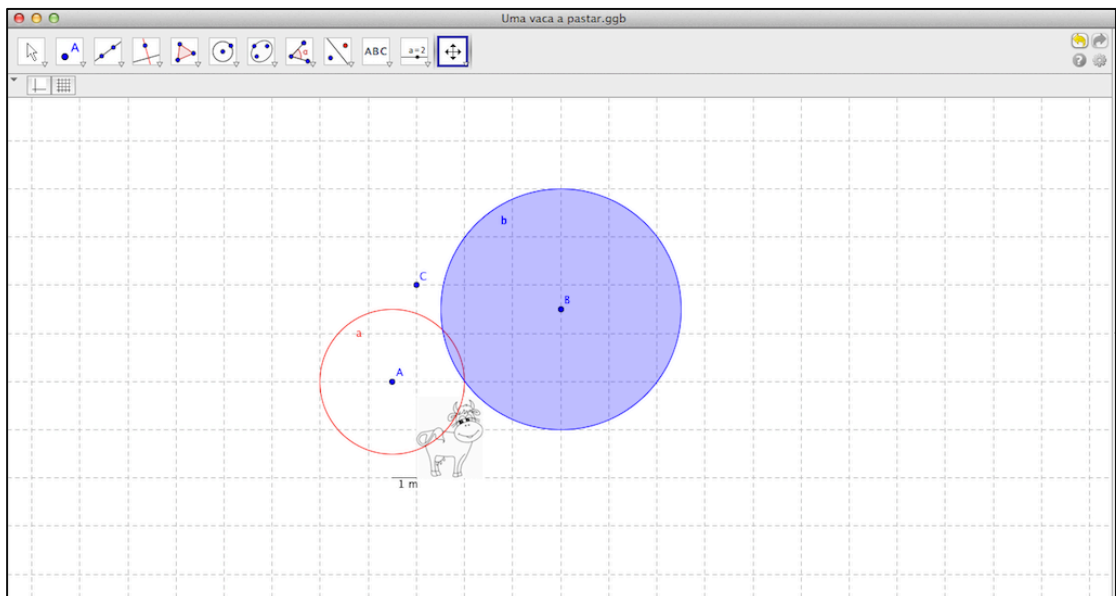


Figura 14: Resolução da tarefa: “Uma vaca a pastar”

Depois de apresentadas e discutidas as estratégias de resolução, os alunos registaram no caderno todos os pontos fundamentais para a compreensão de circunferência e círculo como lugar geométrico.



### 9.1.3. Tarefa: Mediatriz de um segmento de reta

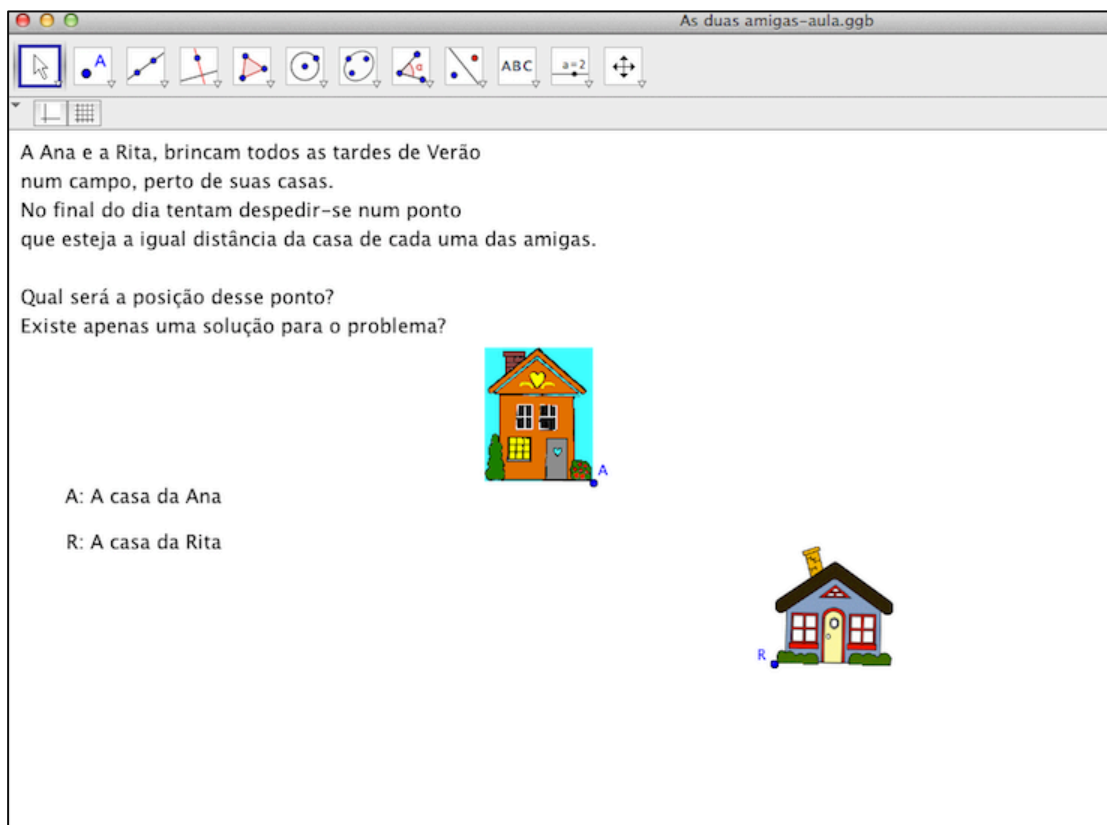


Figura 15: Tarefa: Mediatriz de um segmento de reta.

A tarefa foi construída com o objetivo de identificar os pontos que se encontram à mesma distância de dois pontos de um segmento de reta.

A tarefa foi projetada no quadro interativo com recurso ao *software* Geogebra e solicitou-se que os alunos identificassem o ponto que seria a resposta à questão colocada. Os alunos foram identificando pontos que se encontravam à mesma distância e seguidamente alcançaram a noção de mediatriz de um segmento. Concluído que existia uma infinidade de pontos que eram a solução da tarefa. A partir daí chegou-se à noção de reta mediatriz, ou seja conjunto de pontos que se encontram à mesma distância de dois pontos.

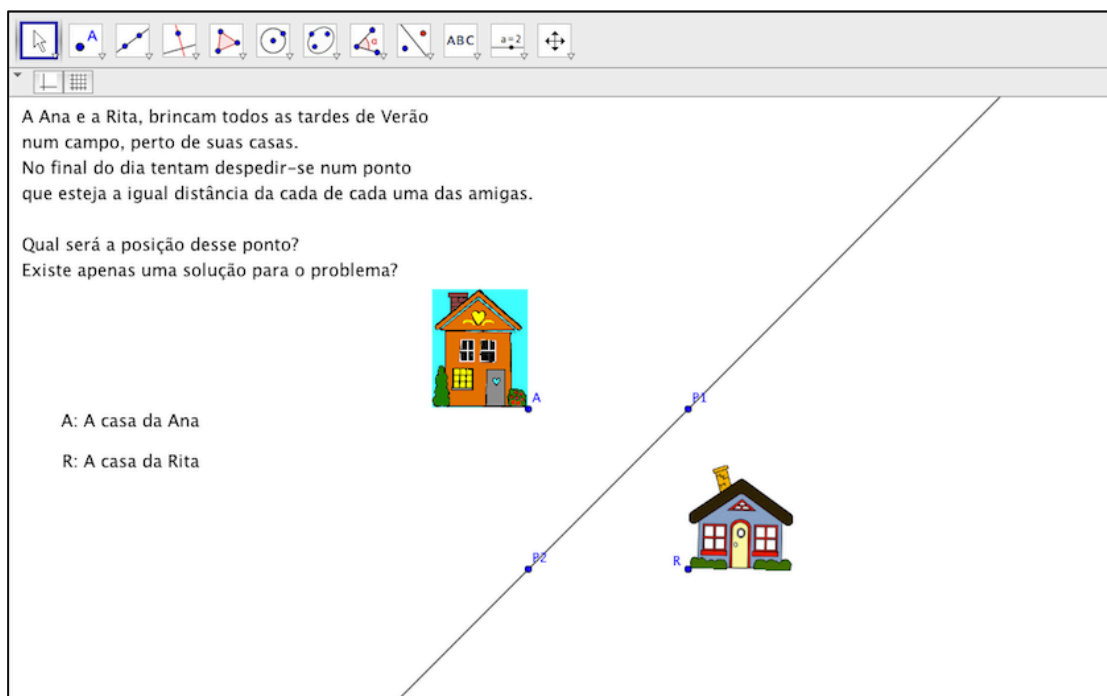


Figura 16: Resolução da tarefa mediatriz de um segmento de reta

A construção de todas as propriedades da mediatriz veio dos resultados obtidos pelos alunos. Os alunos apresentaram as suas estratégias de resolução à turma e de acordo com as conclusões alcançadas encontraram-se todas as propriedades da mediatriz.

Toda a turma participou na construção do conceito, discutindo o que se ia descobrindo, e o docente passou a ter o papel de mediador neste processo de aprendizagem.

#### 9.1.4. Tarefa: Circuncentro

A apresentação da tarefa veio no decurso da aula em que se realizou a tarefa alusiva à mediatriz de um segmento de reta. Adaptou-se a tarefa anterior para a situação em que três amigas procuravam um lugar à mesma distância das três.

Neste caso a turma demonstrou mais dificuldade e quando solicitada a participação dos alunos na realização da tarefa verificou-se uma maior apreensão. Um aluno dirigiu-se ao quadro e identificou um ponto que segundo ele estava “mais ou menos a meio” mas a turma não ficou convencida. Então sugeriu-se que pensassem na noção de distância e no que precisavam.

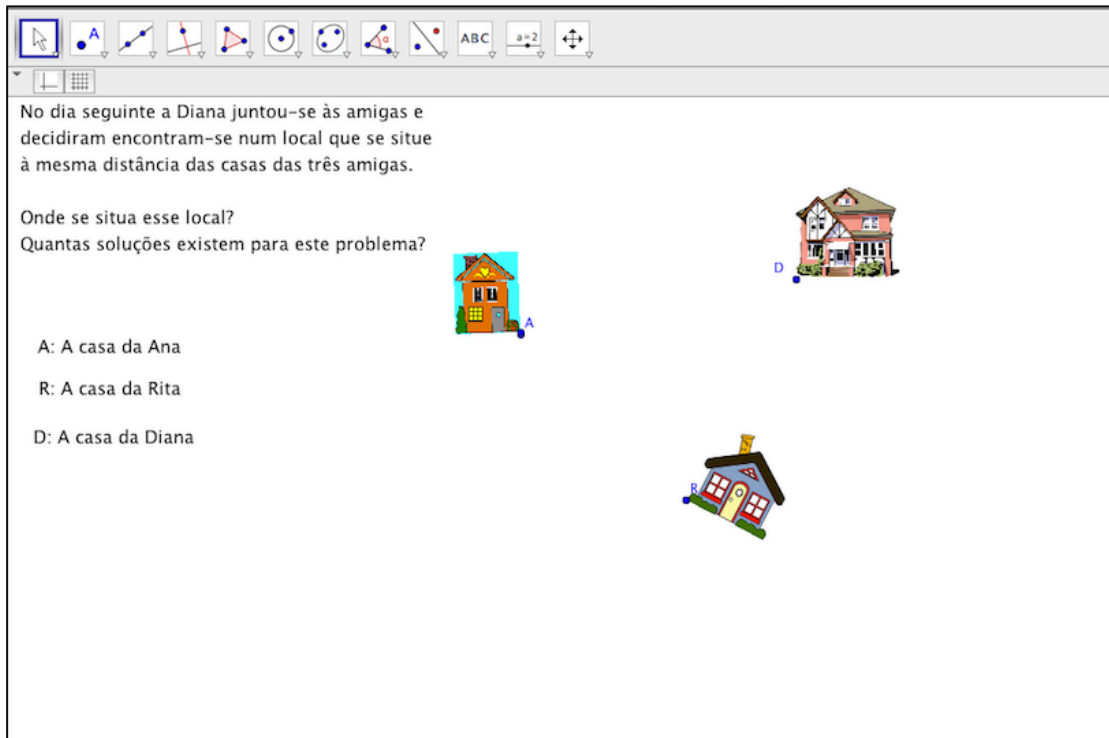


Figura 17: Tarefa circuncentro

Com o documento aberto no Geogebra e projetado no quadro interativo uma aluna sugeriu que encontrassem as três mediatrizes e argumentou o seu raciocínio recorrendo à noção de distância entre pontos. Desta forma encontrou-se o ponto que é a solução do problema.

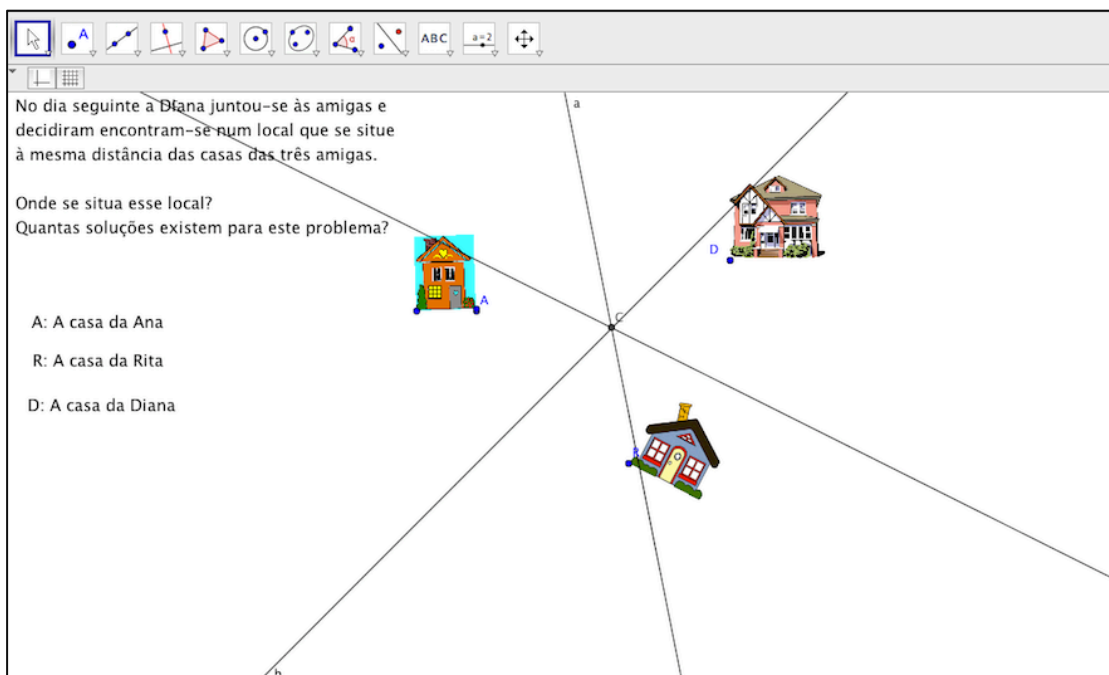


Figura 18: Resolução da tarefa circuncentro

A noção de circuncentro foi aprendida pelos alunos recorrendo ao conceito de mediatriz que já conheciam, ou seja, através da discussão do que tinham encontrado verificaram as propriedades deste ponto.

### 9.1.5. Tarefa : Circunferência circunscrita a um triângulo

A tarefa referente a “Circunferência circunscrita a um triângulo” foi enunciada em aula sugerindo que desenhassem, um triângulo com as dimensões que desejassem e seguidamente encontrassem o ponto que se encontrava à mesma distância dos vértices do triângulo. Seguidamente solicitou-se que desenhassem a circunferência centrada no circuncentro e com o raio correspondente à distância entre um vértice e o circuncentro.

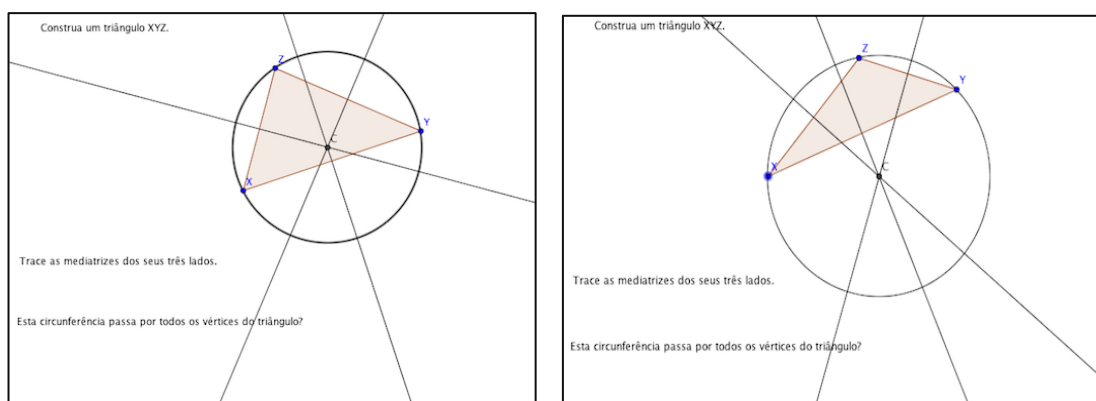


Figura 19: Resolução da tarefa circunferência circunscrita a um triângulo

Os alunos através da visualização verificaram que o ponto que se encontra à mesma distância de três pontos (circuncentro), nem sempre se encontra no interior da figura. Recorrendo ao *software* Geogebra foi possível a todos os alunos verificar que o seu trabalho estava correto.

### 9.1.6. Tarefa: Circunferência inscrita num triângulo

Nesta tarefa, sugeriu-se à turma que realizasse a tarefa abaixo indicada.

“Desenhe no seu caderno o triângulo  $ABC$  sabendo que  $\overline{AB} = 8\text{cm}$ ,  $B\hat{A}C = 60^\circ$  e  $C\hat{B}A = 60^\circ$ . Encontre o(s) ponto(s) equidistante(s) de todos os lados do triângulo.”

Figura 20: Tarefa circunferência inscrita num triângulo

Com recurso a esta tarefa os alunos encontraram o ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos internos do triângulo. Os alunos recorreram à bissetriz pois durante a mesma aula em que foi realizada a tarefa, foi lecionada a noção de bissetriz.

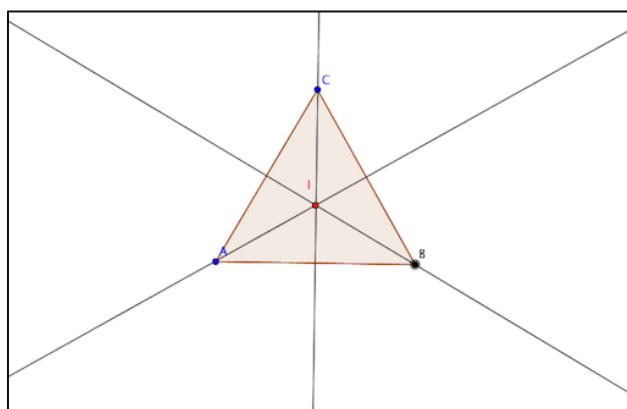


Figura 21: Resolução da tarefa circunferência inscrita num triângulo

Houve portanto, a descoberta do ponto de interseção das três bissetrizes, ou seja, o incentro, sendo ele a solução da tarefa. Seguidamente solicitou-se que encontrassem uma reta perpendicular ao lado  $[AB]$  e que passasse pelo incentro. Aqui houve bastante dúvidas pois os alunos tiveram dificuldades em encontrar uma perpendicular, mas recorrendo ao Geogebra tornou-se muito mais fácil. Após tudo isto construiu-se a circunferência inscrita num triângulo.

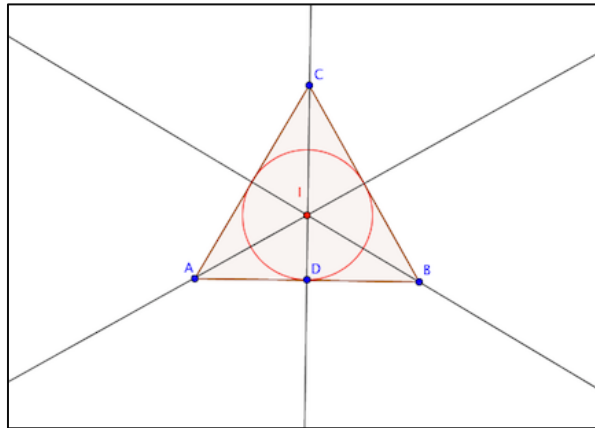


Figura 22: Circunferência inscrita num triângulo.

A partir da construção obtida os alunos descobriram as propriedades do incentro e todas as características da circunferência inscrita no triângulo. Estas propriedades foram posteriormente registradas.

### 9.1.7. Tarefa: Tesouro Perdido

A tarefa foi construída de forma a proporcionar aos alunos uma aula na sala de informática em que os alunos poderiam realizar a tarefa em grupos de dois, sendo autónomos no seu trabalho. Foi também uma tarefa que permitiu ter a percepção se os alunos conseguiam associar as indicações do documento para o lugar geométrico correspondente.

#### Tesouro Perdido

Há muito que se sabia de um tesouro escondido algures num certo local, mas durante séculos todas as tentativas para o encontrar falharam.

Contudo, há alguns anos foi descoberto um mapa que foi a chave para a localização do tesouro.

Se não forem seguidas escrupulosamente as instruções o tesouro jamais será localizado.

De acordo com as seguintes instruções, descobre no mapa o local do tesouro.

**Passo 1:** Encontra dois pontos A e B do rio à distância de 40 metros de G;

**Passo 2:** Encontra os pontos equidistantes de A e de B;

**Passo 3:** Encontra os pontos que estão à mesma distância das linhas e e f;

**Passo 4:** Encontra os pontos que verificam, ao mesmo tempo, as condições dos passos 2 e 3;

**Passo 5:** O tesouro encontra-se enterrado num ponto situado a menos de 40 metros de distância do ponto G.

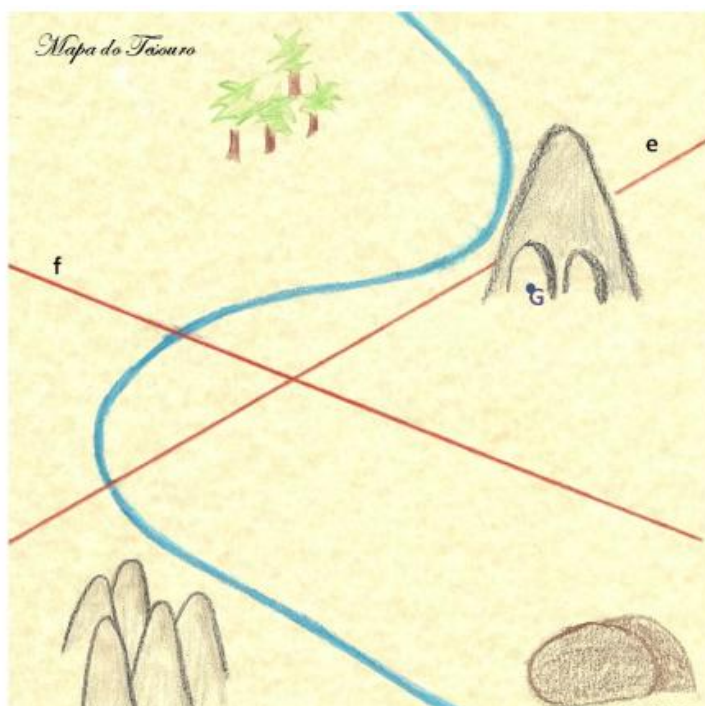


Figura 23: Tarefa adaptada de [www.redematematica.wordpress.com](http://www.redematematica.wordpress.com)

Os alunos já conheciam os lugares geométricos pois tinham sido trabalhados em aulas anteriores, daí que desenvolveram a tarefa de forma autónoma. A maior

preocupação foi se os alunos conseguiam alcançar todos os comandos base do programa Geogebra, que apesar de já terem sido explicados ao longo das aulas, nem todos tiveram oportunidade de usar.

A tarefa foi realizada em grupos de dois e após a sua realização um grupo foi apresentar o seu trabalho, explicando o seu raciocínio.

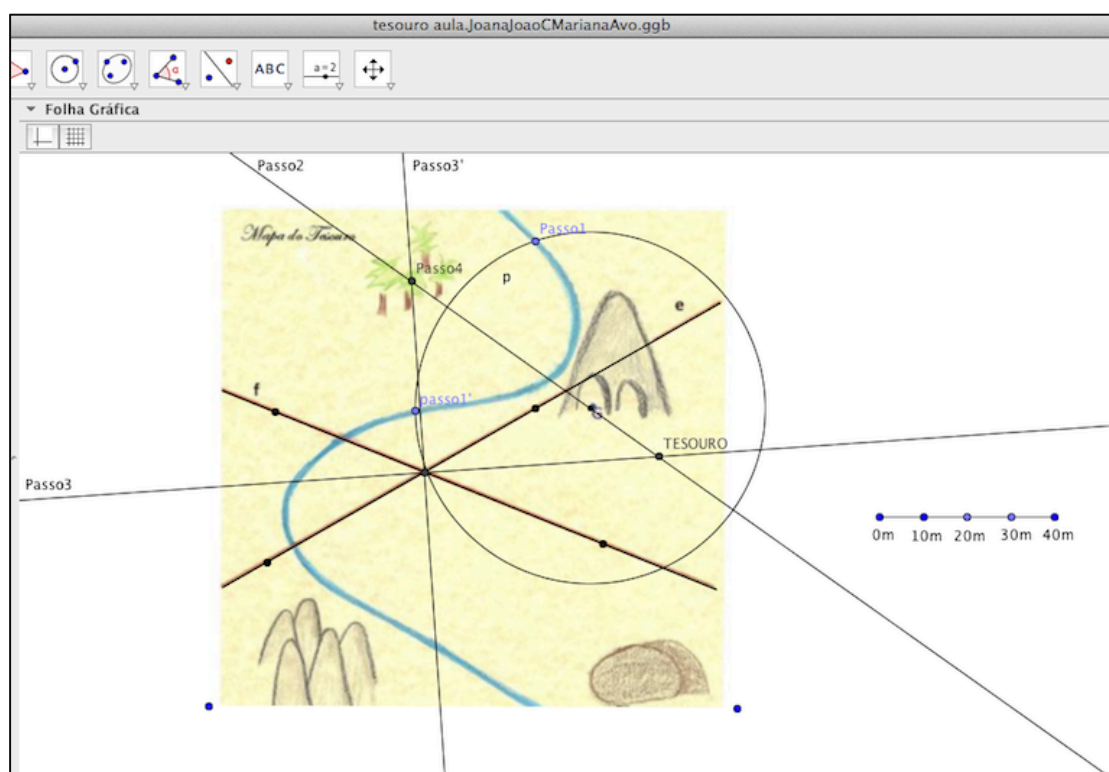


Figura 24 : Resolução da tarefa Tesouro Perdido por um dos grupos.

A apresentação e discussão da tarefa foi realizada por um grupo em frente a toda a turma. O grupo apresentou e defendeu corretamente o seu trabalho, justificando todos os passos que efetuou recorrendo à linguagem matemática associada ao tema.

Foi uma aula muito interessante pois o trabalho do docente foi encaminhar os alunos na resolução da tarefa, sendo um mediador do processo de ensino/aprendizagem. Os alunos conseguiram trabalhar com o programa, demonstrando mais à vontade com os recursos informáticos.



## 9.2. Conclusões das tarefas aplicadas na turma do 3º Ciclo

Na turma de 9º ano do 3º Ciclo, em todas as tarefas aplicadas, recorreu-se ao *software* Geogebra. Durante as aulas lecionadas sem a aplicação direta de uma tarefa recorreu-se também ao *software* Geogebra como forma de visualização de conceitos matemáticos.

Verificou-se que o recurso a tarefas exploratórias, colocando os alunos no centro da sua aprendizagem tornou as aulas mais dinâmicas e interativas.

Os alunos na faixa etária em que se encontram demonstram ainda uma imaturidade muito grande e a participação só é feita quando se tem a certeza de que está correto o que se está a dizer. O mostrar à turma que não respondeu corretamente e mostrar as suas fragilidades é para os alunos uma barreira que a pouco e pouco vai sendo superada.

Esta fragilidade foi demonstrada pela turma, a sua participação inicialmente era fraca, pois existia o medo de errar. Este receio a pouco e pouco foi sendo superado devido à utilização das tecnologias.

O recurso à tecnologia veio quebrar o receio de expor as suas ideias uma vez que se tentou sempre retirar algo de “bom” e correto nas respostas que se ia obtendo no decurso das aulas. O aluno X perante a tarefa “Mediatriz de um Segmento de reta”, quando questionado onde seria o local que estava à mesma distancia de dois objetos, indicou um local possível. Mas após ouvir que estava correto, já indicou um outro local e ouvindo turma, que participava juntamente com ele, perdeu a insegurança inicial e indicou uma reta, sendo essa a resposta correta. Quebrou-se a insegurança inicial e construiu-se assim o conceito matemático pretendido.

O recurso a programas informáticos é encarado por esta geração como algo intuitivo e de fácil utilização. Conceitos como o comportamento de funções variando um dos parâmetros foi facilmente assimilado. Só foi possível com o recurso a programas informáticos, pois só assim foi possível representar várias funções que permitiram chegar às conclusões desejadas.

### **9.3. As tecnologias na turma de secundário**

Na turma de 10º ano do Ensino Secundário do Curso de Ciências Socioeconómicas planificou-se as aulas tendo em atenção os conteúdos que se iria lecionar.

No primeiro segmento lecionou-se Geometria no Espaço e sabendo que é um tema de difícil visualização, planificou-se as aulas com recurso ao *software* Geogebra, construindo materiais que permitissem aos alunos a visualização de referenciais no espaço e de figuras no espaço (Anexo 30, 32 e 34).

No segundo segmento lecionado recorreu-se às Calculadoras Gráficas e ao *software* Geogebra como ferramentas auxiliaadoras da aprendizagem de funções, funções quadráticas.

O Programa de Matemática A do Ensino Secundário de 2001, exige o recurso e utilização das Calculadoras Gráficas na resolução de tarefas, desta forma construíram-se tarefas que permitissem a sua utilização.

Os alunos no final do Ensino Secundário têm de estar familiarizados com estas ferramentas.

### 9.3.1. Tarefa: Família de funções do tipo $y=ax^2$ ; $a \neq 0$ ; $a \in \mathbb{R}$

1. Considere as funções definidas por:  $y = ax^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \in \mathbb{R}$ .  
 Para cada um dos valores de  $a$  indicados a seguir, visualize na sua calculadora as representações gráficas das funções correspondentes a:

$a=0,5$ ;  $a=1$  e  $a=4$

Analise os gráficos obtidos e estude o comportamento das funções indicando as suas semelhanças e as suas diferenças.

2. Considerando agora como valores de  $a$  os valores simétricos de  $a=0,5$ ;  $a=1$  e  $a=4$ . Quais as alterações que irão ocorrer nas funções obtidas na questão anterior?

Complete o seguinte quadro.

$y = ax^2$	$a > 0$	$a < 0$
<i>Concavidade</i>		
<i>Dominio</i>		
<i>Contradominio</i>		
<i>Vértice</i>		
<i>Eixo de Simetria</i>		
<i>Zeros</i>		
<i>Sinal</i>		
<i>Monotonia</i>		
<i>Extremos</i>		

Figura 25: Tarefa família de funções do tipo  $y=ax^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \in \mathbb{R}$

A tarefa foi projetada no quadro interativo e solicitado aos alunos que a realizassem em díades.

A tarefa foi escolhida com o intuito de estudar a função  $y=ax^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \in \mathbb{R}$  permitindo aos alunos, com recurso à Calculadora Gráfica, representar várias funções e conjecturar sobre a influência do parâmetro  $a$  nos gráficos obtidos.

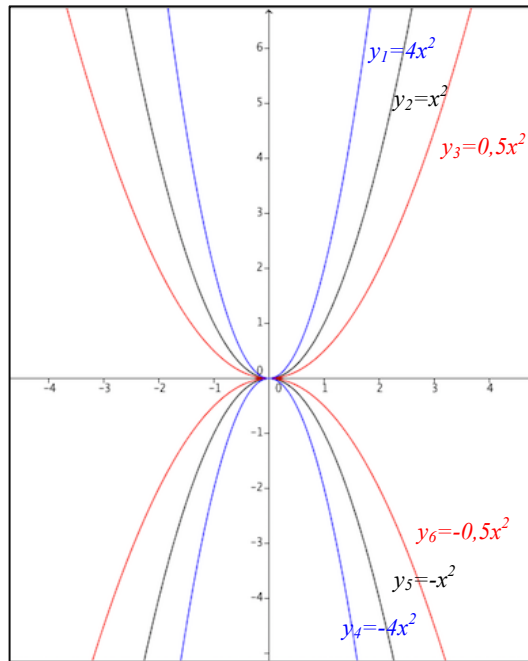


Figura 26: Gráfico das funções  $y=ax^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \in \mathbb{R}$

Os alunos representaram as várias funções e puderam, a partir delas, discutir em grupo, o seu comportamento. Dessa discussão os alunos realizaram uma síntese que foi registrada.

### 9.3.2. Tarefa: Família de funções do tipo $y=ax^2+k$ ; $a \neq 0$ ; $a$ e $k \in \mathbb{R}$

3. Considere as funções definidas por:

$$y_1=x^2; y_2=x^2+2 \text{ e } y_3=x^2-1$$

Represente, na calculadora gráfica, as funções definidas acima. Analise os gráficos obtidos e estude o comportamento das funções indicando as suas semelhanças e as suas diferenças.

4. Descreva como poderia obter o gráfico da função  $y_2$  a partir da função  $y_1$ .

Complete o seguinte quadro.

$y=ax^2+k$	$a>0$		$a<0$	
	$k>0$	$k<0$	$k>0$	$k<0$
<i>Concavidade</i>				
<i>Dominio</i>				
<i>Contra dominio</i>				
<i>Vértice</i>				
<i>Eixo de Simetria</i>				
<i>Zeros</i>				
<i>Sinal</i>				
<i>Monotonia</i>				
<i>Extremos</i>				

Figura 27: Tarefa família de funções do tipo  $y=ax^2+k$ ;  $a \neq 0$ ;  $a$  e  $k \in \mathbb{R}$

A tarefa foi aplicada na mesma aula que a tarefa “Família de funções do tipo  $y=ax^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \in \mathbb{R}$ ” e decorreu como uma continuação do que já tinha sido trabalhado, logo os alunos autonomamente recorreram à Calculadora Gráfica para responderem às questões que iriam surgir.

Verificou-se que a utilização desta tarefa como uma continuação da anterior, teve um efeito positivo pois os alunos começaram, em grupos, a realizar o estudo das funções e a retirarem as conclusões mais relevantes. Comparando os gráficos das três funções conseguiram identificar as diferenças entre ambas e qual o vetor que deu origem à translação. A discussão do comportamento das funções foi realizado em grupo turma.

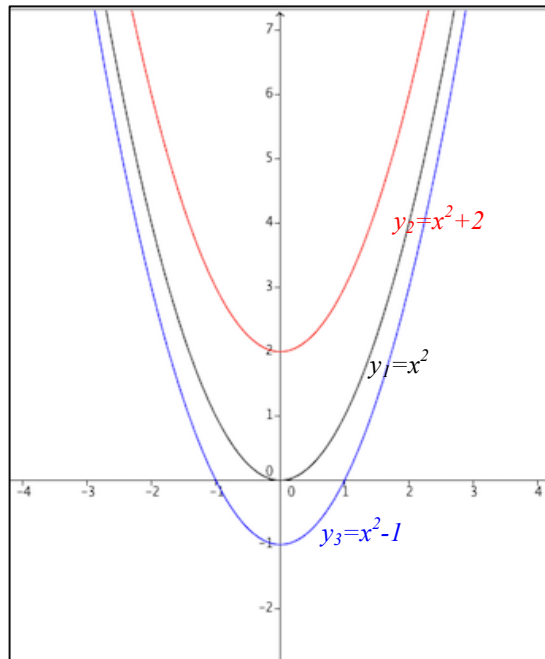


Figura 28: Gráfico das funções  $y=ax^2+k$ ;  $a \neq 0$ ;  $a$  e  $k \in \mathbb{R}$

A tarefa apenas apresentava funções com a concavidade voltada para cima, e quando questionados sobre o que iria ocorrer quando as funções apresentassem a concavidade voltada para baixo, alguns alunos recorreram, sem ser solicitado, à Calculadora Gráfica para responder à questão. Algo interessante ocorreu nestas aulas, os alunos manifestaram vontade em participar sem ser necessário a solicitação do professor.

### 9.3.3. Tarefa: Família de funções do tipo $y=a(x-h)^2$ ; $a \neq 0$ ; $a$ e $h \in \mathbb{R}$

5. Considere as funções definidas por:

$$y_1=x^2; y_2=(x-2)^2; y_3=(x+3)^2$$

Represente, na calculadora gráfica, as funções  $y_1$ ,  $y_2$  e  $y_3$ . Que alterações observa nas representações gráficas de  $y_2$  e  $y_3$  relativamente a  $y_1$ ?

Complete o seguinte quadro.

$y=a(x-h)^2$	$a>0$	$a>0$
<i>Concavidade</i>		
<i>Dominio</i>		
<i>Contradominio</i>		
<i>Vértice</i>		
<i>Eixo de Simetria</i>		
<i>Zeros</i>		
<i>Sinal</i>		
<i>Monotonia</i>		
<i>Extremos</i>		

Figura 29: Tarefa família de funções do tipo  $y=a(x-h)^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a$  e  $h \in \mathbb{R}$

Esta tarefa decorreu de acordo com o expectável e sabendo os alunos que o pretendido seria o estudo das funções. Os alunos começaram a sua realização sem ser necessária a imposição do professor. Vindo de uma turma cuja participação e o entusiasmo em relação à aprendizagem era sempre diminuto surge como surpresa um comportamento participativo e tomando o controlo da sua aprendizagem.

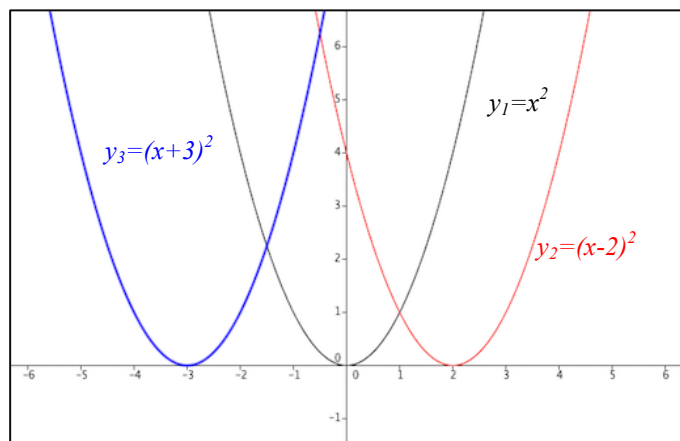


Figura 30: Gráfico das funções  $y=a(x-h)^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a$  e  $h \in \mathbb{R}$

Os alunos através da visualização dos gráficos das funções conseguiram verificar a translação horizontal que ocorria a partir da função  $y=x^2$  para dar origem às outras duas funções.

Também com recurso à visualização na Calculadora Gráfica verificaram o comportamento das funções desta família e conseguiram concluir qual o seu comportamento quando a concavidade estava voltada para baixo.

### 9.3.4. Tarefa: Família de funções do tipo $y=a(x-h)^2+k$ ; $a \neq 0$ ; $a$ , $h$ e $k \in \mathbb{R}$

6. Considere a função  $f$  definida por:  $f(x)=(x-2)^2-3$ .

Sem recorrer à calculadora, e com base nas conclusões anteriores, esboce o gráfico da função, indique o vértice e o eixo de simetria da parábola que representa a função  $f$ .

(Sugestão: comece por representar a função  $y=x^2$ ).

Figura 31: Tarefa família de funções do tipo  $y=a(x-h)^2+k$ ;  $a \neq 0$ ;  $a$ ,  $h$  e  $k \in \mathbb{R}$

A tarefa foi elaborada com o objetivo de os alunos conseguirem identificar o vértice da parábola, o eixo de simetria, a sua concavidade e realizarem o seu gráfico aplicando o que já tinham aprendido com a família de funções quadráticas que tinham trabalhado antes.

Verificou-se que alguns alunos realizaram o gráfico sem recurso à calculadora tal como tinha sido solicitado. Quando questionados acerca do comportamento da função verificou-se uma maior apreensão nas respostas obtidas. Os alunos não se sentiam tão confiantes no que estavam a responder. Sugeriu-se que realizassem o gráfico da função na Calculadora Gráfica e comparassem com o que tinham desenhado. A partir daí houve uma maior receptividade às questões colocadas, até dos alunos com maiores dificuldades, uma vez que tiveram uma participação mais ativa.



### 9.3.5. Tarefa da ficha de avaliação de fevereiro

A tarefa foi aplicada na ficha de avaliação cujo objetivo era verificar a aquisição dos conhecimentos lecionados nas aulas. Incidia nas funções quadráticas e uma das questões em particular exigia a aplicação da Calculadora Gráfica para a sua realização.

4. Numa viagem de longo curso, um avião da AIRSKY sofreu uma avaria e perdeu altitude durante algum tempo. A função  $h(t)$  representa a relação entre a altitude e o tempo em que ocorreu a avaria.

$$h(t) = t^2 - 6t + 12 \quad (0 \leq t \leq 7)$$

Esta altitude é medida a partir do solo. As unidades utilizadas são *minutos* para o tempo e *milhares de pés* para altitude.

- 4.4. No domínio indicado, recorrendo às **capacidades gráficas da calculadora**, responda à seguinte questão:

“Durante quantos minutos o avião esteve a uma altitude inferior a 8 mil pés”.

Apresente o resultado em minutos e segundos, com estes arredondados às unidades.

Apresente na sua resposta os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas relevantes de alguns pontos, com aproximação às centésimas.

Figura 32: Tarefa aplicada na ficha de avaliação de fevereiro

A tarefa incluía mais três alíneas que incidiam no estudo da função quadrática de forma analítica. Apenas será apresentada a alínea com recurso à Calculadora Gráfica.

As resoluções seguintes foram realizadas pelos alunos:

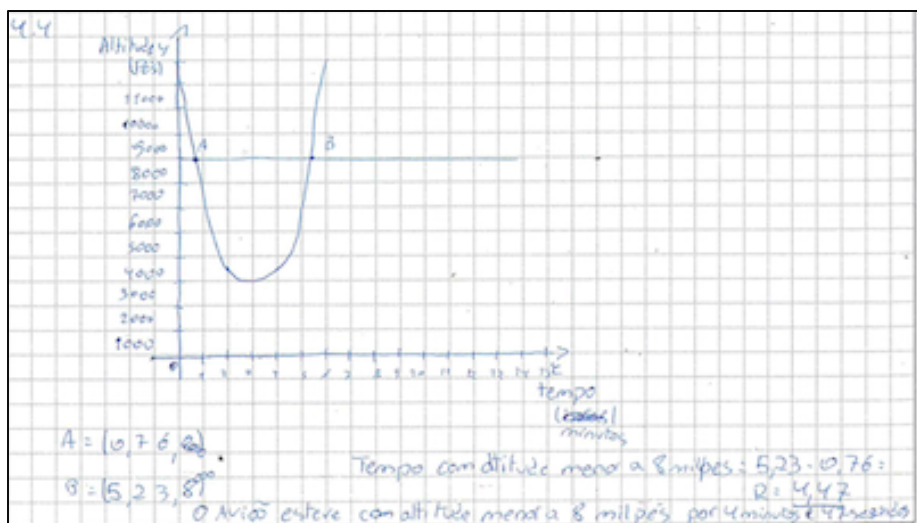


Figura 33: Resolução da tarefa pelo aluno A

A resolução realizada pelo aluno A vai ao encontro do trabalho realizado em aula, mas o aluno A não tem atenção ao domínio da função e à conversão de minutos para segundos.

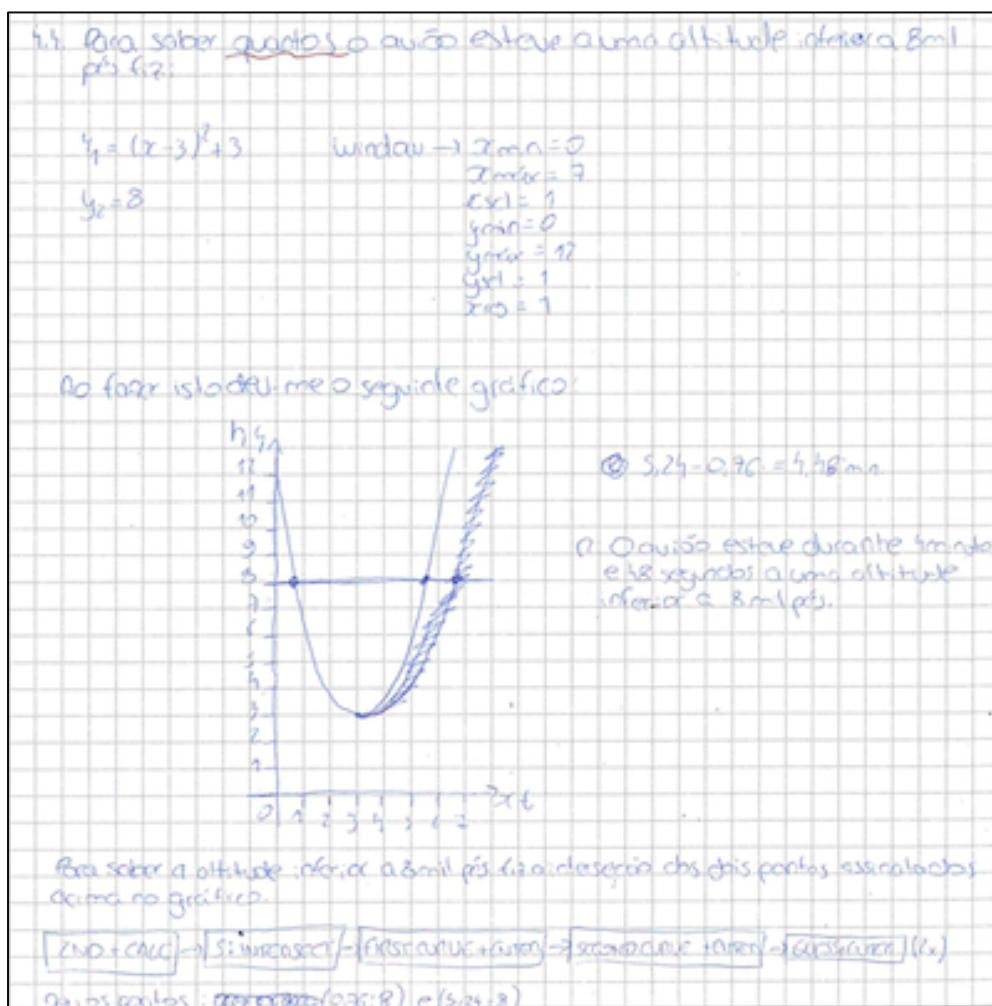


Figura 34: Resolução da tarefa pelo aluno B

A resposta apresentada pelo aluno B demonstra a noção/necessidade do domínio da função, mas não apresenta a resposta à questão.

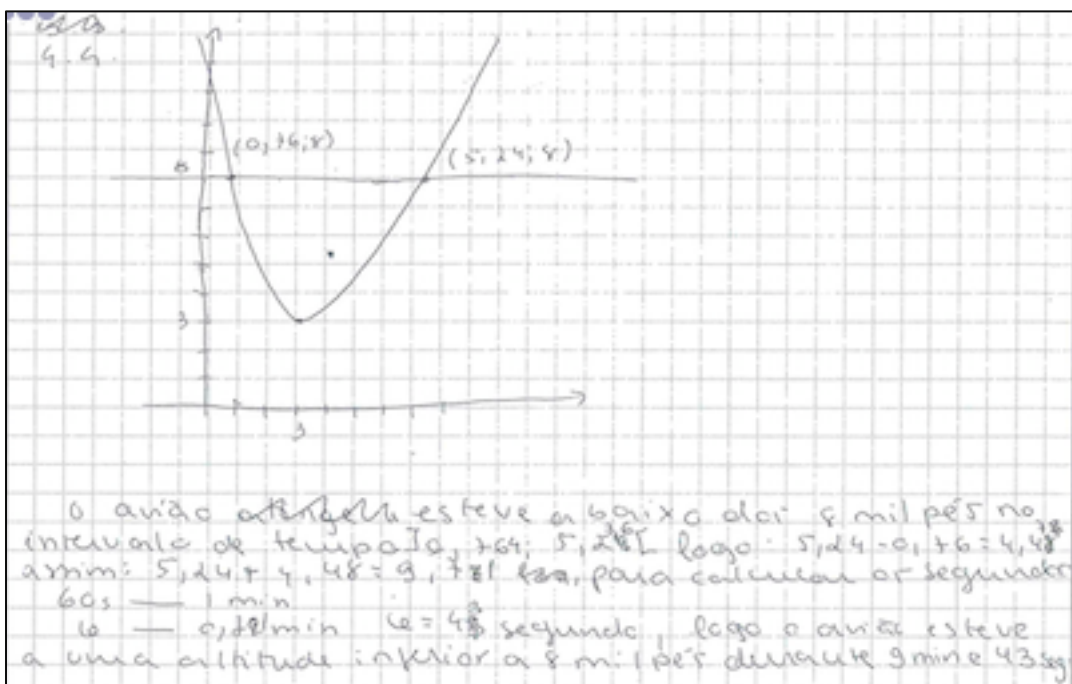


Figura 35: Resolução da tarefa pelo aluno C

O aluno C apresenta o gráfico pouco cuidado na identificação dos eixos, na origem e, mais uma vez, sem ter em atenção ao domínio. Consegue resolver a questão mesmo que a resposta não esteja correta.

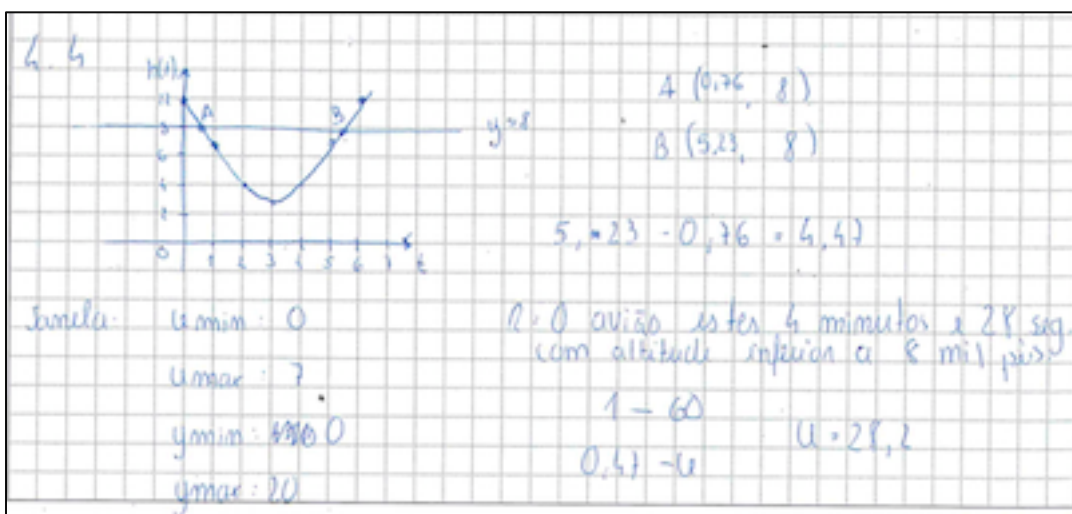


Figura 36: Resolução da tarefa pelo aluno D

O aluno D apresenta uma resolução organizada, tocando em todos os pontos fundamentais para a resolução da questão e alcança a resposta correta.

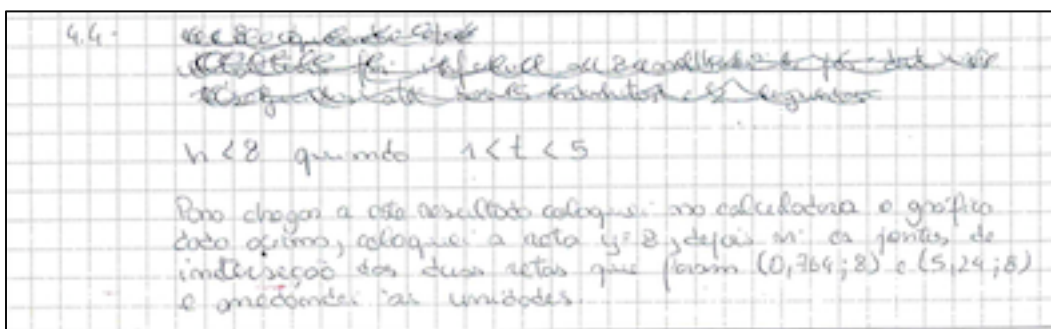


Figura 39: Resolução da tarefa pelo aluno E

O aluno E, apesar de não reproduzir o gráfico que obteve na Calculadora Gráfica, apresenta uma resolução que permitiu concluir que o aluno conseguiu representar a função e determinar os pontos relevantes para a resolução da questão.

A resolução desta tarefa foi avaliada segundo uma proposta de resolução (Anexo 8 e 9) que tal como o nome indica, é uma sugestão de como a tarefa poderia ser resolvida. Qualquer outro tipo de resolução, sendo ele correto, os critérios de correção seriam adaptados.

#### 9.4. Conclusões das tarefas aplicadas na turma de Secundário

A aplicação das tecnologias ocorreu tanto na turma de Ensino Básico como de Ensino Secundário, mas foi a turma de Ensino Secundário que mostrou uma diferença maior no comportamento dos alunos.

No primeiro período de lecionação as tecnologias apenas foram aplicadas como forma de construir materiais que facilitem a aprendizagem. No segundo período aplicou-se as tecnologias em tarefas de ensino exploratório e nestas aulas o comportamento dos alunos alterou-se de forma positiva.

A turma de Ensino Secundário apresentava falta de motivação, devido à imaturidade que os alunos têm nesta faixa etária. É necessário algo novo e entusiasmante que os faça ser mais ativos em sala de aula.

Esta turma teve um comportamento diferente no primeiro segmento lecionado quando comparado com o segundo. A dinâmica de aula foi outra, os alunos interagiram e mesmo os que apresentavam mais dificuldade na disciplina de Matemática tinham vontade de utilizar a Calculadora Gráfica para conseguirem responder às questões colocadas.

Quando foi aplicada a tarefa na ficha de avaliação, que correspondia a uma resolução com recurso à calculadora, os alunos na sua maioria, apresentaram respostas que mostravam conhecimento na aplicação de conceitos matemáticos e na utilização da Calculadora Gráfica.

O recurso às tecnologias de forma ativa produziu o efeito desejado e as aulas tornaram-se mais dinâmicas, sendo os alunos mais participativos no processo de ensino/aprendizagem.

## 10. Análise da Prática Letiva

A prática letiva efetuada na Escola Severim de Faria, nas turmas de Ensino Básico e Secundário foi enriquecedora. A experiência de lecionar nestas duas turmas possibilitou um desenvolvimento profissional e pessoal.

As turmas possuíam dinâmicas diferentes e devido a isso, foi um desafio lecionar estas aulas, encontrando o fio condutor que permitisse alcançar os objetivos.

A planificação das aulas consistiu em documentos que construídos atempadamente, uma vez que é necessário refletir sobre a prática a desenvolver. São documentos que permitem ao professor uma maior segurança no que irá lecionar, assim como permite uma organização temporal do programa. Desta forma, as planificações aula a aula realizadas, permitiram uma maior organização a nível temporal dos temas.

Verificou-se que os alunos, quer no Ensino Básico, quer no Ensino Secundário, têm mais interesse na disciplina de Matemática quando são utilizadas tecnologias como o computador e as Calculadoras Gráficas.

A aplicação das tecnologias na sala de aula foi um desafio, pois o recurso à tecnologia em todas, ou quase todas as aulas, foi um projeto ambicioso. Em especial na turma de 3º Ciclo do Ensino Básico em que foi muito interessante ver a receptividade dos alunos e o “desabrochar” na comunicação sem receio de participar. Na turma de Ensino Secundário o recurso às tecnologias, mais especificamente às Calculadoras Gráficas, permitiu que os alunos mais desinteressados participassem e sentissem que também eram capazes. Nesta turma foi possível verificar a expressão, “a Matemática é para todos”, pois todos os alunos conseguiram aprender Matemática. Nesta turma sentiu-se uma grande diferença face à disciplina de Matemática do primeiro segmento lecionado para o segundo momento. No primeiro segmento as aulas eram expositivas e a turma comportou-se de forma apática e pouco participativa. No segundo segmento ao aplicar as tecnologias, os alunos revelaram uma maior motivação e uma maior participação. Nesta turma foi visível a diferença em termos de interação com o professor e com a disciplina.

A experiência obtida durante este ano letivo permitiu vivenciar o dia a dia de um professor, e desta forma as dificuldades com que se deparam ao longo do ano letivo e, por consequência, ao longo da sua vida profissional. O professor desenvolve o

conhecimento e a experiência profissional todos os anos em recebe novos alunos e novos desafios.

## 11. Considerações Finais

A elaboração deste relatório incidiu na Prática de Ensino Supervisionada na Escola Severim de Faria, onde lecionei as turmas de 9º ano e 10º ano. O conhecimento da escola e das turmas foi um processo que realizei durante os períodos em que assisti às aulas do professores cooperantes, permitindo um conhecimento prévio do grupo de alunos que iria lecionar, conhecendo pouco a pouco a sua dinâmica.

Nos segmentos que lecionei tive como base o conhecimento adquirido a partir das fases em que fui uma mera observadora e podendo planificar aulas que melhor se adaptassem a cada uma das turmas. Claro que um professor quando recebe uma turma nova não tem este conhecimento prévio, mas tem uma fase de adaptação à turma, permitindo ao longo do ano adaptar as suas metodologias de ensino/aprendizagem.

A aplicação das tecnologias em sala de aula conquistou os alunos, na sua totalidade e dinamizou as aulas. Houve uma crescente participação e motivação com o recurso às Calculadoras Gráficas e ao *software* Geogebra. Os alunos que apresentavam maior dificuldade, nas aulas com recurso à tecnologia demonstraram-se mais incentivados para a sua aprendizagem.

As novas tecnologias computacionais assumiram um papel de primeiro plano no ensino da Matemática (Ponte, 1995, p.2). Cada vez mais programas de geometria dinâmica como o Geogebra, mas também as Calculadoras Gráficas veem o seu interesse educacional largamente reconhecido e são parte integrante da prática corrente do processo ensino/aprendizagem. Estas tecnologias colocam desafios irrecusáveis à atividade letiva dada a sua possibilidade de proporcionar poder ao pensamento matemático (Ponte, 1995, p.2). São poderosas ferramentas que permitem uma melhor visualização dos conceitos matemáticos, facilitando a sua compreensão, como foi possível constatar durante a Prática de Ensino Supervisionada com os alunos de Ensino Básico e Secundário.

As Calculadoras Gráficas pelas grandes capacidades que possuem, mais precisamente ao nível dos gráficos, são de elevado interesse nas aulas em que são abordados temas como Funções e Gráficos. A sua utilização não deve ser encarada como um obstáculo à aprendizagem, mas como uma fonte de aprendizagem (Rocha, 2008, p.154). O uso destes instrumentos deve decorrer em simultâneo com a aprendizagem dos conceitos matemáticos e não apenas quando já existe domínio



destes conceitos. Foi uma das conclusões que pude retirar após cuidada reflexão sobre todo o trabalho realizado ao longo do ano letivo.

Com a utilização do programa Geogebra, tal como já tinha sido confirmado anteriormente por diversos autores, o ensino da geometria passou a ser mais atrativo e motivador. A sua importância é considerável, por se tratar de um software grátis e de fácil acesso quer para professores, quer para alunos, o que permitiu a realização de tarefas quer em sala de aula, quer em casa. Para o professor permite a construção de materiais e ajuda a planificar as suas aulas. Para os alunos permite aprofundar conhecimentos sobre os conceitos lecionados.

Assim, através da Prática de Ensino Supervisionada foi possível observar que os alunos recorrendo a atividades com a utilização das tecnologias tiveram a oportunidade de construir o seu próprio conhecimento de forma autónoma e enriquecedora. O professor apesar de parecer por vezes um mero orientador e mediador da aprendizagem, no entanto, continua ter um papel decisivo na forma como organiza as situações de aprendizagem, para que os alunos não percam o seu desenvolvimento metacognitivo e as suas capacidades críticas (Ponte, 1995, p. 7).

O ensino da Matemática recorrendo a tecnologias torna todo o processo de ensino/aprendizagem mais apelativo quer para o aluno quer para o professor, desenvolvendo comportamentos e atitudes mais positivas e assim melhores resultados académicos.

## 12. Bibliografia

- Barroso, D. S. (2013). A importância da planificação do processo de ensino-aprendizagem nas aulas de História e Geografia. Universidade do Porto. Porto.
- Cadavez, C., Morais, C., Cadavez, V., & Miranda, L. (2013). *Utilização de Software de Geometria Dinâmica Geogebra para Alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico*. Instituto Politécnico de Bragança.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino Exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Ensino e Matemática*. Universidade de Évora. 115, 11-17.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H. & Menezes, L. (2012). *Práticas de Ensino Exploratório de Matemática: O caso da Célia*. Projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. Fundação para a Ciência e Tecnologia.
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 14, 355-374.
- Conceição, A. & Almeida, M. (2012). *Matematicamente Falando 9*. Areal Editores. Porto.
- Colaço, S., Branco, N., Brito, M. & Rebelo, M (2009). A utilização do Geogebra no contexto de sala de aula. In Actas do *ProfMat2009*. Viana do Castelo: APM.
- Costa, B, & Rodrigues, E. (2010). *Novo Espaço. Matemática 10º ano*. Porto Editora. Porto.
- Costa, B, & Rodrigues, E. (2012). *Novo Espaço. Matemática 9º ano*. Porto Editora. Porto.

- D'Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à Ação: Reflexos sobre a Educação e Matemática* (2nd ed.). Universidade de Campinas. Campinas.
- Decreto lei nº 46/86 de 14 de outubro. *Diário da República nº237-I Série*. Ministério da Educação e Cultura. Lisboa.
- Decreto lei nº 139/2012 de 5 de julho. *Diário da República nº129-I Série*. Ministério da Educação e Ciência. Lisboa.
- Despacho normativo nº 12236/2014 de 3 de outubro. *Diário da República nº 191- II Série*. Ministério da Educação e Ciência. Lisboa.
- Dias, E. G. (2011). *Avaliação e (In)sucesso Escolar. Estudo Exploratório*. Universidade do Minho. Instituto da Educação.
- Ferro, A. (1999). *O Método Expositivo*. Instituto do Emprego e Formação Profissional. ISBN:972-9003-58-0. Lisboa.
- Goos, M. (2005). A sociocultural analysis of the development of pre-service and beginning teacher's pedagogical identities as users of technology. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 8, 35-59.
- Love, E. & Manson, J. (1995). *Telling and asking. Subject learning in primary curriculum*. London: Routledge.
- Medeiros, K. (2004). *A Influência da Calculadora na Resolução de Problemas Matemáticos Abertos*. Anais do VIII ENEM- Comunicação Científica. Educação Matemática: Novas Tecnologias e Ensino a Distância. Universidade Federal de Pernambuco. Recife. Brasil.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico. Competências essenciais*. Lisboa.


- Nascimento, E. G. A. (2012). *Avaliação do uso do Software Geogebra no Ensino da Geometria: Reflexão da Prática da Escola*. Atas de la Conferencia Latino Americana de Geogebra. Uruguai.
- Oliveira, J., Santana, A., Reali, G., Oliveira, M., Silva, D. & Queiroz, F. (2012). *O uso de Tablets e o Geogebra como Ferramentas auxiliaadoras no Ensino da Matemática*. Atas de la Conferencia Latino Americana de Geogebra. Uruguai.
- Pierce, R. & Stacey, K. (2001). Observations on student's responses to learning in CAS environment. *Mathematics Education Research Journal*. 13(1), 28-46.
- Pinheiro, J. (1998). *Métodos Pedagógicos*. Instituto do Emprego e Formação Profissional. S/ISBN. Lisboa.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática*. 34, 2-7.
- Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (11-34). Lisboa. APM.
- Ponte, J. P. (2009). O Novo Programa de Matemática como Oportunidade de Mudança para os Professores do Ensino Básico. *Interações*. 12, 96-114.
- Ponte, J. P. (2012). *Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de matemática*. Instituto de Educação. Universidade de Lisboa. Lisboa. Acedido em janeiro 15, 2015 em <http://www.ie.ulisboa.pt/pls/portal/docs>
- Ponte, J. P. & Fonseca, H. (2000). *Orientações curriculares para o ensino da estatística. Análise Comparativa de três países*. Encontro sobre o Ensino e Aprendizagens de Estatística. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa.

- Ponte, J. P. & Martinho, M. (2005). *A comunicação na sala de aula de Matemática: Um campo de Desenvolvimento Profissional do Professor*. Atas do V CIBEM. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Porto.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação. Lisboa. Acedido em setembro 30, 2014 em [http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/basico/metasmatematica/eb\\_mat\\_programa\\_2007.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/basico/metasmatematica/eb_mat_programa_2007.pdf)
- Ponte, J. P. & Cebola, G. (2008). *O Uso da Calculadora Básica e Científica no Ensino da Matemática: Uma Questão ainda por Resolver*. Departamento da Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa. Acedido em janeiro 23, 2015 em [http://www.spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/2008/2008\\_05\\_J.P.Ponte.pdf](http://www.spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2008/2008_05_J.P.Ponte.pdf)
- Professores das turmas pilotos do 9º ano de Escolaridade.(2011). *Funções. Propostas de seqüências de tarefas para o 9º ano*. Ministério da Educação. Lisboa.
- Rocha, H. (2008). *O Professor e a Integração da Calculadora Gráfica no Ensino da Matemática*. Universidade Nova de Lisboa. Lisboa.
- Roldão, M. (2007). *Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional*. Revista Brasileira da Educação. Centro de Estudos da Criança. Universidade do Minho. Brasil.
- Romano, E. & Ponte, J. (2008). *A Calculadora Gráfica e o Ensino da Matemática*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa.

- Ruthven, K., Holfmann, R. & Mercer, N. (2011). *A Dialogic approach to plenary problems synthesis*. In B. Ubuz (Ed), Proceedings of the 35th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education. 4, 81-88.
- Silva, J.C., Fonseca, M. G., Martins, A. A., Fonseca, C. M. & Lopes, I. (2001). *Matemática A 10º ano. Cursos Científico Humanístico de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas*. Ministério da Educação. Departamento do Ensino Secundário. Lisboa. Acedido em outubro 10, 2014 em <http://www.dge.mec.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2&letra=m>
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*. 10 (4), 313- 340.
- Zabalza, M. (1994). *Planificação e Desenvolvimento Curricular na Escola*. Ed. Asa. Porto.

## 13. Anexos


**Anexo 1:** Tarefas incluídas na ficha de avaliação de 9º ano



ESCOLA  
SECUNDÁRIA  
BEVERIM  
PARRIA

Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

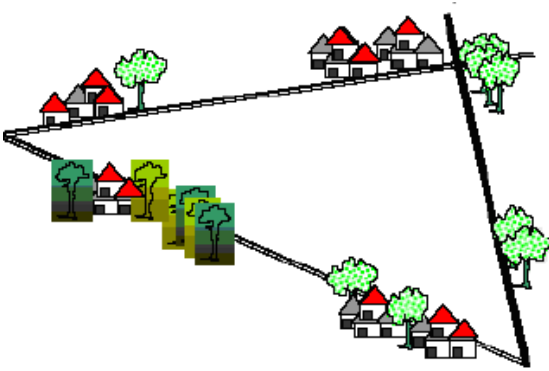
2014/2015



UNIVERSIDADE  
DE EVORA

### Exercícios para a Ficha de Avaliação

1. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
  - A) A reta perpendicular a  $[AB]$  é mediatriz de  $[AB]$ .
  - B) Um reta que contém o ponto médio de  $[AB]$  é mediatriz de  $[AB]$ .
  - C) A mediatriz de  $[AB]$  é o eixo de simetria de  $[AB]$ .
  - D) A mediatriz de  $[AB]$  é uma reta paralela a  $[AB]$ .
  
2. Uma bola de sabão tem 6 cm de diâmetro. Qual é o lugar geométrico de todos os pontos que lhe pertencem?
  - A) Um esfera de raio 6 cm.
  - B) Uma superfície esférica de raio 6 cm.
  - C) Uma esfera de raio 3 cm.
  - D) Uma superfície esférica de raio 3 cm.
  
3. Onde se deve localizar um supermercado que fique a igual distância de três ruas?

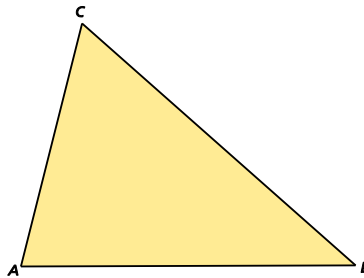


Desenhe a lápis, uma construção geométrica que lhe permita assinalar o ponto correspondente ao local onde vai ficar o supermercado.

Assinale a esse ponto a caneta ou a esferográfica.

**Nota:** Não apague as linhas auxiliares.

4. Na figura está representado o triângulo [ABC].



Recorrendo a material de desenho e de medição, assinale o ponto T que se encontra no interior do triângulo a 3 cm do vértice A e à mesma distância do lado [AC] e do lado [AB].

Se traçar linhas auxiliares, não as apagues.

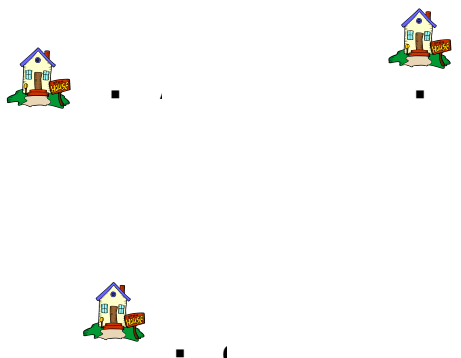
5. Três vizinhos decidiram construir um poço que servisse para as suas três casas.

Quanto à localização é que as opiniões divergiam.

O Carlos ( C ) quer o poço afastado da sua casa 20 metros pois tem medo das infiltrações de água, mas não o quer a mais de 30 metros.

O António ( A ) e o Bernardo ( B ) querem o poço à mesma distância tanto da casa de um como da casa do outro, e o mais perto possível.

Pegaram num papel e representaram as casas.



Desenhe a lápis, uma construção geométrica que lhe permita assinalar o ponto correspondente ao local onde se vai situar o poço.

Assinale a esse ponto a caneta ou a esferográfica.

**Nota:** Não apague as linhas auxiliares.



**Anexo 2:** Proposta de resolução das tarefas da ficha de avaliação de 9º ano



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015

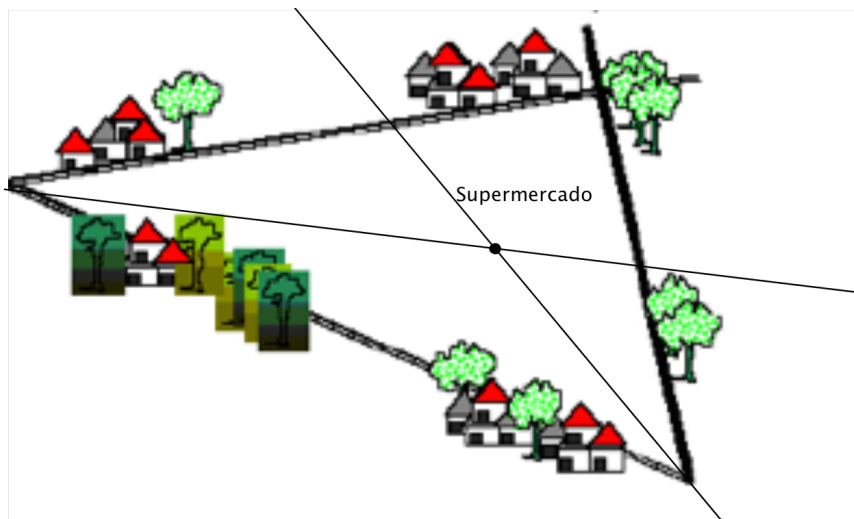


**Proposta de Resolução**

1. ----- 6 pontos
2. ----- 5 pontos
3. ----- 5 pontos
4. ----- 8 pontos
5. ----- 5 pontos

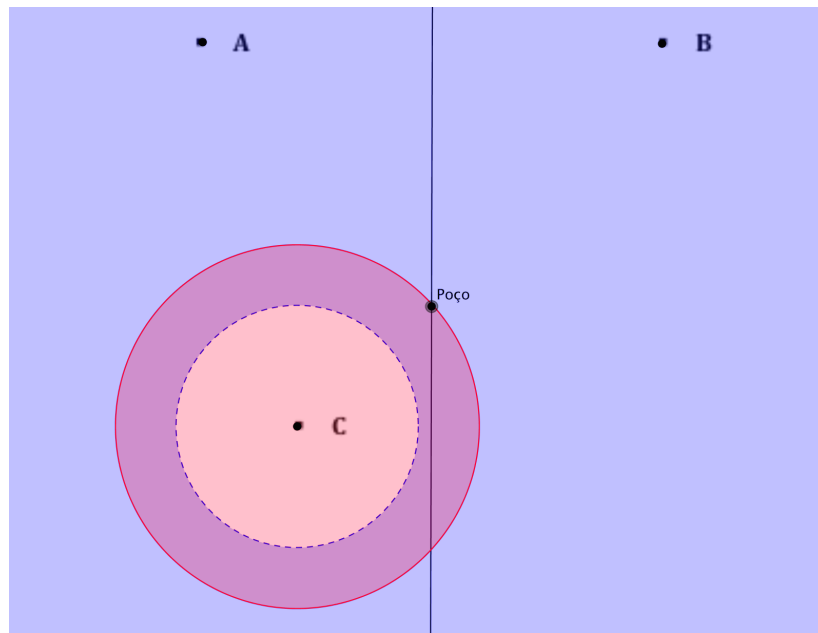
**Critérios Específicos de Classificação**

1. ----- 6 pontos

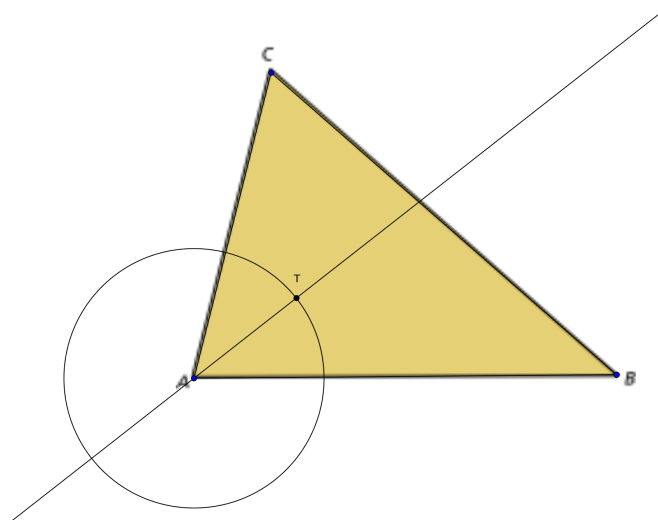


2. ----- 5 pontos  
Assinala corretamente a opção C ----- 5 pontos
3. ----- 5 pontos  
Assinala corretamente a opção D ----- 5 pontos

4. ----- 8 pontos



5. ----- 5 pontos



**Anexo 3:** Critérios de classificação das tarefas da ficha de avaliação de 9º ano



**Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática**

2014/2015



**Critérios de Classificação**

- 1. ----- 6 pontos
- 2. ----- 5 pontos
- 3. ----- 5 pontos
- 4. ----- 8 pontos
- 5. ----- 5 pontos

**Critérios Específicos de Classificação**

- 1. ----- 6 pontos

A classificação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Desenhar corretamente as duas bissetrizes de dois dos ângulos internos do triângulo. ----- 4 pontos  
Assinalar corretamente o incentro (localização do supermercado) – 2 pontos

- 2. ----- 5 pontos

Assinala corretamente a opção C ----- 5 pontos

- 3. ----- 5 pontos

Assinala corretamente a opção D ----- 5 pontos

- 4. ----- 8 pontos

A classificação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Desenha corretamente o exterior do círculo de centro no ponto C e raio 2cm ----- 2 pontos  
Desenha corretamente interior do círculo de centro no ponto C e raio 3 cm -- ----- 2 pontos  
Assinala a coroa circular de centro no ponto C ----- 1 ponto  
Desenha corretamente a mediatriz do segmento AB ----- 2 pontos  
Assinala a localização do poço. ----- 1 ponto

**Nota:**

1. Não se exige ao aluno que exclua os pontos que distam exatamente 20 metros do ponto C.
2. Considera-se a mediatriz do segmento AB corretamente construída se o erro cometido for não superior a 0,1 cm.
3. Considera-se os círculos bem construídos se o seu raio tiver um erro não superior a 0,2 cm.

5. ----- 5 pontos

A classificação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Desenha corretamente a circunferência de centro no ponto A e raio 3cm -----

----- 2 pontos

Desenha corretamente a bissetriz do ângulo CAB ----- 2 pontos

Assinala corretamente o ponto T. ----- 1 ponto

**Nota:**

Considera-se a circunferência bem construída se o seu raio tiver um erro não superior a 0,2 cm.

**Anexo 4:** Tarefas para a ficha de avaliação de 10º ano de dezembro



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



**Tarefas para a ficha de avaliação de dezembro**

**Grupo I**

1. Num referencial o. m.  $Oxyz$ , a condição que define a reta que passa no ponto de coordenadas  $(1;2;3)$  e é paralela ao eixo  $Oy$  pode ser definida pela condição:

A)  $x = 1 \wedge y = 2$

C)  $y = 2 \wedge z = 3$

B)  $x = 1 \wedge z = 3$

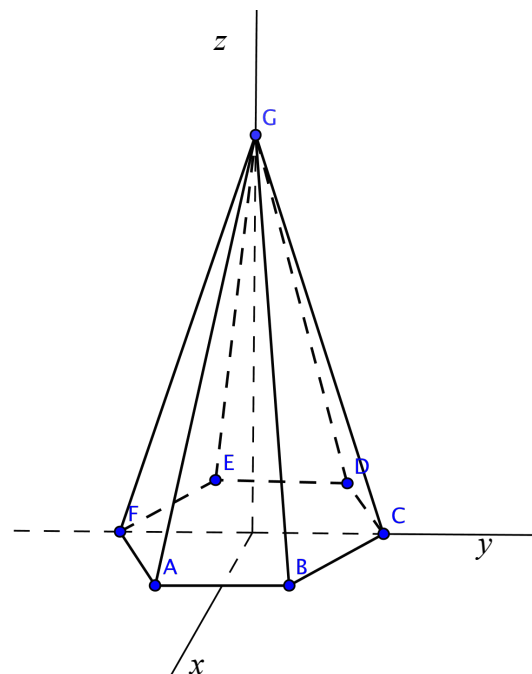
D)  $y = 2$

**Grupo II**

1. Na figura está representado, num referencial o.m.  $Oxyz$  cuja unidade é o centímetro, uma pirâmide hexagonal regular.

Sabe-se que:

- os pontos C e F pertencem ao plano  $xoy$ ,
- o ponto C pertence ao eixo  $Oy$  de coordenadas  $(0;3;0)$ ,
- o ponto G pertence ao eixo  $Oz$  de coordenadas  $(0;0;9)$ ,
- a base da pirâmide pertence ao plano  $xoy$ ,
- a origem do referencial coincide com o centro da base



Nota: A figura não se encontra construída à escala.

- 1.1. Mostre que as coordenadas do ponto **A** são  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$ .
- 1.2. Indique as coordenadas de todos os vértices da pirâmide.
- 1.3. Defina por meio de uma condição o segmento de reta [AB].
- 1.4. Defina um plano paralelo ao plano coordenado  $xOz$  que contenha o ponto E.
- 1.5. Indique as coordenadas do ponto simétrico a A em relação ao eixo  $Oz$ .
- 1.6. Desenhe a secção produzida na pirâmide pelo plano  $z = \frac{9}{2}$  e calcule a sua área.
- 1.7. Determine a equação da superfície esférica de diâmetro [BD].

**Anexo 5:** Tarefas para a ficha de avaliação de 10º ano fevereiro



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



**Tarefas para a ficha de avaliação de fevereiro**

5. Numa viagem de longo curso, um avião da AIRSKY sofreu uma avaria e perdeu altitude durante algum tempo. A função  $h(t)$  representa a relação entre a altitude e o tempo em que ocorreu a avaria.



$$h(t) = t^2 - 6t + 12 \quad (0 \leq t \leq 7)$$

Esta altitude é medida a partir do solo. As unidades utilizadas são *minutos* para o tempo e *milhares de pés* para altitude.

Resolva os três itens seguintes, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**.

- 5.1. Calcule o valor de  $h(0)$  e interprete o seu resultado no contexto do problema.
- 5.2. Mostre que  $h(t)$  pode ser definida por  $h(t) = (t-3)^2 + 3$ .
- 5.3. Determine o(s) instante(s) em que o avião atinge a altitude de 12 mil pés.
- 5.4. No domínio indicado, recorrendo às **capacidades gráficas da calculadora**, responda a seguinte questão:

“Durante quantos minutos o avião esteve a uma altitude inferior a 8 mil pés”.

Apresente o resultado em minutos e segundos, com estes arredondados às unidades.

Apresente na sua resposta os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas relevantes de alguns pontos, com aproximação às centésimas.

**Anexo 6:** Proposta de resolução das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano dezembro



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



**Cotações:**

**Grupo I**

1. ----- 9 pontos

**Grupo II**

1. ----- 63 pontos

1.1. ----- 10 pontos

1.2. ----- 9 pontos

1.3. ----- 10 pontos

1.4. ----- 6 pontos

1.5. ----- 4 pontos

1.6. ----- 12 pontos

1.7. ----- 12 pontos

**Proposta de Resolução**

**Grupo I**

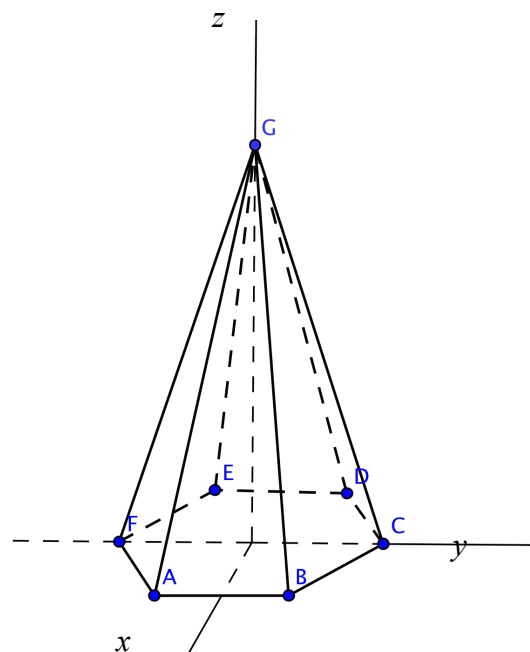
1. (B)

**Grupo II**

1. Na figura está representada, num referencial o.m.  $Oxyz$  cuja unidade é o centímetro, uma pirâmide hexagonal regular.

Sabe-se que:

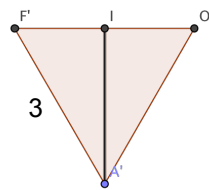
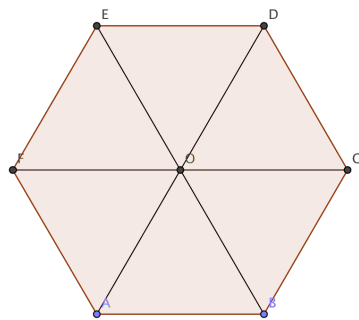
- os pontos C e F pertencem ao plano  $xoy$ ,
- o ponto C pertence ao eixo  $Oy$  de coordenadas  $(0;3;0)$ ,
- o ponto G pertence ao eixo  $Oz$  de coordenadas  $(0;0;9)$ ,
- a base da pirâmide pertence ao plano  $xoy$ ,
- a origem do referencial coincide com o centro da base.



Nota: A figura não se encontra construída à escala.

1.1. Mostre que as coordenadas do ponto A são  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$ .

Sendo a base da pirâmide um hexágono, então o valor da abcissa do ponto A corresponde à altura dos triângulos equiláteros obtidos por união dos vértices do hexágono ao ponto O e o valor absoluto da ordenada corresponde a metade do comprimento do segmento  $[FO]$ .



Determinemos a altura do triângulo

$[FOA]$ .

$$\begin{aligned} \overline{IA}^2 &= 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \overline{IA}^2 &= \frac{36-9}{4} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \overline{IA}^2 &= \frac{27}{4} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \overline{IA} &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Assim as coordenadas do ponto A são  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$ .

1.2. Indique as coordenadas de todos os vértices da pirâmide.

$$\begin{array}{cccc} A\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right) & B\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 0\right) & C(0; 3; 0) & D\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 0\right) \\ E\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right) & F(0; -3; 0) & G(0; 0; 9) & \end{array}$$

1.3. Defina por meio de uma condição o segmento de reta  $[AB]$ .

$$[AB]: x = \frac{3\sqrt{3}}{2} \wedge z = 0 \wedge -\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$$

1.4. Defina um plano paralelo ao plano coordenado  $xOz$  que contenha o ponto E.

$$\text{O plano paralelo ao plano coordenado } xOz \text{ é } y = -\frac{3}{2}.$$



1.5. Indique as coordenadas do ponto simétrico a **A** em relação ao eixo  $Oz$ .

As coordenadas do ponto simétrico ao ponto **A** em relação ao eixo são  $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$

que corresponde ao ponto **D**.

1.6. Desenhe a secção produzida na pirâmide pelo plano  $z = \frac{9}{2}$  e calcule a

sua área.

A resolução desta questão poderá ser realizada de várias formas. Serão apresentadas apenas algumas.

1º Caso:

A figura produzida pelo corte é semelhante ao polígono que se encontra

na base da pirâmide, cuja razão de semelhança é  $\frac{1}{2}$ , dessa

forma a área do polígono  $[PQRSTU]$  será:

$$A_{[PQRSTU]} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 A_{[ABCDEF]}$$

$A_{[ABCDEF]} = 6 \times A_{[AFO]} = 6 \times \frac{\overline{FO} \times \overline{IA}}{2}$ , o comprimento do segmento  $[IA]$  foi calculado

na alínea 1.1.

$$A_{[ABCDEF]} = 6 \times \frac{3 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

$$A_{[PQRSTU]} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$$

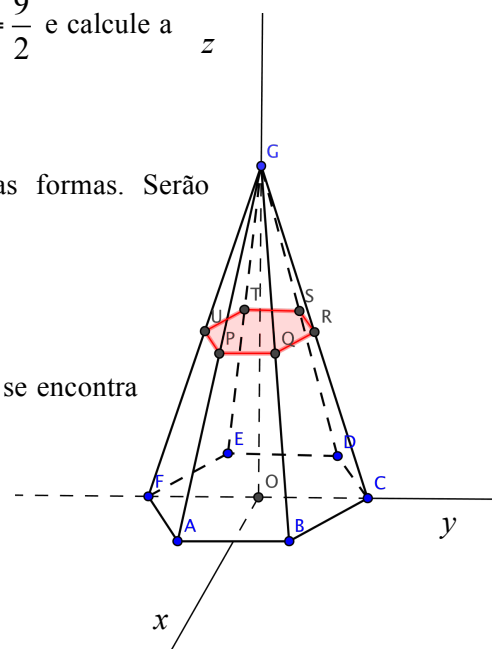
A área da secção é  $A_{[PQRSTU]} = \frac{27\sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$ .

2º caso:

A figura produzida pelo corte é semelhante ao polígono que se encontra na base da

pirâmide, cuja razão de semelhança é  $\frac{1}{2}$ , dessa forma a área do polígono  $[PQRSTU]$

será:



$$A_{[PQRSTU]} = \frac{\text{Perímetro}}{2} \times \text{apótema}$$

O perímetro e o apótema são calculados tendo em conta as dimensões da pirâmide hexagonal e pelo facto de as figuras serem semelhantes.

$$\text{Perímetro} = 6 \times \overline{PQ}$$

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

$$\text{Perímetro} = 6 \times \frac{3}{2} = 9$$

$$\text{apótema} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Assim a área é calculada por:

$$A_{[PQRSTU]} = \frac{9}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2.$$

**1.7.** Determine a equação da superfície esférica de diâmetro  $[BD]$ .

A esfera tem como centro o ponto médio do segmento  $[BD]$  cujas coordenadas são:

$$\left( \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2} + \frac{3}{2}; 0 \right) = \left( 0; \frac{3}{2}; 0 \right) \text{ e o raio é } \frac{3\sqrt{3}}{2}. \text{ Então a equação é:}$$

$$(x-0)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z-0)^2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{27}{4}.$$

**Anexo 7:** Critérios de classificação das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano dezembro



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



**Critérios de Classificação**

**Cotações:**

**Grupo I**

1. ----- 9 pontos

**Grupo II**

- 1. ----- 63 pontos
- 1.1. ----- 10 pontos
- 1.2. ----- 9 pontos
- 1.3. ----- 10 pontos
- 1.4. ----- 6 pontos
- 1.5. ----- 4 pontos
- 1.6. ----- 12 pontos
- 1.7. ----- 12 pontos

**Critérios de Classificação**

**Grupo II**

- 1. ----- 63 pontos
- 1.1. ----- 10 pontos
- Determinar a coordenada de  $y(-\frac{3}{2})$  ----- 2 pontos
- Determinar a coordenada do  $x(\frac{3\sqrt{3}}{2})$  ----- 7 pontos
- Escrever o teorema de Pitágoras ----- 2 pontos
- Determinar o comprimento da altura ----- 2 pontos
- Simplificação da raiz ----- 3 pontos
- Escrever as coordenadas do ponto A ----- 1 ponto
- 1.2. ----- 9 pontos
- Indicar as coordenadas dos pontos A, C e G ----- 1 ponto
- Indicar as coordenadas dos pontos B, D, E e F ----- 8 pontos

(Será atribuído por cada ponto a cotação de 2 pontos)

- 1.3. ----- 10 pontos
- Indicar a condição a x ----- 3 pontos
  - Indicar a condição a z ----- 2 pontos
  - Indicar a condição a y ----- 3 pontos
  - Indicar a conjunção de todas as condições ----- 2 pontos
- 1.4. ----- 6 pontos
- Indicar a condição do plano ----- 6 pontos
- 1.5. ----- 4 pontos
- Indicar a coordenada de x ----- 2 pontos
  - Indicar a coordenada a y ----- 2 pontos
- 1.6. ----- 12 pontos
- Desenhar a secção ----- 3 pontos
  - Cálculo da área ----- 9 pontos
    - Determinar a área do triângulo (AFO) ----- 5 pontos
      - Determinar a base do triângulo ----- 2 pontos
      - Determinar a altura do triângulo ----- 2 pontos
      - Cálculo da área ----- 1 ponto
    - Determinar a área do polígono (ABCDEF) ----- 1 ponto
    - Determinar a área do polígono (PQRSTU) ----- 3 pontos
      - Indicar a razão ----- 2 pontos
      - Efetuar o cálculo da área ----- 1 ponto
- 1.7. ----- 12 pontos
- Determinar ou indicar as coordenadas do centro da superfície esférica -  
----- 3 pontos
  - Determinar o raio da superfície esférica ----- 3 pontos
  - Substituir na equação da superfície esférica ----- 3 pontos
  - Simplificação da equação da superfície esférica ----- 3 pontos

**Anexo 8:** Proposta de resolução das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano fevereiro



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



**Cotações:**

**Grupo II**

1. ----- 35 pontos
- 1.1. ----- 6 pontos
- 1.2. ----- 9 pontos
- 1.3. ----- 8 pontos
- 1.4. ----- 12 pontos

**Proposta de Resolução**

**Grupo II**

1. ----- 35 pontos
- 1.1. ----- 6 pontos

$$h(0) = 0^2 - 6 \times 0 + 12 = 12$$

Interpretação: O valor representa a altitude a que se encontrava o avião no momento em que ocorreu a avaria.

- 1.2. ----- 9 pontos

$$\begin{aligned} h(t) &= t^2 - 6t + 12 = \\ &= t^2 - 6t + 3^2 - 3^2 + 12 = \\ &= (t-3)^2 - 9 + 12 = \\ &= (t-3)^2 + 3 \end{aligned}$$

∴ Como queríamos mostrar.

- 1.3. ----- 8 pontos

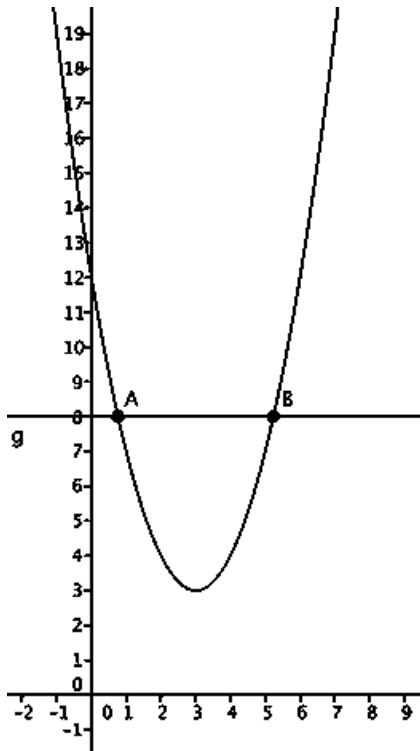
$$\begin{aligned} h(t) &= 12 \Leftrightarrow \\ t^2 - 6t + 12 - 12 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t^2 - 6t &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t(t-6) &= 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow t=0 \vee t-6=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t=0 \vee t=6$$

O avião atinge um altitude de 12 mil pés no momento inicial ( $t=0$ ) e após 6 minutos.

1.4. ----- 12 pontos



$$A(0,76;8) \quad B(5,24;8)$$

O avião esteve a uma altitude inferior a 8 mil pés no intervalo  $]0,76;5,24[$  ou seja durante:

$$5,24-0,76=4,48\text{min}$$

$$4,48\text{min} = 4 \text{ min } 28 \text{ seg.}$$

**Anexo 9:** Critérios de classificação das tarefas da ficha de avaliação de 10º ano  
fevereiro



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



**Critérios de Classificação**

**Grupo II**

1. ----- 35 pontos
  - 1.1. ----- 6 pontos
    - Substituição e calculo da imagem de 0 ----- 3 pontos
    - Interpretação do valor----- 3 pontos
  - 1.2. ----- 9 pontos
    - Escrever o polinómio na forma  $h(t)=t^2-6t+3^2-3^2+12$  ----- 4 pontos
    - Escrever o caso notável  $h(t)=(t-3)^2-9+12$  ----- 4 pontos
    - Obter a expressão  $h(t)=(t-3)^2+3$  ----- 1 ponto
  - 1.3. ----- 8 pontos
    - Igualar a expressão a 12 ----- 2 pontos
    - Simplificação ----- 2 pontos
    - Resolução da equação ----- 4 pontos
  - 1.4. ----- 12 pontos
    - Apresentar o gráfico tendo em conta o domínio e a janela adequada ----  
----- 4 pontos
    - Indicar as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução do  
exercício ----- 4 pontos
    - Resposta à questão apresentando o resultado em minutos e segundos --  
----- 4 pontos

## Anexo 10: Tarefa “ O Tesouro Perdido”

Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



### Tesouro Perdido

Há muito que se sabia de um tesouro escondido algures num certo local, mas durante séculos todas as tentativas para o encontrar falharam.

Contudo, há alguns anos foi descoberto um mapa, que foi a chave para a localização do tesouro.

Se não forem seguidas escrupulosamente as instruções o tesouro jamais será localizado.

De acordo com as seguintes instruções, descobre no mapa o local do tesouro.

**Passo 1:** *Encontra dois*

*pontos A e B do rio à*

*distância de 40 metros de G;*

**Passo 2:** *Encontra os*

*pontos equidistantes de A e*

*de B;*

**Passo 3:** *Encontra os pontos*

*que estão à mesma distância*

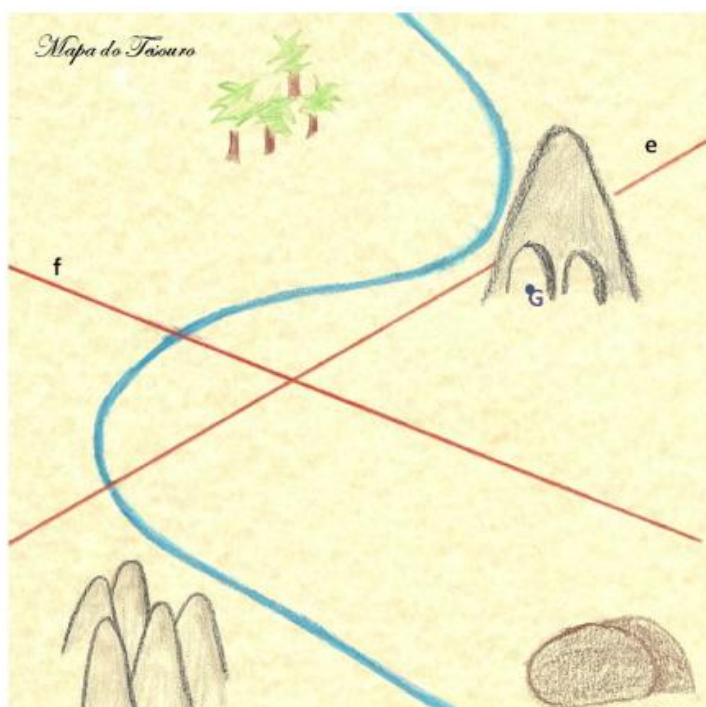
*das linhas e e f;*

**Passo 4:** *Encontra os*

*pontos que verificam, ao mesmo tempo, as condições dos passos 2 e 3;*

**Passo 5:** *O tesouro encontra-se enterrado num ponto situado a menos de 40 metros de*

*distância do ponto G.*





## Anexo 11: Planificação

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 9º ano Plano de Aula		
Ano letivo 2014/2015		
Lições nº	Data	Duração   1 Bloco (90min)
Aluno		
Aula assistida por:		
Orientador Cooperante		
Colegas		
Tema matemático		
Tópico		
Sumário		
Conhecimentos Prévios		
Objetivos		
Capacidades Transversais		
Tarefas		

Material
Questões essenciais a colocar aos alunos
Fases da aula
Gestão do tempo
Avaliação
Anexos

**Anexo 12:** Tarefa de proporcionalidade direta



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



**Ficha de trabalho :** Proporcionalidade direta

Numa florista o preço de cada rosa é 1,5€. A Luísa dirige-se à florista e calcula o preço de várias rosas.

1. Na tabela seguinte encontra-se o raciocínio da Luísa. Copie para o seu caderno a tabela e complete-a.



<b>x:</b> Número de rosas	2	3	4	5	...	<i>x</i>
<b>y:</b> Preço das rosas					...	

- 1.1. Divida a variável  $y$ : *Preço das rosas* pela variável  $x$ : *Número de rosas*. Que pode concluir?
- 1.2. Represente a situação descrita por uma expressão analítica.
- 1.3. A Luísa comprou algumas rosas, sabendo que pagou 18€ quantas rosas comprou?
- 1.4. Represente a graficamente a situação descrita.
- 1.5. Trace uma reta que passe por todos os pontos. Como se designa a função representada por essa reta?
- 1.6. A Luísa voltou à florista e comprou um molho de rosas pelo qual entregou 40€. Quantas rosas tinha o molho?

Bom trabalho!

### **Anexo 13:** Tarefa de proporcionalidade inversa



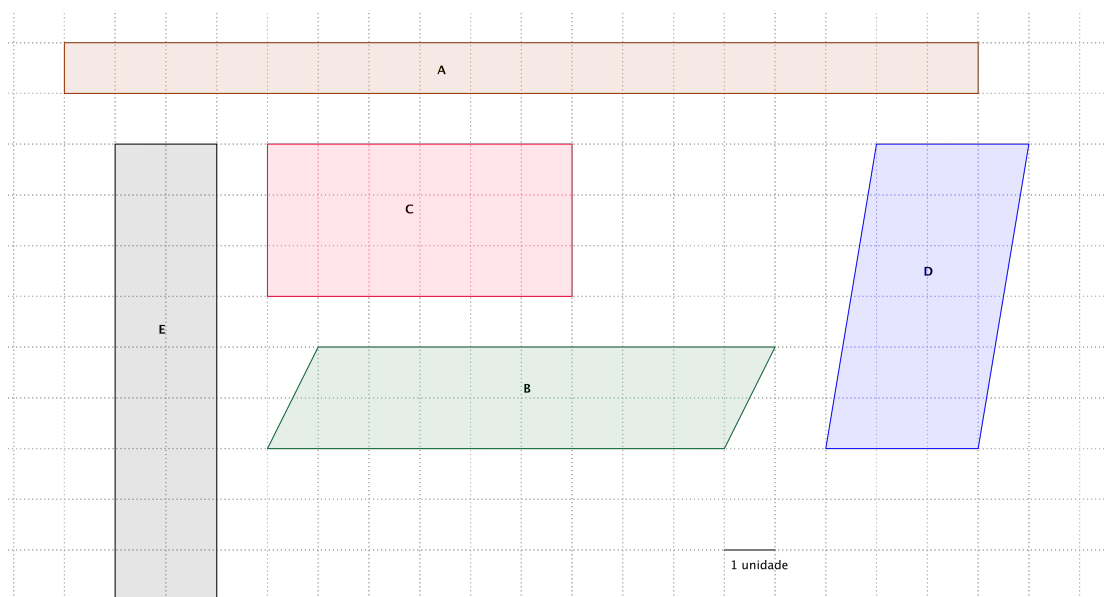
Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



### **Ficha de Trabalho:** Proporcionalidades

1. Na figura estão representados polígonos equivalentes em que as suas medidas são números inteiros.



1.1 Observe os polígonos e calcule as suas áreas. Registe todos os dados e todos os cálculos que efetuar.

1.2 Através dos dados obtidos que conclusões pode tirar?

---

1.3 Quando duplica a medida do comprimento da base o que acontece à medida da altura? E quando triplica?

---

1.4 As grandezas base e altura são diretamente proporcionais? Justifique a sua resposta.

---

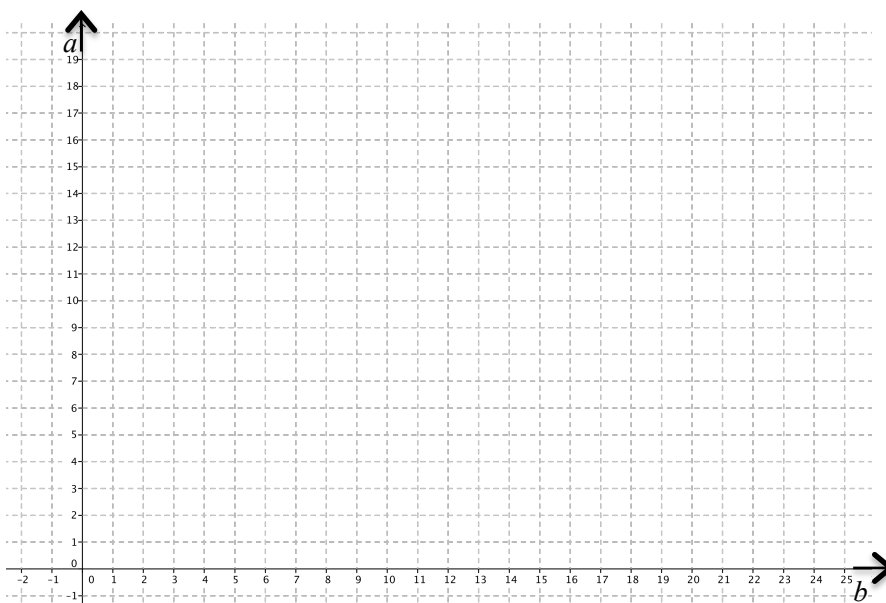
1.5 As grandezas base e altura são inversamente proporcionais. Indique a sua constante de proporcionalidade? Qual o seu significado no contexto do problema?

---

1.6 Qual a expressão analítica que modela esta situação?

---

1.7 Num referencial cartesiano marque os pontos de coordenada  $(b,a)$ , associados aos polígonos considerados.



Bom trabalho!

**Anexo 14:** Planificação da 1ª aula de 9º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 9º ano Plano de Aula
---

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº		Data		Duração	1 Bloco (90min)
-----------	--	------	--	---------	--------------------

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Artur Bruno
--------------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Álgebra
--------------------	---------

Tópico	Função
--------	--------

Sumário	Revisões: Proporcionalidade direta Noção de proporcionalidade inversa.
---------	---

Conhecimentos Prévios
<ul style="list-style-type: none"><li>• Proporcionalidade direta</li></ul>

Objetivos
<ul style="list-style-type: none"><li>• Analisar situações de proporcionalidade direta e inversa como funções do tipo <math>y=kx</math> e <math>y=k/x</math> (<math>k \neq 0</math>) respetivamente</li></ul>

- Representar algebricamente situações de proporcionalidade direta e inversa
- Resolver e formular problemas, e modelar situações utilizando funções

#### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

#### Tarefas

- Tarefa de proporcionalidade direta
- Tarefa de proporcionalidade inversa
- Trabalho a realizar para casa: exercícios 2 e 3 da pág.46 do manual

#### Material

- Régua
- Retroprojektor

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Como se constrói um referencial cartesiano?
- O que são polígonos equivalentes?
- Em que outras situações do vosso dia a dia encontram relações de proporcionalidade inversa?
- Será que todas as variáveis se relacionam desta maneira?
- Quem me dá um exemplo de proporcionalidade inversa?

#### Fases da aula

A aula irá decorrer em duas fases. Numa primeira fase realizarei uma revisão do conceito de proporcionalidade direta e numa segunda fase iniciarei o estudo da proporcionalidade inversa.

A aula irá iniciar-se com a projeção de uma tarefa cujo o objetivo será revisão do conceito de proporcionalidade direta.

Solicitarei aos alunos que a realizem no seu caderno.

Os alunos irão realizar a tarefa autonomamente em que irei acompanhando os alunos circulando pela sala verificando se existem dificuldades na realização da mesma.

A questão 1.1 tem como objetivo recordar conteúdos já lecionados, nomeadamente a noção de constante de proporcionalidade direta.

A questão 1.2 tem como intuito a relação existente entre duas variáveis que sejam diretamente proporcionais. A sua resolução será realizada por um aluno explorando todas as resoluções possíveis.

A questão 1.3 tem como objetivo analisar os vários raciocínios que os alunos possam ter para a sua resolução. Se recorrem à expressão analítica colocada anteriormente, se seguem uma regra três simples ou se realizam por tentativa erro. Para a correção desta questão serão pedidas as resoluções mais interessantes a nível matemático.

As questões 1.4 e 1.5 têm como objetivo analisar a relação de proporcionalidade direta como função.

Serão colocadas questões como: “Como se constrói um referencial cartesiano?”, será explorado com os alunos a noção de eixo e como assinalar pares ordenados no plano cartesiano.

A sua correção será feita em conjunto com os alunos pois pretende-se que ao longo da resolução alcançar os “pontos chave” da noção de proporcionalidade direta.

Na segunda fase da aula será distribuído a todos os alunos a tarefa a realizar, pedirei a todos os alunos que deem uma breve leitura enquanto termino a distribuição das tarefas.

Colocarei algumas perguntas como “O que são polígonos equivalentes?”

Indicarei que a tarefa será realizada a pares.

Será efectuada a leitura da tarefa e a explicitação do que é pretendido com a mesma, nomeadamente irei questionar aos alunos como deverão organizar os dados.

Os alunos irão realizar a tarefa autonomamente, em que irei acompanhando-os circulando pela sala verificando se existem dificuldades na realização da tarefa.

Para realizar a correção da questão 1.1 escolherei as respostas que sejam matematicamente significativas e que possam contribuir para a aprendizagem da turma.

A questão 1.1 tem como objetivo os alunos lembrarem áreas e o seu calculo.

A questão 1.2 tem como objetivo analisar os dados obtidos na alínea anterior. Pretende-se que os alunos consigam perceber a noção de proporcionalidade inversa, que o produto entre o comprimento e a largura é constante.

Na questão 1.3 deseja-se que o aluno perceba que quando o comprimento duplica a largura passa a ser metade e quando o comprimento triplica a largura passa a ser a terça parte, existindo assim uma relação inversa entre estas duas variáveis.

Na questão 1.4 o aluno deverá estabelecer a relação entre a proporcionalidade inversa e direta identificando que a situação em que se encontra não se trata de uma proporcionalidade direta.

A questão 1.5 tem como objetivo identificar a constante de proporcionalidade e o seu significado no contexto do problema.

Os alunos na questão 1.6 deverão conseguir encontrar uma expressão que relacione as duas variáveis.

Por último é pedido aos alunos que transponham a informação para um gráfico cartesiano.

Na correção das alíneas será sempre solicitado aos alunos a explicitação do seu raciocínio e das suas conclusões. Sempre que oportuno colocarei questões como “Em que outras situações do vosso dia a dia encontram relações de proporcionalidade inversa?”, Será que todas as variáveis se relacionam desta maneira?”, Quem me dá um exemplo de proporcionalidade inversa?”.

No final da tarefa será sintetizado o conceito de proporcionalidade inversa e será formalizado.

Será realizado no final da aula uma comparação com o conceito de proporcionalidade direta.

#### Gestão do tempo

- Tarefa de proporcionalidade direta: 30 min
  - Questão 1.1: 5 min
  - Questão 1.2: 5 min
  - Questão 1.3: 5 min
  - Questão 1.4 e 1.5: 5 min
  - Discussão e síntese: 10 min
- Tarefa proporcionalidade inversa: 60 min
  - Introdução: 5 min
  - Questão 1.1: 10 min
  - Discussão e síntese: 5 min
  - Questão 1.2: 5 min
  - Questão 1.3: 5 min
  - Questão 1.4: 5 min
  - Questão 1.5: 5 min
  - Questão 1.6: 5 min
  - Questão 1.7: 5 min
  - Síntese final: 10 min



Avaliação
-----------

- Grelha de avaliação

Anexos
--------

- Tarefa proporcionalidade direta
- Tarefa de proporcionalidade inversa
- Grelha de avaliação

**Anexo 15:** Planificação da 2ª aula de 9ºano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 9º ano Plano de Aula
---

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº	Data	05-11-14	Duração	1 Bloco (90min)
	Horário	10:05		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Artur Bruno
-----------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Álgebra
-----------------	---------

Tópico	Função
--------	--------

Sumário	Correção do trabalho de casa. Função de proporcionalidade inversa. Resolução de exercícios.
<b>Conhecimentos Prévios</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficos cartesianos</li> <li>• Noção de proporcionalidade inversa</li> </ul>	
<b>Objetivos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar situações de proporcionalidade direta e inversa como funções do tipo <math>y=kx</math> e <math>y=k/x</math> (<math>k \neq 0</math>) respetivamente</li> <li>• Representar algebricamente situações de proporcionalidade direta e inversa</li> <li>• Resolver e formular problemas, e modelar situações utilizando funções</li> </ul>	
<b>Capacidades Transversais</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Raciocínio matemática</li> </ul>	
<b>Tarefas</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tarefa 2 do manual</li> <li>• Trabalho para casa: exercício 7 da pág. 49 e proposta 2 da pág. 58.</li> </ul>	
<b>Material</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Régua</li> <li>• Retroprojektor</li> </ul>	
<b>Questões essenciais a colocar aos alunos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quando podemos afirmar que duas grandezas são inversamente proporcionais?</li> <li>• No contexto do problema o que significa a constante de proporcionalidade inversa?</li> <li>• Como se retiram pontos de um gráfico?</li> <li>• Uma vez que se trata de uma função de proporcionalidade inversa como posso determinar o valor da constante?</li> <li>• Não é pedido no exercício mas se pedisse a expressão analítica que relaciona as duas</li> </ul>	

variáveis, qual seria?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será realizada no quadro pelos alunos que explicarão o seu raciocínio.

Durante a correção do trabalho de casa poderão surgir questões como: “ Quando podemos afirmar que duas grandezas são inversamente proporcionais?” e “No contexto do problema o que significa a constante de proporcionalidade inversa?”.

Após a correção do trabalho de casa será sugerido aos alunos que realizem a tarefa 2 do manual. Esta tarefa tem como objetivo interpretar graficamente uma função de proporcionalidade inversa e a partir dela chegar à constante de proporcionalidade e às coordenadas dos pontos assinalados.

A correção da tarefa será realizada pelos alunos e durante a sua correção poderão surgir questões como: “Como se retiram pontos de um gráfico?”, “Uma vez que se trata de uma função de proporcionalidade inversa como posso determinar o valor da constante?” e “Não é pedido no exercício, mas se pedisse, a expressão analítica que relaciona as duas variáveis é?”.

Após a correção da tarefa e explorado a representação gráfica de duas variáveis será solicitado aos alunos que realizem o exercício 5 e 6 do manual (pág. 48).

Com recurso ao exercício 5 encaminharei a aula para entrar no estudo da função de proporcionalidade inversa, recorrendo ao Geogebra para mostra o comportamento da função com a variação do sinal do parâmetro  $k$ .

O restante tempo da aula será para a consolidação dos conhecimentos adquiridos.

### Gestão do tempo

- Correção do trabalho de casa: 15 min
- Tarefa 2: 20 min
- Resolução do exercício 5 e 6: 15 min
- Geogebra: 15 min
- Resolução de exercícios: 25 min

### Avaliação

- Grelha de avaliação

### Anexos

- Folha do geogebra
- Grelha de avaliação

**Anexo 16:** Planificação da 3ª aula de 9º ano

**Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data

Duração

1 Bloco  
(45min)

Aluno Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador  
Cooperante

Artur Bruno

Colegas

Marisa Silva

Tema  
matemático

Álgebra

Tópico

Função

Sumário

Função de proporcionalidade inversa em contexto real.  
Resolução de exercícios.

**Conhecimentos Prévios**

- Gráficos cartesianos
- Noção de proporcionalidade inversa

### Objetivos

- Analisar situações de proporcionalidade direta e inversa como funções do tipo  $y=kx$  e  $y=k/x$  ( $k \neq 0$ ) respectivamente
- Representar algebricamente situações de proporcionalidade direta e inversa
- Resolver e formular problemas, e modelar situações utilizando funções

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Tarefa 3: Proporcionalidade em contexto real
- Exercícios do manual adotado

### Material

- Retroprojetor

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- A velocidade de ida é igual à velocidade de chegada?
- O tempo da viagem de ida é igual ao tempo da viagem de volta?
- Qual será o tempo necessário para realizar a viagem de ida e de volta?
- Como posso determinar o tempo total da viagem?
- Qual será a distância total da viagem de ida e de volta?''.

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será realizada no quadro pelos alunos, estes irão explicando o raciocínio que seguiram.

Após a correção do trabalho de casa será solicitado aos alunos a realização da tarefa 3 do manual.

A tarefa 3 incide na resolução de problemas envolvendo a proporcionalidade inversa e a sua escolha tem como intuito a consolidação do conceito lecionado.

As questões 1 e 2 focam o conceito de constante de proporcionalidade.

A questão 3 desta tarefa é mais complexa ao nível da interpretação e é exigido aos alunos um raciocínio mais complexo para a sua resolução, sendo por isso uma questão mais desafiante.

Durante a correção poderão surgir questões como “ A velocidade de ida é igual à velocidade de chegada?”, “ O tempo da viagem de ida é igual ao tempo da viagem de volta?”, “Qual será o tempo necessário para realizar a viagem de ida e de volta?” , “ Como posso determinar o tempo total da viagem?” e “Qual será a distância total da viagem de ida e de volta?”.

Na questão 4 a noção de proporcionalidade inversa é estudada pela análise do gráfico, onde se pode desenvolver todos os conceitos já leccionados. É uma questão que relaciona o conceito de função de proporcionalidade inversa como uma função matemática relacionando-a com o contexto do problema.

O restante tempo da aula será para a consolidação dos conhecimentos adquiridos.

#### Gestão do tempo

- Correção do trabalho de casa: 15 min
- Tarefa 3: 20 min

#### Avaliação

- Grelha de avaliação

#### Anexos

- Grelha de avaliação

## Anexo 17: Tarefa “Uma vaca a pastar”



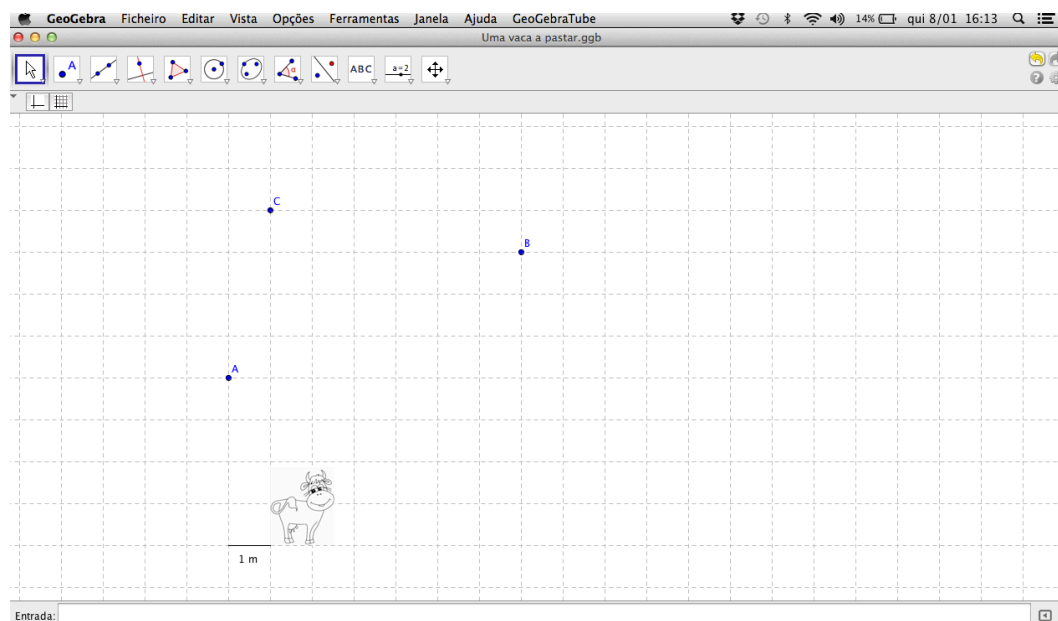
Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



Tarefa: Lugares geométricos

### Uma vaca a pastar



Uma vaca está amarrada a uma estaca numa pastagem.

4. Copie o desenho e faça um esboço da zona de erva que pode ser comida pela vaca se estiver:
  - c) amarrada em A com uma corda de 3 m sempre esticada. Como descreveria geometricamente o conjunto de pontos que obteve?
  - d) amarrada a B com uma corda de 5 m. Como descreverias geometricamente o conjunto de pontos que obtiveste?
5. No caso da alínea 1. b), a vaca chega ao arbusto que cresceu em C? Justifique a sua resposta.



**Anexo 18:** Planificação da 4ª aula de 9º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 9º ano Plano de Aula
---

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº		Data		Duração	1 Bloco (90min)
-----------	--	------	--	---------	--------------------

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Artur Bruno
--------------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Geometria
--------------------	-----------

Tópico	Circunferência
--------	----------------

Sumário	Lugar geométrico. Circunferência, círculo, superfície esférica e esfera.
---------	---

Conhecimentos Prévios
<ul style="list-style-type: none"><li>• Lugar geométrico.</li><li>• Áreas do círculo e da esfera.</li><li>• Perímetro da circunferência.</li><li>• Volume da esfera.</li></ul>



### Objetivos

- Identificar e construir circunferência e círculo.
- Identificar superfície esférica e esfera.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Tarefa: circunferência e círculo.
- Exercícios 17, 18 19 e 20 da pág. 20 do manual
- Trabalho de casa: exercício 21 da pág. 22 do manual

### Material

- Régua
- Compasso
- Transferidor
- Videoprojetor

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Existem só estes pontos?
- Qual a distância dos pontos que estão no interior da circunferência em relação ao centro da circunferência?
- Os pontos no interior da circunferência têm um distância superior ou inferior ao valor do raio?
- Como se constrói um referencial cartesiano?
- No espaço, como se denomina a figura geométrica que é formada por todos os pontos que estão à mesma distância de um ponto?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a definição de lugar geométrico como forma de introduzir a tarefa que se irá resolver na aula.

Posteriormente irei projetar a tarefa a realizar pelos alunos.

A tarefa consiste num problema em contexto real com o objetivo de identificar o lugar geométrico: círculo e circunferência.

A alínea a) da tarefa permite aos alunos explorarem todos os pontos que estão a uma distância fixa de um outro ponto, ou seja a noção de circunferência. Na alínea b) os alunos irão investigar o conceito dos pontos cuja distância em relação ao centro é inferior ou igual ao valor do raio. Por fim a última questão incide no exterior de uma circunferência, nomeadamente na condição imposta a estes pontos.

Esta tarefa será resolvida com recurso ao software de geometria dinâmica Geogebra. Como na sala não existe um computador por aluno, irei contornar esse problema pedindo que realizem a tarefa no caderno. Na fase de correção irei solicitar a correção com recurso ao Geogebra que será realizada por mim.

Após a realização da tarefa serão colocadas no quadro as conjecturas que os alunos encontraram durante a realização da tarefa, fazendo em conjunto a generalização dos conceitos, nomeadamente a definição de circunferência, círculo e exterior de uma circunferência como lugar geométrico.

Seguidamente irei colocar no quadro o seguinte exercício:

*“Num referencial cartesiano, represente o ponto  $A(-1,3)$ . Assinale o lugar geométrico dos pontos cuja distância ao ponto  $A$  é maior ou igual a 2 unidades e menor ou igual a 4 unidades.”*

O objetivo deste exercício é identificar que a conjunção destas duas condições dá origem a um lugar geométrico que se denomina de coroa circular.

Após este exercício realizarei com os alunos a passagem para os lugares geométricos no espaço, superfície esférica e esfera.

Será colocado no quadro a definição de superfície esférica e esfera como lugar geométrico.

Posteriormente irei solicitar aos alunos a realização dos exercícios 17, 18, 19 e 20.

O exercício 17 incide na identificação do lugar geométrico sendo conhecida a condição. O exercício 18 tem como objetivo escrever a condição de cada lugar geométrico que se encontra representado. O exercício 19 é semelhante ao exercício 17 mas incide em lugares geométricos no espaço. No exercício 20 terei de fazer uma pequena revisão no cálculo de áreas, uma vez que o exercício incide no cálculo do raio de uma esfera a partir do valor do volume.

Dependendo do rendimento da turma o trabalho de casa será a conclusão dos exercícios iniciados na aula e/ou exercício 21 da pág.22 do manual.

#### Gestão do tempo

- Tarefa: Circunferência e círculo

- Questão 1: 15 min
- Questão 2: 5 min
- Discussão e síntese: 15 min
- Exercício de aula: 10 min
- Discussão e síntese: 10 min
- Lugares geométricos no espaço: 10 min
- Exercícios: 25 min

#### Avaliação

- Grelha de avaliação

#### Anexos

- Tarefa: Circunferência e círculo
- Ficheiro do Geogebra
- Grelha de avaliação

### **Anexo 19:** Planificação da 5ª aula de 9º ano

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data

Duração

1 Bloco  
(90min)

Aluno

Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador  
Cooperante

Artur Bruno

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Geometria
-----------------	-----------

Tópico	Circunferência
--------	----------------

Sumário	Correção do trabalho de casa. Mediatriz e plano mediador. Circuncentro. Circunferência circunscrita a um triângulo.
---------	--

### Conhecimentos Prévios

- Lugar geométrico.
- Áreas do círculo e da esfera.
- Perímetro da circunferência.
- Volume da esfera.

### Objetivos

- Construir a circunferência inscrita e a circunferência circunscrita a um triângulo dado.
- Inscrever um polígono regular numa circunferência (conhecidos o centro da circunferência e um vértice do polígono).

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Atividade: Mediatriz.
- Exercícios 23 e 24 da pág. 22 do manual
- Tarefa 6 pág. 23 do manual
- Trabalho de casa: exercício 28 da pág. 24 do manual

### Material

- Régua
- Compasso
- Transferidor
- Videoprojetor

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Quantos pontos são solução do problema?
- Se unirmos os pontos o que obtemos?
- Qual o nome dessa reta?
- O lugar geométrico que está a ser pedido é formado pelos pontos mais próximos de A ou de B?
- Qual a condição para o semiplano assinalado?
- Quantos pontos estão à mesma distância da casa da Diana e da Ana?
- Se unirmos os pontos o que obtemos?
- Qual o nome dessa reta?
- Qual é a solução do problema?
- Quais são os pontos que procuramos?
- Que propriedades tem a mediatriz de um segmento de reta?
- Qual o significado da palavra congruente na matemática?
- Quais são os critérios de congruência que conhecem?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será realizado pelos alunos no quadro.

Será videoprojetado no quadro a folha de trabalho do software Geogebra com o seguinte exercício:

“A Ana e a Rita brincam todas as tardes de Verão num campo, perto das suas casas. No final do dia tentam despedir-se num ponto que esteja a igual distância de cada uma das casas. Qual será a posição desse ponto? Existe apenas uma solução para o problema?”

Será solicitado a um aluno ou a vários alunos, que se dirijam ao quadro para identificarem pontos que se encontram à mesma distância das casas das duas amigas.

Poderão surgir questões como: “Quantos pontos são solução do problema?”, “Se unirmos os pontos o que obtemos?” e “Qual o nome dessa reta?”.

Após o registo no quadro da definição de mediatriz pedirei aos alunos que construam uma

mediatriz de um segmento de reta com recurso a material de desenho. A partir dessa construção solicitarei a participação da turma para alcançarmos as propriedades da mediatriz.

A noção do lugar geométrico plano mediador, será obtida a partir da noção de mediatriz.

Colocarei no quadro a seguinte atividade:

“ Num referencial cartesiano represente os pontos  $A(1;2)$  e  $B(-2;-1)$ . Assinale o lugar geométrico dos pontos cuja distância ao ponto A é menor que a distância ao ponto B.”

A atividade tem como objetivo desenvolver a noção de semiplano. Poderão surgir questões como: “ O lugar geométrico que está a ser pedido é formado pelos pontos mais próximos de A ou de B?” e “ Qual a condição para o semiplano assinalado?”

A correção da atividade será realizada no quadro por um aluno.

Seguidamente será projetado uma nova folha do software de geometria dinâmica Geogebra com o seguinte problema:

“No dia seguinte a Diana juntou-se às amigas e decidiram encontrar-se num local que se situe à mesma distância das casas das três amigas. Onde se situa esse local? Quantas soluções existem para esse problema?”

Será solicitado a um aluno (ou a vários alunos), que se dirija ao quadro para identificar pontos que se encontram à mesma distância das casas das três amigas.

Irei sugerir que os alunos comecem por pensar nos pontos que se encontram á mesma distância de duas das casas, e que realizem este tipo de pensamento para os pontos que se encontram, primeiro à mesma distância das casas da Diana e da Ana, depois para as casas da Diana e da Rita e por fim para as casas da Rita e da Ana. Poderão surgir questões como: “Quantos pontos estão à mesma distância da casa da Diana e da Ana?”, “Se unirmos os pontos o que obtemos?”, “Qual o nome dessa reta?” e “Qual é a solução do problema?”.

Seguidamente irei sintetizar as informações relevantes que irão produzir a definição de circuncentro e circunferência circunscrita num triângulo.

A parte final da aula será para a realização de exercícios, cujo objetivo é consolidar os conteúdos lecionados.

Será solicitado aos alunos a realização dos exercícios 23, 24 e a tarefa 6 da pág. 22. Os exercícios 23 e 24 incidem na construção de circunferências e mediatrizes. Os exercícios serão realizados pelos alunos nos seus cadernos e posteriormente corrigidos no quadro. A tarefa 6 é uma tarefa que estimula a comunicação matemática pois todas as alíneas desta tarefa exigem que o aluno saiba justificar afirmações, aplicando os conceitos lecionados. Nesta tarefa poderão surgir questões como: O que são triângulos congruentes? e Que critérios de congruência de triângulos conhecem?

Como trabalho de casa será solicitado aos alunos a realização do exercício 28 da pág. 24.

### Gestão do tempo

- Atividade: 15 min
  - Discussão e síntese: 15 min
- Construção da mediatriz: 15 min
  - Discussão e síntese: 15 min
- Exercícios: 30 min

### Avaliação

- Grelha de avaliação

### Anexos

- Ficheiro do Geogebra
- Grelha de avaliação

### **Anexo 20:** Planificação da 6ª aula de 9º ano

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data

Duração

1 Bloco  
(45min)

Aluno

Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador  
Cooperante

Artur Bruno

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Geometria
-----------------	-----------

Tópico	Circunferência
--------	----------------

Sumário	Circunferência circunscrita a um triângulo.
---------	---

### Conhecimentos Prévios

- Lugar geométrico.
- Triângulos e suas propriedades.

### Objetivos

- Construir a circunferência inscrita e a circunferência circunscrita a um triângulo dado.
- Inscrever um polígono regular numa circunferência (conhecidos o centro da circunferência e um vértice do polígono).
- Construir a circunferência circunscrita a um triângulo dado.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Atividade: Construção de um circunferência circunscrita a um triângulo.
- Exercícios 29 e 30 da pág. 25 do manual
- Trabalho de casa: 29 e 30 da pág. 25 do manual

### Material

- Régua
- Compasso



- Transferidor
- Videoprojetor

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Esta circunferência passa por todos os vértices do triângulo?
- Como se traça uma mediatriz de um segmento?
- As três mediatrizes interseccionam-se num ou em vários pontos?
- O ponto de interseção das três mediatrizes que características tem?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será realizado pelos alunos no quadro.

Irei pedir aos alunos que construam no caderno um triângulo à escolha deles. Seguidamente solicitarei a construção das mediatrizes de cada lado do triângulo.

Surgirão questões como: Como se traça uma mediatriz de um segmento?, As três mediatrizes interseccionam-se num ou em vários pontos? e O ponto de interseção das três mediatrizes que características tem?.

Posteriormente irei pedir aos alunos que tracem uma circunferência que passe por todos os vértices do triângulo, questionando como poderei fazer tal construção.

A realização desta atividade será elaborada em conjunto com os alunos recorrendo ao software Geogebra.

Será solicitado aos alunos a realização dos exercícios 29 e 30 da pág. 25. Os exercícios 29 e 30 incidem na construção de circunferências circunscritas em triângulos.

Como trabalho de casa será solicitado aos alunos a conclusão dos exercícios iniciados na aula.

#### Gestão do tempo

- Atividade: 15 min
  - Discussão e síntese: 15 min
- Exercícios: 15 min

#### Avaliação

- Grelha de avaliação

Anexos

- Ficheiro do Geogebra
- Grelha de avaliação

**Anexo 21:** Planificação da 7ª aula de 9º ano

**Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data 23/02/2015

Hora 8:15

Duração

1 Bloco  
(90min)

Aluno Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador  
Cooperante

Artur Bruno

Colegas

Marisa Silva

Tema  
matemático

Geometria

Tópico

Circunferência

Sumário

Correção do trabalho de casa.  
Bissetriz de um ângulo.  
Circunferência inscrita num triângulo.

Conhecimentos Prévios

- Lugar geométrico.

- Áreas do círculo e da esfera.
- Perímetro da circunferência.
- Volume da esfera.

#### Objetivos

- Identificar e construir circunferência, círculo, bissetriz e mediatriz.
- Identificar superfície esférica e esfera.

#### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

#### Tarefas

- Exercícios 31 e 32 da pág. 28.
- Trabalho de casa: Propostas 21 e 22 da pág. 41.

#### Material

- Régua
- Compasso
- Transferidor
- Videoprojetor

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Quantos pontos se encontram nestas circunstâncias?
- Como se denomina a semirreta que desenharam?
- E que características tem essa semirreta?
- Se o triângulo tem dois ângulos internos iguais, como posso classifica-lo quanto aos lados e quanto aos ângulos?
- Como podem encontrar a solução ao problema?
- Que tipo de raciocínio devem ter?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será realizado pelos alunos no quadro.

Será solicitado aos alunos que desenhem no caderno um ângulo com  $60^\circ$  de amplitude e que encontrem todos os pontos que se encontram à mesma distância das semirretas que formam o ângulo.

Poderão surgir questões como: “Quantos pontos se encontram nestas circunstâncias?”, “Como se denomina a semirreta que desenharam? E que características tem essa semirreta?”.

Após a realização da atividade e explorado todas as propriedades da bissetriz realizaremos uma síntese com toda a informação relevante ao tema.

Em seguida colocarei no quadro a seguinte tarefa:

*“Desenhe no seu caderno o triângulo  $ABC$  sabendo que  $\overline{AB} = 8cm$ ,  $\hat{BAC} = 60^\circ$  e  $\hat{CBA} = 60^\circ$ . Encontre o(s) ponto(s) equidistante(s) de todos os lados do triângulo.”*

Poderão surgir as seguintes questões: “Se o triângulo tem dois ângulos internos iguais, como posso classificá-lo quanto aos lados e quantos aos ângulos?”, “Como podem encontrar a solução ao problema?” e “Que tipo de raciocínio devem ter?”

Encaminharei a resolução para a construção das bissetrizes dos três ângulos internos do triângulo e para a descoberta do ponto de interseção das três bissetrizes ou seja, para o incentro, sendo ele a solução ao problema. Pedirei que encontrem um reta perpendicular ao lado  $[AB]$  que passe pelo incentro. Neste caso coincide com a bissetriz que irei questionar se será sempre assim.

Posteriormente pedirei para traçarem uma circunferência tangente aos lados do triângulo.

Após todo o estudo das características da circunferência inscrita num triângulo será apresentado uma construção no software de geometria dinâmica Geogebra mostrando que o que acabaram de construir não acontece só no triângulo isósceles mas sim para todos.

Será realizada uma síntese de tudo o que foi lecionado e solicitado o seu registo no caderno.

Os alunos seguidamente irão realizar os exercícios 31 e 32 da pág. 28.

Os exercícios 31 e 32 incidem na matéria lecionada, o exercício 31 na construção da bissetriz de um ângulo e o exercícios 32 na construção de uma circunferência inscrita num triângulo.

Como trabalho de casa será recomendado a realização dos exercícios propostos 21 e 22 da pág. 41.

Gestão do tempo

- Construção da bissetriz: 20 min
  - Discussão e síntese: 15 min
- Atividade de construção da circunferência: 20 min
  - Discussão e síntese: 20 min
- Exercícios: 15 min

#### Avaliação

- Grelha de avaliação

#### Anexos

- Ficheiro do Geogebra
- Grelha de avaliação

### **Anexo 22:** Planificação da 8ª aula de 9º ano

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data 25/02/2015

Hora 11:45

Duração 1 Bloco  
(45min)

Aluno Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador Cooperante Artur Bruno

Colegas Marisa Silva

Tema matemático	Geometria
-----------------	-----------

Tópico	Circunferência
--------	----------------

Sumário	Polígonos. Ângulo interno e externo de um polígono. Soma dos ângulos internos.
---------	--

### Conhecimentos Prévios

- Classificação de polígonos.
- Polígonos convexos e côncavos.
- Soma dos ângulos internos de um triângulo.

### Objetivos

- Determinar a amplitude de um ângulo interno e de um ângulo externos de um polígono.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Exercícios 29 da pág. 43.
- Exercícios 34 e 35 da pág. 29.
- Trabalho de casa: exercícios 36 e 37 da pág. 29.

### Material

- Régua
- Compasso
- Transferidor
- Videoprojetor

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- O que são polígonos?
- Como posso distinguir um polígono de um não polígono?
- Como se denomina o polígono com quatro lados?
- O quadrilátero é regular?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será realizado pelos alunos no quadro seguidamente será proposto aos alunos a realização do exercício 29 da pág. 43 do manual. A realização do exercício tem como propósito a consolidação dos conteúdos lecionados.

A aula terá como principal objetivo recuperar conceitos já lecionados em anos anteriores. Começarei por rever a noção de polígono identificando junto dos alunos os polígonos e não polígonos, polígonos côncavos e convexos e polígonos regulares. Esta revisão será sempre acompanhada de vários exemplos.

Poderão surgir questões como: O que são polígonos? Como posso distinguir um polígono de um não polígono?.

Seguidamente apresentarei no quadro um polígono e pedirei aos alunos que identifiquem os elementos que o formam, nomeadamente, os vértices, os lados e os ângulos internos e externos.

Irei ainda recuperar a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo.

Seguidamente apresentarei no quadro uma tabela que relaciona o número de lados de um polígono com a soma dos ângulos internos, a qual será preenchida com a ajuda dos alunos encaminhando-os para a expressão da soma dos ângulos internos de um polígono.

Será solicitado a realização dos exercícios 34 e 35 da pág. 29 do manual.

Os exercícios incidem no cálculo da amplitude de um ângulos internos de um polígono. A correção dos exercícios serão realizados no quadro pelos alunos. Poderão surgir questões como: “Como se denomina o polígono com quatro lados?” e “O quadrilátero é regular?”.

Como trabalho de casa será proposto a realização dos exercícios 36 e 37 da pág. 29.

### Gestão do tempo

- Revisão: 10 min
- Soma dos ângulo internos de um polígono: 20 min
- Exercícios: 15 min

Avaliação
<ul style="list-style-type: none"> <li>Grelha de avaliação</li> </ul>
Anexos
<ul style="list-style-type: none"> <li>Grelha de avaliação</li> </ul>

**Anexo 23:** Tarefa polígonos regulares



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

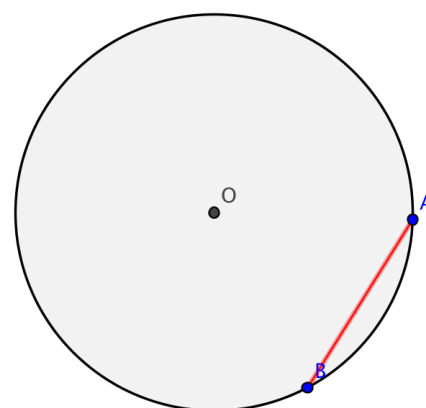
2014/2015



**Tarefa:** Polígonos regulares inscritos numa circunferência

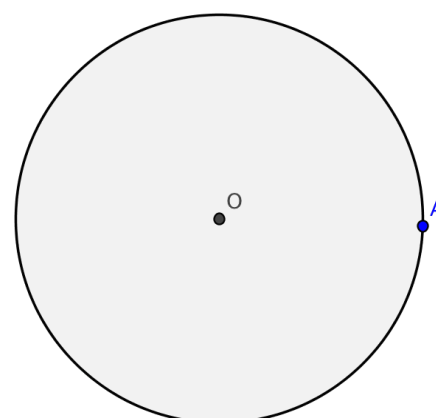
- Na figura está representada uma circunferência de centro em  $O$  e uma corda  $[AB]$ , que é um dos lados de um hexágono regular inscrito na circunferência.

- Qual a amplitude do arco  $AB$ ?
- Construa o hexágono cuja corda  $[AB]$  é um dos seus lados.



- Considere a circunferência de centro em  $O$  e um ponto  $A$  que lhe pertence.

Seja  $A$  um dos vértices de um pentágono inscrito na circunferência, construa o pentágono a partir do vértice  $A$ .



- A partir da construção dos polígonos obtidos nas questões anteriores una os vértices com o centro da circunferência. O que obtêm em cada um dos casos?



**Anexo 24:** Planificação da 9ª aula de 9º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 9º ano Plano de Aula
---

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº	Data	02/03/2015	Duração	1 Bloco (90min)
	Hora	8:15		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Artur Bruno
--------------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Geometria
--------------------	-----------

Tópico	Circunferência
--------	----------------

Sumário	Soma dos ângulos externos de um polígono. Construção de polígonos regulares. Resolução de exercícios.
---------	---

Conhecimentos Prévios
<ul style="list-style-type: none"><li>• Classificação de polígonos.</li><li>• Polígonos convexos e côncavos.</li><li>• Polígono regular.</li></ul>

Objetivos
-----------

- Construir um polígono regular inscrito numa circunferência.

#### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

#### Tarefas

- Exercícios 40, 41 e 42 da pág. 32.
- Tarefa: Polígonos regulares inscritos numa circunferência
- Trabalho de casa: exercícios 43 e 44 da pág. 32.

#### Material

- Régua
- Compasso
- Transferidor
- Videoprojetor

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Qual a amplitude dos ângulos internos obtidos?
- Como classificam os triângulos?.

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será realizado pelos alunos no quadro.

Nesta aula estudar-se-á a soma dos ângulos externos de um polígono. Começarei este estudo com a soma dos ângulos externos num triângulo, seguindo para um quadrilátero e posteriormente para a generalização.

Será solicitado a realização dos exercícios 38 pág. 30 e 40, 41 e 42 da pá. 31 que incidem na aplicação da soma dos ângulos internos e externos de um polígono.

A correção dos exercícios será realizada por um aluno no quadro.

Seguidamente iniciar-se-á o estudo da construção de polígonos regulares inscritos numa circunferência.

Será facultado a todos os alunos a tarefa: polígonos regulares inscritos numa

circunferência e será sugerido a todos que a realizem.

A questão 1 incide na construção de um hexágono a partir de um lado que é conhecido.

A questão 2 tem como objetivo a construção de pentágono a partir de um vértice.

Estas duas questões permitem explorar duas maneiras distintas de construir um polígono regular inscrito numa circunferência.

A questão 3 tem como objetivo explorar os triângulos obtido através da união dos vértices com o centro da circunferência.

Poderão surgir as seguintes questões: “Qual a amplitude dos ângulos internos obtidos?” e “Como classificam os triângulos?”.

A resolução da tarefa será realizada pelos alunos na respetiva folha e as conclusões serão registadas nos caderno.

A correção será realizada com recurso ao software de geometria dinâmica Geogebra.

Como trabalho de casa será sugerido a realização dos exercícios 43 e 44 da pág. 32.

#### Gestão do tempo

- Soma dos ângulos externos: 10 min
- Exercícios: 30 min
- Tarefa: 40 min
- Síntese: 10 min

#### Avaliação

- Grelha de avaliação

#### Anexos

- Tarefa: Polígono inscrito numa circunferência
- Grelha de avaliação

### **Anexo 25: Planificação da aula na sala de informática**

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data

Hora

Duração

1 Bloco  
(90min)

Aluno Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador  
Cooperante Artur Bruno

Colegas Marisa Silva

Tema  
matemático Geometria

Tópico Circunferência

Sumário Atividade lugares geométricos.

#### Conhecimentos Prévios

- Circunferência.
- Bissetriz.
- Mediatriz.

#### Objetivos

- Encontrar um ponto que resulte da conjunção de várias condições.

#### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Tarefa: Tesouro escondido.

### Material

- Computador

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Qual o lugar geométrico do plano cujos pontos se encontram a uma distância fixa em relação a um ponto?
- Como é possível encontrar os pontos que se encontram à mesma distância de duas semirretas?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a explicação dos comandos básicos do programa de geometria dinâmica Geogebra.

Seguidamente será apresentada a tarefa: Tesouro escondido, sendo lida em conjunto com os alunos.

Como a sala não possui computadores para todos os alunos terão de realizar a tarefa em grupos de 2 ou até de 3.

Durante a realização da tarefa irei circulando pela sala esclarecendo as dúvidas que possam surgir.

Poderão surgir questões como: “Qual o lugar geométrico do plano cujos pontos se encontram a uma distância fixa em relação a um ponto?” e “Como é possível encontrar os pontos que se encontram à mesma distância de duas semirretas?”

A tarefa terá como objetivo os alunos explorarem o software de geometria dinâmica Geogebra e que consigam aplicar tudo o que estudaram até aqui.

A correção da tarefa será realizada por um grupo no computador, sendo retroprojectado de forma a que todos os alunos observem e analisem a resolução do problema.

### Gestão do tempo

- Explicação sobre o software Geogebra: 25 min
- Resolução da tarefa: 40 min

- Correção e síntese: 25 min

### Avaliação

- Grelha de avaliação

### Anexos

- Tarefa: Tesouro Escondido
- Grelha de avaliação

## **Anexo 26:** Planificação da 10ª aula de 9º ano

### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data 13/04/2015

Hora 8:15

Duração 1 Bloco  
(90min)

Aluno Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador  
Cooperante Artur Bruno

Colegas Marisa Silva

Tema  
matemático Números

Tópico Números Reais

## Sumário

Intervalos de números reais.  
Resolução de exercícios.

### Conhecimentos Prévios

- Noção de número real e reta real.
- Relações de  $<$  e  $>$  em  $\mathbb{R}$ .
- Operações em  $\mathbb{R}$ .

### Objetivos

- Representar e interpretar intervalos de números reais, bem como a sua interseção e reunião, simbólica e graficamente.
- Resolver problemas e investigar regularidades envolvendo números racionais e reais.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Tarefa: Números Reais.
- Exercícios 24, 25 e 26 da pág.61 do manual.

### Material

- Quadro
- Videoprojector
- Manual

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- A terceira palhinha pode ter qualquer comprimento que é sempre possível formar um triângulo?
- O que é a Desigualdade triangular?
- O extremo pertence ao intervalo?
- Qual o motivo que nos leva a designar o intervalo de intervalo ilimitado?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com uma atividade no software de geometria dinâmica Geogebra “Números reais” cujo objetivo é mostrar aos alunos que existem infinitas soluções possíveis encaminhando a partir daí para a noção de intervalos de números reais.

Poderão surgir questões como “A terceira palhinha pode ter qualquer comprimento que é sempre possível formar um triângulo?” e “O que é a Desigualdade triangular?”.

Seguidamente irei pedir aos alunos que considerem todos os números reais compreendidos entre 0 e 10 e questionarei quantos números se encontram nesse intervalo, alcançando a partir daí a noção de intervalos de números reais.

Solicitarei aos alunos o registo no caderno da noção intervalos de números reais e de extremos do intervalo.

Será explorado em conjunto com os alunos intervalos abertos, fechados, semiabertos e intervalo ilimitados.

Poderão surgir questões como “ O extremo pertence ao intervalo?” e “Qual o motivo que nos leva a designar o intervalo de intervalo ilimitado?”.

Solicitarei aos alunos a realização dos exercícios 24, 25 e 26 da pág.61 do manual.

Os exercícios incidem no conteúdo lecionado cujo o objetivo da sua realização é a consolidação da matéria dada e a sua correção será realizada no quadro pelos alunos.

Dependendo do rendimento da turma o trabalho de casa será a conclusão dos exercícios iniciados na aula.

### Gestão do tempo

- Tarefa: Números Reais:20 min
- Discussão e síntese: 30 min
- Exercício de aula: 40 min

### Avaliação

- Grelha de avaliação

### Anexos

- Tarefa: Números Reais
- Ficheiro do Geogebra



**Anexo 27:** Planificação 11ª aula de 9º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 9º ano Plano de Aula
---

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº	Data	15/04/2015	Duração	1 Bloco (90min)
	Hora	10:05		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Artur Bruno
--------------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Números
--------------------	---------

Tópico	Números Reais
--------	---------------

Sumário	Interseção e Reunião de intervalos.
---------	-------------------------------------

Conhecimentos Prévios
<ul style="list-style-type: none"><li>• Noção de número real e reta real.</li><li>• Relações de <math>&lt;</math> e <math>&gt;</math> em IR.</li><li>• Operações em IR.</li></ul>

Objetivos
-----------

- Representar e interpretar intervalos de números reais, bem como a sua interseção e reunião, simbólica e graficamente.
- Resolver problemas e investigar regularidades envolvendo números racionais e reais.

#### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

#### Tarefas

- Tarefa 7 do manual.
- Exercícios 28 e 29 da pág.63 do manual.

#### Material

- Quadro
- Videoprojector
- Manual

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Qual o símbolo que representa a interseção? E a reunião?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será corrigido no quadro por uma aluno.

Seguidamente solicitarei aos alunos a realização da tarefa 7 do manual que incide na noção de interseção e reunião de intervalos. As questões expressas na tarefa incidem na identificação de números que pertencem a um conjunto e não ou outro ou na identificação de números que pertencem a ambos os conjuntos.

A correção da tarefa será realizada no quadro por um aluno e explorada por toda a turma alcançando a partir daí a noção de interseção e reunião.

Poderão surgir as seguintes questões: “Qual o símbolo que representa a interseção? E a reunião?”.

Solicitarei aos alunos o registo no caderno dos conceitos de interseção e reunião

Seguidamente colocarei no quadro a seguinte atividade:

“Considere os conjuntos

$$A = [-1, 2]; B = [0, +\infty[ \text{ e } C = ]-\infty, 0].$$

Determine:  $A \cap B$ ;  $A \cup B$ ;  $B \cap C$ ;  $B \cup C$ ;  $A \cap C$  e  $A \cup C$ .”

A resolução desta atividade tem como objetivo verificar se os alunos aprenderam a noção de interseção e reunião de dois conjuntos.

Será solicitado aos alunos a realização dos exercícios 28 e 29 da pág. 63 do manual que incidem nos conteúdos lecionados.

A correção será realizada no quadro pelos alunos.

Trabalho de casa será a conclusão dos exercícios iniciados na aula.

#### Gestão do tempo

- Tarefa 7: 30 min
- Discussão e síntese: 30 min
- Exercícios de aula: 30 min

#### Avaliação

- Grelha de avaliação

### **Anexo 28:** Planificação da 12ª aula de 9º ano

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 9º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº	Data	16/04/2015	Duração	1 Bloco (45min)
	Hora	11:45		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:

Orientador Cooperante	Artur Bruno
Colegas	Marisa Silva
Tema matemático	Números
Tópico	Números Reais
Sumário	Correção do trabalho de casa. Resolução de exercícios.
Conhecimentos Prévios	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de número real e reta real.</li> <li>• Relações de <math>&lt;</math> e <math>&gt;</math> em <math>\mathbb{R}</math>.</li> <li>• Operações em <math>\mathbb{R}</math>.</li> </ul>	
Objetivos	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar e interpretar intervalos de números reais, bem como a sua interseção e reunião, simbólica e graficamente.</li> <li>• Resolver problemas e investigar regularidades envolvendo números racionais e reais.</li> </ul>	
Capacidades Transversais	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Raciocínio matemático</li> </ul>	
Tarefas	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proposta 17, 18 e 19 pág. 77 do manual.</li> </ul>	
Material	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quadro</li> <li>• Videoprojector</li> </ul>	

- Manual

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Como é possível saber qual o número real que se encontra representado na reta real?
- Quais são as medidas dos catetos?
- Qual o símbolo que representa a interseção? E a reunião?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será corrigido no quadro por uma aluno.

Seguidamente solicitarei a realização das propostas 17, 18 e 19 da pág. 77 do manual.

A proposta 17 incide na representação de números reais na reta real e na construção de intervalos. A proposta 18 incide na noção de quais os números que pertencem a um intervalo de números.

Poderão surgir as seguintes questões: “Como é possível saber qual o número real que se encontra representado na reta real?” e “Quais são as medidas dos catetos?”

A correção das propostas serão realizadas no quadro pelos alunos.

#### Gestão do tempo

- Correção do trabalho de casa: 15 min
- Propostas: 30 min

#### Avaliação

- Grelha de avaliação

**Anexo 29:** Grelha de avaliação das tarefas da ficha de avaliação de 9º ano



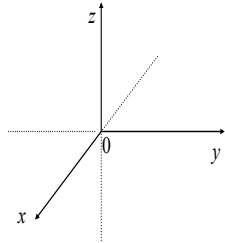
Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



	Questões				
	8	9	10	11	12
Cotação	5	5	6	5	8
Nº					
1	0	5	2	0	0
2	5	0	6	0	7
3	0	0	0	2	0
4	5	0	6	5	8
5	5	5	0	0	2
6	5	0	6	5	8
7	5	0	6	4	2
8	5	5	6	0	0
9	0	5	0	5	8
10	0	0	6	2	8
11	0	5	6	0	2
12	0	0	0	2	8
13	5	5	6	0	4
15	0	5	6	5	5
16	0	5	6	2	8
17	Faltou				
18	5	0	0	0	0
19	0	5	0	4	5
20	5	0	6	5	8
21	5	0	0	0	0
22	0	5	0	0	0
23	5	5	6	2	4
24	5	0	6	2	8
25	5	5	6	4	7
26	0	0	0	0	2
27	5	5	6	5	8
28	5	0	0	5	0

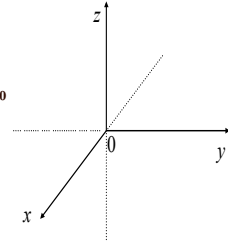
## Referenciais Cartesianos



## Referenciais no Espaço

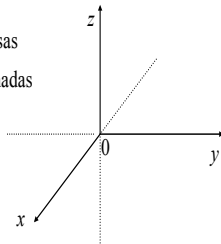
- Referencial cartesiano no espaço é um sistema de três eixos
- retas orientadas não coplanares, com a mesma origem, nas quais são fixadas as unidades de comprimento.

Referencial Cartesiano no Espaço  
Ortogonal Monométrico



Um referencial cartesiano tridimensional é composto por três eixos:

- Eixo Ox – Eixo das Abscissas
- Eixo Oy – Eixo das Ordenadas
- Eixo Oz – Eixo das Cotas



Representa-se por  $Oxyz$ .

## Coordenadas no Espaço

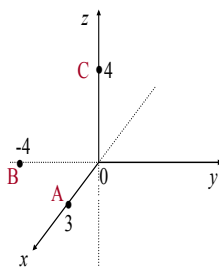
No espaço a posição de um ponto fica definido por um termo ordenado de números.

$P(x,y,z)$

- $x$  - abscissa
- $y$  - ordenada
- $z$  - cota

O ponto  $A(1,2,3)$  tem como abscissa 1, ordenada 2 e cota 3.

## Coordenadas de Pontos nos Eixos



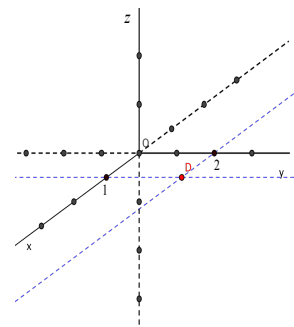
$A \rightarrow (3, 0, 0)$

$B \rightarrow (0, -4, 0)$

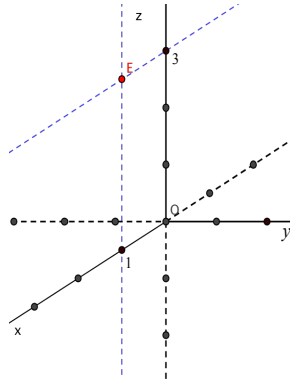
$C \rightarrow (0, 0, 4)$

## Coordenadas de pontos

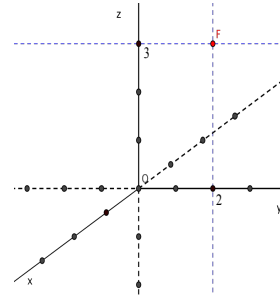
O ponto D tem como coordenadas  $D(1,2,0)$ .



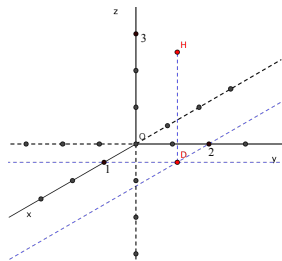
O ponto E tem como coordenadas E(1, 0, 3)



O ponto F tem como coordenadas F(0,2,3).

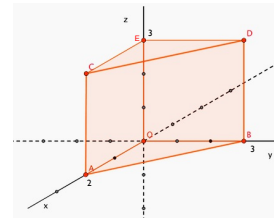


O ponto H tem como coordenadas H(1,2,3).

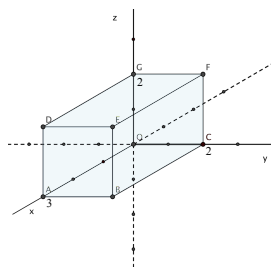


**Exemplo:**

Indique as coordenadas dos pontos assinalados no referencial cartesiano ortogonal monométrico do espaço.



Indique as coordenadas dos pontos assinalados no referencial cartesiano ortogonal monométrico do espaço.



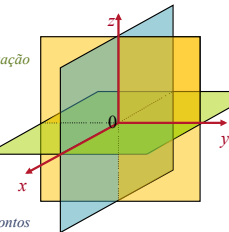
**Planos Coordenados**

Os três eixos coordenados Ox, Oy e Oz definem três planos, perpendiculares entre si.

-plano xOy: constituído por todos os pontos com cota nula, cuja sua equação é  $z=0$ .

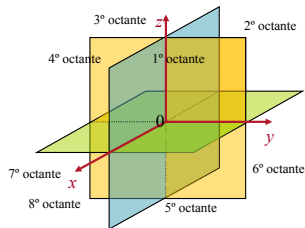
-plano yOz: constituído por todos os pontos com abcissa nula, cuja sua equação é  $x=0$ .

-plano xOz: constituído por todos os pontos com ordenada nula, cuja sua equação é  $y=0$ .

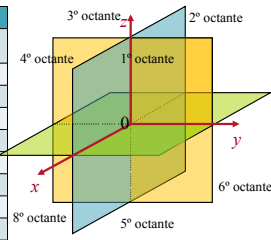


**Octantes**

Os planos coordenados dividem o espaço em oito octantes.



P(x,y,z) pertence	Sinal		
	x	y	z
1º Octante	+	+	+
2º Octante	-	+	+
3º Octante	-	-	+
4º Octante	+	-	+
5º Octante	+	+	-
6º Octante	-	+	-
7º Octante	-	-	-
8º Octante	+	-	-





**Anexo 31:** Planificação da 1ª aula de 10º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 10º ano Plano de Aula
--

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº		Data	11-11-14	Duração	1 Bloco (90min)
		Horário	10:05		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
-----------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Geometria
-----------------	-----------

Tópico	Geometria no espaço
--------	---------------------

Sumário	Referenciais no espaço. Coordenadas de pontos no espaço. Planos coordenados. Resolução de exercícios.
---------	--

Conhecimentos Prévios
-----------------------

- Referenciais no plano
- Coordenadas de pontos no plano
- Identificar e representar pontos no plano.
- Identifica conjuntos de pontos do plano a partir de condições.

- Identificar proposições e condições.

### Objetivos

- Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no espaço.
- Correspondência entre o plano e  $IR^2$ , entre o espaço e  $IR^3$ .
- Conjuntos de pontos e condições.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Ficha de trabalho: Referenciais no Espaço
- Exercícios do manual adotado: ex.59 pag.111 e ex. 60 e 61 pag.112
- Trabalho de casa: exer. 63 e 64 pág. 114

### Material

- Videoprojector
- Quadro

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Na matemática o que quer dizer ortogonal?
- Como se representam os pontos no plano?
- O referencial cartesiano no plano está dividido em quantas regiões? E o espaço?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a docente explicando o que será lecionado na aula.

Será apresentado um powerpoint .

O powerpoint irá incidir na noção de referencial cartesiano no espaço, pontos no espaço e planos coordenados.

Numa primeira etapa da aula será explicado o que é um referencial cartesiano no espaço com o auxílio do powerpoint e de um referencial construído com a ajuda das peças de zometool,

seguidamente passar-se-à à identificação de pontos no espaço.

A explanação deste conteúdo será realizada recorrendo ao powerpoint e através de vários exemplos que serão realizados no quadro.

Durante este período da aula poderão surgir questões como: “Na matemática o que quer dizer ortogonal?” e “Como se representam os pontos no plano?”.

Será apresentado no quadro um exercício para que os alunos possam representar pontos no espaço. O exercício em questão será realizado individualmente pelos alunos e posteriormente será corrigido no quadro.

Será solicitado aos alunos a realização dos exercícios 59, 60 e 61 da págs. 111 e 112.

Os exercícios em causa têm como objetivo verificar se os alunos sabem identificar pontos no espaço e retirar as suas coordenadas.

Na segunda parte da aula será trabalhado os planos coordenados, a divisão do espaço em octantes e as condições impostas aos pontos que pertencem a estes planos.

Este conteúdo será apresentado através do powerpoint que será acompanhado por uma explicação no quadro ou recorrendo a um referencial em  $IR^3$  construído com peças do zometool.

Poderão surgir questões como: “O referencial cartesiano no plano está dividido em quantas regiões? E o espaço?”

Como trabalho de casa será solicitado a realização dos exercícios 63 e 64 da pág. 114.

#### Gestão do tempo

- Powerpoint: 30min
- Resolução dos exercícios: 30min
- Powerpoint: 15 min
- Resolução de exercícios: 25min

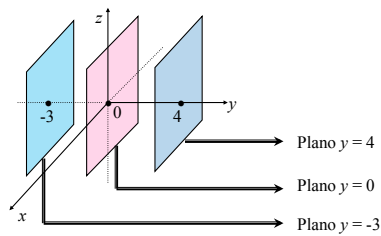
#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

#### Anexos

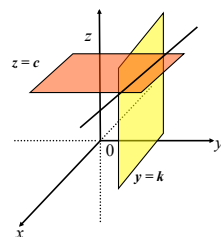
- Grelha de avaliação
- Powerpoint
- Ficha de trabalho: Referenciais no espaço.

## Planos paralelos aos planos coordenados

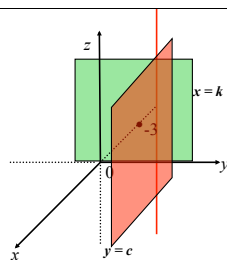


Se um plano é paralelo ao plano  $xOz$ , então todos os pontos desse plano têm a mesma ordenada.  
O plano é definido por  $y=b$ ,  $b$  pertencente em  $\mathbb{R}$ .

## Interseção entre dois planos

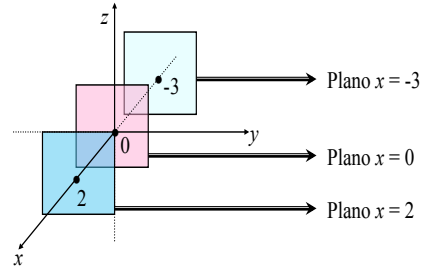


Os planos representados são planos paralelos aos eixos coordenados sendo a sua interseção a reta definida pela condição  $z=c \wedge y=k$ .



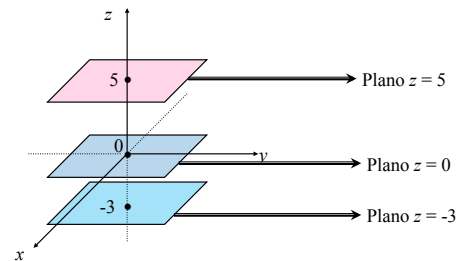
Os planos representados são planos paralelos aos eixos coordenados sendo a sua interseção a reta definida pela condição  $y=c \wedge x=k$ .

## Planos paralelos aos planos coordenados



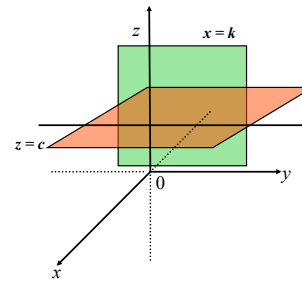
Se um plano é paralelo ao plano  $yOz$ , então todos os pontos desse plano têm a mesma abscissa.

O plano é definido por  $x=a$ ,  $a$  pertencente em  $\mathbb{R}$ .



Se um plano é paralelo ao plano  $xOy$ , então todos os pontos desse plano têm a mesma cota.

O plano é definido por  $z=c$ ,  $c$  pertencente em  $\mathbb{R}$ .



Os planos representados são planos paralelos aos eixos coordenados sendo a sua interseção a reta definida pela condição  $z=c \wedge x=k$ .

$$z=c \wedge x=k.$$

**Anexo 33:** Planificação da 2ª aula de 10º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 10º ano Plano de Aula
--

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº		Data	13-11-14	Duração	1 Bloco (90min)
		Horário	08:15		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
-----------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Geometria
-----------------	-----------

Tópico	Geometria no espaço
--------	---------------------

Sumário	Coordenadas de pontos no espaço. Planos paralelos aos planos coordenados. Resolução de exercícios.
---------	--

Conhecimentos Prévios
<ul style="list-style-type: none"><li>• Referenciais no espaço</li><li>• Coordenadas de pontos no espaço.</li><li>• Identificar e representar pontos no espaço.</li></ul>

Objetivos
-----------

- Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no espaço.
- Correspondência entre o plano e  $IR^2$ , entre o espaço e  $IR^3$ .
- Conjuntos de pontos e condições.

#### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

#### Tarefas

- Tarefa 11 pág.115
- Exercício 65 pág. 117
- Trabalho de casa: exer. 66 pág. 118

#### Material

- Videoprojector
- Quadro

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- O referencial cartesiano no espaço está dividido em quantas regiões?
- Como se calcula o volume de uma pirâmide?
- Quais são os planos coordenados?
- Quais as condições dos planos coordenados?
- Um ponto que pertença a um plano coordenado quais são as coordenadas?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será realizado no quadro pelos alunos.

Na correção do trabalho de casa poderão surgir as seguintes questões: “ O referencial cartesiano no espaço está dividido em quantas regiões?”, “A que octantes pertencem os pontos da figura do exercício 63?” e “Como se calcula o volume de uma pirâmide?”.

Seguidamente irei sugerir a realização da tarefa 11 com intuito de consolidar os conhecimentos adquiridos na última aula. A tarefa 11 incide na identificação das coordenadas

de pontos.

Durante a realização da tarefa irei circular pela sala esclarecendo algumas dúvidas que possam surgir.

A correção será realizada pelos alunos, sendo a questão 1.1. e 1.2 corrigida oralmente e a questão 1.3 será realizada no quadro uma vez que é necessário um raciocínio mais elaborado.

Quanto à questão 2 será corrigida no quadro pelos alunos.

Após a concretização da tarefa 11, a aula seguirá para a noção de plano paralelos aos plano coordenados.

Poderão surgir questões como:” Quais são os planos coordenados?”, “Quais as condições dos planos coordenados?” e “Um ponto que pertença a um plano coordenado quais são as coordenadas?”.

A apresentação do conteúdo “planos paralelos aos planos coordenados” será realizada com recurso a um powerpoint e a exemplificação através de um referencial construído no zometool.

Será solicitado aos alunos a realização do exercício 65 da pág.117 que recai no conteúdo a ser trabalhado.

A alínea 65.1 incide no conteúdo já lecionado ou seja, indicar as coordenadas dos vértices do cubo.

As alínea 65.2, 65.3 e 65.4 recaem nas características dos planos paralelos aos planos coordenados.

Durante a realização do exercício irei circulando pela sala esclarecendo algumas dúvidas que possam surgir.

A resolução dos exercícios será realizada pelos alunos no quadro.

Como trabalho de casa será a realização do exercícios 66 da pág.118.

#### Gestão do tempo

- Correção do trabalho de casa: 15 min
- Tarefa 11: 40min
- Powerpoint: 15 min
- Exercício 65 pág. 117: 20min

#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

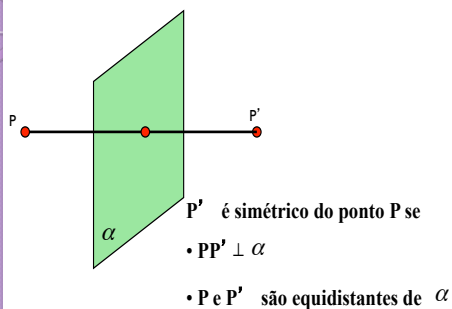
Anexos

- Grelha de avaliação
- Powerpoint

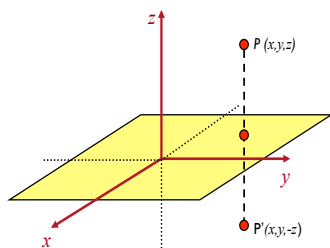
**Anexo 34:** Powerpoint da 3ª aula de 10º ano

**Pontos Simétricos em relação aos Eixos e Planos Coordenados**

**Simetrias em relação a um plano**

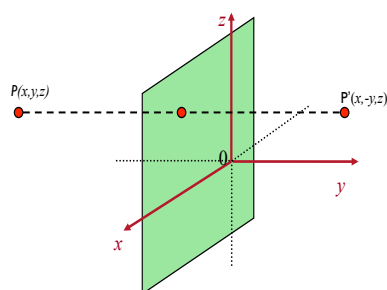


**Simetria em relação ao plano  $xOy$**



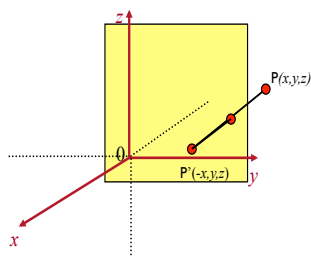
$P(x, y, z)$  e  $P'(x, y, -z)$  são simétricos relativamente ao plano  $xOy$ .

**Simetria em relação ao plano  $xOz$**



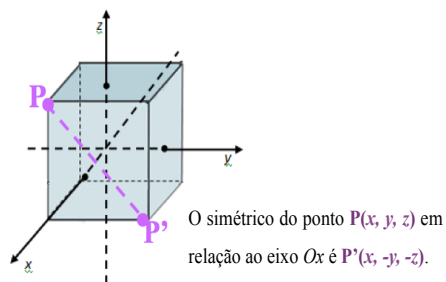
$P(x, y, z)$  e  $P'(x, -y, z)$  são simétricos relativamente ao plano  $xOz$ .

**Simetria em relação ao plano  $yOz$**



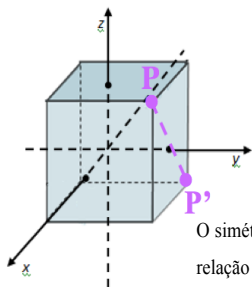
$P(x, y, z)$  e  $P'(-x, y, z)$  são simétricos relativamente ao plano  $yOz$ .

**Simetria em relação ao eixo  $Ox$**



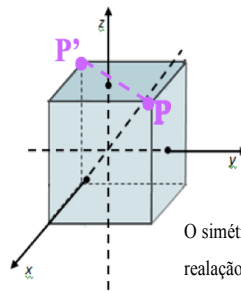


### Simetria em relação ao eixo $Oy$



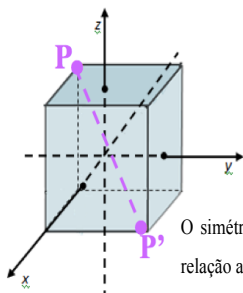
O simétrico do ponto  $P(x, y, z)$  em relação ao eixo  $Oy$  é  $P'(-x, y, -z)$ .

### Simetria em relação ao eixo $Oz$



O simétrico do ponto  $P(x, y, z)$  em relação ao eixo  $Oz$  é  $P'(-x, -y, z)$ .

### Simetria em relação a Origem



O simétrico do ponto  $P(x, y, z)$  em relação a origem é  $P'(-x, -y, -z)$ .

## Anexo 35: Planificação da 3ª aula de 10º ano

**Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 10º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº		Data	17-11-14	Duração	1 Bloco (90min)
		Horário	11:45		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
Colegas	Marisa Silva
Tema matemático	Geometria
Tópico	Geometria no espaço
Sumário	Correção do trabalho de casa. Pontos simétricos em relação aos eixos e planos coordenados. Pontos simétricos em relação aos planos bissetores. Resolução de exercícios.
Conhecimentos Prévios	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Referenciais no espaço</li> <li>• Coordenadas de pontos no espaço.</li> <li>• Identificar e representar pontos no espaço.</li> </ul>	
Objetivos	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no espaço.</li> <li>• Correspondência entre o plano e <math>IR^2</math>, entre o espaço e <math>IR^3</math>.</li> <li>• Conjuntos de pontos e condições.</li> </ul>	
Capacidades Transversais	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Raciocínio matemático</li> </ul>	
Tarefas	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tarefa 13 pág.119</li> <li>• Proposta 5, 10 e 12</li> </ul>	
Material	

- Videoprojector
- Quadro

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Como se encontram pontos simétricos no plano?
- Que características têm os pontos simétricos?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será realizado no quadro pelos alunos.

Seguidamente irei sugerir a realização da tarefa 13. A tarefa incide em pontos simétricos relativamente aos eixos coordenados.

Poderão surgir questões como: “Como se encontram pontos simétricos no plano?”, e “Que características têm os pontos simétricos?”.

Durante a realização da tarefa irei circulando pela sala, observando, ajudando e esclarecendo as dúvidas que possam surgir. A correção da tarefa será realizada no quadro pelos alunos sendo escolhido previamente as resoluções que possuam maior rigor e conteúdo matemático.

Seguidamente será apresentado um powerpoint sintetizando os conteúdos trabalhados pelos alunos.

Depois da realização da tarefa e apresentação do powerpoint será sugerido a realização dos exercícios propostos 5, 10 e 12.

O objetivo da realização dos exercícios é a consolidação dos conhecimentos adquiridos.

Os exercícios escolhidos incidem na interpretação de figuras no espaço, com o objetivo de os alunos indicarem coordenadas de pontos no espaço, de visualizarem secções produzidas nos sólidos para cálculo de áreas e aplicarem os conhecimentos sobre volumes de sólidos geométricos.

Mais uma vez a correção destes exercícios será realizado no quadro pelos alunos.

#### Gestão do tempo

- Correção do trabalho de casa: 20 min
- Tarefa 13: 25min
- Powerpoint: 25 min
- Resolução de exercícios: 20min

#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

### Anexos

- Grelha de avaliação
- Powerpoint

## **Anexo 36:** Tarefa: Família de funções quadráticas



Núcleo da Prática de Ensino Supervisionada de Matemática

2014/2015



### *Família de funções do tipo $y=ax^2$ ; $a \neq 0$ ; $a \in \mathbb{R}$*

1. Considere as funções definidas por:  $y = ax^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \in \mathbb{R}$ .

Para cada um dos valores de  $a$  indicados a seguir, visualize na sua calculadora as representações gráficas das funções correspondentes a:

$$a = \frac{1}{2}; a = 1 \text{ e } a = 4$$

Analise os gráficos obtidos e estude o comportamento das funções indicando as suas semelhanças e as suas diferenças.

2. Considerando agora como valores de  $a$  os valores simétricos de  $a = \frac{1}{2}$ ;  $a = 1$  e  $a = 4$ . Quais as alterações que irão ocorrer nas funções obtidas na questão anterior?

Complete o seguinte quadro.

$y = ax^2$	$a > 0$	$a < 0$
<i>Concavidade</i>		
<i>Dominio</i>		
<i>Contradominio</i>		
<i>Vértice</i>		
<i>Eixo de Simetria</i>		
<i>Zeros</i>		
<i>Sinal</i>		

<i>Monotonia</i>		
<i>Extremos</i>		

**Família de funções do tipo  $y=ax^2+k$ ;  $a \neq 0$ ;  $a$  e  $k \in \mathbb{R}$**

3. Considere as funções definidas por:

$$y_1 = x^2; y_2 = x^2 + 2 \text{ e } y_3 = x^2 - 1.$$

Represente, na calculadora gráfica, as funções definidas acima. Analise os gráficos obtidos e estude o comportamento das funções indicando as suas semelhanças e as suas diferenças.

4. Descreva como poderia obter o gráfico da função  $y_2$  a partir da função  $y_1$ .

Complete o seguinte quadro.

$y = ax^2 + k$	$a > 0$		$a < 0$	
	$k > 0$	$k < 0$	$k > 0$	$k < 0$
<i>Concavidade</i>				
<i>Dominio</i>				
<i>Contradominio</i>				
<i>Vértice</i>				
<i>Eixo de Simetria</i>				
<i>Zeros</i>				
<i>Sinal</i>				
<i>Monotonia</i>				
<i>Extremos</i>				

**Família de funções do tipo  $y=a(x-h)^2$ ;  $a \neq 0$ ;  $a$  e  $h \in \mathbb{R}$**

5. Considere as funções definidas por:

$$y_1 = x^2, y_2 = (x-2)^2 \text{ e } y_3 = (x+3)^2$$

Represente, na calculadora gráfica, as funções  $y_1$ ,  $y_2$  e  $y_3$ . Que alterações observa nas representações gráficas de  $y_2$  e  $y_3$  relativamente a  $y_1$ ?

Complete o seguinte quadro.

$y = a(x - h)^2$	$a > 0$	$a < 0$
<i>Concavidade</i>		
<i>Dominio</i>		
<i>Contradominio</i>		
<i>Vértice</i>		
<i>Eixo de Simetria</i>		
<i>Zeros</i>		
<i>Sinal</i>		
<i>Monotonia</i>		
<i>Extremos</i>		

**Família de funções do tipo  $y = a(x - h)^2 + k$ ;  $a \neq 0$ ;  $a, h$  e  $k \in \mathbb{R}$**

6. Considere a função  $f$  definida por:  $f(x) = (x - 2)^2 - 3$ .

Sem recorrer à calculadora, e com base nas conclusões anteriores, esboce o gráfico da função, indique o vértice e o eixo de simetria da parábola que representa a função  $f$ .

(Sugestão: comece por representar a função  $y = x^2$ ).

Tendo em conta o estudo que realizou sobre família de funções quadráticas, complete o seguinte quadro.

$y = a(x - h)^2 + k$	$a > 0$		$a < 0$	
	$k > 0$	$k < 0$	$k > 0$	$k < 0$
<i>Concavidade</i>				
<i>Dominio</i>				
<i>Contradominio</i>				
<i>Vértice</i>				
<i>Eixo de Simetria</i>				
<i>Zeros</i>				
<i>Sinal</i>				
<i>Monotonia</i>				
<i>Extremos</i>				

**Anexo 37:** Planificação da 4ª aula de 10º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 10º ano Plano de Aula
--

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº		Data		Duração	1 Bloco (90min)
		Horário			

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
--------------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Álgebra
--------------------	---------

Tópico	Funções
--------	---------

Sumário	Função quadrática. Família de funções quadráticas. Família de funções do tipo $y=ax^2$ e $y=ax^2+k$ .
---------	---

Conhecimentos Prévios
-----------------------

- Noção de função.
- Sinal de uma função.
- Monotonia.
- Extremos
- Resolução de equações do 2º grau.

## Objetivos

- Estudo intuitivo de propriedades das funções e dos seus gráficos, tanto a partir de um gráfico particular como usando a calculadora gráfica, para o estudo da função quadrática. Recorrendo a :
  - Análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das famílias de funções;
  - Transformações simples de funções : dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por:  $y=f(x)+a$ ,  $y=f(x+a)$ ,  $y=af(x)$ ,  $y=f(ax)$ , com  $a$  positivo ou negativo, descrevendo o resultados com recurso à linguagem das transformações geométricas.

## Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

## Tarefas

- Tarefa: Família de funções quadráticas
- Exercícios do manual adotado: ex. 33 e 34 da pág. 42 e os exercícios 39 e 40 da pág. 45 .
- Trabalho de casa: terminar os exercícios iniciados na aula.

## Material

- Videoprojetor
- Calculadora gráfica
- Quadro

## Questões essenciais a colocar aos alunos

- Que relação existe entre o valor do parâmetro  $a$  com a abertura da parábola?
- Se tivermos de estabelecer uma relação entre o valor do parâmetro  $a$  e a abertura da parábola, qual seria?

## Fases da aula



A aula irá iniciar-se com a apresentação de situações alusivas à noção da função quadrática. Definir-se-á função quadrática, sendo registado no quadro tal definição e será pedido aos alunos o seu registo no caderno.

Será entregue aos alunos a tarefa família de funções quadráticas, caso não seja possível ter fotocópias para todos os alunos a tarefa será projetada no quadro.

A tarefa poderá ser realizada a pares utilizando a calculadora gráfica e incide nas família de funções do tipo  $y=ax^2$  e  $y=ax^2+k$ .

Durante a realização da tarefa irei circulando pela sala esclarecendo algumas dúvidas que possam surgir.

A questão 1 incide no comportamento de funções cuja concavidade é voltada para cima, analisando o valor do parâmetro **a** e relacionando com a abertura da parábola. A questão 2 incide no comportamento de funções desta família com a concavidade voltada para baixo.

Poderão surgir questões como: “ Que relação existe entre o valor do parâmetro **a** com a abertura da parábola?” e “Se tivermos de estabelecer uma relação entre o valor do parâmetro **a** e a abertura da parábola, qual seria?”.

A correção das questões 1 e 2 será realizada em conjunto com os alunos fazendo por fim a sintetização do comportamento das funções tipo  $y=ax^2$ .

Seguidamente os alunos irão resolver a segunda parte da tarefa ou seja, o estudo da função  $y=ax^2+k$ . A questão 3 consiste no estudo das funções  $y=ax^2+k$  e a questão 4 incide no conceito de translação do gráfico  $y=x^2$  como forma de obter o gráfico de uma função da família  $y=ax^2+k$ . A tarefa será realizada pelos alunos e posteriormente em conjunto alcançaremos a generalização para todas as funções quadráticas.

Será solicitado aos alunos a realização dos exercícios 33 e 34 da pág. 42 e os exercícios 39 e 40 da pág. 45 .

O exercício 33 e 34 incidem na análise do parâmetro **a** enquanto que os exercícios 39 e 40 têm como objetivo determinar coordenadas de pontos e em determinar a expressão analítica das funções conhecendo o gráfico.

Como trabalho de casa proponho terminar os exercícios iniciados na aula.

#### Gestão do tempo

- Tarefa: 45min
- Generalização: 20 min
- Resolução de exercícios: 25min

#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos

<p>exercícios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de avaliação</li> </ul>
--

Anexos
--------

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de avaliação</li> <li>• Tarefa: Família de funções do tipo <math>y=ax^2</math> e <math>y=ax^2+k</math>.</li> </ul>
--

**Anexo 38:** Planificação da 5ª aula de 10º ano

<p><b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 10º ano Plano de Aula</p>
---

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº		Data		Duração	1 Bloco (90min)
		Horário			

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
-----------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Álgebra
-----------------	---------

Tópico	Funções
--------	---------

Sumário	Família de funções do tipo $y=a(x-h)^2$ e $y=a(x-h)^2+k$ . Resolução de exercícios.
---------	--

### Conhecimentos Prévios

- Noção de função.
- Sinal de uma função.
- Monotonia.
- Extremos
- Resolução de equações do 2º grau.

### Objetivos

- Estudo intuitivo de propriedades das funções e dos seus gráficos, tanto a partir de um gráfico particular como usando a calculadora gráfica, para o estudo da função quadrática. Recorrendo a :
  - Análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das famílias de funções;
  - Transformações simples de funções : dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por:  $y=f(x)+a$ ,  $y=f(x+a)$ ,  $y=af(x)$ ,  $y=f(ax)$ , com  $a$  positivo ou negativo, descrevendo o resultados com recurso à linguagem das transformações geométricas.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Tarefa: Família de funções quadráticas
- Exercícios do manual adotado: ex. 35 38 da pág.43 e exercício 44 da pág. 48.

### Material

- Videoprojetor
- Calculadora gráfica
- Quadro

Questões essenciais a colocar aos alunos

- Como posso identificar o vértice a partir da expressão analítica?
- Como posso saber se a função tem como extremo um mínimo ou um máximo?
- A concavidade da parábola é voltada para baixo ou para cima?
- Quantos zeros tem a função?
- Qual o vetor diretor da transformação que ocorreu?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será resolvido no quadro por um aluno.

Seguidamente será entregue a tarefa família de funções quadráticas que será realizada pelos alunos. Durante a sua realização circularéi pela sala esclarecendo as dúvidas que possam surgir.

A correção será realizada no quadro por um aluno.

A questão 5 incide na representação gráfica de funções quadráticas com recurso à calculadora gráfica, analisar o comportamento das funções e observar as translações que ocorrem da função  $y_1$  para as funções  $y_2$  e  $y_3$ .

Poderão surgir questões como “Como posso identificar o vértice a partir da expressão analítica?” e “ Como posso saber se a função tem como extremo um mínimo ou um máximo?.

A correção será realizada no quadro por um aluno e a generalização deste tipo de funções será realizada em conjunto com os alunos.

A questão 6 tem como objetivo que os alunos consigam através das transformações observadas em outras funções, alcançar o comportamento da função  $y=a(x-h)^2+k$ . Obtendo assim informação para completar o quadro que lhes é apresentado.

Poderão surgir questões como “A concavidade da parábola é voltada para baixo ou para cima?” “Quantos zeros tem a função?” e “ Qual o vetor diretor da transformação que ocorreu?”.

Após a realização da tarefa será solicitado aos alunos a realização dos exercícios 35 38 da pág.43 e exercício 44 da pág. 48.

Os exercícios recaem no estudo das famílias de funções lecionadas.

#### Gestão do tempo

- Tarefa: 40min
- Generalização: 20 min
- Resolução de exercícios: 30min

### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

### Anexos

- Grelha de avaliação
- Tarefa: Família de funções quadrática.

### **Anexo 39:** Planificação da 6ª aula de 10º ano

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 10º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº		Data		Duração	1 Bloco (90min)
		Horário			
Aluno	Clara Durão				
Aula assistida por:					
Orientador Cooperante	Paulo Veiga				
Colegas	Marisa Silva				
Tema matemático	Álgebra				
Tópico	Funções				

Sumário	Funções do tipo $y=ax^2+bx+c$ . Vértice da parábola. Resolução de exercícios.
---------	---

### Conhecimentos Prévios

- Noção de função.
- Sinal de uma função.
- Monotonia.
- Extremos
- Resolução de equações do 2º grau.

### Objetivos

- Estudo intuitivo de propriedades das funções e dos seus gráficos, tanto a partir de um gráfico particular como usando a calculadora gráfica, para o estudo da função quadrática. Recorrendo a :
  - Análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das famílias de funções;
  - Transformações simples de funções : dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por:  $y=f(x)+a$ ,  $y=f(x+a)$ ,  $y=af(x)$ ,  $y=f(ax)$ , com  $a$  positivo ou negativo, descrevendo o resultados com recurso à linguagem das transformações geométricas.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Tarefa: Família de funções quadráticas
- Exercícios do manual adotado: exercícios 45 e 46 da pág. 49
- Trabalho de casa: exercício 48 da pág. 53

### Material

- Videoprojetor

- Calculadora gráfica
- Quadro

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Através da expressão analítica não existe nada que possamos dizer sobre o comportamento da função?
- Qual o sentido da concavidade da parábola?
- O que significa calcular os zeros de uma função?
- Como posso determinar os zeros de uma função?
- Como poderei encontrar o vértice se a função não tem zeros?
- Como poderei encontrar a expressão  $y=a(x-h)^2+k$  a partir da expressão dada?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será resolvido no quadro por um aluno.

Seguidamente será colocado no quadro uma função do tipo  $y=ax^2+bx+c$ , sendo solicitado aos alunos o estudo da função.

Poderão surgir questões como: “Através da expressão analítica não existe nada que possamos dizer sobre o comportamento da função?” e “Qual o sentido da concavidade da parábola?”.

Será sugerido aos alunos que determinem os zeros da função.

Poderão surgir as seguintes questões: “O que significa calcular os zeros de uma função?” e “Como posso determinar os zeros de uma função?”.

O cálculo dos zeros será realizado por um aluno no quadro.

Seguidamente calcularei o vértice através dos valores dos zeros e farei no quadro um esboço do gráfico da função com a informação obtida até aqui. Através do esboço do gráfico da função solicitarei aos alunos o estudo do domínio, contradomínio, sinal, monotonia e extremos da função.

Após o estudo desta função colocarei no quadro uma função que não tenha zeros para que os alunos observem e pensem em outra forma de encontrar o vértice. Irei encaminhar o cálculo do vértice para a expressão  $y=a(x-h)^2+k$ .

Poderão surgir questões como: “Como poderei encontrar o vértice se a função não tem zeros?” e “Como poderei encontrar a expressão  $y=a(x-h)^2+k$  a partir da expressão dada?”.

Após determinado o vértice da função farei a generalização.

Colocarei mais um exemplo no quadro sobre como se determina o vértice a partir da equação  $f(x)=f(0)$  e posteriormente farei a generalização da expressão do vértice de uma parábola.

Solicitarei aos alunos a realização dos exercícios 45 e 46 da pág. 49.

Os exercícios 45 e 46 incidem nos conceitos lecionados nomeadamente no cálculo das coordenadas do vértice.

Como trabalho de casa será a realização do exercício 48 da pág. 53.

#### Gestão do tempo

- Estudo da função  $f(x)=ax^2+bx+c$ : 40min
- Generalização: 20 min
- Resolução de exercícios: 30min

#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

### **Anexo 40:** Planificação da 7ª aula de 10º ano

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 10º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº		Data	23/02/2015	Duração	1 Bloco (90min)
		Horário	11:45		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
--------------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------



Tema matemático	Álgebra
-----------------	---------

Tópico	Funções
--------	---------

Sumário	Cálculo do vértice da parábola. Resolução de exercícios
---------	--

### Conhecimentos Prévios

- Noção de função.
- Sinal de uma função.
- Monotonia.
- Extremos
- Resolução de equações do 2º grau.

### Objetivos

- Estudo intuitivo de propriedades das funções e dos seus gráficos, tanto a partir de um gráfico particular como usando a calculadora gráfica, para o estudo da função quadrática. Recorrendo a :
  - Análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das famílias de funções;
  - Transformações simples de funções : dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por:  $y=f(x)+a$ ,  $y=f(x+a)$ ,  $y=af(x)$ ,  $y=f(ax)$ , com  $a$  positivo ou negativo, descrevendo o resultados com recurso à linguagem das transformações geométricas.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Tarefa: proposta 20 da pág. 113.arefa 7 da pág. 51
- Exercícios do manual adotado: exercício 49 pág. 53

- Trabalho de casa: proposta 20 da pág. 113.

#### Material

- Videoprojetor
- Calculadora gráfica
- Quadro

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- A abertura da parábola varia?
- Quais as principais diferenças que encontram nas funções?
- Se a concavidade da parábola é voltada para baixo qual deve ser o valor do parâmetro  $a$ ?
- Quando a concavidade da parábola é voltada para cima o extremo obtido é um máximo ou um mínimo

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será resolvido no quadro por um aluno.

Esta aula terá como objetivo a consolidação dos conteúdos lecionados nomeadamente o cálculo do vértice de uma parábola assim como o estudo da função quadrática.

Será solicitado aos alunos a realização da tarefa 7 pág. 51. A tarefa incide no estudo de funções quadráticas a partir do gráfico ou seja, no escrever da expressão analítica e no estudo do sinal da função.

A tarefa será corrigida no quadro pelos alunos. Poderão surgir questões como: “A abertura da parábola varia?”, “Quais as principais diferenças que encontram nas funções?”, “Se a concavidade da parábola é voltada para baixo qual deve ser o valor do parâmetro  $a$ ?” e “Quando a concavidade da parábola é voltada para cima o extremo obtido é um máximo ou um mínimo?”.

Após a realização da tarefa 7 será sugerido aos alunos a realização do exercício 49 pág. 53 que incide no estudo das funções quadráticas, calculando o seu vértice, o eixo de simetria e o contradomínio.

Será corrigido no quadro pelos alunos.

Como trabalho de casa será solicitado a realização da proposta 20 da pág. 113.

Gestão do tempo

- Tarefa: 30min
- Resolução de exercícios: 60min

Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

**Anexo 41:** Planificação da 8ª aula de 10º ano

**Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 10º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº

Data 24/02/2015

Horário 10:05

Duração

1 Bloco  
(90min)

Aluno Clara Durão

Aula assistida por:

Orientador  
Cooperante

Paulo Veiga

Colegas

Marisa Silva

Tema  
matemático

Álgebra

Tópico

Funções

## Sumário

Inequações quadráticas.  
Resolução de exercícios.

### Conhecimentos Prévios

- Noção de função.
- Sinal de uma função.
- Monotonia.
- Extremos
- Resolução de equações do 2º grau.

### Objetivos

- Estudo intuitivo de propriedades das funções e dos seus gráficos, tanto a partir de um gráfico particular como usando a calculadora gráfica, para o estudo da função quadrática. Recorrendo a :
  - Análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das famílias de funções;
  - Transformações simples de funções : dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por:  $y=f(x)+a$ ,  $y=f(x+a)$ ,  $y=af(x)$ ,  $y=f(ax)$ , com  $a$  positivo ou negativo, descrevendo o resultados com recurso à linguagem das transformações geométricas.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Exercícios do manual adotado: 50, 51 da pág. 55
- Trabalho de casa: 26 da pág. 116.

### Material

- Videoprojetor
- Calculadora gráfica

- Quadro

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Através da expressão analítica não existe nada que possamos dizer sobre o comportamento da função?
- Qual o sentido da concavidade da parábola?
- O que significa calcular os zeros de uma função?
- Como posso determinar os zeros de uma função?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa, que será resolvido no quadro por um aluno.

Nesta aula iniciarei o estudo de inequações quadráticas. Darei início ao estudo das inequações quadráticas a partir do estudo de uma função quadrática ou seja, colocarei o quadro a seguinte atividade:

“ Considere a seguinte função quadrática  $f(x)=x^2-3x$ . Determine o conjunto de solução de  $f(x) \geq 2$ . ”

A resolução desta atividade será realizada por mim mostrando aos alunos todas as etapas que terão de passar até chegarem ao conjunto de solução da inequação. Farei referência à noção de inequação iniciada no 9º ano. Poderão surgir as seguintes questões: “Como se calculam os zeros de uma função?” e “Qual será o esboço da parábola?”.

Após a resolução da inequação solicitarei aos alunos a realização do exercício 50, 51 da pág. 55 do manual.

Os exercícios incidem no estudo de inequações, sendo o exercício 51 um exercício que se encontra em contexto real.

A correção dos exercícios será realizada no quadro pelos alunos.

O trabalho de casa será a realização da proposta 26 da pág. 116.

#### Gestão do tempo

- Estudo da inequação: 30min
- Resolução de exercícios: 60min

#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos

exercícios.

- Grelha de avaliação

**Anexo 42:** Planificação da 9ª aula de 10º ano

**Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 10º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº	Data	13/04/2015	Duração	1 Bloco (90min)
	Horário	1h45min		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
--------------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Álgebra
--------------------	---------

Tópico	Funções
--------	---------

Sumário	Divisão inteira de polinómios. Método dos coeficientes indeterminados.
---------	---

**Conhecimentos Prévios**

- Algoritmo da divisão.
- Funções polinomiais. Polinómios.

- Adição de polinómios.
- Subtração de polinómios.
- Multiplicação de polinómios.

#### Objetivos

- Resolução de problemas envolvendo funções polinomiais (com particular incidência nos graus 2, 3 e 4).
- Possibilidade da decomposição de um polinómio em fatores. Decomposição de um polinómio em fatores em casos simples, por divisão inteira de polinómios e recorrendo à regra de Ruffini.

#### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

#### Tarefas

- Exercícios do manual adotado: ex. 78 e 80 da pág. 72
- Exercício do manual 81 da pág. 74

#### Material

- Videoprojetor
- Calculadora gráfica
- Quadro

#### Questões essenciais a colocar aos alunos

- Como se denominam os quatro componentes do algoritmo da divisão?
- Qual o grau dos polinómios?
- Qual deverá ser o grau do polinómio quociente?
- Qual será o grau do polinómio resto?
- Quais poderão ser as expressões para os polinómios quociente e resto?"

#### Fases da aula

Para dar início à aula irei solicitar aos alunos que realizem a seguinte divisão 35:2, recorrendo ao algoritmo da divisão.

Poderá surgir a seguinte questão: “Como se denominam os quatro componentes do algoritmo da divisão?”

Solicitarei que os alunos apliquem o mesmo algoritmo na divisão dos seguintes polinómios:

$$x^3+x^2-3x-3 : x+1 \quad \text{e} \quad -6x^3+3x^2+2 : x^2+1.$$

Após a divisão dos polinómios pedirei que relacionem o grau do dividendo, do divisor, do quociente e do resto.

Seguidamente solicitarei a realização dos exercícios 78 e 80 da pág. 72 do manual. O exercício 78 incide na relação que aprenderam no 1º ciclo ou seja  $D=dxq+r$ , já o exercício 80 incide na divisão inteira de polinómios.

Durante a realização dos exercícios irei circulando pela sala esclarecendo as dúvidas que possam surgir. A correção dos exercícios será realizada pelos alunos no quadro.

Num segunda parte da aula darei início ao método da divisão de dois polinómios através do Método dos Coeficientes Indeterminados.

Colocarei no quadro a seguinte atividades:

*Considere os seguintes polinómios*

$$A(x)=2x^3+x^2-x \text{ e } B(x)=x-3$$

*Sem efetuar a divisão inteira de polinómios determine o quociente e o resto da divisão do polinómio  $A(x)$  pelo polinómio  $B(x)$ .*

Na realização desta atividade fomentarei a participação da turma questionando “Qual o grau dos polinómios?”, “Qual deverá ser o grau do polinómio quociente?”, “Qual será o grau do polinómio resto?” e “Quais poderão ser as expressões para os polinómios quociente e resto?”

A partir das respostas dos alunos e sempre com o seu auxílio efetuaremos a divisão dos dois polinómios pelo método dos coeficientes indeterminados.

Será solicitado a realização do exercício 81 da pág. 74 do manual.

Dependendo do rendimento da turma o exercício será realizado na sala de aula ou será solicitada a sua realização como trabalho de casa.

#### Gestão do tempo

- Divisão de polinómios: 30 min
- Resolução de exercícios: 30 min
- Método dos coeficientes indeterminados: 30 min



## Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

### **Anexo 43:** Planificação da 10ª aula do 10º ano

#### **Escola Secundária Severim de Faria**

Matemática 10º ano

Plano de Aula

Ano letivo 2014/2015

Lições nº		Data	14/04/2015	Duração	1 Bloco (90min)
		Horário	11h45min		
Aluno	Clara Durão				
Aula assistida por:					
Orientador Cooperante	Paulo Veiga				
Colegas	Marisa Silva				
Tema matemático	Álgebra				
Tópico	Funções				
Sumário	Resolução de exercícios: Método dos coeficientes indeterminados. Regra de Ruffini				

### Conhecimentos Prévios

- Algoritmo da divisão.
- Funções polinomiais. Polinómios.
- Adição de polinómios.
- Subtração de polinómios.
- Multiplicação de polinómios.

### Objetivos

- Resolução de problemas envolvendo funções polinomiais (com particular incidência nos graus 2, 3 e 4).
- Possibilidade da decomposição de um polinómio em fatores. Decomposição de um polinómio em fatores em casos simples, por divisão inteira de polinómios e recorrendo à regra de Ruffini.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Exercícios do manual adotado: ex. 82 e 83 da pág. 74
- Exercícios do manual adotado: ex. 85 pág. 75
- Exercício 86 pág. 76 do manual.

### Material

- Videoprojetor
- Calculadora gráfica
- Quadro

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- O que significa um número ser divisível por outro?
- Quando um polinómio é divisível por outro, qual deverá ser o resto da divisão?
- O polinómio é completo?

- Quais são os coeficientes dos termos do polinómio?
- Qual o número que anula o divisor?

#### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será corrigido no quadro por um aluno.

Solicitarei a realização dos exercícios 82 e 83 da pág. 74 do manual que incidem na utilização do método dos coeficientes indeterminados que serão corrigidos no quadro pelos alunos. O objetivo da resolução destes exercícios é a consolidação dos conteúdos lecionados na aula anterior.

Solicitarei aos alunos a realização da divisão dos seguintes polinómios:

$$x^3 - 2x + 5 : x - 3, \quad x^4 - 2x - 3 : x + 1 \quad \text{e} \quad x^4 - x^3 - 1 : 2x - 1$$

com o objetivo de introduzir a regra de Ruffini. Seguidamente solicitarei a realização do exercício 85 que incide na aplicação da regra de Ruffini. Durante a realização do exercício circularé pela sala esclarecendo as dúvidas que possam surgir. A correção será realizada pelos alunos no quadro.

Poderão surgir as seguintes questões: "O que significa um número ser divisível por outro?", "Quando um polinómio é divisível por outro, qual deverá ser o resto da divisão?", "O polinómio é completo?", "Quais são os coeficientes dos termos do polinómio?" e "Qual o número que anula o divisor?"

Como trabalho de casa será solicitado a realização do exercício 86 do manual.

#### Gestão do tempo

- Correção do trabalho de casa: 15min
- Resolução de exercícios: 30 min
- Regra de Ruffini: 20 min
- Resolução de exercícios: 25

#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos exercícios.
- Grelha de avaliação

**Anexo 44:** Planificação 11ª aula de 10º ano

<b>Escola Secundária Severim de Faria</b> Matemática 10º ano Plano de Aula
--

Ano letivo 2014/2015
----------------------

Lições nº	Data	16/04/2015	Duração	1 Bloco (90min)
	Horário	08h15min		

Aluno	Clara Durão
-------	-------------

Aula assistida por:
---------------------

Orientador Cooperante	Paulo Veiga
-----------------------	-------------

Colegas	Marisa Silva
---------	--------------

Tema matemático	Álgebra
-----------------	---------

Tópico	Funções
--------	---------

Sumário	Resolução de exercícios: Regra de Ruffini. Teorema do resto.
---------	---

Conhecimentos Prévios
-----------------------

- Algoritmo da divisão.
- Funções polinomiais. Polinómios.
- Adição de polinómios.
- Subtração de polinómios.
- Multiplicação de polinómios.

### Objetivos

- Resolução de problemas envolvendo funções polinomiais (com particular incidência nos graus 2, 3 e 4).
- Possibilidade da decomposição de um polinómio em fatores. Decomposição de um polinómio em fatores em casos simples, por divisão inteira de polinómios e recorrendo à regra de Ruffini.

### Capacidades Transversais

- Comunicação matemática
- Raciocínio matemático

### Tarefas

- Exercícios do manual adotado: ex. 89, 90 e 91 da pág. 78

### Material

- Videoprojetor
- Calculadora gráfica
- Quadro

### Questões essenciais a colocar aos alunos

- O que significa um número ser divisível por outro?
- Quando um polinómio é divisível por outro, qual deverá ser o resto da divisão?
- O polinómio é completo?
- Quais são os coeficientes dos termos do polinómio?
- Qual o número que anula o divisor?
- Qual o significado da expressão ser divisível?
- Para saber qual o valor do resto de uma divisão é sempre necessário efetuar a sua divisão?
- Por que motivo escolhemos o número -1 para substituir no polinómio?

### Fases da aula

A aula irá iniciar-se com a correção do trabalho de casa que será corrigido no quadro por um

aluno.

Seguidamente colocarei no quadro a seguinte atividade:

*Considere os seguintes polinómios:*

$$A(x)=x^2+2x+1 \text{ e } B(x)=x+1.$$

*Verifique se  $A(x)$  é divisível por  $B(x)$ .*

Poderão surgir as questões: “O que significa um número ser divisível por outro?”, “Quando um polinómio é divisível por outro, qual deverá ser o resto da divisão?”, “O polinómio é completo?”, “Quais são os coeficientes dos termos do polinómio?”, “Qual o número que anula o divisor?”, “Qual o significado da expressão ser divisível?”, “Para saber qual o valor do resto de uma divisão é sempre necessário efetuar a sua divisão?” e “Por que motivo escolhemos o número -1 para substituir no polinómio?”

Com o auxílio dos alunos chegaremos à conclusão que não à necessidade de efetuar a divisão inteira de forma a saber o valor do resto. A partir do desenvolvimento da atividade irei generalizar alcançando assim o Teorema do Resto.

Pedirei aos alunos que registem no caderno o Teorema.

Após o registo no caderno efetuarei com os alunos mais um exemplo cujo objetivo é verificar se o Teorema está compreendido.

*Exemplo:*

*Sem efetuar a divisão determine o resto da seguinte divisão:*

$$3x^2-5x-6:x-3.$$

Será solicitado aos alunos a realização dos exercícios 89, 90 e 91 que incidem no conteúdo que foi lecionado.

O exercício 89 é um aplicação direta do teorema do resto

Para a resolução dos exercícios 90 e 91 os alunos têm de utilizar o teorema do resto como forma de obter o valor de determinados parâmetros.

Durante a realização dos exercícios circularéi pela sala esclarecendo dúvidas que possam surgir. A correção será realizada pelos alunos no quadro.

#### Gestão do tempo

- Correção do trabalho de casa: 20min
- Atividade: 20 min
- Teorema do resto: 20 min
- Resolução de exercícios: 30 min

#### Avaliação

- Avaliação da comunicação oral e escrita dos alunos durante a realização dos

exercícios.

- Grelha de avaliação

**Anexo 45:** Planificação anual de 9º ano



**AGRUPAMENTO DE ESCOLAS N.º3 DE ÉVORA**

Departamento de Matemática

Plano Anual do 9º Ano

Ano Letivo 2014/2015

**1º Período: Probabilidades; Funções; Equações**

TÓPICOS	N.º DE AULAS (45min)	OBJETIVOS ESPECIFICOS
<p><b>Unidade 1: Probabilidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória</li> <li>• Noção e cálculo de probabilidades de um acontecimento</li> </ul>	18	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar e dar exemplos de fenómenos aleatórios e deterministas, usando o vocabulário adequado.</li> <li>• Conhecer e utilizar vocabulário específico para descrever fenómenos aleatórios simples.</li> <li>• Compreender a noção de probabilidade de um acontecimento e que a sua medida se situa entre 0 e 1.</li> <li>• Calcular a probabilidade de um acontecimento pela regra de Laplace.</li> <li>• Identificar acontecimentos complementares e compreender que a soma das suas probabilidades é 1.</li> <li>• Identificar acontecimentos incompatíveis (ou disjuntos ou mutuamente exclusivos) e compreender que a probabilidade da sua união igual à soma das suas probabilidades.</li> <li>• Resolver e formular problemas envolvendo a noção de probabilidade.</li> </ul>
<p><b>Unidade 2: Funções</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidade direta e inversa como funções</li> <li>• Funções do tipo <math>y = ax^2</math></li> </ul>	18	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar situações de proporcionalidade direta e inversa como funções do tipo <math>y = kx</math> e <math>y = \frac{k}{x}</math> (<math>k \neq 0</math>).</li> <li>• Analisar uma função a partir das suas representações.</li> <li>• Representar algebricamente situações de proporcionalidade direta e inversa.</li> <li>• Representar gráfica e algebricamente uma função linear e uma função afim.</li> <li>• Resolver e formular problemas e modelar situações utilizando funções.</li> <li>• Representar graficamente funções do tipo <math>y = ax^2</math>.</li> <li>• Relacionar as representações algébricas e gráficas das funções estudadas.</li> <li>• Resolver e formular problemas e modelar situações utilizando funções.</li> </ul>
<p><b>Unidade 3: Equações</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equações (completas) do 2º grau a uma incógnita.</li> </ul>	17	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver equações (completas) do 2º grau a uma incógnita.</li> <li>• Resolver e formular problemas envolvendo equações.</li> </ul>
<p><b>Momentos de Avaliação, entrega e correção. Atividades de remediação.</b></p>	12	<p><b>Total de aulas de 45 minutos do período: 65</b></p>

## 2º Período: Circunferência; Números reais; Inequações

TÓPICOS	N.º DE AULAS (45min)	OBJETIVOS ESPECIFICOS
<b>Unidade 4: Circunferência</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ângulo no centro, ângulo inscrito e ângulo excêntrico</li> <li>• Lugares geométricos</li> <li>• Circunferência circunscrita de um triângulo</li> <li>• Circunferência inscrita de um triângulo</li> <li>• Polígono regular inscrito numa circunferência</li> </ul>	25	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar a amplitude de um ângulo ao centro com o arco correspondente e determinar a área de um setor circular.</li> <li>• Relacionar a amplitude de um ângulo inscrito com a do arco associado.</li> <li>• Relacionar a amplitude de qualquer ângulo excêntrico com a dos arcos associados.</li> <li>• Identificar e construir uma circunferência e um círculo.</li> <li>• Identificar e construir a bissetriz de um ângulo.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo a circunferência e outros lugares geométricos.</li> <li>• Construir a circunferência circunscrita a um triângulo dado.</li> <li>• Construir a circunferência inscrita a um triângulo dado.</li> <li>• Determinar a soma das amplitudes dos ângulos internos e externos de um polígono.</li> <li>• Inscrever um polígono regular numa circunferência (conhecidos o centro da circunferência e um vértice do polígono).</li> </ul>
<b>Unidades 5: Números reais. Inequações</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de número real e reta real</li> <li>• Relações <math>&lt;e &gt;</math> em <math>R</math></li> <li>• Intervalos</li> </ul>	15	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar um número real (racional e irracional) como um número cuja representação decimal é uma dízima finita (periódica ou não periódica).</li> <li>• Representar números reais na reta real, com aproximações apropriadas aos contextos.</li> <li>• Comparar e ordenar números reais.</li> <li>• Compreender e utilizar a transitividade das relações <math>&lt;</math> e <math>&gt;</math> em <math>R</math>.</li> <li>• Reconhecer que as propriedades das operações em <math>Q</math> se mantêm em <math>R</math> e aplicá-las na simplificação de expressões.</li> <li>• Representar e interpretar intervalos de números reais, bem como a sua interseção e reunião, simbólica e graficamente.</li> </ul>
Momentos de Avaliação, entrega e correção. Atividades de remediação.	10	<b>Total de aulas de 45 minutos do período: 50</b>

## 3º Período: Inequações; Trigonometria no triângulo retângulo.

TÓPICOS	N.º DE AULAS (45min)	OBJETIVOS ESPECIFICOS
<b>Unidades 5: Números reais. Inequações</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Inequações do 1º grau a uma incógnita</li> </ul>	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a noção de inequação e de solução de uma inequação.</li> <li>• Resolver inequações do 1º grau utilizando regras de resolução.</li> </ul>
<b>Unidade 6: Trigonometria no triângulo retângulo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razões trigonométricas de ângulos agudos</li> <li>• Relações entre razões trigonométricas</li> </ul>	20	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo dado como razões obtidas a partir de elementos de um triângulo retângulo.</li> <li>• Estabelecer relações trigonométricas básicas entre o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo.</li> <li>• Resolver problemas utilizando razões trigonométricas em contextos variados.</li> </ul>
Momentos de Avaliação, entrega e correção. Atividades de remediação/ Preparação para a Prova Final de Ciclo	15	<b>Total de aulas de 45 minutos do período: 45</b>

**Nota:** Em virtude do manual adotado nas Escolas Santa Clara e Severim de Faria ser diferente, na Escola de Santa Clara a Unidade 5: Números Reais. Inequações será lecionada no primeiro período por troca com a unidade 3: Equações.



## Anexo 46: Planificação anual de 10º ano



### Agrupamento de Escolas nº3 de Évora Escola Secundária de Severim de Faria

#### Planificação Anual da Disciplina de Matemática A - 10º ano

Ano letivo 2014/2015

#### 1º período

Tema a leccionar	Aulas
<u>Módulo Inicial</u> <u>Tema 1:</u> Geometria no Plano e no Espaço Momentos de avaliação / Entrega e correção	78

#### 2º período

Tema a leccionar	Aulas
<u>Tema 1:</u> Geometria no Plano e no Espaço <u>TEMA 2:</u> Funções Momentos de avaliação / Entrega e correção	62

#### 3º período

Tema a leccionar	Aulas
<u>TEMA 2:</u> Funções <u>TEMA 3:</u> Estatística Momentos de avaliação / Entrega e correção	60

**Módulo Inicial****TEMA 1: GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO I**

Desenvolvimento	Aulas
<b>Módulo Inicial</b>	<b>18</b>
Calcular o valor numérico de expressões envolvendo potências de expoente inteiro e notação científica;	
Semelhança de triângulos;	
Simplificar expressões utilizando as propriedades dos radicais;	
Resolver equações e inequações do primeiro grau;	
Resolver equações do segundo grau;	
Resolver problemas;	
<b>Geometria no plano e no espaço I</b>	<b>44</b>
<b>Resolução de problemas no plano e no espaço, envolvendo:</b>	<b>10</b>
- Figuras geométricas;	1
- Perímetros, áreas e volumes;	4
- Planificação da superfície de sólidos;	1
- Secções determinadas num cubo por um plano;	4
<b>Referenciais no plano e no espaço; condições no plano e no espaço:</b>	<b>14</b>
- Referencial no plano; pontos no plano; retas verticais e horizontais;	2
- Pontos simétricos; condições no plano (negação, conjunção e disjunção de condições em $\mathbb{R}^2$ );	3
- Primeiras Leis de Morgan;	1
- Coordenadas no espaço;	3
- Planos coordenados, bissetores e perpendiculares aos eixos;	2
- Retas no espaço;	2
- Simetrias no espaço;	1

<b>Distância entre 2 pontos; lugares geométricos no plano e no espaço:</b>	<b>12</b>
- Distância entre 2 pontos no plano e no espaço; ponto médio de um segmento de reta no plano e no espaço;	4
- Circunferência e círculo; superfície esférica e esfera;	4
- Mediatriz e plano mediador de um segmento de reta;	4
<b>Vectores livres no plano e no espaço:</b>	<b>8</b>
- Vetores no plano e no espaço: coordenadas e componentes de um vetor e representações de um vetor num plano;	2
- Operações com vetores: norma de um vetor e vetores colineares;	3
- Resolução de problemas sobre geometria, usando vetores;	3
Avaliação escrita + Correções	11
Autoavaliação e heteroavaliação	1

**TEMA 1: GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO I**

<b>Retas no plano e no espaço:</b>	<b>4</b>
- Equação vetorial da reta no plano e no espaço;	2
- Equação reduzida da reta no plano;	2

**TEMA 2: FUNÇÕES**

Desenvolvimento	Aulas
<b>Funções e gráficos:</b>	<b>10</b>
- Modos de definir uma função e representação gráfica;	2
- Estudo intuitivo das propriedades das funções;	6
- Função afim;	2
<b>Transformações e simetrias do gráfico de uma função:</b>	<b>8</b>
- Translações do gráfico de uma função;	2
- Expansão e contração do gráfico de uma função;	3
- Simetria do gráfico de uma função ímpar;	3
<b>Função quadrática:</b>	<b>14</b>
a) Concavidade do gráfico; vértice e eixo de simetria; domínio e contradomínio;	3
b) Sinal da função quadrática; interseção do gráfico de uma função quadrática com os eixos coordenadas; resolução de equações e inequações do 2º grau;	5
c) Resolução de problemas envolvendo funções quadráticas;	6
<b>Função módulo:</b>	<b>8</b>
a) Gráfico e propriedades;	2
b) Propriedades da função módulo;	2
c) Resolução de equações e inequações com módulos;	2

d) Funções definidas por ramos	2
Avaliação escrita + Correções	6
Auto-avaliação e heteroavaliação	1

**Planificação - 3º período**

**60 aulas**

**TEMA 2: FUNÇÕES**  
**TEMA 3: ESTATÍSTICA**

<b>Desenvolvimento</b>	<b>Aulas</b>
<b>Funções polinomiais:</b>	<b>14</b>
- Polinómios; funções polinomiais;	2
- Decomposição de um polinómio em fatores;	5
- Inequações de grau superior ao segundo;	2
- Resolução de problemas envolvendo funções polinomiais	5
<b>Generalidades sobre estatística;</b>	<b>32</b>
<b>Organização de caracteres estatísticos;</b>	<b>6</b>
<b>Medidas de localização;</b>	<b>6</b>
<b>Medidas de dispersão;</b>	<b>4</b>
<b>Discussão das limitações estatísticas estudadas;</b>	<b>2</b>
<b>Diagrama de dispersão;</b>	<b>2</b>
<b>Coefficiente de correlação;</b>	<b>2</b>
<b>Recta de regressão linear;</b>	<b>4</b>
<b>Distribuições Bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)</b>	<b>6</b>
Avaliação escrita + Correções	13
Autoavaliação e heteroavaliação	1