

U. E.

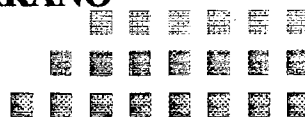


MUDANÇAS CLIMÁTICAS EM PORTUGAL  
CONTINENTAL COM BASE EM DADOS  
GEOTÉRMICOS

DISSERTAÇÃO PARA OBTENÇÃO DO GRAU  
DE MESTRE EM FÍSICA

ANA ISABEL CROCA VINAGRE SERRANO

= 1997 =



Por um lado, existe a atitude hoje necessária para enfrentar a complexidade do real, rejeitando as visões simplistas que apenas confirmam os nossos hábitos de representação do mundo; hoje precisamos de um mapa do labirinto, o mais pormenorizado possível . Por outro lado, há o fascínio do labirinto enquanto tal, do perder-se no labirinto, do representar esta ausência de caminhos de saída como a verdadeira condição do homem. No distinguir os dois propósitos um do outro queremos pôr a nossa atenção crítica, tendo todavia presente que nem sempre se podem distinguir com um corte nítido [...] Fica de fora quem acredita poder vencer os labirintos fugindo da sua dificuldade [...] É o *desafio ao labirinto* que desejamos salvar [...] e distinguir da [...] *rendição ao labirinto*.

ITALO CALVINO, 1962

**Dedico este trabalho à minha filha  
JOANA ISABEL V. SERRANO**

## AGRADECIMENTOS

Quero deixar aqui expresso o meu sincero agradecimento ao Sr Professor Doutor António Correia. Sem a orientação que me deu a nível bibliográfico, científico, e de desenvolvimento da Tese de Mestrado não teria sido possível realizar a mesma.

Os meus agradecimentos ao Sr. Professor Doutor Jan Safanda por toda a ajuda que me deu, quer a nível científico, quer a nível de processamento informático e tratamento de dados, assim como pela instalação do software que me permitiu fazer a inversão computacional dos dados.

Agradeço também à Sr<sup>a</sup> Professora Doutora Maria Solange Leite, que muito gentilmente cedeu os registos da temperatura atmosférica média anual, sem as quais não seria possível apresentar algumas conclusões.

A todos vós os meus sinceros agradecimentos.

# ***1ª PARTE***

# INTRODUÇÃO

O objectivo do trabalho que me propus desenvolver é estudar as variações climáticas em Portugal Continental durante o Holocénio com base em dados geotérmicos. Mas, porquê falar de dados geotérmicos em relação a variações climáticas e não em registos meteorológicos?

Os registos meteorológicos mais antigos datam de há 150 anos atrás e uma recolha sistemática da temperatura atmosférica no hemisfério sul só começou neste século. Contudo, os registos meteorológicos sofrem algumas limitações: como, por exemplo, uma distribuição espacial e temporal muito desigual e reduzida; por outro lado as estações meteorológicas, normalmente, estão localizadas em zonas de intensa actividade humana, pelo que esta fonte de informação pode não ser a mais adequada para estudos climáticos.

Então a que outro tipo de informação é que é possível recorrer?

A resposta está debaixo dos nossos pés, no planeta Terra. Na verdade, esta retém informação sobre variações climáticas de longo período e filtrando as variações de pequeno período, organizando, o seu próprio registo climático.

O reconhecimento de que as variações climáticas que ocorreram ao longo dos tempos vão perturbar o campo da temperatura do subsolo foi constatado pela primeira vez por Lane (1923).

Desde há longa data que os geofísicos têm utilizado os furos feitos na Terra para estudar como a temperatura varia com a profundidade na parte superior da crosta terrestre. Este conhecimento é fundamental para uma melhor compreensão de muitos fenómenos geofísicos, geoquímicos e geológicos (Beltrami and Chapman, 1994).

Porém foi Hotchkiss e Ingersoll (Hotchkiss and Ingersoll, 1934) os primeiros a tentaram inferir as variações climáticas passadas a partir dos perfis de temperatura  $T(z)$  obtidos nos furos.

Devido à baixa condutividade térmica das rochas, as variações da temperatura à superfície resultantes de variações climáticas propagam-se lentamente em direcção ao centro da Terra, originando uma perturbação do campo de temperatura. Por outro lado a Terra funciona

como um filtro passa-baixo pois as oscilações de elevada frequência não deixam marcas perceptíveis no campo de temperatura do interior da Terra.

As vantagens de utilizar as medições da temperatura nos furos para estudos de variações climáticas residem essencialmente na grande cobertura espacial, na homogeneidade dos dados e no facto de a Terra funcionar como um filtro. As principais desvantagens resultam do decréscimo de resolução à medida que a profundidade aumenta e as fontes de perturbação que podem produzir alterações idênticas no campo de temperatura semelhantes às produzidas pelas variações climáticas (Beltrami 1992).

Neste momento é de todo o interesse esclarecer que quando se fala em variação climática está a considerar-se uma variação da temperatura à superfície e como esta é controlada pela temperatura do ar então pode funcionar como indicador duma variação do clima ( Wang et al.,1992).

Actualmente um motivo de preocupação quer para os cientistas quer para o cidadão comum é o recente aquecimento global do planeta. Inicialmente pensava-se que tal facto era devido à quantidade de gases (tóxicos ou não) que todos os dias são lançados na atmosfera e que podem ter repercussões a nível climático. Mas será que existe uma correlação de causa e efeito entre as variações climáticas e o teor de gases (o CO<sub>2</sub> aumentou 20% e o CH<sub>4</sub> aumentou 50% no último século (Beltrami and Chapman, 1994)) que provocam o efeito de estufa na atmosfera? Ou esta não passa de mera coincidência estatística? Hoje em dia o número de adeptos desta hipótese tem aumentado dado que há evidências geológicas, botânicas e climáticas que indicam que ocorreu um aquecimento global do planeta há 11 ou 14 milhares de anos atrás, quando terminou a última glaciação. Desde então os períodos mais quentes têm alternado com os períodos mais frios.

Mas qual o interesse em conhecer as condições climáticas que ocorreram há décadas, centenas e milhares de anos atrás? A resposta é simples: o facto de conhecer e compreender bem o clima no passado permite-nos compreender melhor o clima presente e fazer previsões climáticas para o futuro. Mas qual a precisão com que podemos conhecer as variações climáticas passadas e prever as futuras? Esta questão está intimamente relacionada com a precisão que se pode inferir as variações climáticas passadas. Estas podem ser estudadas por intermédio de vários métodos tais como o da cronologia dos anéis das árvores, o das

concentrações isotópicas do  $^{18}\text{O}$  nas massas geladas, e o da distribuição da temperatura em função da profundidade ( $T(z)$ ) na Terra. O método da cronologia dos anéis das árvores dá-nos as alterações climáticas dum passado recente; é frequente aparecerem alterações nos anéis das árvores que não são provocadas por variações climáticas. O método isotópico dá-nos conta essencialmente das alterações pluviométricas ocorridas que estão geralmente associadas a variações do clima. Os perfis  $T(z)$  obtidos em furos dão-nos conta das alterações climáticas dum passado mais longínquo (centenas de anos) pelo que se torna difícil compará-los com registos da temperatura da atmosfera (relativamente recentes) e avaliar a sua precisão e a sua fidelidade.

Recentemente têm sido feitos esforços significativos no sentido da utilização de dados de temperatura do subsolo para determinar a história das variações de temperatura à superfície no passado. Na verdade, as centenas de medições feitas em furos espalhados pelo mundo podem fornecer um novo indicador das variações climáticas passadas.

Quando se fala em variações climáticas o parâmetro a que é dado maior ênfase é o da variação das temperaturas médias da atmosfera (quer diurnas, anuais, seculares e, porque não, milenares). Mas como é que as temperaturas que ocorrem à superfície terrestre vão deixar “marcas” nas temperaturas registadas actualmente no interior da Terra? A resposta a esta questão é formulada com base na teoria geral da condução do calor em sólidos. Assim, implicitamente, está-se a admitir que as camadas mais superficiais da crosta terrestre, onde as variações climáticas passadas estão registadas, comportam-se como um sólido.

Existem vários furos em Portugal Continental que já atingiram o equilíbrio térmico e em que foram feitas medições da temperatura em função da profundidade.

Os dados utilizados neste trabalho já foram recolhidos, e encontram-se publicados em Almeida (1990). Os dados de temperatura foram tratados através do método de inversão dos mínimos quadrados no espaço funcional (Shen and Beck, 1992).

O trabalho que me propus desenvolver tem a seguinte estrutura e está dividido em duas partes fundamentais. A primeira, de carácter mais teórico, descreve o enquadramento teórico do problema, e que é constituída por cinco capítulos:



Propriedades térmicas da matéria; teoria da condução do calor; determinação da densidade do fluxo de calor (DFC); produção de calor e aplicação da teoria da condução do calor à Terra.

A segunda parte corresponde à aplicação do método de inversão aos dados portugueses e é constituída por quatro capítulos:

Métodos gerais de inversão e método adoptado; dados obtidos; resultados obtidos na inversão; discussão dos resultados e conclusões.

# 1 - PROPRIEDADES TÉRMICAS DA MATÉRIA

## 1.1 - INTRODUÇÃO

O calor pode ser transferido de várias formas mas o mecanismo subjacente a essa transferência pode ser classificado em duas categorias: as que são puramente térmicas e as que não o são. Nesta última categoria estão incluídos os processos advectivos (o movimento de fluidos tem uma importância considerável na redistribuição da temperatura na Terra mas não vai ser aqui considerado). As transferências de energia no interior da Terra podem ser realizadas por condução, convecção e radiação. A contribuição de cada um destes três processos depende das condições locais e da temperatura.

Neste trabalho, como o objectivo primordial é estudar a propagação de energia no interior da Terra, assumindo um relevo especial as propriedades térmicas da matéria.

Se considerarmos que a propagação do calor ocorre somente por condução as propriedades relevantes são a condutividade térmica, a massa volúmica e a capacidade térmica mássica.

As primeiras experiências que foram feitas para determinar a condutividade térmica das rochas não estavam ligadas ao cálculo do fluxo de calor terrestre, foram realizadas meramente para recolher dados geológicos e físicos (Misener and Beck, 1960).

Para determinar o fluxo de calor numa dada região é necessário medir o gradiente térmico assim como a condutividade térmica das rochas aí existentes e multiplicar as duas quantidades..

Porém, a determinação da condutividade térmica envolve alguns problemas de ordem prática. Na verdade, a temperatura no interior da Terra não é uniforme, atingindo cerca de 600°C na parte inferior da crosta para uma pressão de cerca de 1GPa, pelo que a condutividade térmica deve de ser conhecida como uma função da temperatura e pressão.

A partir deste momento sempre que se faça referência à condutividade está-se a referir á condutividade térmica.

O mecanismo da condução de calor consiste na transferência de energia devido ao movimento molecular. A condutividade é uma propriedade que está relacionada com a maior ou menor capacidade das substâncias transferirem energia. A condutividade depende da composição química, da fase, do tipo de estrutura, se é ou não um material homogéneo, etc..

Numa primeira aproximação nós vamos considerar que as rochas que compõem a crosta terrestre são homogéneas e isotrópicas, pelo que a condutividade é uma quantidade escalar. Contudo, em estudos mais complexos é necessário considerar a anisotropia do material rochoso em termos da condutividade; nestes casos a condutividade é um tensor.

Os valores típicos da condutividade térmica de alguns materiais estão ilustrados na tabela 1.1. Analisando esta tabela pode-se verificar que os valores da condutividade térmica cobrem um vasto intervalo, sendo a condutividade da prata 50000 vezes maior que a do dióxido de enxofre (SO<sub>2</sub>).

Na generalidade os líquidos são melhores condutores do que os gases, mas piores condutores que os sólidos. Na fase gasosa as moléculas têm muito espaço entre elas e estão animadas de um movimento aleatório. Então, a transferência de energia por impacto molecular é muito menor do que nos líquidos em que o movimento continua a ser aleatório mas a distância intermolecular é bastante menor; raciocínio idêntico podemos fazer para os sólidos.

Da tabela 1.1 pode-se ainda verificar que os valores da condutividade para os sólidos cobrem também um vasto leque de valores. Por um lado destacam-se os metais com uma elevada condutividade relativamente à dos não metais. Ainda de notar é o facto dos sólidos constituídos pelos mesmos elementos mas com estruturas diferentes terem condutividades muito diferentes, *e. g.* diamante e grafite.

No caso de sólidos com estruturas amorfas o arranjo irregular dos átomos ou moléculas vai impedir uma transferência eficaz de energia por impacto molecular pelo que há um decréscimo no valor da condutividade térmica. Por outro lado os sólidos cristalinos estão animados de movimento de vibração que não é aleatório mas que tem o sentido do decréscimo da temperatura pelo que há uma transferência adicional de energia. Se forem inseridas impurezas na estrutura reticular elas tendem a amortecer estas vibrações “termoelásticas” pelo que a condutividade térmica diminui.

**TABELA 1.1**

A condutividade térmica de algumas substâncias (adaptado de Chapman (1974)).

SUBSTÂNCIAS	CONDUTIVIDADE TÉRMICA ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
<b>GASES</b>	
Dióxido de enxofre (273 K, 1 atm )	$2,7 \times 10^{-3}$
Ar (273 K, 1 atm )	$7,3 \times 10^{-3}$
<b>LÍQUIDOS</b>	
Dióxido de carbono (sat. liq., 273 K)	$3,2 \times 10^{-2}$
Glicerina pura (273 K)	$8,7 \times 10^{-2}$
Água (273 K)	$1,7 \times 10^{-1}$
<b>SÓLIDOS</b>	
Placa de vidro (293 K)	$2,3 \times 10^{-1}$
Gelo (273 K)	$6,8 \times 10^{-1}$
Quartzo (293 K)	2,3
Ferro puro (273 K)	$2,2 \times 10$
Zinco puro (273 K)	$3,5 \times 10$
Alumínio puro (273 K )	$7,0 \times 10$
Cobre puro (273 K)	$1,2 \times 10^2$
Prata pura (273 K)	$1,3 \times 10^2$

A estrutura metálica é caracterizada por um elevado número de electrões de valência designados por electrões livres e que podem mover-se com relativa facilidade. No caso do metal estar submetido a temperaturas diferentes então eles vão adquirir um movimento orientado no sentido em que há um decréscimo da temperatura. Nos não metais os electrões de valência estão envolvidos nas ligações químicas pelo que os seus movimentos são bastante reduzidos e, conseqüentemente, há um decréscimo das suas condutividades.

Tendo em consideração este trabalho os factores mais relevantes são a temperatura e a pressão (já que a temperatura no interior da Terra aumenta quando nos dirigimos para o centro, assim como a pressão). A relação existente entre a condutividade e a temperatura pode ser

expressa por uma relação linear com a forma  $k = k_0 (1 + bT)$  em que  $k_0$  é a condutividade térmica a 255 K e  $b$  é uma constante.

A altas temperaturas a energia pode ser transferida no interior do sólido por radiação em vez de vibração reticular. Clark (1957) demonstrou que a contribuição da radiação para a condutividade térmica pode ser dada pela expressão:

$$k_r = 16 n^2 s T^3 / 3\epsilon \quad (1.1)$$

em que  $n$  é o índice de refração do meio,  $s$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $\epsilon$  é a soma dos coeficientes de absorção e dispersão médios sobre todos os comprimentos de onda e  $T$  é a temperatura em kelvin.

Para cristais isotrópicos a temperaturas inferiores à temperatura de Debye, a condutividade térmica de condução pode ser definida em termos dos parâmetros:

$$k = c_v v A_0 / 3 \alpha_v \gamma T^n \quad (1.2)$$

onde:

$c_v$  é a capacidade térmica mássica a volume constante,  $v$  é a velocidade média do som,  $A_0$  é uma constante do cristal,  $\alpha_v$  é o coeficiente de expansão volumétrica térmica,  $\gamma$  é o parâmetro de Grüneisen,  $T$  é a temperatura absoluta e  $\gamma$  dá-nos a medida da variação da pressão que ocorre quando o material é aquecido a volume constante. O expoente  $n$  pode variar entre 1 e 1,25. Os valores obtidos teoricamente utilizando a eq (1.2) estão de acordo com os valores obtidos experimentalmente nos cristais simples de estrutura cúbica (Chapman 1974).

É habitual considerar a difusividade térmica,  $\alpha$ , em estudos geotérmicos. A sua equação de definição é:

$$\alpha = k / \rho c_p \quad (1.3)$$

onde  $\rho$  é a massa volúmica,  $c_p$  é a capacidade térmica mássica a pressão constante.

As unidades da condutividade térmica são o  $Wm^{-1}K^{-1}$  enquanto as da difusividade térmica são  $cm^2s^{-1}$  ou  $m^2s^{-1}$ . Esta propriedade expressa a capacidade que um corpo tem de perder energia interna por condução.

Até ao momento falamos da condutividade dos materiais homogêneos ou substâncias puras. A maior parte do material que existe no subsolo têm, contudo, condutividades anisotrópicas resultando de direcções privilegiadas causadas, de uma maneira geral por estruturas fibrosas ou porosas.

Os métodos para determinar a condutividade são normalmente divididos em métodos em regime estacionário unidimensional e métodos em regime transiente bidimensional.

Em princípio ambos os métodos podem ser utilizados para obter valores absolutos ou valores relativos, comparados com algumas substâncias padrão. Na prática utiliza-se essencialmente o método em regime estacionário para obter valores relativos e o método em regime transiente para obter valores absolutos. As técnicas em regime estacionário apenas medem a condutividade térmica enquanto as técnicas em regime transiente permitem determinar a condutividade e a difusividade térmicas.

## **1.2 - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DE AMOSTRAS ROCHOSAS**

### **1.2.1- MÉTODOS EM REGIME ESTACIONÁRIO**

Alguns investigadores quando se depararam com o problema de determinar a condutividade térmica de alguns materiais, são demasiado rigorosos na tomada de precauções para minimizar os erros devido às perdas de calor transversais e à resistência de contacto térmico entre a amostra e o elemento de prova. Em algumas situações especiais estas precauções podem ser necessárias; no entanto, na maioria dos casos, uma precisão elevada torna-se desnecessária porque as medições são geralmente feitas em pequenas amostras de

rocha as quais não são necessariamente representativas da rocha como um todo. Na realidade a condutividade de uma amostra rochosa pode apresentar valores muito diferentes da do maciço rochoso de onde a amostra foi extraída. Então é necessário arranjar métodos que sejam rápidos de aplicar que se possam aplicar a amostras relativamente grandes e, portanto, mais representativo do volume da rocha onde se dão os fenómenos de transferência de energia.

### **1.2.1.1- MÉTODO DO FLUXO DE CALOR LINEAR**

Para amostras rochosas um dos métodos mais simples de determinar a condutividade é através da comparação com a condutividade de outra substância que é conhecida. O método foi sugerido pela primeira vez e utilizado experimentalmente por Lees (1892).

Neste método o dispositivo experimental mais utilizado é o da “barra dividida” . Há, contudo, várias versões deste dispositivo, já que ele tem evoluído bastante ao longo dos tempos.

Benfield (1939) propôs um dispositivo experimental que é constituído por duas barras cilíndricas e metálicas, feitas de bronze ou cobre, entre as quais é colocado um disco da amostra rochosa a estudar, com o mesmo diâmetro da barra. O calor é fornecido a uma extremidade da barra e é removido na extremidade oposta utilizando um banho de água. Mede-se a temperatura da barra após ter-se atingido o equilíbrio térmico e seguidamente calcula-se a condutividade térmica da amostra relativamente à condutividade térmica das barras. O efeito da resistência de contacto térmico entre as barras e a amostra é eliminada fazendo as mesmas medições utilizando três ou mais discos de espessura diferente.

As barras são calibradas utilizando uma série de discos de quartzo cortados paralelamente ao eixo óptico, cuja condutividade é  $6,06 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ , ou sílica fundida, cuja condutividade, à mesma temperatura, é  $1,36 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

A grande vantagem deste dispositivo experimental é que a temperatura geralmente é medida com termopares, que não precisam de ser localizados com grande precisão já que um erro na sua localização de 10% implica um erro de 1% na determinação da condutividade.

A equação que relaciona a condutividade da amostra,  $k$ , a resistência térmica,  $R$ , a diferença de temperatura entre as duas interfaces das barras  $\Delta T$  e a espessura do disco,  $D$ , é:

$$R = \Delta T \left( \frac{dT}{dx} \right) = B \left( \frac{k_1}{k} \right) D \quad (1.4)$$

onde  $\left( \frac{dT}{dx} \right)$  é o gradiente térmico médio em regime estacionário,  $B$  é uma constante que envolve a soma da resistência de contacto térmico das duas interfaces em contacto. Normalmente, fazem-se experiências com vários discos que tenham uma superfície exactamente igual. Então se medirmos a resistência de contacto térmico para dois, três ou mais discos de espessura diferente e fizermos o gráfico de  $R$  em função de  $D$  obtemos uma recta cujo declive é  $Bk_1/k$ , a partir deste valor calculamos  $k$ . Para minimizar os erros devido a pequenas diferenças na resistência de contacto térmico utilizam-se interfaces líquidas.

Beck (1957) introduz algumas pequenas alterações ao dispositivo experimental atrás descrito. Neste dispositivo (ver Fig. 1.1) o calor fornecido a uma extremidade da barra é

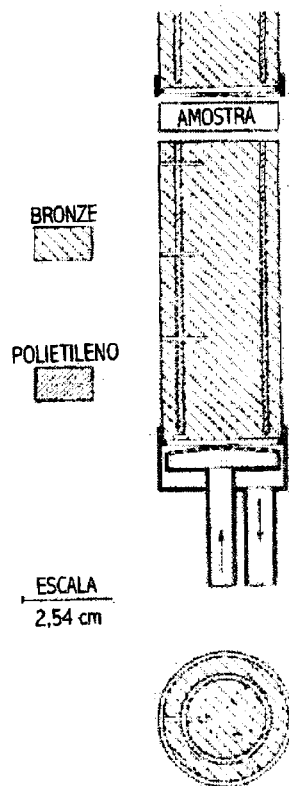


Fig. 1.1: Detalhes do dispositivo da “barra dividida” com uma diferença de temperatura constante.



feito através de um banho termostático e é removido na extremidade oposta por um processo idêntico. A diferença de temperatura entre as duas extremidades é aproximadamente 20 °C e as leituras são feitas com uma precisão de 0,01 °C.

Se a extremidade da barra é mantida a temperatura constante  $T_c$ , então só é necessário fazer uma medida da temperatura  $T_1$  à distância  $\Delta x$  da extremidade da barra, sendo suficiente para calcular o gradiente térmico. Podemos então, novamente rescrever a eq (1.4) modificando-a para:

$$\Delta T / (T_1 - T_c) = C + (k_1 / k) D / \Delta x \quad (1.5)$$

onde  $B = C \Delta x$

Neste caso a resistência de contacto térmico refere-se à interface amostra / extremidade da barra. Através do gradiente térmico é possível extrapolar a temperatura na superfície da barra em contacto com a amostra. A eq. (1.5) pode novamente ser alterada para

$$(T_2 - T_1) / (T_1 - T_c) = C + (k_1 / k) D / \Delta x \quad (1.6)$$

em que é necessário utilizar dois termopares para medir duas temperaturas  $T_1$  e  $T_2$  e calcular  $(T_2 - T_1)$  e  $(T_1 - T_c)$  (Misener and Beck, 1960).

Em 1987 Beck apresenta novamente o mesmo dispositivo mas com novas alterações (ver Fig. 1.2). Na Fig. 1.2 pode ver-se uma nova versão do mesmo dispositivo fundamental (Beck, 1987)

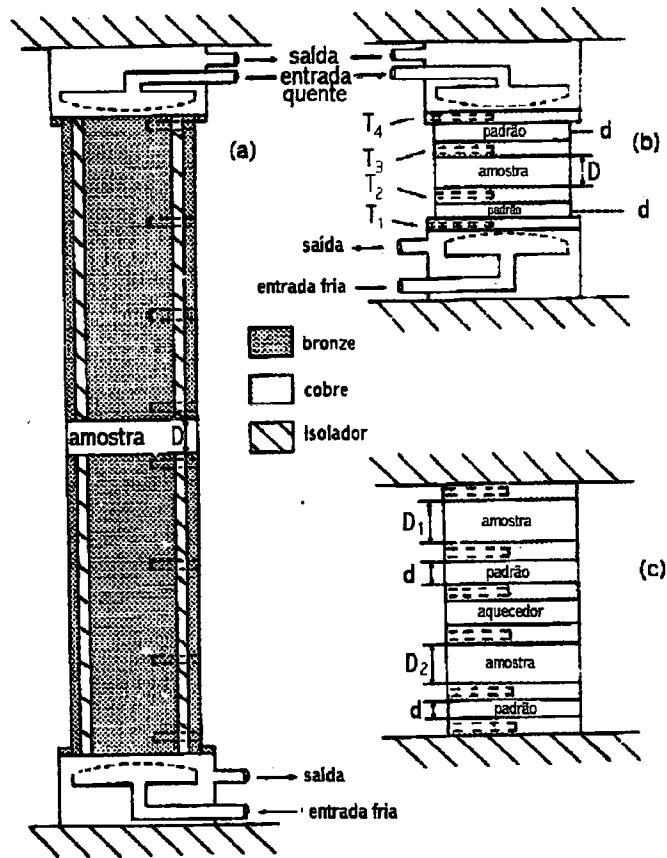


Fig. 1.2: Três tipos básicos de dispositivos para medir a condutividade, em regime estacionário (segundo Beck (1987)).

O princípio teórico subjacente a todos os três dispositivos da Fig. 1.2 é o mesmo, i.e., medir o fluxo de calor através da amostra ao mesmo tempo que se mede a diferença de temperatura ao longo da amostra de espessura conhecida.

O dispositivo da Fig. 1.2(a) e (b) é um tipo de dispositivo em que as extremidades das barras são mantidas a duas temperaturas diferentes. A extremidade superior é mantida a uma temperatura mais elevada. O dispositivo da Fig.1.2(c) tem uma fonte de calor que é constante.

É possível determinar a quantidade de calor que se propaga no sentido descendente pela medida do gradiente térmico ao longo da barra. Se utilizarmos a água como fluido de contacto, a resistência de contacto térmico entre a amostra, a barra e os termopares é ignorada, não conduzindo na maior parte dos casos a um erro significativo na determinação da condutividade.

Na maior parte dos casos não se considera a geometria complexa da superfície de contacto real e idealiza-se uma superfície de contacto, como é mostrado na Fig. 1.3

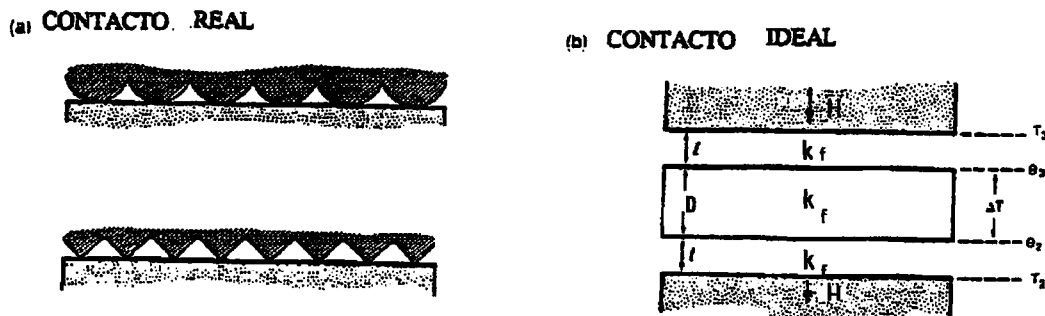


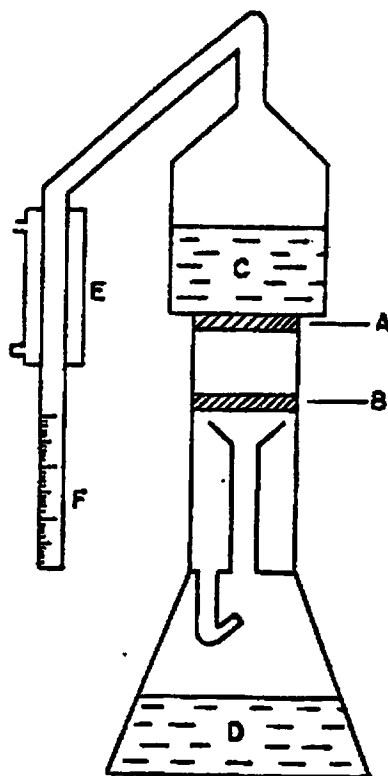
Fig.1. 3: Esquema da superfície de contacto real e da superfície de contacto ideal entre a amostra e a barra do dispositivo de medida da condutividade.

Geralmente, o fluido de contacto é o ar que tem uma condutividade que é duas ordens de grandeza inferior à da sílica (Beck 1987).

Actualmente existem muitas variantes a esta técnica. As que têm sido aplicadas com maior sucesso são as que resultam de:

- eliminar uma das barras e colocar a amostra directamente em contacto com um disco de cobre fino mantido a temperatura constante devido a um banho de água controlado termostaticamente;
- utilizar uma barra de quartzo cristalino, medindo-se o gradiente térmico e recorrendo a uma epoxiresina condutora na junção dos vários elementos, colocando aí os termopares.
- usar aparelhos eléctricos de aquecimento ou de arrefecimento nas extremidades da barra, dispensando-se assim o banho de água.

Uma nova técnica foi descrita por Schröder (1963). A principal vantagem desta técnica é que não é necessário medir a temperatura. O principio desta técnica está ilustrado na Fig. 1.4.



**Fig. 1.4:** Dispositivo do calor latente de vaporização em que a diferença de temperaturas é constante (segundo Schröder (1963)).

A amostra é colocada entre duas placas de prata A e B. Estas, por sua vez, estão em contacto com dois recipientes C e D, que contêm dois líquidos puros escolhidos de forma a que o ponto de ebulição ( p.e.) do recipiente inferior seja 10 a 20°C mais elevado do que o p.e. do líquido do recipiente superior. Uma pequena bobine de aquecimento é colocada no recipiente D. Após ter-se atingido o regime estacionário, o disco de prata B é mantido à temperatura constante do p.e. do líquido do recipiente D, e o calor flui através da amostra originando a ebulição do líquido no recipiente C. A diferença de temperatura  $\Delta T$  é assim constante. O vapor obtido é posteriormente condensado e guardado num recipiente graduado F.

Após ter-se atingido o regime estacionário é necessário calcular a quantidade de calor que é necessário para evaporar  $1 \text{ cm}^3$  do líquido do recipiente C, sendo a condutividade dada por

$$k = Q_v D / t A \Delta T \quad (1.7)$$

onde  $Q_v$  é o calor latente de vaporização de  $1 \text{ cm}^3$  do líquido do recipiente C,  $t$  é o tempo necessário para vaporizar  $1 \text{ cm}^3$  do líquido,  $\Delta T$  é a diferença de temperatura entre os dois p.e. dos líquidos,  $D$  é a espessura e  $A$  é a área de secção recta da amostra.

Em princípio, esta é uma determinação absoluta da condutividade  $k$  e a sua precisão depende da precisão da medida de  $Q_v$ .

### 1.2.1.2- MÉTODOS UTILIZANDO UM FLUXO DE CALOR RADIAL

A técnica que recorre ao regime estacionário radial pode também ser utilizada para determinar a condutividade. São feitos dois furos de raio  $r_1$  e  $r_2$  respectivamente na amostra. Num dos furos é introduzido um aquecedor radial e registar-se a temperatura nos dois furos ( $T_1$  e  $T_2$ ) a partir do momento em que o regime estacionário foi alcançado. A condutividade é dada por:

$$k = Q \ln(r_2/r_1) / 2\pi (T_1 - T_2) \quad (1.8)$$

onde  $Q$  é a quantidade de calor fornecida por um aquecedor radial por unidade de tempo e por unidade de comprimento.

A vantagem desta técnica resulta de as dimensões da amostra poderem ser relativamente grandes. Contudo, a preparação da amostra é complexa e os resultados são maus quando a amostra é anisotrópica. Esta técnica é, por isso, raramente utilizada e a sua aplicação não é recomendada.

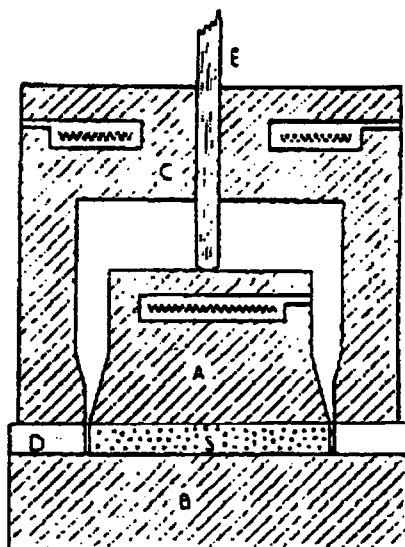
## **1.2.2- MÉTODOS EM REGIME TRANSIENTE PARA DETERMINAR A CONDUTIVIDADE E/OU DIFUSIVIDADE TÉRMICAS**

Muitas das soluções em regime transiente da equação da condução do calor para amostras com formas geométricas simples podem ser utilizadas para medir a condutividade,  $k$ , e a difusividade,  $\alpha$ . Contudo, uma dificuldade experimental destes métodos resulta de as condições fronteira postuladas não serem, muitas vezes, satisfeitas de uma forma adequada. Outra dificuldade prática resulta da necessidade de estabelecer um bom contacto térmico entre o elemento de medida e a amostra rochosa.

A determinação de  $k$  recorrendo a este método é menos precisa do que nos métodos em regime estacionário mas é bastante mais rápida.

Existem numerosos métodos em regime transiente para determinar a condutividade de materiais isolantes; no entanto, o número reduz-se quando queremos determinar a condutividade das rochas.

Em 1940 Birch e Clark (Birch and Clark, 1940) propuseram um dispositivo experimental, esquematizado na Fig. 1.5, que é utilizado para medir a condutividade de rochas com elevada precisão e é capaz de trabalhar a temperaturas elevadas. O dispositivo consiste em dois blocos A e B em que a temperatura de A é alguns °C superior à de B. Entre os dois blocos é colocada a amostra S. As perdas de calor laterais são reduzidas, devido à utilização de uma “válvula” de segurança D. A temperatura é controlada por aquecedores colocados separadamente no bloco C e a pressão é controlada pelo corpo E. O dispositivo é colocado no interior de uma caixa de aço e é imerso a uma profundidade de 30,5 cm num banho termostático. A temperatura de B vai diminuindo já que há uma perda natural de calor para o fluido do banho.



**Fig. 1.5:** Dispositivo utilizado por Birch e Clark para determinar a condutividade de rochas a temperaturas superiores a 400°C (de acordo com Birch and Clark (1940)).

A condutividade é medida quando há uma diferença de temperatura de poucos °C ao longo da amostra.

Birch e Clark ultrapassaram o problema da resistência de contacto térmico utilizando dois gases de condutividade conhecida, o hélio e o azoto, o que permite calculá-lo.

Se o fluxo de calor,  $q$ , e a diferença de temperatura  $\Delta T$  entre a interface e a amostra são conhecidos para cada experiência que envolve um gás diferente de cada vez, obtém-se duas equações

$$q_{\text{He}} = \Delta T_{\text{He}} / (x k_{\text{He}} + L/k)$$

e

$$q_{\text{N}_2} = \Delta T_{\text{N}_2} / (x k_{\text{N}_2} + L/k) \quad (1.9)$$

onde os índices He e N<sub>2</sub> se referem às experiências realizadas com hélio e azoto, respectivamente, L é a espessura da amostra de condutividade k e x é a espessura da camada de contacto. Se  $k_{\text{He}}$  e  $k_{\text{N}_2}$  são conhecidos k pode ser determinado a partir da expressão

$$k_{N_2} / k_{He} = (\Delta T_{He} / q_{He} - L/k) / (\Delta T_{N_2} / q_{N_2} - Lk) \quad (1.10)$$

Usando este dispositivo Birch e Clark mediram cuidadosamente a condutividade de rochas ígneas. Os valores por eles obtidos para a condutividade estão compreendidas entre 1,674 e 5,860 Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup> a 0 °C, e 1,674 e 3,767 Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup> a 400 °C. Algumas variações irreversíveis da condutividade foram obtidas a temperaturas superiores a 300 °C; estas são atribuídas à possibilidade de as películas de absorção da água serem removidas a esta temperatura.

Mais tarde Clark modificou o dispositivo experimental para estudar o efeito da pressão. Esta conduz, novamente a um aumento da condutividade. Assim, o aumento da temperatura e da pressão a grandes profundidades na crosta tendem a cancelar-se mutuamente em termos da condutividade (Misener and Beck, 1960).

### 1.2.2.1 - MÉTODOS DO FLUXO DE CALOR LINEAR

#### A - Fontes Instantâneas

O método do “flash” dá-nos directamente a medida da difusividade. A técnica mais utilizada é a de Hanley et al. (1978). Um feixe laser é utilizado como uma fonte instantânea de energia aplicada a uma superfície da amostra, que geralmente tem a forma de um disco com 2 cm de diâmetro e 2 a 5 cm de espessura. A temperatura é medida como uma função do tempo na face inferior e a difusividade térmica é determinada a partir da expressão:

$$\alpha = 0,139 L^2 / t \quad (1.11)$$

onde L é a espessura do disco e t é o tempo necessário para que a temperatura da face real alcance metade do seu valor máximo.



## B - Fonte de Calor Plana e Constante

Mongelli (1968) utilizou uma técnica em que a amostra é cortada segundo ângulos rectos aos eixos; o aquecedor é colocada entre as duas peças, tal como se pode ver na Fig. 1.6 e o sensor da temperatura é colocado num pequeno furo a uma distância conhecida,  $x$ , do aquecedor. O calor é então fornecido ao sistema a uma taxa conhecida,  $Q$ , por unidade de área e a temperatura aumenta. A expressão que dá a temperatura em função do tempo,  $t$ , é:

$$T(t) = (Qx/k)((\alpha t/x^2\pi)^{1/2}\exp(-1/4\alpha t/x^2) - 0,5 \operatorname{erfc}(\frac{1}{2}(\alpha t/x^2)^{1/2}) \quad (1.12)$$

onde  $\operatorname{erfc}$  é a função integranda.

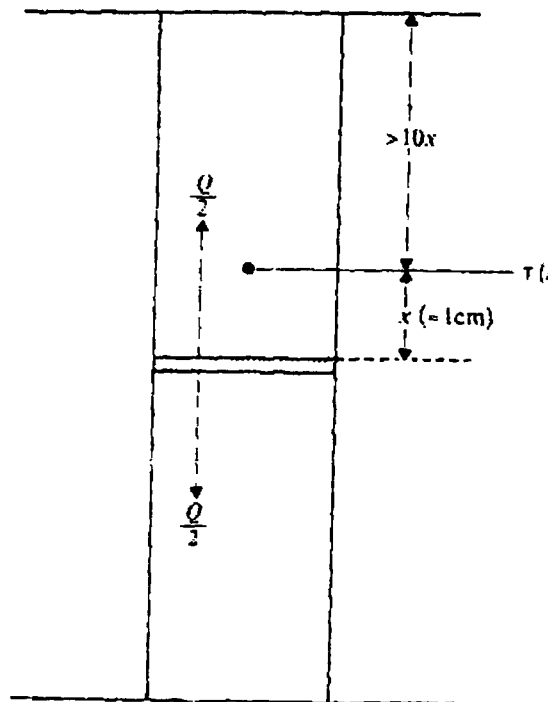


Fig. 1.6: Dispositivo experimental em que o aquecedor fornece calor ao sistema a uma taxa constante (Mongelli, 1968)

Neste método o comprimento das duas peças da amostra deve de ser suficientemente longo para que possa ser considerado como um comprimento infinito, isto é, o comprimento da amostra terá que ser muito superior à distância  $x$ : Loddo (1970) verificou que, na prática, isto significa que para uma amostra com 2 - 4 cm de diâmetro , o comprimento da mesma deve de ser 5 vezes superior a  $x$  com  $x$  entre 1 e 2 cm.

### C - Técnica do Aquecimento Periódico

Neste método desenvolvido por Angstrom (1863) a variação da temperatura à superfície da amostra é considerada como uma oscilação sinusoidal propagando-se ao longo duma amostra semi-infinita. Se a perturbação da temperatura numa das faces da amostra for dada por  $T(t) = T_0 \cos(2\pi t/\tau)$ , onde  $\tau$  é o período , a temperatura num ponto a uma distância  $x$  da superfície é dada pela expressão:

$$T(x) = TT + T_0 \exp(-2\pi x/\lambda) \cos(2\pi(t/\tau - x/\lambda)) \quad (1.13)$$

onde  $TT$  é o termo transiente (que podemos desprezar pouco tempo após o início da experiência), e  $\lambda = 2(\pi a \tau)^{1/2}$  é o comprimento de onda da onda de temperatura.

O ponto no qual as medições são feitas pode ser suficientemente afastado da extremidade perturbada e satisfazer as condições fronteira de um corpo de comprimento semi-infinito. Se isto não for possível, por os discos serem demasiado finos, então temos de aplicar correcções devido ao efeito das extremidades ( Carslaw and Jaeger 1959).

A eq. (1.13) mostra que num ponto  $x$  a amplitude vai decrescendo de  $T_0 \exp(-x(\pi/a\tau)^{1/2})$  do seu valor original, isto é a fase sofre um desvio de  $\alpha = x(\pi/a\tau)^{1/2}$  e a perturbação propaga-se a velocidade  $v = 2(\pi a/\tau)^{1/2}$ .

Para uma rocha de difusividade  $1 \text{ mm}^2\text{s}^{-1}$  e para uma onda de período  $\tau = 10\text{s}$ , o comprimento de onda é 1,12 cm; então uma amostra com alguns centímetros pode ser suficiente para satisfazer as condições fronteira. Porém, isto significa que temos de conhecer com precisão a distância  $x$ .



O equipamento ilustrado na Fig. 1.7 pode ser utilizado para a experiência de Ångstrom se o aquecedor é programado para um aquecimento sinusoidal. Uma utilização mais recente do método de Angstrom foi descrito por Bosanquet e Aris (1954) e Drury (1984).

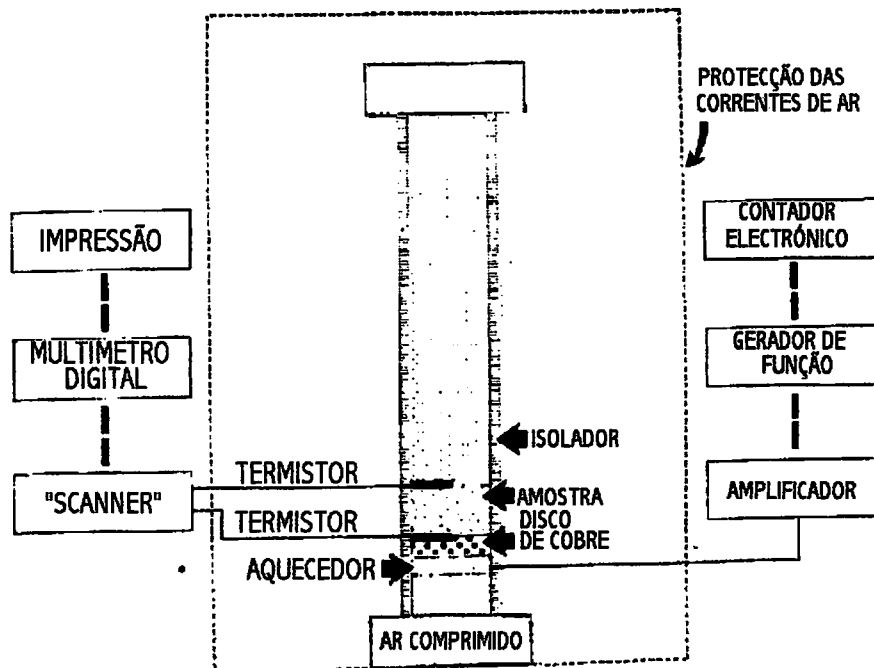


Fig. 1.7: Versão moderna do método de Ångstrom (de acordo com Drury et al., 1984)

### 1.2.2.2 - TÉCNICAS UTILIZANDO O FLUXO DE CALOR RADIAL (DUAS DIMENSÕES)

#### A - Fonte Linear Instantânea

Esta técnica permite-nos calcular  $\alpha$  e  $k$ , e foi utilizado por Lubimova (1961). Dois furos separados por uma distância  $x$  de cerca de 3 cm, são feitos na amostra. O calor é fornecido a um dos furo e a temperatura,  $T(t)$ , é registada em função do tempo no outro furo. Se as

dimensões forem tais que só ocorra um fluxo de calor radial entre a fonte de aquecimento e o sensor de temperatura, então  $\alpha$  e  $k$  são calculados a partir da expressão:

$$\alpha = x^2/4t_{\text{máx}}$$

e

$$k = Q/4\pi T_{\text{máx}} t_{\text{máx}} \exp(L) =$$

$$= Q/ 34,16 T_{\text{máx}} t_{\text{máx}} \quad (1.14)$$

onde  $Q$  é a quantidade de calor total fornecida por unidade de comprimento à prova; e  $t_{\text{máx}}$  é o tempo necessário para que a temperatura  $T(t)$ , à distância  $x$  a partir da fonte, alcance o seu valor máximo,  $T_{\text{máx}}$ . Uma técnica idêntica a esta foi utilizada por Stiller (1978) para efectuar medições a pressões e temperaturas elevadas.

### **B - Fonte de Calor constante Linear ou Cilíndrica**

Geralmente a técnica transiente mais utilizada faz uso duma sonda que fornece calor a uma taxa constante. O sistema é suficientemente extenso axialmente para que só ocorra um fluxo de calor radial. O aumento da temperatura da sonda em função do tempo vai sendo registada. Uma montagem experimental que recorre a esta técnica pode ser vista na Fig. 1.8.

Para uma sonda de raio  $r$ , com uma resistência de aquecimento fornecendo calor a uma taxa constante,  $Q$ , por unidade de comprimento e por unidade de tempo, o aumento de temperatura no tempo,  $t$ , é dado por:

$$T(t) = (Q/4\pi k) (2h^* - (2h^* - B^*)/ 2B^*Fo +$$

$$+ (1 - ((B^* - 1)/ 2B^*Fo)) \ln Dt + \dots) \quad (1.15)$$

onde:

$$D = 4 \alpha / e^g r^2$$

$$g = 0,5772 \text{ (constante de Euler)}$$

$r$  = raio da sonda

$h^* = k/rc_y$  (resistência de contacto térmico; grandeza adimensional)

$c_c$  é a conductância térmica por unidade de comprimento da camada de contacto

$Fo = \alpha t/r^2$  (grandeza adimensional)

$B^* = (\rho C)_m/(\rho C)_p$  (grandeza adimensional).

m refere-se ao meio e p ao material da sonda.

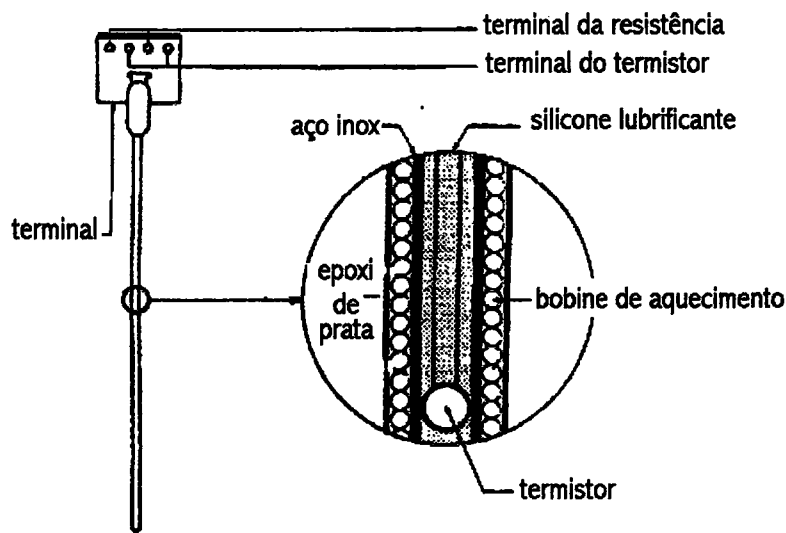


Fig. 1.8: Um elemento típico de prova, assim como um esquema do seu interior. O diâmetro da sonda é de 1 - 3 mm

$B^*$  é válido para todos os valores de  $r$  e para grandes valores de  $Fo$ . Se  $Fo$  é muito grande, o que geralmente significa que são usadas provas de pequeno raio, então a eq (1.15) reduz-se a:

$$T(t) = (Q/4\pi k) \ln t + S \quad (1.16)$$

onde  $S = (Q/4\pi k)(2h^* + \ln D)$ .

Os métodos de fontes lineares em regime transiente são geralmente escolhidos por causa de valores típicos de  $r$  (0,5 - 1,5 mm) e porque a condutividade térmica e/ou a

difusividade térmica podem ser obtidas em 2 a 3 minutos. A principal desvantagem destes métodos resulta do facto das propriedades térmicas serem calculadas num pequeno volume que não pode ser representativo do maciço rochoso. Isto pode não ser um problema sério nas rochas de grão fino, como por exemplo os sedimentos marinhos, mas pode causar erros significativos para materiais de grão maior com problemas adicionais relacionados com a resistência de contacto entre a sonda e o material (Beck 1988).

### **1.2.3 - MÉTODOS PARA DETERMINAR A CONDUTIVIDADE TÉRMICA *IN SITU***

As primeiras determinações da condutividade *in situ* foram obtidas por Forbes (1849) e por Thomson e Everett (1861). Estes trabalhos foram retomados e desenvolvidos por Jaeger (1959), Blackwell (1954) Bullard (1938).

Enquanto a teoria de Blackwell não entra em linha de conta com a resistência de contacto térmico entre a sonda e as paredes do furo, a teoria de Jaeger (1959) considera esses parâmetros.

Foram utilizados vários tipos de sondas em furos pequenos quer verticais quer horizontais.

Normalmente o uso de sondas em furos pequenos não é recomendável porque há alguns parâmetros que são difíceis de quantificar. O facto de as rochas não estarem saturadas de água origina que o coeficiente de transferência de calor seja maior do que a condutividade das rochas; por outro lado, se a rocha apresenta fracturas a água pode escoar-se através delas. Neste caso as perturbações são bastante mais complexas e difíceis de quantificar.

Beck e Jaeger (1956) recorreram à utilização de aquecedores cilíndricos de forma a eliminar a resistência de contacto térmico. Famílias de curvas teóricas para uma série idêntica de valores de resistência de contacto térmico; e, a razão entre a capacidade térmica mássica da rocha e do aquecedor são calculadas. A curva experimental que melhor se adapta a uma das curvas teóricas permite então determinar a condutividade e a difusividade térmica da rocha. Quando utilizamos esta técnica em furos cheios de água tem de utilizar-se um dispositivo que permita evitar as perdas de calor por convecção. A sonda utilizada é idêntica à utilizada por

Blackwell (1956) mas mais longa. A temperatura é, normalmente, medida com uma precisão de 0,01 °C e a temperatura deverá subir até 10 °C, para se obter um resultado preciso para a condutividade.

Uma outra sonda alternativa consiste numa barra de alumínio oca em que é colocado um termopar no centro. Se a barra é aquecida a uma temperatura constante e é rapidamente colocada no furo a curva de arrefecimento pode ser comparada com a curva teórica de arrefecimento e podemos calcular a resistência de contacto térmico, a difusividade e a capacidade térmica mássica.

Os métodos anteriormente referidos podem não dar o verdadeiro valor da condutividade, dado que o acto de perfurar a rocha pode causar perturbações desconhecidas nas rochas à volta do furo. As variações na condutividade podem ser insignificantes mas têm de ser testadas pela utilização de um método que considere um grande volume de rocha e reduza as alterações provocadas nas paredes. Este método vai entrar em consideração em grande escala com as características geológicas do meio.

A medida da condutividade *in situ* têm muitas desvantagens inerentes ao método; na verdade, todos os métodos que utilizam o fluxo de calor radial dão, como resultado, uma média para duas dimensões e que em muitos casos são ortogonais à direcção em relação à qual se está a medir a densidade do fluxo de calor. Contudo, isto não é um problema demasiado grave já que a imprecisão associado a este método é menor do que 10%. Por outro lado o facto das rochas serem anisotrópicas só tem algum significado no valor das propriedades térmicas médias no caso das rochas serem predominante xistos fracamente consolidados.

Os métodos *in situ* para determinar a condutividade e a difusividade térmica só devem, porém, ser aplicados nos casos em que é crucial conhecer a sua distribuição ao longo do furo. Estes métodos, têm a vantagem de analisar grandes quantidades de rocha, devido ao comprimento da sonda e do tempo de realização experimental ser reduzido. São utilizados com mais frequência em furos profundos onde as propriedades térmicas podem ser significativamente dependentes da temperatura e da pressão.

As medições *in situ* da condutividade em sedimentos oceânicos são mais fáceis de efectuar do que em furos continentais. A resistência de aquecimento está incluída na sonda que mergulha nos sedimentos e mede o gradiente térmico, a várias profundidades abaixo da

superfície sedimentar. O elemento de aquecimento é colocado entre os sensores de temperatura que registam o aumento de temperatura em função do tempo durante alguns minutos (Christoffel and Calhaem, 1969).

Outra alternativa é a de utilizar uma fonte de calor instantânea (Lister, 1979). A resistência de contacto é pequena e a sonda tem milímetros de diâmetro. Algumas vantagens e desvantagens deste tipo de sonda e uma descrição extensiva destes métodos é feita por Hyndman (1979).

Métodos muito idênticos aos métodos *in situ* atrás descritos podem ser realizados em laboratório. Os dispositivos são normalmente mais simples e, porque não têm de ser tão robustos, são mais baratos.

#### **1.2.4- MÉTODOS DE ESTIMAR PROPRIEDADES TÉRMICAS A PARTIR DA COMPOSIÇÃO MINERALÓGICA**

Muitas vezes é impossível ou inconveniente determinar as propriedades térmicas por medição directa. Nestes casos pode-se tentar estimar as propriedades térmicas da rocha a partir do conhecimento da sua composição mineralógica. Noutras situações pode ser necessário conhecer as propriedades térmicas de rochas porosas assim como as propriedades do fluido (por exemplo água) que está contido nos poros do material rochoso.

Numerosos modelos têm sido propostos mas todos eles têm certas deficiências. Os modelos mais gerais são mostrados na Fig. 1.9.

O principal problema nestes métodos consiste, contudo, na determinação de um modelo físico e das respectivas equações para o caso geral de uma dispersão aleatória de um sistema de multi-componentes que possa ser aplicado a uma ampla gama de componentes com estruturas e propriedades térmicas diferenciadas. Um dos primeiros modelos foi proposto por Maxwell (1891), sendo aplicado originalmente para determinar a condutividade eléctrica, podendo, contudo, ser também aplicado à determinação da condutividade térmica.



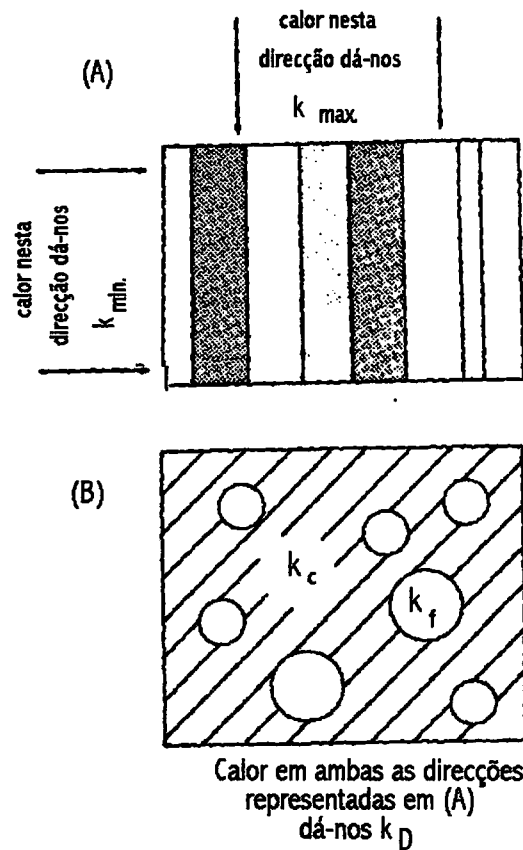


Fig. 1.9: (A) Modelo para calcular a condutividade máxima e mínima com os cristais ordenados em paralelo e em série, respectivamente. (B) Modelo para calcular a condutividade quando existe uma fase descontínua (k<sub>f</sub>) dispersa aleatoriamente numa matriz (k<sub>c</sub>)

As equações relevantes que dão a condutividade de uma rocha para um sistema dispersivo composta por dois componentes é:

$$k_D = k_c \left( \frac{X^* - 2V^*Y^*}{X^* + V^*Y^*} \right) \quad (1.17)$$

onde

V\* é a razão entre o volume da fase descontínua e o volume total;

$$X^* = (2r^* + 1)$$

$$Y^* = (r^* - 1)$$

$$r^* = k_c / k_f$$

$k_c$  é a condutividade da fase contínua (matriz),

$k_f$  é a condutividade da fase descontínua

Para um sistema de multi-componentes dispostos em série e em paralelo temos respectivamente:

$$k_{\text{máx}} = (\sum V_n^* k_n) / \sum V_n^* \quad (1.18)$$

$$k_{\text{mín}} = \sum V_n^* / (\sum V_n^* / k_n) \quad (1.19)$$

onde  $V_n^*$  é a fracção de volume ocupado pelo componente  $n$  de condutividade  $k_n$ . Se  $V_n^*$  é uma fracção proporcional ao volume então  $\sum V_n^* = 1$ .

Pode ser demonstrado que para sistemas com dois componentes,  $k_{\text{máx}}$  e  $k_{\text{mín}}$  são respectivamente os limites superior e inferior do modelo de Maxwell.  $k_{\text{máx}}$  e  $k_{\text{mín}}$  são muitas vezes chamados limites Hashin e Shtrickman (Hashin and Shtrickman, 1962) porém é possível demonstrar que eles são idênticos aos limites de Maxwell (1891). A principal diferença nestas duas aproximações é que no modelo de Maxwell se assume que a fase descontínua consiste em esferas enquanto na formulação de Hashin e Shtrickman não se assume que a fase descontínua consista em esferas; contudo, estes obtêm uma expressão mais geral que não é tratável a não ser que formas esféricas sejam assumidas.

Apesar da discussão anterior ter como objectivo a estimativa da condutividade de pequenas amostras rochosas baseadas na composição mineralógica e estrutura; o modelo pode também ser usado para estimar a condutividade dum grande volume de rocha constituído por elementos de diferentes condutividades.

## **1.2-5 - FONTES EXPERIMENTAIS DE ERRO**

### **1.2.5.1- PERDAS DE CALOR NO SISTEMA**

Nos dispositivos anteriormente referidos parte-se do princípio que a transferência de calor é unidimensional; no entanto podem ocorrer perdas de calor laterais, violando as condições sob as quais a equação do calor a uma dimensão é válida. Contudo, tomando certas precauções é possível minimizar esta fonte de erro e fazer com que o erro por ela provocado seja inferior a 5%. Por exemplo, no método da barra dividida é hábito trabalhar-se a uma temperatura próxima da temperatura ambiente e a diferença de temperatura entre as extremidades da barra não ultrapassa normalmente os 10 °C. Nestas condições o fluxo de energia é direccional dado que as perdas de calor laterais são desprezáveis.

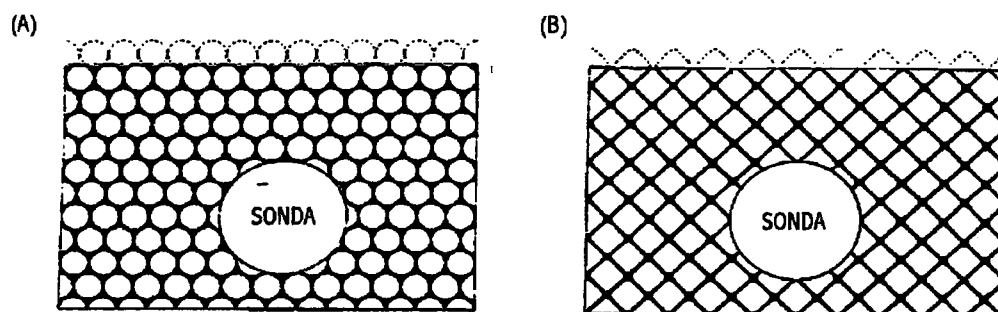
### **1.2.5.2- ERROS ASSOCIADOS ÀS MEDIÇÕES DA TEMPERATURA**

Outra fonte de erro é a leitura incorrecta do valor da temperatura, por causa da perda ou do ganho de calor ao longo dos cabos que sustentam os sensores (termopares ou termistores).

### **1.2.5.3- RESISTÊNCIA DE CONTACTO**

Tal como é indicado na Fig. 1.10 o modelo da zona de contacto entre as interfaces é bastante complexo e pode ser representado por um filme muito fino do fluido existente no sistema. Para este filme ser desprezável, a sua resistência térmica deve de ser pequena quando comparada com a da amostra ou do elemento de referência. A espessura do filme de contacto vai variar com a rugosidade da superfície, a qual, por sua vez, vai depender do tipo de amostra. Numa experiência típica a espessura pode variar desde 10 µm para uma rocha metamórfica ou ígnea de baixa porosidade, até 20 ou 30 µm para um calcário poroso. Se o fluido de contacto é a água ( $k = 0,59 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) a resistência térmica do filme pode variar de 1,7 até  $5 \times 10^{-5} \text{ KW}^{-1}$ . Ignorando a contribuição do filme de contacto o erro associado ronda os

5%. Por outro lado, se o fluido de contacto é o ar ( $k = 0,025 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ), então a resistência de contacto para cada filme varia entre  $40$  e  $120 \times 10^{-5} \text{ KW}^{-1}$  e já não pode ser ignorada (Beck 1988).



**Fig. 1.10:** Ilustração de como a resistência de contacto térmico quer para o aparato da barra dividida quer para a sonda de agulha, é função da estrutura macroscópica, da condutividade dos componentes e do tamanho e forma dos grãos. (A) grãos esféricos; (B) grãos cúbicos. As linhas escuras representam poros. Na parte superior de (A) está representada a superfície de contacto para um aparato da barra dividida. A área circular em ambas as figuras representa uma sonda de agulha colocada perpendicularmente à figura.

#### 1.2.-5.4.- TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

A última fonte de erro a ser considerada é a possibilidade de haver transferências de calor por convecção no fluido que preenche os poros da amostra durante a determinação experimental da condutividade..

Para o caso de uma camada de espessura finita e extensão infinita tratamentos teóricos têm sido apresentados por Lapwood (1948), Wooding (1957), Elder (1967) e Strauss (1974) para várias condições fronteiras. Para estudar este efeito é conveniente definir um parâmetro adimensional, conhecido por número de Rayleigh ( $Ra^*$ ), o qual contém o gradiente térmico; e, determinar o valor crítico ( $Ra_1^*$ ) acima do qual a convecção ocorre. Para um dado meio, o valor do gradiente térmico para o qual a convecção se inicia é denominado gradiente crítico.

O número de Rayleigh crítico ( $Ra_1^*$ ) que define o início da convecção vai depender da permeabilidade e difusividade térmica do meio, da viscosidade cinemática e do coeficiente de

expansão volumétrica, e do valor da componente do gradiente térmico paralelo à aceleração gravitacional; para um meio não saturado depende ainda da tensão superficial. Algumas destas propriedades são fortemente dependentes da temperatura. Em sondas cilíndricas do tipo agulha, a sua orientação é fundamental para o início da convecção: se a sonda estiver na horizontal as componentes verticais do gradiente da temperatura e do campo gravítico podem ser importantes e originar o início da convecção; se a sonda estiver orientada verticalmente o início da convecção é inibida porque o campo gravitacional que controla as forças de impulsão é perpendicular ao gradiente térmico.

Uma descrição detalhada destes efeitos foi feita por Fodemisi (1980).

## 2 - TEORIA DA CONDUÇÃO DO CALOR

### 2.1- EQUAÇÕES DA CONDUÇÃO DO CALOR

De acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica a variação da temperatura  $\Delta T$  que ocorre num corpo é acompanhada por uma variação na sua energia interna  $\Delta Q$ . Esta variação de energia é proporcional à massa do corpo

$$\Delta Q \propto m \Delta T \quad (2.1)$$

Podemos obter a equação introduzindo um factor de proporcionalidade que vai depender da substância:

$$\Delta Q = c m \Delta T \quad (2.2)$$

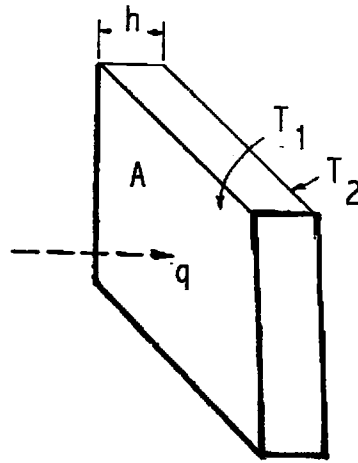
onde a constante de proporcionalidade  $c$  é denominada capacidade térmica mássica e tem por unidade  $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

#### 2.1.1- EQUAÇÕES DE FOURIER

A quantidade de calor que flui através de uma placa paralela e plana é proporcional à diferença de temperatura,  $T_2 - T_1$ , entre as duas superfícies fronteiras, à área  $A$ , ao tempo  $t$  durante o qual o calor flui; e inversamente proporcional à espessura  $h$  da placa (ver Fig. 2.1):

$$Q = -k \frac{T_2 - T_1}{h} At = -k \frac{\Delta T}{h} At \quad (2.3)$$

Esta constitui a chamada primeira equação de Fourier.



**Fig. 2.1.** O fluxo de calor através duma placa tal como foi definido por Fourier.  $T_2 > T_1$

A densidade do fluxo de calor é dada por:

$$q = -k \frac{dT}{dh} \quad (2.4)$$

a três dimensões a densidade do fluxo de calor pode ser representada por:

$$\mathbf{q} = -\bar{k} \text{ grad } T = -\bar{k} \nabla T \quad (2.5)$$

onde  $\mathbf{q}$  e  $\nabla T$  são vectores.

$\nabla T$  é o gradiente térmico e  $\bar{k}$ , é o tensor a condutividade térmica; dado por:

$$\bar{k} = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{pmatrix}$$

Como geralmente o calor flui perpendicularmente à superfície da Terra, em geotermia é hábito usar a equação unidimensional para a densidade do fluxo de calor:

$$q = k_{zz} \frac{dT}{dz} \quad (2.6)$$

Para simplificar não é hábito considerar o sinal negativo.

Contudo, devemos de tomar em consideração que as rochas, (especialmente as rochas sedimentares) são geralmente anisotrópicas e as medições da condutividade térmica são feitas na vertical. Por outro lado, a densidade do fluxo de calor é muitas vezes distorcido por fontes de calor locais e/ou contrastes de condutividade térmica das diferentes rochas.

Em termos práticos as unidades mais utilizadas em geotermia são  $\text{mWm}^{-2}$  ( $10^{-3} \text{ Wm}^{-2}$ ) para a densidade do fluxo de calor e  $\text{mK}^{-1}$  ( $10^{-3} \text{ K.m}^{-1}$ ) para o gradiente geotérmico.

A segunda equação de Fourier da condução de calor é uma consequência directa da primeira equação de Fourier e da Primeira Lei da Termodinâmica. Supondo que a energia flui segundo a direcção do eixo dos  $zz$  através de um elemento de volume  $dV = dx \, dy \, dz$ , a diferença entre o fluxo de energia que entra e o fluxo de energia que sai é igual à energia armazenada em  $dV$  (Fig. 2.2) na direcção do eixo dos  $zz$ , a energia armazenada por unidade de tempo  $t$  é dado por

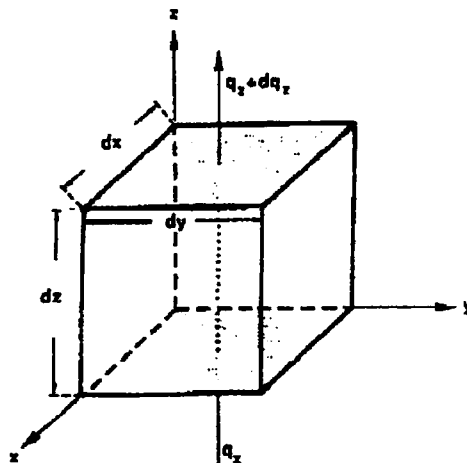


Fig. 2.2. Calor fluindo através de um elemento de volume  $dV = dx dy dz$



$$dq_z = \frac{\partial q_z}{\partial z} dz:$$

$$\begin{aligned} & [(q_z) - (q_z + dq_z)] dx dy = \\ & = \left( q_z - q_z - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dA = -\frac{\partial q_z}{\partial z} dV \end{aligned} \quad (2.7)$$

de forma idêntica podemos escrever a expressão para a energia armazenado segundo as outras duas direcções. Somando as contribuições das três direcções temos:

$$-\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dV \quad (2.8)$$

Por outro lado, a energia térmica armazenada num elemento de volume  $dV$  por unidade de tempo é igual a:

$$\Delta E = \rho c dV \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.9)$$

onde  $c$  é a capacidade térmica mássica,  $\rho$  é a massa volúmica e  $\frac{\partial T}{\partial t}$  é a variação da temperatura por unidade de tempo.

Igualando (2.8) e (2.9) obtemos a segunda equação de Fourier da condução do calor:

$$-\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.10 a)$$

ou

$$-\text{div}(\mathbf{q}) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.10 b)$$

Substituindo o  $q$  pela expressão dada pela eq (2.5) obtemos:

$$\left( \frac{\partial \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.10 c)$$

Na situação em que o material rochoso é isotrópico e homogéneo, i.e.,  $k_x = k_y = k_z = k$ , obtém-se:

$$k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.11 a)$$

ou

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \nabla^2 T = \alpha \operatorname{div}(\operatorname{grad} T) = \alpha \cdot \nabla^2 T \quad (2.11 b)$$

onde  $\alpha = k / \rho c$  é a difusividade térmica (Haenel et al. 1988)

## 2.1.2 - EQUAÇÃO DE POISSON E DE LAPLACE

Ele é fácil estender as equações de Fourier ao caso em que há fontes de calor (ou sumidouros de calor) no elemento de volume  $dV$ . Neste caso, o aquecimento do material no elemento  $dV$  é causado parcialmente pelo fluxo de calor e pelas fontes de calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \frac{A}{\rho c} \quad (2.12)$$

onde  $A$  é o calor produzido no elemento de volume do meio por unidade de tempo

Se a temperatura não varia com o tempo ( isto é, em regime estacionário,  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  ), a equação diferencial de Fourier reduz-se à equação de Poisson:

$$\nabla^2 T = - \frac{A}{k}. \quad (2.13)$$

Se a taxa de produção de calor A é muito pequena e pode ser desprezada, a equação de Poisson reduz-se à equação de Laplace:

$$\nabla^2 T = 0 \quad (2.14)$$

### 2.1.3 - COORDENADAS CILINDRICAS E ESFÉRICAS

Muitas vezes em geotermia, e não só, as coordenadas cartesianas não são as mais indicadas pelo que é necessário recorrer às coordenadas cilíndricas ou esféricas.

Em coordenadas cilíndricas (Fig. 2.3) a eq (2.12) escreve-se:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{A}{k} \quad (2.15)$$

Em coordenadas esféricas polares a equação (2.12) passa a ser:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{A}{k} \quad (2.16)$$

(Haenel et al. 1988).

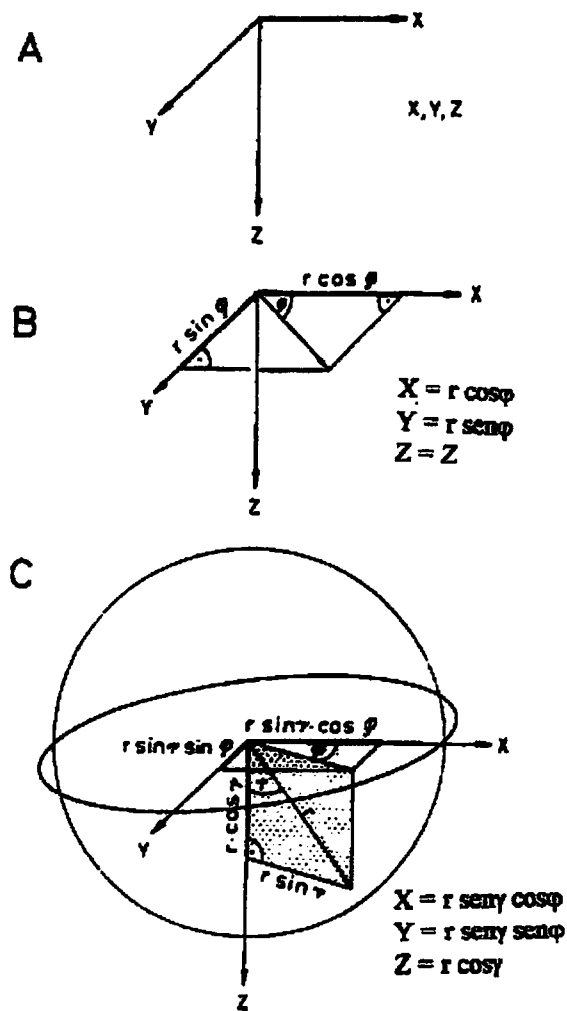


Fig. 2. 3. Sistema de coordenadas (A) cartesianas, (B) cilíndricas e (C) esféricas polares.

## **2.2- O SIGNIFICADO DA CONDUÇÃO DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO E A UMA DIMENSÃO**

O termo “condução em regime estacionário” significa que a temperatura no interior de um corpo não varia com o tempo. Uma consequência disto é que a taxa de fluxo de calor entre dois pontos arbitrários é constante ao longo do tempo. Então a lei que descreve a temperatura no interior do corpo é:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{A}{k}$$

em que T representa a temperatura e x, y e z referem-se às coordenadas espaciais.

O termo “unidimensional” é aplicado ao problema da condução do calor quando só é necessário uma coordenada para descrever a distribuição de temperatura no interior do corpo. Esta situação raramente existe nos problemas reais, mas um grande número de problemas práticos em engenharia e em geotermia aproximam-se da situação unidimensional. Seguem-se alguns exemplos úteis.

### **2.2.1- PLACA PLANA COM A TEMPERATURA CONSTANTE NAS FRONTEIRAS**

O problema mais simples de condução de calor é o de uma parede plana de espessura finita mas de extensão infinita em que cada face é mantida a temperatura constante. A distribuição de temperatura e o fluxo de calor através da placa pode ser calculado a partir da lei de condução de calor de Fourier.

A Fig. 2.4 ilustra uma placa de espessura  $\Delta x$  cujo material de que é feita tem uma condutividade térmica k. As duas faces são mantidas à temperatura  $T_1$  e  $T_2$ . A única coordenada necessária é aquela que tiver uma direcção normal à parede e que pode ser

designada por  $x$ . A designação  $x_1$  refere-se à parede que se encontra à temperatura  $T_1$ , e,  $x_2$  refere-se à parede que está à temperatura  $T_2$ .

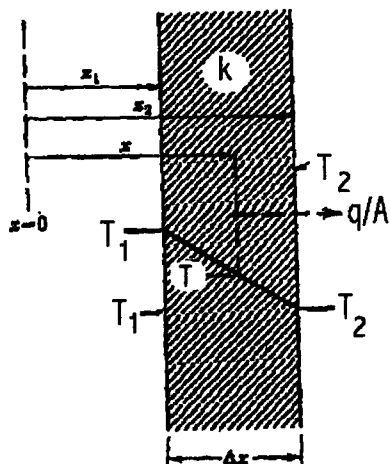


Fig. 2.4. Placa plana de temperatura definida nas suas faces.

Desde que não haja produção interna de calor a equação diferencial para a condução de calor em regime estacionário, toma a forma:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (2.17)$$

com as seguintes condições fronteira:

$$\text{para } x = x_1; T = T_1$$

$$\text{para } x = x_2; T = T_2.$$

A solução da equação é

$$T = Bx + C \quad (2.18)$$

Os símbolos  $B$  e  $C$  são constantes de integração. Aplicando as condições fronteira resolvendo em ordem a  $B$  e a  $C$  e em seguida substituindo na eq (2.18) obtemos a seguinte expressão linear para a distribuição da temperatura na placa:

$$T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad (2.19)$$

A taxa do fluxo de calor através da parede pode ser calculada pela lei de Fourier tomando a forma:

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (2.20)$$

derivando a eq (2.19) em ordem a x e substituindo na eq (2.20) obtém-se

$$\frac{q}{A} = k \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} \quad (2.21)$$

A expressão anterior pode ser escrita em termos de  $q/A$ , i.e., o fluxo de calor por unidade de área, desde que a placa possa ser considerada infinita e o efeito das extremidades possa ser desprezado.

Quer a distribuição de calor quer a lei de Fourier partem do princípio de que a condutividade térmica é constante (Chapman, 1974).

## **2.2.2 - PAREDE COM MULTIPLAS CAMADAS E TEMPERATURA CONSTANTE NAS FRONTEIRAS**

Consideramos agora uma placa com várias camadas de materiais diferentes com espessuras e condutividades térmicas diferentes. A Fig. 2.5 mostra uma placa com três camadas; no entanto, este raciocínio é válido para um número qualquer de camadas. Designamos a zona de contacto de dois materiais diferentes pelos números 1, 2, 3 e 4 e foi adoptada a seguinte convenção:

$\Delta x_{mn}$  = espessura do material entre o plano m e o plano n

$k_{mn}$  = condutividade térmica do material entre o plano m e o plano n.

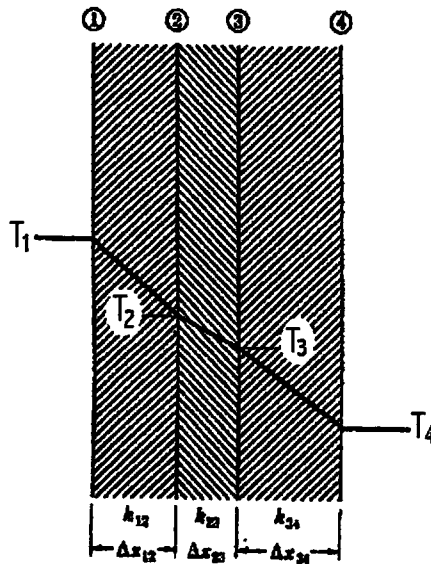


Fig. 2.5. Placa com várias camadas com temperatura, espessura e condutividade térmica diferentes.

Se as temperaturas exteriores forem especificadas (i.e.,  $T_1$  e  $T_4$ , respectivamente) assim como a espessura e a condutividade de todas as camadas, e desde que a condução se faça em regime estacionário sem produção de calor podemos aplicar a eq (2.21) e obter:

$$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\Delta x_{12} / k_{12}} + \frac{T_2 - T_3}{\Delta x_{23} / k_{23}} + \frac{T_3 - T_4}{\Delta x_{34} / k_{34}} \quad (2.22)$$

Resolvendo para cada diferença de temperatura e adicionando as equações obtidas as temperaturas desconhecidas são eliminadas e a expressão para o fluxo de calor ao longo da placa toma a forma:

$$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_4}{\frac{\Delta x_{12}}{k_{12}} + \frac{\Delta x_{23}}{k_{23}} + \frac{\Delta x_{34}}{k_{34}}} \quad (2.23)$$



## 2.3- O EFEITO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA VARIÁVEL

As duas situações anteriormente referidas partem do pressuposto que a condutividade térmica é constante; no entanto, vai-se também admitir que a placa apresenta uma condutividade que varia com a temperatura de acordo com a equação  $k = k_0 (1 + bT)$

Por uma questão de simplicidade consideramos a condução através de uma placa plana de espessura  $\Delta x$  e com temperaturas à superfície uniformes  $T_1$  e  $T_2$ . Ver Fig. 2.6.

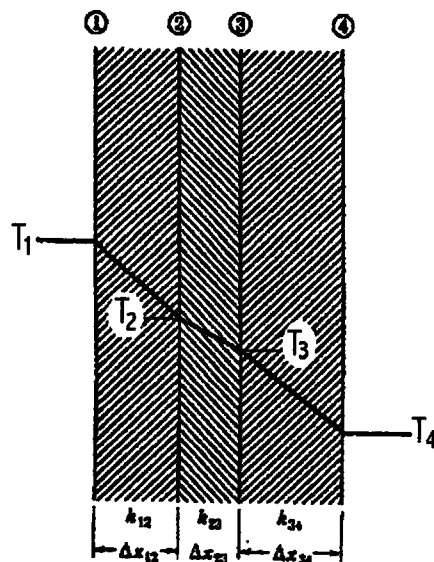


Fig. 2.6. Placa plana de espessura  $\Delta x$  e com a temperatura à superfície uniforme. Dentro da placa a condutividade varia com a temperatura de acordo com a equação  $k = k_0 (1 + bT)$

Recorrendo novamente à lei de Fourier, o fluxo de calor por unidade de área é:

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (2.24)$$

$$q = -k_0(1 + bT) \frac{dT}{dx} A$$

Desde que estejamos em regime estacionário  $q/A$  é constante a equação anterior pode ser integrada, e, resolvida por separação de variáveis obtendo-se:

$$\frac{q}{A} = k_0 \left[ 1 + \frac{b}{2}(T_1 + T_2) \right] \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \quad (2.25)$$

Se introduzirmos o conceito de condutividade térmica média como sendo dada por:

$$k_m = k_0 \left[ 1 + \frac{b}{2}(T_1 + T_2) \right]$$

então, a equação (2.25) reduz-se a

$$\frac{q}{A} = k_m \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} \quad (2.26)$$

Na forma esta equação é idêntica à da eq (2.21) contudo enquanto que nesta a condutividade térmica é constante na eq (2.26) a condutividade é uma média.

## **2.4- CASOS QUE ENVOLVEM A PRODUÇÃO DE CALOR**

### **2.4.1- DISTRIBUIÇÃO DA PRODUÇÃO DE CALOR UNIFORME AO LONGO DUMA PLACA**

Consideramos novamente uma placa plana em que a temperatura nas suas superfícies é conhecida. Vamos também admitir que dentro desta há fontes de calor uniformemente distribuídas e que produzem calor por unidade de volume à taxa  $A$ . A distribuição da temperatura em regime estacionário e a taxa de fluxo de calor pode ser calculada e comparada

com os resultados obtidos anteriormente, na ausência de produção de calor. Neste caso a equação diferencial que rege este processo toma a seguinte forma:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{A}{k} = 0 \quad (2.27)$$

com as seguintes condições fronteira:

$$\text{para } x = x_1; T = T_1$$

$$\text{para } x = x_2; T = T_2.$$

Integrando duas vezes a eq (2.27) obtêmos:

$$T + \frac{A}{k} \frac{x^2}{2} = Bx + C \quad (2.28)$$

Aplicando as duas condições fronteira podemos calcular as constantes B e C. Substituindo estes resultados na equação original e rearranjando os termos obtemos a seguinte equação da distribuição da temperatura:

$$T = \left[ T_1 + \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \right] + \left[ \frac{A(x_2 - x_1)^2}{2k} \right] \left[ \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} - \left( \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right)^2 \right] \quad (2.29)$$

Comparando este resultado com o da placa sem produção de calor (eq (2.19)) verificamos que a variação linear da temperatura é alterada pela presença do segundo termo que envolve a taxa de produção interna de calor (Chapman, 1974).

## 2.5- CONDUÇÃO DO CALOR A DUAS OU MAIS DIMENSÕES

Nesta secção vão ser referidas algumas situações que envolvem a condução do calor mas que para serem completamente descritas necessitam de duas coordenadas independentes. Isto significa que a condução ou ocorre em regime estacionário, e então são necessárias duas coordenadas espaciais para a descrever, ou em regime não estacionário e necessita-se de uma coordenada espacial e a outra coordenada é temporal.

### 2.5.1- CONDUÇÃO DO CALOR NUMA PLACA RECTANGULAR EM REGIME ESTACIONÁRIO

Vamos considerar a condução do calor numa placa rectangular em regime estacionário, tal como se pode ver na Fig. 2.7. O sistema de coordenadas que melhor se adapta a este problema é o sistema de coordenadas cartesianas. Consideramos que a placa está sobre o plano x-y em que a origem das coordenadas coincide com a extremidade inferior esquerda da placa; a dimensão segundo o eixo dos z é praticamente infinita e as extremidades não causam perturbações. A equação que descreve esta situação é a seguinte:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (2.30)$$

Como a equação da condução de calor é uma equação diferencial linear, podemos aplicar o princípio da sobreposição.

A solução da eq (2.30) é calculada assumindo que a distribuição da temperatura é expressa como um produto de duas funções (método de separação de variáveis). Cada uma envolvendo somente uma variável independente. Isto é, se  $X(x)$  é uma função de  $x$  e  $Y(y)$  é uma função só de  $y$ , assumimos que a temperatura  $T$  é dado por:

$$T = X(x).Y(y) \quad (2.31)$$

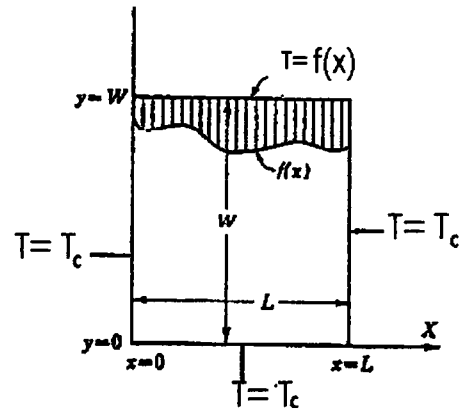


Fig. 2.7. Placa rectangular com uma distribuição variável da temperatura numa das faces e temperatura constante nas outras faces.

Substituindo na eq (2.30) e rearranjando a expressão obtemos:

$$-\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2}$$

Como cada membro da equação contém uma só variável independente, é possível afirmar que são ambas iguais a uma constante  $\lambda^2$ :

$$-\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = \lambda^2$$

Esta equação é equivalente a duas equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \lambda^2 X = 0$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} - \lambda^2 Y = 0$$

cujas soluções são:

$$Y = B_1 \sinh \lambda y + B_2 \cosh \lambda y$$

$$X = B_3 \sin \lambda x + B_4 \cos \lambda x$$

Substituindo estas soluções na equação geral (2.30) obtemos a seguinte expressão para a distribuição da temperatura:

$$T = ( B_1 \sinh \lambda y + B_2 \cosh \lambda y ) ( B_3 \sin \lambda x + B_4 \cos \lambda x ) \quad (2.32)$$

onde  $\lambda$  e  $B_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) são constantes de integração que podem ser calculadas por intermédio das condições fronteira (Chapman, 1974).

## **2.5.2 - CONDUÇÃO DO CALOR UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE**

### **2.5.2.1 - CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE NUMA PLACA INFINITA**

Vamos considerar novamente uma placa com uma espessura finita segundo uma direcção mas com extensão infinita segundo as outras duas direcções (ver Fig. 2.8.). Neste caso, a equação de condução de calor, sem produção de calor interno reduz-se à forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.33)$$

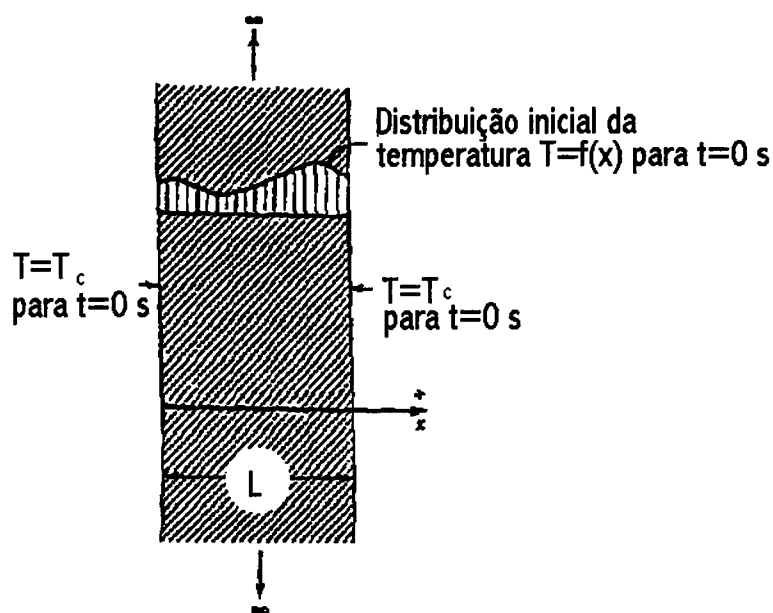


Fig. 2.8. Placa plana de espessura finita segundo uma direcção mas tendo uma extensão infinita nas outras direcções.

A solução desta equação também pode ser determinada aplicando o método de separação de variáveis, tal como foi feito anteriormente e a solução geral da eq (2.33) é:

$$T = e^{-\lambda^2 \alpha t} (B_1 \sin \lambda x + B_2 \cos \lambda x) \quad (2.34)$$

As constantes de integração são determinadas de acordo com as condições fronteira específicas para cada problema.

## 2.6- CONDUÇÃO DO CALOR A MAIS DO QUE UMA DIMENSÃO EM REGIME TRANSIENTE

As situações anteriormente descritas referem-se a configurações muito peculiares, podendo-se afirmar que são modelos irrealistas. Estas foram escolhidas para assegurar que a

temperatura no interior de um sólido depende de uma só coordenada espacial e de uma coordenada temporal. Em certas situações, desprezam-se os efeitos causados pelas extremidades não causando grandes efeitos nos resultados obtidos. Contudo, nem sempre esta simplificação é válida e a condução em regime transiente a mais do que uma dimensão espacial tem de ser considerada.

Sob certas condições, as soluções de problemas em regime transiente a duas ou a três dimensões podem ser obtidas pelo simples produto da sobreposição das soluções dos respectivos problemas unidimensionais. Como exemplo do princípio de sobreposição, consideremos o problema da condução de calor numa barra rectangular em regime transiente (ver Fig. 2.9). A barra tem a espessura  $D$  na direcção  $x$  e tem a espessura  $W$  na direcção  $y$ . Considerando que tem extensão infinita segundo o eixo dos  $z$ , a condução só ocorre segundo as direcções  $x$  e  $y$ . O problema é, então, uma situação bidimensional em regime transiente.

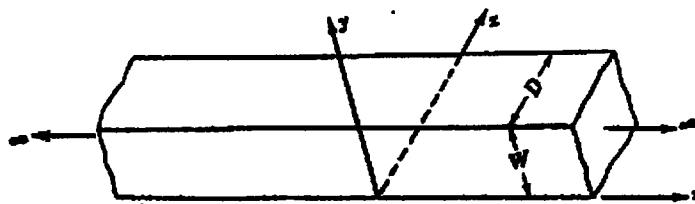


Fig. 2.9. Uma barra rectangular de comprimento infinito.

Inicialmente a barra é aquecida e a distribuição da temperatura só depende de  $x$  e de  $y$ . A distribuição inicial é designada por  $f(x, y)$ . No tempo  $t = 0$  s assume-se que a barra é colocada em contacto com um fluido à temperatura constante  $T_f$ . Se a diferença de temperatura variável,  $\theta$ , for definida como:

$$\theta = T - T_f \quad (2.35)$$

então a equação diferencial que tem de ser resolvida é:



$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (2.36)$$

com as seguintes condições fronteira:

$$\text{para } t = 0 \text{ s; } \theta = f(x, y) - T_f = F(x, y)$$

$$\text{para } t \geq 0 \text{ s; } x = 0 \text{ e } x = D, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = \pm \frac{h}{k} \theta$$

$$y = 0 \text{ e } y = W, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \pm \frac{h}{k} \theta \quad (2.37)$$

Nas condições fronteira o sinal positivo aplica-se quando  $x = 0$  e  $y = 0$ , enquanto o sinal negativo aplica-se quando  $x = D$  e  $y = W$ .

Novamente, se a diferença entre a função distribuição da temperatura e a temperatura inicial  $F(x, y)$ , poder ser factorizada na forma de um produto de outras duas funções, cada uma envolvendo uma só variável espacial independente, a condição inicial pode ser substituída:

$$\text{para } t = 0 \text{ s; } \theta = F(x, y) = F_1(x) \cdot F_2(y) \quad (2.38)$$

Sob estas condições, a solução da eq (2.36) sujeita às condições representadas pela eq (2.37) pode ser expressa como o produto de duas soluções transientes unidimensionais que já são conhecidas. A solução pode ser representada pelo seguinte produto:

$$\theta = \theta_x(x, t) \cdot \theta_y(y, t) \quad (2.39)$$

Substituindo a eq (2.39) na eq (2.36) obtemos

$$\frac{1}{\alpha} \left( \theta_y \frac{\partial \theta_x}{\partial t} + \theta_x \frac{\partial \theta_y}{\partial t} \right) = \theta_y \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + \theta_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (2.40)$$

$$\theta_y \left( \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta_x}{\partial t} - \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \right) + \theta_x \left( \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta_y}{\partial t} - \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} \right) = 0$$

As condições fronteira (eq (2.37)) e a condição inicial (eq (2.38)) passam a ser:

$$\text{para } t = 0 \text{ s; } \theta = \theta_x \cdot \theta_y = F_1(x) \cdot F_2(y)$$

$$\text{para } t \geq 0 \text{ s; e } x = 0 \text{ e } x = D, \quad \theta_y \frac{\partial \theta_x}{\partial x} = \pm \frac{h}{k} \theta_x \theta_y$$

$$y = 0 \text{ e } y = W, \quad \theta_x \frac{\partial \theta_y}{\partial y} = \pm \frac{h}{k} \theta_x \theta_y \quad (2.41)$$

O exposto anteriormente mostra que a solução dum problema de condução bidimensional em regime transiente pode ser obtido calculando o produto de dois problemas unidimensionais.

O princípio do produto de sobreposição pode ser aplicado às mais variadas configurações com a restrição de que só pode ser utilizado quando a distribuição de temperatura inicial poder ser factorizada num produto de funções, cada uma envolvendo só uma variável espacial independente.

## 2.7 - MEIO SEMI-INFINITO SUJEITO A UMA VARIACÃO PERIÓDICA DA TEMPERATURA À SUPERFÍCIE

Um exemplo, que no presente trabalho tem interesse referir é o da condução do calor a uma dimensão mas em que as condições fronteira dependem do tempo. Para simplificar a

formulação matemática envolvida, vamos considerar o caso especial em que só uma das fronteiras é considerada. Consideremos uma placa de espessura semi-infinita, como se pode ver na Fig. 2.10, e em que a temperatura à superfície varia de uma maneira sinusoidal.

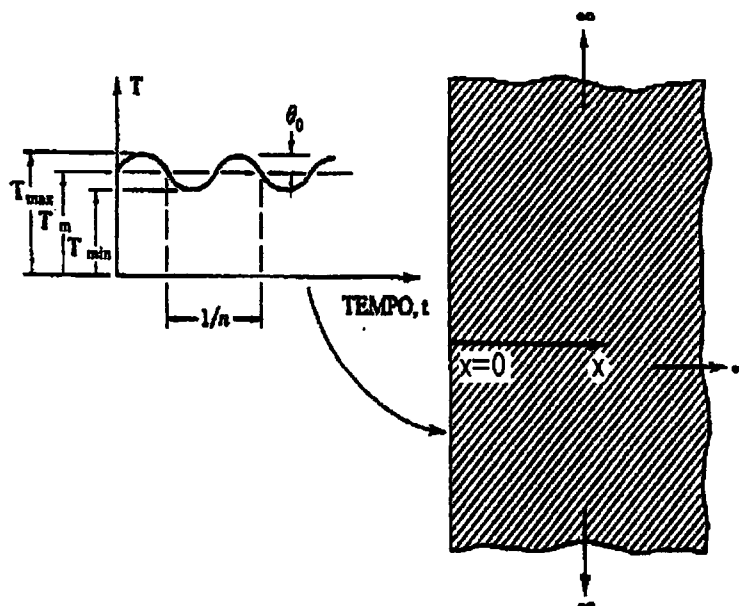


Fig. 2.10. Variação periódica da temperatura à superfície de um sólido semi-infinito.

Assume-se que o fluxo de calor ocorre somente segundo o eixo dos  $xx$ . Como a parede é considerada infinita na direcção  $y$  o efeito das extremidades é desprezável. Podemos também assumir que a espessura da parede na direcção do eixo dos  $xx$  é tão grande que a variação da temperatura em função do tempo no interior da parede depende somente da condição imposta à superfície ( $x=0$ ). Este modelo é de particular importância neste trabalho. Na verdade, a Terra vai ser modelizada como um sólido semi-infinito em que a sua superfície é sujeita a variações de temperatura que variam no tempo, i.e., variações climáticas.

As condições fronteira à superfície do sólido, para  $x = 0$  podem ser consideradas como variações sinusoidais da temperatura, tal como se pode ver na Fig. 2.10. A oscilação da temperatura à superfície ocorre entre um valor máximo  $T_{m\acute{a}x}$  e um mínimo  $T_{m\acute{i}n}$ . Designando por  $T_m$  a temperatura média à superfície, pode afirmar-se que:

$$T_m = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} \quad (2.42)$$

Definindo uma temperatura variável,  $\theta$ , como:

$$\theta = T - T_m \quad (2.43)$$

pode-se expressar a condição fronteira à superfície como:

$$\theta_{x=0} = \theta_0 \text{ sen } (2\pi n t) \quad (2.44)$$

onde  $\theta_0$  é a amplitude dada por  $(T_m = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2})$ ,  $n$  é a frequência de oscilação e  $t$  é o tempo.

A equação da condução unidimensional em regime não estacionário é:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (2.45)$$

A solução obtida (eq (2.34)) é apenas uma solução possível. A determinação da solução particular depende das condições fronteira.

Seguindo um procedimento idêntico ao que já anteriormente foi utilizado podemos representar a solução da equação anterior como produto de duas funções diferentes:

$$\theta = T(t) \cdot X(x) \quad (2.46)$$

Substituindo na eq (2.45) e rearranjando os termos obtém-se:

$$\frac{1}{\alpha T} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \pm i \lambda^2$$

onde  $i$  é a unidade imaginária. A equação anterior é equivalente a:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} - (\pm i \lambda^2 \alpha T) &= 0 \\ \frac{d^2 X}{dx^2} - (\pm i \lambda^2 X) &= 0 \end{aligned} \quad (2.47)$$

Cada uma destas equações tem duas soluções (uma para cada sinal de  $\lambda$ ). Considerando primeiro o sinal positivo, temos:

$$\begin{aligned} T &= B_1 e^{i \lambda^2 \alpha t} \\ X &= B_2 e^{\lambda \sqrt{i x}} + B_3 e^{-\lambda \sqrt{i x}} \end{aligned}$$

Como  $\theta = T.X$  para o sinal positivo

$$\theta_+ = B_1 e^{i \lambda^2 \alpha t} ( B_2 e^{\lambda \sqrt{i x}} + B_3 e^{-\lambda \sqrt{i x}} )$$

e, como  $\sqrt{i} = (1+i)/\sqrt{2}$ , a expressão anterior pode ser escrita como:

$$\theta_+ = B_1 e^{-\lambda x / \sqrt{2}} \left[ B_2 e^{\sqrt{2} \lambda x} e^{-i(\lambda^2 \alpha t + \lambda x / \sqrt{2})} + B_3 e^{i(\lambda^2 \alpha t - \lambda x / \sqrt{2})} \right]$$

De forma idêntica quando o sinal é negativo, a solução fica:

$$\theta_- = B_1^* e^{-\lambda x / \sqrt{2}} \left[ B_2^* e^{\sqrt{2} \lambda x} e^{-i(\lambda^2 \alpha t + \lambda x / \sqrt{2})} + B_3^* e^{-i(\lambda^2 \alpha t - \lambda x / \sqrt{2})} \right]$$

A soma destas duas soluções é também uma solução:

$$\theta = \theta_+ + \theta_-$$

Fazendo  $B_2 = B_2^* = 0$ ,  $\theta$  passa a ser  $\infty$  quando  $x \rightarrow \infty$ . Então a solução pode ser escrita como:

$$\theta = e^{-\lambda x / \sqrt{2}} [C \cos(\lambda^2 kt - \lambda x / \sqrt{2}) + D \sin(\lambda^2 kt - \lambda x / \sqrt{2})]$$

Os símbolos C e D são constantes que dependem de  $B_1$ ,  $B_3$ ,  $B_1^*$  e  $B_3^*$ . Tal como se pode ver na eq (2.48) a condição fronteira para  $x = 0$  é

$$\theta_{x=0} = \theta_0 \sin(2\pi nt) \quad (2.48)$$

Aplicando a relação anterior, obtemos:

$$\theta_0 \sin 2\pi nt = C \cos \lambda^2 \alpha t + D \sin \lambda^2 \alpha t$$

Isto mostra que

$$C = 0$$

$$D = \theta_0$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\pi n}{\alpha}}$$

Então a solução para a variação da temperatura com o tempo num plano no interior da parede é

$$\theta = \theta_0 e^{-x\sqrt{n\pi/k}} \sin\left(2\pi nt - x\sqrt{\frac{\pi n}{k}}\right) \quad (2.49)$$

Comparando com a variação imposta à superfície,  $x = 0$ , verificamos que a uma dada distância da superfície a variação da temperatura é uma função periódica com o mesmo período mas com uma amplitude que decresce exponencialmente com a distância. Isto é, a amplitude à distância  $x$  é

$$(\theta_m)_x = \theta_o e^{-x\sqrt{\pi n/k}} \quad (2.50)$$

Também o período à distância  $x$  a partir da superfície tem o mesmo valor que à superfície, mas com um atraso temporal igual a

$$\Delta t = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1}{\alpha \pi n}} \quad (2.51)$$

Estes factos estão ilustrados na Fig. 2.11.

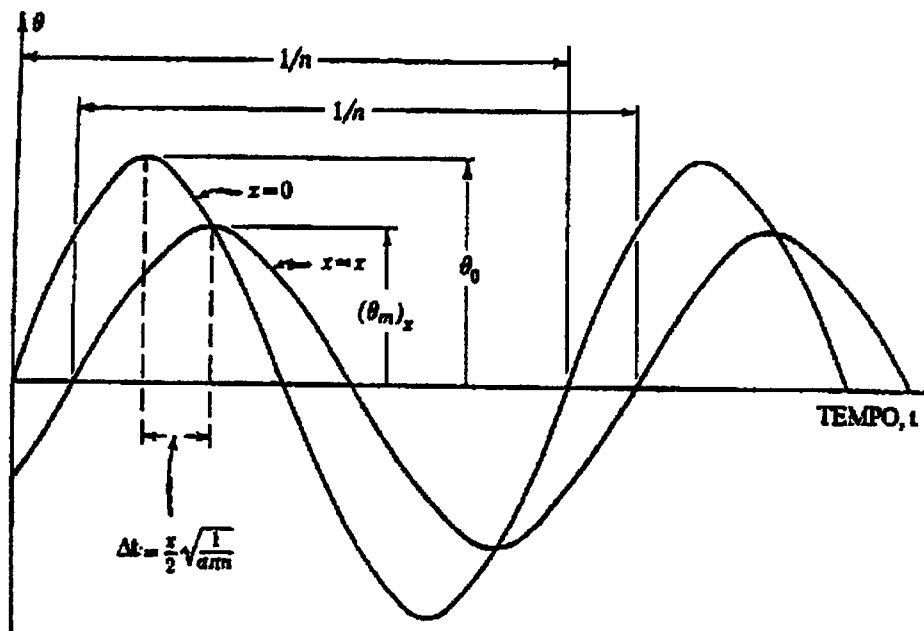


Fig. 2.11. Distribuição da temperatura para duas profundidades num sólido semi-infinito sujeito a uma variação periódica da temperatura à superfície.

A solução, da eq (2.49), também mostra que num dado instante  $t$  a distribuição da temperatura através do sólido é uma onda amortecida. Isto é ilustrado na Fig. 2.12 onde está representada a distribuição de temperatura para dois tempos diferentes.

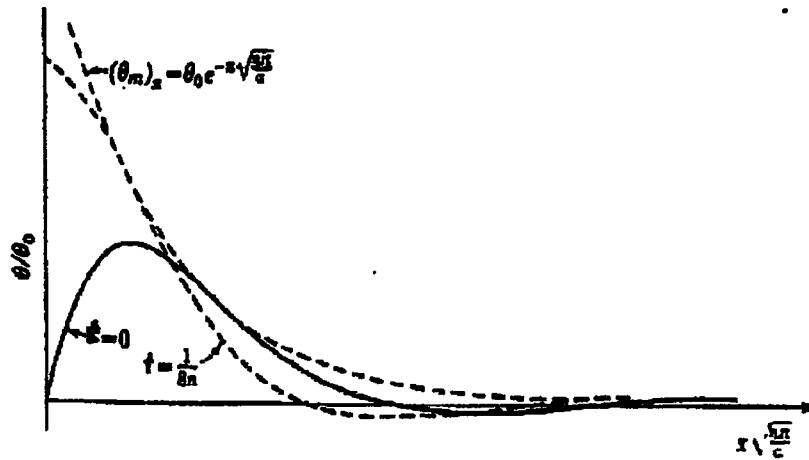


Fig. 2.12. Distribuição da temperatura para dois tempos diferentes num sólido semi-infinito sujeito a uma variação periódica da temperatura à superfície.

O estudo das ondas térmicas diurnas, mensais ou anuais na Terra causadas por variações da temperatura pode ser estudado com as equações apresentadas anteriormente (Chapman, 1974).

## 2.8- CONDUÇÃO DE CALOR NUM MEIO ANISOTRÓPICO

Uma situação simples mas com interesse em geotermia é aquela em que existem duas direcções principais segundo as quais a condutividade é diferente. Consideremos o caso de uma rocha sedimentar em que a condutividade numa direcção perpendicular à estratificação é diferente da condutividade numa direcção paralela à estratificação (ver a Fig. 2.13).



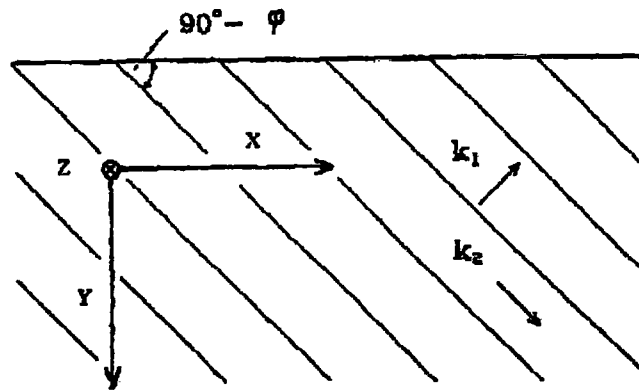


Fig. 2.13. Exemplo de uma rocha sedimentar inclinada com condutividade  $k_1$  e  $k_2$  perpendicular e paralelamente à estratificação, respectivamente.

Neste caso o tensor condutividade  $\mathbf{k}$ , assume a forma

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

$$= \begin{pmatrix} k_1 \cos^2 \varphi + k_2 \sin^2 \varphi & 0,5 \sin 2\varphi (k_2 - k_1) & 0 \\ 0,5 \sin 2\varphi (k_2 - k_1) & k_1 \sin^2 \varphi + k_2 \cos^2 \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

onde  $(90^\circ - \varphi)$  é a inclinação do estrato a partir da horizontal e  $k_1$  e  $k_2$  são os principais valores da condutividade térmica nas direcções perpendicular e paralela à estratificação respectivamente. O eixo dos  $zz$  é perpendicular ao plano  $xy$ , e é paralelo a todas as camadas. Então, no caso bidimensional, a temperatura não varia na direcção dos  $zz$  e o gradiente térmico,  $\text{grad}(T)$ , é constante no plano  $xy$ . O vector densidade do fluxo de calor,  $\mathbf{q}$ , está relacionado com o gradiente pela expressão:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{k} \text{ grad}(T) \quad (2.54)$$

Substituindo a eq (2.53) na eq (2.54) e tomando em conta o facto que o  $\text{grad}(T)=(\partial T/\partial x, \partial T/\partial y, 0)$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= -(k_1 \cos^2 \varphi + k_2 \sin^2 \varphi) \frac{\partial T}{\partial x} - 0,5 \sin 2j (k_2 - k_1) \frac{\partial T}{\partial y} \\
 q_2 &= -0,5 \sin 2j (k_2 - k_1) \frac{\partial T}{\partial x} - (k_1 \sin^2 \varphi + k_2 \cos^2 \varphi) \frac{\partial T}{\partial y} \\
 q_3 &= 0
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

Isto significa que o vector densidade do fluxo de calor também permanece no plano xy, mas é geralmente diferente do gradiente térmico. Em termos práticos, estes resultados indicam que o vector densidade do fluxo de calor pode sofrer refração quando existem contrastes da condutividade na horizontal De acordo com a convenção utilizada em geotermia, o fluxo de calor vertical considera-se que tem sinal simétrico ao que é originado pelas eqs (2.54) e (2.55).

Em regime estacionário, a distribuição da temperatura  $T(x, y)$  deve obedecer à equação da condução do calor

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{11} \frac{\partial T}{\partial x} + k_{12} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{21} \frac{\partial T}{\partial x} + k_{22} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -A \tag{2.56}$$

onde A descreve as fontes de calor e  $k_{ij}$  são as componentes do tensor condutividade dado pela eq (2.53) (Safanda, 1995).

### **3 - DETERMINAÇÃO DO FLUXO DE CALOR CONTINENTAL**

Todas as teorias interessadas na origem e evolução das estruturas à superfície da Terra, necessitam de conhecer, de uma forma implícita ou explícita os fenómenos que decorrem no seu interior, nos quais a energia térmica joga um papel preponderante. Por esse motivo, a quantidade de calor que atravessa a superfície da Terra a partir do interior é uma quantidade de importância fundamental em geofísica.

O fluxo de calor terrestre, que em média varia entre 60 e 80  $\text{mWm}^{-2}$ , é a manifestação superficial da energia interna da Terra. O seu valor é aproximadamente  $8 \times 10^{20}$  J/ano, o que é várias ordens de grandeza maior que a energia dissipada na actividade sísmica ou vulcânica. Este fluxo de energia do interior da Terra resulta do campo de temperatura no interior da Terra e implica diferentes processos tectónicos. O seu conhecimento é, então, muito importante em geofísica e em geologia, e é campo de investigação em estudos da estrutura da crosta e litosfera ajudando a compreender a natureza da sua evolução.

O regime térmico da Terra a uma escala de tempo geológico é um fenómeno tridimensional em regime transiente, em que a componente mais importante da transferência de energia é radial. Porém, se reduzirmos a escala temporal a um intervalo de tempo compreendido entre as centenas de milhar de anos até a alguns milhares de anos podemos afirmar que o regime térmico se aproxima do regime estacionário; já que a transferência de calor por movimento de massa (convecção sólida) pode ser desprezada e a contribuição das fontes de calor radiogénicas em muitas situações é mínima. Por outro lado, as profundidades para as quais se fazem as medições é muito pequena quando comparada com o raio da Terra pelo que se torna relevante a condução do calor na vertical. Na prática este pressuposto requer algumas simplificações, nomeadamente a de, localmente, reduzir a superfície da Terra a um plano horizontal e considerar estruturas geológicas mais simples do que elas são na realidade. O problema é então reduzido a uma situação unidimensional em regime estacionário e o que se pretende determinar é a chamada densidade de fluxo de calor (DFC), que é a quantidade de energia que atravessa a superfície da Terra, por unidade de área e unidade de tempo.

A DFC é calculado como o produto da condutividade térmica  $k$  e o gradiente geotérmico,  $\nabla T$ , de acordo com a lei de Fourier  $q = -k\nabla T = -k dT/dz$  que, para o caso unidimensional toma este aspecto. A unidade da densidade do fluxo de calor no sistema SI é  $Jm^{-2}s^{-1}$  ou  $Wm^{-2}$ .

Na prática o gradiente geotérmico é calculado a partir de medições da temperatura feitas em furos, minas e túneis, ou em sedimentos no fundo dos lagos e oceanos; a condutividade, como já vimos anteriormente, é determinada em pequenas amostras de rochas obtidas durante a perfuração ou na vizinhança dos furos. Existem dois métodos de combinar os valores da condutividade térmica e o gradiente térmico para calcular a DFC e que são designados por “método do intervalo” e “método de Bullard”.

A DFC calculada por cada um destes métodos é um valor local que caracteriza uma região que tenha as dimensões da mesma ordem de grandeza da profundidade do furo onde se fez a determinação. A DFC normalmente pode conter uma componente transiente, muito subtil e difícil de quantificar, devido a variações das condições à superfície da Terra (transferência de calor devido ao movimento das águas superficiais, variações da temperatura à superfície, efeitos estruturais incluindo a condutividade térmica a duas ou a três dimensões, variação na produção de calor, erosão e sedimentação). Neste capítulo vai falar-se um pouco sobre as correcções a aplicar aos dados de temperatura obtidos em furos com vista a corrigir as variações climáticas, a erosão, a sedimentação, o movimento das águas superficiais (Ribeiro, 1987).

Parte-se do princípio que as temperaturas no subsolo foram medidas depois de terem cessado as perturbações introduzidas pelo facto de se ter feito a perfuração. Esta perturbação da temperatura é devido essencialmente à circulação da lama ou do fluido de arrefecimento, a convecção térmica livre e ao fluxo de água ao longo do furo.

É habitual considerar medições de temperatura a partir dos 30 m de profundidade porque a essa profundidade os dados já não são afectados pela variação anual da temperatura à superfície.

### 3.1- MEDIÇÕES DO GRADIENTE TÉRMICO

As medições do gradiente térmico na crosta da Terra começaram a ser feitas desde o início do século XVIII. Contudo, só em 1867 elas começaram a ser feitas de uma forma sistemática e com carácter científico pela “British Association for the Advancement of Science”. Desde então esforços têm sido feitos para recolher e compilar dados de temperatura obtidos quer na Terra quer nos oceanos.

Inicialmente os resultados publicados eram recolhidos com termómetros de máximo ou termistores. Termómetros de resistência de platina também foram utilizados no passado. Estes, contudo, não eram os mais adequados para fazer medições em furos profundos porque o equipamento era muito pesado, podendo, nalguns casos, atingir os 200 kg. A maior parte dos valores foram obtidos em furos; no entanto, alguns deles foram obtidos em minas e em túneis.

Quando fazemos as determinações do gradiente térmico num furo é aconselhável que ele esteja cheio de água ou então com a lama de arrefecimento e em equilíbrio térmico. Como estes líquidos têm uma elevada capacidade térmica demora-se menos tempo a atingir o equilíbrio térmico do que quando o termómetro é introduzido no caso do furo estar cheio de ar. Observações feitas por Krige (1939) mostraram que a situação de equilíbrio no interior dum furo se estabelece quando as correntes de convecção não ocorrem e, no caso de ocorrerem, são tão fracas que não têm efeitos no gradiente térmico.

A temperatura medida num furo não representa, necessariamente, a temperatura não perturbada da rocha. O facto de perfurar provoca que haja transferência de calor para o furo devido à circulação do fluido de arrefecimento introduzido no topo do furo. A perturbação é complexa mas geralmente resulta num arrefecimento na base do furo e um aquecimento na parte superior. O tempo para o decaimento da perturbação depende do diâmetro do furo, da natureza das rochas e do tempo de perfuração. Este fenómeno foi discutido por Bullard (1939), que concluiu que a perturbação da temperatura diminui até 1% do seu valor máximo após um instante de tempo 10 a 20 vezes inferior ao intervalo de tempo que decorre entre o início da perfuração e a cessação da circulação do fluido de arrefecimento. O equilíbrio pode ser alcançado em poucos dias na base do furo mas pode demorar alguns meses na parte superior. Uma perturbação idêntica pode ser produzida por um movimento natural das águas superficiais,

e é comum verificar que o gradiente é inferior na parte superior do furo, tal como se pode ver na Fig. 3.1 (Bullard, 1939).

Os factores que perturbam o gradiente de temperatura são a topografia (em áreas montanhosas o erro pode ser da ordem dos 30%), a inclinação do solo e o contraste da condutividade térmica das formações rochosas (o erro pode atingir os 20%).

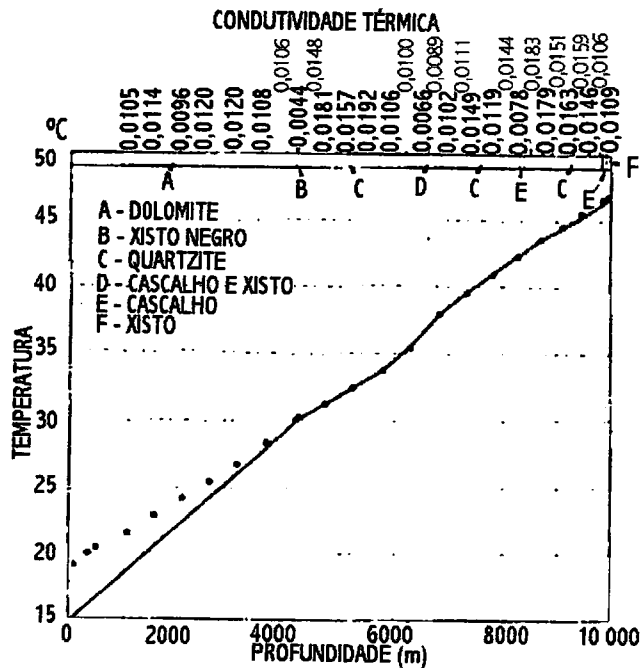


Fig. 3.1. Variações da temperatura com a profundidade num furo na África do Sul. A linha representa a variação esperada se o fluxo de calor devido à condução for o mesmo em todas as profundidades. O valor mínimo do gradiente aos 1200m é devido à circulação de águas (segundo Bullard (1939)).

Variações climáticas no passado podem também perturbar a temperatura do subsolo. Estas vão-se propagando em direcção ao interior da Terra como uma onda fortemente amortecida. Um aumento da temperatura à superfície, como por exemplo o que ocorreu após o final da última glaciação, produz um decréscimo do gradiente de temperatura à superfície; o efeito é pequeno mas resulta numa pequena curvatura no perfil da temperatura em função da profundidade. O efeito da variação da temperatura diária é desprezável a profundidades superiores a 5m.

### 3.1.1- EQUIPAMENTO E SUA UTILIZAÇÃO

Vários tipos de sensores de temperatura são utilizados em geotermia, como por exemplo, termómetros de máximo e termómetros eléctricos. Dentro dos termómetros eléctricos ainda podemos considerar os termómetros de resistência de platina, os termistores e os termopares.

Os termómetros de resistência de platina são os mais precisos e exactos. As primeiras medidas feitas com estes sensores foram realizadas por Jenkins na Austrália em 1902 utilizando uma resistência de 25  $\Omega$ ; contudo, os resultados não foram muito precisos. Uma alteração foi introduzida por Johnston e Adam que utilizaram um cabo com uma resistência de 250  $\Omega$ ; a temperatura podia ser determinada com uma precisão de 0,01 °C, e o tempo para que o termómetro atingisse o equilíbrio foi de cerca de 30 min (Misener and Beck, 1960).

Os termistores oferecem algumas vantagens na determinação da temperatura, desde que tenham um elevado coeficiente de resistência de temperatura

Os termopares são muito utilizados na medição da temperatura e tem a vantagem de serem aparelhos de rápida resposta às variações de temperatura (muito mais rápidos que os termómetros de máximo).

Deve dizer-se que não há um tipo de equipamento que seja ideal para todos os tipos de condições de campo. Se desejarmos fazer um número elevado de medições a várias profundidades sobre uma área muito extensa com uma precisão de 0,1 °C então o termistor é inteiramente adequado.

A grande vantagem do termómetro eléctrico sobre o termómetro de máximo é que o primeiro pode registar a temperatura continuamente. Assim, com um termómetro eléctrico é possível verificar quando o sensor atingiu o equilíbrio térmico, permitindo então detectar inversões no gradiente térmico e determinar a temperatura no ponto de entrada ou de saída de água no furo com grande precisão.

### 3.1.2- FONTES DE ERRO NA DETERMINAÇÃO DA TEMPERATURA

Já foi referido que é possível existirem correntes de convecção no interior do furo onde é necessário determinar a distribuição da temperatura com a profundidade. Estas podem conduzir a um gradiente térmico instável e, portanto, a um valor incorrecto do fluxo de calor.

O furo tem um gradiente térmico estável quando se verifica a seguinte condição:

$$dT/dx < (g\alpha_v T/C_p) + (B\alpha v/g\alpha_v r^4) \quad (3.1)$$

onde  $dT/dx$  é o gradiente térmico,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $r$  é o raio do furo,  $T$  é a temperatura absoluta,  $B$  é uma constante numérica igual a 216 para um furo em que o comprimento é muito maior do que o raio.  $\alpha_v$  é o coeficiente de expansão volumétrica,  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $C_p$  é o calor específico a pressão constante e  $\alpha$  é a difusividade; as quatro últimas grandezas referem-se ao fluido que está dentro do furo. Quando:

$$dT/dx = (g\alpha_v T/C_p) + (B\alpha v/g\alpha_v r^4) \quad (3.2)$$

o gradiente térmico é conhecido como o gradiente crítico.

Valores não realistas do gradiente térmico podem também ser causados pelo movimento de águas superficiais. Se o fluxo é sazonal é fácil descobrir os furos onde isso ocorre. A entrada ou saída de água a uma dada profundidade pode facilmente ser determinado observando o perfil da temperatura. Contudo é muito difícil determinar os movimentos regionais da água.



## 3.2 - CÁLCULO DA DENSIDADE DO FLUXO DE CALOR (DFC)

### 3.2.1- MÉTODO DO INTERVALO

Neste método, o gradiente térmico é calculado a partir dos valores da temperatura obtidos em profundidade num intervalo de profundidade específico, conjuntamente com a condutividade térmica representativa desse mesmo intervalo. O intervalo de profundidade escolhido só pode ser considerado se a temperatura no seu interior e a condutividade são conhecidos com uma precisão aceitável. O gradiente térmico pode então ser calculado utilizando, por exemplo, o método dos mínimos quadrados.

A condutividade térmica geralmente é medida em amostras tal como já foi referido anteriormente. Para um dado intervalo de profundidade se tivermos N valores da condutividade podemos calcular a média harmónica,  $k_{MH}$ ,

$$1/k_{MH} = (1/N) \sum_{i=1}^N (1/k_i) \quad (3.3)$$

A média harmónica tem vantagens sobre a média aritmética porque a variação da temperatura ao longo do intervalo é directamente proporcional à resistividade térmica,  $1/k$ , em vez da condutividade térmica (Powell et al., 1988).

Se a rocha é homogénea relativamente à condutividade térmica uma só amostra é suficiente para caracterizar o intervalo de profundidade. Contudo, as rochas apresentam heterogeneidades, sendo comum que para uma amostra relativamente pequena (alguns  $\text{cm}^3$  de volume) apresentar, em vários pontos, condutividades que podem ter diferenças até 10%. Como consequência, na determinação da DFC é necessário ter um número suficiente de determinações da condutividade para que se possa determinar o seu valor médio dentro dos limites de precisão desejados.

### 3.2.2- MÉTODO DE BULLARD

Para um fluxo de calor unidimensional em regime estacionário num meio com várias camadas com fontes de calor e sumidouros desprezáveis a temperatura no subsolo pode ser expressa como:

$$T(z) = T_0 + q_0 \sum_{i=1}^N (\Delta z_i / k_i) \quad (3.4)$$

onde  $T_0$  é a temperatura à superfície,  $q_0$  é a densidade de fluxo de calor constante e  $k_i$  é a condutividade no intervalo  $\Delta z_i$ .

O quociente  $\Delta z/k$  é denominado resistência térmica e é somado sobre os  $N$  intervalos de profundidade entre a superfície e o ponto onde a temperatura é medida;  $\sum(\Delta z/k)$  é frequentemente denominada profundidade térmica. O gráfico de  $T(z)$  em função de  $\Delta z/k$  para uma DFC uniforme origina uma recta cujo declive é  $q_0$  e intersecta o eixo das abcissas no ponto  $T_0$  (Powell et al. 1988).

O uso destes gráficos por Bullard para determinar a DFC ficou conhecido com a terminologia “Método de Bullard” (Bullard, 1939).

### 3.3- MÉTODO DE CALCULAR O FLUXO DE CALOR EM ESTRATOS COM ANISOTROPIA HORIZONTAL

Um exemplo comum de anisotropia é o aparecimento de um estrato com anisotropia horizontal entre dois estratos de rocha isotrópica. Apesar de, na realidade, o comprimento de cada um dos estratos ser limitado, a DFC é obtida admitindo-se que o estrato é infinito, como é mostrado na Fig. 3.2, o que fornece uma boa aproximação à situação real. Para visualizar o modelo, pode-se imaginar um estrato, por exemplo de rocha sedimentar, com uma inclinação de  $45^\circ$ , e com uma condutividade de  $2 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  e  $3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  na direcção perpendicular e

paralela à estratificação, respectivamente. Isto corresponde a um factor de anisotropia de 1,5. Escolhendo o sistema de coordenadas (x, y), o tensor da condutividade tem a forma

$$k = \begin{pmatrix} 2,5 & 0,5 \\ 0,5 & 2,5 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Se a superfície superior for isotérmica, e se o vector DFC no estrato inferior tem direcção vertical e é constante, as isotérmicas são paralelas à superfície. Isto significa que a única componente não nula do gradiente térmico é a vertical, e a condição  $\partial T / \partial x = 0$  é válido para este modelo.

A DFC  $q = (q_1, q_2)$  no estrato pode ser calculada obtendo-se:

$$\begin{aligned} q_1 &= -k_{12} \partial T / \partial y \\ q_2 &= k_{22} \partial T / \partial y \end{aligned} \quad (3.6)$$

Se a temperatura aumenta com a profundidade (eixo dos yy) o vector DFC faz um certo ângulo com a vertical; assim como, o vector gradiente geotérmico também faz um ângulo com

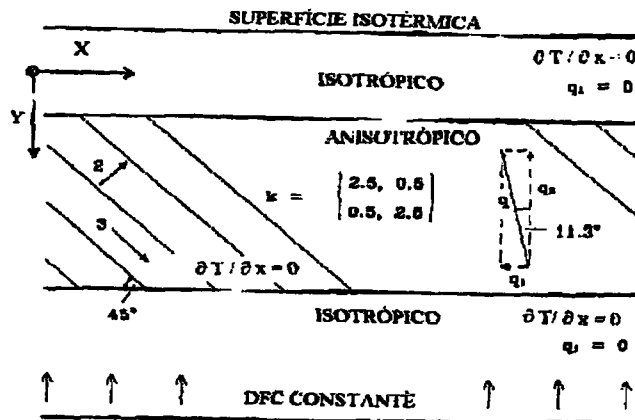


Fig. 3.2. Modelo unidimensional de uma camada horizontal anisotrópica encaixada num meio isotrópico. O fluxo de calor vertical é constante. O vector fluxo de calor na camada inclinada é determinado pelo tensor da condutividade.

a direcção negativa do eixo  $x$  que nesta situação toma o valor  $\alpha = \arctg(q_1/q_2) = \arctg(k_{12}/k_{22}) = 11,31^\circ$ . O módulo do vector DFC é  $|q| = \sqrt{(q_1^2 + q_2^2)} = |\partial T/\partial y| \sqrt{(k_{12}^2 + k_{22}^2)} = 2,55 |\partial T/\partial y|$ . A grandeza da DFC é aproximadamente 2% maior no interior do estrato do que no exterior dele. Por causa do ângulo que o vector DFC faz com a vertical a componente horizontal da DFC não é nula (Safanda 1995).

O aumento da grandeza da DFC no estrato é devido à componente horizontal da DFC, cujo fluxo flui na direcção de  $x$ .

### 3.4- PERTURBAÇÕES NO EQUILÍBRIO DO FLUXO DE CALOR

#### 3.4.1- GLACIAÇÕES

O fluxo de calor medido à superfície da Terra é o resultado de várias perturbações da temperatura. Um dos efeitos mais interessantes é o efeito das glaciações (Misener and Beck, 1960).

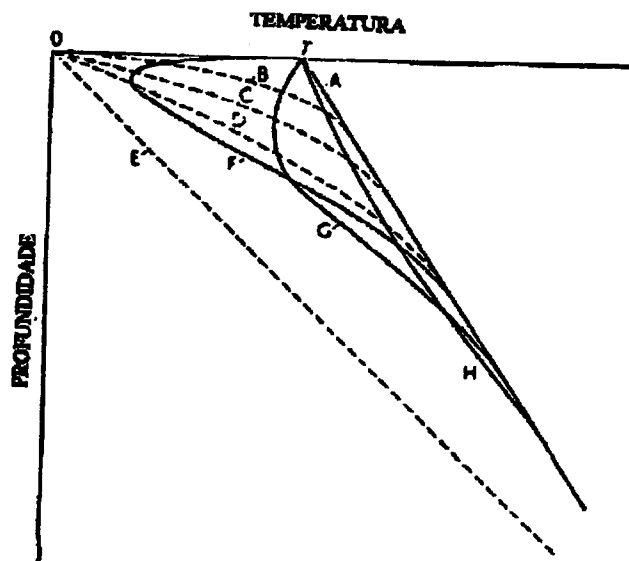


Fig. 3.3. Esquema representativo do efeito da idade do gelo no gradiente térmico à superfície da Terra.

A linha A na Fig. 3.3 é a curva temperatura / profundidade numa Terra com uma temperatura à superfície de  $T$  °C e com uma estrutura homogénea e isotrópica e com um clima uniforme no tempo. Se uma glaciação atingir subitamente a Terra, temperatura à sua superfície diminui para  $0$  °C enquanto a temperatura no interior permanece constante. Após um tempo infinito a linha E deverá ser a nova curva temperatura / profundidade. Contudo, para um tempo finito a curva temperatura / profundidade deverá progredir de A para B, para C e finalmente para D. Se, após se ter atingido a curva D, a camada gelada subitamente se retrair e a temperatura à superfície voltar a ser  $T$  °C, então o gráfico temperatura / profundidade deve evoluir de D para F, depois para G e finalmente para H. O retraimento da camada gelada pode reduzir o gradiente térmico e esta é a causa de o fluxo de calor medido ser menor do que o fluxo de calor no equilíbrio. Se o fluxo de calor que realmente existe na Terra poder ser medido com elevada precisão, a grandes profundidades, a onda térmica esquematizada na Fig. 3.3 pode ser detectada e medida e, assim, é possível estimar a idade da última glaciação. Por exemplo se a última glaciação terminou há 10000 anos, a perturbação máxima deverá ser detectada à profundidade de 900 metros, aproximadamente. Alternativamente, se conhecermos com precisão a data a que ocorreu uma dada glaciação é possível aplicar uma correcção ao fluxo de calor.

### 3.4.2- SEDIMENTAÇÃO E EROÇÃO

A Fig. 3.4. representa um grande bloco de terra de espessura  $d$ , num plano que se estende infinitamente em todas as direcções, que é subitamente elevado a uma altura  $h$ , causando um decréscimo na temperatura para  $T_2$  à superfície devido ao aumento da altitude (Misener et al., 1960).

A curva temperatura / profundidade original é A, e ao longo do tempo a curva deverá ir variando de A para B e para C. Se a temperatura na rocha vizinha, à profundidade  $(d-h)$ , permanecer constante, então a porção inferior da curva deverá variar de A até  $B_1$  depois para  $C_1$  e, finalmente, a curva D deverá ser obtida. Se o bloco é subitamente erodido até ao nível do

plano original a curva pode progredir de D até E, depois para F e, finalmente, a curva original pode ser restabelecida.

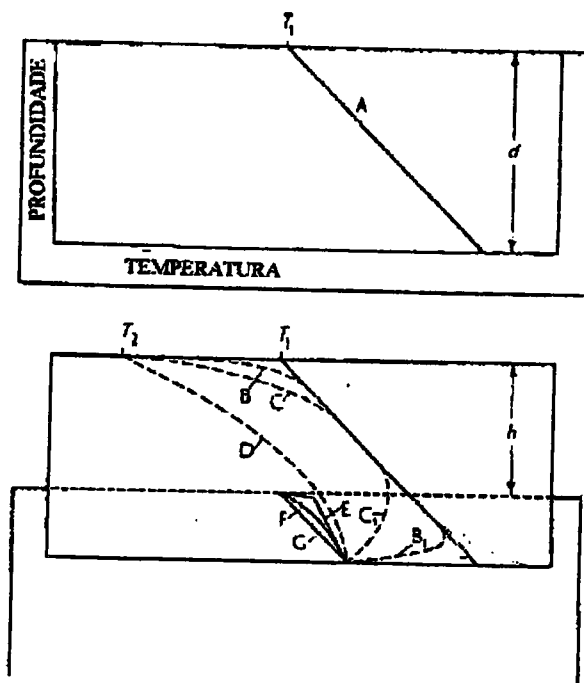


Fig. 3.4. representação esquemática do efeito da erosão e da sedimentação no gradiente térmico à superfície.

O efeito da sedimentação e da erosão provoca alterações no gradiente térmico e, conseqüentemente, na densidade de fluxo de calor. Por exemplo, taxas de erosão de 1 mm por ano no último milhão de anos pode resultar num aumento de 20% nos valores da densidade do fluxo de calor para materiais de difusividade térmica da ordem de  $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Por outro lado, taxas de sedimentação de 1mm por ano durante o mesmo período de tempo podem originar um decréscimo de 20% nos valores da densidade de fluxo de calor para materiais com a mesma difusividade, e de 40% para materiais de difusividade térmica igual a  $0,2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , valor que é característico de alguns lagos continentais. Se a taxa de sedimentação é particularmente rápida (e.g. 10 mm/ano) o erro pode subir até 80 - 100%. Estas estimativas não tomam em conta os efeitos que estes processos têm na remoção e adição de fontes de calor (Safanda, 1987).

### **3.4.3- TOPOGRAFIA E FONTES DE PRODUÇÃO DE CALOR LOCAIS**

A topografia pode também perturbar os valores da DFC por intermédio de variações no gradiente geotérmico. As perturbações no gradiente térmico podem ser positivas ou negativas mas, excepto em regiões extremamente montanhosas, elas não são de considerar. Por outro lado fontes de calor locais devido à oxidação do combustíveis fósseis, à oxidação de alguns minérios, a correntes de convecção, à absorção de neutrinos e à radioactividade local de depósitos de minério podem também originar perturbações na DFC.

Excepto no caso da produção de calor por processos radioactivos, as fontes de produção de calor enumeradas anteriormente não jogam um papel fundamental em estudos geotérmicos de carácter regional.

## 4 - PRODUÇÃO DE CALOR

### 4.1- INTRODUÇÃO

A produção de calor nas rochas devido à existência de elementos radioactivos ou a reacções químicas são factores chave em geotermia, especialmente na interpretação da densidade do fluxo de calor continental. A determinação conjunta da densidade do fluxo de calor e da produção de calor radioactivo dá informação acerca da temperatura no interior da Terra, bem assim como, da sua estrutura interna.

Em situações em que há produção de calor e a condutividade térmica varia com a profundidade e a equação do fluxo de calor em regime estacionário a uma dimensão é:

$$\frac{d}{dz} \left( k \frac{dT}{dz} \right) = -A \quad (4.1)$$

Se A e k são independentes da posição e do tempo, a integração da eq (4.1) dá:

$$T = T_0 + (q / k)z - Az^2 / 2k \quad (4.2)$$

onde  $T_0$  é a temperatura à superfície, e q é a densidade do fluxo de calor.

Durante o decaimento radioactivo dá-se uma conversão da massa em energia. Uma pequena quantidade de energia é transportada pelo neutrino e a restante é convertida em calor. Todos os isótopos radioactivos naturais geram calor mas só a contribuição das séries de decaimento do  $^{238}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{232}\text{Th}$  e do  $^{40}\text{K}$  tem importância a nível geológico.

A taxa de produção de calor radioactivo é uma propriedade petrofísica escalar e isotrópica independente da pressão, da temperatura e do local onde se encontra a rocha. Depende da abundância dos isótopos radioactivos de urânio, tório e potássio. A unidade da taxa de produção de calor no SI é  $\text{Wm}^{-3}$ . Dado que os valores da produção de calor são muito pequenos é vulgar utilizar a unidade prática  $\mu\text{Wm}^{-3}$ .



Nas rochas ígneas as concentrações mássicas naqueles elementos tendem a aumentar com a acidez e, apesar de poderem apresentar variações de várias ordens de grandeza, as razões Th/U e K/U permanecem, aproximadamente, constantes. Verifica-se, experimentalmente, que a contribuição do potássio, do urânio e do tório para a produção de calor por unidade de volume para estas rochas se efectua segundo a proporção 15: 40: 45, respectivamente.

Nas rochas sedimentares as concentrações em potássio, urânio e tório, assim como o cociente Th/U, dependem do ambiente químico existente durante o processo de sedimentação (Rybach, 1976). Em ambiente oxidante o cociente Th/U é superior a 6, enquanto que em ambiente redutor ele é inferior a 2.

As rochas metamórficas têm por origem as rochas ígneas e sedimentares e as suas concentrações mássicas em potássio, urânio e tório dependem das concentrações destes elementos nas rochas de origem e da extensão do processo metamórfico. Contudo, de maneira geral, pode dizer-se que quanto mais intenso for o grau de metamorfismo menores serão as concentrações em potássio, urânio e tório e, portanto, menores serão as produções de calor por unidade de volume (Rybach 1976).

Nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam-se os teores em potássio, urânio e tório em algumas rochas ígneas, sedimentares e metamórficas, respectivamente, bem assim como as respectivas produções de calor por unidade de volume e os cocientes Th/U e K/U.

**TABELA 4.1**

Teores em potássio, urânio e tório, produção de calor por unidade de volume e cocientes Th/U e K/U de algumas rochas ígneas (adaptado de Correia (1995)).

ROCHA	K (%)	U (ppm)	Th (ppm)	Th/U	K/U $\times 10^4$	A ( $\mu\text{W}/\text{m}^3$ )
Granito/Riolito	3.6	3.9	16.0	4.1	0.9	2.45
Granodiorito/Dacito	2.6	2.3	9.0	3.9	1.1	1.48
Diorito						
Gabro/Basalto	0.4	0.5	1.6	3.2	0.8	0.309
Peridotito	0.006	0.02	0.06	3.0	0.3	0.0117
Dunito	0.0009	0.003	0.01	3.3	0.3	0.00188

**TABELA 4.2**

Teores em potássio urânio e tório, produção de calor por unidade de volume e cocientes Th/U e K/U de algumas rochas sedimentares (adaptado de Correia (1995)).

ROCHA	K (%)	U (ppm)	Th (ppm)	Th/U	K/U $\times 10^4$	A ( $\mu\text{W}/\text{m}^3$ )
Calcário	0.3	2.0	1.5	0.75	0.2	0.62
Dolomito	0.7	1.0	0.8	0.80	0.7	0.36
Sal	0.1	0.02	0.01	0.50	5.0	0.012
Anidrite	0.4	0.1	0.3	3.0	4.0	0.090
Argilas e Siltes	2.7	3.7	12.0	3.2	0.7	1.8
Argilas Orgânicas	2.6	20.2	10.9	0.54	0.1	5.5
Quartzito	0.9	0.6	1.8	3.0	1.5	0.32
Arcose	2.3	1.5	5.0	3.3	1.5	0.84
Grauvaque	1.3	2.0	7.0	3.5	0.7	0.99

**TABELA 4.3**

Teores em potássio, urânio e tório, produção de calor por unidade de volume e cocientes Th/U e K/U de algumas rochas metamórficas (adaptado de Correia (1995)).

GRAU DE METAMORFISMO	K (%)	U (ppm)	Th (ppm)	Th/U	K/U $\times 10^4$	A ( $\mu\text{W}/\text{m}^3$ )
Xistos verdes	3.4	3.5	26.5	7.57	0.97	3.15
Fácies anfibolite	2.0	1.2	9.4	7.83	1.67	1.18
Fácies granulite	2.1	0.9	4.1	4.65	2.33	0.732

A taxa de produção de calor de um dado isótopo radioactivo depende da energia de radiação e da sua semi-vida. Para o urânio e o tório a energia de decaimento,  $E_{\Delta m}$ , pode ser calculada a partir da diferença entre os isótopos de partida e os produtos finais estáveis, tomando em conta o número de partículas  $\alpha$  emitidas. Os valores da energia  $E_{\Delta m}$  incluem a contribuição das partículas  $\beta$  emitidas, da radiação  $\gamma$  e do decrescimento do núcleo (tabela 4.4).

**TABELA 4.4**

Energias de decaimento ( $E_{\Delta m}$ ) do urânio, tório e do potássio que são convertidas em calor (adaptado de Rybach (1988)).

ISÓTOPO	BALANÇO DE MASSA	$E_{\Delta m}$ (MeV)	$\Sigma E_{\beta\text{máx}}$ (MeV)	$E_{\text{abs}}$ (meV)
$^{238}\text{U}$	$m(^{238}\text{U}) - 8m(^4\text{He}) - m(^{206}\text{Pb})$	51.667	7.99	46.34
$^{235}\text{U}$	$m(^{235}\text{U}) - 7m(^4\text{He}) - m(^{207}\text{Pb})$	46.392	1.71	45.26
$^{232}\text{Th}$	$m(^{232}\text{Th}) - 6m(^4\text{He}) - m(^{208}\text{Pb})$	42.793	5.71	38.99

Para a emissão  $\beta$  a energia transportada pelo neutrino deve também ser considerada. De acordo com os esquemas de decaimento, a energia total absorvida por átomo é então:

$$E_{abs} = E_{\Delta m} - 0,667 \sum E_{\beta máx} \quad (4.3)$$

onde  $\sum E_{\beta máx}$  é a soma das energias  $\beta$  individuais máximas resultantes dos decaimentos radioactivos. As constantes de produção de calor,  $A$ , vêm normalmente em watt por unidade de massa do isótopo radioactivo. Então; para um dado isótopo temos (Rybach, 1988):

$$A(\text{W kg}^{-1}) = \frac{6,025 \times 10^{23}}{M} \frac{1,109 \times 10^{-13}}{T_{1/2}} E_{abs} \quad (4.4)$$

onde  $M$  é a massa atómica,  $T_{1/2}$  é o tempo de semi-vida do isótopo em segundos.

Para o potássio a constante de produção de calor pode ser calculada a partir das taxas de decaimento  $\beta$  e  $\gamma$ :  $(28260 \pm 50) \beta \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ s}^{-1}$  e  $(3250 \pm 70) \gamma \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ; as energias médias  $\beta$  e  $\gamma$  são  $(0,60 \pm 0,01) \text{ MeV}$  e  $(1,460 \pm 0,001) \text{ MeV}$ , respectivamente. As constantes de produção de calor para o urânio natural (99.28%  $^{238}\text{U}$  e 0.711%  $^{235}\text{U}$ ), tório e potássio (0.0117%  $^{40}\text{K}$ ) são dadas na tabela 4.5.

A taxa de produção de calor nas rochas pode ser calculada, utilizando os valores da tabela 4.5 e se as concentrações do urânio, do tório e do potássio ( $c_U$ ,  $c_{Th}$  e  $c_K$ ) forem conhecidas. As unidades usuais para a concentração do urânio e do tório são ppm e % (m/m) para o potássio. Recorrendo a estas unidades a taxa de produção de calor, em  $\mu\text{W/m}^3$ ; é dado por:

$$A = 10^{-5} \rho (9.52 C_U + 2.56 C_{Th} + 3.48 C_K) \quad (4.5)$$

A densidade  $\rho$  (em  $\text{Kg/m}^3$ ) da rocha também deve de ser conhecida.

**TABELA 4.5**

Constantes da produção de calor (adaptado de Rybach (1988)).

SÉRIES DE DECAIMENTO EM EQUILÍBRIO	A ( W/Kg)
$^{238}\text{U}$	$9.17 \times 10^{-5}$
$^{235}\text{U}$	$5.75 \times 10^{-4}$
U (natural)	$9.52 \times 10^{-5}$
$^{232}\text{Th}$	$2.56 \times 10^{-5}$
K (natural)	$3.48 \times 10^{-9}$

## 4.2 - DETERMINAÇÃO DAS CONCENTRAÇÕES MÁSSICAS EM URÂNIO, TÓRIO E POTÁSSIO EM AMOSTRAS ROCHOSAS

O principal requisito das técnicas analíticas para determinar a concentração  $C_U$ ,  $C_{Th}$  e  $C_K$  têm que ter elevada sensibilidade mas simultaneamente serem de simples aplicação para que seja possível fazer medições num elevado número de amostras. Nas rochas mais comuns as concentrações de urânio e de tório são muito pequenas. Existem numerosas técnicas analíticas que são suficientemente sensíveis para determinar pequenas concentrações (na ordem de algumas ppm): fluorimetria, fluorescência de raios X, espectrometria, espectrometria de raios  $\gamma$ , etc. O potássio pode ser determinado por fotometria de chama, absorção atômica, fluorescência de raios X, espectrometria de raios  $\gamma$ . As vantagens e as desvantagens de cada uma destas técnicas são descritas em pormenor por Stuckless et al. (1977), Hart et al. (1980) e Bajo (1980). Das várias técnicas anteriormente referidas vou dedicar um pouco mais de atenção à espectrometria de raios  $\gamma$  pois é uma das poucas que consegue determinar simultaneamente as

concentrações em urânio, tório e potássio. O espectrómetro de raios  $\gamma$  consiste num detector de NaI ou Tl, que estão opticamente acoplados a um tubo fotomultiplicador (PM) e a um analisador multicanal. Na Fig. 4.1 está esquematizado o equipamento de espectrometria de raios  $\gamma$  que contém dois detectores de cintilação opostos para aumentar a sensibilidade. Para assegurar uma elevada estabilidade instrumental, o espectrómetro e o analisador de multi-canais devem de estar colocados numa sala climatizada com uma temperatura constante ( $\pm 0.5^\circ\text{C}$ ).

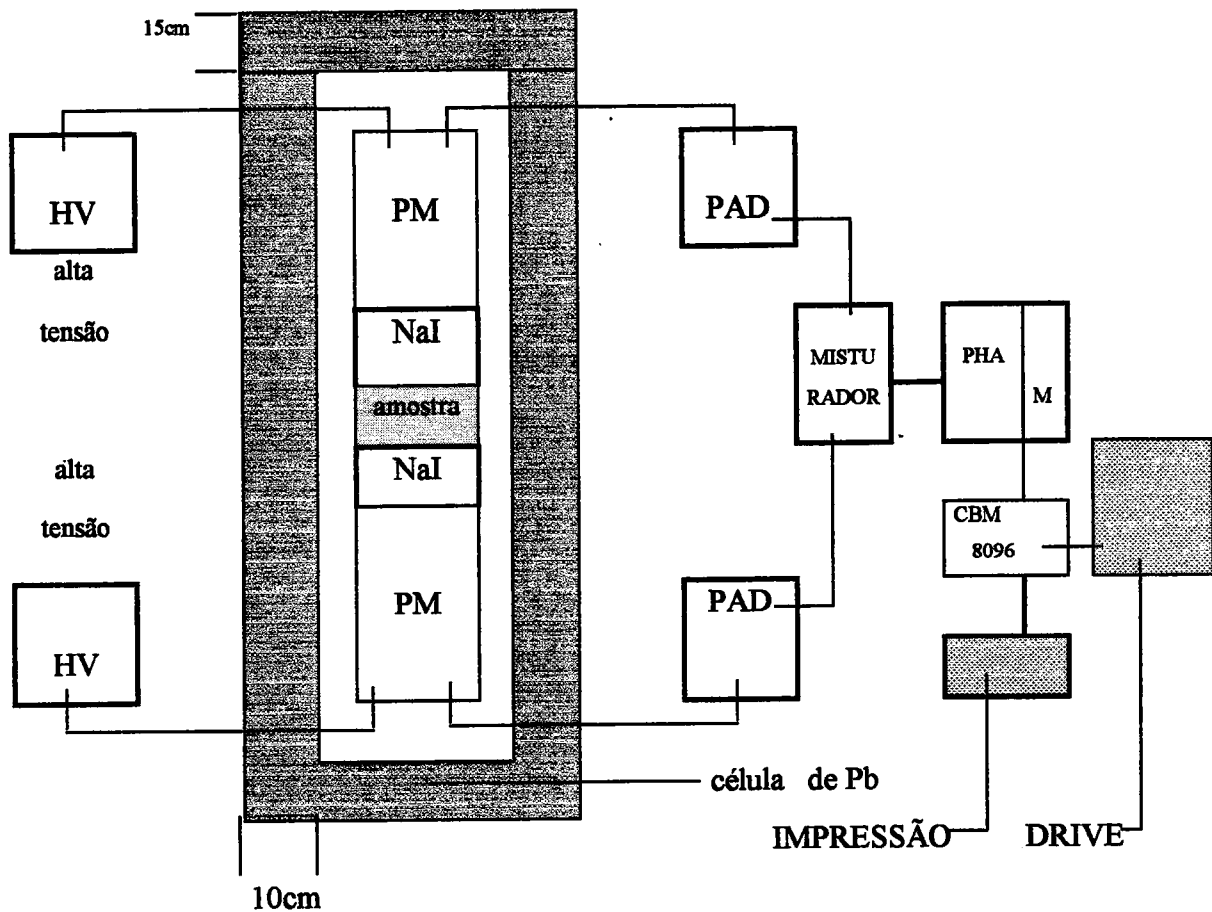


Fig. 4.1. Esquema do equipamento do espectrómetro de raios  $\gamma$ , incluindo um sistema de aquisição de dados digital. Utilizam-se dois detectores de cintilação opostos para aumentar a sensibilidade. PHA - análise da altura do pulso; PAD - pré-amplificador + amplificador + discriminador.

O espectrómetro está normalmente ajustado para que a energia se situe num intervalo entre 0.2 e 3.5 MeV. A Fig. 4.2 mostra um espectro típico com os picos característicos das séries de decaimento do  $^{238}\text{U}$  e do  $^{232}\text{Th}$  e do  $^{40}\text{K}$ . A energia de 1.76 MeV corresponde ao pico do  $^{214}\text{Bi}$ , que é o elemento final da série de decaimento do  $^{238}\text{U}$ , e é utilizada na análise do urânio, enquanto o tório é determinado a partir do pico de 2.62 MeV correspondente ao  $^{208}\text{Tl}$ , que é o produto final do decaimento do  $^{232}\text{Th}$ .

Actualmente em vez dos detectores de NaI ou de Tl utilizam-se detectores sólidos de lítio e de germânio. A grande vantagem destes detectores é o seu elevado poder de resolução; no entanto, a sua sensibilidade é bastante inferior pelo que é necessário utilizar um número elevado de detectores.

A preparação da amostra consiste na trituração da rocha a ser analisada e encerrada numa caixa de alumínio ou de plástico. A massa do material rochoso oscila entre 0.1kg e 1kg. O tamanho e a forma do recipiente deve de ser combinada com as dimensões do detector para assegurar uma óptima configuração amostra - detector (Rybach 1988).

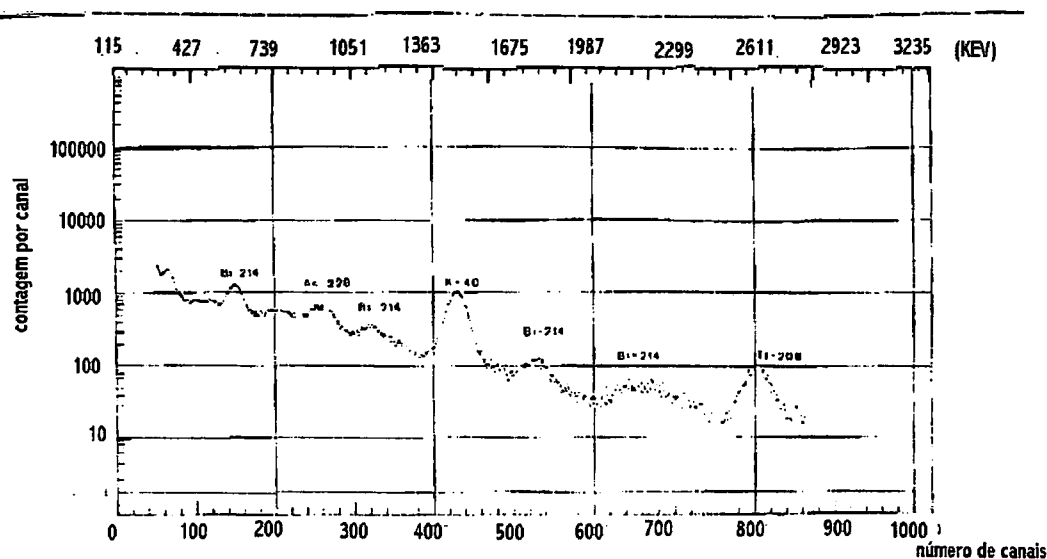


Fig. 4.2. Espectro de raios  $\gamma$  típico (1024 canais) de uma amostra rochosa com os picos característicos.

### 4.3 - CALIBRAÇÃO E PROCESSAMENTO DOS DADOS

A determinação do urânio, tório e potássio de uma dada rocha é baseada na comparação do espectro obtido com o espectro padrão de amostras com concentrações de urânio, tório e potássio conhecidas. Geralmente são utilizados três espectros padrão. O espectro da amostra com concentrações de urânio, tório e potássio pode consistir numa combinação linear dos três espectros padrão e do espectro de fundo. A Fig. 4.3 mostra os três espectros padrão.

Vários métodos podem ser utilizados para determinar a proporção dos componentes no espectro; este é proporcional à quantidade de urânio, tório e potássio presentes na amostra.

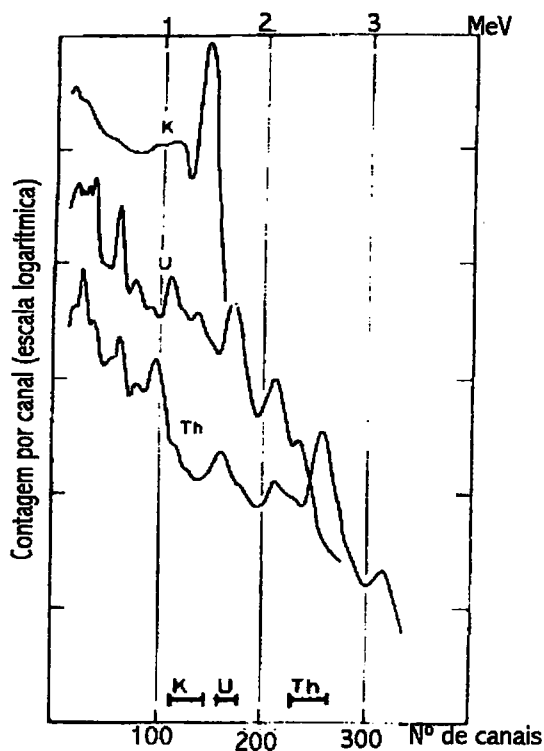


Fig. 4.3. Espectros de raios  $\gamma$  padrão para o U, o Th e o K. A energia das janelas utilizada para o processamento dos dados está indicado na parte superior da figura.



Um dos métodos envolve a identificação dos três picos do espectro  $\gamma$ : 1,46 MeV  $^{40}\text{K}$ , 1,76 MeV  $^{214}\text{Bi}$  e 2,62 MeV  $^{208}\text{Tl}$  (ver Fig. 4.2). As áreas dos picos são integradas somando as suas contagens sobre uma “janela” de energia, centrada no meio do pico. A largura da janela corresponde à resolução do detector e é geralmente  $2\Delta E$ , onde  $\Delta E$  é à cerca de  $0,05E$ ; por exemplo para o potássio  $\Delta E = 70 \text{ keV}$  e a janela estende-se desde  $E = 1,39 \text{ MeV}$  até  $1,53 \text{ MeV}$ .

O cálculo é baseado na quantidade “actividade específica”; definida por:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{\text{area do pico sob a janela } i}{\text{peso da amostra}} \\ &= \frac{\frac{\text{soma das contagens}}{\text{contagem do tempo}} - \text{taxa da contagem de fundo}}{\text{massa da amostra}} \\ &= \frac{(N_i / t) - b_i}{G}, \text{ em cpm / g} \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde o índice  $i$  designa a janela  $i$  ( $i = 1$  para 2.62 MeV é o pico do Tl,  $i = 2$  para 1.76 MeV é do Bi e  $i = 3$  para 1.46 MeV é o pico do K).

Com  $i = 1, 2$  e  $3$  a solução das três equações dá-nos o valor das concentrações ( $C_U$ ,  $C_{Th}$  e  $C_K$ ).

$$C_{Th} = K_1(\alpha_1 - K_2\alpha_2), \text{ em ppm} \quad (4.7)$$

$$C_U = K_3(\alpha_2 - K_4 C_{Th}), \text{ em ppm} \quad (4.8)$$

$$C_K = K_5(\alpha_3 - K_6 C_U - K_7 C_{Th}), \text{ em \%} \quad (4.9)$$

As constantes  $K_1, \dots, K_7$  são constantes de calibração. Este processo é descrito com mais detalhe por Rybach (1971) e Correia (1995).

Outro método utiliza o espectro na sua totalidade em vez de seleccionar janelas. As contagens são a soma das contribuições do urânio, tório e potássio e do espectro de fundo. Os canais utilizados geralmente são 526 ou 1024 e são escritas equações em função das três concentrações desconhecidas, sendo estas calculadas pelo algoritmo dos mínimos quadrados.

Os resultados obtidos por estes dois processos, geralmente, são concordantes.

#### 4.4 - EXACTIDÃO, PRECISÃO, SENSIBILIDADE E LIMITES DE DETECÇÃO

É usual avaliar a exactidão da espectrometria  $\gamma$  através de contagens estatísticas. Pode-se demonstrar que o erro padrão nos conteúdos do urânio, tório e do potássio pode ser escrito como:

$$m(C_U) = \pm(k_3 / Gt)(N_1 + tb_1)^{1/2}, \text{ em ppm} \quad (4.10)$$

$$m(C_{Th}) = \pm(k_1 / Gt)(N_2 + tb_2)^{1/2}, \text{ em ppm} \quad (4.11)$$

$$m(C_K) = \pm(k_5 / Gt)(N_3 + tb_3)^{1/2}, \text{ em \%} \quad (4.12)$$

onde G, t,  $N_i$  e  $b_i$  tem o mesmo significado que na eq (4.6)

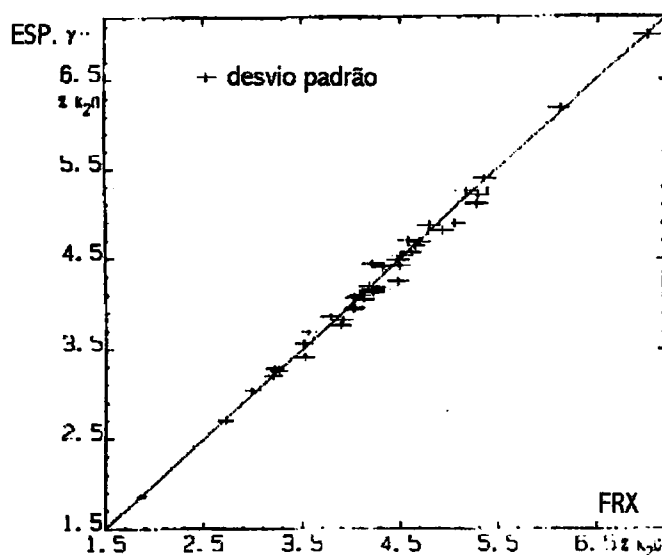
O erro padrão da produção de calor, A, é:

$$m(A) = 10^{-5} \rho (90,82m^2(C_U) + 6,55m^2(C_{Th}) + 12,11m^2(C_K))^{1/2} \quad (4.13)$$

Podemos ver que a exactidão na determinação do urânio é decisiva.

A precisão da espectrometria  $\gamma$  na determinação das concentrações do urânio, do tório e do potássio pode ser testada comparando os resultados obtidos em laboratórios diferentes para a mesma amostra e/ou aplicando diferentes técnicas analíticas. A Fig. 4.4 compara os resultados obtidos por espectrometria  $\gamma$  e por fluorescência de raios X.

Geralmente, o erro analítico associado à espectrometria  $\gamma$ , na determinação das concentrações do urânio, tório e potássio em rochas comuns (excepto nas ultrabasálticas que têm concentrações excepcionalmente baixas) oscila entre  $\pm (5 - 10)\%$ .



¶

Fig. 4.4. Comparação dos resultados obtidos por espectrometria de raios  $\gamma$  (ESP  $\gamma$ ) e por fluorescência de raios X (FRX).

A sensibilidade da espectrometria de raios  $\gamma$  é geralmente suficiente para determinar a concentração em urânio, tório e potássio nas rochas mais comuns. Por exemplo, o limite de detecção com 95,5% de probabilidade para o urânio é dada por (em ppm) (Rybach (1998)):

$$L_U = 8^{1/2}(k_3/G)(b_2/t)^{1/2} \quad (4.14)$$

Em princípio, o limite de detecção pode ser minimizado aplicando amostras de grande tamanho e longos tempos de contagem. Contudo, amostras com 1kg e tempos de medida que excedem o dia não implicam melhorias significativas no limite de detecção. A espectrometria dos raios  $\gamma$  com detectores de NaI e de tamanho razoável (20 cm de diâmetro e 10 cm de

altura) podem alcançar limites de detecção de 0,1 ppm para o urânio e o tório e 0,05% para o potássio. Estes limites correspondem a uma rocha com uma densidade média de  $2700 \text{ kgm}^{-3}$  e corresponde a uma sensibilidade que ronda os  $0,04 \mu\text{Wm}^{-3}$  na determinação da taxa de produção de calor (Rybach 1988).

## 4.5- MÉTODOS INDIRECTOS PARA DETERMINAR A TAXA DE PRODUÇÃO DE CALOR

Quando pretendemos construir modelos geotérmicos a distribuição lateral e vertical da taxa de produção de calor é necessária. A velocidade de ondas sísmicas de compressão ( $v_p$ ) e as suas variações na crosta podem ser determinadas, com suficiente precisão a partir da superfície da Terra. A Fig. 4.5 mostra a relação entre a taxa de produção de calor e a velocidade sísmica  $v_p$  tal como foi estabelecido por Rybach e Buntebarth (1982). A relação foi derivada a partir de medidas laboratoriais à pressão de 50 MPa e à temperatura ambiente. Antes de aplicar a relação dos valores da  $v_p$  medidos *in situ*, estes devem de ser calculados para as condições laboratoriais acima mencionadas (Safanda, 1985). Uma relação idêntica entre a produção de calor, a velocidade das ondas P e a massa volúmica é também evidente a partir das Figs. 4.5 e 4.6.

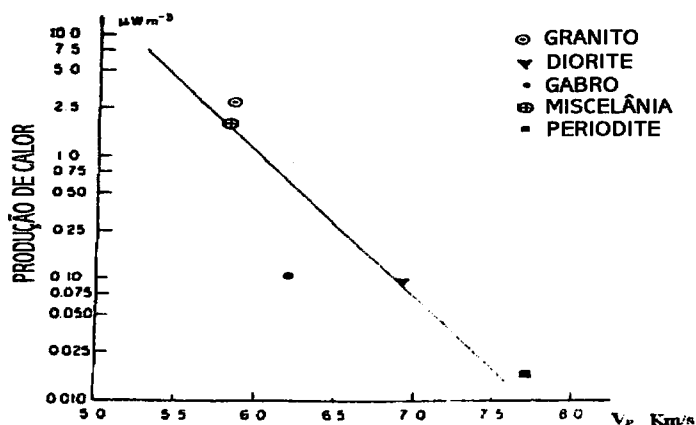


Fig. 4.5. Relação entre velocidade sísmica  $v_p$  e a taxa de produção de calor A:  $\ln A = 16,5 - 2,74 v_p$ .  $v_p$  foi medido à pressão de 50MPa.

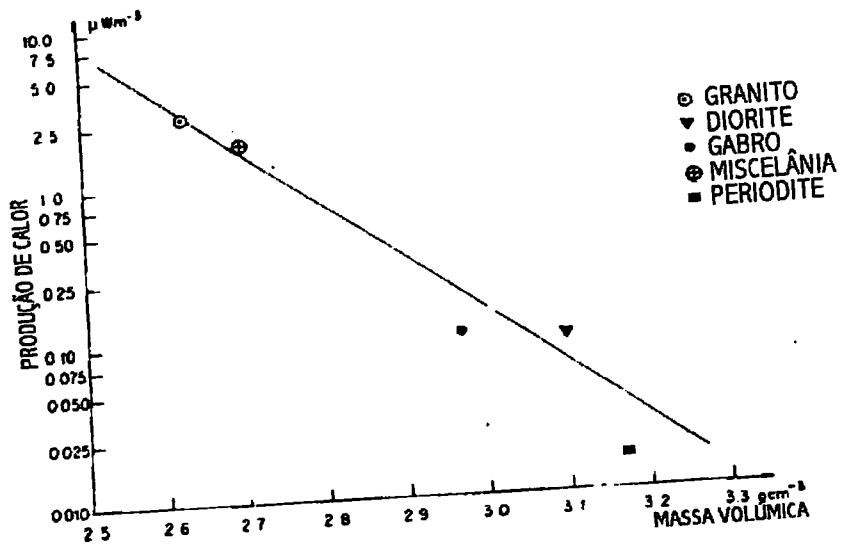


Fig. 4.6. Relação entre a massa volúmica,  $\rho$ , e a taxa de produção de calor,  $A$ ,  $\ln A = 22.5 - 8.15 \rho$   
 (Segunda Rybach and Buntebarth (1982)).

## **5 - APLICAÇÃO DA TEORIA DA CONDUÇÃO DO CALOR À TERRA**

Se a Terra fosse um meio homogéneo e isotrópico bastava fazer duas medições da temperatura e medir a condutividade térmica das rochas para que fosse possível determinar a DFC utilizando um dos vários métodos que já foram referidos anteriormente. Na prática, há muitos efeitos que vão perturbar o campo de temperatura no subsolo. Exemplos desses efeitos são variações verticais e laterais da condutividade térmica, irregularidades do terreno, movimento das águas superficiais, erosão e sedimentação e variações paleoclimáticas. O último factor aqui referido é o que vai ter um papel primordial na segunda parte do trabalho.

### **5.1 - CORRECÇÕES DAS IRREGULARIDADES DO TERRENO E DAS VARIAÇÕES PALEOCLIMÁTICAS**

As irregularidades no terreno provocam perturbações no campo térmico da Terra. Estas e os efeitos topográficos têm sido amplamente utilizados como sinónimos; no entanto, há necessidade de distinguir os dois termos. As irregularidades do terreno incluem a topografia, variações climáticas e microclimáticas, variação nas propriedades radiactivas e térmicas à superfície da terra. Por outro lado, podem apresentar uma dependência temporal: variações diurnas e anuais a pequenas profundidades; lentas variações da temperatura à superfície do solo devido a variações climáticas, variações microclimáticas perto do local que está a ser estudado (muitas vezes causadas pela actividade humana), variações na topografia, incluindo a sedimentação e a erosão; em regiões tectonicamente activas são alguns fenómenos temporais que podem perturbar a temperatura do subsolo. Finalmente, efeitos advectivos resultantes do movimento de águas superficiais conduzem a campos de fluxo de calor que são também exemplos de irregularidades do terreno. mas como a modelação dos efeitos hidrológicos é a única envolvida, estes efeitos são considerados separadamente dos efeitos de correcção das irregularidades no terreno.

O efeito da topografia no campo da temperatura perto da superfície é ilustrado na Fig. 5.1(A). A identificação das fontes das irregularidades do terreno mais gerais tem-se desenvolvido até aos nossos dias e, simultaneamente, têm-se desenvolvido técnicas numéricas para correcções quantitativas aplicáveis a uma ampla variedade de situações.

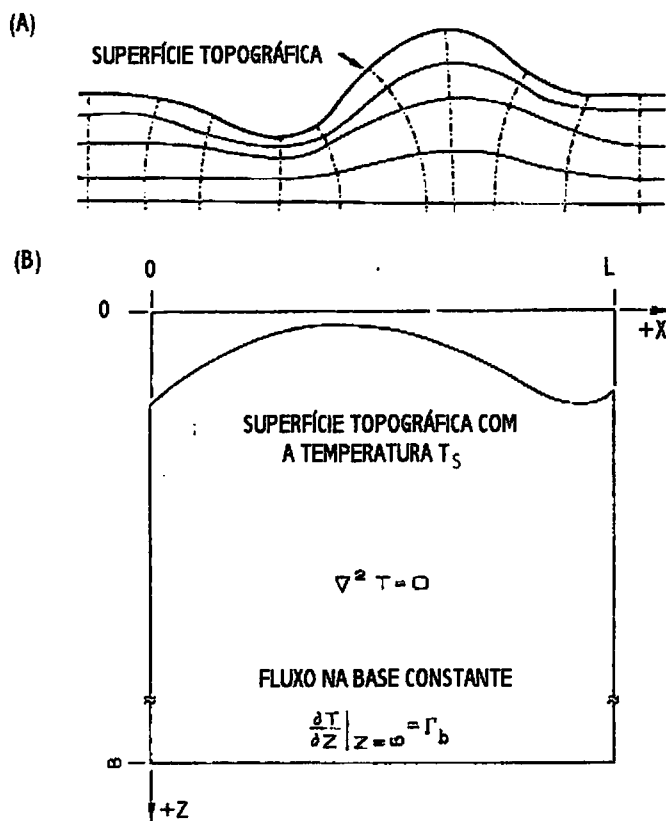


Fig 5.1: (A) Esquema da perturbação do campo da temperatura perto da superfície devido à topografia. As linhas (---) são isogeotérmicas e as linhas (—) indicam a direcção do fluxo de calor. (B) Esquema do problema associado às correcção das irregularidades no terreno num modelo bidimensional em regime estacionário. A condutividade térmica é considerada homogénea e isotrópica. Não há componente horizontal do fluxo de calor nas fronteiras laterais  $x = 0$  e  $x = L$ .

Todos os métodos de correcção das irregularidades do terreno são complicados de aplicar e os resultados dão valores diferentes em situações semelhantes. Por este motivo as correcções de terreno não são aplicadas de maneira rotineira. Na prática uma estimativa semi-quantitativa é, geralmente, suficiente para provar que as irregularidades de terreno são mínimas. Quando isto acontece, as correcções não são aplicadas e este factor permanece como

uma componente de perturbação desconhecida (Lewis and Wang., 1992). A importância de cada um destes factores varia consideravelmente. Assim, é importante identificar as fontes de perturbação mais significativas e, posteriormente, seleccionar a técnica mais correcta para cada caso.

### **5.1.1- DESCRIÇÃO DOS EFEITOS - REGIME ESTACIONÁRIO**

O modelo que serve de ponto de partida para todos os métodos de correcção de perturbações das irregularidades do terreno é bidimensional; contudo, a extensão a uma situação tridimensional é simples de aplicar. Consideramos um modelo da Terra consistindo de um meio homogéneo e isotrópico, livre de fontes locais de calor, com a superfície fronteira modificada pela topografia (Fig. 5.1(B)). Com o pressuposto adicional de que o transporte de calor é inteiramente condutivo, a temperatura,  $T$ , no interior da Terra deve de satisfazer a equação de Laplace. As correcções são obtidas pela solução desta equação com condições fronteira apropriadas. Infelizmente as condições fronteira da Terra nunca são muito bem conhecidas. A Fig. 5.1(B) ilustra a fronteira que deve de ser considerada e a notação que foi adoptada.

#### **5.1.1.1- CONDIÇÕES FRONTEIRA NO SUBSOLO**

Na base do modelo assume-se que a densidade do fluxo de calor é igual à densidade do fluxo de calor na ausência de perturbações. Num espaço homogéneo, isto equivale a afirmar que o gradiente,  $\Gamma_b$ , é constante. Contudo, o parâmetro  $\Gamma_b$  geralmente é uma quantidade desconhecida que é determinada a partir das observações efectuadas. Duas aproximações são normalmente consideradas:

- as correcções que não dependem do  $\Gamma_b$  são calculadas e subtraídas ao valor das observações; com as observações corrigidas determina-se então, o  $\Gamma_b$ .
- um modelo térmico incorporando perturbações e as variáveis são construídas iterativamente, ou por etapas, de tal maneira que os resultados do modelo e das observações se aproximam o mais possível de acordo com um dado critério.



As condições das fronteiras laterais no subsolo também coloca algumas dificuldades resultantes de não serem bem conhecidas. Geralmente, consideram-se que as fronteiras laterais são isolantes (ou de forma equivalente, as condições à superfície e na base são periódicas em  $x$  com simetria e período  $2L$ ). Esta condição é satisfeita quando assumimos que o fluxo de calor perto da fronteira só ocorre na vertical (Powell, 1988). Para minimizar os erros, a distância entre a região em estudo no subsolo e as fronteiras devem ser muito maior que as dimensões da região em estudo. O efeito destas fronteiras artificiais no campo de temperaturas foi estudado por Blackwell et al. (1980).

### 5.1.1.2- CONDIÇÕES FRONTEIRA NA TEMPERATURA À SUPERFÍCIE

A fronteira superior representa a fonte de todas as irregularidades do terreno - a distribuição da temperatura,  $T_s(x)$ , à superfície da Terra,  $z_s(x)$ . A temperatura à superfície da Terra é controlada por fontes exteriores à Terra sólida: interacção solo - atmosfera, radiação solar e a radioactividade do meio ambiente. Na verdade, a densidade do fluxo de calor terrestre à superfície não tem efeito significativo em  $T_s$ , excepto em casos de zonas geotérmicas anómalas (*e. g.* regiões vulcânicas).

É de referir que a temperatura média anual à superfície  $T_s(x)$ , e não a temperatura instantânea à superfície,  $T_s(x,t)$ , que afecta as medidas de temperatura a profundidades superiores a 20m.

O modelo da variação de temperatura à superfície mais popular é o decréscimo linear da temperatura com a altitude; geralmente a taxa de decréscimo é tomada como igual ao decréscimo da temperatura atmosférica com a altitude (5 a 10 °C por km), sendo a temperatura média anual do solo 1 até 4 °C superior à temperatura média anual do ar. A causa desta diferença é um assunto que está em estudo. No entanto, as zonas que têm sido mais estudadas são as zonas geladas do planeta. Nestas regiões uma possível explicação é a que resulta do facto de a superfície estar coberta de neve e/ou gelo que a isola e minimiza as perdas de calor por radiação (Powell, 1988). A Fig 5.2 mostra a temperatura do solo observada num estudo regional realizado no Colorado e a relação entre a temperatura média anual do solo e a

temperatura média anual do ar. Notam-se desvios significativos, (da ordem dos 3 °C), devido a factores microclimáticos ( Haenel, 1980).

Outra relação que é frequente estabelecer é a temperatura à superfície e a insolação, a qual relaciona as temperaturas à superfície com a radiação solar anual num elemento à superfície. Outros factores microclimáticos podem originar uma significativa variação espacial da temperatura à superfície. Diferenças na vegetação podem conduzir a diferenças na temperatura à superfície: temperaturas no solo em áreas florestadas são normalmente 1 a 2 °C mais baixas do que as temperaturas em zonas desflorestadas (Geiger, 1965). A topografia, a existência ou não de neve, os ventos, a altitude, dias enevoados numa altura particular do ano, têm efeitos pronunciados na temperatura média anual do solo. A presença de lagos e albufeiras são outra fonte de perturbações da temperatura à superfície (Safanda, 1987).

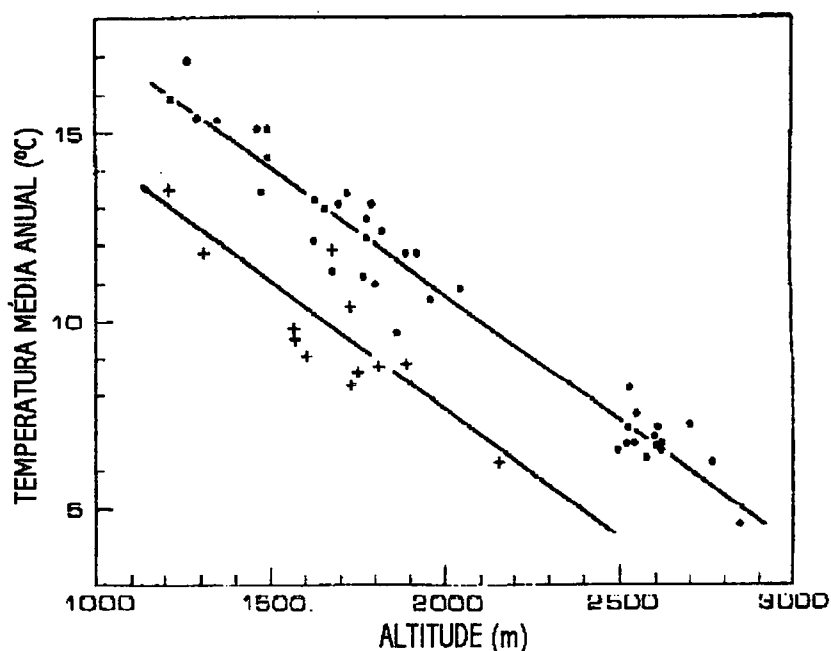


Fig. 5.2. Decréscimo da temperatura com a altitude numa área com 10000km<sup>2</sup> na zona central de Utah, nos EUA. Os círculos representam a temperatura no solo obtida por extrapolação a partir de registos de temperatura feitos em furos. As cruzes representam a temperatura média anual do ar registada em estações meteorológicas. As linhas foram obtidas por regressão linear utilizando o método dos mínimos quadráticos das temperaturas do solo e do ar; o decréscimo é ligeiramente menor do que 7 mKm<sup>-1</sup> para as duas séries de dados, mas as temperaturas do ar são, aproximadamente, 3 °C mais baixas que a temperatura do solo.

### 5.1.1.3- MODELO CONCEPTUAL DAS PERTURBAÇÕES TOPOGRÁFICAS

Neste modelo ver Fig. 5.1(B) o campo de temperatura no subsolo é considerado como a sobreposição de três componentes:

$$T(x, z) = T_1(x, z, \Gamma_b) + T_2(x, z, z_s, \Gamma_b) + T_3(x, z, z_s, T_s) \quad (5.1)$$

onde  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  são caracterizados a seguir,  $T_s$  é a temperatura à superfície e  $\Gamma_b$  é o gradiente geotérmico na base do modelo.

Podemos verificar que  $T_3$  é independente do gradiente,  $\Gamma_b$ , desconhecido.  $T_3$  é então a solução da equação de Laplace  $\nabla^2 T$ , sujeita às condições fronteira  $[\partial T_3(x, z)/\partial x]_{z \rightarrow \infty} = 0$  e  $T_3(x, z_s(x)) = T_s(x)$  que é possível determinar e subtrair dos dados. Esta é a parte do campo de temperaturas que depende da temperatura à superfície, pelo que podemos referir-nos a esta componente como “externa”.

Subtraindo a componente externa do campo de temperatura o resultado é uma superfície topográfica isotérmica. Este campo de temperatura residual pode, seguidamente, ser decomposto num campo “de fundo”  $T_1$ , com gradiente uniforme, e num campo “topográfico”,  $T_2$ , representando o aumento do gradiente geotérmico nos vales e o decréscimo nas montanhas. O campo topográfico é a solução da equação de Laplace com as seguintes condições fronteira:

$$[\partial T_2(x, z)/\partial x]_{z \rightarrow \infty} = 0 \text{ e } T_2(x, z_s(x)) = -\Gamma_b z_s(x).$$

As três componentes independentes do campo de temperatura perturbado do subsolo estão ilustradas na Fig. 5.3.

As componentes de fundo e topográfica dependem de grandezas desconhecidas,  $\Gamma_b$ , e o problema deve de ser resolvido para várias escolhas de  $\Gamma_b$  (Henry and Pollack, 1985; Bauer

and Chapman, 1986).

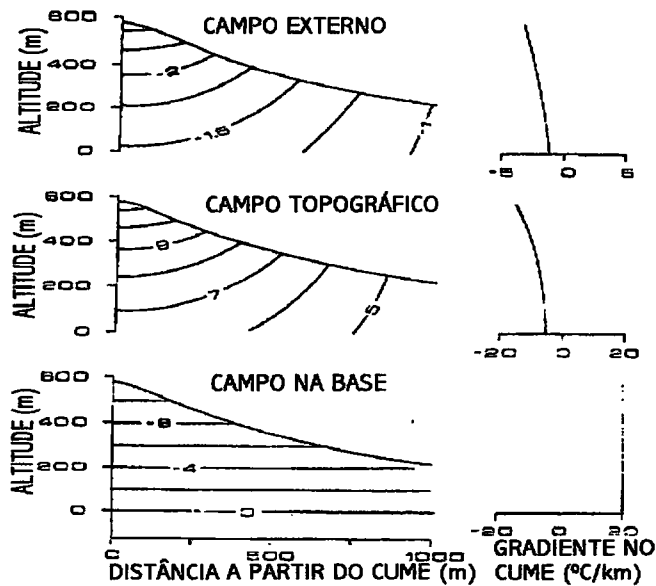


Fig. 5.3. As três componentes independentes do campo de temperaturas no subsolo perturbado pelas irregularidades no terreno. O decréscimo de temperatura com a profundidade é  $4,5 \text{ mK m}^{-1}$ , o gradiente na base é  $20 \text{ mK m}^{-1}$ . No lado esquerdo da figura está representado o modelo isotérmico do subsolo, no lado direito está representado a variação do gradiente num furo localizado no cume de uma montanha. O campo externo é devido às fontes exteriores à Terra e depende da distribuição da temperatura à superfície. O campo topográfico é o resultado da interacção entre o gradiente da base e a topografia à superfície. O campo de fundo é devido às fontes de calor internas, sem perturbações à superfície.

### 5.1.2- TÉCNICAS DE CORRECÇÃO - REGIME ESTACIONÁRIO

A determinação da correcção das irregularidades de terreno requerem basicamente a solução do problema fronteira para as perturbações do campo de temperatura  $T_2$  e  $T_3$  referidos anteriormente. Há, no mínimo, oito métodos numéricos distintos que são utilizados no cálculo das correcções das irregularidades do terreno a aplicar na densidade do fluxo de calor. A tabela 5.1 classifica estes métodos pelas técnicas matemáticas utilizadas e ilustram algumas das suas restrições.

**TABELA 5.1**

Métodos de correcção das irregularidades do terreno em regime estacionário (adaptado de Powell et al., (1988)).

MÉTODOS MATEMÁTICOS	DIMENSÕES <sup>A</sup>	K HETERO <sup>B</sup>	T <sub>s</sub> <sup>C</sup>	TEMPO <sup>D</sup>
Ângulo sólido	2,3	não	sim	sim
Transformação conforme	2	não	não	não
Inversão não linear	2,3	não	não	não
Inversão linear	2,3	não	sim	não
Diferenças finitas (MDF)	2,3	sim	sim	sim
Monte Carlo	2,3	sim	sim	sim
Elementos finitos (MEF)	2,3	sim	sim	sim
Elementos fronteira	2,3	sim	sim	sim

<sup>A</sup> Dimensões geométricas permitidas ao modelo.

<sup>B</sup> O método permite heterogeneidades ou não na condutividade térmica.

<sup>C</sup> Método que permite temperaturas à superfície arbitrárias.

<sup>D</sup> Método adaptável a efeitos dependentes do tempo.

Provavelmente as características mais relevantes utilizadas na selecção do método são: (1) a relação entre o relevo local e a profundidade a que são feitas as medições; (2) o número de dimensões espaciais necessárias para descrever as características geométricas do local. Grandes variações na temperatura à superfície devido a efeitos microclimáticos e não do relevo podem também requerer correcções significativas. Os cálculos a duas dimensões são sempre mais simples de realizar do que os cálculos a três dimensões, pelo que é importante identificar a

dimensionalidade do problema. Nenhum destes métodos é recomendado para todas as situações. A selecção do método é, então, um novo problema para cada local; a combinação da topografia, temperatura à superfície, distribuição da condutividade térmica, características hidrológicas, e a precisão necessária para aplicação vai ditar qual o método que deve de ser utilizado (Haenel et al., 1988).

Alguns dos métodos são amplamente aplicados sem uma sofisticada computação. Os métodos do ângulo sólido, das transformações conformes e as técnicas de inversão não linear são os mais adequados para estimativas iniciais dos efeitos topográficos. Uma estimativa rápida usando estes métodos recorre geralmente ao modelo do decréscimo da temperaturas à superfície e assume que a Terra é um corpo homogéneo.

Quando é necessário uma modelação adicional, pode-se separar duas classes óbvias de métodos. O ângulo sólido (quando as restrições são satisfeitas), a inversão linear e o método dos elementos fronteira para situações bi ou tridimensionais com temperaturas à superfície arbitrarias mas com a condutividade térmica do subsolo aproximadamente constante. Os métodos de Monte Carlo, diferenças finitas, elementos finitos e, de certa maneira, o método dos elementos fronteira pode também ser aplicado a casos bi e tridimensionais com temperaturas à superfície arbitrarias e condutividade térmica também arbitrária. Todos estes métodos necessitam de recursos computacionais, importantes, em particular as situações tridimensionais no caso das diferenças finitas e a dos elementos finitos.

Versões mais recentes destes métodos são mais complicados. No entanto, consideram alguns parâmetros relevantes tais como: o fluxo de calor lateral variável, o transporte térmico por advecção e os efeitos hidrológicos.

### **5.1.3 - EFEITOS TRANSIENTES E CORRECÇÕES**

A difusividade térmica dos materiais geológicos muitas vezes varia com o tempo pelo que pode afectar a distribuição da temperatura no interior da Terra. Porém, na discussão dos efeitos em regime estacionário, a temperatura à superfície e a topografia aparecem como os efeitos principais. A dependência temporal destes dois factores contribui também para os efeitos transientes perturbadores que afectam a temperatura no subsolo. A temperatura à



superfície apresenta uma dependência temporal que inclui os efeitos da variação climática, e das perturbações à superfície como, por exemplo, a construção de imóveis, variações na cobertura vegetal, e variações na localização de barragens. A dependência temporal da topografia envolve uma variedade de processos tectónicos e geomorfológicos que alteram a forma e a altitude da superfície da Terra sólida. Estes dois factores - temperatura à superfície e topografia - são descritos por diferentes modelos matemáticos.

### **5.1.3.1- EFEITOS TRANSIENTES NA TEMPERATURA À SUPERFÍCIE E SUA CORRECÇÃO**

A difusão de variações de longo período nas condições da temperatura à superfície da Terra tem um efeito significativo no campo de temperatura no subsolo e têm sido feitas muitas tentativas para se proceder à correcção quantitativa desse efeito. Por outro lado, há o problema (inverso) de descobrir a história paleoclimática a partir de medidas geotérmicas (Hotchkiss e Ingersoll, 1934; Cermák, 1971; Vasseur, 1983). Tal como nas correcções em regime estacionário, a maior dificuldade em regime transiente é elaborar um modelo que melhor se adapte às condições fronteira, frequentemente desconhecidas. Beck (1977) trata o problema de maneira sistemática e identifica possíveis fontes independentes para obter informação da história da temperatura à superfície da Terra.

A temperatura no subsolo numa Terra homogénea, isotrópica, sem fontes radioactivas e com uma temperatura à superfície variando com o tempo obedece à equação de difusão

$$\alpha \nabla^2 T = \partial T / \partial t \quad (5.2)$$

Por causa de variações de longo período na temperatura à superfície esperam-se variações no subsolo que estão relacionadas com as primeiras. Por convenção consideramos só a componente vertical do Laplaciano nesta equação. As outras condições fronteira necessárias para a resolução do problema são as mesmas que já foram analisadas para o regime estacionário. Se a temperatura à superfície é dependente do tempo então a uma profundidade  $z$  a temperatura é dada pela expressão:

$$T(z) = T_0 + \Gamma_z + \Delta T(z, t) \quad (5.3)$$

onde  $\Delta T(z, t)$  é a perturbação na temperatura cuja forma depende da dependência temporal da temperatura à superfície.

Vários casos simples são de interesse prático. A variação da temperatura,  $\Delta T$ , no subsolo e a variação do gradiente,  $\Delta \Gamma$ , devido a uma variação instantânea da temperatura à superfície,  $\Delta T_0$ , no tempo  $t$  antes do tempo actual, (Fig. 5.4(A)), são dadas por:

$$\Delta T(z, t) = \Delta T_0 \operatorname{erfc} [z / (4\alpha t)^{1/2}] \quad (5.4)$$

$$\Delta \Gamma(z, t) = - \Delta T_0 (\pi\alpha t)^{-1/2} \exp(-z^2/4\alpha t) \quad (5.5)$$

em que  $\operatorname{erfc}$  é a função de erro complementar

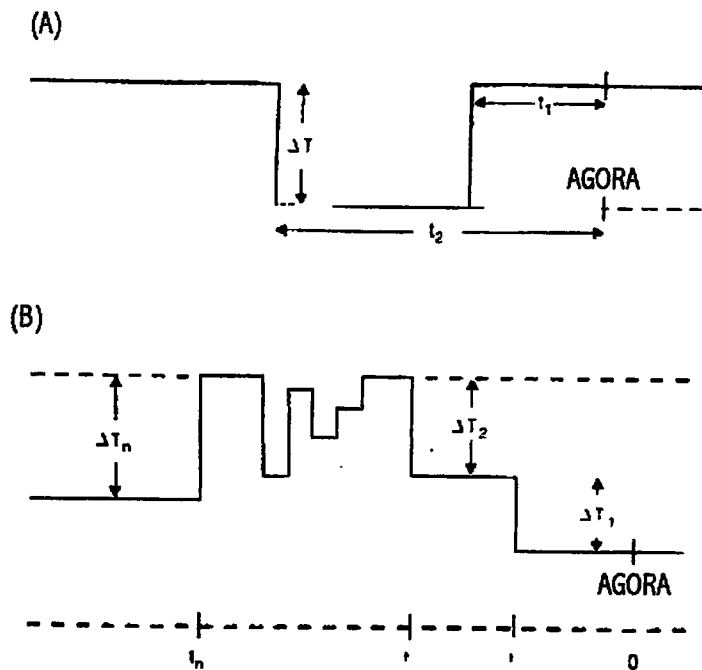
Para várias etapas  $\Delta T_{t_n}$ , para o instante de tempo  $t_n$  antes do presente (Fig. 5.4(B)) as perturbações correspondentes são:

$$\Delta T(z, t) = \sum_{n=1}^N \Delta T_{t_n} \operatorname{erfc} [z / (4\alpha t_n)^{1/2}] \quad (5.6)$$

$$\Delta \Gamma(z, t) = \sum_{n=1}^N - \Delta T_{t_n} (\pi\alpha t_n)^{-1/2} \exp(-z^2/4\alpha t_n) \quad (5.7)$$

A tabela 5.2A dá valores numéricos para as perturbações da temperatura e gradientes térmicos para profundidades seleccionadas calculadas a partir da eq (5.4) e (5.5) utilizando um degrau simples na temperatura de 1K e uma difusividade térmica de  $1 \text{ mm}^2\text{s}^{-1}$  (Beck, 1987).





1

Fig. 5.4. (A) Variação em degrau simples correspondentes às eqs (5.4) e (5.5). (B) Variações com múltiplos degraus correspondentes às equações são (5.6) e (5.7).  $\Delta T$  é a variação da temperatura.

Perturbações com um degrau simples na temperatura mas com diferentes amplitudes são facilmente calculados por causa da linearidade das equações (5.4) e (5.5). A partir da tabela 5.2A pode-se verificar que para pequenos tempos de perturbação correspondentes a perturbações de pequena profundidade. Para períodos mais longos os efeitos térmicos penetram progressivamente a profundidades cada vez maiores mas a sua amplitude é amortecida.

Para uma variação em degrau simples, a eq (5.5), com  $n = 1$ , (ou a equação (5.7), com  $n > 1$ ) pode ser remodelada e apresentada na seguinte forma:

$$z^2 = 4\alpha t \ln[ \Delta T_0 / \{ (\pi\alpha t)^{1/2} \Delta \Gamma(z, t) \} ] \quad (5.8)$$

**TABELA 5.2 A**

Perturbações na temperatura,  $\Delta T$ , e no gradiente,  $\Delta \Gamma$ , devido a uma variação instantânea da temperatura de 1K à superfície para vários tempos antes do presente. A difusividade térmica igual a  $1\text{mm}^2\text{s}^{-1}$ ,  $\Delta T$  em mK, e  $\Delta \Gamma$  em  $\text{mK}\text{m}^{-1}$  (adaptado de Haenel et al., (1988)).

Profundi- dade (m)	1 dia		1 mês		1 ano		1 década		1 século		1 milénio		10 milénios	
	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$
1	16	-110	660	-318	900	-100	970	-32	990	-10	1000	-3	1000	-1
5	0	0	30	-31	530	-82	840	-31	950	-10	980	-3	1000	-1
10	0	0	0	0	210	-45	690	-29	900	-10	970	-3	990	-1
50	0	0	0	0	0	0	50	-4	530	-8	840	-3	950	-1
100	0	0	0	0	0	0	0	0	210	-5	690	-3	900	-1
500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	-1	530	-1
1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	210	-1
5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Na tabela 5.2B são mostrados os valores correspondentes a uma variação da temperatura à superfície de  $\Delta T_0 = 1\text{K}$ , com  $\alpha = 1\text{mm}^2\text{s}^{-1}$ , à profundidade ( $z_p$ ) abaixo da qual  $\Delta \Gamma(z, t)$  é inferior a  $1\text{mK}\text{m}^{-1}$  e inferior a  $0,1\text{mK}\text{m}^{-1}$ .

A situação para  $n > 1$  é mais difícil de generalizar; contudo, é claro que  $\Delta \Gamma(z, t)$  deve de ser zero em algum ponto.

**TABELA 5.2 B**

A profundidade abaixo da qual a perturbação no gradiente é menor do que  $1\text{mK}\text{m}^{-1}$  e  $0,1\text{mK}\text{m}^{-1}$  após uma variação instantânea da temperatura à superfície de  $1\text{K}$ ,  $t$  anos atrás (adaptado de Haenel et al., 1988).

t anos atrás	$\Delta\Gamma < 1 \text{ mK}\text{m}^{-1}$	$\Delta\Gamma < 0,1 \text{ mK}\text{m}^{-1}$
0,5	17,7	21,4
1	24,1	29,5
5	49	62
10	66	85
50	129	177
100	171	241
500	308	490
1000	382	661
5000	471	1294

No caso especial de  $n = 2$ ,  $\Delta T_{11} = -\Delta T_{12} = -\Delta T$  tem-se:

$$\Delta\Gamma(z,t) = \Delta T(\pi\alpha t)^{-1/2} \exp(-x) [\exp(-x) - (1/\sqrt{2})] \quad (5.9)$$

onde  $x = z^2/8\alpha t$ . A eq (5.9) é zero à profundidade  $z_m$ , a qual é independente da grandeza de  $\Delta T_0$ , dando para  $z_m = \sqrt{4\alpha t} \ln 2$ .

Uma função temporal arbitrária da variação da temperatura à superfície pode ser modelada por uma série de variações em degrau (Beck, 1977). Contudo, em vez de se utilizar uma série de funções em degrau, muitas vezes pode ser conveniente utilizar soluções analíticas para casos especiais.

Para uma variação linear da temperatura à superfície, com  $T_m$  constante para o tempo  $t < 0$  e variando a uma taxa constante após  $t = 0$  (isto é  $\Delta T_m = bt$ ), a solução para a perturbação

da temperatura (Carslaw and Jaeger, 1959) e a da perturbação do gradiente são, respectivamente:

$$\Delta T(z, t) = bt [(1 + z^2/2\alpha t) \operatorname{erfc}(z/\sqrt{4\alpha t}) - z/\sqrt{\pi\alpha t} \exp(-z^2/\sqrt{4\alpha t})] \quad (5.10)$$

$$\Delta \Gamma(z, t) = bt [ z/\alpha t \operatorname{erfc}( z/\sqrt{4\alpha t}) - z/\sqrt{\pi\alpha t} \exp(-z^2/\sqrt{4\alpha t})] \quad (5.11)$$

As perturbações na temperatura do subsolo e no gradiente devido a uma variação da temperatura à superfície sinusoidal ( $\Delta T_0 \cos \omega t$ ) com período  $P = 2\pi/\omega$  e fixando  $A = z(\omega/2\alpha)^{1/2}$ ,  $B = (\omega t - A)$ , são:

$$\Delta T(z, t) = \Delta T_0 e^{-A} \cos B \quad (5.12)$$

$$\Delta \Gamma(z, t) = -\Delta T_0 (A/z) e^{-A} [\operatorname{sen} B - \operatorname{cos} B] \quad (5.13)$$

O comprimento de onda  $L$ , e a velocidade de propagação  $S$  da perturbação são dadas, respectivamente, por  $L^2 = 4\pi\alpha P$  e  $S^2 = 4\pi\alpha/P$ ; quando  $z = L$ ,  $\Delta T(L, t) = 0,002\Delta T_0 \cos 2\pi[(t/P) - 1]$ , que tem um máximo para  $0,002\Delta T_0$ . A tabela 5.3 mostra a perturbação criada na temperatura e no gradiente a várias profundidades devido à variação sinusoidal da temperatura à superfície, de amplitude 1K, para vários períodos que oscilam desde 1 dia até 1000 anos, sendo a difusividade térmica de  $1\text{mm}^2\text{s}^{-1}$ .

Lachenbruch (1959) e Mundry (1974) apresentam soluções mais gerais para uma Terra em camadas planas. Birch (1948) e outros investigadores posteriores apresentaram soluções sob a forma de sobreposição de equações do tipo de (5.4) e (5.5) para histórias climáticas mais gerais. Clauser (1984) utilizou o método da transformada de Laplace para o efeito de uma função harmónica da temperatura à superfície numa camada plana da Terra. (Wang et al., 1986) usaram a técnica da inversão no domínio da frequência que é válido para um meio em camadas em que a condutividade térmica pode variar linearmente no interior de cada camada.

Vários outros efeitos transientes da temperatura à superfície têm sido modelados, incluindo o efeito do calor latente, característico das regiões geladas (Lachenbruch, 1982). Os esquemas numéricos mais flexíveis para resolver equações às derivadas parciais - diferenças finitas, elementos finitos e elementos fronteiros - adaptam-se a equações de difusão e podem ser utilizadas quando as propriedades das rochas exibem complicadas heterogeneidades ou quando a temperatura à superfície tem variações espaciais complicadas, requerendo modelos a duas ou três dimensões.

**TABELA 5.3**

Perturbação na temperatura e no gradiente devido a uma variação sinusoidal da temperatura à superfície cuja amplitude é de 1K;  $\alpha = 1\text{mm}^2\text{s}^{-1}$ ,  $\Delta T$  em mK e  $\Delta \Gamma$  em  $\text{mK m}^{-1}$  (adaptado de Haenel et al., 1988).

t/P	z(m)	Período											
		1 dia		1 mês		1 ano		1 década		1 século		1 milénio	
		$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$	$\Delta T$	$\Delta \Gamma$
0,25	1	2	-10,4	151	-492	693	-290	900	-98,9	968	-31,5	900	-10,0
	10	0	0	0	0,02	-43	13,6	196	-50,8	693	-29,0	901	-9,9
	100	0	0	0	0	0	0	0	0,01	-43	1,4	200	5,1
	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	1	0	17,7	297	-161	226	147	90	80,9	31	29,6	10	9,8
	10	0	0	0	-0,02	0	-13,2	310	-11,0	226	14,7	90	8,1
	100	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1,3	310	-1,1
	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,75	1	-2	-2	-151	492	-693	290	-900	98,9	-968	31,5	-900	10,0
	10	0	0	0	-0,02	4,3	-13,6	-196	50,8	-693	29,0	-901	9,9
	100	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	43	-1,4	-200	5,1
	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A maior utilização dos modelos da variação temporal da temperatura à superfície é para detectar e registar os efeitos paleoclimáticos.

O problema e o perigo de ignorar o que à primeira vista parece ser uma insignificante variação da temperatura à superfície, é, por vezes, mais importante do que aquilo que se pensa, pelo que é necessário usar o desvio padrão do gradiente térmico local, obtido pelo método dos mínimos quadrados a partir dos dados  $T(z)$  como medida da fidelidade e qualidade do gradiente regional. Este facto está ilustrado na Fig. 5.5.

O gradiente térmico de equilíbrio típico de  $15 \text{ mKm}^{-1}$  de um escudo Pré - Câmbrio pode ser perturbado por variações climáticas como, por exemplo, a Pequena Idade do Gelo, também esquematizado na Fig. 5.5. Medições da temperatura repetidas num furo com uma profundidade de 300 m e com intervalos de 10 m pode originar os pontos  $T(z)$  mostrados na Fig. 5.5: a curvatura pode ser vista claramente na parte superior do furo e, na ausência de informação local duma variação climática, os dados recolhidos nos 150 m superficiais podem ser rejeitados e dar origem a um gradiente de  $20 \text{ mKm}^{-1}$  no intervalo 150 - 300 m. Contudo, se os dados recolhidos no furo só forem utilizados entre os 300 - 450 m, o gradiente pode ser de  $17 \text{ mKm}^{-1}$ .

Birch (1948) indicou a importância de conhecer os detalhes paleoclimáticos nos registos de temperatura dos últimos  $10^6$  anos. Mais recentemente, a importância da variação climática do Holocénio tem sido considerada (Cermak, 1971; Jessop, 1971; Beck, 1977; Clauser, 1984).

Beck (1977) reviu de maneira sumária as maiores linhas de evidência para inferir variações paleoclimáticas globais e inferir a história da temperatura à superfície da Terra. O seu modelo de variação consiste em seis variações em degrau na temperatura à superfície e, no último milénio, duas variações lineares suaves com o tempo (tabela 5.4). Infelizmente, a temperatura no furo representa uma resposta às variações da temperatura sobre uma pequena área da superfície da Terra e, portanto, pode ser de pouca utilidade para estudos climáticos globais.

Contudo, há uma certa incerteza na variação temporal da temperatura à superfície. Os efeitos paleoclimáticos parecem variar com a latitude, a difusividade térmica e o intervalo de profundidade onde são efectuadas as medições de temperatura. Num furo, a DFC pode ser calculado para os intervalos de profundidade, onde a condutividade térmica seja constante. Contudo, a densidade do fluxo de calor determinada por este processo pode, frequentemente,

ser diferente em cada intervalo de profundidade devido a várias fontes de perturbação como, por exemplo, heterogeneidades na condutividade térmica, refração do calor, movimento de fluidos e efeitos climáticos.

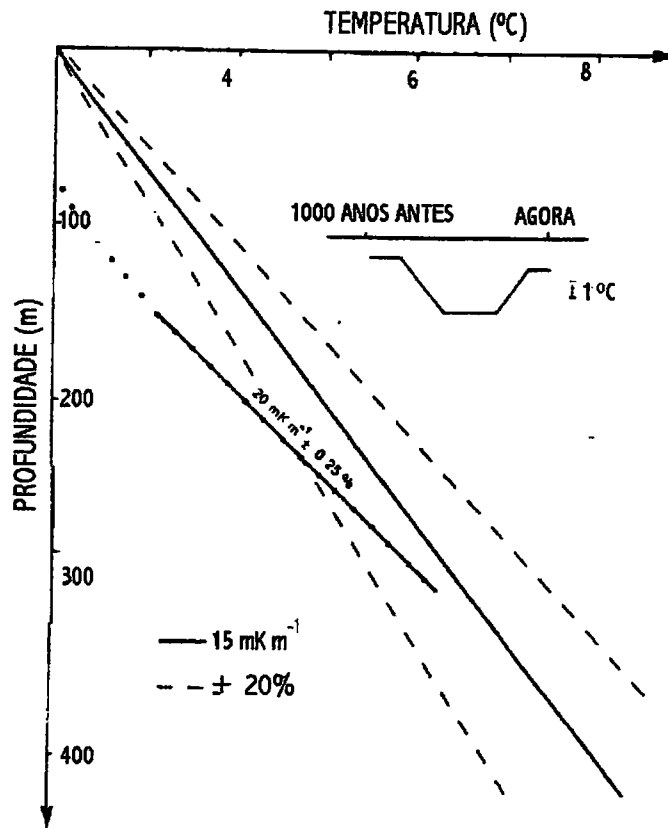


Fig. 5.5 O gradiente em regime estacionário com um limite de erro de 20%, conjuntamente com a temperatura perturbada devido à variação de temperatura à superfície apresentada. A linha recta foi determinada pelo método dos mínimos quadráticos para uma profundidade compreendida entre 150 - 300 m.

Um tratamento mais recente foi referido por Nielsen (1986) que usou a técnica proposta por Tarantola e Vallette (1982) para inverter, conjuntamente, dois ou mais gráficos  $T(z)$  para diferentes tempos permitindo-lhe calcular não só a DFC mas também informação mais precisa acerca de variações climáticas passadas.

Nas inversões da Fig. 5.6 a variação de 5K é claramente evidente na reconstrução do clima passado; contudo, a variação em degrau que ocorreu 1000 anos antes do presente não é

bem determinada. Por outro lado, a DFC é bem resolvida porque a condutividade térmica é bem conhecida e fortemente constringida.

**TABELA 5.4**

Síntese feita por Beck (1977) duma variação climática global para corrigir a DFC (adaptado de Haenel et al., 1988).

LATITUDE	0 - 20		20 - 40		40 - 60	
	T (°C)	t(anos atrás)	T (°C)	t(anos atrás)	T (°C)	t(anos atrás)
	-4,0	97000	-5,7	81000	-9,0	65000
	-1,3	52000	-1,9	44000	-3,0	35000
	5,3	15000	7,7	12000	12,0	10000
	0,7	10000	1,0	8700	1,5	7000
	-0,7	3000	-1,0	2500	-1,5	2000
	0,3	1500	0,5	1200	0,75	1000
	-0,006°C <sup>-1</sup>	1000-750	-0,010°C <sup>-1</sup>	870-620	-0,015°C <sup>-1</sup>	700-500
	0,02°C <sup>-1</sup>	220-150	0,032°C <sup>-1</sup>	190-125	0,05°C <sup>-1</sup>	150-100

Se os dados da condutividade térmica não são conhecidos, o valor deve de ser estimado. Se escolhermos um valor incorrecto e fortemente constringido, o resultado é um valor incorrecto da DFC tal como se pode ver na Fig. 5.6©; se, contudo, um valor incorrecto da condutividade térmica é escolhido mas pouco constringido, obtemos um valor mais razoável da condutividade térmica e da DFC. Os resultados são mostrados na Fig. 5.6(D). A separação no tempo entre os dois registos T(z) é pequeno e, neste caso, a diferença entre os dois perfis invertidos não é significativa.

Contudo a solução inversa não é única e não é perfeitamente resolvida. Seguidamente, usando a técnica para calcular o clima passado a partir dos perfis T(z), a solução correspondente tem uma característica geral que está relacionada com a característica geral da variação climática que pode ser minimamente conhecida a partir de outras evidências, para



locais onde as fontes de perturbação são mínimas, fortalecendo a relação que o paleoclima afecta significativamente o valor da DFC.

Contudo se há vários perfis  $T(z)$  separados no tempo, o problema é muito melhor constringido e é possível obter mais dados sob um período de tempo relativamente curto.

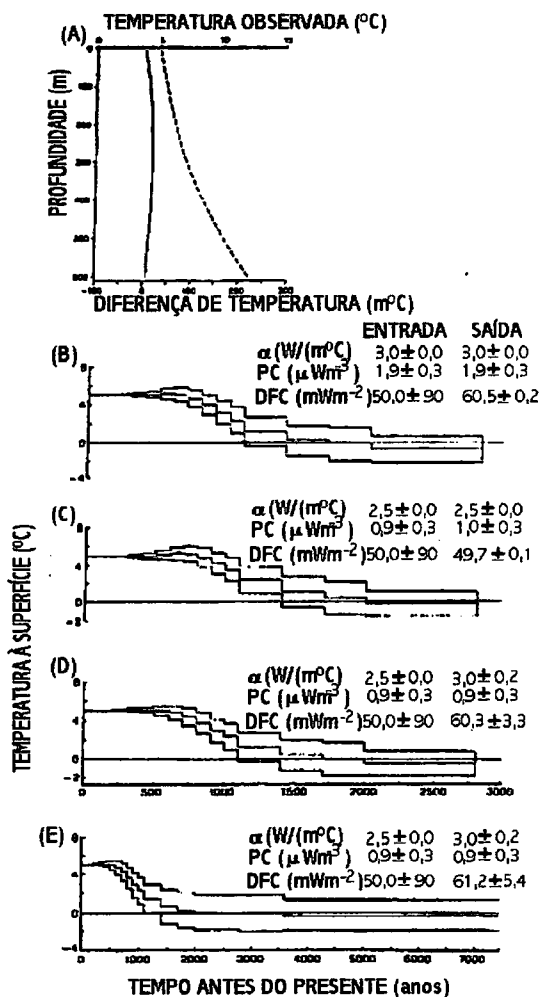


Fig. 5.6 Resultados da inversão de um gráfico  $T(z)$  para um meio homogéneo com  $k=3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $\alpha=1,2 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  produção de calor= $3 \mu\text{Wm}^{-3}$ , DFC= $60 \text{ mWm}^{-2}$  em regime estacionário sendo perturbado por uma súbita variação de 5 K na temperatura há superfície à 1000 anos atrás. (A) O perfil  $T(z)$  (---) em que a temperatura foi medida com intervalos de 10 m num furo com uma profundidade de 600 m, conjuntamente com o perfil da diferença de temperatura (linha sólida) entre os dados  $T(z)$  actuais e a série de dados obtidos há 16 anos atrás. (B) - (D) Os resultados usando dados de entrada tal como os constringimentos no clima passado de  $\pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$  para 2800 anos antes do presente e  $\pm 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$  para uma data anterior a esta. As curvas mostram o clima passado que foi calculado (linha central) com o desvio padrão (linhas exteriores). (E) é idêntico a D excepto nos limites do erro.

A variação climática tem sido considerada como uma fonte de perturbação em muitas determinações da DFC. Tal como no caso em regime estacionário, há dificuldades em relacionar a maioria dos dados paleoclimáticos, sob a forma de temperatura do ar e estimativa da precipitação, com a temperatura média anual à superfície. Por outro lado, variações na circulação de águas que acompanha o recuo dos glaciares continentais pode afectar maiores profundidades do que os mecanismos de condução ou atenuar a temperatura à superfície mais rapidamente, dependendo dos detalhes do fluxo da água. Beck (1977) e Vasseur et al.(1983) mostram a importância de realizar uma amostragem correcta das propriedades das rochas com vista a obter uma efectiva correcção climática.

## **5.2- PERTURBAÇÕES DEVIDO AO MOVIMENTO DAS ÁGUAS SUPERFICIAIS**

As perturbações térmicas discutidas anteriormente e causadas por efeitos do terreno, evolução do terreno, heterogeneidades na condutividade, e variações paleoclimáticas têm todas sido modeladas usando as equações da condução do calor. Mas as perturbações na densidade do fluxo de calor pode também resultar de processos advectivos associados ao fluxo de água.

O fluxo de águas superficiais, que pode ter um efeito directo na determinação da densidade do fluxo de calor num furo, pode ser classificado em três tipos (Drury, 1984): (a) movimento da água no interior do furo, (b) perda ou ganho transiente de água através das fracturas da rocha feitas durante as perfurações, e (c) o fluxo de água através das fracturas ou poros das rochas vizinhas do furo.

Os sistemas de fluxo de água superficial bidimensionais e tridimensionais são mais complicados de avaliar e estudar do que os fluxos verticais unidimensionais, e os seus efeitos térmicos são mais difíceis de reconhecer. O problema é complicado se a determinação da densidade do fluxo de calor é feita em locais isolados e em rochas relativamente impermeáveis de forma a que não haja sistemas de fluxo de água a intersectarem o furo. Nestes casos, o perfil  $T(z)$  e a determinação da densidade do fluxo de calor têm a aparência de um legítimo fluxo de calor condutivo. Contudo, a densidade do fluxo de calor pode ser significativamente mais alta ou mais baixa, ou fortuitamente igual à densidade do fluxo de calor regional. A Fig. 5.7 mostra

dois modelos de simulação realizados por Smith e Chapman (1983) ilustrando várias perturbações térmicas que foram originadas por sistemas de fluxo de águas superficiais bidimensionais.

Quando há grandes dificuldades em reconhecer e corrigir as perturbações advectivas em estudos de densidade do fluxo de calor, a seguinte generalização pode ajudar (Domenico e Palciauskas, 1973; Smith e Chapman, 1983):

- Para rochas de baixa permeabilidade (permeabilidades intrínsecas  $<10^{-17} \text{m}^2$ ) e com uma topografia suave, as velocidades das águas superficiais são também pequenas para afectar de forma significativa a redistribuição do calor por advecção.

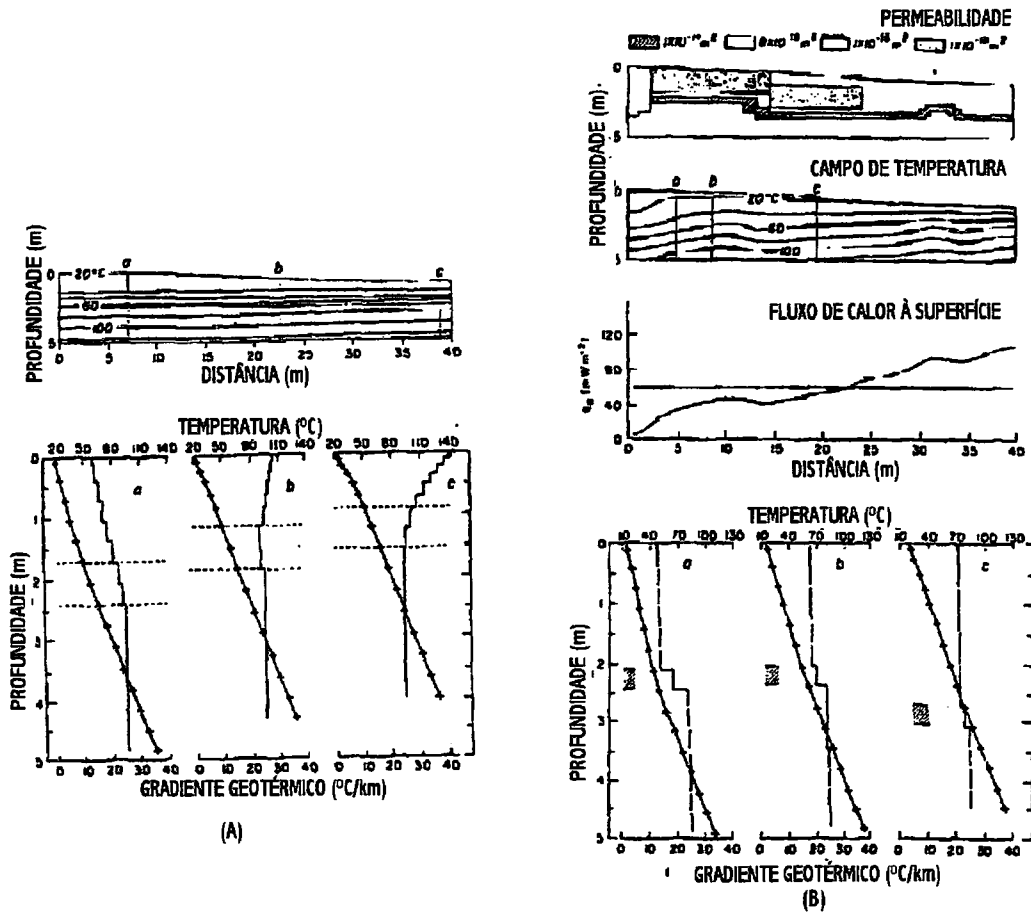
- A transição de condução para advecção é uma situação complicada. Então, a determinação da densidade do fluxo de calor em rochas de permeabilidade  $>10^{-15} \text{m}^2$  pode ser calculada por efeitos advectivos.

- Quando os efeitos advectivos são significantes o regime térmico é afectado pela configuração topográfica do curso de água, grandeza e distribuição espacial da permeabilidade, anisotropia hidráulica e profundidade do fluxo activo.

- Aquíferos produzem perturbações significativas no campo térmico das bacias sedimentares, mas apenas se a permeabilidade do meio vizinho é suficientemente grande para permitir uma adequada carga e descarga a partir do aquífero.

- Se as rochas que cobrem o aquífero têm baixa permeabilidade, o regime térmico no seu interior pode ser dominado pela condução mas a DFC deduzido pode diferir significativamente do fluxo regional. Diferenças na densidade do fluxo de calor em secções do furo acima e abaixo do sistema fracturado onde pode haver fluxo de água podem ser utilizados para calcular detalhes desse mesmo fluxo (Drury e Lewis, 1983).

- O regime térmico no interior duma região de topografia moderada e permeabilidade variando espacialmente é complexo. Assim, precauções devem ser tomadas quando se interpretam os resultados da densidade do fluxo de calor nessas regiões.



**Fig. 5.7** Efeito térmico do fluxo das águas superficiais. Modelos de simulação do fluxo numa região com 40 km de largura e 5 km de profundidade obtido em um gradiente hidráulico de 1 km. (A) Configuração geotérmica (superior), gráficos  $T(z)$  e o gradiente geotérmico para três posições na bacia sedimentar (inferior). A região sombreada nos cortes representa um aquífero de permeabilidade  $10^{-14} \text{ m}^2$  circundado por um meio de permeabilidade  $10^{-17} \text{ m}^2$ . Acima do aquífero o furo “a” mostra um aumento do gradiente com a profundidade, característico de uma zona de carga, “c” mostra uma diminuição do gradiente com a profundidade, característico de uma zona de descarga. Abaixo do aquífero os gradientes em todos os furos são constantes com a profundidade e iguais. (B) Distribuição da permeabilidade, seções isotérmicas, perfil da DFC e gráficos de  $T(z)$  e o gradiente para três localizações na bacia sedimentar. Os intervalos de profundidade sombreados nos gráficos  $T(z)$  indicam a posição do aquífero.

## 5.3- PERTURBAÇÕES DEVIDO À CONVECÇÃO LIVRE

Há dois tipos de convecção que devem de ser considerados quando se utilizam furos para determinar a DFC: a que é induzida no furo pelo facto de introduzir um elemento de medida; e a que resulta de o gradiente térmico regional excede o gradiente de temperatura crítico do fluido no furo.

O gradiente crítico (isto é, aquele acima do qual ocorre a convecção livre) para um meio permeável depende de duas classes de parâmetros - os que são inerentes ao meio e os que são inerentes ao fluido. Estes parâmetros podem ser combinados para dar um número adimensional denominado por número de Rayleigh,  $Ra^*$ . Para uma dada geometria e condições de campo existe um primeiro parâmetro que determina o início da convecção e que é o primeiro número de Rayleigh,  $Ra^*_I$ .

Para a convecção livre em regime estacionário, numa camada permeável de extensão horizontal infinita, e delimitada por duas formações impermeáveis e perfeitamente isoladas separadas por uma distância finita  $\Delta z$ , e com a superfície inferior mantida à temperatura  $\Delta T$  acima da temperatura à superfície, o primeiro número de Rayleigh crítico é dado por:

$$Ra^*_I = (\lambda_m \alpha_f g \Delta T \Delta z) / (\alpha_m \nu_f) = 4\pi^2 \quad (5.14)$$

onde:

$g$  = aceleração da gravidade;

$\alpha_m = k_m / (\rho c_p)_f$  = difusividade térmica efectiva do meio

$k_m$  = condutividade térmica do fluido de saturação do meio

$(\rho c_p)_f$  = capacidade térmica específica do fluido

$\alpha_f$  = coeficiente de expansão volumétrica do fluido

$\nu$  = viscosidade cinemática do fluido

$\lambda_m$  = permeabilidade intrínseca do meio - a propriedade que é independente da natureza do fluido e do campo de forças que causam o movimento do fluido (Powell 1988).

Straus (1974) definiu um segundo número crítico de Rayleigh  $Ra_2^*$  acima do qual a convecção passa a ser instável ou turbulenta. Nessa definição o gradiente térmico não aparece explicitamente dado que é difícil conhecer o gradiente quando se dá a convecção já que ela varia no tempo, e porque, neste caso, as condições fronteiras requerem que as superfícies fronteiras sejam mantidas a temperaturas constantes.

Strauss e Schubert (1977) mostraram que  $Ra_1^* = 4\pi^2$  é o seu valor máximo; no caso real  $Ra_1^*$  é considerado influenciado por propriedades físicas variáveis (tais como a dependência da viscosidade com a temperatura). A Fig. 5.8 mostra como  $Ra_1^*$  varia com o gradiente térmico e a espessura da formação em que as propriedades físicas e termodinâmicas são dependentes da temperatura e pressão (Beck et al., 1988).

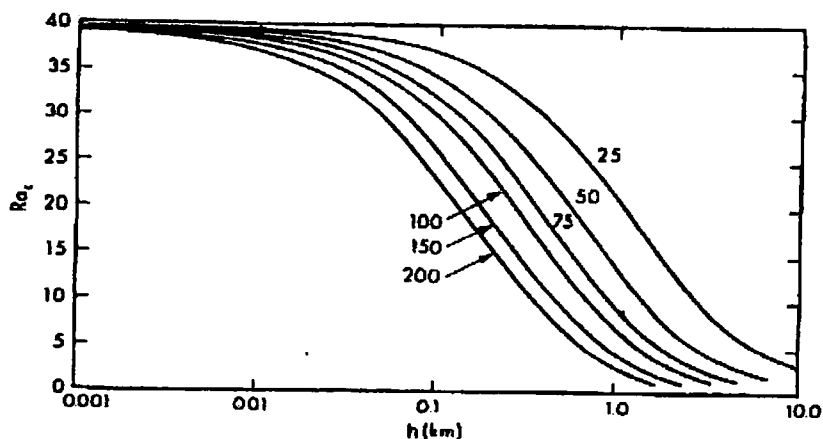


Fig. 5.8 Variação do primeiro número de Rayleigh crítico para reservatórios geotérmicos de espessura  $h$  com vários gradientes térmicos em  $mK m^{-1}$  e com permeabilidades variando com a temperatura e a pressão (de acordo com Strauss and Schubert, 1977).

## ***2ª PARTE***

## INTRODUÇÃO

Na segunda parte do trabalho faço uma reconstrução da história da temperatura à superfície de Portugal Continental.

Os dados, ou seja, os perfis  $T(z)$  que permitem fazer este estudo foram recolhidos em cinco furos (Almeida, 1990) localizados, essencialmente, no Alentejo.

A reconstrução da história da temperatura à superfície foi obtida como resultado da inversão dos dados. O método de inversão utilizado é o método de inversão no espaço funcional (IEF) e o programa computacional que lhe está associado foi desenvolvido por Shen e Beck (1991).

Contudo, a reconstrução da história da temperatura à superfície a partir dos perfis  $T(z)$  não é um problema da resolução fácil. O campo de temperatura no subsolo está sujeito, como já se referiu anteriormente, a uma extensa gama de factores: sedimentação, erosão, estrutura geológica do subsolo, fluxos de águas superficiais, tipo de cobertura vegetal, etc.. Por vezes, estes factores são de tal maneira evidentes que são facilmente identificados; porém, há situações em que se torna difícil reconhecê-los, identificá-los e aplicar as correcções necessárias.

No método adoptado, e para simplificar o estudo deste problema, considera-se que o fluxo de calor na Terra é puramente condutivo e ocorre segundo uma só direcção. Simultaneamente a Terra é considerada como um meio isotrópico e homogéneo; por outro lado, admite-se que a produção de calor radiogénica é constante ao longo dos furos e a produção de calor por fenómenos geoquímicos pode ser desprezada. A condutividade térmica ao longo dos furos é considerada constante.



# **1 - MÉTODOS GERAIS DE INVERSÃO E MÉTODO ADOPTADO**

Para fazer-se a reconstrução da história da temperatura à superfície (HTS) podem utilizar-se duas metodologias diferentes: utilizar-se um método directo ou recorrer-se a um método geral de inversão (Beck, 1992).

No método directo assume-se que a variação da temperatura à superfície é uma variação sinusoidal e que pode ser representada por vários tipos de modelos (a variação pode ser representada por um degrau, por vários degraus, ou por uma variação linear, ou elíptica, ou hiperbólica, etc).

Associado a este método pode escrever-se um programa computacional em que nos dados de entrada, consta o tipo de variação da temperatura ocorrida à superfície, obtendo-se na saída um perfil  $T(z)$  sintético, para cada um dos tipos de variação de temperatura ocorridas. Estes perfis  $T(z)$  são comparados com o perfil  $T(z)$  obtido experimentalmente num ou mais furos; quando há concordância entre os dois perfis podemos dizer que obtivemos um possível modelo para a variação da temperatura à superfície no passado.

Os métodos gerais de inversão assentam na teoria dos mínimos quadrados e podem ter três vertentes diferentes: a inversão espectral (IE), a decomposição dos valores singulares (DVS) e a inversão no espaço funcional (IEF).

O suporte teórico destes três métodos de inversão é a teoria da condução do calor numa Terra lateralmente homogénea, com propriedades térmicas (condutividade térmica e capacidade térmica mássica) dependentes da profundidade; admite-se ainda que a história da temperatura à superfície e a densidade do fluxo de calor também são lateralmente homogéneas. Quando os dados recolhidos nos furos são perturbados por alguns factores perturbadores facilmente identificados como, por exemplo, o movimento de água não se devem efectuar reconstruções da HTS utilizando estes métodos (Shen et al., 1992).

Os três métodos de inversão, atrás referidos, envolvem duas etapas fundamentais: a parametrização das equações teóricas e a estimativa dos valores dos parâmetros envolvidos em cada método. Como há uma variedade de percursos para executar estas duas etapas, as

soluções obtidas por cada um dos métodos são, na maioria das vezes, diferentes, não obstante poder haver situações em que há uma só solução para cada um dos métodos.

Na IE as propriedades térmicas (condutividade térmica e o produto da massa volúmica pela capacidade térmica mássica) são consideradas como parâmetros e as incertezas que lhes estão associadas são tomadas em consideração na inversão (Wang et al., 1992). Este método é de grande aplicabilidade quando os erros associados às propriedades térmicas são grandes e sistemáticos. Por outro lado, há a incorporação de uma função de autocovariância cujo objectivo é fazer com que se obtenha uma só solução. No entanto, dado que em muitos problemas práticos, incluindo a inversão dos perfis  $T(z)$  obtidos em furos, a função de autocovariância não é suficiente para fazer com que a solução seja única, então, há necessidade de incorporar informação *a priori*.

A IE é formulada no espaço discreto (isto é, a estimativa dos parâmetros assenta na discretização dos mesmos - *e.g.* os registos de temperatura são descontínuos) e a história da temperatura à superfície é estimada no domínio das frequências de Fourier (Wang et al., 1992; Shen et al., 1992).

O método da decomposição dos valores singulares (DVS) só é aplicável a problemas lineares, pelo que, as propriedades térmicas do meio têm de ser bem conhecidas. Este facto não é muito restritivo na aplicabilidade do método porque é possível de aplicar sempre que os erros associados às propriedades térmicas não forem sistemáticos; por outro lado, os seus efeitos podem ser minimizados pela incorporação de constrangimentos à HTS. As soluções obtidas por este método têm duas componentes: uma que corresponde às variações de pequeno período e a outra que corresponde às variações de maior período. Para que a solução seja única e estável é necessário desprezar a componente que corresponde às variações de pequeno período, o que tem como consequência uma diminuição do poder de resolução associado ao método (Mareschal and Beltrami, 1992).

O método de inversão no espaço funcional (IEF) (Shen and Beck, 1991) foi a metodologia adoptada neste trabalho, para inverter os dados obtidos em furos portugueses. Este método é aplicável a problemas não lineares e os parâmetros adoptados são as propriedades térmicas do meio (a condutividade térmica, a difusividade térmica e a capacidade térmica do meio), a densidade do fluxo de calor, a produção de calor radiogénica e a

temperatura à superfície que, conjuntamente com a condutividade térmica, controla o perfil  $T(z)$  em regime estacionário. Os erros associados a estes parâmetros são considerados na inversão. O método da IEF é formulado no espaço funcional e a história da temperatura à superfície é estimada no domínio temporal (Shen et al., 1992).

Neste método, após ter-se escolhido os parâmetros há necessidade de escolher um modelo que melhor se adapte aos dados. A escolha do modelo é, geralmente, formulada como um problema de optimização, em que é criada uma função residual que nos dá a diferença entre os dados de saída e os dados de entrada. O objectivo é ir alterando os valores dos dados de entrada para que a função residual tenha um valor mínimo. Nos problemas de inversão dos perfis  $T(z)$  a função residual é:

$$X^2(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}(\mathbf{d} - \mathbf{d}_0)^t (\mathbf{d} - \mathbf{d}_0) \quad (1.1)$$

onde  $\mathbf{d}$  é o vector dos valores previstos pelo modelo,  $\mathbf{d}_0$  é o vector dos valores dos parâmetros de entrada.

Na maior parte dos problemas práticos, nomeadamente, na inversão dos dados de temperatura obtidos em furos, a função residual é insuficiente para que a solução seja única e estável. É, por isso, essencial impor alguns constrangimentos ao modelo, e a incorporar informação *a priori*.

Os constrangimentos são o desvio padrão ( $\sigma$ ), que vai modelar a amplitude da variação da HTS, e um factor de correlação temporal ( $\tau_c$ ), que faz com que a solução não tenha variações muito bruscas e repentinas.

Na incorporação de informação *a priori* podem registar-se algumas dificuldades. Por exemplo, a estimativa das variações da temperatura à superfície no passado pressupõe que sejam conhecidos: a componente transiente e a componente estacionária da temperatura à superfície, a densidade do fluxo de calor na base e as propriedades térmicas do meio. As propriedades térmicas podem ser obtidas ou por medição *in situ* ou por métodos laboratoriais; a densidade do fluxo de calor na base e a componente estacionária da temperatura à superfície podem ser calculadas através da parte inferior do perfil  $T(z)$  associado a cada furo. A principal dificuldade consiste na determinação da componente transiente da temperatura à superfície,

pois medições directas só foram feitas num passado muito recente (algumas centenas de anos) ou, então, estão limitadas a uma localização espacial muito restrita.

O algoritmo associado à IEF recorre ao método das diferenças finitas (MDF). Este, é, desde há muito, reconhecido como potencialmente aplicável às correcções topográficas e climáticas (Haenel, 1970; Kappelmeyer and Haenel, 1974; Sclater et al. , 1970; von Herzen et al., 1974). O MDF é um método conceptualmente simples, que permite modelar de uma forma flexível as temperaturas no subsolo. Por outro lado, esta metodologia permite incorporar variações na condutividade térmica, assim como construir modelos a duas ou três dimensões mas que no presente trabalho não vão ser consideradas. Este método é também aplicável a problemas dependentes do tempo (*e. g.*, variação da temperatura à superfície).

O programa computacional utilizado na resolução do algoritmo é um programa iterativo que foi adaptado por Safanda (1992). Para cada um dos parâmetros do modelo, é estipulada uma função residual mínima; quando a diferença entre os valores dos parâmetros obtidos entre duas iterações consecutivas é menor que o valor da função residual pré-definida, a convergência é atingida e a parte do cálculo está concluída. As variáveis de saída neste programa são as mesmas que os parâmetros de entrada.

Nos dados de entrada o valor atribuído à condutividade térmica foi de 2,8 W/mK. Este valor *a priori* assenta no pressuposto que a estrutura geológica do intervalo de profundidade estudado tem uma composição relativamente homogénea pelo que o valor da condutividade térmica ao longo do furo sofre apenas pequenas variações. Por outro lado, este valor é utilizado para todos os furos porque neste trabalho se desconhece a distribuição real da condutividade térmica com a profundidade.

Ao longo do furo também se atribui um valor constante à capacidade térmica mássica ( $2,8 \text{ JK}^{-1}\text{m}^{-3}$ ) assim como à taxa de produção de calor ( $2 \times 10^{-6} \text{ Wm}^{-3}$ ). Este valor foi calculado a partir da relação entre a produção de calor e a velocidade das ondas sísmicas (Rybach and Buntebarth, 1982). No vector,  $\mathbf{d}_s$ , também se considera uma componente estacionária da temperatura,  $u_s$ , para cada furo e admite-se que a densidade do fluxo de calor na base do furo é constante.

As principais vantagens e desvantagens associadas a estes métodos de inversão são (Lachenbruch and Marshall, 1986):

## **VANTAGENS**

1 - As variações climáticas de longo período são preservadas e as perturbações de pequeno período são progressivamente filtradas; a Terra só regista as variações climáticas de maior importância.

2 - As anomalias de certas quantidades geofísicas registadas no subsolo podem ter uma consequência termofísica directa das variações da temperatura à superfície que ocorreram no passado, ou serem uma consequência de efeitos antropogénicos tais como urbanização ou deflorestação, movimento de água, práticas agrícolas, etc. É necessário Ter-se alguma informação adicional para que se possam discernir os efeitos antropogénicos da verdadeira variação climática regional.

3 - A informação da história da temperatura à superfície de um local pode ser re-escrita sem um complicado aparato instrumental.

## **DESVANTAGENS**

1 - As observações, assim como a recolha de informação, requerem furos, e o preço destes pode ser elevado; contudo muitos furos que já existem podem ser utilizados, sem um substancial acréscimo dos custos.

2 - A reconstrução do clima passado é ambíguo nos detalhes.

3 - A relação entre a temperatura do solo e do ar ainda não é muito bem compreendida.

Pode concluir-se que a temperatura das rochas no subsolo não é o único registo do clima passado, nem sequer o mais utilizado. Os registos meteorológicos são o suporte de modelos computacionais complexos utilizados para prever como o clima pode variar como resultado de uma extensa variedade de factores (por exemplo, o efeito de estufa). Estes modelos computacionais designados vulgarmente por modelos gerais de circulação, ou MGC, são complicadas simulações da resposta da Terra às variações que ocorreram quer provenientes da actividade humana quer devido às variações naturais. Uma característica destes MGC é que são reversíveis, tanto podem fazer previsões do futuro como do passado. Mas um problema que lhes está associado é a falta de calibração dos resultados obtidos. Então, é de todo o interesse arranjar outros modelos que façam previsões do clima futuro ou reconstruções do

clima passado. Os modelos de reconstrução da HTS com base em dados geotérmicos são um desses modelos procurados e permitem comparar resultados obtidos por diferentes metodologias.

## 2 - DESCRIÇÃO DOS DADOS

### 2.1- CARACTERIZAÇÃO DOS FUROS

O ambiente geológico que circunda os furos deve de ser estudado e conhecido, para que seja possível compreender algumas anomalias do perfil T(z) que não são causadas por variações climáticas. Neste trabalho foram utilizados cinco furos com o objectivo de fazer uma primeira determinação da história da temperatura à superfície em Portugal Continental. Os cinco furos e as respectivas coordenadas são:

Alperchina 1: 37° 38' 21'' N; 08° 11' 55'' W

Alperchina 2: 37° 37' 49'' N; 08° 11' 56'' W

Santo Aleixo: 37° 59' 10'' N; 07° 09' 45'' W

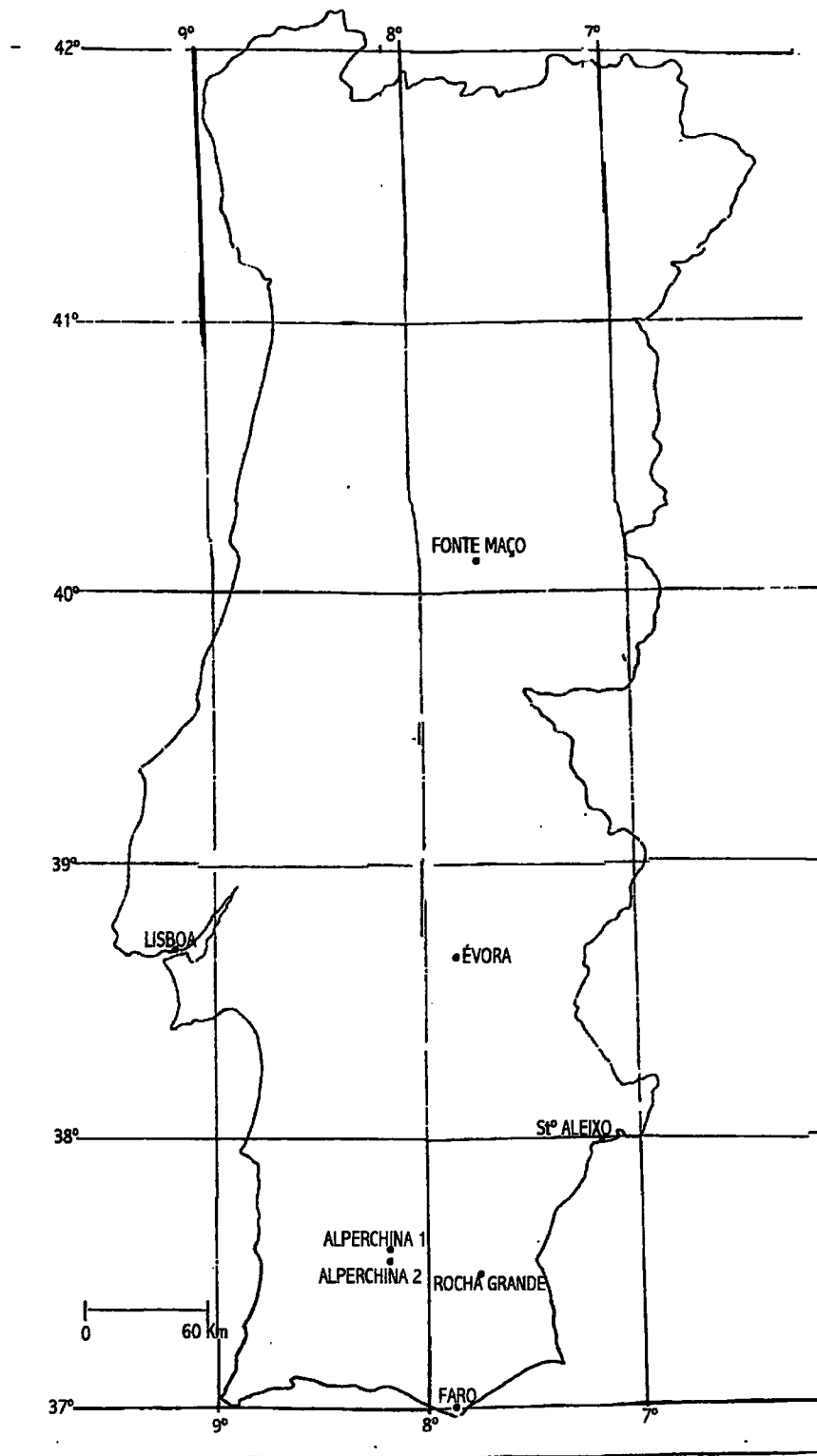
Rocha Grande: 37° 30' 18'' N; 07° 42' 41'' W

Fonte Maço: 40° 08' 51'' N; 07° 45' 13'' W

Todos os furos se encontram na zona de Ossa-Morena excepto o de Fonte Maço, que se localiza na zona Centro-Ibérica (ver Fig. 2.1).

A zona de Ossa-Morena é limitada a norte pela zona Centro-Ibérica e a sul pelo cavalgamento de Ferreira do Alentejo - Ficalho. Abundam as formações pré-câmblicas e câmblicas, e rochas vulcânicas e plutónicas. O Pré-Câmbrico é formado por rochas gneisso-magmáticas, metamórficas mais antigas, e por uma série superior "flischóide", designada por série negra. Nesta série negra abundam essencialmente os cálcarios, xistos, grauvaques, xistos negros, anfibolitos e migmatitos. O Câmbrico assenta discordantemente sobre o Pré-Câmbrico e é rico em vestígios de trilobites (Roque et al. 1996).

A zona Centro-Ibérica é limitada a norte pela formação galaico-transmontana e a sul pela zona de Ossa Morena através do cavalgamento de Ferreira do Zêzere.



**Fig. 2.1:** Localização dos furos em Portugal Continental (adaptado de Almeida, 1990).



Sobressai uma grande unidade estratigráfica conhecida por complexo xisto grauváquico e anterior ao Câmbrio, constituída por xistos e grauvaques com níveis esporádicos de conglomerados e calcários. Nesta zona aparecem xistos muito fossilíferos do Ordovícico, e xistos negros e xistos, arenitos e quartzitos do Devónico Inferior (Roque et al., 1996).

A profundidade dos furos oscila entre os 155m e os 485m. O furo menos profundo é o de Alperchina 2 e o mais profundo é o de Rocha Grande.

Após fazer-se o furo tem de se esperar que se atinja o equilíbrio térmico. Na verdade, devido ao movimento do fluido de arrefecimento (normalmente lamas), há uma uniformização da temperatura de tal modo que a parte inferior do furo arrefece e a parte superior aquece. Os furos utilizados neste trabalho estão em equilíbrio térmico e cheios com água. As temperaturas foram medidas de 10 em 10 metros utilizando-se uma resistência de platina com uma precisão de 0,004K e uma exactidão de 0,01K.

## **2.2- DADOS OBTIDOS**

As temperaturas obtidas em cada furo estão registados nas tabelas 2.1 e 2.2 (Almeida, 1990).

**TABELA 2.1**

Valores da temperatura em função da temperatura registados em cada furo.

PROFUNDIDADE (m)	T E M P E R A T U R A (°C)				
	Rocha Grande	Alperchina 1	Alperchina 2	St° Aleixo	Fonte Maço
25		19,05	18,53		
35		19,25	18,84		13,08
45		19,54	18,94		13,39
55		19,72	19,32		13,73
65		20,15	19,48		14,02
75	20,55	20,32	19,70	20,27	14,34
85	20,64	20,73	19,84	20,38	14,63
95	20,76	21,01	20,19	20,50	14,92
105	20,89	21,45	20,29	20,67	15,17
115	21,06	21,65	20,55	20,87	15,43
125	21,22	21,91	20,63	21,05	15,65
135	21,38	22,22	21,02	21,29	15,88
145	21,56	22,55	21,24	21,50	16,11
155	21,71	22,77	21,45	21,72	16,37
165	21,91	23,15		21,93	16,54
175	22,09	23,36		22,10	16,75
185	22,30	23,65		22,29	16,97
195	22,50	23,90		22,53	17,21
205	22,73	24,23		22,75	17,42
215	22,93	24,45		22,88	17,63
225	23,14	24,75		23,11	17,83
235	23,39	24,90		23,41	18,02

245	23,60	25,15		23,52	
255	23,85	25,31		23,69	
265	24,05	25,58		23,91	
275	24,40	25,78		24,12	
285	24,63	26,00		24,34	
295	24,88	26,25		24,48	
305	25,10	26,44			
315	25,31	26,69			
325	25,51	27,03			
335	25,73	27,37			
345	26,00	27,66			
355	26,15				
365	26,44				
375	26,69				
385	26,93				
395	27,19				
405	27,38				
415	27,64				
425	27,84				
435	28,10				
445	28,31				
455	28,57				
465	28,75				
475	29,01				
485	29,29				

**TABELA 2.2**

Valores atribuídos à componente estacionária da temperatura à superfície,  $u_s$ , à componente transiente da temperatura à superfície,  $v_s$ , e à densidade do fluxo de calor na base,  $q_b$ .

	Rocha Grande	Alperchina 1	Alperchina 2	Sto Aleixo	Fonte Maço
$u_s$ (°C)	13	19	19	17	13,5
$v_s$ (°C)	13	19	19	17	13,5
$q_b$ (Wm <sup>-2</sup> )	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07

### 3 - RESULTADOS OBTIDOS

O programa de inversão utilizado no trabalho dá como dados de saída os valores da condutividade térmica ao longo do furo, a produção de calor radiogénica, a temperatura à superfície ao longo do tempo e um perfil de temperatura  $T(z)$  sintético.

Analisando a Fig. 3.1 podemos comparar a história da temperatura à superfície obtida para os cinco furos utilizando como a incerteza associada à condutividade térmica  $0,5 \text{ W/mK}$  e  $0,04 \text{ K}$  para os valores da temperatura registadas ao longo do furo.

Relativamente ao gráfico da HTS o primeiro valor considerado reporta-se ao ano de 1700 e o último valor considerado varia de furo para furo. O critério utilizado escolher até ao valor que tivesse uma menor incerteza associada. Simultaneamente foi construído um gráfico da diferença relativa de temperatura que dá a diferença entre o valor da temperatura relativa aos vários anos e o primeiro valor considerado.

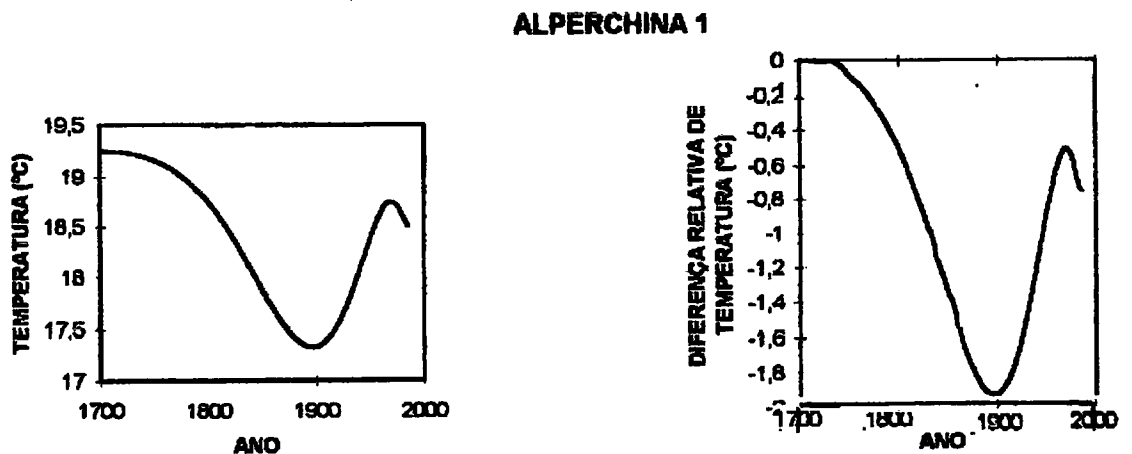
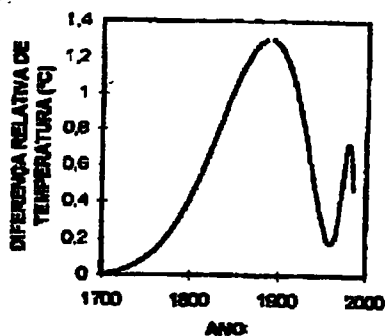
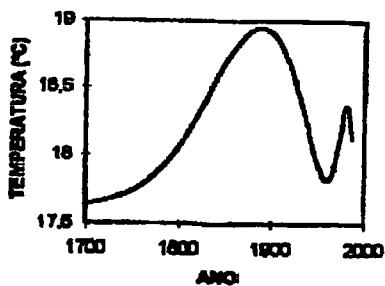
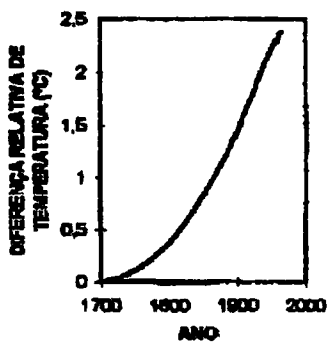
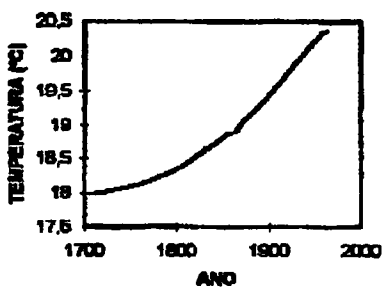


Fig 3.1: Reconstrução da HTS (história da temperatura à superfície) para os cinco furos considerados neste trabalho, em que os desvios padrão adoptados são  $0,5 \text{ W/mK}$  para a condutividade térmica e  $0,04 \text{ K}$  para a temperatura, assim como as diferenças de temperatura relativas. A diferença relativa de temperatura é calculada como a diferença entre a temperatura para cada ano e o primeiro valor da temperatura considerado que se refere 1700.

**ALPERCHINA 2**



**ROCHA GRANDE**



**SANTO ALEIXO**

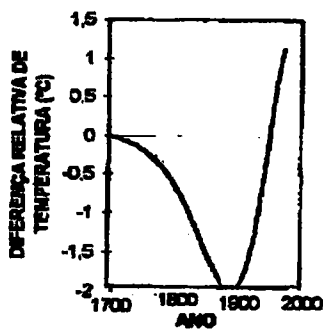
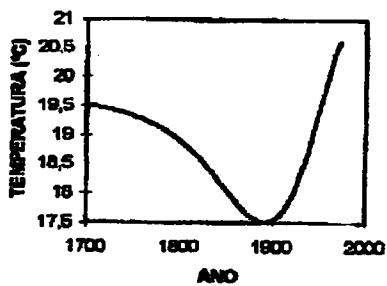


Fig 3.1: (cont)

### FONTE MAÇO

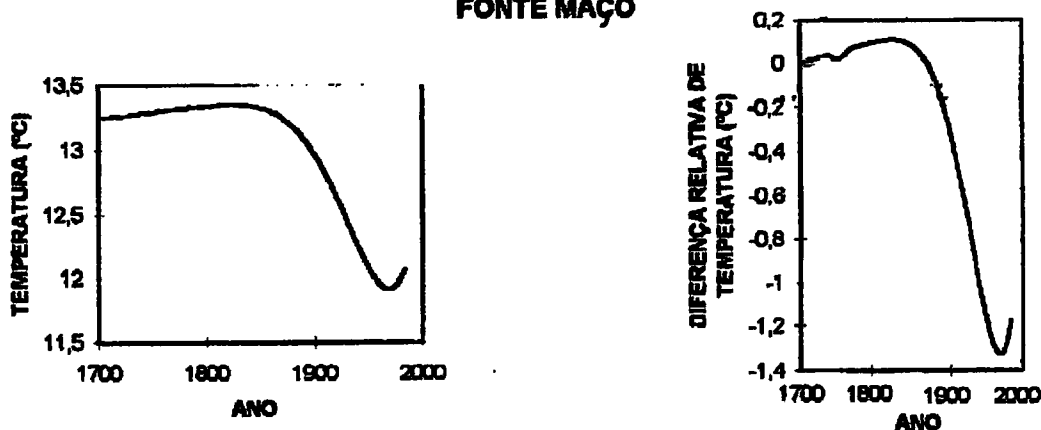


Fig 3.1: (cont)

No furo Rocha Grande verificamos que a estimativa da HTS mostra uma tendência de aquecimento desde o século XVIII até ao presente. Em Fonte Maço há uma leve tendência de aquecimento até meados do século XIX depois há um acentuado arrefecimento até à década de 70-80 (do nosso século) invertendo-se a situação até aos nossos dias. No Alperchina 1 há um acentuado arrefecimento desde o século XVIII até 1900 este decréscimo na temperatura é da ordem dos 1,8 °C após o que há um aumento da temperatura até meados da década de 70; seguidamente há uma ligeira tendência de arrefecimento. Em contrapartida o Alperchina 2 exhibe um aquecimento até, sensivelmente, 1900; este aquecimento é da ordem dos 1,4 °C. De 1900 até 1960 há um arrefecimento da ordem de 1 °C e, posteriormente, há uma ligeira tendência de aquecimento. No furo de Santo Aleixo há um arrefecimento desde 1700 até 1900. Este arrefecimento é, sensivelmente, de 2 °C; após esta data a estimativa da HTS exhibe um certo aquecimento até aos nossos dias em que o aumento da temperatura é da ordem dos 3 °C.

Nos resultados obtidos verifica-se que a condutividade térmica não é constante ao longo do furo (ver Fig. 3.2). Os valores obtidos são os que melhor se adaptam ao perfil T(z) observado e ao intervalo de valores da condutividade térmica e respectiva incerteza.

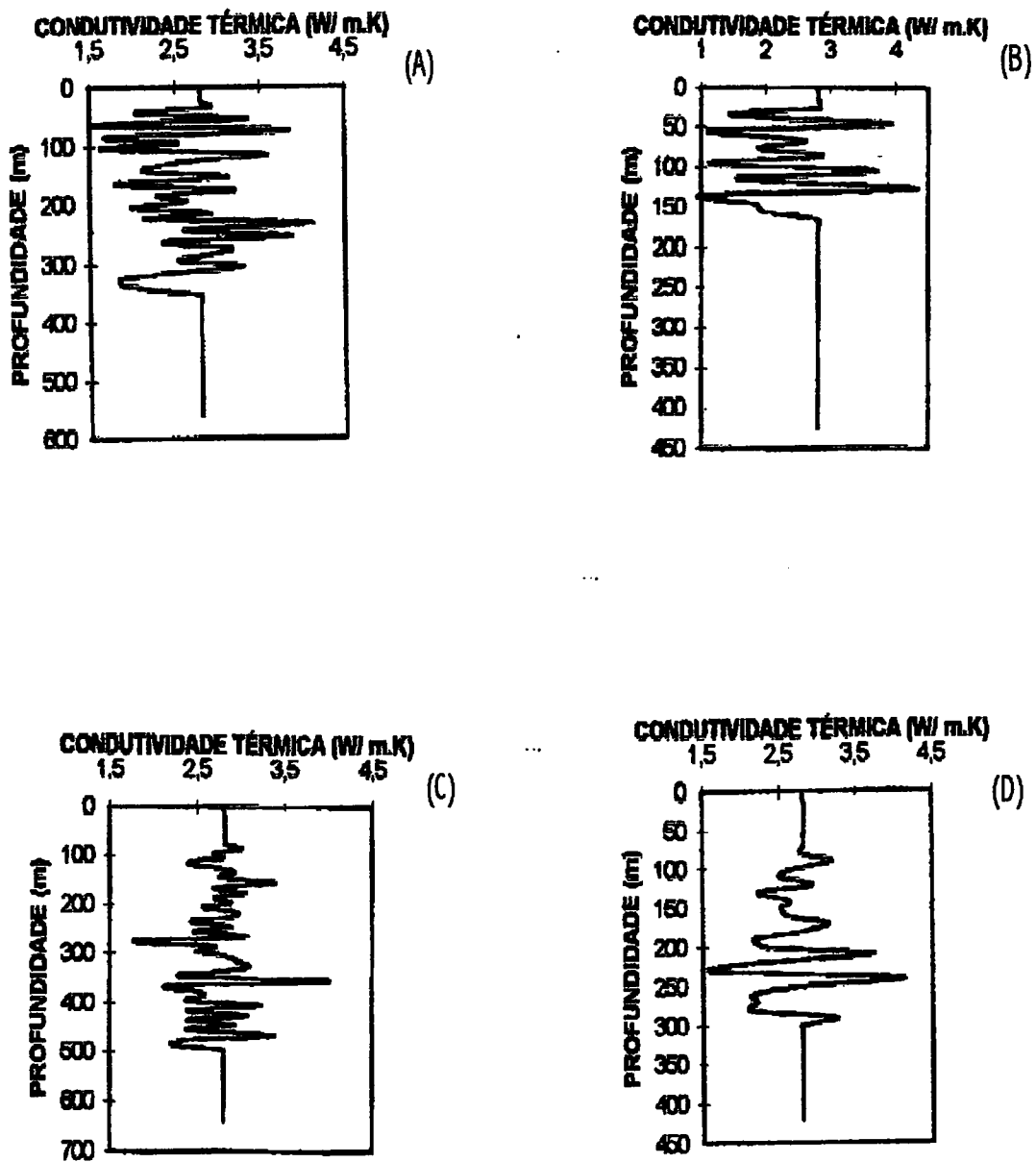


Fig 3.2: Valores da condutividade térmica em função da profundidade, obtidos *a posteriori*. (A) Alperchina 1, (B) Alperchina 2, (C) Rocha Grande, (D) Stº Aleixo e (E) Fonte Maço.



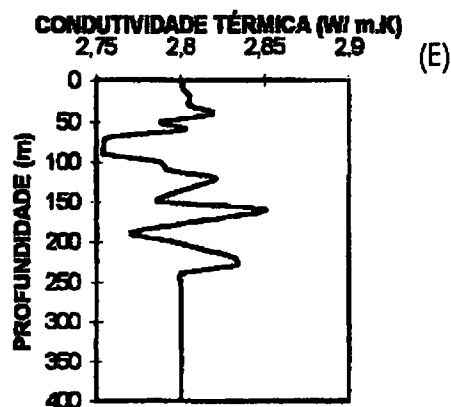
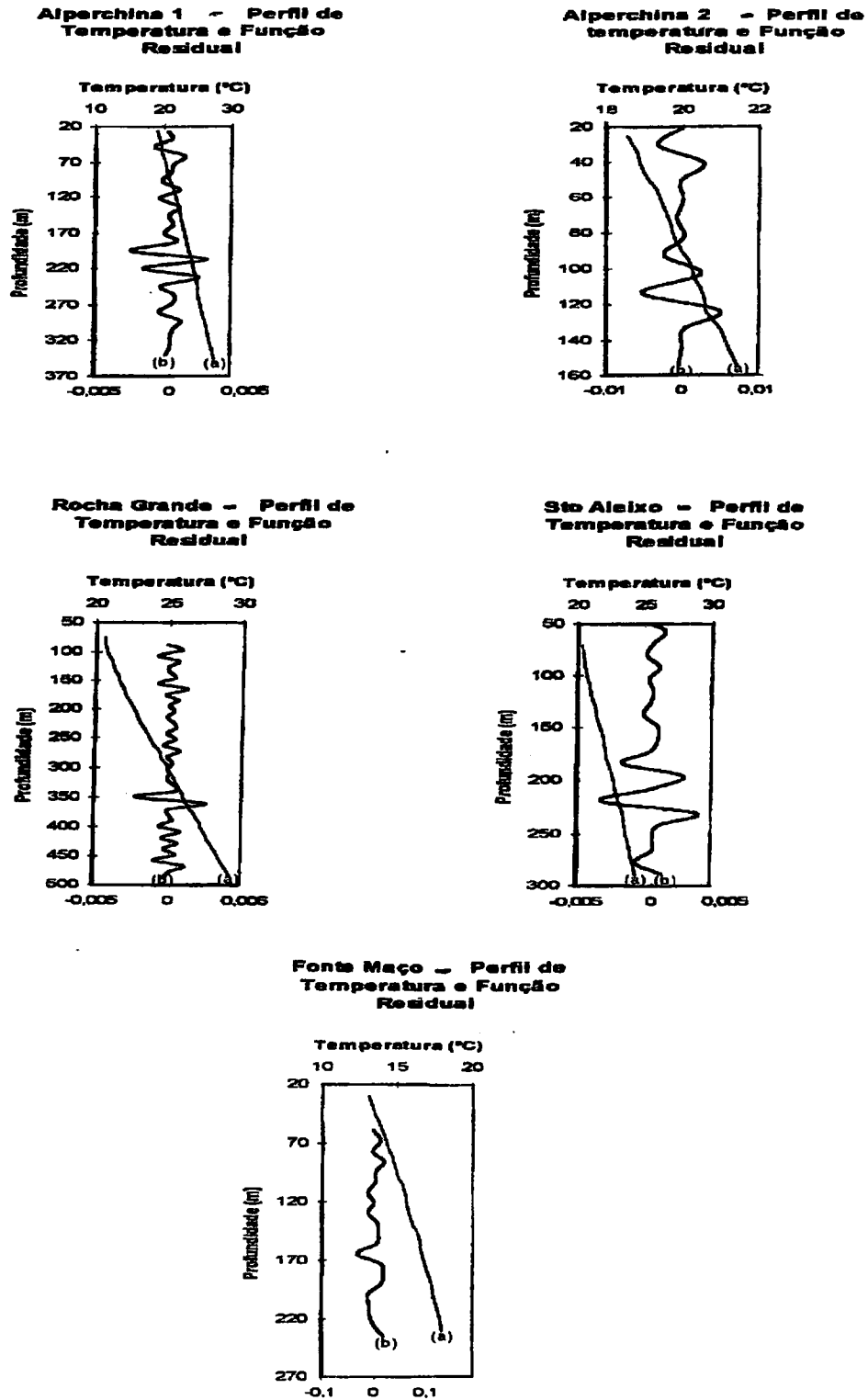


Fig. 3.2: (cont)

Verifica-se que os valores da condutividade térmica na maioria dos furos oscila entre 1 e os 4,5 W/mK, exceptuando Fonte Maço em que o intervalo de valores oscila entre 2,75 e 2,90 W/mK. Dos gráficos verifica-se que a partir de uma determinada profundidade a condutividade térmica é constante. Esta profundidade varia de furo para furo e tem a ver com a profundidade da última leitura da temperatura. É de notar que o menor intervalo dos valores da condutividade térmica está associado ao furo de Fonte Maço.

O perfil  $T(z)$  sintético obtido para cada furo é a soma de duas componentes: a componente estacionária da temperatura à superfície ( $u_s$ ) e a componente transiente da temperatura à superfície ( $v_s$ ). A função residual é a diferença entre o perfil  $T(z)$  sintético e o perfil  $T(z)$  obtido experimentalmente (Fig. 3.3).



**Fig. 3.3:** (a) Perfis de temperatura sintéticos para os cinco furos estudados; (b) Função residual (i.e., diferença entre os valores do perfil  $T(z)$  sintético e os valores do perfil  $T(z)$  obtido experimentalmente) para os mesmos cinco furos.

Analisando os perfis  $T(z)$  conjuntamente com a função residual verifica-se que o furo de fonte Maço apresenta uma curva ligeiramente côncava sendo isto indicação de arrefecimento, o que está de acordo com a reconstrução da HTS. Todas as outras são ligeiramente convexas indicando aquecimento.

Na Fig. 3.4. podem ver-se os resultados do mesmo tipo de cálculo mas considerando, agora que a incerteza da condutividade térmica é de 2 W/mK e a incerteza associada à determinação da temperatura é de 0,10K.

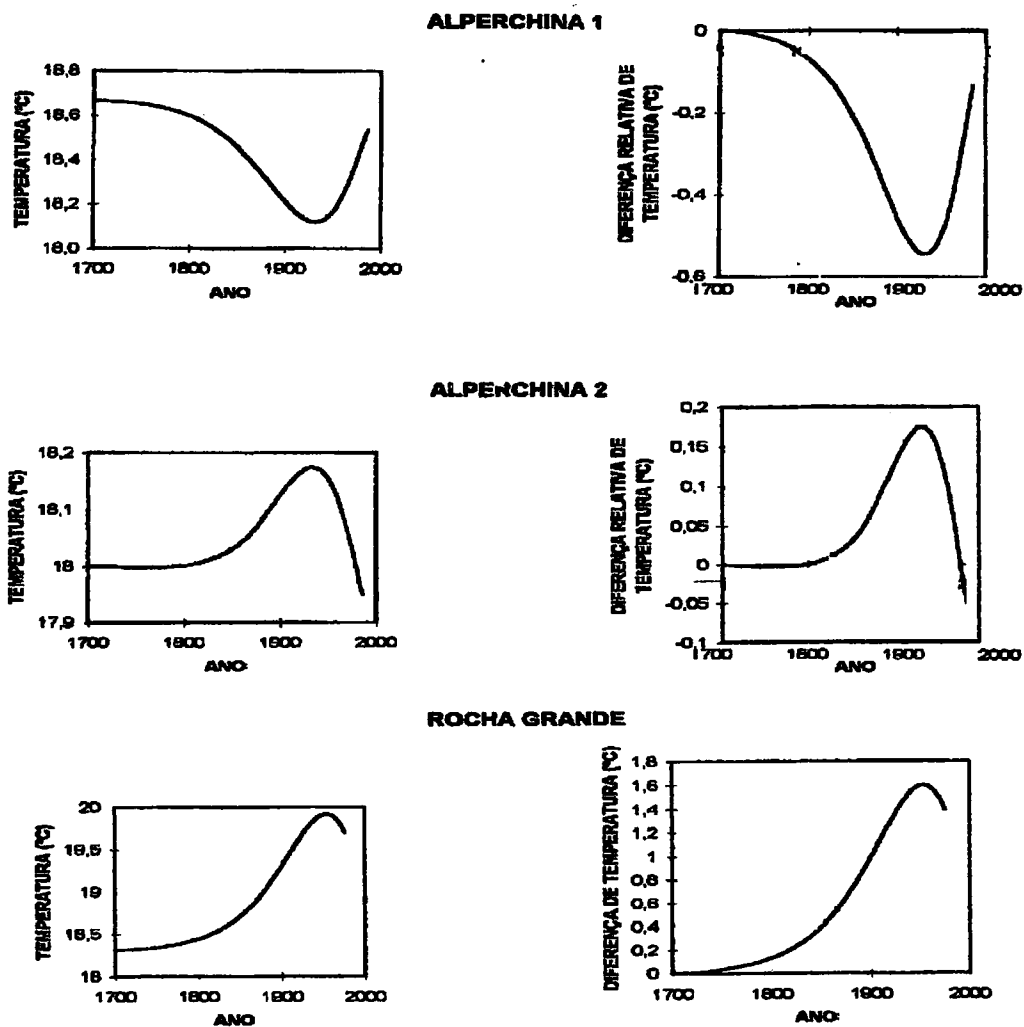


Fig 3.4: Reconstrução da HTS para os cinco furos da Fig.3.1 mas em que as incertezas associadas são 2,0 W/mK para a condutividade térmica e 0,10K para a temperatura, assim como as respectivas diferenças de temperatura relativas definidas na Fig. 3.1.

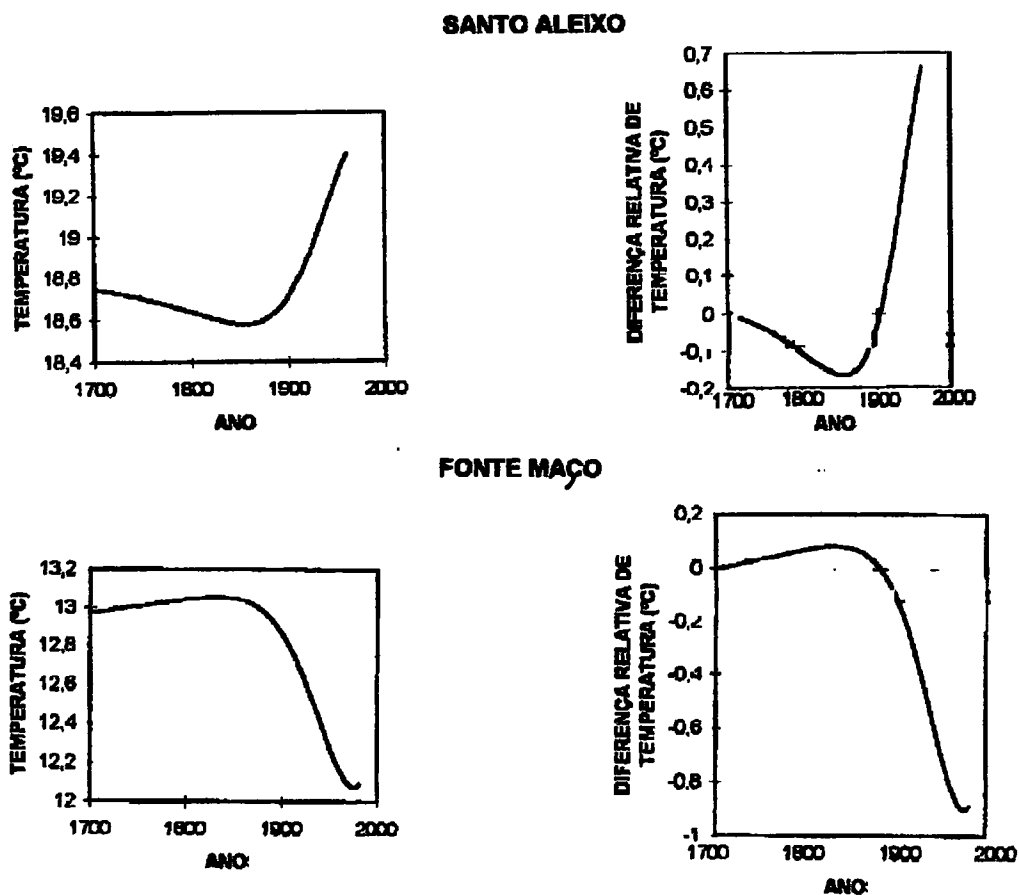


Fig. 3.4: (cont).

A estimativa da HTS obtida na Rocha grande revela uma tendência de aquecimento desde 1700 até, sensivelmente, até 1970; este aquecimento é da ordem dos  $1,6^{\circ}\text{C}$ ; após aquela data há um ligeiro decréscimo da temperatura até à década de 80. Em Fonte Maço a situação é ligeiramente diferente do caso anterior: até meados do século XIX há um ténue aumento da temperatura, após o que se verifica uma tendência de arrefecimento até aos nossos dias. No furo Alperchina 1 a estimativa da HTS exhibe uma ligeira tendência de arrefecimento até meados do século XX e depois um ligeiro aquecimento até à década de 80. Em contrapartida no Alperchina 2 a oscilação da HTS é precisamente oposta à situação anterior: há um ligeiro aquecimento até meados do século XX e depois um ligeiro arrefecimento até aos nossos dias. Por fim, a estimativa da HTS feita com base nos dados recolhidos no furo de Santo Aleixo permite-nos verificar que a temperatura manteve-se praticamente constante até sensivelmente

1880 ou, para sermos mais rigorosos, houve uma ligeira diminuição da temperatura que oscila entre 0,1 - 0,2 °C; após esta data a temperatura tem vindo a subir até aos nossos dias.

Relativamente à condutividade térmica, verificamos que nos cinco furos ela oscila entre 1,5 e os 3,5 W/mK. Podemos ainda verificar que aos furos que corresponde uma menor amplitude nos valores da condutividade, esta também vai estabilizar a uma profundidade menor: é o caso de Fonte Maço; por outro lado, a condutividade no Alperchina 1 e no Rocha Grande oscila entre 1,5 - 4 W/mK e 1,5 - 3,5 W/mK e a condutividade só vai estabilizar à profundidade de 400 e 500 metros, respectivamente.

Observando o perfil  $T(z)$  e a função residual (Fig. 3.5) verifica-se que tem um comportamento idêntico ao revelado na Fig. 3.3.

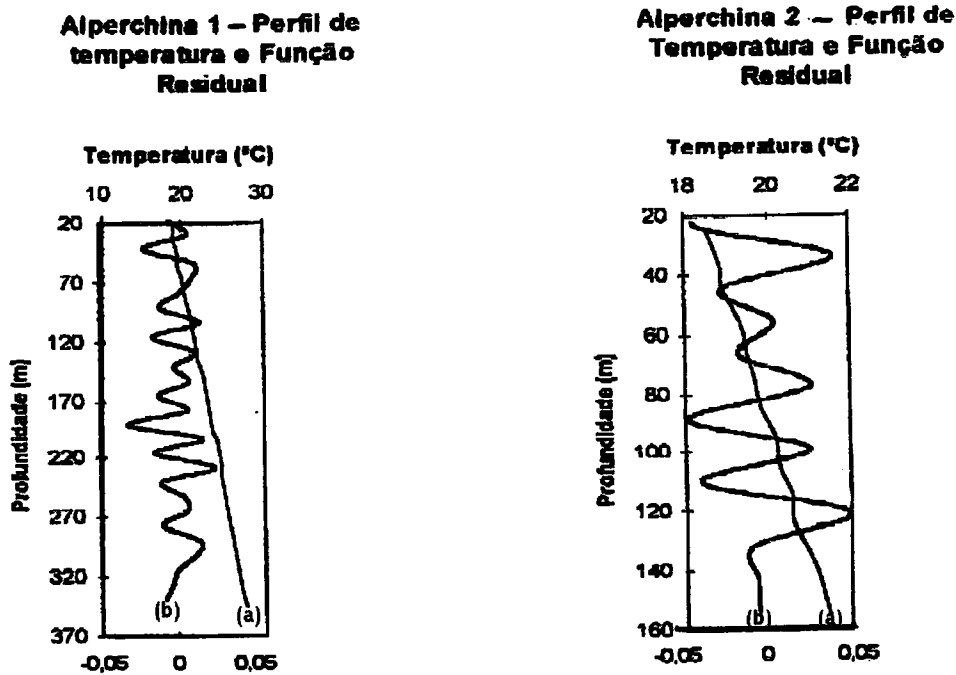
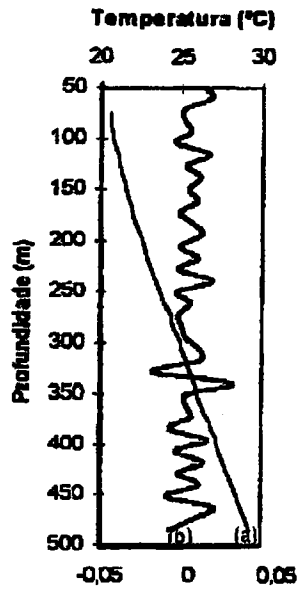
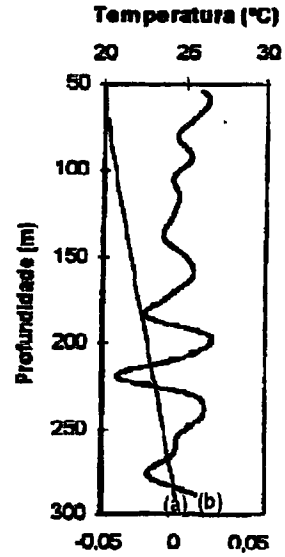


Fig 3.5: (a) Perfis de temperatura sintéticos para os vários furos e (b) Função residual associada a cada furo.

**Rocha Grande – Perfil de Temperatura e Função Residual**



**Sto Aleixo – Perfil de Temperatura e Função Residual**



**Fonte Maço – Perfil de Temperatura e Função Residual**

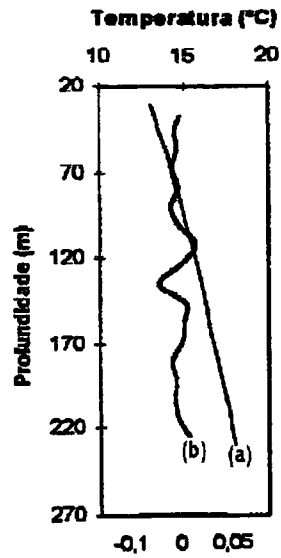


Fig. 3.5: (cont)

## 4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Antes de iniciar-se a análise dos resultados obtidos por inversão é de toda a relevância fazer uma breve consideração quanto às incertezas associadas aos dados de entrada bem, assim como aos valores dos constrangimentos impostos à história da temperatura à superfície.

As incertezas associadas aos dados de entrada podem ser de dois tipos: erros teóricos e erros instrumentais. Quanto aos primeiros podemos considerar o facto de se admitir que só há transferência de calor por condução a uma dimensão. Isto origina um modelo muito simplificado da realidade, já que não inclui factores tais como variações laterais nas propriedades térmicas e na topografia do terreno, oscilações da temperatura à superfície, presença de fluxo de água superficial, etc.

Os erros instrumentais incluem as imprecisões associadas às medições da temperatura e da profundidade bem assim como as determinações da condutividade térmica e da produção do calor; são dependentes da precisão dos aparelhos de medida e da amostragem para realizar as determinações laboratoriais.

Uma das dificuldades práticas em utilizar os valores da temperatura registados ao longo dos furos, é que estes são lidos de 10 em 10 m sendo necessário esperar alguns minutos antes de registar o valor da temperatura para que se atinja o equilíbrio térmico; por outro lado, é difícil determinar se há efeitos perturbadores durante as medições da temperatura.

Relativamente aos constrangimentos impostos (desvio padrão,  $\sigma$ , e, factor de correlação temporal,  $\tau_c$ ), os seus valores vão depender de vários factores. Se os dados de entrada não são influenciados por efeitos perturbadores e se o procedimento numérico associado ao método de inversão não provoca a introdução de erros ocasionais então pode-se atribuir um valor elevado ao desvio padrão ( $\sigma$ ) *a priori* sem provocar instabilidade na estimativa da história da temperatura à superfície (Shen and Beck, 1992).

O factor de correlação temporal ( $\tau_c$ ) vai fazer a discriminação entre as componentes de longo período da história da temperatura à superfície das componentes de pequeno período. Se for atribuído um valor pequeno ao  $\tau_c$  a componente transiente da temperatura à superfície de longo período é incorporada na componente estacionária da temperatura à superfície; em

contrapartida, se lhe for atribuído um valor elevado a componente transiente da temperatura à superfície de pequeno período é suprimida (Shen and Beck, 1992).

Os valores adoptados por Shen e Beck (1991) que melhor reproduzem os acontecimentos climáticos passados são um desvio padrão igual a 2 K e um factor de correlação temporal igual a 200 anos. Estes foram os valores utilizados neste trabalho.

Os valores *a priori* do desvio padrão, do factor de correlação temporal e das incertezas associadas aos dados de entrada, têm um significado relativo no método de inversão adoptado, porque se eles forem alterados por um factor comum, estes mesmos valores *a posteriori* vêm alterados pelo mesmo factor.

Analisando a estimativa da reconstrução da história da temperatura à superfície em conjunto para os cinco furos deste estudo (ver Fig. 4.1 e 4.2) verifica-se que os furos Alperchina 1, Rocha Grande, e Stº Aleixo revelam uma ligeira tendência de aquecimento; o furo de Fonte Maço revela uma ligeira tendência de arrefecimento e o furo Alperchina 2 (Fig. 4.2) revela um comportamento sem nenhuma tendência em particular.

Os furos que revelam um aumento na temperatura média anual estão localizados no Alentejo. A cobertura vegetal da área onde eles estão localizados é tipicamente mediterrânica e predomina a agricultura em regime extensivo e o pousio é uma prática corrente, conduzindo a um consequentemente aumento da temperatura média anual no solo.

O furo de Fonte Maço tem algumas características peculiares: é o furo mais afastado dos outros e a estrutura geológica da zona é diferente da dos outros furos; no entanto, o valor da condutividade térmica *a priori* foi o mesmo que foi atribuído aos outros furos. A topografia da zona é bastante diferente da topografia dos outros furos o que deverá ter reflexos na história da temperatura à superfície. Apesar da topografia ser mais acentuada que nos outros quatro furos, não se efectuou qualquer correcção topográfica.



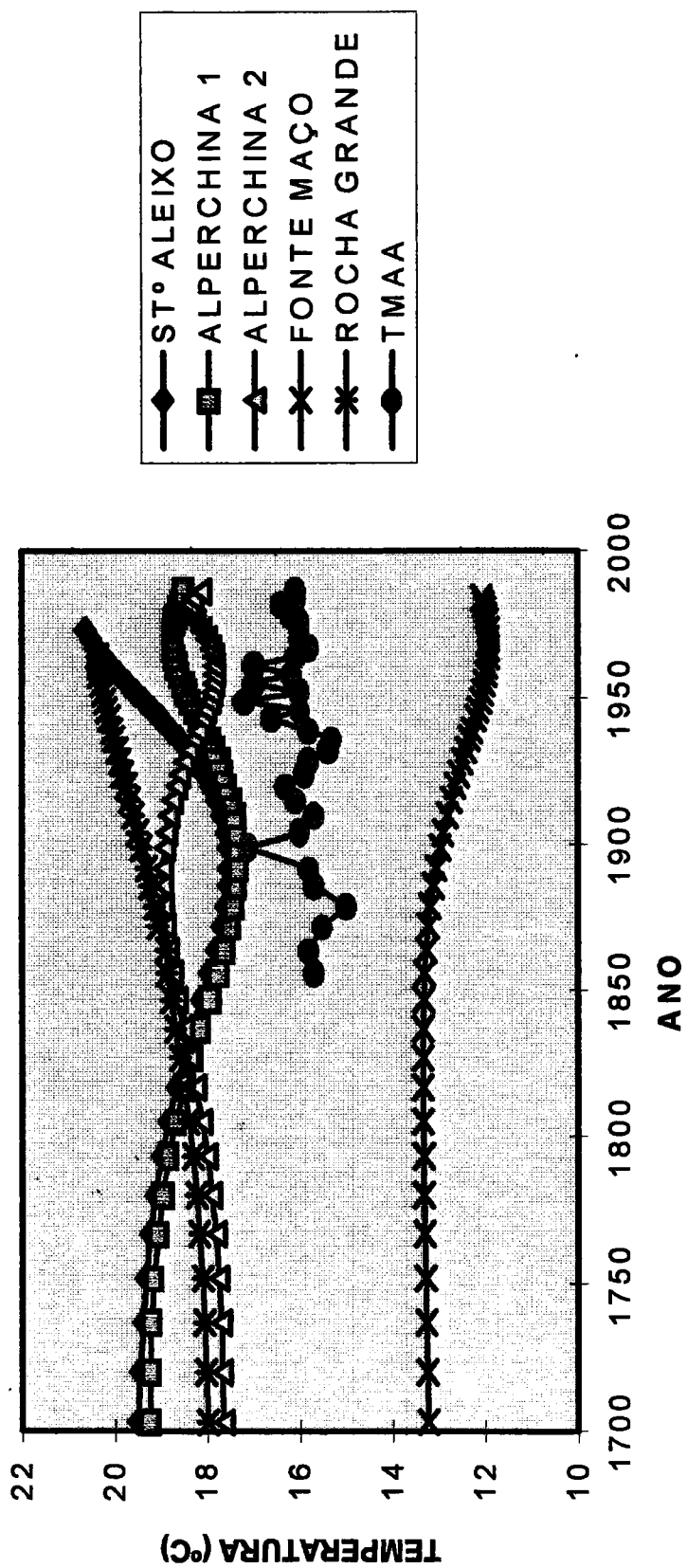


Fig. 4.1: Gráfico comparativo das estimativas das cinco histórias da temperatura à superfície (HTS) relativas a cada furo (utilizando como incertezas 0,5 W/mK para a condutividade térmica e 0,1 K para a temperatura) com a temperatura média anual do ar (TMAA) registada na estação meteorológica de Lisboa no período de 1856 - 1994.

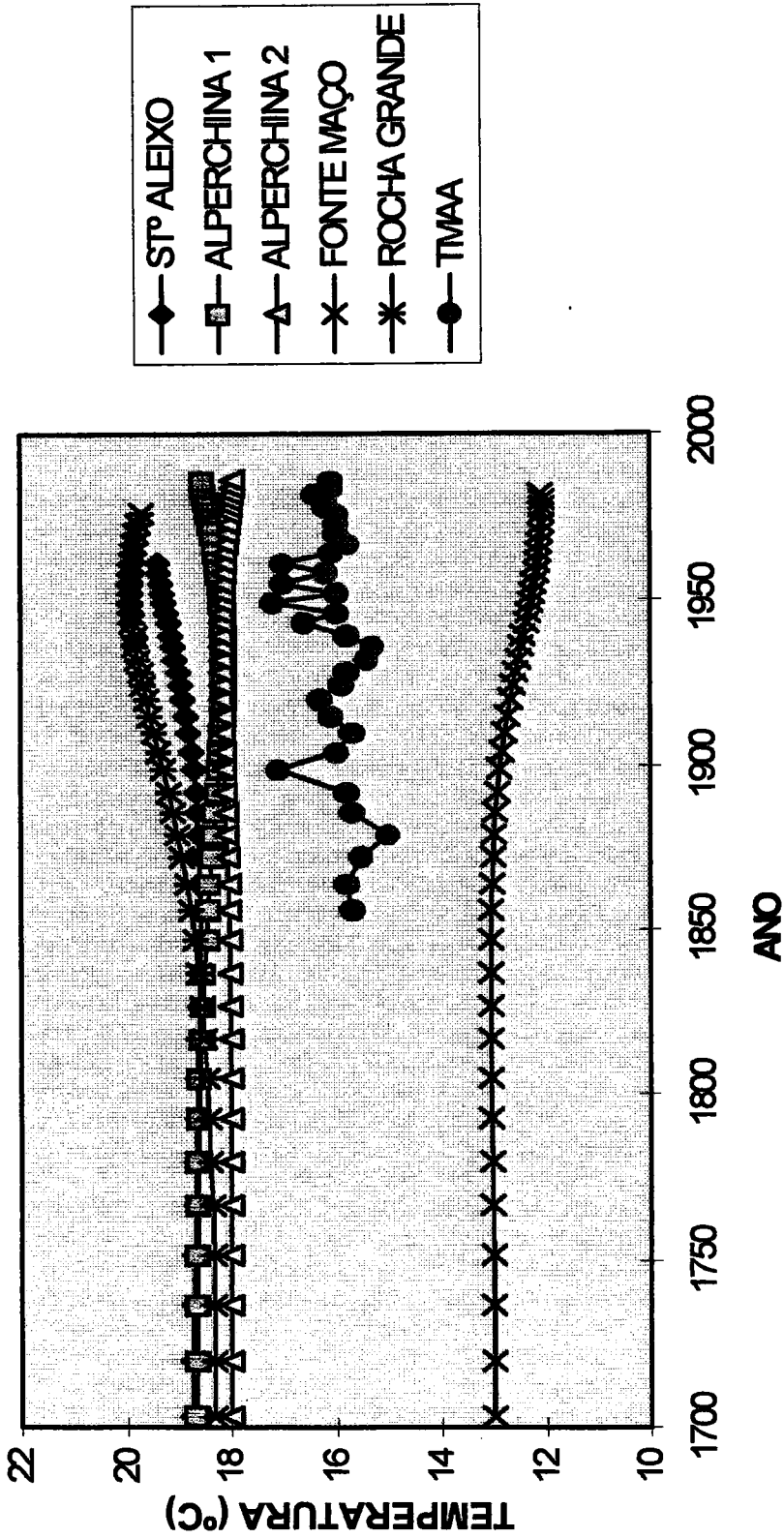


Fig. 4.2: Gráfico comparativo das estimativas das cinco histórias da temperatura à superfície (HTS) relativas a cada furo (utilizando como incertezas 2 W/mK para a condutividade térmica e 0,04 K para a temperatura) com a temperatura média anual do ar (TMAA) registada na estação meteorológica de Lisboa no período de 1856 - 1994.

Nesta região predominam as culturas intensivas e, como tal, não há zonas de pousio. Por outro lado, esta região é mais arborizada que a dos outros furos, e, conseqüentemente, é de se esperar que a temperatura média anual do solo seja menor.

Relativamente ao furo Alperchina 2 a reconstrução da história da temperatura à superfície tem um comportamento onde não se revela nenhuma tendência em particular. Este comportamento não deve de ser devido a uma variação do sinal climático, já que ele está muito próximo do Alperchina 1 onde esse comportamento não foi detectado. As possíveis causas deste comportamento são: alteração do regime agrícola, variações não quantificadas na condutividade térmica ao longo do furo, a exploração de aquíferos superficiais provocando um abaixamento do nível piezométrico e alterando o perfil  $T(z)$ . Outra possível explicação para o comportamento do Alperchina 2 advém do furo ser pouco profundo (125 m) reduzindo o poder de resolução associado ao método de inversão e podendo provocar instabilidade na estimativa da reconstrução da história da temperatura à superfície.

Pelas razões atrás referidas a convergência para este furo só foi atingida ao fim de 10 iterações, enquanto para os outros furos era atingida ao fim de seis ou sete.

Comparando as Figs. 4.1 e 4.2 pode verificar-se que quando o valor da incerteza associada à condutividade aumenta é mais fácil visualizar a tendência de aquecimento revelada pelos três furos atrás referidos. Quando se diminui o valor associado a esta grandeza tende a obter-se uma estimativa da história da temperatura à superfície mais pormenorizada. Só que esta HTS pode não ser a que melhor reproduz a variação da temperatura à superfície ao longo do tempo, porque uma incerteza pequena é sinónimo de que o valor do parâmetro que lhe está associado é bem conhecido, o que na realidade não acontece.

Nas Figs 4.1 e 4.2 pode ver-se ainda uma sexta curva que nos dá o valor da temperatura média anual do ar (TMAA) medida na estação meteorológica de Lisboa no período que vai desde 1856 até 1994. Verifica-se que há uma tendência para a temperatura média anual do ar aumentar; sendo aproximadamente 0,6 K/século (Leite and Peixoto, 1996). Porém, esta tendência de aumento de temperatura é menos acentuada que o aumento verificado na reconstrução da HTS em alguns dos cinco furos considerados.

Contudo, é de salientar que os furos não estão localizados na zona de Lisboa pelo que a comparação tem de ser feita de forma prudente para que não se retirem ilações erradas. Mas,

por outro lado, a distância entre a estação meteorológica e o local onde estão os furos não é muito grande (da ordem da centena de Km) pelo que não deverá haver uma discrepância muito grande entre as respectivas variações climáticas entre essas regiões.

Outro dos dados de saída do programa são os valores da condutividade térmica ao longo do furo. Estes valores podem ter uma dupla finalidade: por um lado vê-se qual o perfil litológico que melhor se adapta ao perfil  $T(z)$  do furo. Por outro, permitem aferir o método de inversão, já que os valores da condutividade térmica deverão apresentar valores consistentes com as formações geológicas atravessadas pelos furos.

Pode-se ainda verificar que as incertezas *a posteriori* são menores do que as incertezas *a priori* (excepto no furo Alperchina 2), sendo isto um indicador que o método de inversão adoptado foi aplicado com sucesso aos dados (Beck, 1992).

Pode-se afirmar que a temperatura no solo é fortemente dependente do tipo de superfície que se considera (topografia, tipo e distribuição das formações rochosas, vegetação, regime de precipitação, a proximidade de lagos). Assim, o problema da inversão dos perfis  $T(z)$  é muito complexo e uma aplicação mais refinada das técnicas geotérmicas para estudos climáticos pode grandemente beneficiar da discussão multidisciplinar com outros especialistas noutros campos ligados à climatologia. Uma melhor compreensão da relação entre a temperatura do solo e do ar é necessária, assim como do efeito do tipo de vegetação, do papel da precipitação, da evaporação e da circulação de águas subterrâneas nos estudos climáticos regionais utilizando dados geotérmicos.

## REFERÊNCIAS

- Almeida, L. C. L.: 1990, "Prospecção Geotérmica: Determinação de Gradientes Geotérmicos em Furos de Sonda", Boletim do Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica.
- Angstrom, A. J.: 1863, "New Method of Determining the Thermal Conductivity of Bodies", *Phil. Mag.* **25**, 130 - 142.
- Bajo, C.: 1980, "Extraction du Th et de l'U de Granites Suisses", Ph. D. Thesis ETH Zurich, N° 6738, 167 pags..
- Bauer, M. S. and Chapman, D. S.: 1986, "Thermal Regime at the Upper Stillwater Dam Site. Uinta Mountains, Utah: Implications for Terrain Microclimate and Structural Corrections in Heat Flow Studies", *Tectonophysics* **128**, 1 - 20.
- Beck, A. E., Jaeger, J. C. and Newstead, G.N.: 1956, "The Measurement of Thermal Conductivities of Rocks by Observations in Boreholes", *Austral. J. Phys.* **9**, 286 - 296.
- Beck, A. E.: 1957, "A Steady State Method for the Rapid Measurement of the Thermal Conductivity of Rocks", *J. Sci. Instr.* **34**, 185-189.
- Beck, A. E.: 1977, "Geothermal Measurements in Five Small Lakes of Northwest Ontario: Discussion", *Can. J. Earth Sci.* **14**, 332 - 334.
- Beck, A. E.: 1987, "The Maturation of Geothermics as a Discipline and Some Unresolved Problems", *Revista Brasileira de Geofísica* **5**, 73 - 90.
- Beck, A.E., Wang, K. and Shen, P.Y.: 1988, "Sub-Bottom Temperature Perturbations Due to Temperature Variations at the Boundary of Inhomogeneous Lake or Oceanic Sediments", *Tectonophysics* **121**, 11 - 24.
- Beck, A. E.: 1992, "Inferring Past Climate Change from Subsurface Temperature Profiles: Some Problems and Methods", *Global and Planetary Change* **98**, 73-80.
- Beltrami, H. and Chapman, D.: 1994, "Drilling for a Past Climate", *New Scientist*, 36-40.
- Beltrami, H., Jessop, M. and Mareschal, J. C.: 1992, "Ground Temperature Histories in Eastern and Central Canada from Geothermal Measurements: Evidence of Climate Change", *Global and Planetary Change* **98**, 167-183.

Benfield, A. E.: 1939, "Terrestrial Heat in Great Britain", Proc. Roy. Soc. A **173**, 428 - 450.

Birch, F.: 1948, "The Effects of Pliocene Climatic Variations upon Geothermal Gradients", Am. J. Sci. **246**, 729 - 760.

Birch, F and Clark, H.: 1940, "The Thermal conductivity of Rocks and its Dependence upon Temperature and Composition", Am. J. Sci. **238**, 529 - 558 and 613 - 635.

Blackwell, J. H.: 1954, "A Transient Flow Method for Determination of Thermal Constants of Insulating Materials in Bulk", J. Applied. Physics **25**, 137 - 144.

Blackwell, J.H.: 1956, "The Axial Flow Error in the Thermal Conductivity Probe", Can. J. Phys. **34**, 412 - 417.

Blackwell, J. H., Steele, J. L. and Brott, C. A.: 1980, "The Terrain Effect on Terrestrial Heat Flow", J. Geophys. Res. **85**, 4757 - 4772.

Bosanquet, C. H. and Aris, R.: 1954, "On the Application of Angstrom Method of Measuring Thermal Conductivity", Brit. J. Appl. Phys. **5**, 252 - 255.

Bullard, E. C.: 1938, Mon. Not. R. Astr. Soc. (Geophys. Supply) **4**, 360.

Bullard, E. C.: 1939, "Heat Flow in the South Africa", Proc. Roy. Soc. London A **173**, 474 - 502.

Carslaw, H. S. and Jaeger, J.C., Conduction of Heat in Solids, 2<sup>a</sup> Ed., New York, Oxford, 1959.

Cermák, V.: 1971, "Underground Temperature and Inferred Climate Temperature of the Last Millenium", Paleogeogr., Paleoecol. **10**, 1 - 19.

Cermák, V., Bodri, L. and Safanda, J.: 1992, "Underground Temperature Fields and Changing Climate: Evidence from Cuba", Global and Planetary Change **97**, 325 - 337.

Cermák, V., Bodri, L. and Safanda, J.: 1992, "Recent Climate Change Recorded in the Underground Evidence from Cuba", Global and Planetary Change **98**, 219 - 223.

Cermák, V., Kukkonen, I. T. and Safanda, J.: 1993, "Temperature Logs in Deep Wells - a Useful Tool for Past Climatic Reconstruction", Terra Review **5**, 134 - 143.

Chapman, A. J., Heat Transfer, 4<sup>a</sup> Ed., New York, Macmillan Publishing Co, 1974.

Chapman, D. S., Chisholm, T. J. and Harris, R. N.: 1992, "Combining Borehole Temperature and Meteorologic Data to Constrain Past Climate Change", *Global and Planetary Change* **98**, 269 - 281.

Christoffel, D. A. and Calhaem, I. M.: 1969, "A Geothermal Heat Flow Probe for in situ Measurement of both Temperature Gradient and Thermal Conductivity", *J. Sci. Instr.* **2**, 457 - 465.

Clark, S. P.: 1957, "Heat Flow at Grass Valley, California", *Trans. Am. Geophys. Union.* **38**, 239 - 244.

Clauser, C.: 1984, "A Climatic Correction on Temperature Gradients Using Surface Temperature Series of Various Periods", *Tectonophysics* **103**, 33 - 46.

Clow, G. D.: 1992, "The Extent of Temporal Smearing in Surface-Temperature Histories Derived from Borehole Temperature Measurements", *Global and Planetary Change* **98**, 81-86.

Correia, A.: 1995, "Determinação da produção de calor em amostras rochosas. Aplicação a amostras portuguesas", *Comunicações Instituto Geológico e Mineiro* **81**, 39-46.

Correia, A. and Jones, F. W.: 1996, "On the Importance of Measuring Thermal Conductivities for Heat Flow Density Estimatives: An Exemple from the Jeanne d'Arc Basin, of shore Eastern Canada", *Tectonophysics* **257**, 71-80.

Cuffey, K. M., Alley, R. B., Grootes, P. M. and Krishnan, S. A.: 1992 "Toward Using Borehole Temperatures to Calibrate na Isotopic Paleoyhermometer in Central Greenland", *Global and Planetary Change* **98**, 265 - 268.

Domenico, P. A. and Palciauskas, V. V.: 1973, "Theoretical Analysis of Forced Convective Heat Transfer in Regional Ground - Water Flow", *Geol. Soc. Am. Bull.* **84**, 3803 - 3814.

Drury, M. J. and Lewis, T. J.: 1983, "Water Movement within Lac du Bonnet Batholith as Revealed by Detailed Thermal Studies of Three Closely- Spaced Borholes", *Tectonophysics* **95**, 337 - 351.

Drury, M. J., Allen, V. S. and Jessop, A. M.: 1984, "The Measurements of Thermal Difusivity of Rocks Cores", *Tectonophysics* **103**, 321 - 333.

Duchkov, A. D. and Devyatkin, V. N.: 1992, "Reduced Geothermal Gradients in the Shallow West - Siberian Platform", *Global and Planetary Change* **98**, 245 - 250.

Duque, M. R., Mendes, L. A.: 1993, "Heat Flow and Deep Temperature in South Portugal", *Studia Geophysica et Geodaetica* **37**, 279- 292.

Elder, J. W.: 1967, "Steady Free Convection in a Porous Medium Heated from Below", *J. Fluid. Mech.* **27**, 29 - 48.

Everett, J. D.: 1859 - 1861, "On a Method of Reducing Observations of Underground Temperature, with its Application to the Monthly Mean Temperatures of Underground Thermometers, at the Royal Edinburgh Observatory", *Trans. Roy. Soc. Edinburgh* **22**, 429-439.

Fodemisi, S. P.: 1980, "The Removal of Convective Effects Induced During needle Probe Thermal Conductivity Measurements", M. Sc. Thesis, University of Western Ontario, London, Canada, 129 p.

Forbes, J. D.: 1845 - 1849, "Account of Some Experiments on the Temperature of the Earth at Different Depths, and in Different Soils, Near Edinburgh", *Trans. Roy. Soc. Edinburgh* **16**, 189 - 236.

Geiger, R.: 1965, "The Climate Near the Ground", Harvard University Press, Cambridge, Mass.

Grubbe, K., Haenel, R. and Zoth, G.: 1983, "Determination of the Vertical Component of Thermal Conductivity by Line Source Methods", *Zbl. Geol. Paläont., Teil, I H. ½*, Stuttgart, 49 - 56.

Haenel, E. J., De Witt, D. P. and Roy, R. F.: 1978, "The Thermal Difusivity of Eight Well Characterized Rocks for the Temperature Range 300 - 1000K", *Engineering Geol.* **12**, 3125 - 3133.

Haenel, R.: 1980, "Atlas of Subsurface Temperature in the European Community, Th. Schäfer Druckerei GmbH, Hannover.

Haenel, R., Rybach, L. and Stegena, L., *Handbook of Terrestrial Heat-Flow Density Determination*, 1<sup>st</sup> Ed., London, Kluwer Academy Publishers, 1988.

Haenel, R. and Staroste, R. (eds): 1988, "Atlas of Geothermal Resources in the European Community, Austria and Switzerland." Th. Schäfer Druckerei GmbH, Hannover.



Hanley, E. J., De Witt, D. P. and Roy, R.F.: 1978, "The Thermal Diffusivity of Eight Well Characterized Rocks for the Temperature Range 300 - 1000 K", *Engineering Geol.* **12**, 31- 47.

Hart, R. J., Reid, D. L. and Welke, H. J.: 1980, "Comparison of Three Techniques for the Determinations of Uranium and Thorium in Rocks", *Chem. Geol.* **29**, 345 - 350.

Hashin, Z. and Shtrickman, S.: 1962, " A Variational Approach to the Theory of the Effective Magnetic Permeability of Multiphase Materials", *J. Appl. Phys.* **33**, 3125- 3133

Henry, S. G. and Pollack, H. N.: 1985, "Heat Flow in the Presence of Topography: Numerical Analysis of Data Ensembles", *Geophysics* **50**, 1335 - 1341.

Hotchkiss, W. O. e Ingersoll, L. R.: 1934, "Postglacial Time Calculations from Recent Geothermal Measurements in the Calumet Copper Mines", *J. Geol.* **42**, 113 -122.

Hyndman, R. D., Davis, E. E. and Wright, J. A.: 1979, " The Measurement of Marine Geothermal Heat Flow by a Multipenetration Probe with Digital Acoustic Telemetry and in situ Thermal Conductivity", *Marine Geophys. Res.* **4**, 181 - 205.

Jaeger, J. C.: 1959, "The Use of Complete Temperature- Time Curves for Determination of Thermal Conductivity with Particular Reference to Rocks", *Australian J. Phys.* **12**, 203 - 217.

Jessop, A. M.: 1971, " The Distribution of Glacial Perturbation of Heat flow in the Canada", *Can. Journ. Earth Sci.* **8**, 162 - 166.

Jones, F. W. and Pascal, F.: 1993, "Numerical Simulation of Divided-Bar Thermal Conductivity Measurements", *Studia Geophysics et Geodaetica* **37**, 234-257.

Judge, A. S. and Majorowicz, J. A.: 1992, " Geothermal Conditions for Gas Hydrate Stability in the Beaufort - Mackenzie Area: the Global Change Aspect", *Global and Planetary Change* **98**, 251 - 263.

Krige, L. J.: 1939, *J. Proc. Roy. Soc. A.* **173**, 450.

Kukkonen, I. T., Cermak, V. and Safanda, J.: 1994, "Subsurface Temperature- Depth Profiles, Anomalies Due to Climatic Ground Surface Temperature Changes or Groundwater Flow Effects", *Global and Planetary Change* **9**, 221-232.

Kukkonen, I. T. and Safanda, J.: 1996, "Paleoclimate and Structure: The Most Important Factors Controlling Subsurface Temperatures in Crystalline Rocks. A case History from Outokumpu, Eastern Finland", *Geophysics Journal International* **126**, 101-112.

Lachenbruch, A. H.: 1959, "Periodic Heat Flow in a Stratified Medium with Applications to Permafrost Problems", *U. S. Geol. Surv. Bull.* 1083-A, 36 págs.

Lachenbruch, A. H.: 1982, "Permafrost, Heat Flow, and the Geothermal Regime at Prudhoe Bay, Alaska", *J. Geophys. Res.* **87**, 9301 - 9316.

Lachenbruch, A. H. AND Marshall, B.V.: 1986, "Changing Climate: Geothermal Evidence from Permafrost in the Alaskan Arctic", *Science* **234**, 689-696.

Lane, A. C.: 1923, "Geotherms of Lake Superior Copper Country", *Bull. Geol. Soc. Am.* **34**, 703 - 720.

Lapwood, E. R.: 1948, "Convection of a Fluid in a Porous Medium", *Proc. Cam. Phil. Soc.* **44**, 508 - 521.

Lee, W. H. K. (ed.), *Terrestrial Heat Flow*, 1965, Geophysical Monography Series, Number 8. American Geophysical Union.

Lees, C. H.: 1892, "On the Thermal Conductivities of Crystals and other Bad Conductors", *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **183**, 481 - 509.

Leite, S. M. and Peixoto, J. P.: 1996, "The Autoregressive Model of Climatological Time Series: na Application to the Longest Time Series in Portugal", *International Journal of Climatology* **16**, 1165 - 1173.

Lewis, T. J. and Wang, K.: 1992, "Influence of Terrain on Bedrock Temperatures", *Global and Planetary Change* **98**, 87 - 100.

Lister, C. R. B.: 1979, "The Pulse Probe Method of Conduitivity Measurement", *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* **57**, 451 - 461.

Loddo, M.: 1970, "Temperature in na Insulated Slab Heated by a Plane Source: Application to Thermal Conduitivity measurements of Rocks", *Geothermics, Special Issue* **2**, 437 - 442.

Lubimova, E. A., Lusova, L. M., Fusov, F. V., Starikova, G. N. and Shushpanov, A. P.: 1961, "Determination of Surface Heat Flow in Mazesta (U.S.S.R.)", *Annali di Geophys.* **XIV**, 157 - 167.

Lubimova, E.A., Von Herzen, R. P. and Udintsev, G. B.: 1965, "On Heat Transfer Through the Ocean Floor", in H. K. Lee (ed.), *Terrestrial Heat Flow Geophys. Monogr.* 8, Baltimore, Maryland (Port City Press), 78 - 86.

Mareschal, J. C. and Beltrami, H.: 1992, "Evidence for Recent Warming from Perturbed Geothermal Gradients: Example Eastern Canada", *Clim. Dynm.* 6, 135-143.

Mareschal, J. C. and Vasseur, G.: 1992, "Ground Temperature History from Two Deep Borehole in Central France", *Global and Planetary Change* 98, 185 - 192.

Maxwell, J. C.: 1954, "A Treatise on Electricity and Magnetism 1891, New York (Dover Publications).

Misener, A. D. and Beck, A. E.: 1960, "The Measurement of Heat Flow over Land"; in S. K. Runcorn (ed.), *Methods and Techniques in Geophysics, Vol I*, Interscience, New York, 10 - 61.

Mongelli, F.: 1968, "Un Metodo per la Determinazione in Laboratorio della Conducibilità Termica delle Rocce", *Boll. Geof. Teor. Appl.* X, 51 - 58.

Mongelli, F., Zito, G.: 1993, "The Contemporary Effect of Erosion/Sedimentation and Past Climate on the Contemporary Gradient", *Studia Geophysics et Geodaetica* 37, 258-264.

Mundry, E.: 1974, "Harmonic Temperatures Waves in a Horizontally Layered Medium", *J. Geophys.* 40, 767 - 773.

Nielsen, S. B.: 1986, "The Continuous Temperature Log: Principles and Applications", Ph. D. thesis University of Western ontario, London, Canada.

Pollack, H. N. and Chapman, D. S.: Junho 1993, "Underground Records of Changing Climate", *Scientific American*, 44-50.

Powell, W. G., Chapman, D. S., Balling, N. and Beck, A. E.: 1988, "Continental Heat Flow Density. In: R. Haenel, L., Rybach e L. Stegena, (Editors), *Handbook of Terrestrial Heat-Flow Density Determination*. Kluwer, Dordrecht.

Ribeiro, F. B.: 1987, "Estimation of Formation Temperature and Heat Flow from Measurements Made in Shallow Water Wells", *Revista Brasileira de Geofisica* 2, 117-126.

Roque, M., Ferreira, M. A. e Castro, A.: *Geologia* 12º Ano, Porto Editora, Porto 1996.

Rybach, L.: 1971, "Radiometric Technics", in R. E. Wainardi e E. A. Uken (eds), *Modern Methods of Geochemical Analysis*, Plenum Press, New York, 271 - 318.

Rybach, L.: 1976, "Radioactive Heat Production in Rocks and Its Relation to Other Petrophysical Parameters", *Pure Appl. Geophys.* **114**, 309 - 318.

Rybach, L. and Buntebarth, G.: 1982, "Relationships Between the Petrophysical Properties Density, Seismic, Velocity, Heat Generation and Mineralogical Constitution", *Earth Planet. Sci. Lett.* **57**, 367 - 376.

Rybach, L., Haenel, R. and Stegena (eds): *Handbook of Terrestrial Heat Flow Density Determinations*, 1988, Kluwer Academic Publishers.

Rybach, L.: 1992, "An Attempt to Interpret the Temperature Profile of the KTB Pilot Drillhole by Paleoclimatic Considerations", *Global and Planetary Change* **98**, 193 - 197.

Safanda, J.: 1985, "Calculation of Temperature Distribution in Two-Dimensional Geothermal Profile", *Studia Geophysica et Geodaetica* **29**, 191-207.

Safanda, J.: 1987, "Some Remarks on the Estimation of Geothermal Topocorrections", *Studia Geophysica et Geodaetica* **31**, 284 - 300.

Safanda, J.: 1994, "Effects of Topography and Climatic Change on the Temperature in Borehole GFU - 1 Prague", *Tectonophysics* **239**, 187-197.

Safanda, J.: 1995, "Effect of Thermal Conductivity Anisotropy of Rocks on the Subsurface Temperature Field", *Geophysical Journal International* **120**, 323-330.

Sass, J. H., Stone, C. and Munroe, R. J.: 1984, "Thermal Conductivity Determinations on Solid Rock: A Comparison Between a Steady-State Divided Bar Apparatus and a Commercial Transient Line-Source Device", *J. Volcan. Geoth. Res.* **20**, 145 - 153.

Schröder, J.: 1963, "Apparatus for Determining the Thermal Conductivity of Solids in the Temperature Range from 20 to 200 °C", *Rev. Sci. Instr.* **34**, 615 - 621.

Sebagenzi, M. N., Vasseur, G. and Louis, P.: 1992, "Recent Warming in Southeastern Zaire Inferred from Disturbed Geothermal Gradients", *Global and Planetary Change* **98**, 209 - 217.

Shen, P. Y. and Beck, A. E.: 1991, "Least Squares Inversion of Borehole Temperature Measurements in Functional Space", *J. Geophys. Res.* **96**, 965 -979.

Shen, P. Y., Pollack, H. N., Huang, S. and Wang, K.: 1995 "Effects of Subsurface Heterogeneity on the Inference of Climate Change from Borehole Temperature data: Model Studies and Field Examples from Canada", *Journal of Geophysical Research* **100**, 6383-6396.

Shen, P.Y. and Beck, A. E.: 1992, "Paleoclimate Change and Heat Flow Density Inferred from Temperature Data in the Superior Province of the Canadian Shield", *Global and Planetary Change* **98**, 142 - 165.

Shen, P. Y., Wang, K., Beltrami, H. and Mareschal, J. C.: 1992, "A Comparative Study of Inverse Methods for Estimating Climatic History from Borehole Temperature Data", *Global and Planetary Change* **98**, 113-127.

Smith, L. and Chapman, D.S.: 1983, "On the Thermal Effects of Groundwater Flow: Regional Scale Systems", *J. Geophys Res.* **88**, 593 - 608.

Stiller, H., Vollstadt, H., Seipold, U. and Wasch, R.: 1976, "Electrical and Thermal Investigations of Rocks and Minerals Under Extreme p, T - Conditions", *Pure and Appl. Geophys.* **114**, 263 - 272.

Stiller, H., Vollstadt, H. and Seipold, U.: 1978, "Investigations and Thermal and Electrical Properties of Rocks by Means of a Cubic Press", *Phys. Earth Planet. Int.* **17**, 31 - 34.

Strauss, J.M. and Schubert, G.: 1977, "Thermal Convection in a Porous Medium: Effects of Temperature- and Pressure-Dependent Thermodynamic and Transport Properties", *J. Geophys Res.* **82**, 321 - 333.

Stuckless, J. H., Millard, H. T., Bunker, C. M., Nkomo, I. T., rosholt, J. N., Bush, C.A., Hiffman, C. and Keil, R. J.: 1977, "A Comparasion of Some Analytical Techniques for Determining Uranium, Thorium and Potassium in Granitic Rocks", *Research US Geol. Survey* **5**, 83 - 91.

Straus, J. M.: 1974, "large Amplitude Convection in Porous Media", *J. Fluid. Mech.* **64**, 51 - 63.

Tarantola, A. and Valette, B.: 1982, "Generalized Non-Linear Inverse Problems Solvrd Using Least Square Criterion", *Rev. Geophys Space Phys.* **20**, 191 - 232.

Thomson, W.: 1859 - 1861, "On the Reduction of Observations of Underground Temperature, with Application to professor Forbes Edinburgh Observations and the Continued Calton Hill Séries", *Trans. Roy. Soc. Edinburgh* **22**, 405 - 427.

Vasseur, G., Bernard, Ph., Van de Meulebrouck, J., Kast, Y. and Jolivet, J.: 1983, "Holocene Paleotemperatures Deduced from Geothermal Measurements", *Paleogeogr., Paleoclimat., Paleoecol.* **43**, 237 - 259.

Wang, K., Shen, P. Y. and Beck, A. E.: 1986, "The effects of Thermal Properties Structure and Water Bottom Temperature Variations on Temperature Gradients in Lake Sediments", *Can. J. Earth Sci.* **23**, 1257 - 1264.

Wang, K., Lewis, T. J. and Jessop, A. M.: 1992, "Climate Changes in Central and Eastern Canada Inferred from Deep Borehole Temperature Data", *Global and Planetary Change* **98**, 129 - 141.

Wooding, R. A.: 1957, "Steady State Free Thermal Convection of a Liquid in a Saturated Permeable Medium", *J. Fluid. Mech.* **2**, 273 - 285.

# INDÍCE

<b>1ª PARTE</b>	
	<b>- INTRODUÇÃO</b> 5
<b>1</b>	<b>- PROPRIEDADES TÉRMICAS DA MATÉRIA</b> 9
1.1	- Introdução 9
1.2	- Determinação experimental da condutividade térmica de amostras rochosas 13
1.2.1	- Métodos em regime estacionário 13
1.2.1.1	- Método do fluxo de calor linear 14
1.2.1.2	- Métodos utilizando um fluxo de calor radial 20
1.2.2	- Métodos em regime transiente para determinar a condutividade e/ou difusividade térmicas 21
1.2.2.1	- Método do fluxo de calor linear 23
	A - Fontes instantâneas 23
	B - Fonte de calor plana e constante 24
	C - Técnica do aquecimento periódico 25
1.2.2.2	- Técnicas utilizando o fluxo de calor radial (duas dimensões) 26
	A - Fonte linear instantânea 26
	B - Fonte de calor constante linear ou cilíndrica 27
1.2.3	- Métodos para determinar a condutividade térmica <i>in situ</i> 29
1.2.4	- Métodos de estimar propriedades térmicas a partir da composição mineralógica 31
1.2.5	- Fontes experimentais de erro 34
1.2.5.1	- Perdas de calor no sistema 34
1.2.5.2	- Erros associados às medições de temperatura 34
1.2.5.3	- Resistência de contacto 34
1.2.5.4	- Transferência de calor por convecção 35
<b>2</b>	<b>- TEORIA DA CONDUÇÃO DE CALOR</b> 37
2.1	- Equações da condução de calor 37
2.1.1	- Equações de Fourier 37

2.1.2	- Equações de Poisson e de Laplace	41
2.1.3	- Coordenadas cilíndricas e esféricas	42
2.2	- O significado da condução de calor em regime estacionário e a uma dimensão	44
2.2.1	- Placa plana com temperatura constante nas fronteiras	44
2.2.2	- Parede com múltiplas camadas e temperatura constante nas fronteiras	46
2.3	- O efeito da condutividade térmica variável	48
2.4	- Casos que envolvem a produção de calor	49
2.4.1	- Distribuição uniforme da produção de calor ao longo duma placa	49
2.5	- Condução do calor a duas ou mais dimensões	51
2.5.1	- Condução do calor numa placa rectangular em regime estacionário	51
2.5.2	- Condução do calor unidimensional em regime transiente	53
2.5.2.1	- Condução unidimensional em regime transiente numa placa infinita	53
2.6	- Condução do calor a mais do que uma dimensão em regime transiente	54
2.7	- Meio semi-infinito sujeito a uma variação periódica da temperatura à superfície	57
2.8	- Condução de calor num meio anisotrópico	63
<b>3</b>	<b>- DETERMINAÇÃO DO FLUXO DE CALOR CONTINENTAL</b>	<b>66</b>
3.1	- Medições do gradiente térmico	68
3.1.1	- Equipamento e sua utilização	70
3.1.2	- Fontes de erro na determinação de temperatura	71
3.2	- Calculo da densidade do fluxo de calor	72
3.2.1	- Método do intervalo	72
3.2.2	- Método de Bullard	73
3.3	- Método de calcular o fluxo de calor em estratos com anisotropia horizontal	73
3.4	- Perturbações no equilíbrio do fluxo de calor	75
3.4.1	- Glaciações	75
3.4.2	- Sedimentação e erosão	76
3.4.3	- Topografia e fontes locais de produção de calor	78
<b>4</b>	<b>- PRODUÇÃO DE CALOR</b>	<b>79</b>
4.1	- Introdução	79
4.2	- Determinação das concentrações mássicas em urânio, tório e potássio em	



	amostras rochosas	84
4.3	- Calibração e processamento dos dados	87
4.4	- Exactidão, precisão, sensibilidade e limites de detecção	89
4.5	- Métodos indirectos para determinar a taxa de produção de calor	91
<b>5</b>	<b>- APLICAÇÃO DA TEORIA DA CONDUÇÃO DE CALOR À TERRA</b>	<b>93</b>
5.1	- Correções das irregularidades do terreno e das variações paleoclimáticas	93
5.1.1	- Descrição dos efeitos - regime estacionário	95
5.1.1.1	- Condições fronteira no subsolo	95
5.1.1.2	- Condições fronteira na temperatura à superfície	96
5.1.1.3	- Modelo conceptual das perturbações topográficas	98
5.1.2	- Técnicas de correção - regime estacionário	99
5.1.3	- Efeitos transientes e correções	101
5.1.3.1	- Efeitos transientes na temperatura à superfície e sua correção	102
5.2	- Perturbações devido ao movimento das águas superficiais	113
5.3	- Perturbações devido à convecção livre	116

## **2ª PARTE**

### **INTRODUÇÃO**

		119
<b>1</b>	<b>- MÉTODOS GERAIS DE INVERSÃO E MÉTODO ADOPTADO</b>	<b>120</b>
<b>2</b>	<b>- DESCRIÇÃO DOS DADOS</b>	<b>126</b>
2.1	- Caracterização dos furos	126
2.2	- Dados obtidos	128
<b>3</b>	<b>- RESULTADOS OBTIDOS</b>	<b>132</b>
<b>4</b>	<b>- DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES</b>	<b>142</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>148</b>
	<b>INDÍCE</b>	<b>158</b>