UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA RECREATIVA NO ENSINO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Maria do Rosário do Espírito Santo

Dissertação para a obtenção de grau de mestre em Matemática para o Ensino sob a orientação da Prof.ª Doutora Ana Isabel G. R. C. Mendes dos Santos

Abril 2013

UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA RECREATIVA NO ENSINO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Maria do Rosário do Espírito Santo

Dissertação para a obtenção de grau de mestre em Matemática para o Ensino sob a orientação da Prof.ª Doutora Ana Isabel G. R. C. Mendes dos Santos

Abril 2013

Agradecimentos

A todos os alunos que tiveram a amabilidade de participar neste estudo, não esquecendo a boa compreensão dos seus pais e encarregados de educação, imputando um destaque muito especial, ao Luís, à Ana, à Marta e à Daniela, sem os quais não teria sido possível levar a cabo este trabalho.

Aos diretores das escolas Secundária de Benavente, E.B.2,3 Duarte Lopes e E.B.2,3 D. João II, que me abriram as suas portas permitindo a implementação deste estudo.

Às professoras de ensino especial, Rosário Carvalho e Lurdes Comparada, pelo acompanhamento dos alunos e pela disponibilidade e apoio que sempre me ofereceram.

À professora Carla Badalo, pelo auxílio que me prestou no Braille, em especial pela confiança que permanentemente senti da sua parte, não esquecendo o Laius, amigo fiel que sempre nos acompanhou.

Ao Nuno, cujo "mau feitio" me deu muitas vezes alento para não desistir, mas principalmente pela ajuda informática de que tantas vezes necessitei.

À Dra. Cristina Franco, por todo o apoio médico que me prestou nos momentos em que a minha saúde se encontrava mais débil. Nunca teria conseguido pôr em ação este estudo sem o seu precioso auxílio.

À minha colega e amiga, Filomena Joana, não só pela sua ajuda na componente não letiva, mas também pelo apoio moral que me foi dando durante todo o processo.

Ao Dr. Daniel e à Dra. Cristina, pela atenção e pelo apoio dispensado.

À minha ex-orientadora e colega de orientação de estágio pedagógico, Prof. Dra. Carolina Carvalho, por tudo o que me ensinou e a quem tanto devo.

Ao Prof. Dr. Mário Azevedo, pelo esclarecimento de dúvidas tão banais, mas que nunca ninguém me tinha conseguido clarificar tão bem como ele.

À minha filha e à minha mãe, por todo o suporte moral e assistência paralela que me dispensaram.

Aos meus gatos, que foram sempre os meus fiéis companheiros nas longas noites de trabalho.

À Juanita e à Ana Milheiriço pela sua disponibilidade e apoio.

A todos os grandes amigos e amigas que, preferindo permanecer no anonimato, me estenderam a mão nos momentos mais difíceis, sem pedir nada em troca, revelando quão pura é a grandeza da sua alma.

Por fim, à Prof. Dra. Ana Isabel Santos, pela sua disponibilidade e apoio, lamentando não ter conseguido corresponder-lhe como gostaria.

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo a criação de materiais que sejam facilitadores do processo de ensino/aprendizagem da Matemática, direcionados quer a alunos cegos ou com baixa visão, quer a alunos normovisuais. Uma abordagem de carácter lúdico da matemática, sem descurar o seu lado "sério" e rigoroso, poderá ser uma boa opção, para proporcionar estímulos positivos face à disciplina e originar situações de verdadeira aprendizagem.

Neste sentido, optou-se pela criação de um jogo de tabuleiro – O Jogo MAGIC-MAT – com o qual se pretende desenvolver competências como o raciocínio lógico, a aptidão para resolver problemas, a criatividade, a capacidade de visualização, o cálculo mental e as interações sociais, e que promova um ensino inclusivo.

A implementação deste jogo envolveu alunos com deficiências da visão e alunos normovisuais, integrados em três escolas da Direção Regional da Lezíria e Médio Tejo, que frequentavam os 7.º, 8.º, 9.º e 11.º anos de escolaridade.

PALAVRAS-CHAVE: Alunos, Cegueira, Baixa-visão, Matemática, Jogo, Educação, Inclusão.

Application of Recreational Mathematics in the Teaching of Students with Visual Impairment

ABSTRACT

This study aims to create materials that act as facilitators of the teaching/learning of mathematics, targeted either to students who are blind or have low vision, or the sighted students. A playful approach to mathematics, provided it does not neglect its "serious" and rigorous side, it may be a good option to provide positive stimuli face to discipline and lead to real learning situations.

In this sense, it was decided to create a board game - The Game MAGIC MAT - with which one intends to develop skills such as logical thinking ability, the aptitude to solve problems, creativity, viewing capability, development of mental calculation and social interactions, and that promotes an inclusive education.

The implementation of this game has involved students with visual impairments and sighted students, integrated into three schools of Direção Regional da Lezíria e Médio Tejo, who frequented the 7th, 8th, 9th and 11th schooling years.

KEYWORDS: Students, Blindness, Low-vision, Mathematics, Game, Education, Inclusion.

Índice

ÍNDICE DE FIGURAS E ILUSTRAÇÕES

ÍNDICE DE TABELAS

LEGENDA DO ÍNDICE DE FIGURAS E ILUSTRAÇÕES

A – Ana

D – Daniela

L – Luís

M – Marta

GA – Grupo da Ana

GD – Grupo da Daniela

GL – Grupo do Luís

Introdução

Em Junho de 1994, a UNESCO promoveu uma conferência, que decorreu em Salamanca, Espanha, na qual estiveram presentes mais de 300 participantes, em representação de 92 governos e 25 organizações internacionais, com a finalidade de analisar as mudanças de política necessárias e fundamentais para desenvolver a abordagem de uma educação inclusiva, e promover a capacidade das escolas para acompanhar todas as crianças, sobretudo as que têm necessidades educativas especiais. O reconhecimento da necessidade de atuar com o propósito de conceber escolas que incluam todas as pessoas, que aceitem as diferenças, que apoiem a aprendizagem e respondam às necessidades individuais -"escolas para todos"- levou a conferência a estabelecer e adotar medidas que viriam a ficar registadas, mediante documento escrito, na Declaração de Salamanca sobre os princípios, a política e as práticas na área das necessidades educativas especiais e um enquadramento da ação (UNESCO, 1994).

Em Portugal, um dos noventa e dois países que adotaram, por unanimidade, a Declaração de Salamanca, o governo português elaborou o Decreto-Lei nº 3/2008 de 7 de Janeiro onde se define, como um dos desígnios, a igualdade de oportunidades na educação de todas as crianças e jovens e se procura promover uma escola democrática e inclusiva, por forma a que a inclusão de crianças e jovens com necessidades educativas especiais seja uma realidade. Nos pontos 1 e 2 do Artigo 4.º, do referido decreto, pode ler-se que, para responder adequadamente às necessidades educativas especiais de carácter permanente das crianças e jovens, foram criadas, por despacho ministerial, escolas de referência para a educação bilingue de alunos surdos e escolas de referência para alunos cegos e com baixa visão (Educação, Decreto-Lei n.º 3/ 2008 de 7 de Janeiro, 2008).

É nossa obrigação criar condições de adaptabilidade ao meio escolar aos nossos alunos com necessidades educativas especiais, sem que eles se sintam alvo de tratamento discriminatório. Importa, assim, que todos os alunos tenham a possibilidade de desenvolver as mesmas tarefas, ainda que o façam em níveis ou com ritmos diferentes. Para tal, será mesmo importante a prática de trabalho a pares ou em pequenos grupos assimétricos, onde se juntam alunos com diferentes competências.

Da audição parlamentar *Young Voices: Meeting Diversity in Educatio*n organizada pelo Ministério da Educação português, em cooperação com a Agência Europeia para o desenvolvimento em Necessidades Especiais de Educação, realizada no dia 17 de Setembro de 2007, veio a resultar a "*Declaração de Lisboa – Pontos de vista dos jovens sobre Educação Inclusiva*" que é um documento, onde os jovens manifestam os seus pontos de vista sobre Educação Inclusiva. Em particular, referem a necessidade de materiais didáticos adaptados, pois estes são de extrema importância para muitas disciplinas e, em especial, para a Matemática. No entanto, estes materiais, com as necessárias adaptações para alunos cegos, quase não existem e os poucos que existem não são adquiridos pela maioria das escolas de referência. Um dos instrumentos mais facilitadores da aprendizagem da geometria, que pode ser usado, quer por cegos, quer por normovisuais é o Multiplano. Infelizmente, ele é praticamente desconhecido nas escolas públicas. Mas mesmo com a existência de equipamento específico e da presença de professores de Ensino Especial, a realidade é que nem estes têm formação em Matemática, nem nós, professores de Matemática, somos especialistas na educação de alunos com deficiências da visão, e se para a generalidade dos alunos esta disciplina tem sido, desde sempre, indiciada como causadora de insucesso, como o será então para aqueles que foram contemplados com determinadas circunstâncias que, por si só, constituem um acrescento de obstáculos à sua aprendizagem, nomeadamente os que são detentores de deficiências da visão!?

É nesse sentido, que surge a intenção de usufruir da minha dissertação de mestrado para me dedicar a um estudo que, no futuro, se pode vir a tornar amplamente proveitoso, não só para mim mas também para todos os profissionais do ensino, com os quais poderei vir a ter oportunidade de partilhar os resultados da investigação que pretendo levar a cabo. Daí que, neste estudo, se proponha a utilização de materiais manipuláveis pois o principal canal de comunicação destes alunos é o tato e em certas áreas da Matemática, como a Geometria, o desenvolvimento das capacidades de visualização e representação de imagens geométricas vivem, essencialmente, da observação dos modelos geométricos. Nesses modelos, os alunos podem tatear e sentir a sua forma e poderão, certamente, conseguir formar imagens mentais dos mesmos. Segundo Eduardo Veloso (Veloso, 1998), a "capacidade de visualização treina-se", portanto, os alunos com deficiências da visão também poderão treinar através do contacto com os objetos, desde que os mesmos tenham sido concebidos com a devida adaptação ao ajustamento da necessidade do aluno…. A escolha de uma abordagem lúdica para a utilização dos materiais manipuláveis prende-se com a motivação para a aprendizagem. Na história da Matemática, jogos, paradoxos, quadrados mágicos e puzzles têm constituído um prodígio regular para o desenvolvimento das capacidades matemáticas do indivíduo e muitos deles surgem ligados a situações da vida real. Nomes como Kepler, Pascal, Fermat ou Euler aparecem como verdadeiros adeptos da importância dos jogos matemáticos. Para Teresa Vergani (Vergani, 1993), em educação matemática existem duas tendências principais que orientam as práticas das atividades matemáticas a nível de atitudes motivantes: a primeira opta pela matematização de situações reais concretas e a segunda opta pelas situações lúdicas. Por isso, uma abordagem de carácter lúdico da matemática, desde que não se torne rotineira e predominante e que não se descure o carácter "sério" e rigoroso da matemática, poderá ser uma boa opção para desenvolver o gosto e interesse pela disciplina, tentando encontrar prazer na resolução de tarefas que podem proporcionar estímulos positivos face à disciplina e originar situações de verdadeira aprendizagem.

Deste modo, todos os materiais didáticos construídos para serem alvo de estudo nesta tese serão, tanto quanto possível, suscetíveis de utilização por parte de qualquer aluno em situação de aprendizagem. Irão estar patentes as competências matemáticas previstas nos novos programas do Ensino Básico e Secundário, pretendendo-se, com isto, que o aluno adquira progressivamente capacidades matemáticas, como a visualização espacial, a representação de imagens, com associação ao cálculo e às propriedades das figuras geométricas, entre outras não menos importantes.

A opção por uma abordagem lúdica da utilização dos materiais manipuláveis prende-se essencialmente com a motivação para a aprendizagem, mas não é a única razão. Desenvolver o raciocínio lógico, estimular a capacidade para resolver problemas, incentivar a criatividade e a autonomia mental são certamente algumas das finalidades do ensino da Matemática. A nossa função, como educadores, é diligenciar no sentido de encontrar alternativas que estimulem a motivação para a aprendizagem, fomentem a autoconfiança, desenvolvam as interações e a socialização do indivíduo com outras pessoas, abrindo caminhos que possam ser possíveis vias para o sucesso.

Os jogos, se forem devidamente projetados, poderão ser um bom recurso pedagógico, com alguma eficácia na construção do conhecimento matemático. A sua utilização no ensino da Matemática, tomando um carácter lúdico, pode mudar a rotina habitualmente utilizada nas aulas, despertar o interesse do aluno e fazer com que ele goste de aprender Matemática de uma forma divertida e agradável.

Penso, desta forma, poder dar algum contributo, ainda que pouco, para ultrapassar alguns obstáculos que sentimos, no dia-a-dia nas nossas aulas, ao sermos confrontados com alunos que precisam de uma atenção especial, mas que não deixam de ser iguais aos demais e poder contribuir assim para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Gostaria de acreditar que este meu trabalho possa vir a ser um tributo que possa possibilitar o reforço das razões pelas quais devemos utilizar recreações matemáticas no processo de ensino e aprendizagem. Com ele, desejaria também conseguir adicionar mais dados aos já reconhecidos, como boas práticas de ensino, e abrir mais caminhos para uma melhor compreensão dos conceitos e sistemas estruturais em que assentam os elementos da

Matemática, pois todos reconhecemos que esta tem uma necessidade inegável de uma eficaz escolha de estratégias para o sucesso.

Esta dissertação inicia-se com uma breve introdução ao tema em estudo e completa-se com mais sete capítulos. O primeiro capítulo diz respeito à descrição e pertinência do estudo e às opções metodológicas tomadas. Os capítulos 2, 3 e 4 são uma abordagem teórica, em que no capítulo 2 se abordam as doenças e deficiências da visão, no capítulo 3 refere-se a educação de alunos com problemas de visão e no capítulo 4 abordam-se os jogos e as atividades recreativas de um ponto de vista social e educativo. No capítulo 5 descrevem-se os jogos e outros materiais criados com a finalidade de serem utilizados no estudo. O capítulo 6 é empírico. Nele se descreve e analisa a implementação dos jogos a alunos com problemas visuais. Por fim, no capítulo 7, apresentam-se as reflexões e conclusões que despontaram do estudo e apresentam-se algumas recomendações e sugestões para futuras investigações.

Capítulo 1

O estudo e a sua metodologia

1.1. Motivação e pertinência do estudo

Acredito na boa intenção de se criarem em Portugal escolas de referências para alunos cegos e com baixa visão, mas, salvo raras exceções, o estatuto presenteado a essas escolas nem sempre perfilha da atuação estabelecida pela declaração de Salamanca, especialmente quando ingressamos no 3.º Ciclo do Ensino Básico ou quando avançamos para o Ensino Secundário. Nada há, pois, a contestar acerca da criação destas escolas, mas é difícil compreender que, no processo da sua formação, não se tenha, muitas vezes, em conta diversos pontos-chave que são apontados pela Declaração de Salamanca. Um deles é, sem dúvida, a formação dos professores, que neste momento é inexistente.

O equipamento e preparação das escolas e dos professores deveria processar-se com uma razoável antecedência, prevendo antecipadamente as necessidades dos alunos, que são brindados com um vasto leque de disciplinas que, em número, conteúdos e objetivos a atingir, nada diferem das que são oferecidas aos alunos sem problemas de ordem física ou intelectual.

A Matemática, pela sua natureza, é usualmente encarada como sendo difícil para muitos alunos e se pensarmos naqueles que necessitam de acompanhamento pedagógico personalizado, como são os alunos cegos, a situação pode tornar-se bem mais complexa, caso não sejam adotadas medidas de apoio que possam minimizar os obstáculos.

Os professores que contactam diariamente com estes alunos nas suas aulas não recebem qualquer formação prévia, quer para as práticas letivas, quer no sentido de orientação para a integração destes alunos em turmas de normovisuais. O apoio prestado pelos professores de Ensino Especial é fundamental, mas estes também não estão, nem podem estar, dotados de formação em cada uma das disciplinas que os alunos frequentam. Sendo, portanto indispensável a existência de um trabalho colaborativo e uma ligação muito estreita entre este professor e os que lecionam as diferentes disciplinas. É difícil para um professor de Ensino

Especial, que não tenha formação em Matemática ou em Físico-Química, entender a linguagem Braille específica destas disciplinas, as quais de modo algum se coadunam, por exemplo, com a Biologia, a História ou a Língua Portuguesa!...

Por outro lado, também não é fácil encontrar professores de Matemática com formação em Braille e em ensino especializado que consigam prestar um acompanhamento ajustado a estes alunos. Em particular, um professor de Matemática precisa de saber que, para escrever em Braille algo tão simples como uma expressão fracionária, implica a recorrência a apenas uma direção, isto é, devemos escrever, por exemplo, $\left(2+x\right)\div\left(5-x\right)$ em vez de utilizar uma representação fracionária, como habitualmente se pratica. Para um professor sem formação nesta área, fatores relevantes como o descrito acima, podem transformar-se num obstáculo inibidor da aprendizagem do aluno. Por isso, alguns autores consideram ser importante o contacto com a Grafia Matemática Braille (GMB) no sentido em que pode derrubar algumas barreiras existentes entre o professor e o aluno cego, dando-lhe a possibilidade de acompanhar o seu trabalho na aula, tornando-se assim um mediador capaz de lhe dar apoio ao nível da escrita tal como o faz com qualquer outro aluno (Santos, 2008).

A escola onde exerço funções docentes no grupo 500 (Matemática para o 3.º Ciclo e Secundário), quase no final do ano letivo de 2008/2009, tomou conhecimento que, no ano letivo seguinte, iria ser escola de referência para alunos cegos e com baixa visão. Fomos assim, surpreendidos com um fator novo, desconhecido e para o qual não tínhamos qualquer tipo de formação, nem nos seria garantido que alguma vez a pudéssemos vir a ter. Ficámos, por isso, um pouco apreensivos sobre a forma como iríamos trabalhar com estes alunos. O ter que penetrar numa área que envolve alguém desprovido do sentido da visão, ou que terá grande probabilidade de um dia vir a perder esse sentido, sem que oferecessem aos professores qualquer tipo de orientação ou apoio, não iria ser tarefa fácil. Para agravar ainda mais esta situação, contribuiu o facto de só tomarmos conhecimento das respetivas turmas com menos de uma semana de antecedência do início das aulas. Dizerem-nos, de uma hora para a outra, que teríamos de ser capazes de eliminar barreiras entre estes jovens e os normovisuais, sem que tivesse havido qualquer formação, seria como se passássemos a ser nós “os cegos no mundo de quem vê com os dedos”.

Perante a hipótese de ter que me confrontar indiscutivelmente com esta dificuldade, despertou-me o interesse para encontrar respostas que pudessem minimizar algumas das lacunas existentes em todo este processo de criação de escolas de referência. Parti então em busca de “alfabetização” tentando encontrar métodos e estratégias a desenvolver com estes alunos, bem como procedimentos a adotar para a sua inclusão social. Durante a pesquisa que fiz, apercebi-me da existência de alguns livros e documentos de apoio, publicados pelo ministério da educação, cuja existência era desconhecida na escola. Percebi também que ter que tomar contacto com a Linguagem Braille Matemática seria fundamental, pelo que me dirigi à ACAPO (Associação dos Cegos e Amblíopes de Portugal). Aí informaram-me que os seus cursos de Braille não abrangiam o Braille Matemático e indicaram-me que talvez na biblioteca Nacional pudesse encontrar alguma documentação. Assim, as dificuldades inerentes à quase inexistência de meios de formação nesta área obrigaram-me a ter que optar por uma preparação quase autodidata.

Na realidade, no que toca à disciplina de Matemática, que muitos consideram como sendo a mais “temida” pelos alunos, os cuidados a ter terão que ser certamente providos de uma grande premência de reflexão e de um estudo muito delicado, intenso e perspicaz, para que se possa responder eficazmente às instâncias exigidas pelas condições destes alunos, com necessidades educativas especiais. No entanto, além do desconhecimento de metodologias pedagógicas a aplicar a estes alunos, na minha escola um outro fator se revelou bastante debilitado no que toca ao ensino/aprendizagem da Matemática: a escassez de material didático manipulável, com adaptações para estes alunos. O equipamento escolar, considerado imprescindível para estes alunos, não tinha sido abrangido pelas especificidades da Matemática. Além dos manuais escolares em Braille, que nunca chegavam em tempo útil, nada mais existia. Apenas um computador com sintetizador de voz estava munido com uma calculadora que, para além das operações aritméticas básicas, apenas fazia cálculos diretos com funções trigonométricas, exponencial e logarítmica.

Por tudo o que foi dito e face à oportunidade que iria ter para realizar uma dissertação num Curso de Mestrado em Matemática para o Ensino, por que não utilizá-la numa área onde as minhas dificuldades e necessidades eram iminentes? Propus-me então seguir um estudo, que contemplasse a criação de materiais que auxiliassem a superar algumas das falhas existentes neste campo e, quem sabe, pudessem ajustar-se a alguns procedimentos e medidas para a mudança de atitudes discriminatórias no contexto escolar, contribuindo para uma conduta de cidadania. A intensão seria, pois, a utilização de uma estratégia de carácter recreativo que, por norma, tem boa recetividade por parte dos alunos e, em simultâneo, dar-lhes uma finalidade de desenvolvimento das capacidades de raciocínio lógico e matemático.

1.2. Apresentação do estudo

Tal como foi referido, a escassa existência de equipamentos específicos para a Matemática, fez-me despertar a atenção para a necessidade de criação e construção de materiais que funcionassem como auxiliares na aprendizagem dos alunos com deficiências da visão e que em simultâneo pudessem ser usados por normovisuais. Mas mais dois requisitos teriam que estar presentes: a inserção social dos alunos cegos e de baixa visão e a motivação e disposição para aprender Matemática. Assim, este estudo irá centrar-se em torno de algumas atividades de carácter recreativo que, pela sua natureza, envolvem situações que podem ser suscetíveis de surtir efeito positivo no processo de ensino/aprendizagem da Matemática. O que designamos aqui por efeito positivo, não significa uma concretização em termos de resultados académicos auspiciosos, mas sim a conquista de uma apreensão mais favorável relativamente à disciplina, bem como o desenvolvimento de certas competências inerentes à sua essência, tais como a capacidade de raciocínio lógico, a aptidão para resolver problemas, a apetência para criatividade, a capacidade de visualização, o desenvolvimento do cálculo mental, o poder de memorização, a cooperação com os companheiros, as interações sociais, etc.

Optou-se assim pela criação de um jogo de tabuleiro, o Jogo MAGIC-MAT, o qual pode ser utilizado quer por alunos cegos, quer por normovisuais. O jogo dispõe de marcas individuais para cada jogador, as quais terão que percorrer casas de acordo com valores obtidos pelo lançamento de um dado. Cada casa possui então uma letra ou um símbolo. Cada letra obrigará o jogador a responder a uma questão subordinada a um determinado tema matemático. Cada símbolo poderá oferecer um bónus ou uma penalização. A maioria das questões assume um carácter lúdico e são, quase sempre complementadas com materiais manipuláveis, como forma de suporte e apoio para chegar à solução. Podemos considerar que muitas das questões utilizadas no jogo de tabuleiro constituem, por si só, um jogo individual. Outras, são de resposta imediata e testam apenas conhecimentos básicos de Matemática. Outras ainda, podem ser consideradas como enigmas que envolvem raciocínio lógico.

Refira-se que as questões de investigação que estiveram na base deste trabalho foram as seguintes:

- Criação de materiais didáticos manipuláveis, adequados a alunos com deficiências da visão, que possam proporcionar situações de aprendizagem de conceitos matemáticos previstos no Currículo Nacional do Ensino Básico e Secundário, dando à sua utilização um carácter lúdico.
- Observar e analisar a recetividade dos alunos com deficiência visual a esse tipo de materiais e aferir se os mesmos se manifestam como facilitadores da aprendizagem da Matemática ou, se pelo contrário, se denunciam como inibidores da aprendizagem.
- Averiguar se este tipo de experiência se revela como um fator de integração social dos alunos com deficiências da visão.
- Avaliar o contributo da utilização desses materiais didáticos, de índole lúdica, para o desenvolvimento de alguns aspetos importantes, nomeadamente a autonomia na

resolução de tarefas, o desenvolvimento do raciocínio, a capacidade de "visualização” e representação de figuras, a capacidade de abstração, etc.

1.3. Os alunos intervenientes no estudo

O universo sobre o qual incidiu o estudo, por questões logísticas e coordenação de horários entre as várias pessoas que se disponibilizaram para a implementação do mesmo, envolveu alunos com deficiências da visão, integrados em três escolas da Direção Regional da Lezíria e Médio Tejo, sendo elas a Escola EB23 Duarte Lopes, em Benavente, a Escola EB23 D. João II, em Santarém, e a Escola Secundária de Benavente.

O reduzido universo de escolas de referência para cegos na Direção Regional da Lezíria e Médio Tejo e, por sua vez, o reduzido número de alunos com deficiências da visão nessas escolas, confrontou-nos com uma dispersão dos mesmos pelos diversos níveis de escolaridade, não existindo nenhum caso de alunos a frequentar o mesmo nível. No entanto, esse motivo não foi impeditivo da implementação do estudo, porque a Matemática é uma rede tão íntegra que em todos os pontos se toca, e os nossos alunos do Ensino Básico de hoje serão os nossos alunos do Secundário de amanhã, pelo que existe uma interligação muito estreita entre os assuntos abordados nos dois níveis de ensino. O principal motivo porque não é assim tão díspar trabalhar em vários níveis de ensino, e que vai servir de suporte a este trabalho, são as práticas recreativas, como uma possível forma de abordagem da Matemática. Esse ponto, apesar de não ser muito salientado nos nossos currículos, poderá ser um ponto-chave para a motivação daqueles alunos que, à partida, encaram a aprendizagem da Matemática com algum sentimento de rejeição.

Assim, o estudo foi aplicado a três alunas do Ensino Básico que frequentavam o 7.º, o 8.º e o 9.º anos de escolaridade, respetivamente, e a um aluno do Ensino Secundário que frequentava o 11.º ano de Matemática Aplicada às Ciências Sociais. Refira-se que a aluna do 8.º ano foi sujeita apenas a um estudo individualizado. A exceção referida prende-se com o facto da impossibilidade da aplicação do estudo a esta aluna nas mesmas condições que aos restantes alunos, devido a motivos ligados a dificuldades de coordenação horária com os seus colegas.

1.4. O tipo de investigação

A metodologia de investigação foi de carácter qualitativo, uma vez que o conjunto de pessoas sobre as quais incidiu a experimentação tem uma dimensão numérica que, em termos estatísticos, não é suficientemente ampla para poder ser implementado um estudo quantitativo. Segundo Goldenberg (Goldenberg, 2005), na pesquisa qualitativa a preocupação do investigador não é a representatividade numérica do grupo investigado, mas o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição e de uma trajetória.

Assim, foi adotada uma metodologia qualitativa ou etnográfica que, segundo S. Willson (Willson, 1977), se caracteriza por a principal fonte na recolha dos dados ser a observação no seu meio natural, que neste caso foi na sala de aula ou nas sessões de apoio com os professores de ensino especial, por ser focalizada diretamente nas pessoas em estudo e por ser a única forma de compreender os acontecimentos, a perceção e a interpretação feita pelos sujeitos envolvidos. Em algumas circunstâncias recorreu-se a estudos de caso do tipo agregado que, segundo Stake (Stake, 1995), são aplicáveis quando se presume que um conjunto de factos, análogos ou não, nos faculta uma melhor compreensão acerca de algo. Não se trata, no entanto, de um estudo coletivo mas antes de um estudo instrumental de diversos casos.

Para Bogdan e Biklen (Bogdan e Biklen, 1982), existem cinco aspetos a considerar numa investigação qualitativa: O primeiro refere-se ao facto de a investigação qualitativa ser o cenário natural e uma fonte direta de dados, onde o investigador é o instrumento chave. Quando os dados são produzidos por pessoas sobre as quais recai a observação, deve ter-se em conta em que circunstâncias são obtidos, pois a separação do ato, palavra ou gesto do seu contexto pode patentear a perda de uma parte do significado da observação. Quando se recolhem dados com base em gravações de vídeo, por exemplo, o investigador deve assumir que o comportamento pode ser influenciado pelo cenário no qual ocorre; O segundo aspeto refere que a observação qualitativa é descritiva, isto é, os dados são apresentados na forma de narrações, incluindo sobretudo transcrições de entrevistas, notas de campo, citações que servem para ilustrar os acontecimentos. O observador tem que abordar tudo de uma forma minuciosa, assumindo que nada é trivial e que todos os detalhes são importantes para desbloquear uma compreensão mais perspicaz do que está a ser estudado; O terceiro aspeto menciona que os investigadores qualitativos se devem preocupar com o processo, em vez de se preocuparem com a saída do produto, pois não devem ser influenciados por expectativas para determinadas predições acerca das performances dos observados; O quarto aspeto indica que os dados têm que ser analisados indutivamente, como se se juntassem todas as partes de um puzzle. Esta teoria emerge de baixo para cima, à medida que vão sendo recolhidas e examinadas as partes; O quinto aspeto dirige-se essencialmente ao significado das coisas, ou seja, ao “quê” e ao “porquê”. É isso que é importante numa abordagem qualitativa. Os observadores devem ter a preocupação de perceber as diferentes formas que as pessoas observadas utilizam e argumentam, para dar sentido aos seus comportamentos.

1.5. O processo de recolha de dados

As observações dos alunos decorreram em diversas fases, tendo sido necessário proceder a alguns ajustes ao processo de recolha de dados inicialmente previsto, uma vez que fui sendo confrontada com determinadas situações que, embora fossem previsíveis, à partida era impossível determinar até que ponto se tornariam impeditivas de dar prosseguimento ao que inicialmente se pretendia. Logo, para além de uma implementação competitiva do jogo de tabuleiro, acabou por ser adotada, também com os restantes alunos, uma implementação semelhante à prevista para a aluna do 8.º ano, isto é, a aplicação individual de alguns jogos, fora do âmbito de competição com terceiros.

Quando terminava cada desafio, solicitava aos alunos envolvidos que emitissem a sua opinião acerca do mesmo, quer relativamente ao material utilizado quer quanto ao seu grau de dificuldade. Por outro lado, no final de cada observação, como complemento para a análise dos dados recolhidos e para suprimir algumas dúvidas ocorridas durante o processo, procedeu-se a um questionamento dos alunos. Terminadas as observações procedeu-se ao seu registo e descrição, e posteriormente à análise dos dados recolhidos.

Saliente-se ainda que todas as estratégias utilizadas no estudo foram previamente discutidas e acordadas com os professores da disciplina de Matemática e com os professores de Ensino Especial.

Neste estudo, só participaram os alunos que se mostraram disponíveis e devidamente autorizados pelos respetivos pais e encarregados de educação. Foram ainda tidos em conta aspetos éticos, nomeadamente a garantia de que as recolhas feitas em vídeo-gravações e fotos não poderiam identificar as crianças, e poderiam ser usados pseudónimos sempre que fosse necessário referir determinada criança. Foi também garantido o retorno dos resultados obtidos na pesquisa. Por isso, findos os trabalhos, será minha intenção divulgá-los à comunidade escolar, aos pais e encarregados de educação dos alunos das escolas envolvidas. As comunicações poderão envolver a presença dos professores colaborantes, se assim o pretenderem, mas o mais desejável será a participação dos alunos que contribuíram para o estudo, pois são eles os que melhor nos poderão dar um feedback do que sentiram, do que querem, do que não querem e do que gostariam de modificar.

Capítulo 2

Deficiências da visão e doenças oftalmológicas

As deficiências da visão são quaisquer perturbações do foro visual, as quais podem englobar simples deficiências de ordem física do olho, como os defeitos refrativos, e também as que são reconhecidas como doenças oftalmológicas, não obstante o facto de ambas poderem surgir em simultâneo.

Temos a perceção que a maioria dos problemas da visão surge na idade adulta, havendo uma acentuada incidência nas pessoas mais idosas. Contrariamente ao que se possa pensar, os problemas da visão ocorrem na infância e na adolescência. Uma criança de tenra idade, dada a sua inexperiência, não consegue avaliar se está ou não a ver bem e dificilmente se irá queixar, o que pode vir a acarretar sérios problemas de saúde e de aprendizagem.

João Guimarães Rosa na sua obra *Campo Geral*, mais conhecida por "*Manuelzão e Miguilim*", uma espécie de biografia de infância, conta a história de Miguilim, um menino de 8 anos, que morava com sua família no Mutum, um remoto lugarejo no sertão. A característica que origina a maioria das perceções de Miguilim – a miopia – é desconhecida de todos, inclusive do leitor, quase até ao fim da narrativa. Ela é detetada, casualmente, por um tal Dr. Lourenço que chega um dia a Mutum para caçar e que, estranhando o olhar de Miguilim, lhe empresta os óculos que usava. Miguilim ao usar os óculos, pela primeira vez, experimenta a sensação de uma repentina nitidez das formas à sua volta e encanta-se com o mundo.

> "Miguilim olhou. Nem não podia acreditar! Tudo era uma claridade, tudo novo e lindo e diferente, as coisas, as árvores, as caras das pessoas. Via os grãozinhos de areia, a pele da terra, as pedrinhas menores, as formiguinhas passeando no chão de uma distância." (Rosa, 2001)

Muitos pais, não estando alertados para determinadas situações, acreditam que nos primeiros anos de vida os seus filhos não são confrontados com problemas de visão. Porém, para que não aconteçam mais situações como a de Miguilim, é importante que, quando a criança nasce, o pediatra realize um exame oftalmológico. É através do exame do reflexo vermelho,

que se podem detetar, por exemplo tumores, catarata congénita, glaucoma congénito, leucocoria e infecções, como a toxoplasmose, que a mãe contaminada pode passar ao filho (Lima, 2009).
Seria aconselhável que todas as crianças tivessem oportunidade de ser observadas por um oftalmologista, nos primeiros anos de vida, e que os pais fossem alertados para determinados sintomas que podem ser indicativos de problemas visuais. Alguns sinais, como o piscar dos olhos com demasiada frequência, a sensibilidade exagerada à luz, dores de cabeça ou tonturas após assistir a televisão, vermelhidão ou inchaço na região das pálpebras, são certamente motivos para consultar um oftalmologista.
É também fundamental que educadores e professores conheçam e compreendam o funcionamento visual e os diferentes tipos de problemas da visão, bem como as suas implicações pedagógicas, não só na identificação de objetos e formas, na leitura e na escrita, mas também na orientação e mobilidade e nas atividades da vida diária.

> "Assim, uma rigorosa avaliação funcional da visão pressupõe a intervenção de uma equipa multidisciplinar:
> - o docente de educação especial;
> - o professor da turma/disciplina;
> - a família;
> - serviço oftalmológico de baixa-visão." (Mendonça e outros, 2008).

O Ministério da Educação está a desenvolver, em Portugal, a sensibilização de educadores e encarregados de educação para a importância de se proceder a avaliações especializadas, no âmbito das consultas de subvisão, e criar centros de recursos especializados, na área da deficiência visual, que funcionem como suporte e orientação aos docentes, com a finalidade de promover a participação dos alunos com alterações das funções da visão no sistema de ensino, visando a aquisição de competências que lhes facultem autonomia e sucesso na escola e na vida.
Segundo Pina (Pina, 2012), a subvisão é uma incapacidade visual crónica, em que os pacientes não são completamente cegos mas mantêm alguma visão residual, a qual não pode ser corrigida com cirurgia, medicamentos ou óculos. No entanto, os afetados podem beneficiar de ajudas, começando pela observação de um oftalmologista, preferencialmente especializado, que determine as causas da subvisão. Depois, devem seguir um programa de reabilitação, que tem de ser personalizado em função do resíduo visual de cada indivíduo e das suas principais necessidades. Durante o processo de reabilitação podem intervir vários profissionais, tais como um Técnico Especializado em Subvisão, um Terapeuta Visual, um Psicólogo, um Assistente Social, um Técnico de Orientação e Mobilidade e um Terapeuta Ocupacional. Contudo, de acordo com Aranha (Aranha, 2005), o primeiro passo a dar neste

sentido é o de alertar os pais e os educadores, para determinadas pistas denunciativas de problemas da visão. Para isso, é necessário que estes reconheçam os sintomas e as condutas mais comuns de alterações visuais.

Sintomas: tonturas, náuseas e dor de cabeça; sensibilidade excessiva à luz (fotofobia); visão dupla e embaçada.

Condutas: apertar e esfregar os olhos; irritação, olhos avermelhados e/ou lacrimejantes; pálpebras com orlas avermelhadas ou inchadas; estrabismo; piscar os olhos excessivamente; o franzir da testa ou o piscar contínuo, para fixar perto ou longe; dificuldade para seguir um objeto; cautela excessiva ao andar, tropeço e quedas frequentes; inquietação e irritabilidade; dificuldade para leitura e escrita; desatenção e falta de interesse; aproximação excessiva do objeto; postura inadequada; fadiga ao esforço visual.

2.1. Como funciona o olho humano

A visão é a função que permite a perceção das radiações luminosas e compreende todo o conjunto de mecanismos fisiológicos e neurológicos através dos quais essas radiações determinam impressões sensoriais de natureza variada, como as cores, as formas, o movimento, a distância e as intensidades das luzes visualizadas no ambiente.

O olho é o órgão sensorial da visão que capta a luz que incide sobre a retina, que é uma superfície parabólica de tecido vivo formado por células fotorrecetoras de luz que captam a luz e transformam essa energia luminosa em impulsos nervosos que adentram pelo nervo ótico que leva essas informações para o cérebro. No cérebro tem então início o processo de análise e interpretação que nos permite reconstruir as distâncias, as cores, os movimentos e as formas dos objetos que nos rodeiam. Portanto, podemos dizer que os olhos são as ferramentas com as quais o cérebro cria o campo visual.

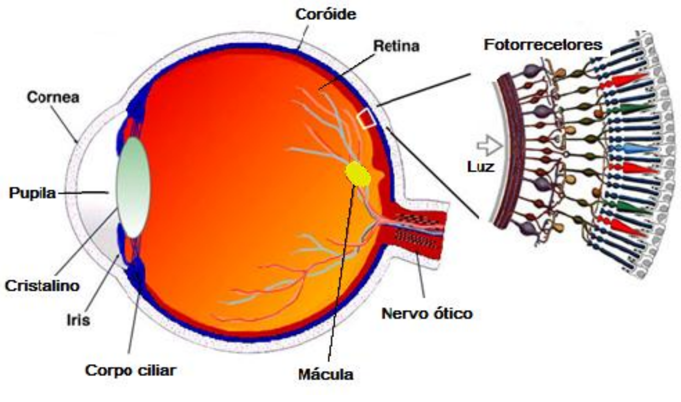


Fig.1 – Constituição do olho humano.

Ver com os olhos significa usá-los em prol da visão, enquanto o cérebro é a ferramenta essencial para processar os estímulos provenientes dos olhos criando a visão. Por isso, no sentido mais amplo da palavra visão (de perceção visual), esta requer a intervenção de zonas especializadas do cérebro no córtex visual que analisam e sintetizam a informação recolhida em termos de forma, cor, textura, relevo, etc.

A **acuidade visual** é a medida clínica de nitidez da visão para a discriminação de pormenores a uma distância específica (Mendonça e outros, 2008). A acuidade visual foi concebida por Haddad, Sampaio e Kara como a medida do poder de resolução do sistema visual que forneceria informações sobre a integridade desse sistema e a capacidade de resolução e detalhes da imagem, (Bruno, 2009).

Chama-se **campo visual** à distância angular abrangida quando olhamos um ponto no infinito mantendo imóveis os olhos e a cabeça. A parte central, abrangida simultaneamente por ambos os olhos, corresponde ao **campo visual central.** A área restante só abrangida por um dos olhos, de cada um dos lados do campo central, denomina-se **campo visual periférico**.

As definições de baixa visão e de cegueira baseiam-se unicamente em duas funções visuais: a acuidade visual e campo visual. No entanto, estas medidas dão-nos pouca informação acerca do verdadeiro funcionamento visual de cada indivíduo. Na verdade, duas pessoas com a mesma acuidade e com a mesma amplitude de campo visual podem denunciar níveis de funcionamento visual muito distintos, inclusive, uma mesma pessoa, quando exposta a diferentes condições ambientais, pode apresentar diferentes níveis de funcionamento visual. Isto advém, porque o funcionamento visual não depende apenas das funções visuais. Corn e Koening, em 1996, citados por (Mendonça e outros, 2008), esquematizaram a interação das funções visuais com fatores pessoais e ambientais, através de um esquema tridimensional, que podemos observar na figura que se segue:

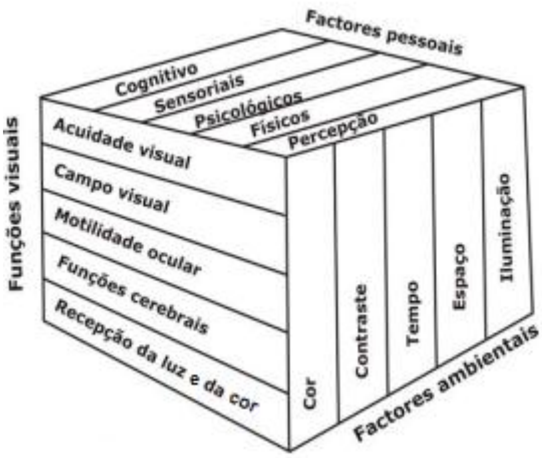


Fig.2 – Dimensão e componentes do funcionamento visual[1].

[1] Retirado de (Mendonça e outros, 2008).

Portanto, os fatores pessoais (cognitivos, sensoriais, psicológicos, físicos e relativos à perceção) e ambientais (cor, contraste, tempo, espaço e iluminação) podem enfatizar ou agravar o nível de funcionamento visual, nomeadamente a acuidade visual, o campo visual, a motilidade ocular, as funções cerebrais e a perceção da luz e da cor (Mendonça e outros, 2008). A visão binocular desenvolve-se se os dois olhos trabalharem juntos. A visão tridimensional ocorre quando há binocularidade, possibilitando assim a perceção da posição dos objetos no espaço, o cálculo da distância entre eles e a noção de profundidade (Aranha, 2005). Na criança, as alterações da visão binocular podem acarretar sensações indesejáveis, como a dificuldade de discriminação da figura quanto à profundidade e orientação no espaço. Essas dificuldades devem ser detetadas o mais cedo possível e corrigidas por compensação ótica, oclusão ou intervenção cirúrgica, quando for o caso, para que a criança tenha um desenvolvimento normal do sistema e da função visual.

2.2. Os defeitos da visão

A diminuição da acuidade visual e a perda de nitidez da imagem são causadas, basicamente, por defeitos refrativos passíveis de correção ótica (htt17). Todos os defeitos da visão que podem ser corrigidos com lentes são designados de **ametropias** e englobam a **miopia**, a **hipermetropia** e o **astigmatismo**, entre outros. Estes defeitos de refração devem-se a fatores hereditários e de desenvolvimento, sobre os quais não se tem controlo. Iremos aqui abordar, superficialmente, as características de algumas deficiências da visão.

2.2.1. A Miopia

A **Miopia** consiste num defeito ocular em que a imagem é focada antes da retina. Traduz-se por uma dificuldade de visão ao longe. Um olho míope é normalmente maior que o normal e é mais propenso a algumas doenças, como por exemplo o glaucoma, o deslocamento de retina, etc., pelo que necessita de uma atenção especial por parte do médico oftalmologista. (Henriques, 2005)**.**

Os alunos com miopia não detetada apresentam muita dificuldade para copiar do quadro e é frequente serem tidos como desinteressados, preguiçosos e lentos (Aranha, 2005). As crianças com miopia sentam-se nas primeiras filas na sala de aula e é comum aproximarem demasiadamente um livro dos olhos (htt27). Estas crianças podem apresentar ainda os seguintes sintomas: piscar constantemente os olhos, fechar a pálpebra (esforço acomodativo), coçar os olhos, etc. Os portadores da Síndrome de Down e de outras síndromes podem manifestar alta miopia, que deve ser corrigida para prevenir alterações de desenvolvimento, (Aranha, 2005). A correção é feita com lentes esféricas divergentes ou negativas quando a miopia é simples, sem astigmatismo combinado.

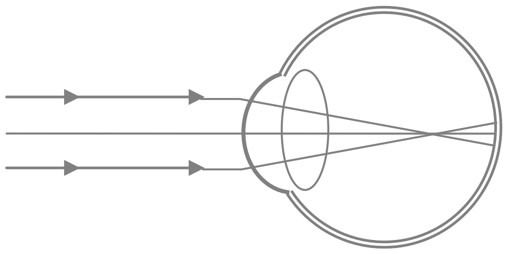


Fig.3 – Olho míope.

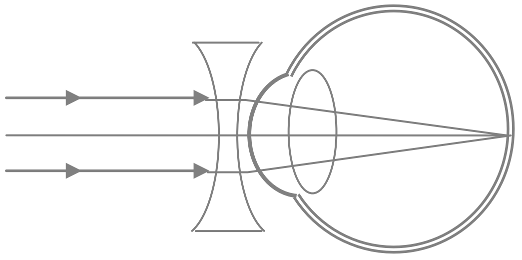


Fig.4 – Correção com lente divergente.

2.2.2. A Hipermetropia

A **hipermetropia** é um defeito refrativo em que ou a córnea é demasiado plana ou o globo ocular é demasiado curto e que impede a visão nítida, principalmente ao perto. Trata-se da formação da imagem atrás da retina, que provoca má visão ao perto mas boa ao longe. O trabalho mais minucioso ou a leitura aumentam a exigência de focagem, provocando fadiga ocular, fuga das linhas, baralhamento das letras após algum tempo de leitura e até dores de cabeça. Pode, por isso, ser a causa do mau aproveitamento escolar de uma criança. Um olho hipermétrope é muitas vezes mais pequeno que o normal (Henriques, 2005).

A sua compensação, quando a hipermetropia é simples, é feita através da utilização de lentes esféricas convergentes ou positivas, que os seus portadores usam tanto para visão ao longe como para visão ao perto (htt27).

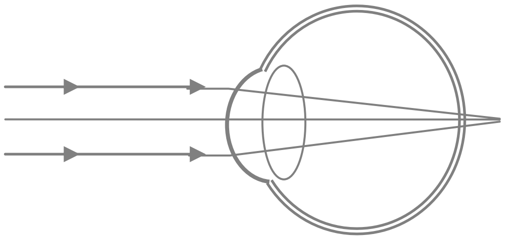


Fig. 5 – Olho hipermétrope.

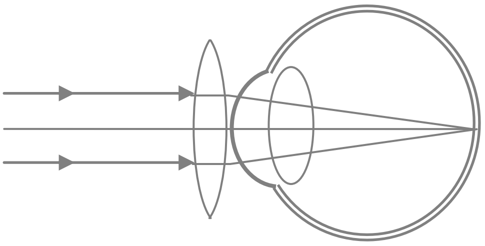


Fig. 6 – Correção com lente convergente.

2.2.3. O Astigmatismo

O **Astigmatismo** consiste num defeito da córnea que ocorre quando esta não apresenta a mesma curvatura em todas as direções, ocasionando uma deformação da imagem. Os sintomas mais frequentes do astigmatismo são: dores de cabeça, olhos lacrimejantes, ardor e comichão nos olhos (Aranha, 2005). Provoca uma visão distorcida da imagem e pode ocorrer isoladamente ou associado aos outros defeitos refrativos (Henriques, 2005)**.** O astigmatismo pequeno normalmente não necessita de correção. Nos grandes astigmatismos a acuidade visual é baixa e a correção é feita com lente cilíndrica (Aranha, 2005).

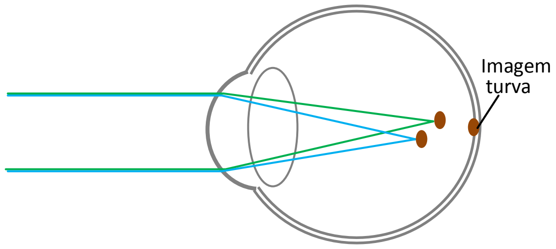


Fig. 7 – Olho com astigmatismo.

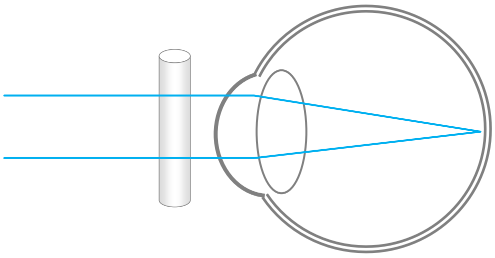


Fig. 8 – Correção com lentes cilíndricas.

2.3. As doenças oftalmológicas

Doenças oftalmológicas são as doenças dos olhos e do sistema visual, que podem provocar a diminuição da acuidade visual ou, eventualmente, levar à perda de visão (htt17). Nas crianças são inúmeras as doenças oftalmológicas que podem causar perda de visão, das quais podemos enumerar: Catarata congénita e infantil; Glaucoma congénito; Estrabismo; Ambliopia; Retinoblastoma; Doenças genéticas; Doenças metabólicas.

Nos últimos anos, com o aumento da qualidade da informação, dos avanços tecnológicos e da ciência médica em matéria de diagnóstico e tratamento, tornou-se possível prevenir e tratar doenças oftalmológicas que há pouco tempo atrás eram consideradas incuráveis. No entanto, muitas há ainda para as quais não foram encontrados meios de as ultrapassar, podendo mesmo conduzir à cegueira. São inúmeras as doenças da visão, pelo que aqui abordaremos superficialmente as características de algumas, aprofundando um pouco mais o glaucoma, por ser uma das maiores causas de cegueira a nível mundial e, também, porque três dos alunos que participaram neste estudo são portadores desta doença.

Uma vez que a quarta aluna que participou neste estudo é portadora de um problema raro, denominado harado-degenerescência, que está ligado a uma doença inflamatória da retina -

Vogt-Koyanagi-Harada – que se caracteriza por uma uveíte bilateral difusa, acompanhada por descolamento exsudativo de retina (Almeida e outros, 2011), daremos também uma atenção especial a esta doença.

2.3.1. A Ambliopia

Segundo Dome, a **ambliopia** é um distúrbio da visão caracterizado pela perda progressiva da função visual sem haver lesão ocular que o justifique uma vez que o olho tem uma aparência normal (Dome, 1995). Segundo Rebelo (Rebelo, 2012), a ambliopia deve ser entendida não como um problema do globo ocular, mas como um dano do cérebro causado por um obstáculo que impede a maturidade normal do olho e a passagem correta da luz, mesmo usando óculos. O que provoca uma privação da visão durante o período crítico do desenvolvimento visual, que ocorre até aos 6 anos de vida.

Ambliopia funcional ou "ambliopia" deve-se distinguir de ambliopia orgânica, a qual se refere a baixa visão causada por anomalias estruturais do olho ou cérebro. A ambliopia funcional tende a ser reversível quando tratada precocemente na infância, enquanto a ambliopia orgânica não melhora.

As causas mais frequentes de ambliopia relacionam-se com o estrabismo (50% dos casos), os erros refrativos (miopia, hipermetropia e/ou astigmatismo) e a catarata, as quais levam à interrupção do impulso visual apropriado, indispensável a visão. Muitas vezes surge em apenas um dos olhos. A retina do olho afetado não é capaz de transmitir, com rigor, as imagens ao cérebro, sendo eliminadas pelo olho bom. Este tem que fazer um esforço para o compensar levando o olho amblíope a ficar "preguiçoso", reduzindo gradualmente a visão se não for detetado e tratado a tempo. A melhor prevenção é a deteção precoce de alterações nos olhos antes dos dois anos (Conhecer Saúde, 2009).

Segundo Rebelo, (Rebelo, 2012), alguns dos fatores de risco da ambliopia são: prematuridade, problemas na gravidez ou parto, antecedentes familiares, atraso de desenvolvimento, fatores ambientais, síndromes malformativos e/ou genéticos.

A correção deve ser feita enquanto há desenvolvimento da visão, ou seja, até aos seis anos de idade. Para o cérebro usar novamente o olho com menor visão, deve ser tapado o olho bom durante semanas ou meses, consoante a idade da criança e a gravidade do problema. Desta maneira, o olho amblíope tem que se esforçar para melhorar a visão. Devido a terem o olho tapado ou à ambliopia, estas crianças têm maior risco de se magoarem nesse lado do corpo, principalmente na cara, pelo que devem ser alertadas para a situação e tornarem-se cuidadosas a fim de evitar acidentes desnecessários.

2.3.2. A Catarata

A **catarata** ocorre quando o cristalino fica opacificado. A maioria das cataratas surge na velhice, originadas pelas transformações sofridas pelo cristalino ao longo dos anos, principalmente devido a uma perda do seu conteúdo aquoso e à condensação das suas fibras.

As cataratas podem ser de três tipos: as **congénitas** que estão presentes desde o nascimento, devido a alterações genéticas; as **adquiridas** que podem ser causadas por perturbações endócrinas ou por traumatismos; as **senis** que são causadas por senilidade, sendo particularmente comuns a partir dos 60 anos.

As cataratas acarretam graves problemas de visão. O único tratamento realmente eficaz, independentemente do tipo de catarata, é a cirurgia.

Fig.9 – À esquerda visão normal; à direita visão com catarata.

Segundo Aranha (Aranha, 2005), as estratégias pedagógicas mais adequadas a utilizar com alunos portadores de cataratas são as seguintes:

- Os alunos que fizeram cirurgia precocemente e com boa correção ótica raramente necessitam de ajudas adicionais;
- No caso dos alunos que foram submetidos a altas correções óticas, há necessidade de grande aproximação do material a ser lido, o que pode acarretar cansaço e stress na leitura;
- No caso dos alunos com cataratas não operadas, deve ter-se em conta: o controlo de iluminação no ambiente com luzes de foco dirigíveis para melhorar o desempenho visual; A utilização de lupas iluminadas; A iluminação da mesa de trabalho; O uso de lupas manuais tipo régua;

2.3.3. A Degeneração macular

A mácula ou **mácula lútea** é um ponto de forma oval, de cor amarela, que se localiza junto ao centro da retina do olho humano. É na mácula que se encontra a maior densidade de células cone do olho, responsáveis pela visão de cores. Essa alta densidade de cones faz com que a mácula seja o ponto do olho onde vemos com a maior clareza e definição.

Fig.10 – Visão com degeneração da mácula.

A **degeneração da mácula** é uma doença em que o funcionamento da mácula é prejudicada porque a retina se torna mais fina ou se rompe. Na maioria dos casos ocorre na terceira idade, sendo por isso frequentemente chamada degeneração macular senil. Mas pode também decorrer de fatores hereditários e, neste caso, é então chamada degeneração macular juvenil. A doença pode ainda decorrer de ferimentos, infeções e inflamações dos olhos (Neto, 2002).

2.3.4. As doenças degenerativas da retina

A retina é um tecido sensível à luz, localiza-se na parte posterior do olho e é onde se inicia o processo de visão, uma vez que age como se fosse o filme de uma câmara fotográfica, recebendo e processando tudo o que vemos. A retina divide-se em duas camadas: uma fina, denominada epitélio pigmentar, e uma mais encorpada, constituída por várias camadas de células, denominada retina neural. É aí que se encontram as células fotorrecetores, que convertem a luz em impulsos elétricos que levam mensagens ao cérebro, onde o processo da visão realmente ocorre (htt12). Esse processo, que vai das células fotorrecetoras ao cérebro, é chamado de transdução visual. Os fotorrecetores são células de dois tipos: os cones e os bastonetes. As células denominadas **bastonetes** são responsáveis pela visão periférica e visão noturna. Os **cones** concentram-se na mácula, que está localizada no centro da retina, e são responsáveis pela visão central e pela visão de cores. Quando essas células se degeneram, perdem a capacidade de transmitir imagens ao cérebro (Rio, 2008).

O **descolamento de retina** ocorre quando esta camada se separa da coróide, que é uma membrana conjuntiva, localizada entre a esclerótica (branco do olho) e a retina, e que a alimenta. Quando isto ocorre, a retina começa a sofrer, pois é a coróide que fornece os nutrientes necessários ao metabolismo da retina. Os sintomas variam e, dependo da extensão do descolamento, do local e de outras condições que possam estar associadas, o tratamento pode ser clínico e/ou cirúrgico.

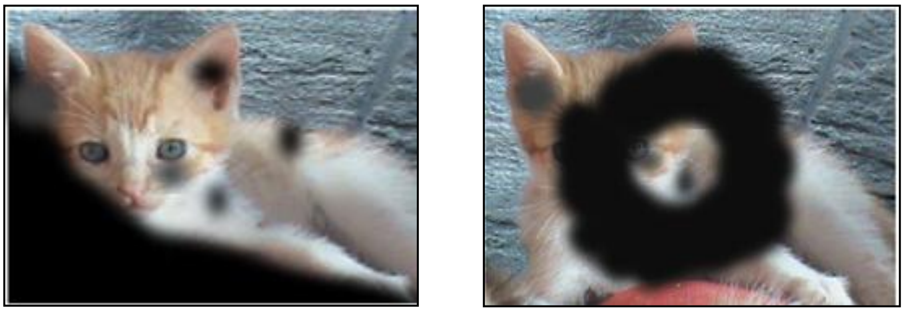


Fig.11 – Duas situações com deslocamento da retina em que a da esquerda manifesta a presença de moscas volantes.

O descolamento de retina tem como sintomas perda da visão no canto do olho e o aparecimento de manchinhas flutuantes (moscas volantes) na visão do paciente. Em casos mais graves, o paciente pode visualizar uma cortina fechando-se na sua frente.

2.3.5. O Estrabismo

O **estrabismo** é uma alteração ocular em que olhos se encontram desalinhados e olhando para direções diferentes. O estrabismo é mais comum nas crianças mas pode ocorrer também em adultos, e o desalinhamento pode ser constante ou aparecer apenas em determinados momentos. Pode também acontecer que um dos olhos esteja na posição correta, enquanto o outro pode estar desviado para dentro, para fora, para cima ou para baixo. Quando um dos olhos desvia, são enviadas ao cérebro duas imagens diferentes (htt27).

Fig.12 – Visão com estrabismo

Numa criança, o cérebro aprende a ignorar a imagem que vem do olho desalinhado e utiliza apenas a imagem vinda do olho que está na posição correta ou com melhor nitidez, mas perde a visão binocular e a noção de profundidade. Um adulto não consegue ignorar a imagem do olho desviado, pois o cérebro aprendeu a receber imagens dos dois olhos e como tal, geralmente, tem visão dupla (htt27). O Estrabismo é a maior causa de ambliopia. Quando este é pouco acentuado (pequeno ângulo) pode passar despercebido aos pais e também ao oftalmologista, porque o olho bom compensa o outro.

2.3.6. O Glaucoma

O **glaucoma** é uma doença do nervo ótico e está associada ao aumento da pressão dentro do olho pois, quanto maior é a pressão dentro do olho, maior é a possibilidade de lesar o nervo ótico. Este nervo é semelhante a um cabo elétrico contendo uma quantidade enorme de fios, pelo que o glaucoma pode danificar as fibras dos nervos, fazendo com que se desenvolvam pontos cegos.

Quando não há dor ocular, a maioria das pessoas só se apercebe que há alguma coisa errada com sua visão, nomeadamente a existência de áreas cegas, quando a doença já está avançada, ou seja, depois de o nervo ótico já ter sofrido danos. O que pode levar à perda gradual e irreversível da visão se não for tratado, uma vez que se todo o nervo for destruído, ocorre a cegueira.

Uma das causas mais comuns do glaucoma é um aumento na produção do humor aquoso, um líquido transparente que entra e sai do olho mas não faz parte das lágrimas, ou a dificuldade no seu escoamento. Se a área de drenagem do olho ficar obstruída, a pressão fluida dentro do olho pode aumentar, levando à lesão do nervo ótico.

O glaucoma é uma das principais causas da cegueira em Portugal e, apesar das pesquisas e do surgimento de técnicas de diagnóstico mais sofisticadas, representa na atualidade a maior causa de cegueira irreversível no mundo. Todavia, de acordo com Rufino Silva (Silva, 2010), a perda de visão provocada pelo glaucoma pode ser evitável se for procurado tratamento ainda no início da doença.

Alguns fatores de risco para desenvolver a doença são: a hipertensão, a diabetes, o histórico familiar, a raça negra, longo tratamento com esteroides, altos graus de miopia ou a idade acima de 40 anos. Contudo, segundo Sandra Lima (Lima, 2009), existe a possibilidade de um bebé nascer com a doença.

Atualmente, existe um especial interesse no estudo do nervo ótico e da genética como responsáveis pelas manifestações de glaucoma. Sabe-se que as fibras do nervo ótico degeneram por múltiplos mecanismos. O conhecimento dos determinantes genéticos tornará possível, no futuro, atuar na prevenção e tratamento desta doença**.** De acordo com Marcon (Marcon, 2006), o grande desafio consiste em desenvolver substâncias (drogas neuroprotetoras) que interfiram neste processo, impedindo o evento degenerativo.

Apesar dos novos estudos, do surgimento de técnicas de diagnóstico mais sofisticadas, como análise da camada de fibras nervosas (GDX), topografia do disco ótico (HRT) e tomografia de coerência ótica (OCT), e da descoberta de novos medicamentos, o glaucoma continua a ser a maior ameaça no caminho para a cegueira, sendo o seu diagnóstico precoce um permanente desafio para o oftalmologista.

Existem vários tipos de glaucoma, nomeadamente o glaucoma crónico de ângulo aberto ou primário, o glaucoma de ângulo fechado ou agudo e o glaucoma congénito. Iremos abordar este último um pouco mais em pormenor.

Glaucoma Congénito

É uma doença hereditária caracterizada pelo aumento da pressão intraocular em crianças portadoras de má formação nos olhos. Trata-se de uma doença rara, que pode atingir apenas um ou os dois olhos, habitualmente associada a transtornos sistémicos e síndromes, como a Síndrome de Sturge-Weber. Segundo Bonotto (Bonotto, 2011), quando o diagnóstico não é realizado a tempo, a doença leva à cegueira irreversível. Os seus principais sinais clínicos são:

- Lacrimejamento: os olhos estão sempre húmidos.
- Fotofobia: a criança não suporta a claridade e tem medo da luz.
- Buftalmia: olhos grandes, desproporcionais ao rosto do bebé e que parecem saltar das órbitas. Pode atingir apenas um dos olhos e nesses casos é assimétrica.
- Coloração da córnea: muitas vezes a córnea apresenta coloração azul violácea, dando a impressão de que ocupa todo o espaço, ficando difícil ver a pupila e a íris.

No Glaucoma Congénito, o crescimento acelerado dos olhos, fazendo com que eles fiquem desproporcionais, causa um bloqueio à passagem do humor aquoso pelas câmaras dos olhos, elevando a pressão intraocular e prejudicando o nervo ótico. Quando não é tratado é uma das principais causas de cegueira infantil (20%), porém existe tratamento, bastando para isso que os pais e os precetores investiguem o histórico familiar (50% tem histórico familiar), levem seus filhos ao oftalmologista pediátrico logo no primeiro mês de vida se notarem alguns dos sinais ou sintomas acima descritos. O glaucoma nas crianças responde mal à medicação, pelo que a única forma de diminuir a pressão intraocular é através de cirurgia, a qual deve ser realizada o mais cedo possível. O tipo de cirurgia depende das situações, podendo ser uma cirurgia tradicional ou uma cirurgia a lazer. Dado que a cura ainda não é conhecida, o glaucoma apenas pode ser tratado.

Fig.13 – À esquerda vista normal; ao centro visão tubular provocada por glaucoma; à direita visão com glaucoma em fase avançada.

Quando o paciente com glaucoma (ou outra doença ocular) é atingido por visão tubular, pode começar a ter problemas de mobilidade. Uma das áreas em que os professores de Ensino Especial dedicam particular atenção, para com as crianças cegas, é precisamente a "orientação e mobilidade", que é considerada a componente mais importante no processo de reabilitação e integração do deficiente visual.

No entanto, o glaucoma não produz apenas visão tubular. Pode apresentar características semelhantes às das doenças degenerativas da retina e maculares, até porque estas doenças podem surgir, muitas vezes, associadas.

Medicamentos prejudiciais ao glaucoma

Os pais e os educadores devem ter conhecimento de que existem três classes de medicamentos que podem ser prejudiciais para os portadores de glaucoma ou que se predispõem a desenvolvê-lo. São eles: a cortisona ou drogas tipo cortisona, as drogas que baixam a pressão arterial ou afetam o fluxo sanguíneo e as drogas que provocam a dilatação da pupila. A palavra "podem" é aqui muito importante, pois os riscos envolvidos dependem da droga, de como ela é usada, do tipo de glaucoma e ainda do indivíduo em questão.

Recursos e Estratégias Pedagógicas Especiais

Segundo Aranha, (Aranha, 2005), existe um conjunto de recursos óticos e pedagógicos especiais cujo uso facilita um pouco a vida aos alunos portadores desta doença, nomeadamente:

- Iluminação potente sem reflexo e brilho;
- Lupa de mesa, com iluminação;
- Alto contraste;
- Lupas manuais;
- Lentes microscópicas para a leitura;

A seguir enumeram-se algumas estratégias pedagógicas que, de acordo com Aranha, se consideram mais indicadas para estes alunos:

- Compreender que o nível de visão do aluno com glaucoma varia muito. Ele entra em stress com frequência pela dor, fotofobia e flutuação da visão. Isto não significa que o aluno seja desmotivado e/ou preguiçoso.
- Analisar, cuidadosamente, as alterações de campo visual que podem ser diferentes em cada olho.
- Ajudar o aluno a compreender e encontrar a melhor posição para o trabalho visual.
- Ajudar o aluno a identificar o melhor equipamento de magnificação, como lupas manuais, de mesa ou iluminadas. Muitas vezes a adaptação desses auxílios fica dificultada pelo brilho e reflexo de luz.
- Compreender que dadas as alterações de campo visual, nem sempre o material ampliado facilita a discriminação e a leitura.
- Utilizar porta-texto para maior conforto para a leitura.

2.3.7. O Vogt-Koyanagi-Harada

> "A Doença de Vogt-Koyanagi-Harada (VKH) é uma doença inflamatória de etiologia desconhecida, com manifestações oftalmológicas, dermatológicas, meníngeas e auditivas. A nível oftalmológico caracteriza-se por uma uveíte difusa bilateral, acompanhada por descolamento exsudativo de retina." (Almeida e outros, 2011).

Esta doença rara é conhecida há mais de 1000 anos. O seu nome provém do nome dos três médicos, Vogt (1906), Harada (1926) e Koyanagi (1929), que, separadamente, a estudaram e descreveram as suas diferentes fases, as quais foram posteriormente integradas na mesma patologia.

Apesar da intensa investigação, a fisiopatologia desta doença ainda não está totalmente esclarecida. Pensa-se que possa resultar de uma resposta imunológica anómala dirigida às células que contêm melanina, existentes no olho, no ouvido interno, nas meninges e na pele (Neto, 2009).

O trajeto clínico da doença VKH é variável, desde um período limitado de inflamação intraocular até uma doença crónica e recorrente, com prognóstico visual reservado e necessitando de imunossupressão prolongada. Pode ser importante um diagnóstico em tempo útil e um tratamento inicial agressivo, pois o prognóstico visual parece melhorar a longo prazo.

As manifestações clínicas da Síndrome de VKH podem ser divididas em quatro estágios clínicos: prodrómico, uveítico, crónico e de recorrência (Carneiro e outros, 2008). A fase de prodromos é meningoencefalítica, a fase uveítica é ocular ou oftalmo-auditiva, as restantes, mais adiantadas, podem abranger em simultâneo todos os sintomas, (Almeida e outros, 2011). Em 1999, no 1º Workshop Internacional em Síndrome de VKH, o Comité Internacional de Nomenclatura, levando em conta a natureza multisistémica da doença com a inclusão de quadros oftalmológicos tanto na fase inicial como na fase tardia da doença, introduziu os conceitos de síndrome completa, incompleta ou provável, conforme a quantidade de sinais presentes, (Carneiro e outros, 2008).

Fig.14 – Fase uveítica da doença de VKH[2]

Num estudo feito por Almeida e outros, em que foram incluídos todos os doentes com o diagnóstico de doença VKH completa que recorreram à consulta de Imunopatologia Oftálmica do Serviço de Oftalmologia dos Hospitais da Universidade de Coimbra, no período compreendido entre Janeiro de 1992 e Janeiro de 2010, foi possível verificar que, quando na fase ocular, os doentes podem apresentar inicialmente um quadro unilateral de inflamação e/ou diminuição da acuidade visual mas, na maioria dos casos (94%), o envolvimento do segundo olho só ocorreu ao fim de duas semanas. Em 89,3% dos casos, o início da uveíte ocorreu simultaneamente nos dois olhos e, em menos de duas semanas, o mesmo aconteceu em 100% dos casos.

Como se pode constatar trata-se de uma doença rara, mas que evoluí muito rapidamente e pode ter consequências bastante graves.

[2] Uveíte é o termo utilizado para definir a inflamação da íris, coróide e corpo ciliar (Dimantas e outros, 2003).

Capítulo 3

Aprendizagem e educação de alunos com deficiência visual

3.1. A Inteligência espacial

Inteligência é uma capacidade mental muito geral que, entre outras coisas, envolve a habilidade de raciocinar, planear, resolver problemas, pensar abstratamente, compreender ideias complexas, aprender rapidamente e aprender com a experiência. Ela reflete uma capacidade mais ampla e mais profunda para compreender o que nos circunda. (Gottfredson, 2012)

> "Inteligência não deve ser definida como aquilo que você sabe,
> mas como aquilo que você faz quando você não sabe o que fazer."
> (Bruner, 2001)

Definem-se vários tipos de inteligência, mas Howard Gardner (Gardner H., 2006) identificou as sete inteligências: linguística, lógico-matemática, espacial, musical, cinestésica[3]. interpessoal e intrapessoal. Ao nível deste estudo, talvez as que mais nos interessem sejam: a inteligência lógico-matemática, a inteligência espacial e as inteligências interpessoal e intrapessoal, estas duas últimas sob o ponto de vista de integração social do aluno cego ou com baixa visão.

Na Inteligência lógico-matemática, os componentes centrais são descritos por Gardner como uma sensibilidade para padrões, ordem e sistematização. Nomeadamente, a habilidade para explorar relações, categorias e padrões, através da manipulação de objetos ou símbolos, e para experimentar de forma controlada; a habilidade para lidar com séries de raciocínios, para reconhecer problemas e resolvê-los. Esta é a inteligência característica de matemáticos e

[3] ***Inteligência cinestésica*** - Esta inteligência refere-se à habilidade para resolver problemas ou criar produtos através do uso de parte ou de todo o corpo (htt1).

cientistas. Porém, Gardner explica que, embora o talento científico e o talento matemático possam estar presentes num mesmo indivíduo, os motivos que movem as ações dos cientistas e dos matemáticos não são os mesmos. Enquanto os matemáticos desejam criar um mundo abstrato consistente, os cientistas pretendem explicar a natureza. A criança com especial aptidão nesta inteligência demonstra facilidade para contar e fazer cálculos matemáticos e para criar notações práticas de seu raciocínio, (Gama, 1998).

A inteligência interpessoal pode ser descrita como uma habilidade para entender e responder adequadamente a humores, temperamentos motivações e desejos de outras pessoas. Ela é melhor apreciada na observação de psicoterapeutas, professores, políticos e vendedores bem sucedidos. Na sua forma mais primitiva, a inteligência interpessoal manifesta-se, em crianças pequenas, como a habilidade para distinguir pessoas e, na sua forma mais avançada, como a habilidade para perceber intenções e desejos de outras pessoas e para reagir apropriadamente a partir dessa perceção. Crianças especialmente dotadas demonstram muito cedo uma habilidade para liderar outras crianças, uma vez que são extremamente sensíveis às necessidades e sentimentos de outros.

A inteligência intrapessoal é o correlativo interno da inteligência interpessoal, isto é, a habilidade para ter acesso aos próprios sentimentos, sonhos e ideias, para discriminá-los e lançar mão deles na solução de problemas pessoais. É o reconhecimento de habilidades, necessidades, desejos e inteligências próprios, a capacidade para formular uma imagem precisa de si próprio e a habilidade para usar essa imagem para funcionar de forma efetiva. Como esta inteligência é a mais pessoal de todas, ela só é observável através dos sistemas simbólicos das outras inteligências, ou seja, através de manifestações linguísticas, musicais ou cinestésicas, (Gama, 1998).

É certo que nascemos e vivemos num mundo a três dimensões. Porém, somos diariamente confrontados com a necessidade de representar objetos tridimensionais, através de uma figuração simbólica a duas dimensões. O modo como o fazemos resume-se, na maioria das vezes, numa projeção do objeto sobre o papel, de acordo com a forma como a nossa vista transmite a sua imagem ao nosso cérebro. É a inteligência espacial que nos dá a faculdade de transferir as três dimensões reais para as duas do papel e vice-versa.

Encontramos várias definições para o conceito de inteligência espacial, mas o que verificamos é que todas elas convergem no mesmo sentido ou, de algum modo, se complementam. Segundo Pérsico,

> "Entende-se por inteligência espacial, a capacidade que uma pessoa revela para percecionar e relacionar cores, formas, linhas, figuras e espaço, e para processar a informação a três dimensões." (Pérsico, 2011).

No espaço a três dimensões em que vivemos, captamos objetos cujos formatos, tamanhos e cores são diferentes e deles construímos imagens mentais. No entanto, quando os objetos se encontram em diferentes posições, quando mudam de tamanho ou de cor, precisamos de realizar um processo mental para os reconhecer.

Em (Medico, 2005), Medico afirma que a inteligência espacial utiliza a habilidade de relacionar padrões, perceber similaridades nas formas espaciais e considerar relações entre elas. Abrange, ainda, a capacidade de visualização no espaço tridimensional e a construção de modelos que apoiam a orientação espacial ou a transformação de um espaço. De acordo com Medico, a inteligência espacial não depende da visão, pois as crianças cegas podem desenvolver capacidades nesta área, usando o tato. Podemos considerar neste casos que a inteligência espacial é compensada pela inteligência cinestésica, a qual, segundo Gama, é a inteligência que se refere à habilidade para resolver problemas ou criar produtos através do uso de parte ou de todo o corpo. A canalização das perceções visuais para os estímulos provocados pelo tato para o qual a criança tem que usar parte do seu corpo, com especial destaque para as mãos e extremidades dos dedos, obrigam a criança ao desenvolvimento da inteligência cinestésica.

Howard Gardner, citado por Gama em (Gama, 1998), descreve a inteligência espacial como sendo a capacidade para perceber o mundo visual e espacial de forma precisa. Encara-a como sendo a habilidade para manipular formas ou objetos mentalmente e, a partir das perceções iniciais, criar tensão, equilíbrio e composição numa representação visual ou espacial. Afirma ser a inteligência dos artistas plásticos, dos engenheiros e dos arquitetos. Nas crianças pequenas, o potencial especial dessa inteligência é detetado através da habilidade para resolver quebra-cabeças e outros jogos espaciais e pela atenção a detalhes visuais.

Há ideia de que a formação consciente de um sentido de lugar é uma das características definidoras de inteligência visual-espacial. Kincheloe afirma que Howard Gardner descreve inteligência visual-espacial como a capacidade para construir uma representação mental de um reino espacial e usar a representação para executar atividades de valor no mundo. A versão de visual-espacial de Gardner inclui a habilidade para perceber o mundo visual na perfeição, para avaliar e modificar estas perceções de acordo com uma posterior experiência, e recrear componentes da perceção mesmo sem a presença física do estímulo original, (Kincheloe, 2004).

3.2. Aprendizagem com os cinco sentidos

Para estimular o cérebro, no processo de aprendizagem, podemos contar com todos os cinco sentidos. Ninguém duvida que seja qual for a aprendizagem, esta se realiza através de pelo menos um dos nossos cinco sentidos. Os nossos sentidos são os canais de acesso à informação. Mas será que todos os sentidos contribuem de forma equitativa para o processo de aprendizagem?

Jessika Sobanski (Sobanski, 2002), afirma que as percentagens de quanto podemos aprender através de cada um dos nossos sentidos ronda os seguintes valores: visão 75%, audição 13%, olfato 3%, tato 3%, paladar 3%.

Como podemos constatar cabe à visão a percentagem mais elevada, com valores bastante distantes dos restantes, seguindo-se-lhe a audição, mas com uma notável diferença para a primeira. A autora enfatiza esta situação com a frase: "A picture is worth a thousand words! " o que em português equivale ao conhecido provérbio "uma imagem vale mais do que mil palavras". Mas será que este facto poderá impedir um cego de aprender as mesmas coisas que um normovisual?

Após algumas horas de formação, a informação retida varia de acordo com os recursos didáticos utilizados, mas os valores rondam 60% do que ouvimos (informação oral), 75% do que vemos (informação visual) e 90% do que vemos e ouvimos (informação audiovisual). Após alguns dias de formação, essa variação continua a ser significativa, mas o que fica retido anda pelos 10% do que ouvimos (informação oral), 30% do que vemos (informação visual) e 60% do que vemos e ouvimos (informação audiovisual).

O cérebro humano é formado por dois hemisférios, o direito e o esquerdo, sendo um deles dominante. Isso afeta a forma como se processa a informação e a aprendizagem, (Pérsico, 2011). No hemisfério esquerdo o processamento é linear e sequencial, ocorrendo a aprendizagem da parte para o todo. Este hemisfério é bom no processamento de símbolos e é muito lógico e matemático, lida com as entradas verbais e escritas, e aceita regras. Os seus processos cerebrais são baseados na realidade. O hemisfério direito é holístico, o que significa que a aprendizagem ocorre, em primeiro lugar, visualizando toda a imagem. É o lado sensível às cores. Este hemisfério é favorável ao processamento do concreto: as coisas que podem ser vistas, tocadas ou sentidas. É não-verbal, muito intuitivo e orientado para a fantasia.

Não importa qual é o hemisfério cerebral dominante, uma vez que mantendo ambos ativamente envolvidos no processo de aprendizagem ajuda a tirar o máximo rendimento do cérebro. Em (Sobanski, 2002), Jéssica Sobanski apresenta algumas sugestões sobre como criar um ambiente de aprendizagem que promova a utilização do cérebro na sua totalidade, nomeadamente:

- Aprender num ambiente descontraído, pois as melhores lembranças ocorrem quando os padrões das ondas cerebrais mostram um estado de descontração.
- Aprender num ambiente multissensorial, envolvendo atividades auditivas, visuais e cinestésicas.
- Usar a cor, pois isso estimula o lado direito do cérebro e ajuda a lembrar.
- Fazer pausas de hora a hora.
- Tentar relacionar o que está a aprender com uma imagem maior.
- Reforçar o que se aprendeu com prática e revisão.

Se pensarmos numa criança cega, constatamos que a segunda e a terceira sugestões de Sobanski ficam inviabilizadas, embora não seja o facto de se ser cego que inviabiliza o funcionamento dos hemisférios cerebrais. Apesar de a não visão não ser transmitida ao cérebro, isso não invalida que o cérebro não tenha capacidade para receber as informações. O cego pode perfeitamente formar imagens mentais e identificar formas e objetos.

3.3. A importância do sentido da visão no desenvolvimento da inteligência

É importante clarificar que, para medicina oftalmológica, se considera como deficiente visual todo aquele que, somando a acuidade visual de ambos os olhos, tiver abaixo de 20% de visão. No entanto, segundo Regina (Regina, 2011), dentro desses 20% de visão existem graus de visão que diferenciam uma pessoa deficiente visual da outra. De acordo com a classificação internacional, as pessoas com acuidade visual entre 0% e 5% veem claridade e vultos; os que têm entre 5% e 10% veem vultos e têm perceção de cores, com pouca definição; aqueles que possuem entre 10% e 20% de visão conseguem reconhecer fisionomias, distinguir objetos, identificar cores e até ler caracteres ampliados. Mendonça e outros (Mendonça e outros, 2008) referem que segundo a Organização Mundial de Saúde existe um amplo espectro de perdas de visão situadas ao longo de um *continuum*, correspondendo a baixa visão a acuidades visuais compreendidas entre 0.3 e 0.05 e a cegueira a acuidades visuais inferiores a 0.05 ou a um campo visual inferior a 10 graus em torno do ponto de fixação. De acordo com Mendonça e outros, a baixa visão integra duas categorias: a *baixa visão moderada,* referente a acuidades visuais compreendidas entre 0.3 e 0.1, e a *baixa visão severa,* referente a acuidades visuais entre 0.1 e 0.05. Mas estes números são muito relativos. Por exemplo, para Nunes, é considerado cego um indivíduo com acuidade menor que 0.1 ou campo visual com menos de 20 graus.

Levanta-se então a questão de saber se o desenvolvimento da inteligência de uma pessoa, com deficiências da visão é ou não afetado pela sua incapacidade visual. Inúmeras teorias têm estudado o conceito de inteligência – incluindo o conceito das inteligências múltiplas de Howard Gardner (Gardner H., 2006) – contudo no presente trabalho vamos considerar a palavra inteligência como designando a capacidade mental de raciocinar, aprender, resolver problemas, abstrair e compreender ideias e linguagens.

Lewis, na sua obra (Lewis, 2003) sobre o desenvolvimento de crianças cegas e citado por Batista em (Batista, 2005), conclui que a cegueira não impede o desenvolvimento, mas que este difere, de diversos modos, do apresentado pelas crianças que veem. Também Lima afirma:

> "[...] venho, novamente, falar a respeito da capacidade das pessoas com deficiência visual, afirmando que não está na cegueira a incapacidade, embora, nela, possam estar limites." (Lima, 2010)

Para Batista a questão da aquisição de conceitos por cegos passa, em primeiro lugar, por tudo o que se refere à aquisição de conceitos por qualquer pessoa, com ou sem alterações sensoriais. Por seu lado, Mendonça e outros afirmam que:

> "Compreender o papel da visão no desenvolvimento e na aprendizagem, sobretudo na aprendizagem espontânea, é determinante para perceber as dificuldades de movimentação e de acesso à informação destes alunos assim como para entender a necessidade da existência de determinados conteúdos e de contextos específicos visando o seu sucesso educativo." (Mendonça e outros, 2008).

Muitas das barreiras com que os cegos se confrontam no contexto escolar podem ser minoradas, ou mesmo superadas pelo processo de ensino/aprendizagem.

Também se reconhece a necessidade de aprender através dos outros sentidos, dando significado a toda a informação recebida através da audição, do tato e dos resíduos visuais, sempre que estes existam. Desta forma, considera-se importante o conhecimento de algumas estratégias básicas de substituição da informação visual por uma informação háptica (tato ativo) e auditiva, contribuindo assim para a existência de uma adaptação curricular mais eficiente e o mais contextualizada possível.

A conclusão a que podemos chegar, e que muitos estudos têm demonstrado, é que do ponto de vista intelectual não há diferença entre o deficiente visual e as pessoas dotadas de visão,

considerando que “[...]deficientes visuais são aqueles alunos que têm redução ou perda total da capacidade de ver com o melhor olho mesmo após correção ótica [...]” (Aguiar, 2007), podendo manifestar-se como cegueira total ou visão reduzida.
A potencialidade mental da pessoa não é alterada pela deficiência visual.

> “O seu nível funcional, entretanto, pode estar reduzido, pela restrição de experiências que, adequadas às suas necessidades de maturação, sejam capazes de minimizar os prejuízos decorrentes do distúrbio visual.” (Aranha, 2005).

Contudo, o que verificamos é que é frequente encontrarmos baixos níveis de expectativa relativamente ao rendimento académico do deficiente visual, mas na realidade não é raro encontrarmos alunos cegos ou com baixa visão que são casos de verdadeiro sucesso.

3.4. O aluno com baixa visão ou visão subnormal

Já foi dito anteriormente que, do ponto de vista clínico, a baixa visão compreende duas categorias: a baixa visão moderada e a baixa visão severa. Porém, a baixa visão não se pode basear apenas nas medidas clínicas relativas à acuidade visual, mas deve também considerar o campo visual. A existência de alterações ao nível destas duas funções pode ter diferentes repercussões no funcionamento da visão. A Organização Mundial de Saúde (OMS) considera a baixa visão (ou visão subnormal) como sendo o comprometimento do funcionamento visual em ambos os olhos, mesmo após correção de erros de refração comuns com uso de óculos, lentes de contacto ou cirurgias oftalmológicas. A baixa visão foi considerada, pelo *Internacional Council for Education of People with Visual Impairment* (ICEVI, 1993), como a alteração da capacidade funcional da visão, resultante de inúmeros fatores isolados ou associados, tais como: significativa baixa acuidade visual, redução importante do campo visual, alteração da sensibilidade aos contrastes, adaptação visual e função viso-motora e percetiva. Essas alterações interferem e restringem a execução visual do indivíduo que também poderá ser influenciada por fatores ambientais desajustados.

> “Compreender o papel da visão no desenvolvimento e na aprendizagem, sobretudo na aprendizagem espontânea, é determinante para perceber as dificuldades de movimentação e de

> acesso à informação destes alunos, assim como para entender a necessidade da existência de determinados conteúdos e de contextos específicos, visando o seu sucesso educativo." (Mendonça e outros, 2008).

Os principais indícios relacionados com deficiência visual e para os quais os pais, os encarregados de educação e os professores devem estar alertados são: a constante irritação ocular, excessiva aproximação junto ao rosto para ler ou escrever, dificuldade para leitura à distância, esforço visual, inclinação da cabeça para tentar ver melhor, dificuldade de detetar pequenos obstáculos no chão, nistagmos[4], estrabismo e demasiada sensibilidade a ambientes claros.

Muitas das barreiras com que estes alunos se confrontam no contexto escolar podem ser minoradas, ou mesmo superadas pelo processo de ensino/aprendizagem, se estivermos atentos aos sinais que indiciam baixa visão e correspondermos com urgência às suas carências, quer do foro fisiológico quer de caráter pedagógico. A OMS aconselha que o aluno faça uma avaliação funcional da visão por um profissional experiente da área de educação/reabilitação com o objetivo de saber se o indivíduo está ou não a utilizar um processo de estimulação visual. Assim, o indivíduo pode ser estimulado a usar a visão para melhorar o planeamento e execução de tarefas e deve ser auxiliado no sentido de aprender a utilizar os recursos de disponíveis para minimizar o seu problema de baixa visão. Quando falamos em recursos para a baixa visão, alguns aspetos são fundamentais e devem ser aprofundados. Segundo Fernandes (Fernandes, 2011), é necessário um conhecimento atento sobre a vida do aluno, suas expectativas e dúvidas relativas à terapia, para que seja possível ajudá-lo a colocar-se numa perspetiva real perante o uso dos auxílios propostos e das tarefas que diz querer realizar. Fernandes afirma que:

> "Os auxílios dados na baixa visão proporcionam ao indivíduo independência, maior alcance aos materiais da vida diária e enriquecimento de experiências, constituindo um importante fator de integração sócio-económico-cultural." (Fernandes, 2011).

Os auxílios devem ser prescritos pelo oftalmologista e adaptados às necessidades de cada aluno, o qual deve conhecer o auxílio e participar na sua escolha depois de desenvolver capacidades para o seu uso. O conhecimento das funções visuais, com realce para a

[4] Movimentos involuntários do globo ocular.

acuidade visual, campo visual e sensibilidade ao contraste, é de fundamental importância para escolha do auxílio a ser prescrito. A utilização da visão residual não é sempre instintiva e a maioria das crianças e jovens com baixa visão beneficiam com a existência de um programa de treino.
Os auxílios podem passar pela utilização de instrumentos óticos, não óticos e eletrónicos, mas também por um acompanhamento que possa otimizar formas de estar, de trabalhar, de interagir e de se integrar socialmente.
Os auxiliares óticos mais comuns são: os sistemas de lentes, como as lupas simples, móveis ou fixas, iluminadas ou não; os telescópios monoculares ou binoculares, para melhoria da leitura e escrita; os prismas óticos, para mover imagens para uma parte diferente da retina. Como auxiliares não óticos, existem filtros especiais para alunos sensíveis à luz, contrastes de cores, ampliação de letras, marcadores para escrever ou pintar. Quanto a auxiliares eletrónicos, encontramos o círculo fechado de televisão (CCTV) mais conhecido por lupa TV, sistemas de hardware e aplicações informáticas (Ladeira e Queirós, 2002).
O acompanhamento a dar ao aluno e o tipo de auxílio que lhe deve ser conferido depende muito do tipo da incapacidade visual. A cada doença da visão está associada uma determinada patologia e um comportamento visual, os quais determinam os meios auxiliares a utilizar com cada criança e quais as estratégias pedagógicas que melhor respondem às suas necessidades. Por exemplo, com uma criança que tenha fotofobia não vamos utilizar iluminação potente, nem mesas munidas de lupas com iluminação, contudo, segundo Aranha, recomenda-se o uso de uma cortina leve, não deixar que o sol incida diretamente nas áreas de trabalho, evitar superfícies brilhantes, a posição da luz deve estar num ângulo cerca de 45º, vindo de preferência da esquerda, no caso de alunos destros, e da direita, no caso de esquerdinos, para não sombrear a escrita. Deve ter-se o cuidado de analisar, cuidadosamente, as alterações de campo visual do aluno, pois podem ser diferentes em cada olho e ajudá-lo a encontrar a melhor posição para o trabalho visual e utilizando, sempre que se revelar necessário, porta-texto para maior conforto na leitura. Muitas vezes, o material ampliado responde com eficácia a algumas situações de alunos com baixa-visão. No entanto, nem sempre a ampliação facilita a discriminação de imagens e a leitura, por isso o professor deve ser cuidadoso e tomar atenção se a ampliação será ou não benéfica para o aluno.
Existem anomalias que, muitas vezes, não são sequer casos de baixa visão e que podem passar despercebidas ao professor ou mesmo à própria pessoa. É o caso das irregularidades no reconhecimento das cores, como o Daltonismo, que segundo Ladeira e Queirós, resulta de um mau funcionamento dos cones da retina. As figuras que se seguem representam uma esquematização de perturbações da visão cromática - Discromatopsias.

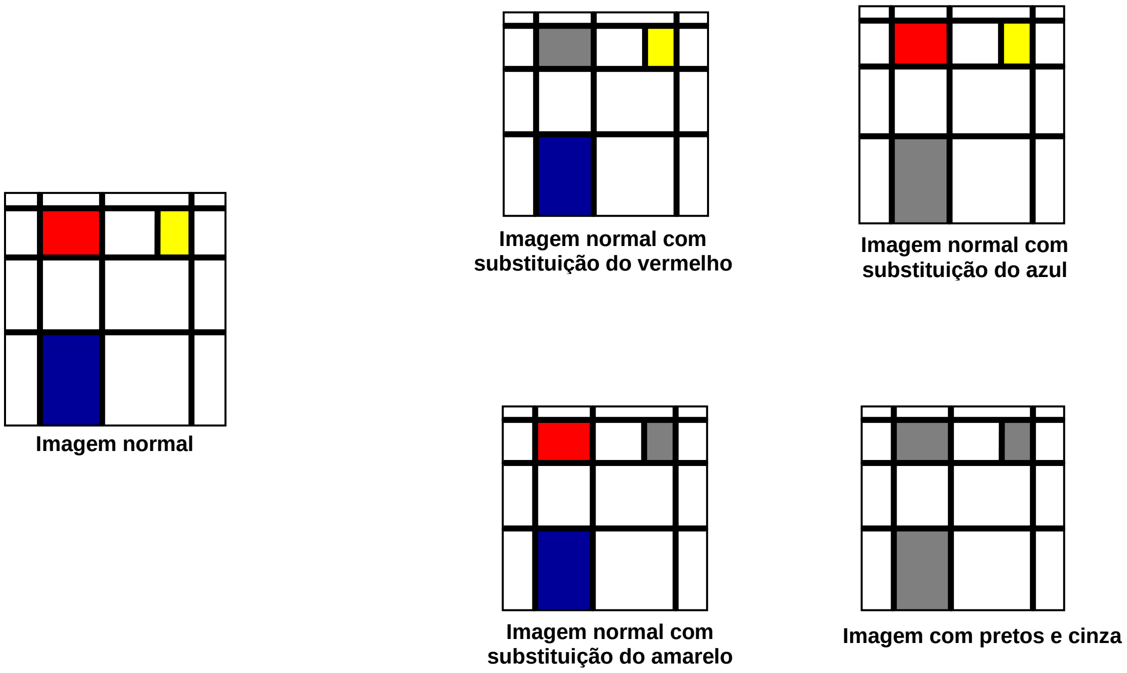


Fig.15 – Composição em vermelho, amarelo e azul de Piet Mondrian.

Imaginemos que um aluno olha para a imagem normal e a vê, por exemplo, com substituição do vermelho. Para ele, a figura nada tem de anormal e se não receber a informação de que ela contém um retângulo vermelho o aluno nunca o saberá, pois para ele o retângulo é cinzento. Mas, ao mesmo tempo, o professor também não sabe que o aluno está a ver um retângulo cinzento. Por isso, nos primeiros anos de escolaridades, é fundamental que se pratiquem exercícios envolvendo figuras com cores, de modo a diagnosticar o que a criança consegue identificar. Quando é detetada alguma incapacidade por parte do aluno para reconhecer as cores, o professor ao utilizar figuras coloridas nas tarefas escolares, deve fazê-las acompanhar de legendas que as identifiquem.

Uma situação que também pode criar alguns constrangimentos é o facto de uma criança ou jovem com problemas de visão, poder irritar-se quando tem que desempenhar tarefas de leitura ou de escrita, poder evitar praticar atividades físicas, ter tendência para solicitar constantemente o professor e manifestar dificuldade em se manter atento na sala de aula, uma vez que se cansa facilmente nas tarefas que exigem visão ao perto, (Ladeira e Queirós, 2002). Estes comportamentos emocionais podem, muitas vezes, gerar conflitos sociais, pelo que o professor deve estar preparado para os compreender e promover o equilíbrio e harmonia dentro da sala de aula.

3.5. A aprendizagem e educação do aluno cego

De acordo com Mendonça e outros através da visão que as crianças se desenvolvem e aprendem naturalmente, sem que tenham que ser ensinadas, unicamente pelo facto de observarem, explorarem e interagirem com o mundo que as rodeia. Para as crianças cegas ou com graves limitações visuais, a informação visual é inexistente ou recebida distorcidamente e de forma fragmentada o que restringe a interação com o meio ambiente e a diversidade e a dimensão das experiências, comprometendo as aprendizagens casuais e ocasionando atrasos no desenvolvimento motor, social e cognitivo.

Bianchetti e outros afirmam que a maioria dos cegos encara a cegueira como uma limitação. Uma vez que a partir do momento que acontece a perda dessa "porta de entrada sensorial", eles passam a usar os restantes sentidos, para obter as informações, a fim de tentar perfazer aquelas que eram conseguidas pela visão. Porém, para os cegos congénitos, as coisas passam a "ter existência" fundamentalmente no momento em que o contacto físico é realizado.

Do ponto de vista histórico, o cego era considerado como um deficiente e só teve acesso à escolarização depois de um conjunto de reivindicações, entre as quais o direito de todos à educação, ter sido aceite. Apesar de todos os preceitos legais, sempre predominou a desigualdade de acesso à escola (Bianchetti e outros, 2000). A discriminação era ainda mais acentuada quando se tratava particularmente de inteligência. Mas a questão que se levanta e que serve de base a toda esta discriminação é somente: como é que tais criaturas vão aprender ou desenvolver a sua capacidade intelectual, se o seu corpo se encontra com “defeito”? (Bianchetti e outros, 2000). Apesar de todos os esforços, ainda hoje, os cegos são vítimas de algumas discriminações de épocas anteriores. Combater isso exige um esforço intensivo. Como afirma Amaral:

> "vê-se que destruir preconceitos, e portanto preventivamente impedir estereótipos, não é tarefa fácil. É trabalho árduo, lento, molecular mesmo". (Amaral, 1994).

Para se atingir essa meta será necessário integrarmo-nos numa educação comprometida com a efetiva igualdade de todos, em que não haja espaço para cruzar os braços principalmente quando já se luta contra a exclusão, seja qual for a sua circunstância.

Segundo Vygotsky (Vygotsky, 1989), a educação de uma criança cega deve ser organizada como a educação de uma criança apta para o desenvolvimento normal; a educação deve realmente formar o cego como uma pessoa normal, de pleno valor no aspeto social e eliminar a palavra e o conceito de “deficiente” na sua aplicação ao cego. A cegueira por si só não faz de uma criança uma pessoa deficiente. A cegueira não é uma deficiência, isto é, uma insuficiência, uma não valia ou uma enfermidade. Para Vygotsky, a cegueira somente se converte numa deficiência em certas condições sociais da existência do cego. A cegueira é o signo da diferença entre sua conduta e a conduta das demais pessoas.

Vygotsky acredita que, numa deficiência ou na perda isolada de uma função, a plasticidade do cérebro reestrutura os mecanismos neurológicos superiores, provoca uma reorganização radical de conjunto da personalidade e reanimam-se as forças psíquicas dando-lhes novas vidas (Vygotsky, 1989).

Vygotsky afirma que uma criança com "defeito" não é necessariamente uma criança deficiente, como já foi destacado. O ensino pode constituir um processo de compensação da deficiência, possibilitando tornar a criança eficiente. De acordo com Bianchetti e outros (Bianchetti e outros, 2000), a própria ação do "defeito" é secundária porque a pessoa passa a não sentir diretamente o "defeito", o que percebe são as dificuldades resultantes deste, uma vez que vive numa sociedade marcada pelo preconceito e pela desigualdade.

Cabe ao educador partilhar com a pessoa cega a sua inclusão na vida normal, pela compensação do seu "defeito" através de intervenções que possibilitem aprendizagens que desenvolvam os processos psicológicos superiores no contacto com os conteúdos académicos.

Apesar de Vygotsky afirmar que a educação de uma criança cega deve ser organizada como a educação de uma criança normal, todos temos que admitir que a falta da visão obriga à adoção de estratégias diferenciadas, que preencham as necessidades advindas da falta de visão. No que diz respeito ao processo de ensino, pertence ao professor a responsabilidade de diagnosticar o conhecimento que o aluno já acumula para si, organizar, selecionar e aplicar o material educativo e readaptar a maneira de ensinar, de acordo com cada aluno, pois cada qual absorve o conhecimento de uma determinada maneira (Matta e outros, 2010).

Como diz Silva:

> "O que, à primeira vista, parece uma solução espetacular, é um tormento para a criança cega porque o raciocínio de quem não vê não tem nada a ver com o de quem enxerga. É uma tentativa de obrigar a um tipo de abstração que não tem correspondente no imaginário de um cego." (Silva, 2007).

Matta e outros referem que a aprendizagem esta dividida em sete estilos: o Físico, quando o indivíduo usa muito a expressão corporal para se expressar; o Intrapessoal, quando o indivíduo é introspetivo e estabelece um diálogo consigo próprio acerca de ideias, sonhos, sentimentos e desejos; o Interpessoal, quando o indivíduo transmite e recebe informação de outros; o Linguístico, quando os sujeitos se expressam melhor com as palavras; o Matemático, quando predomina o pensamento/raciocínio lógico; o Musical, quando as pessoas se interessam mais por sons e musicas; o Visual, quando os sujeitos exploram mais o aspeto visual das coisas.

De entre esses estilos de aprendizagens, os professores podem utilizar com os alunos cegos diversos recursos pedagógicos, com os quais possibilitarão a construção do conhecimento de forma eficaz, pois apenas não podem recorrer ao aspeto visual. Essa construção do conhecimento pode ser abordada de diferentes modos, sendo um exemplo, a utilização de jogos, quebra-cabeças e outras atividades que, com as devidas adaptações, funcionem como instrumentos sedutores, que possam despertar o interesse do aluno e, consequentemente, operem no sentido de prender a sua atenção e capacidade de concentração, no domínio da aprendizagem.

No caso de alunos cegos, dos seis estilos de aprendizagem que lhe restam, o Interpessoal é o que menos terá lugar na escola, uma vez que a intensão não é o isolamento do aluno, mas sim a sua vida em sociedade. O Físico, o Linguístico e o Musical estão obrigatoriamente sempre presentes e é com eles que o aluno cego convive mais intensamente. Quanto ao Matemático, faz parte da nossa função, enquanto professores de Matemática, conseguir criar instrumentos de carácter Físico, Linguístico e Musical que reúnam as potencialidades compensatórias que a falta da visão reivindica.

Um dos principais problemas que se coloca quando se ensina aritmética às crianças cegas de nascença é o de como fazer contas. A abstração da criança que vê nasce de artifícios, como contar maçãs, laranjas e outras situações que surgem em gravuras desenhadas nos livros de aritmética. Para uma criança cega de nascença é necessário pôr-lhe os objetos nas suas mãos, para que faça os cálculos a partir daí.

Nos dias atuais, o desenvolvimento das novas tecnologias fez com que se criassem instrumentos, como as calculadoras falantes ou meios computacionais, cuja capacidade de efetuar cálculos com relativa rapidez tem vindo a tornar o seu uso cada vez mais difundido nas nossas escolas. Contudo, estamos a esquecer-nos do mais importante. É que o uso destes meios só faz sentido depois de a criança ter compreendido a essência das operações aritméticas, e não é o simples acionar de um botão que tem capacidade para o fazer.

Torna-se então determinante que, nos primeiros anos de escolaridade, se utilizem com as crianças cegas processos que lhes permitam compreender o mecanismo das operações aritméticas básicas. Um instrumento bastante eficaz para desempenhar esse papel é sem dúvida o sorobã, mas, infelizmente, o seu uso nas nossas escolas foi praticamente anulado. Apesar de comprovada a sua eficácia na aprendizagem do cálculo, não se sabe bem quais os motivos para o seu abandono. O uso deste instrumento obriga a uma compreensão profunda da forma como são efetuadas as operações mas, como é do nosso conhecimento, vivemos anos numa reforma de educação em que prevalecia a memorização em desprimor da compreensão. Entretanto, o aparecimento das novas tecnologias não deixaram lugar para a utilização de instrumentos de natureza rudimentar, que já quase não existem no mercado. Em oposição à cultura do povo japonês, que ainda hoje utiliza o Soroban em vez de uma calculadora (mesmo usada para fins profissionais), a nossa cultura não abarca o uso de instrumentos tradicionais, revelando uma desenfreada predileção pelas novas tecnologias. Tanto quanto sabemos, o uso do soroban é muito mais rápido do que o de uma calculadora e toda a criança japonesa estuda o seu uso dos 5 aos 8 anos de idade.

As teorias de aprendizagens têm em comum o facto de assumirem que os indivíduos apenas são ativos na procura e na construção de conhecimentos, dentro de um contexto significativo. Os conhecimentos prévios dos alunos devem ser valorizados, para que possam, a partir deles, construir estruturas cognitivas que deem acesso à descoberta de outros conhecimentos, conduzindo assim a criança a uma aprendizagem agradável e eficaz (Matta e outros, 2010). Bruner é um defensor acérrimo desta teoria de aprendizagem, em que a mesma deve ocorrer por descoberta, sendo o professor apenas um mediador que põe à disposição do aluno todas as ferramentas de que ele necessita. Além disso, Bruner afirma que a capacidade intelectual é desenvolvida passo-a-passo, percorrendo etapas e sofrendo alterações conforme a mente é usada. As maiores críticas à teoria de Bruner não se referem à teoria em si, porque se acredita que o aluno no final terá aprendido de forma muito mais consciente e significativa, mas sim à sua impraticabilidade nas escolas. Trata-se de um método muito demorado, pois o aluno terá um ritmo mais lento do que na maioria das formas de ensinar. Para um aluno cego, que à partida já desempenha as suas tarefas de uma forma mais lenta do que um aluno que vê, não sabemos até que ponto este método poderá ou não ser vantajoso.

Segundo Mendonça e outros, seja qual for a teoria da aprendizagem que o professor adote, ela terá que compreender o papel da visão no desenvolvimento e na aprendizagem, sobretudo na aprendizagem espontânea, o que é determinante para perceber as dificuldades de movimentação e de acesso à informação dos alunos cegos, assim como para entender a necessidade da existência de determinados conteúdos e de contextos específicos visando o seu sucesso educativo.

A visão confere-nos uma imagem integrada do mundo. Sem esta fonte de informação os conceitos são construídos de forma fragmentada, apoiados em informações provenientes dos restantes sentidos e especialmente através de descrições verbais, muitas vezes subjetivas e imprecisas, comprometendo o desenvolvimento conceptual e linguístico. Por isso, o professor deve sempre verbalizar, em voz alta e de forma clara, as informações a trabalhar, procurando sempre certificar-se se o aluno deteve corretamente o sentido da informação fornecida, procurando não dispensar nunca esse aluno da execução das tarefas escolares. Deve dar-se particular atenção à forma verbal ou tátil ou à combinação das várias formas de transmissão dos conceitos, para que o cérebro consiga formar um todo expressivo e organizado. Pois, caso contrário, há tendência a que repitam conceitos, usando palavras, sem um conhecimento suficiente do seu significado (Mendonça e outros, 2008).

Bruner defende que todas as crianças nascem com o “desejo de aprender” mas que esse desejo só é mantido se houver motivação. No que respeita à educação das crianças cegas, a criação de situações que estimulem a curiosidade, a oportunidade de exploração do ambiente a interação com os outros e o contacto com experiências diversificadas, constituem um princípio básico a ter presente. Importa pois estimular todos os restantes canais sensoriais, ensinando-as a usá-los o mais eficientemente possível.

A utilização de materiais ajustados, tanto aos alunos com deficiência visual como aos normovisuais, e que possam proporcionar vivências de inclusão social, evidenciando simultaneamente o aperfeiçoamento das matérias escolares, são de extrema importância.

De acordo com Aguiar, a linguagem Braille é um recurso importante para estes alunos. Mas grande parte da eficácia do sistema Braille decorre da adequação da pessoa às características da perceção tátil. Efetivamente, visão e tato apresentam diferenças psicofisiológicas tão profundas que não podiam deixar de se refletir na leitura e na escrita. Devemos assinalar que o funcionamento dos recetores sensoriais táteis baseia-se na deslocação contínua sobre a fonte de estimulação, condição sem a qual não se verifica um efetivo reconhecimento dos objetos ou símbolos examinados. Logo, a leitura tátil processa-se de uma forma contínua e sequencial, pressupondo um “varrimento” da linha o que implica um movimento regular e tanto quanto possível uniforme. Enquanto que na leitura visual os olhos atuam por minúsculos "saltos", denominados movimentos sacádicos, captando em cada fixação um determinado fragmento de texto que constitui a unidade de perceção. Embora muitos alunos revelem precocemente uma forte tendência para usar apenas uma das mãos na leitura, reservando para a outra uma função de quase total passividade, demonstrou-se que os melhores leitores são aqueles que obtêm idênticos níveis de eficácia com cada uma das mãos, que deverão funcionar independentemente e de forma associada, para uma perfeita associação e sincronia. Há quem defenda a utilização de 8 dedos para a leitura, mas a verdade, como comprovam os dados experimentais, é que os melhores leitores são os que usam apenas os dois dedos indicadores, que ergonomicamente melhor permitem a adoção de uma postura perfeitamente natural e descontraída das mãos. Mas, uma boa leitura do Braille passa por uma série de aquisições de ordem cognitiva, verbal, espacial e psicomotora, devendo começar a ser trabalhada em níveis bastante precoces do desenvolvimento.

Hoje, é possível encontrarmos computadores com softwares específicos, desde programas que atendem a comando de voz, leitura de Braille, canetas especiais, entre outros, mas nada pode, de forma alguma, suprimir a leitura e escrita manual do Braille. Além disso, o computador pode descrever verbalmente uma imagem mas, se esta não for tateada pelo indivíduo, corre-se o risco de ele formar uma imagem mental que não corresponde exatamente à real. Mais importante seria que a imagem pudesse ser impressa em relevo. Atualmente já existem impressoras de relevo mas a sua existência nas escolas é quase nula, pois os seus valores de mercado são muito elevados. Lima e outros afirmam que a possibilidade de acesso dos cegos à comunicação via imagem na forma tátil ainda é um recurso pouco utilizado, (Lima e outros, 2000) citado por (Nunes e Lomônaco, 2008). Esses investigadores acreditam que isso é um grande prejuízo para o cego, pois o não acesso a materiais gráficos (desenhos e figuras em relevo) restringe uma ampla possibilidade de conhecimento do mundo e exclui ainda mais o deficiente visual. Desenhos, mapas e diagramas em relevo, produzidos especialmente para uma leitura tátil, podem constituir meios de superar algumas dificuldades vivenciadas pelos invisuais (Lima, 2010 b).

3.6. A visualização na compreensão da Matemática por um aluno cego

A população cega estabelece uma distinção entre inteligência espacial e perceção visual. Uma pessoa cega pode reconhecer formas por processos não visuais (Gardner H., 2006), pois ao tatear um objeto ao longo do seu contorno consegue, no curto espaço de tempo desse movimento, percecionar o tamanho e a forma do objeto. Segundo Gardner, para um cego, a modalidade do sistema percetual do tato é equiparado à modalidade do sistema visual de um normovisual, constatando-se que é notável a analogia entre o raciocínio espacial de um cego e o raciocínio linguístico de um surdo.

Ribeiro atribui o termo *Mente Michelangélica* a pessoas que possuem uma inteligência espacial bem desenvolvida (Ribeiro, 2011). Este autor afirma que a inteligência espacial pode parecer um pouco mais abstrata que as demais, por não estar associada diretamente com exemplos do quotidiano. Contudo, essa afirmação é somente superficial pois as habilidades ligadas a esta inteligência estão bastante presentes no nosso dia-a-dia. Kincheloe também afirma que "(…) a inteligência espacial é, sem dúvida, a menos compreendida das sete inteligências múltiplas." (Kincheloe, 2004).

A primeira habilidade que podemos descrever como características de uma *Mente Michelangélica* é a capacidade de orientação espacial, popularmente conhecido como sentido de orientação. Tal habilidade é especialmente apreciada na navegação, em desportos na natureza como o alpinismo (Ribeiro, 2011). Neste sentido, para a comunidade cega, o desenvolvimento da inteligência espacial é fundamental, pois são os que não veem que mais necessitam de um sentido de direção e orientação.

Por outro lado, Ribeiro também afirma que outra característica marcante da *Mente Michelangélica* é a maior facilidade de visualizar informações de uma maneira não textual, ou seja, por meio de gráficos, tabelas, fluxogramas, mapas mentais ou qualquer outra ferramenta gráfica.

Outra habilidade desta inteligência, e que Ribeiro considera como sendo a mais comumente utilizada, é a capacidade de visualização tridimensional, que corresponde à capacidade de visualizar o desenho de um objeto qualquer, conseguir imaginá-lo de maneira tridimensional e manipular este objeto mentalmente para visualizá-lo de outros ângulos e distinguir estados de equilíbrio e tensões.

Estas duas últimas aptidões, referenciadas por Ribeiro como sendo características da inteligência espacial, integram sem dúvida algumas das finalidades importantes e competências essenciais a desenvolver no ensino da Matemática. Mas, se a primeira aptidão - a capacidade de orientação espacial - foi desde sempre uma prioridade no domínio da formação e socialização das pessoas cegas, sendo estas capazes de desenvolver esta aptidão de uma forma, muitas vezes, bem mais perspicaz do que grande número de normovisuais, porque não serão também capazes de dominar as outras duas?

Sabemos que a inteligência espacial e a perceção das imagens e da forma dos objetos desempenham um papel importante na compreensão de alguns conceitos matemáticos. Contudo, a forma como devemos abordar esses conceitos, quando necessitamos de os transmitir a um aluno cego, nem sempre é tarefa fácil. A passagem que transcrevo abaixo leva-nos a pensar, um pouco, na importância que desempenha a inteligência espacial e a formação de imagens mentais para a compreensão de noções importantes em Matemática.

Trata-se de um esclarecimento feito por uma professora de Matemática durante uma entrevista, para a dissertação de mestrado de Santos (Santos, 2008), acerca de um aluno cego e que envolve a compreensão da noção de limite de uma função num ponto:

> "(...) os limites notáveis, que são assim um bocadinho impingidos, não é? Ele não, não... não aceitava aquilo muito bem, eu não demonstrar porque é que aquilo era assim, enquanto que os outros aceitavam, porque havia uma exploração ao nível da gráfica, eles percebiam, sei lá?... o limite de "e" levantado a "x" menos um sobre "x", quando x tende para zero, pronto. Os outros viam na gráfica, não é? E calculavam vizinhanças e imagens e não sei quê e portanto e percebiam e achavam normalíssimo e nem queriam saber o porquê, ele não, ele tinha de saber ahm... porque é que aquilo era assim. Eu

tive de fazer demonstrações, p'ra ele, até nas aulinhas de apoio de 45 minutos que não valia a pena, os outros queriam lá saber o porquê. (E2, Sofia, pag. 2)"

Este é um exemplo de como a inteligência espacial teve de ser suprida pela inteligência lógico-matemática, para que o aluno pudesse compreender os limites notáveis.
Guzmán, citado em (Tonks, 2003), define visualização matemática e matematização da seguinte forma: a visualização é a atenção explícita que um matemático presta a possíveis representações concretas de relações abstratas. Usando-a naturalmente forma "redes" versáteis de significados, facilitando a escolha das abordagens mais eficientes para o problema que tem em mão.
A matematização é o processo de abstração de características comuns, que começa a partir da perceção de semelhanças de forma, e que conduz à elaboração simbólica racional dessas abstrações e que permite a manipulação direta das estruturas subjacentes às observações iniciais. A observação de multiplicidade é assim captada para aritmética que é, por sua vez, abstraída para a álgebra (as estruturas subjacentes às operações aritméticas entre quantidades).
A visão humana, do ponto de vista puramente neurológico, não é um processo fotográfico. A visualização matemática torna-se de facto um sistema complexo de codificação e descodificação. Guzmán enfatiza que o ensino e a aprendizagem de visualização não são fáceis, mas devem ser processos interativos de imersão e cultura na estrutura sócio-histórico da Matemática. Ele dá como exemplo a "bela" demonstração geométrica do teorema de Pitágoras e de como tais provas aparecem tão enganosamente fáceis, para aqueles que já as conhecem.
Guzmán classifica a visualização em quatro importantes classes. No entanto, ao estarmos perante alunos cegos, apenas duas delas se poderão considerar como significativas para estes alunos, designadamente a isomórfica e a diagramática. A primeira envolve uma correspondência de um-para-um dos elementos visuais e matemáticos, que ele exemplifica com o diagrama de Argand, sem o qual os matemáticos não teriam encarado os números complexos como um assunto sério. A segunda é como um dispositivo mnemónico, mais simbólico e pessoal. Como estratégia pedagógica, deve usar-se com um certo cuidado mas mesmo assim não se deve esconder tais dispositivos dos alunos, para que possam participar não apenas nos resultados da teoria mas nos processos de alcançá-los.
Um bom exemplo de aplicação, por parte dos cegos, da visualização isomórfica está na correspondência, de um-para-um, entre os símbolos Braille e as letras do alfabeto latino, que por sua vez estabelecem correspondência com um fonema auditivo. A visualização tátil de esquemas e diagramas pode constituir, para um aluno cego e não só, um excelente recurso

para compreensão e memorização de certos conceitos, como por exemplo os diagramas de árvore, bastante utilizados como esquemas de contagem de elementos, e os diagramas de Venn, na representação esquemática de conjuntos.

Consequentemente, podemos concluir que faz todo o sentido falar em visualização quando falamos de pessoas cegas, pois existe sempre uma correspondência entre o ver com os olhos e o ver com o cérebro. Se tivermos a oportunidade de manter uma conversa com um cego, iremo-nos aperceber que o verbo “ver” é muito comum no seu vocabulário, como se ele próprio possuísse o sentido da visão, só que muitas vezes a palavra é utilizada no sentido de “compreender”, ou seja, o “ver” para os cegos tem uma abrangência diferente da dos normovisuais. Enquanto para nós o “ver” pode significar o simples ato de transmitir uma imagem ao cérebro, para um cego o “ver” é o próprio significado que a imagem lhe transmite, podendo mesmo o “ver” não possuir imagem palpável, mas ser abstração ou mesmo a perceção de um sentimento.

3.7. A visualização na aprendizagem da geometria

Sendo a Geometria uma disciplina de problemas que propiciam o desenvolvimento das capacidades de visualização espacial, de raciocínio e de argumentação, é natural que se torne pertinente pensar em formas diversificadas de metodologias para o ensino/aprendizagem da geometria, logo faz todo o sentido a abordagem da investigação que deu origem a este estudo. Van Hiele, citado em (Junqueira, 1995), desenvolveu um modelo, segundo o qual os alunos podem inserir-se em três níveis de desenvolvimento de raciocínio geométrico:

- Nível 1 – Visual: em que os alunos baseiam os seus argumentos unicamente nas representações das figuras;
- Nível 2 – Descritivo/Analítico: embora os alunos continuem a basear os seus argumentos nas representações das figuras, estabelecem relações e refletem sobre elas, mas não entendem o significado de uma propriedade derivar de outra;
- Nível 3 – Abstrato/Racional: nos seus argumentos, os alunos já conseguem estabelecer uma rede de relações lógicas entre as propriedades dos conceitos.

Nos dois primeiros níveis, os alunos não atribuem valor à prova, por não duvidarem da observação empírica. No Ensino Básico, o mais comum é os alunos encontrarem-se nos dois primeiros níveis. Mas, no 10.º ano já se espera encontrar um elevado número de alunos no nível três.

A aprendizagem da geometria das transformações está ligada à presença do raciocínio visual dinâmico, onde os alunos aprendem a identificar e a ilustrar movimentos de formas a duas e a três dimensões.

Os conteúdos escolares privilegiam a visualização em todas as áreas de conhecimento. As necessidades decorrentes de limitações visuais não devem ser ignoradas, descuradas ou confundidas com cedências ou necessidades irreais. Para que isso não aconteça, devemos ficar atentos em relação às nossas atitudes, com abertura e disposição para rever as práticas convencionais, conhecer, reconhecer e aceitar as diferenças como desafios positivos e expressão natural das potencialidades humanas (Sá e outros, 2007). Através do tato, as sensações são detetadas pelo indivíduo, através de componentes cutâneos e sinestésicos, interpretadas pelo cérebro e constituem fontes valiosas de informação. As retas, as curvas, o volume, a rugosidade, a textura, a densidade, as oscilações térmicas e dolorosas, entre outras, são propriedades que geram sensações táteis e imagens mentais importantes para a comunicação, a estética, a formação de conceitos e de representações mentais. Cada pessoa desenvolve processos particulares de codificação, para formar imagens mentais. A aptidão para compreender, interpretar e assimilar a informação vai sendo ampliada de acordo com a abundância das experiências, a diversidade e qualidade do material, a clareza, a simplicidade e a forma como o comportamento exploratório é estimulado e desenvolvido.

A aprendizagem visual não depende apenas dos olhos, mas também da capacidade que o cérebro tem para realizar as funções de capturar, codificar, selecionar e organizar imagens captadas pelos olhos. Essas imagens são associadas com outras mensagens sensoriais e armazenadas na memória, para serem lembradas mais tarde. A estimulação visual baseia-se na escolha adequada do material, que deve ter cores fortes e contrastes que se adaptem à limitação visual de cada aluno e ao significado tátil. Os sólidos geométricos e os jogos de encaixe podem ser partilhados com todos os alunos sem necessidade de adaptação. Porém, com algum bom senso e criatividade, é possível selecionar, confecionar e adaptar recursos abrangentes ou de uso específico. Pode-se produzir uma infinidade de recursos e jogos didáticos com material de baixo custo e desperdícios: embalagens descartáveis, frascos, tampas de vários tamanhos, retalhos de papéis e tecidos com texturas diferentes, botões, palitos, sementes, etc.. A construção de recursos didáticos para os alunos cegos aprenderem a geometria deve, no entanto, basear-se em alguns critérios importantes para a eficiência de sua utilização. Entre eles, devemos destacar: a fidelidade da representação, que deve ser tão exata quanto possível em relação ao modelo original; o material deve ser atraente para a visão e agradável ao tato; as dimensões e tamanho devem ser adequados pois o exagero no tamanho pode prejudicar a representação da totalidade do objeto, dificultando a perceção global; objetos ou desenhos em relevo pequenos demais não ressaltam os detalhes das suas partes componentes ou perdem-se com facilidade. Além disso, é necessário ter um certo cuidado ao apresentarmos uma figura a um aluno, certificando-nos de que a mesma reproduz com fidelidade exatamente e apenas aquilo que pretendemos que ela represente e que não seja suscetível de interpretações desviadas do seu objetivo.

Quando falámos nas doenças e nos defeitos visuais, certamente percebemos que as formas como as mesmas podem afetar a visão são diferenciadas, dependendo das patologias manifestadas em cada caso. Por sua vez, a qualidade da visão (que pode ir desde um normovisual a um cego, passando pelos diferentes graus de baixa visão) define a perceção que cada pessoa tem da imagem. Porém, a perceção e interpretação da imagem não depende exclusivamente da visão, mas também da interpretação que o nosso cérebro lhe dá. Posso dar aqui um exemplo interessante, que ocorreu numa aula minha de 11.º ano, em que todos os alunos eram normovisuais. Foi-lhes apresentada a seguinte questão que constava do manual adotado:

De acordo com o que observas na figura e sabendo que todos os segmentos de reta tem comprimento igual a 1, determina o valor do produto escalar entre os vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OC}$.

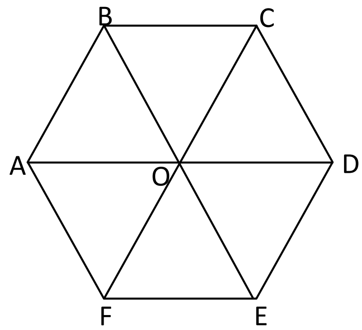


Fig.16 – Hexágono regular e diagonais maiores

Obtive algumas respostas erradas e outras certas, mas a resposta mais frequente foi:

$$A\hat{O}C = 2 \times 60º = 120º$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = ||\overrightarrow{OA}|| \times ||\overrightarrow{OC}|| \times \cos(\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OC}) = 1 \times 1 \times \cos 120º = -\frac{1}{2}$$

Como é evidente, considerei esta resposta como correta. No entanto, houve um aluno que disse que não tinha percebido a resposta e que para ele o valor do produto escalar era zero. A reação de alguns colegas foi imediata e do tipo:

- “Tás parvo!?”, “ É zero como?!”…

Ao que eu respondi:

- “Não digam essas coisas, porque o vosso colega até tem razão.”.

Perante esta minha resposta, alguns alunos ficaram apreensivos e desconfiados, como quem está a pensar “a professora também deve estar parva”, só não o disseram porque caía mal dizer isso à professora. Mas ainda houve quem dissesse:

- “A stora está a ver mal, não pode ser, o ângulo não é de 90º!”.

Ao que eu respondi:

- “Mas para o vosso colega o ângulo é de 90º e para mim também pode ser”.

Houve então respostas como: “ A stora está mas é a gozar como o J e agora também está a querer gozar connosco”.

Eu então dirigi a palavra ao J e perguntei-lhe:

- “Que figura geométrica estás a ver ali?”.

Ao que ele respondeu:

- “Estou a ver um cubo”.

A reação dos colegas foi:

- “Um cubo?”, “Mas como é que vês um cubo?”.

Eu então apaguei alguns segmentos de reta da figura e substitui-os por linhas a tracejado, pelo que a figura ficou com o seguinte aspeto (ver Fig.17):

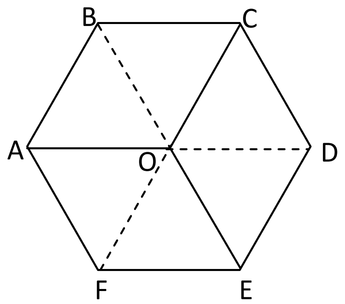


Fig.17 – Hexágono regular com metade das diagonais a tracejado.

Em seguida, perguntei se já conseguiam ver um cubo. Muitos ficavam admirados e respondiam: “Ah! Já consigo ver.”. Outros continuavam ainda a dizer que viam um hexágono, mas com metade das diagonais a tracejado. Pelo que, peguei em giz vermelho e sombreei a figura de modo a que o suposto cubo ficasse com a face superior muito clara, a do lado direito com um tom ligeiramente mais escuro e a do esquerdo com um tom bastante carregado (ver Fig.18).

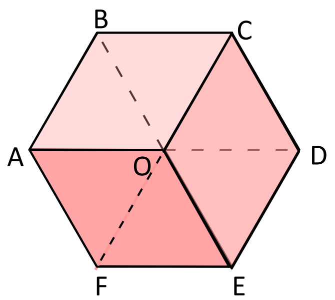


Fig.18 – Hexágono regular com as faces visíveis coloridas.

Questiono-me, no entanto, se esta mesma figura, construída com texturas palpáveis, poderia ser interpretada por um cego como sendo um cubo. Infelizmente não tive oportunidade para fazer essa observação.

3.8. A grafia Braille

Tendo perdido a visão aos três anos de idade, o francês Louis Braille ingressou, aos sete anos, no Instituto de Cegos de Paris, tornando-se professor desse instituto, em 1827, com 18 anos de idade. Depois de tomar conhecimento de um sistema inventado pelo oficial francês Valentin Haüy, para ler mensagens durante a noite em lugares onde seria perigoso acender a luz, e no qual se utilizava letras comuns impressas em relevo no papel utilizando pontos e buracos, Louis Braille efetua algumas adaptações no sistema e, em 1829, publica o seu próprio método, criando um alfabeto convencional cujos caracteres se exprimem por pontos em relevo, percetíveis por meio do tato.

O Sistema Braille para a Matemática também foi proposto pelo seu inventor, na edição de 1837. Aí foram apresentados os símbolos fundamentais para algarismos, bem como as convenções para a Aritmética e para a Geometria. Desde então, novos símbolos têm vindo a ser criados, originados pela evolução técnica e científica, e outros foram modificados, numa tentativa de se estabelecer um código unificado, de caráter mundial, o que foi inviabilizado pela acentuada divergência entre os códigos (Aranha, 2005).

Segundo Santos, o desenvolvimento da escrita Braille representou um marco importante para quem não pode ler os textos a negro.

Cerca de 180 anos após a sua criação, e não obstante os extraordinários contributos das novas tecnologias da informação e da comunicação, o Sistema Braille mantém intacto o seu estatuto de recurso imprescindível para a alfabetização e educação das crianças cegas. Completamente ajustado às características estruturais e psicofisiológicas da perceção tátil, os símbolos Braille são capturados como totalidades significantes, unitárias e coerentes, e funcionam como um código paralelo e equipolente ao utilizado na leitura e escrita visual (Mendonça e outros, 2008). De entre os diversos fatores que podem contribuir para o sucesso da aprendizagem do Braille, a idade de iniciação na leitura tátil constitui a variável que de forma mais consistente e determinante influencia essa aprendizagem e condiciona decisivamente o nível de eficácia alcançado pelo indivíduo. Aparentemente, as crianças cegas demonstram progressos relativamente lentos na leitura do Braille até aos 9 anos, revelando apenas um domínio significativo dos mecanismos da leitura tátil por volta dos 11 anos. Os factos sugerem que os alunos iniciados depois dos 13 anos demonstram maiores dificuldades e alcançam "performances" de leitura inferiores às conseguidas pelos que se iniciam mais cedo. Pedagogos de renome e especialistas reconhecem, unanimemente, no Sistema Braille uma impressionante adequação “ergonómica” e psicofisiológica, uma incrível simplicidade, facilidade de utilização, coerência lógica e grande equilíbrio geral, que lhe conferem uma incontestável atualidade e significado sociocultural e o convertem num instrumento absolutamente insubstituível para pessoas cegas ou com visão insuficiente utilizarem, com o mínimo de eficácia, o sistema vulgar de leitura.

A unidade estrutural do alfabeto Braille é a célula Braille, composta por seis pontos, numerados de 1 a 6 e dispostos em duas colunas, como se mostra na figura 19, e está concebido de tal forma que o espaço ocupado por cada símbolo cabe integralmente no âmbito percetivo da polpa de um só dedo (Mendonça e outros, 2008).

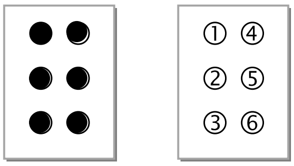


Fig.19 – Célula Braille

A partir dos seis pontos salientes é possível fazer 63 combinações que podem representar letras simples e acentuadas, pontuações, algarismos, sinais algébricos e notas musicais. Como as 63 combinações não cobrem todos os símbolos existentes, a escrita Braille recorre a símbolos duplos e prefixos para obter todas as combinações necessárias. Por exemplo, os algarismos são obtidos a partir das letras de “a” a “j” precedidas de um prefixo ⠼ com os pontos (3456).

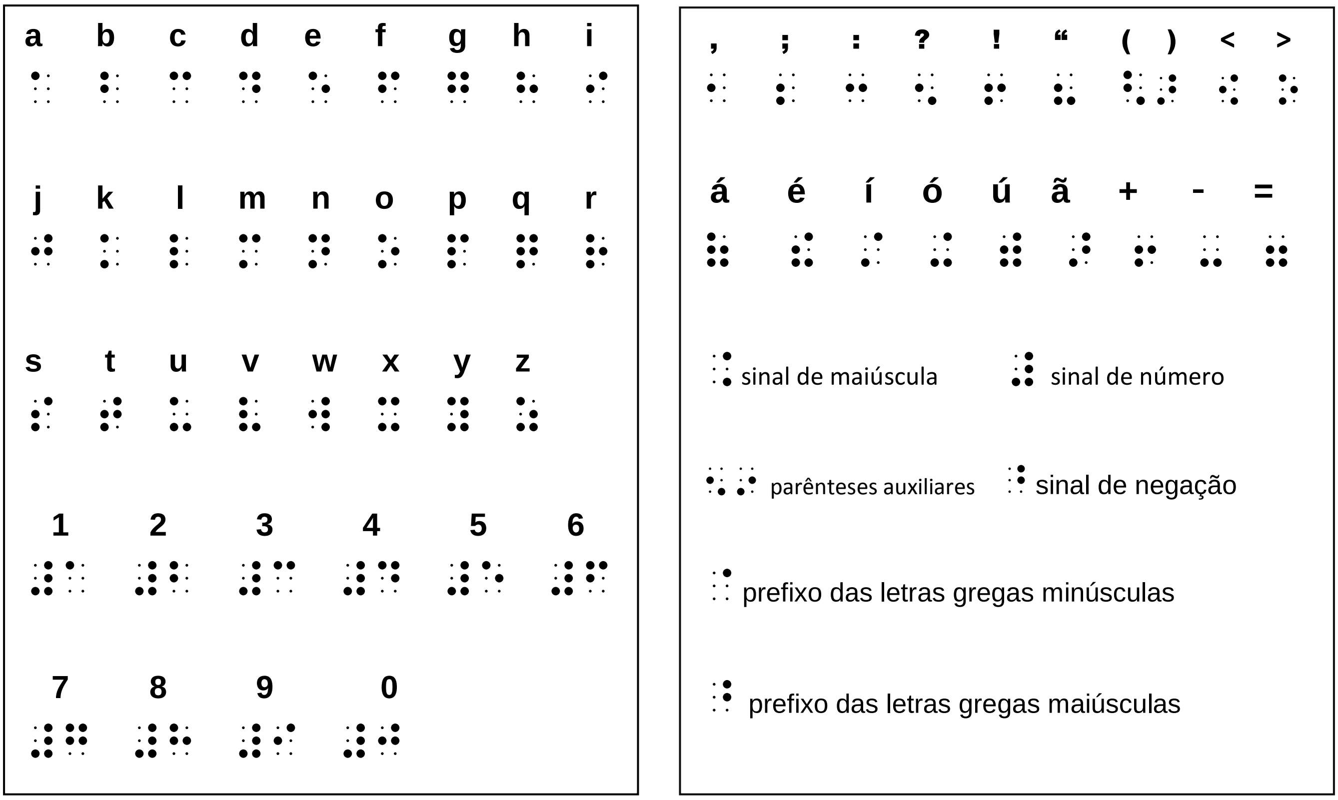


Fig.20 – Alfabeto Braille

A produção de textos em Braille deve obedecer a normas e regulamentações visando a unificação das aplicações do sistema Braille, especialmente nas línguas portuguesa e espanhola, de modo que os livros produzidos por este meio de escrita se tornem um instrumento mais simples para a educação das pessoas cegas e possam, tanto quanto possível, transmitir aos alunos invisuais as mesmas informações e experiências que os livros a tinta transmitem aos alunos normovisuais.

De acordo com Lemos e outros, a produção de textos em Braille requer certos procedimentos e deve percorrer, pelo menos, quatro etapas distintas:

1. A adaptação do texto;
2. A transcrição em papel ou em cliché, a digitação ou a digitalização para computador;
3. A revisão em papel ou em cliché;
4. A impressão em papel.

Além de seguir o percurso das etapas, cada uma delas requer cuidados específicos, obrigando a conhecimentos e experiência na matéria, para além do completo domínio do Sistema Braille. As transcrições de textos para uso individual de pessoas adultas, experientes na leitura em Braille, dispensam alguns dos detalhes, mas quando se trata de livros e outros documentos destinados à aprendizagem dos nossos estudantes temos que os produzir com o maior rigor possível.

Durante muitos anos, a forma mais comum de produzir textos em Braille resumia-se à utilização da máquina de dactilografar em Braille, a qual, ainda hoje, é um dos meios mais utilizados nas nossas escolas, por parte dos alunos cegos. Os avanços tecnológicos e o aparecimento de meios computorizados vieram trazer grandes vantagens.

Hoje em dia, existem programas de computador que permitem a visualização dos textos no formato Braille, oferecendo assim uma maior segurança para os transcritores, pois diminui a necessidade de repetidas correções após a conclusão das transcrições. Este processo permite não só a revisão no monitor, como também possibilita a impressão em papel facilitando assim a revisão de trabalhos e a leitura por parte de um leitor cego.

A cópia de textos via *scanner* (digitalização) é um processo muito rápido, mas sua eficácia depende da forma gráfica em que se apresenta o texto. Muitas vezes, as tarefas de ajustar o texto, eliminar e substituir caracteres incorretos tornam a digitalização desaconselhável para certos trabalhos de transcrição Braille.

Sejam quais forem os processos de transcrição utilizados, estes não dispensam nunca o domínio, por parte do profissional, do Sistema Braille nas suas várias formas de aplicação. Este deve sempre dispor de tabelas e códigos de símbolos Braille para consulta imediata (Lemos e outros, 2006).

O programa Braille Fácil, criado em 2002 por José António Borges e Geraldo Ferreira Chagas Júnior, é um editor de texto gratuito que pode ser obtido em: http://intervox.nce.ufrj.br/brfacil e

que permite digitar texto corrente e convertê-lo em Braille. Este software foi concebido de forma, a poder ser utilizado por alguém com um mínimo de conhecimento da codificação Braille.
O texto pode ser digitado diretamente no Braille Fácil ou importado a partir de um editor de textos convencional. Utiliza os mesmos comandos do Windows, com algumas facilidades adicionais. Após digitado, o texto pode ser visualizado em Braille e impresso em Braille ou em tinta. A digitação de textos especiais (como codificações matemáticas ou musicais) pode ser feita com recurso a um simulador de teclado Braille, que permite a entrada direta de códigos Braille no texto digitado.

Fig.21 – Barra de Funções do Braille fácil

3.9. O Braille Matemático

Muitos livros possuem apresentações gráficas que, sem uma adaptação prévia, dificultam sua transcrição direta para o Braille. Os livros de Matemática são um bom exemplo disso. Quando se faz a transcrição para Braille, deve manter-se a fidelidade ao texto original, de modo que qualquer alteração gráfica não deturpe o conteúdo do mesmo.
Apesar da dificuldade em produzir textos matemáticos, decorrente das convenções da Matemática em Braille, o Braille Fácil, auxiliado pelo macro-processador e pela função de ajuste em Braille, fornece as ferramentas suficientes para produzir os livros de Matemática. No entanto, o programa tem algumas limitações no que diz respeito ao processo de adaptação de livros que contenham muitas figuras uma vez que apresentam uma abundância de explicações textuais sobre as mesmas, pelo que o processo de transcrição para Braille sai muitas vezes prejudicado. A grande quantidade de figuras, com texto absolutamente associado a elas, resultava num texto adaptado muitas vezes seguida da expressão “peça ajuda ao professor” (Brasil, 2002). Esta limitação conduziu à necessidade de pensar numa possível criação de desenhos táteis através de um editor gráfico simples. A fim de suprir essa necessidade, foi então criado o Monet.
O Monet é um fantástico editor gráfico, para produção tátil. Trata-se de um software que permite desenhar gráficos numa impressora Braille. Ele foi concebido para trabalhar com o

Braille Fácil, mas pode também funcionar sozinho. É possível embutir ou introduzir gráficos na página de textos, gerando um material final de grande beleza gráfica. O uso do Monet também viabiliza a criação de gráficos matemáticos simples com grande rapidez.

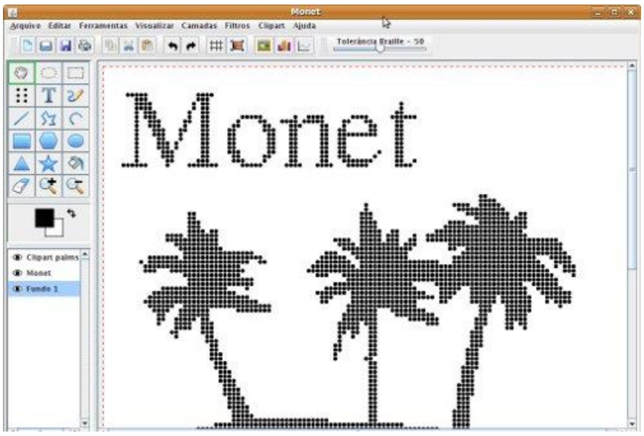


Fig.22 – Figura construída no programa Monet.

Este utilitário, embora possa parecer extraordinário, pode acarretar alguns constrangimentos, pois uma pessoa cega, que tem uma extraordinária sensibilidade tátil para ler em Braille, que supostamente deveria ter a capacidade de interpretar qualquer imagem produzida por este tipo de programas, nem sempre é capaz de o fazer. A imagem que é apresentada na figura 22, devido à minuciosidade de pormenores que contém, é extremamente difícil de ser corretamente interpretada por um cego. O contacto que tive com algumas pessoas cegas, não só alunos mas também com colegas, proporcionou-me a oportunidade de poder observar isso. Pode parecer-nos estranho porque é que um cego, que lê o Braille sem dificuldade, não consegue identificar este tipo de imagens. A resposta é simples. O Braille é constituído por símbolos dispostos em células, em que o espaço que cada uma ocupa tem sempre a mesma dimensão, dimensão essa que está concebida de forma a caber na extremidade de um dedo humano, para que seja possível distinguir onde termina uma célula e começa outra. Além disso, os símbolos Braille são à priori conhecidos pelo aluno, enquanto a imagem não é mais do que um conjunto de pontos em relevo, que a pessoa à partida desconhece e que para conseguir identificar tem que estabelecer associações com objetos que possam assemelhar-se a ela. Por isso, quando apresentamos uma imagem deste tipo a um aluno cego, esta deve vir sempre acompanhada por um descrição da ilustração para que mais facilmente ele consiga dar-lhe sentido. Mas, também é verdade que devemos estimular o aluno cego a tentar identificar a imagem antes de ler a sua descrição, para que desenvolva o mais possível a sua sensibilidade tátil.

No entanto, este tipo de software pode ser muito útil em Matemática, pois podemos produzir figuras que o aluno identifica sem qualquer problema, como são as figuras geométricas comuns: quadrados, triângulos, circunferências, ângulos, etc. Mas mesmo assim, podemos ter problemas a nível de impressão gráfica, pois, muitas vezes, as configurações da impressora nem sempre corresponde ao que vemos no ecran do computador. Podemos, por exemplo, desenhar uma circunferência e na impressão sair uma elipse, ou desenhar um quadrado, com o mesmo número de pontos em todos os lados e sair um retângulo em que os lados não são todos iguais.

Uma outra opção para a produção de imagens em Braille é o recurso a um utilitário que pertence ao próprio Braille Fácil, denominado Braille Pintor, o qual proporciona três formas para a criação de um gráfico:

- Desenho à mão livre – através da utilização do rato ou do teclado.
- Superposição de um desenho – modelo de uma imagem gráfica qualquer que é mostrada semitransparente na área de desenho e que pode ser recoberta com a aplicação de operação manual.
- Braillização – em que o modelo, criado numa ferramenta de desenho comum, é transcrito automaticamente para pontos.

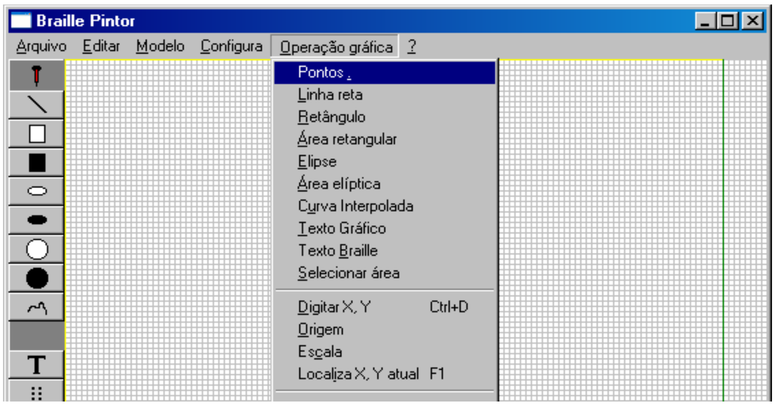


Fig.23 – Imagem das funções do Braille Pintor.
Retirado e adaptado de (Borges, J. A., 2002).

Embora o Braille Pintor seja um utilitário essencialmente gráfico, permite que, dentro de limites bem amplos, seja utilizado por pessoas cegas, pois houve algum cuidado com as suas características de acessibilidade. Por exemplo, todos os comandos de movimentação do rato podem ser produzidos pelo teclado tendo sido introduzidas facilidades que permitem o acesso através de um programa de leitor de teclas simples.

Uma das vantagens operacionais do Braille Pintor é permitir que o programa Paint Brush seja ativado a partir do menu de Modelos.

O Braille Pintor também permite a produção de letras táteis em forma de caracteres comuns, selecionando a função de texto e clicando no ponto desejado para escrita do texto.

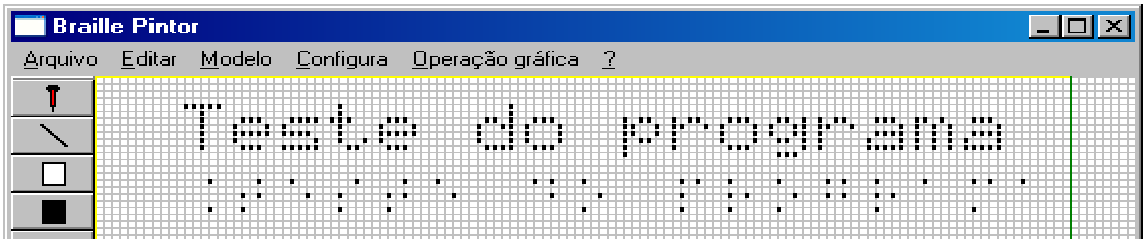


Fig.24 – Produção de texto pelo Braille Pintor
Retirado e adaptado de (Borges, J. A., 2002).

Apesar de todos estes avanços tecnológicos, é preciso ter-se muito cuidado ao fazer a produção de imagens táteis, porque como já sabemos “O que se revela “*bonito*” para os olhos, nem sempre é funcional para a perceção tátil.” (Lemos e outros, 2006).

3.9.1. Normas para a transcrição de textos matemáticos em Braille

Nas representações matemáticas em Braille devem ser adotados os símbolos e as normas de acordo com a versão do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa (CMU), editada pelo MEC/Secretaria de Educação Especial, em 2006. (Lemos e outros, 2006)

A escrita de expressões matemáticas em Braille, tal como já foi referido anteriormente, deve ser efetuada recorrendo a uma única direção, pelo que considerando o exemplo de uma representação fracionária como $\frac{2+x}{5-x}$, ela deve ser escrita na forma $(2+x)\div(5-x)$, sendo necessário recorrer a parênteses auxiliares ao sinal de divisão. Embora a representação fracionária também seja passível de representação em Braille, ela torna-se mais complicada para o aluno entender, porque vai abranger o triplo de células ocupadas na vertical, tornando o texto muito mais longo.

Todos os professores de Matemática que têm nas suas turmas alunos cegos deveriam dominar as normas básicas para a produção de textos em Braille, porque conhecer apenas a numeração e o alfabeto Braille é francamente insuficiente.

Segundo Lemos e outros, algumas recomendações imprescindíveis para a transcrição de textos matemáticos em Braille são as seguintes:

a) Os símbolos matemáticos escrevem-se de forma contínua, sem células vazias intermediárias. Há situações em que, por questões de clareza, é necessário deixar uma célula ou meia célula em branco, antes e depois de certos símbolos. As exceções são apontadas e especificadas no Código, quando o próprio símbolo as requer.

b) Recomenda-se que nos livros de Matemática, se incluam tabelas com os símbolos Braille utilizados e seus respetivos significados, além da representação em relevo dos sinais e dos gráficos como se apresentam no sistema comum.

c) Em Matemática são usuais os alfabetos latino, grego e gótico-alemão, cujas letras se distinguem por prefixos Braille específicos.

d) Os sinais e letras cortados por um traço vertical, oblíquo ou horizontal podem representar relações negativas. A transcrição Braille desses traços far-se-á sempre pelo prefixo de negação antes do símbolo principal.

e) A transcrição de uma fórmula inserida em um texto literário faz-se deixando duas células vazias antes da fórmula e, igualmente, duas células vazias depois dela.

f) As entidades geométricas (vetor, ângulo, arco, polígono, etc.) transcrevem-se com os símbolos Braille que lhes são atribuídos no Código, seguidos das letras que as determinam, independentemente da posição ocupada em tinta.

g) Os parênteses auxiliares, sem correspondentes no sistema comum, constituem um recurso específico do Sistema Braille para unificar termos que na escrita comum se encontram ligados por circunstâncias que impossibilitam sua transcrição para o Braille da forma como se apresentam. Isto ocorre, por exemplo, com:

   - os diferentes tamanhos de índices e expoentes;
   - as frações;
   - os radicandos;
   - os segmentos, ângulos, arcos, etc., que cobrem vários termos.

   O uso de parênteses auxiliares pode repetir-se indefinidamente, mas deve ser dispensado quando os termos já estiverem dentro de parênteses comuns.

h) As expressões e frases curtas quando não couberem num final de uma linha devem ser transferidas integralmente para a linha seguinte.

i) As expressões e sentenças longas, quando não couberem numa linha, deverão ser cortadas num sinal de relação (igual a, maior que, etc.) ou num sinal de operação (mais, menos, vezes, dividir, etc.) repetindo o sinal no fim da linha e no princípio da linha seguinte. O corte de uma expressão entre parênteses deve ser evitado, ainda que se abandonem células em branco num fim de linha. Quando isto for inevitável, procede-se como referido anteriormente, isto é, cortando num sinal de operação repetindo-o, necessariamente, na linha seguinte.

j) As figuras geométricas e outras que ilustram as páginas, requerem, por vezes modificações que as tornem acessíveis à perceção tátil. As modificações mais frequentes são:
   - a ampliação de escala;
   - a eliminação do que seja supérfluo;
   - a divisão da figura em partes (quando for possível);
   - a substituição da figura por outras representações.

   Quando as figuras forem indispensáveis e não for possível representá-las em relevo, poderão ser substituídas por descrições adequadas, criteriosamente redigidas.

k) Na Matemática, os textos podem conter dados que necessitam ser lidos repetidas vezes para comparações, memorização ou realização de cálculos. A transcrição desses textos, deve exigir por parte do adaptador e do transcritor, procedimentos que favoreçam a uma localização rápida e precisa dos dados, como a utilização de tabelas, gráficos, etc.

3.9.2. Alguns símbolos do Código Matemático Unificado

O Código Matemático Unificado disponibiliza uma listagem de símbolos que poderão ser criteriosamente utilizados em situações onde não existam representações já convencionadas anteriormente. A utilização de qualquer desses símbolos requer o emprego de uma nota explicativa para orientação do leitor. Por forma a evidenciar as diferenças existentes entre a escrita matemática comum e a escrita em Braille, apresenta-se aqui algumas situações elucidativas que o professor deve conhecer, quer para poder fazer uma leitura correta da escrita do aluno, quer para poder transmitir ao aluno como ele deve proceder, quando este ainda não conhece os critérios de escrita.

Por exemplo, se quisermos representar o acontecimento contrário, ou complementar de A, não iremos escrever o símbolo Braille do A com um traço por cima, mas sim o símbolo Braille do A precedido de outro símbolo que significa complementar (Barca, 1987).

A ⠨⠁ $\overline{\text{A}}$ ⠈⠉⠨⠁

Vejamos outro exemplo: se quisermos representar o módulo de x, ou seja, $|x|$ faremos:

⠸⠀⠭⠸, isto é, uma célula com os pontos (4 5 6) seguida de uma célula em branco, depois uma célula com os pontos (1 3 4 6) que representa a letra x e finalmente outra célula igual à primeira. Aqui, no texto, as bolinhas maiores representam os pontos em relevo e as bolinhas mais pequenas os pontos da célula sem relevo. No entanto, para um aluno cego, em que o papel está em branco e apenas com os pontos em relevo, o aspeto com que se apresenta é o seguinte: ⠸⠀⠭⠸. O aluno terá assim que perceber que foram ocupadas quatro células e que uma está em branco, embora nos possa parecer que apenas foram ocupadas três células.

Na alínea g) da secção anterior falou-se em parênteses auxiliares e afirmou-se que estes não têm correspondentes no sistema comum. Tal afirmação baseia-se no facto de estes parênteses terem uma representação diferente dos parênteses comuns, (Barca, 1987), uma vez que os parênteses comuns (...) são representados pelos símbolos ⠣ (1 2 6) para abrir e ⠜ (3 4 5) para fechar o que conduz à sua representação na seguinte forma: ⠣ ……⠜, enquanto que os parênteses auxiliares representam-se pelos pontos (26) ⠢ para abrir e (35) ⠔ para fechar.

Assim sendo, é necessário perceber em que situações se usam uns e outros.

Vamos ver dois exemplos que ilustram a sua aplicação.

Exemplo 1: Se quisermos passar para Braille 4x(5+1), temos de usar parênteses comuns, uma vez que nesta situação os parênteses são imprescindíveis. Assim, os símbolos que vamos utilizar são:

⠼⠙ pontos (3456) e (145), para o número 4;

⠼⠑ pontos (3456) e (15), para o número 5;

⠼⠁ pontos (3456) e (1), para o número 1;

⠦ pontos (236), para o sinal de vezes;

⠖ pontos (235), para o sinal de mais;

⠣ ⠜ pontos (126) e (345), para os parênteses comuns;

Então a expressão 4x(5+1) ficará transcrita em Braille da seguinte forma:

⠼⠙⠦⠣⠼⠑⠖⠼⠁⠜

cuja visualização tem o seguinte aspeto:

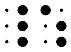
⠼⠙⠦⠣⠼⠑⠖⠼⠁⠜

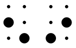
Exemplo 2: Vejamos agora o que acontece para transcrever para Braille $\overline{A \cap B}$. Aqui, em simbologia matemática comum não temos necessidade de colocar quaisquer parênteses. Mas para escrever esta expressão em Braille vamos ter que recorrer à utilização de parênteses auxiliares porque, como o sinal de complementar abrange o resultado da operação intersecção, teremos que introduzir algo que nos dê essa indicação. Os parênteses auxiliares, vão pois servir para isso mesmo, pois sem eles, o sinal de complementar abrangeria apenas o acontecimento A.

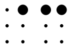
Os símbolos que vamos utilizar são:

⠨⠁ pontos (46) e (1), para A maiúsculo;

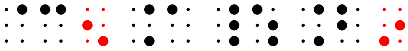
⠨⠃ pontos (46) e (12), para B maiúsculo;

 pontos (456) e (156), para o símbolo de intersecção;

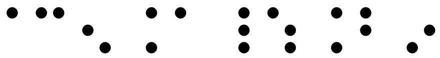
 pontos (26) e (35), para os parênteses auxiliares;

 pontos (4) e (14), para o símbolo de complementar;

Então para escrever $\overline{A \cap B}$ faremos:



e visualizamos



Através da diferenciação de parênteses apresentada, o aluno consegue perceber se na escrita matemática normal foram ou não utilizados parênteses e entender qual é a verdadeira função dos mesmos.

Os dois exemplos que acabámos de ver evidenciam duas questões muito importantes: a primeira é que não basta saber o Braille da língua portuguesa para se poder transcrever para Braille textos de Matemática; a segunda, é que não basta conhecer a linguagem matemática Braille, é também necessário ter conhecimentos de Matemática.

Porém, a realidade com que nos deparamos nas nossas escolas é que a maioria dos professores de ensino especial não tem conhecimentos de Matemática e os professores de Matemática não têm conhecimento da linguagem Braille. Para que o trabalho com alunos cegos se torne significativo e proveitoso, não é demais voltar a afirmar que, é imprescindível a existência de uma colaboração muito estreita entre o professor de ensino especial e o professor de Matemática. Só assim se conseguirá ultrapassar ou minimizar as dificuldades com que ambas as partes se deparam. Mas mesmo assim, o ideal seria que o professor de Matemática tivesse completo domínio do Braille Matemático. Na minha opinião, penso que é mais fácil para um professor de Matemática aprender a escrita da matemática Braille do que para um professor de ensino especial aprender e dominar todas as regras matemáticas necessárias, especialmente quando nos encontramos a lecionar os níveis de ensino mais avançados. Não nos esqueçamos que a linguagem Braille é composta apenas um por conjunto de símbolos e regras convencionais que qualquer professor de Matemática não terá decerto dificuldade em dominar rapidamente.

3.10. Os materiais tiflotecnológicos

Derivada do grego, a palavra tiflografia (*typhlós*, cego + *gráphen*, escrever) designa a arte de escrever em relevo para uso dos cegos. A grafia Braille é um exemplo de tiflografia e um dos instrumentos imprescindíveis para a aprendizagem da leitura e escrita por parte de alunos cegos é sem dúvida a máquina de dactilografar Braille. O termo tiflotecnológico usa-se para designar qualquer material adaptado ao uso dos cegos O acompanhamento da evolução tecnológica tem levado à adaptação e criação de muitos materiais didáticos como computadores e calculadoras falantes mas, de modo algum, isso conduziu ao abandono dos materiais tradicionalmente usados. Vamos só descrever alguns dos materiais tiflotecnológicos mais usuais, nomeadamente alguns específicos da disciplina de Matemática.

3.10.1. Instrumentos habitualmente utilizados por invisuais na educação

Os equipamentos mais vulgarmente utilizados na educação pelos deficientes visuais são: a Prancheta Régua, que usa como auxílio o Punção; o Reglete de Bolso, que também usa como auxílio o Punção; O Sorobã, para realizar cálculos matemáticos; O Delineador, utilizado para desenhos em alto-relevo; A Máquina de dactilografar em Braille; O Computador.
Antes de disponibilizar qualquer destas ferramentas a um aluno com problemas de visão é importante não só conhecê-las e compreender a sua utilização, mas também saber qual o grau de deficiência visual de que o aluno é portador, para poder aplicar melhor cada uma delas

3.10.1.1. O punção e o reglete

O punção é a ferramenta de escrita manual do deficiente visual, ou seja, é o que substitui a caneta do normovisual.

Fig.25 – Punção com cabo de madeira e punção anatómico.

O reglete é uma régua metálica pautada com os seis pontos Braille, onde se insere o papel para que seja perfurado com o punção, gravando os caracteres do Braille. A desvantagem do reglete é que a escrita se faz invertida e da direita para a esquerda, sendo, por isso, necessário mais do que um completo domínio da linguagem Braille. Existem regletes de bolso e regletes de mesa.

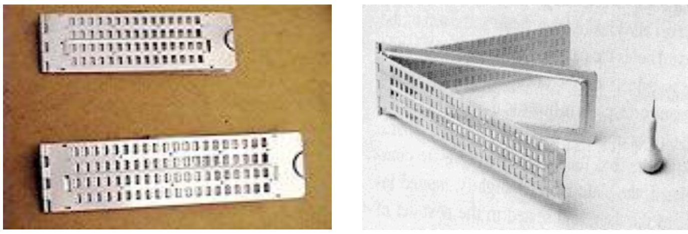


Fig.26 – Regletes de bolso.

O reglete de mesa é composto por uma base em madeira, com duas reentrâncias paralelas perfuradas ao longo do seu comprimento, onde encaixa um reglete metálico tem ainda uma presilha no topo para prender o papel.

Fig.27 – Reglete de mesa.
Retirado de (Esperança, 2001).

3.10.1.2. A prancheta para escrita e a prancheta para desenho

A prancheta com pautas em alto-relevo é habitualmente usada para a manutenção da escrita cursiva (manuscrita) de pessoas alfabetizadas que perderam a visão, não causando o achatamento da escrita. O delineador ou prancheta de desenho é uma prancheta com borracha que possibilita a produção de desenho em alto-relevo.

Fig.28 – Pranchetas: à esquerda para escrita cursiva e à direita para desenho.

3.10.1.3. A máquina de dactilografar em Braille

Parecida com uma máquina de escrever vulgar, a máquina de dactilografar em Braille possui apenas nove teclas: uma de espaço, uma de retrocesso, uma de avanço e seis que ao serem pressionadas de forma combinada “imprimem” os símbolos Braille.

Fig.29 – Máquina para datilografar Braille.

Retirado de (Regina, 2011).

3.10.2. Instrumentos auxiliares na aprendizagem da Matemática

Existem alguns instrumentos que as crianças invisuais podem usar como auxiliares na aprendizagem da Matemática. Um dos mais antigos é o ábaco, que talvez tenha sido a primeira máquina de calcular de que há memória, mas que tem vindo a cair em desuso. Nos dias de hoje, também é habitual usar o cubarítmo como auxiliar de cálculo, o qual serve para simular o mesmo tipo de algoritmos que as crianças normovisuais aprendem nos primeiros anos de escolaridade. O Material Dourado criado por Maria Montessori, também constitui um auxiliar na aprendizagem da aritmética e da geometria.

Outros auxiliares na aprendizagem da geometria, de que dispomos, são o geoplano e, mais recentemente, um material bastante eficaz nesta área que é o multiplano. Infelizmente ainda não está suficientemente divulgado ao ponto de a sua utilização constituir uma prioridade nas escolas. Vamos aqui descrever alguns deles mais pormenorizadamente, para percebermos melhor a sua utilidade.

3.10.2.1. Ábaco, soroban e sorobã

O Ábaco é a primeira calculadora de que há memória. Teve supostamente origem na Mesopotâmia, há mais de 5.500 anos e é constituído por uma moldura que sustenta uma haste horizontal trespassada por hastes verticais nas quais deslizam pedrinhas ou contas (Luís, 2009). A haste horizontal funciona como separador entre uma parte superior, com 2 contas, e uma parte inferior, com 5 contas. O sorobã é um ábaco adaptado ao uso do deficiente visual. Serve para a aprendizagem das operações matemáticas.

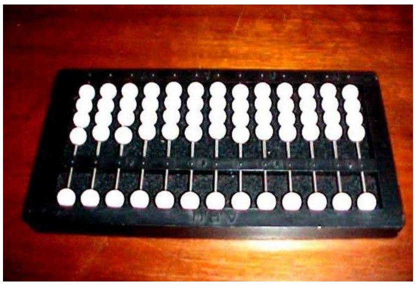


Fig.30 – Soroban.
Retirado de (Esperança, 2001).

Soroban é a designação atribuída a um ábaco japonês, que difere do original por possuir apenas cinco contas em cada ordem numérica: uma na parte superior e quatro na parte inferior. É, sem dúvida, um ábaco mais evoluído e com o qual se realizam os cálculos com maior rapidez**.** As contas do *Soroban* por serem pequenas, finas e com as bordas afiladas permitiram melhorar notavelmente a rapidez nos movimentos e, consequentemente, a rapidez nos cálculos.

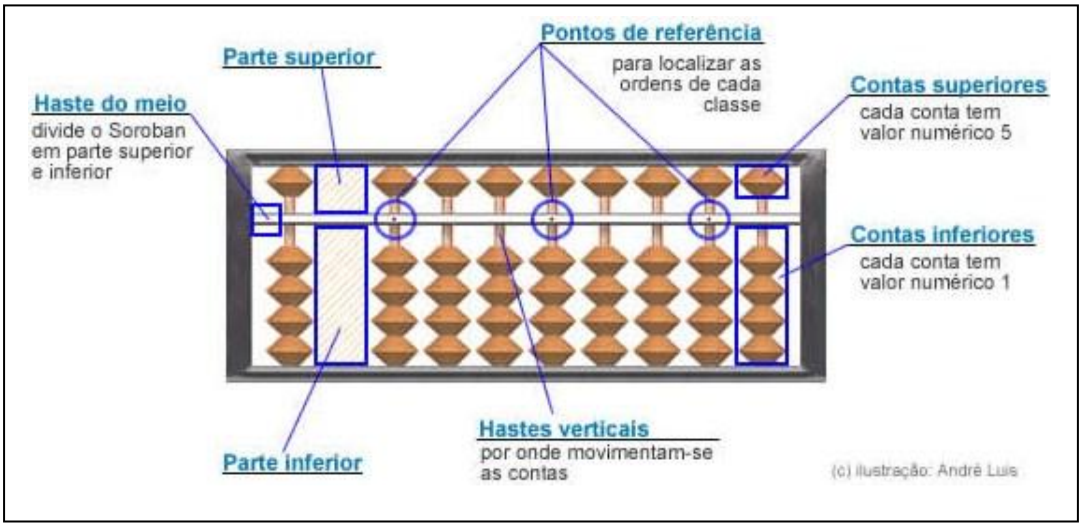


Fig.31 – Constituição do Soroban.
Imagem retirada de (Vieira, 2010)

Segundo André Luís, o Soroban, foi levado para o Brasil por imigrantes japoneses no começo do século XX, e adaptado para uso de cegos em 1949, por Joaquim Lima de Moraes, que passou a designá-lo por Sorobã, para o distinguir do modelo original para “videntes”, ou seja, pessoas dotadas de visão (Luís, 2009 b). A adaptação passou pela inserção de pontos de referência para indicar as ordens de cada classe e pela introdução de uma borracha compressora, que solucionou o problema do deslizamento das contas, permitindo que se fixassem após serem deslocadas, proporcionando assim uma maior segurança e autonomia de utilização por parte de pessoas cegas.

O uso do soroban deu origem a uma série de aperfeiçoamentos que geraram técnicas extremamente rápidas para efetuar cálculos. A questão mais enigmática é que ao treinar as operações no Soroban, vão-se adquirindo aptidões para fazer cálculos mentais, mesmo utilizando grandes números. O seu uso continuado desenvolve a aptidão numérica, melhora a capacidade de concentração, o raciocínio lógico, a memorização, a agilidade mental, o processamento da informação de forma ordenada e a atenção visual.

Ari Vieira (Vieira, 2010) vai um pouco mais longe, referindo outras habilidades percebidas no uso do soroban tais como: uma observação mais atenta, o aumento da “velocidade auditiva” e a “visualização e inspiração apuradas”.

Ainda hoje, no Japão, o Soroban é utilizado em vez de uma calculadora, por diversos profissionais. Depois de dominada a técnica, o seu uso é muito mais rápido do que o de uma calculadora, daí que todas crianças japonesas, dos 5 aos 8 anos, aprendem a usá-lo. Pode considerar-se que o uso do ábaco é uma excelente forma de exercitar o cérebro, mantendo-o ativo e ágil em qualquer idade (Tejón, 2007). Por este motivo, a utilização de um Soroban, adaptado para cegos, poderá constituir uma excelente forma de fazer cálculos em tempo recorde.

3.10.2.2. O cubarítmo

Depois de se ensinarem os algarismos e os números em Braille, é costume passar-se ao cubarítmo (Silva, 2007). O cubaritmo é uma caixa com uma grade quadriculada em cima, uma chapa corrediça no meio, rente à grade, e uma gaveta no fundo. Esta gaveta está cheia de cubos em cujas faces estão implantados pontos que representam os algarismos em Braille, dependendo da posição em que se coloca a face. Assim, se construirmos um cubo em que numa face exista somente um ponto num canto, podemos representar 1 ou "," conforme a posição em que viramos a face. Na segunda face, se colocarmos dois pontos alinhados, podem formar o 2 e o 3. Na terceira, colocando três pontos próximos de três vértices distintos, permitirão formar o 4, o 6, o 8 e o 0, dependendo da posição. Na quarta face, pondo dois pontos na diagonal, permite representar o 5 ou o 9. Na quinta face, os quatro pontos correspondentes aos quatro vértices equivalem ao 7 (Silva, 2007). Finalmente, na sexta face, um traço contínuo cuja função é ser utilizado como traço ou separação na operação (Reily, 2006).

Fig.32 – Cubarítmo .

Para fazer uma conta, vão-se retirando-se os cubos que se colocam nos orifícios da grade, formando os números exactamente como se faz em uma conta visual (Silva, 2007). Calcula-se mentalmente o resultado, da direita para a esquerda, escrevendo-se o resultado na linha seguinte, como um normovisual faria no papel. Para desmanchar a conta, basta fechar a gaveta e correr a chapa, para que os cubos caiam novamente dentro da caixa.
No entanto, antes de explicar à criança como funciona o cubarítmo, é preciso que ela entenda o Braille, o que inibe a criança de começar a fazer cálculos antes de dominar a leitura Braille.

3.10.2.3. O material dourado

O Material Dourado é um dos muitos materiais idealizados por Maria Montessori, médica e educadora italiana. Criado especialmente para o trabalho com aritmética, a idealização deste material seguiu os mesmos princípios que Montessori usava para a criação de qualquer um dos seus materiais, ou seja, os princípios da educação sensorial, nomeadamente:

- Desenvolver na criança a autonomia, segurança em si mesma, a concentração, a coordenação e a ordem;
- Gerar e desenvolver experiências concretas estruturadas para conduzir, gradualmente, a abstrações cada vez maiores;
- Fazer com que a criança perceba, por ela mesma, os possíveis erros que comete ao realizar uma determinada ação com o material;
- Trabalhar com os sentidos da criança.

Inicialmente, o Material Dourado ficou conhecido pela sua forma, como "Material das Contas Douradas". Este material permitia que as próprias crianças compusessem as dezenas e as centenas, mas a imprecisão das medidas constituía num problema ao serem realizadas atividades com números decimais e raiz quadrada, entre outras aplicações possíveis para o material de contas. Foi por isso que Lubienska de Lenval, seguidor de Maria Montessori, fez uma modificação no material inicial e construiu-o em madeira, na forma que o encontramos atualmente, passando a ser composto por cubos e paralelepípedos de várias dimensões.

Fig.33 – Material Dourado de madeira.

3.10.2.4. O geoplano

Por volta de 1960, o professor Caleb Gattegno do Instituto de Educação da Universidade de Londres, na Inglaterra, criou o geoplano que, desde então, passou a ser usado por inúmeros professores para ensinar Geometria.

O geoplano é um recurso didático com grandes potencialidades para a introdução de muitos conceitos geométricos. Consiste num tabuleiro de madeira, geralmente com a forma de quadrado, sobre o qual existe um quadriculado, em cujos vértices se crava um prego de tal forma que este sobressaia cerca de 2 cm acima da madeira. Por ser feito de madeira e pregos é muito fácil de ser construído pelos próprios alunos, embora no mercado já existam geoplanos totalmente construídos em plástico. O carácter manipulativo deste instrumento, usado para construir figuras geométricas com auxílio de elásticos que se prendem nos pregos, permite aos alunos uma maior compreensão de vários conceitos abstratos que, muitas vezes, têm dificuldade em entender, ou sobre os quais têm ideias erradas, quando abordados de uma forma não manipulativa. Por se tratar de um instrumento manipulável, está perfeitamente adaptado à utilização por parte de um aluno cego, embora seja vulgarmente utilizado em turmas de normovisuais, pelas suas potencialidades no estudo da geometria. O tamanho do geoplano é variável, bem como a malha da disposição dos pregos, que pode ser quadrada, triangular ou circular. Os elásticos, uma vez que são de fácil e rápida manipulação, permitem realizar diversas transformações e voltar à posição inicial sem qualquer dificuldade.

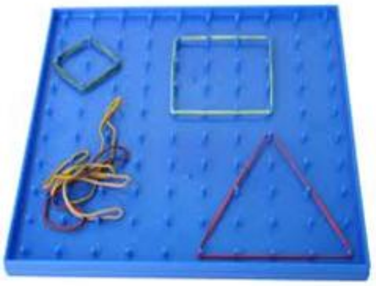
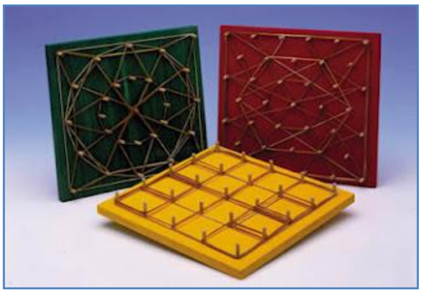
 

Fig.34 – Imagens de Geoplanos.

O geoplano oferece ao aluno a oportunidade de estudar e descobrir, de uma forma criativa, a relação entre figuras, áreas, volumes e associar conceitos de álgebra e de cálculo. Podem-se também trabalhar noções topológicas como linhas abertas, fechadas, fronteiras, regiões, etc. A construção de figuras livres, caminhos e labirintos, num contexto de jogo, pode facultar ao geoplano uma utilização de carácter lúdico. O geoplano é, sem dúvida, um instrumento muito versátil e com enormes potencialidades na aprendizagem da Matemática.

3.10.2.5. O multiplano

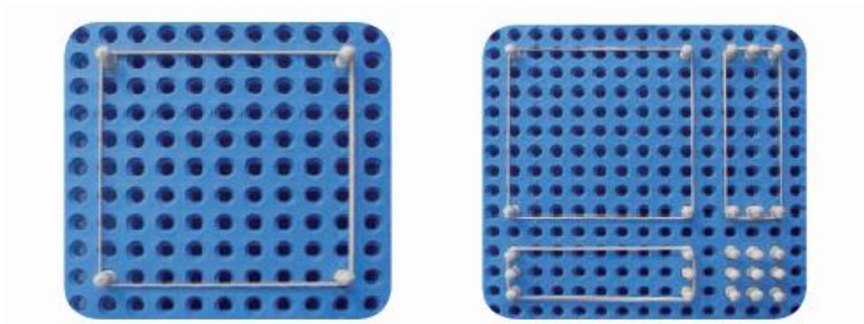
O multiplano foi criado em 2000, pelo professor Rubens Ferronato, ao ser confrontado com uma série de dificuldades para ensinar conteúdos matemáticos a um aluno cego. Hoje em dia, está a começar a ser utilizado por pessoas com necessidades educativas especiais, em particular pelos deficientes visuais, mas ainda está muito pouco difundido nas escolas portuguesas, talvez por falta de divulgação do produto e também por razões económicas. O Multiplano é apresentado como alternativa concreta para facilitar a aquisição do raciocínio matemático, possibilitando ao estudante a compreensão da lógica existente nos conteúdos e proporciona um processamento decisivo para o entendimento das operações, da tabuada, das equações, das funções, das matrizes, dos determinantes, dos gráficos de funções, das inequações, das funções exponenciais e logarítmicas, da trigonometria, da geometria plana e espacial, da estatística, entre outros. Através do toque, faculta ao estudante a perceção do sentido das operações matemáticas, permite a compreensão da construção de fórmulas matemáticas, porque o estudante passa para a construção lógica do problema a partir da experimentação concreta.

A totalidade do material é composta por um multiplano retangular que possui 546 furos, onde são feitos os cálculos e os gráficos; um multiplano circular com 72 furos distribuídos de cinco em cinco graus; pinos com diferentes formatos conforme as suas funções, tais como fixar os elásticos, marcar as posições ou efetuar cálculos. Por exemplo, o pino com superfície esférica indica números positivos e os intervalos fechados de números reais, e o pino com superfície plana indica os números negativos e os intervalos abertos de números reais. Outros pinos possuem uma marcação numérica, simultaneamente em Braille e Hindu-Arábica, o mesmo acontecendo com os sinais das operações.

Fig.35 – Materiais de um Kit de Multiplano.

Vamos apenas mostrar alguns exemplos de atividades que podem ser postas em prática como o multiplano[5].

- Casos notáveis da multiplicação:

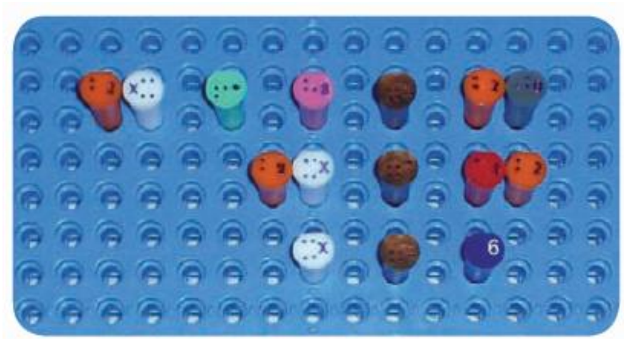


$(n + 3)^2 = n^2 + 2 \times 3n + 3^2$ $\qquad$ $(n + 3)^2 = n^2 + 6n + 3^2$

Fig.36 – Utilização do Multiplano na aprendizagem de casos notáveis da multiplicação.

[5] Todas as figuras e informação sobre multiplano foram obtidas de (Ferronato, 2010)

- Resolução de equações:



$2x + 8 = 20$

$2x = 12$

$x = 6$

Fig.37 – Utilização do multiplano na resolução da equação 2*x* + 8 = 20.

- Representação de intervalos fechados e abertos:

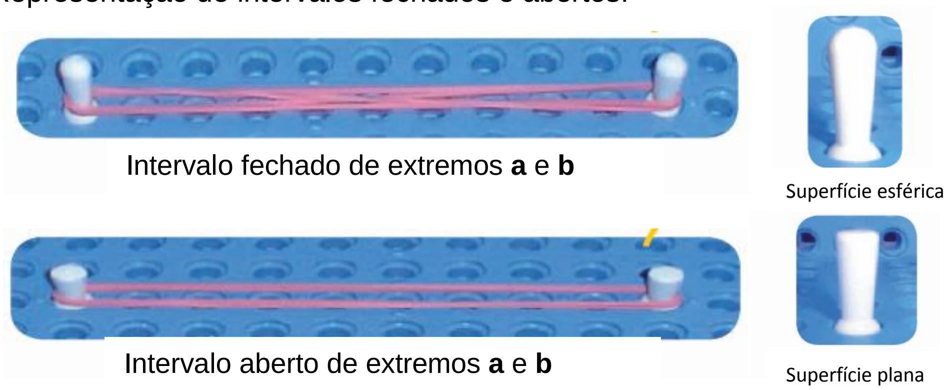


Fig.38 – Representação de intervalos de números reais.

- Gráficos de barras:

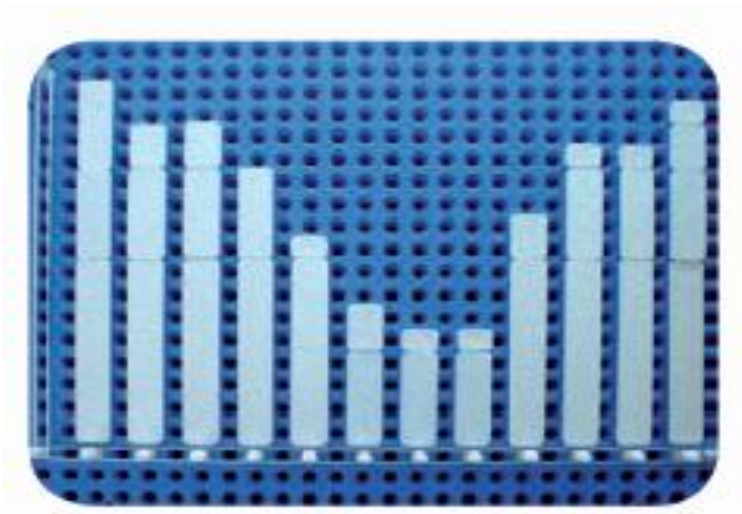


Fig.39 – Gráfico de barras construído com o multiplano.

- Gráficos de funções:

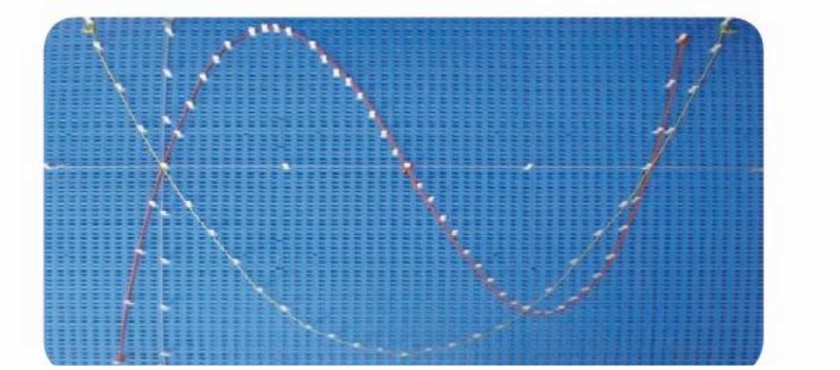


Fig.40 – Gráficos de funções $f(x) = x^2\text{-}3x$ em branco e $g(x) = x^3\text{-}6x^2\text{+}8x$ em vermelho.

- Representação de figuras no espaço (sólidos geométricos):

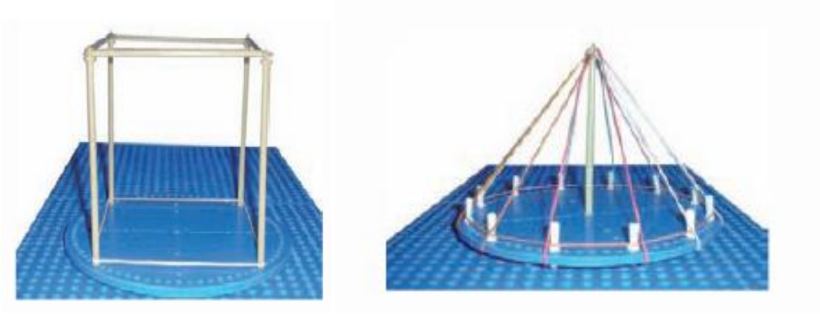


Fig.41 – Construção de um prisma e de uma pirâmide com uso do multiplano.

3.10.2.6. Os polidrons

Os polidrons, quer de peças abertas quer fechadas, são um ótimo recurso para o estudo de sólidos geométricos. São constituídos por peças de plástico, com o formato de triângulos, quadrados, retângulos, pentágonos e hexágonos, que encaixam umas nas outras, sendo possível construir sólidos geométricos e obter a suas possíveis planificações de forma simples e rápida.

Fig.42 – Sólidos geométricos construídos com polidrons.

3.11. A educação inclusiva

O homem é um ser eminentemente social. Sempre viveu em sociedade e só em sociedade pode viver. Ele só se completa na presença de outro ser humano e só se desenvolve pela interação com os outros. Segundo Amiralian (Amiralian, 2004) o ser humano tem necessidade de se sentir como pertencente a um grupo, com o qual preferencialmente se identifique. Nas escolas podemos constatar a organização de grupos que se identificam de acordo com diferentes condições. Amiralian afirma que é comum os alunos com baixa visão estarem com frequência isolados, embora algumas vezes se identifiquem com os cegos e outras com os normovisuais, mas, em ambas as situações, sentem-se como se estivessem de fora porque nenhum desses é o seu grupo. O sentimento de pertença é importante, pois é ele que nos possibilita identificar o nosso grupo e saber quem são os que podem compreender as nossas dificuldades e as nossas satisfações.

Todos somos formados por um conjunto de características que determinam como é esta ou aquela pessoa. Essas características poderão ser psicossomáticas – resultantes dos efeitos de fatores sociais e psicológicos sobre processos orgânicos do corpo e sobre o bem-estar das pessoas – ou fisiológicas, orgânicas, psíquicas e mentais – construídas pelas interações ocorridas dentro do seio familiar, pela cultura, condição socioeconómica, etc. – que nos faz ser o que somos e nos leva a aproximar deste ou daquele grupo. Contudo, para as pessoas com baixa visão, a condição de deficiência passa a ser a única característica pela qual a pessoa passa a ser reconhecida e da qual se apropria. A ausência de um grupo definido de visão subnormal contribui para a dificuldade desses indivíduos em se aliarem com outros para a formação de um grupo, levando-os à não confiança no ambiente, ao isolamento e bloqueio na comunicação.

A identificação de situações que levam ao isolamento e exclusão social escolar tem vindo a despertar a atenção de professores e educadores e, nos últimos anos, passaram a ser alvo de estudo, tendo contribuído para uma política de inclusão nas escolas.

A educação inclusiva foi apontada em 2000, no Fórum Mundial de Educação, que teve lugar em Dakar, como sendo o modelo educativo que melhor pode responder ao projeto de educação para todas as crianças (UNESCO, 2000). Mas se fizermos uma revisão aprofundada dos conceitos e ideologias do fenómeno da integração educativa, concluímos que se trata de algo muito mais complexo do que se pode supor (Mosquera e Stobäus, 2004).

Segundo Mosquera e Stobäus (Mosquera e Stobäus, 2004), sobrepõe-se um modelo inteiramente renovado, flexível, aberto, que aponte para as necessidades educativas de todos os alunos em geral, mesmo com desiguais capacidades e que reconheça o direito à diferença, como enriquecimento educativo e social.

> "A integração educativa deve precisamente partir da possibilidade que brinda a sociedade a cada indivíduo, de integrar-se nela com iguais direitos, mesmo com possibilidades diferentes, sustentadas em *uma escola para todos*, com *igualdade* em *tudo*." (Mosquera e Stobäus, 2004).

A Convenção dos Direitos das Pessoas com Deficiência (ONU, 2006) reconhece o direito à educação das crianças com múltipla deficiência, sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades, respeito aos direitos humanos e a garantia das liberdades fundamentais.
Marilda Bruno também é uma defensora da educação inclusiva desde os primeiros anos de escolaridade:

> "Defendemos a inclusão das crianças com múltipla deficiência desde a Educação Infantil, pois esta se constitui em um espaço privilegiado para aprender a lidar com as diferenças culturais, sociais, físicas, sensoriais, intelectuais."(Bruno, 2009).

É assim necessária a reformulação da forma como se concebe a educação de alunos caracterizados como manifestando necessidades educativas especiais, e há que ter a preocupação com valores, como a igualdade de participação e de oportunidades de sucesso na sociedade (Allan, 1999).
Muitas vezes, as escolas tradicionais não conseguem responder às condições necessárias para a mudança, pois não foram concebidas para acolher a diversidade dos alunos. Elas têm uma estrutura rígida e seletiva, no que diz respeito à aceitação e permanência de alunos que não preenchem as expectativas académicas clássicas, as quais se centram na transmissão de conhecimentos, na individualização das tarefas de aprendizagem e na reprodução de conteúdos curriculares. Temos então aqui uma enorme barreira a ser transposta. As propostas educacionais de uma escola inclusiva refletem o que é próprio do meio físico, social e cultural em que a escola se localiza e são estruturadas a partir das especificidades desse meio. Além disso, nas escolas inclusivas, a progressão no ensino não é linear, mas sincrónica e organizada em ciclos de formação/desenvolvimento. Cada ciclo engloba uma experiência coletiva de ordem cultural, social, afetiva e intelectual, que deve decorrer sem obstáculos e sem interrupções. A idade cronológica é a categoria utilizada para formar os agrupamentos de alunos. Segundo Mosquera e Stobäus (Mosquera e Stobäus, 2004), seria: "[...] uma conversão do ensino *disciplinar* em ensino *não disciplinar* e de alunos de cabeças *bem cheias* em alunos de *cabeças bem feitas* [...]". Os ciclos possibilitam que o aluno transite de nível de ensino sem reprovações, sem encaminhamentos e desvios para o ensino especial, ou seja, o progresso escolar não fica limitado exclusivamente aos avanços cognitivos do aluno, em que

o tempo escolar é valorizado e é entendido como uma etapa da vida do educando, concorrendo para a formação de sua personalidade como um todo.

O que acabámos de descrever é, sem dúvida, o maior dos obstáculos com que a escola tradicional se depara.

Um outro fator inibidor de uma educação inclusiva nas nossas escolas é a formação especializada dos professores, que não está organizada de forma a proporcionar diferentes níveis e tipos de qualificação, relacionados com diferentes tipos de apoio. A formação não é encarada como um processo contínuo e diversificado que abranja diversos patamares e que possa responder a diversas carências da atividade profissional (Bénard da Costa e outros, 2006). Assim, um professor formado em determinada área revela, muitas vezes, dificuldades em aceder a outras áreas de especialização que correspondam às exigências das ações em que está envolvido. Verifica-se também que uma falta generalizada de formação dos professores, sobre a educação de alunos com necessidades educativas especiais, condiciona negativamente o funcionamento das escolas e as atividades da sala de aula que utilizam, em grande medida, estratégias educativas que incidem numa aprendizagem passiva por parte dos alunos, não propiciando a criatividade, a experimentação, a aprendizagem cooperativa e a participação em práticas escolares que constituam modelos inclusivos de qualidade. Acontece também que a taxa de cobertura da formação dos professores de apoio é muito baixa, o que leva a que a maioria dos docentes de apoio educativo não possuam formação consistente que os prepare para essas funções.

Uma formação especializada dos professores poderia garantir-lhes a aquisição de competências para serem capazes de intervir junto dos alunos, não exclusivamente na situação de escola e de sala de aula, mas também nos diferentes contextos em que a sua vida se desenvolve: família, comunidade, escola, atividades de lazer e futura inserção na vida ativa.

> "O fator isolado que mais parece influenciar a qualidade na educação é a presença de um professor qualificado e motivado." (CEC, 2004).

Para Bénard da Costa e outros, muitos dos recursos disponibilizados nas escolas portuguesas, para os apoios educativos, não se traduzem nos resultados desejados porque os alunos são encaminhados para apoio individualizado, quando tal não seria necessário, e são realizados apoios a alunos com deficiências graves por professores sem formação para tal. Todas as adaptações e mudanças nas atitudes devem ser feitas de forma integral, levando em conta a individualidade dos educandos, pensando sempre num objetivo geral, porém sem esquecer que nós não somos todos iguais e que, por isso mesmo, temos tempos diferentes de aprendizagem e diferentes necessidades educativas (Aguiar, 2007).

Um outro ponto importante na educação inclusiva diz respeito à sinalética. A Associação de Cegos e Amblíopes de Portugal (ACAPO) que representa e defende os direitos e os interesses das pessoas cegas e amblíopes portuguesas, sendo uma associação "de e para pessoas cegas e com baixa visão", desenvolve uma permanente intervenção de serviços de apoio especializados, suportados por equipas de trabalho multidisciplinares qualificadas, tendo como principais objetivos o desenvolvimento da autonomia, a participação social, a inclusão das pessoas cegas e com baixa visão. Esta associação, através do documento "Design de Sinalética" de 2011, propõe a adoção de uma política de sinalética para todos. O objetivo principal da sinalética é transmitir informação sobre um determinado espaço, aos que o utilizam, em particular a escola. Por isso, acredita-se que uma sinalética fácil de detetar, ler e entender será sempre encarada, como uma mais-valia de um espaço público e contribuirá para uma imagem positiva do serviço nele prestado. Os espaços públicos, bem como as escolas, devem possuir sinais com informação visual e tátil e ser equipados com sistemas de informação sonora. As recomendações referentes à informação tátil são relativamente rígidas, porque as dimensões do Braille são fixas e há tamanhos mínimos e máximos para letras em alto-relevo. Mas em relação às letras convencionais, recomenda-se que as mesmas assegurem a legibilidade e ao mesmo tempo deixem margem para a criatividade. Também não deve ser ignorada a melhor localização para os diversos elementos da sinalética, evitando potenciais obstáculos que possam concorrer para ocultar a informação. Sinais de identificação de portas, não devem nunca ser colocados na porta, mas sim na parede junto à porta, pois a mesma poderá encontrar-se aberta e a informação pouco acessível. Além disso, deve garantir-se que os sinais não constituam um obstáculo. Por exemplo, os sinais suspensos devem encontrar-se a uma altura superior a 2 m. O tipo de iluminação também é importante, pois sem boa luz não há leitura de sinais por parte de quem ainda utiliza visão residual. Quando se fala em boa luz, não significa muita iluminação, pois a iluminação excessiva pode provocar o encandeamento. Portanto, a luz artificial deve ser indireta e a sinalética também não deve ser colocada por cima ou ao lado de janelas para evitar o ofuscamento.

A escolha das cores é fundamental mas discutível. As cores primárias e secundárias funcionam melhor, uma vez que variações de tom podem não oferecer um contraste cromático suficientemente forte para que pessoas com deficiência visual o consigam detetar e também porque diferenças na iluminação podem transformar alguns tons, afetando a perceção da cor por parte de todos os utentes. No exterior deve evitar-se as cores que debotam com o sol.

Para podermos usar bem as cores temos que aprender a reconhecê-las e saber identificar o que são cores primárias, secundárias, terciárias e neutras. Há três cores primárias: o azul ciano, o magenta e o amarelo primário, e há também três cores secundárias: o vermelho-alaranjado, o verde e o violeta.

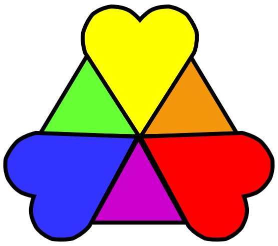


Fig.43 – Cores primárias e secundárias.

As cores terciárias são todas aquelas que resultam da mistura das três cores primárias e as cores intermédias resultam da mistura de uma cor primária e secundária "vizinhas" no círculo cromático (Martins, 2001).

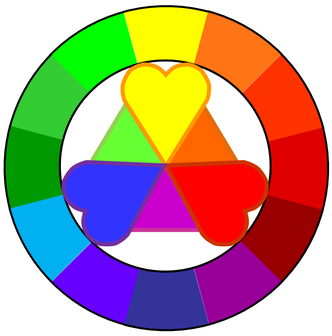


Fig.44 – Círculo cromático.

O branco e o preto não são cores mas nós vemo-las como tal, por isso lhes chamamos cores neutras. O preto é ausência de luz e aparentemente não é feito de nenhuma cor. O branco é luz e a soma de todas as cores. Misturando o branco e o preto em quantidades diferentes obtém-se tons de cinzento.

> "Luz e cor são inseparáveis. Se não existir luz, não pode haver cor." (Martins, 2001).

Quando trabalhamos com pessoas de baixa visão, temos que ter em conta que muitas entendem os símbolos e ícones mais comuns, desde que exista um contraste cromático adequado. Por isso, para uma boa integração social destas pessoas, é importante preocuparmo-nos com o reconhecimento das combinações de cores que mais vulgarmente transmitem melhor visibilidade, podendo ícones e símbolos ser produzidos simultaneamente em relevo, devendo existir contrastes cromáticos entre o fundo do sinal e a parede, e entre o fundo e as letras, sendo conveniente evitar os contrastes já definidos e usados nos sinais de emergência, de incêndio e de segurança, para não induzir as pessoas em erro.

Não há nenhuma combinação de cores que garanta a legibilidade para todas as pessoas com deficiência visual, mas existem algumas combinações que sabemos satisfaz um grande número de leitores. Algumas das melhores combinações poderão ser, por exemplo, as seguintes (ACAPO, 2011):

Tabela 1 – Combinação de cores recomendadas em sinalética

Local	Fundo do sinal	Letras
Pedra escura ou tijolo	Branco	Preto, azul ou verde
Pedra clara	Preto ou escuro	Branco ou amarelo
Parede branca	Preto ou escuro	Branco ou amarelo
Folhagem	Branco	Preto, azul ou verde

Quando os sinais incluem informação tátil, em Braille, a zona onde se encontra deve estar livre de parafusos, rebordos e ranhuras que possam interferir com a leitura tátil e convém inclinar a parte do sinal que contém a informação tátil, ficando entre 45º a 60º da horizontal, para reduzir o tempo gasto na procura do texto em Braille.

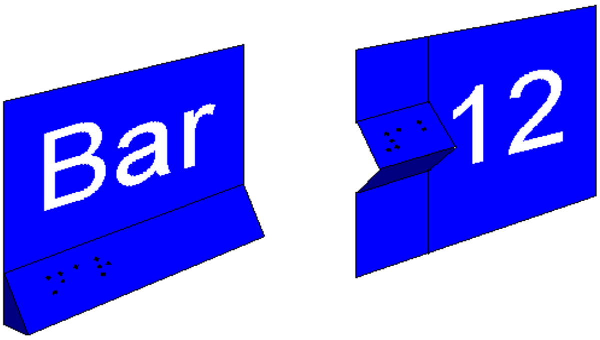


Fig.45 – Informação tátil com inclinação para facilitação da leitura.
Retirado de (ACAPO, 2011)

Quando esta solução não for adotada, deve introduzir-se no rebordo esquerdo do sinal um recorte ou uma saliência (com 1,5 mm de espessura) para indicar a localização do braille.

Para além da informação cromática e tátil, a informação sonora também constitui um importante meio de inclusão social. Hoje em dia, já existe uma gama de produtos comercializados que utilizam diferentes opções para transmitir as informações, tais como: ondas de rádio, ondas infravermelhas, telemóveis, áudio guias, etc. Alguns dos sistemas são ativados pela simples presença das pessoas ou pela presença de uma pessoa com determinado equipamento. Outros transmitem informações apenas quando são pedidas pelo utente.

A existência destes equipamentos em locais públicos pode fornecer uma grande ajuda ao deficiente visual, mas quando falamos de educação inclusiva e da integração destes alunos nas escolas, o convívio com a comunidade escolar é muito mais importante. É preferível o aluno perguntar, a um colega ou funcionário, onde fica determinada sala de aula e dirigirem-se ambos para o local, do que o aluno andar de porta em porta, a ler a informação, sem falar com os colegas ou com um funcionário. Contudo, a informação cromática, tátil ou sonora não é dispensável, pois a aluno nem sempre está acompanhado e precisa de desenvolver técnicas de orientação e mobilidade.

3.12. Educação inclusiva na disciplina de Matemática

Segundo Rossana Gessinger (Gessinger, 2001), qualquer aluno que se desvie um pouco do tipo de aluno idealizado pela escola e que coloque em jogo a falsa homogeneidade da sala de aula é, geralmente, tido como um problema. Com a inclusão escolar, essa dificuldade tornou-se mais evidente e, embora muitas vezes se tenha a impressão de que na realidade a dificuldade ocorre, a sua superação irá trazer benefícios para todos os envolvidos no processo educacional.

Sabemos que existem diversos acordos direcionados para a educação inclusiva. No entanto, essas deliberações, apesar de legítimas, também são motivo de preocupação por parte dos professores de Matemática. As licenciaturas em ensino, geralmente, não possuem disciplinas que habilitem os futuros professores a trabalharem com um aluno portador de necessidades especiais. Assim, não há uma preparação razoável para o ensino da Matemática a essas crianças, tornando-se um grande desafio enfrentar a complexa tarefa que a docência representa nos dias de hoje, numa sociedade em constante transformação.

Para Alan Bishop (Bishop, 1997), é bem claro que a educação deve ser reconhecida como sendo um processo social e, portanto, uma educação matemática também deve ter, na sua essência, a conjetura de ser um processo social. Para ele é bastante trivial afirmar isto, mas reconhece que o social, o humano e a natureza interpessoal essenciais na educação são muitas vezes ignorados.

Como sabemos, a Matemática, pela sua natureza, é usualmente encarada como sendo uma disciplina difícil para muitos alunos. Quando pensamos em alunos cegos ou com baixa visão, a situação pode complicar-se ainda mais pois segundo Lemos e outros (Lemos e outros, 2006), o que se revela "*bonito*" para os olhos, nem sempre é funcional para a perceção tátil.". É, portanto, imperioso que se criem condições harmonizadas à simplificação da aprendizagem deste pequeno universo de alunos, de modo a não colidirem com as condições de aprendizagem dos restantes colegas. Seja qual for a abordagem do ensino da Matemática a alunos com deficiências visuais, deve considerar-se que eles apresentam, para a aprendizagem dessa disciplina, as mesmas condições que os alunos normovisuais, ressalvando as adaptações necessárias quanto às representações gráficas e aos recursos didáticos (Aguiar, 2007). No entanto, nós sabemos que uma criança cega, para completar as suas tarefas, necessita de mais tempo que os demais alunos, o que faz com que muitas coisas tenham de ser elaboradas ou completadas em sala separada, arrastando a criança para a exclusão do convívio com os companheiros. Por outro lado, outra razão que motiva a realização e complementação de trabalhos em sala separada é a necessidade de concentração perfeita, que é dificultada em sala de aula e também porque a criança precisa transcrever para o papel tudo o que fez, duplicando assim o seu trabalho (Silva, 2007).

Gessinger afirma que, embora já se possam constatar alguns avanços na inclusão de alunos com deficiência em turmas comuns de ensino regular, muito temos ainda a percorrer nessa caminhada. Ela acredita que é um direito que não deve ser adiado, devendo servir de estímulo para um redimensionamento da escola que temos hoje, e que trará benefícios a todos os envolvidos no processo educacional (Gessinger, 2001). Esta autora afirma também que parece importante que ocorreram cursos e seminários de formação contínua e que a mesma aconteça dentro da própria escola em espaços que deem oportunidade de questionamento da prática e permitam a troca de experiências, tendo por base o conhecimento científico e produzindo novos conhecimentos apontando como sugestão alguns aspetos como os seguintes:

- "que a visão absolutista predominante em alguns cursos de formação inicial, dê lugar à visão da Matemática como um produto cultural, para que a transmissão possa dar lugar à construção do conhecimento;
- que o modelo da racionalidade técnica predominante em alguns cursos de formação inicial dê lugar a uma formação crítico-reflexiva, de tal forma que os constantes desafios da prática docente sirvam de estímulo para o crescimento profissional;

- que o enfoque da educação inclusiva seja introduzido nos cursos de formação de professores, colocando-se a diversidade como eixo principal, proporcionando ao professor uma nova compreensão sobre as diferenças;
- que as escolas oportunizem um espaço permanente de formação de professores, no qual possam ocorrer grupos de estudos, trocas de experiências, reflexão sobre a prática, entre outros, partindo dos interesses e necessidades do professor." (Gessinger, 2001).

Todos concordamos, que o professor de Matemática deve possuir uma boa formação no âmbito do Ensino Especial, mas Aguiar afirma que existe falta de conhecimento sobre necessidades educativas especiais, o que provoca insegurança ao receberem alunos em situação de deficiência nas suas aulas (Aguiar, 2007). No entanto, Ferreira (Ferreira, 1998) discorda da necessidade de um educador de ensino regular ter formação especializada, mas destaca a importância de ele ter que ser especial na forma de abordar os desafios que lhe são impostos, sendo necessário que se torne um investigador do seu saber e do seu fazer e que saiba questionar a sua própria prática. Além disso, o professor de Matemática precisa ter uma personalidade ajustada ao tipo de trabalho que irá desenvolver, necessitando ter, antes de tudo, equilíbrio emocional, para poder enfrentar os problemas que se lhe apresentam, com tranquilidade, compreensão e tolerância (Aguiar, 2007).

Além disso, no que toca à integração de alunos com deficiências da visão, o professor tem de reconhecer que pessoas com baixa visão não devem ser consideradas como tendo os mesmos problemas que os cegos mas em menor grau (Amiralian, 2004). Logo, é importante que existam estudos que tragam "[…] luzes sobres características percetivas peculiares às pessoas com baixa visão, sobre os riscos que essas pessoas correm em seu processo de desenvolvimento e na organização de seu eu e sobre a que formas e tipos de dificuldades essas pessoas estão expostas em suas relações interpessoais." (Amiralian, 2004) pois, ainda temos um extenso caminho de investigação a percorrer para que melhor se possa compreender e atender as pessoas com baixa visão.

Capítulo 4.

Atividades recreativas

Toda a história da Matemática está enriquecida com jogos matemáticos que conduziram ao estudo de diversas áreas da Matemática. Jogos de números, quebra-cabeças geométricos, problemas de rede e problemas combinatórios estão entre os mais divulgados tipos de jogos que sempre têm atraído o ser humano (O´Connor, 1996).

Ao falarmos aqui em atividades recreativas estamo-nos a referir ao lado lúdico da Matemática, que segundo os Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática - Comunicação Científica da Universidade Federal de Pernambuco - seria impossível abranger todos as recreações matemáticas que a humanidade já produziu (Menezes, 2004). No entanto, mesmo que fosse possível inventariar todas as publicações, a lista nunca se esgotaria pois "a cada dia novas recreações podem surgir, isso sem considerar também as mais diversas formas de apresentação" (Menezes, 2004). Essas formas podem ir desde jogos organizados de acordo com diversos critérios, até textos que relatam lendas e mistérios de que se envolvem muitas das recreações matemáticas. Dentro de tudo aquilo a que podemos chamar recreações matemáticas existem as mais diversas coisas com características muito distintas umas das outras. Mas algo de comum existe em todas elas, o fascínio que causam na maioria das pessoas.

> "Um poeta contemporâneo disse que para cada homem existe uma imagem que faz o mundo inteiro desaparecer; para quantas pessoas essa imagem não surge de uma velha caixa de brinquedos?" (Benjamin, 1994).

4.1. O lúdico – como é valorizado

Do latim ludu, que significa jogo, a definição de lúdico indica tudo o que é referente a jogos, brinquedos, divertimentos, passatempos. Na palavra cabe tudo o que é divertido, recreativo, relaxante, que distrai,… o lúdico está em todas as atividades que dão prazer. Brincar, usar brinquedos, jogar podem ser consideradas atividades lúdicas para a criança.

O brincar é uma característica intrínseca aos seres humanos. Reflete a sua linguagem, a qual pode ser compreendida por todas as crianças, e exige concentração durante um certo período de tempo, o qual varia consoante cada etapa de desenvolvimento em que a criança se encontra (Almeida e Shigunov, 2000). No processo de desenvolvimento e de socialização da criança, a brincadeira representa um fator de grande importância, oferecendo-lhe novas descobertas a cada momento e espelhando o contexto no qual está inserida.

Para Benjamin (Benjamin, 1994) a grande lei que rege o “mundo da brincadeira”, para além de todas as regras e ritmos individuais, é a lei da repetição, pois ela constitui para a criança a essência da brincadeira e nada lhe dá tanto prazer como “brincar outra vez”. É da brincadeira que nasce o hábito de comer, dormir, vestir-se, lavar-se. E mesmo na sua forma mais rígida, o hábito conserva “alguns resíduos de brincadeira”.

Nas crianças a ludicidade existe independentemente do “objeto brinquedo” mas na atual era tecnológica, a diversidade de brinquedos veio afetar significativamente a vida das crianças, influenciando diretamente a atividade lúdica infantil (Almeida e Shigunov, 2000). O percurso da vida da criança, desde a mais tenra idade até à maturação sexual, apresenta-se com rápidas evoluções e interesses diversificados pelos brinquedos, sendo estes um reflexo dos padrões culturais em diferentes momentos socioeconómicos.

Adriana Friedmann, em (Friedmann, 1996) e citada por (Almeida e Shigunov, 2000), analisou a atividade lúdica ou jogo infantil sob diferentes prismas, nomeadamente:

- **Sociológico** – a influência do contexto social em que as crianças brincam;

- **Educacional** – o contributo do jogo para a educação, o desenvolvimento e/ou a aprendizagem da criança;

- **Psicológico** – o jogo como processo para compreender melhor o funcionamento da mente, das emoções e da personalidade;

- **Antropológico** – refere-se à forma como o jogo reflete, em cada sociedade, os costumes e a história das diversas culturas;

- **Folclórico -** investigando o jogo como exteriorização da cultura infantil através das gerações, assim como os costumes e as tradições nele refletidos através dos tempos.

Existem outras classificações mais simples, mas também arbitrárias, como as de faixa etária ou a dos materiais com que se fabricam os brinquedos. No quadro que se segue podemos observar uma classificação dos brinquedos segundo o Conselho Internacional de Brinquedos.

Tabela 2 – Classificações dos brinquedos segundo o Conselho Internacional de Brinquedos (1971)[6].

Valor funcional	• Conformidade do objeto • Normas de segurança • Adaptação do usuário
Valor experimental	Possibilidade na aprendizagem e no manuseio dos brinquedos: rodar, encaixar, construir.
Valor da estruturação	Desenvolvimento da personalidade; abrangência do conteúdo simbólico do jogo e do brinquedo: projeção, transferência e imitação.
Valor de relação	Relação com outras crianças ou com adultos (jogos de papéis e de empatia).

Estas são apenas classificações gerais, que nada referem acerca de adaptações para crianças com necessidades educativas especiais. Não obstante o Conselho Internacional de Brinquedos refira, na classificação de valor funcional dos brinquedos, a *adaptação do usuário, e*u teria preferido que esta classificação, além de ter "adaptação do usuário", abrangesse também "adaptação ao usuário". Não tenhamos dúvidas que a produção de brinquedos é feita a pensar na maioria das crianças que estão dentro dos padrões ditos "normais". Nas lojas de brinquedos e, mais recentemente, nas grandes superfícies e nos centros comerciais não encontramos brinquedos construídos a pensar em crianças com necessidades educativas especiais, nomeadamente em crianças cegas ou com baixa visão. Se os queremos encontrar, teremos que nos dirigir a casas da especialidade, onde encontramos alguns brinquedos adaptados, como cartas de jogar e outros jogos bastante comuns, dos quais são exemplo o xadrez, o dominó, o Nine Men´s Morris e o Ludo. Mas estes jogos, para além de serem bastante caros, estão apenas adaptados a cegos, sem a preocupação de ajustamento a crianças com baixa visão. Por exemplo, existe uma versão do Nine Men´s Morris adaptada para cegos que as crianças com baixa visão têm imensa dificuldade em ver, por falta de contraste entre as linhas e o tabuleiro.

[6] **Citado por** (**Almeida e Shigunov, 2000)**

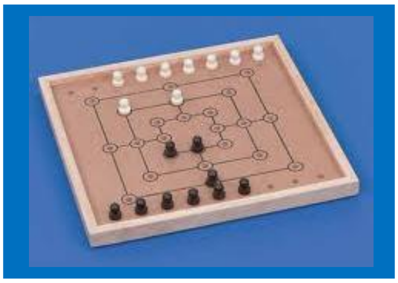


Fig.46 – Jogo Nine Men´s Morris

Algumas reflexões importantes sobre o aspeto cultural do lúdico foram realizadas por Walter Benjamin, em (Benjamin, 1984). Para ele, brinquedo e brincar estão associados e explicam como o adulto se coloca em relação ao mundo da criança . Os estudos de Benjamin comprovaram como, desde os primórdios, o brinquedo sempre foi um objeto criado pelo adulto para a criança. Segundo ele, acreditava-se que quanto mais atraentes fossem os brinquedos, mais próximos estariam da sua qualidade enquanto instrumentos de brincar. Erradamente, pensava-se que era o conteúdo imaginário do brinquedo que determinava as brincadeiras infantis quando, na realidade, é a criança que o faz. É através do brincar que a criança descobre e constrói o seu mundo, percebe como ele é e dele recebe elementos importantes para a sua vida, desde os mais insignificantes costumes até aos fatores determinantes da sua cultura. É também através do brincar que a criança exprime aquilo que tem dificuldade em colocar em palavras e é brincando que a criança aprende que, quando se perde no jogo, o mundo não acaba. Para Almeida e Shigunov, no estudo do jogo e da brincadeira podem observar-se diferentes questões, tais como: o comportamento das crianças, no que diz respeito às atividades físicas e mentais envolvidas; as características de sociabilidade que propiciam trocas, competições e embates; as atitudes, as reações e as emoções que envolvem as crianças; os objetos utilizados. Ao observar as crianças em relação aos brinquedos que escolhem e com os quais brincam, podemos obter informações sobre várias das suas características. Apercebemo-nos então do valor que todos os brinquedos podem ter no desenvolvimento da criança. Neste trabalho, vamo-nos debruçar essencialmente sobre os jogos cujas características mais se identificam com o carácter lúdico da Matemática. Além disso, daremos particular importância ao seu complemento com adaptações para alunos cegos e/ou com baixa visão.

Em Portugal, a Associação Ludus está direcionada para o desenvolvimento dos aspetos culturais e recreativos da Matemática e tem vindo a desenvolver inúmeras atividades a esse nível. Esta Associação é responsável pela realização de importantes eventos, tais como colóquios, exposições, concursos de jogos, seminários, workshops e tem também um papel importante na formação de docentes. Um dos seus eventos de maior sucesso é o

Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos (CNJM), que teve o seu início em 2005 e no qual têm participado milhares de alunos de escolas de quase todo o país. Trata-se de um campeonato de jogos de tabuleiro dirigido aos alunos dos três ciclos do Ensino Básico e do Ensino Secundário, em que cada jogo é disputado a pares e onde os apuramentos são feitos por eliminatórias. Em 2009, este campeonato abriu também as suas portas a alunos cegos ou com baixa visão, tendo havido uma adaptação de tabuleiros e peças para este núcleo de alunos, o que considero ser da máxima importância quando, cada vez mais, pretendemos dar ênfase à educação inclusiva. A webpágina da Associação Ludus reserva um local próprio onde dá conta do desenvolvimento deste projeto, para alunos com baixa visão e cegueira. Contudo, a informação disponibilizada não vai muito para além da divulgação de fotos dos jogos adaptados, do seu processo de construção e também algumas fotos dos alunos, aquando da sua participação nos campeonatos. Seria interessante encontrar aí uma maior divulgação acerca da participação destes alunos nos jogos, nomeadamente no que diz respeito à forma como são disputados os jogos. Em particular, seria importante saber se as competições são apenas entre alunos com problemas da visão ou se estes também competem com os normovisuais. Todos nós, professores de Matemática e não só, beneficiaríamos se houvesse uma maior divulgação acerca do desempenho desse grupo especial de alunos. Mesmo assim, só o facto de sabermos que algo está a ser feito para a integração destes alunos em concursos nacionais, já é bastante animador.

Uma outra associação, a ACAPO, desenvolve uma permanente intervenção com serviços de apoio especializados, tendo como principais objetivos o desenvolvimento da autonomia, da participação social, da inclusão das pessoas cegas ou com baixa visão de todas as idades. Uma das áreas que a ACAPO abrange são precisamente as atividades culturais, lúdicas e desportivas adaptadas. Logo, sendo uma associação de e para pessoas cegas e com baixa visão, podemos concluir que dentro das suas inúmeras necessidades também há um lugar para o lúdico. Nesse âmbito, a ACAPO tem uma parceria com a LuduScience, uma empresa que se dedica à construção, criação e divulgação de material didático e jogos educativos aliando a preservação do nosso património histórico-cultural, com a qual colabora na adaptação de jogos de tabuleiro, os quais, pelas suas caraterísticas únicas, são particularmente indicados para o processo de aprendizagem dos alunos do 3.º Ciclo e do Ensino Secundário. Para além de poderem ser úteis enquanto ferramentas de aprendizagem, estes jogos podem proporcionar, simultaneamente, momentos de convívio e competição saudável, sendo adequados a praticantes de todas as idades. Todo o processo de adaptação dos materiais para cegos e amblíopes contou com a supervisão técnica e científica dos técnicos da ACAPO, o que permitiu produzir jogos que são indicados para pessoas cegas ou com baixa visão e têm as suas regras escritas também em Braille, pelo que potenciam a integração e interacção com os normovisuais, contribuindo assim para a coesão social, ao mesmo tempo que propiciam momentos lúdicos e de raciocínio lógico. A LuduScience tem também um papel importante na divulgação de jogos de tabuleiro, sendo dinamizadora de alguns eventos como o programa mensal “Jogos no Museu”, que se realiza no segundo domingo de cada mês no Museu Municipal de Penafiel. Em 2011, a LuduScience marcou presença, pela primeira vez, com os seus produtos e como patrocinadora do 7.º Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, organizado pela Associação Ludus, Associação dos Professores de Matemática, Sociedade Portuguesa de Matemática e com o apoio do Ciência Viva. Dos 6 jogos adaptados a pessoas com deficiências da visão pela LuduScience, só 3 fazem parte do CNJM: o Semáforo, o Avanço e o Rastros. Como já se disse, estes jogos foram concebidos de acordo com uma série de requisitos que podem passar despercebidos a quem não convive diretamente com pessoas cegas ou amblíopes, nomeadamente ao nível dos contrastes, texturas e relevos dos materiais.

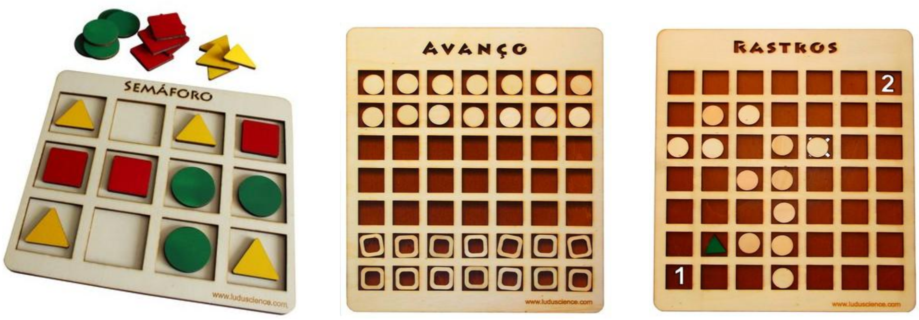


Fig.47 – Jogos produzidos pela LuduScience acreditados pela ACAPO e que integram o CNJM.

Nas imagens da figura 47, podemos observar a adaptação perfeita dos jogos, com peças não exageradamente grandes, em que o aluno cego pode ter uma perceção completa do jogo e perceber qual é o nome do jogo, apesar do mesmo não estar em Braille. As letras estão escavadas na madeira, sendo perfeitamente legíveis pelo tato. Ressalve-se que todas as crianças que são cegas, mas têm vista residual, aprendem a reconhecer o alfabeto usado pelos normovisuais, utilizando habitualmente letras em relevo e com cores contrastantes. Repare-se ainda na sua adaptação para pessoas de baixa visão, nomeadamente no Rastros e no Avanço foi usado um fundo escuro, peças claras e divisórias claras e no Semáforo um fundo branco e peças coloridas com cores fortes – amarelo, verde e vermelho – bastante sugestivas das cores reais dos semáforos.
Na imagem da figura 48 pode-se observar a diferença que existe entre um jogo adaptado e um que não preenche todos os requisitos para uma boa adaptação. Reparemos que o jogo Gatos e Cães, também comercializado pela LuduScience, embora possa parecer bem adaptado para cegos, certamente não o é para quem tem baixa visão.

Fig.48 – Jogo Gatos e Cães

É nítido que este jogo não pode estar bem adaptado para pessoas com problemas de visão, uma vez que o fundo do tabuleiro e as divisórias são da mesma cor perdendo-se desse modo o contraste. As peças, embora diferenciando os gatos dos cães, também são da mesma cor do tabuleiro e não são fáceis de identificar pelo tato. Quando digo identificar, não me refiro a distinguir os gatos dos cães, mas sim reconhecer que determinada peça é um gato e outra é um cão. Experimentemos pedir a alguém, que não conhece as peças, para fechar os olhos e dêmos-lhe, por exemplo, "um cão". Será que a peça é identificável? Alguém conseguirá dizer, de imediato, que se trata de um cão?

Todos os exemplos que demos até agora são reveladores de como é valorizado o lúdico e de como é reconhecida a importância do jogo como um instrumento de integração social, que proporciona momentos de prazer associados ao desenvolvimento do raciocínio lógico e à aquisição de capacidades cognitivas. Qualquer que seja o jogo, ele tem sempre alguma ligação com a Matemática, e os procedimentos para a descoberta das melhores estratégias do jogo são o que há de mais importante do ponto de vista educativo. Ao falarmos de jogos de estratégia, o lúdico e o desenvolvimento do raciocínio são indissociáveis, embora abranjam muitos outros objetivos.

4.2. O jogo

Jogo! Uma palavra tão pequena e simples que qualquer criança, desde mais tenra idade, parece compreender de imediato o que significa. No entanto, se pensarmos quão abrangente poderá ser o seu significado verificamos que, por mais evidente que possa ser a sua utilização, a riqueza de conteúdo torna-a uma das palavras mais difíceis de definir.

Se procurarmos sinónimos de jogo, poderemos encontrar palavras como brinquedo divertimento, aposta, trocadilho, desafio e, até mesmo, bilhete de lotaria.

Segundo Huizinga (Huizinga, 1938), o jogo é, na realidade, mais antigo que a cultura, pois esta, mesmo nas suas definições menos rigorosas, pressupõe sempre a existência da sociedade humana. Contudo, os animais não esperaram que os homens os iniciassem na atividade lúdica para desenvolverem os seus próprios jogos. Podemos, portanto, afirmar com garantia que a civilização humana não acrescentou nenhuma característica básica à ideia geral de jogo. Os animais brincam tal como os homens. Basta que observemos os cachorrinhos a brincar para constatar que se encontram presentes nas brincadeiras, todos os elementos essenciais do jogo humano. Convidam-se uns aos outros para brincar mediante um certo ritual de atitudes e gestos. Respeitam as regras que os proíbe morder com violência. Fantasiam que ficam zangados. Mas o mais importante em tudo isto é que eles experimentam imenso prazer e divertimento. Essas brincadeiras dos cachorrinhos constituem apenas uma das formas mais simples de jogo entre os animais (Huizinga, 1938). Todavia, a grande maioria das pessoas preocupa-se apenas superficialmente em saber o que o jogo é em si mesmo e o que ele significa para os jogadores. De uma maneira geral, deixam praticamente de lado a característica fundamental do jogo.

A diversidade dos jogos e sua universalidade não garante um quadro de classificações, por mais refinada que seja uma proposta de os classificar, em categorias bem definidas e que não sejam demasiadamente extensas. Em todas essas classificações, ainda se torna redutora uma abrangência universal do jogo.

> "De certo modo, a civilização sempre será um jogo governado por certas regras, e a verdadeira civilização sempre exigirá o espírito desportivo, a capacidade de *fair play.* O *fair play é* simplesmente a boa-fé expressa em termos lúdicos." (Huizinga, 1938).

O que existirá então de comum a cada situação ou atividade, para que possamos classificá-la de jogo?

Provavelmente o primeiro filosofo académico a tentar criar uma definição para jogo foi Ludwig Wittgenstein. Na sua obra "Investigações Filosóficas", cria o termo "jogos de linguagem" e demonstra que as definições de jogo a partir de características como entretenimento, regras e competição são incompletas e inadequadas (Wittgenstein, 1989). Argumenta ainda que os jogos não podem ser agrupados por uma única definição, mas apresentam um conjunto de características que são compartilháveis dentre as definições possíveis. Para Wittgenstein, o conceito de "jogo" é um conceito com contornos imprecisos e questiona-se sobre o facto de um conceito impreciso poder ser classificado de conceito.

> “A tarefa de estabelecer o conceito de jogo de modo claro e distinto, nos moldes aristotélicos e/ou cartesianos, definitivamente, não é simples. Ela já conduziu filósofos destacados a becos sem saída ou a criação de classificações particulares para enquadrá-la” (Machado, 2005).

No entanto, Machado reconhece existirem algumas características muito frequentes na maior parte dos usos da palavra jogo, assim:

- Em primeiro lugar, um jogo tem sempre um objetivo, uma meta. A vitória ou o alcance do objetivo realiza-se por meio de uma ação efetiva. No entanto, ainda que tal meta se realize concretamente, ela é essencialmente simbólica e é o simbolismo representado pelo desenvolvimento da partida que dá ao jogo o seu real significado, que constrói a sua própria realidade: o rei do xadrez precisa ser encurralado;
- Em segundo lugar, um jogo prescreve uma ação centrada no momento presente ou no futuro imediato. Mesmo que as jogadas sejam antecipadas, tal antecipação é de curta amplitude;
- Em terceiro lugar, o jogo é um espaço de criatividade e de liberdade. Mas o alcance da criação do exercício da liberdade somente pode ser conseguido após muito investimento em treinos, repetições, imitação de modelos, assimilação crítica de influências de diversas fontes;
- Em quarto lugar, os jogos regulam-se por regras, a que todos os jogadores têm que se submeter e que devem ser aceites incondicionalmente não podendo ser alteradas ao longo do jogo, no decorrer de cada partida. No entanto, admite-se que as regras possam ser modificadas ao longo da história.

O filósofo Huizinga, cuja obra mais conhecida é o seu livro *Homo Ludens* de 1938, argumenta nessa obra que o jogo é uma categoria absolutamente primária da vida, tão essencial quando o raciocínio (Homo sapiens) e o fabrico de objetos (Homo faber). Logo, a denominação Homo Ludens, significa que o elemento lúdico está na base do aparecimento e desenvolvimento da civilização.

Huizinga define jogo como:

> " […] uma atividade voluntária exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e espaço, segundo regras livremente consentidas […]” (Huizinga, 1938).

Para ele, “o jogo é uma função da vida, mas não é passível de definição exata em termos lógicos, biológicos ou estéticos. O conceito de jogo deve permanecer distinto de todas as outras formas de pensamento, através das quais exprimimos a estrutura da vida espiritual e social. Teremos, portanto, de limitar-nos a descrever as suas principais características.” (Huizinga, 1938).

Para uma definição de jogo todas as palavras são importantes e significativas e ao mesmo tempo amplas e abrangentes.

Algumas das características apontadas por Huizinga como sendo próprias do jogo são:

- O jogo é uma atividade voluntária. É livre, é ele próprio liberdade;
- É desinteressado, pois realiza-se tendo em vista uma satisfação, que consiste nessa própria realização;
- É necessário e culturalmente útil;
- Distingue-se pela duração e espaço que ocupa. Joga-se até que se chegue a um certo fim e processa-se dentro de um espaço previamente delimitado, de maneira material ou imaginária, deliberada ou espontânea;
- Dentro do jogo reina uma ordem específica e absoluta;
- Todo o jogo tem as suas regras. As regras de todos os jogos são absolutas e não permitem discussão.

O jogo é "tenso" e é este elemento de tensão e solução que prevalece em todos os jogos: solitários, de destreza e aplicação, como as charadas os quebra-cabeças, os jogos de armar, as paciências… e quanto mais presente estiver o elemento competitivo mais apaixonante se torna o jogo.

Segundo Roger Caillois,

> “Não há dúvidas que o jogo pode ser definido como uma atividade livre e voluntária, uma fonte de alegria e divertimento.” (Caillois, 1990).

Outros autores definem jogo de diversas formas, que se tocam ou difundem, mas nenhuma é tão abrangente que possa suportar toda a nossa perceção de jogo. Por exemplo, para Greg Costikyan e outros,

> "Um jogo é uma forma de arte na qual os participantes, denominados jogadores, tomam decisões, a fim de gerir os recursos através de elementos de jogo na busca de um objetivo." (Costikyan e outros, 2011)

Elliot Avedon e Brian Sutton-Smith afirmam que:

> "Ao nível mais elementar, podemos definir jogo como um exercício de sistemas de controle voluntário em que há uma oposição entre forças, confinados por um procedimento e as regras a fim de produzir um resultado de desequilíbrio" (Avedon e Sutton-Smith, 1971).

A maioria dos jogos possui características comuns com a Matemática e a Matemática fornece um conjunto de instrumentos que favorecem e enriquecem as suas estruturas mentais. Os jogos permitem o desenvolvimento de técnicas intelectuais, melhoram o pensamento lógico, o raciocínio, o pensamento crítico, a aritmética, as aptidões de contagem, resolução de problemas e o pensamento estratégico, criando assim, as competências em Matemática. (LuduScience, 2011).

> "Por Jogos Matemáticos designam-se puzzles, problemas e atividades que vão da simples charada à questão matemática ainda em aberto. A História da Matemática mostra que foram alguns jogos que conduziram à criação de alguns ramos da matemática." (Silva J. N.).

Para J. N. Silva, (Silva J. N.), a relevância pedagógica e cultural dos jogos matemáticos é reconhecida, mas os especialistas na matéria são escassos e as atividades que lhes são dedicadas "mostram só, e sempre, a mesma ponta do iceberg". Uma análise, ainda que superficial, dos respetivos conteúdos revela que o tema é, a maior parte das vezes, abordado de forma estereotipada e previsível.

> "O problema reside no facto de os jogos matemáticos constituírem hoje um campo demasiado vasto para uma abordagem breve." (Silva J. N.).

Se quisermos resumir, os jogos possuem um certo número de especificidades comuns, que nos faculta a possibilidade de as tomarmos como fazendo parte integrante dos elementos que constituem um jogo, e que são: o jogador; o adversário; a interatividade; as regras; a competição; o objetivo; as condições de vitória e derrota; a forma de entretenimento; etc..

Apercebemo-nos ainda que os estudiosos desta matéria pouca ênfase dão aos jogos para um único jogador, como por exemplo os solitários, as paciências, os puzzles, os quebra-cabeças, … . No entanto, não temos qualquer dúvida de que também os podemos classificar de jogos e que muitos constituem excelentes instrumentos para o desenvolvimento do raciocínio lógico, do raciocínio geométrico, da capacidade de visualização, do cálculo mental e da capacidade de memorização.

4.3. Algumas formas de classificar jogos

Caillois destaca a constante presença das ideias de limite e liberdade como fazendo parte do desenvolvimento das principais características de qualquer jogo humano: "todo o jogo é um sistema de regras que define o que é e o que não é do jogo, ou seja, o permitido e o proibido" (Caillois, 2001). Esse conjunto de regras não pode ser corrompido sob qualquer fundamento, pois traria a destruição da ação, isto é, a presença de certos limites é indubitável na prática de qualquer jogo.

Caillois classifica os jogos, segundo as suas características, em quatro grandes categorias que designou por Agôn, Alea, Mimicry e Ilinx.

Agôn é o grupo dos jogos fundamentalmente instituído por atividades competitivas na sua execução. Tenta criar situações ideais e igualitárias para todos os participantes, no intuito de que o vencedor surja como o melhor preparado, ou seja, a igualdade de oportunidades dos adversários tem que ser equilibrada para que se possa dar ao vencedor o rigoroso valor da vitória. Esta modalidade de jogo pode ser vinculada àquilo que denominamos de desporto. Os desequilíbrios impulsionados pelas regras podem partir para uma situação já conhecida, como no xadrez que a cada lance pode promover um desequilíbrio temporário que permita, inclusive, a vitória. Entretanto, para Caillois, por mais que se tente criar situações ideais de competição isto nunca será alcançado, já que o meio interfere de diferentes maneiras na construção do sujeito.

A segunda classificação, **Alea** ou sorte é a categoria de jogos que onde predomina a força do acaso, a aleatoriedade e o destino. Nestes jogos, os jogadores atuam passivamente, não podendo fazer uso de qualquer habilidade adquirida ou qualificação profissional. A nossa sociedade é banhada por uma diversidade de jogos Alea, como a roleta, o bingo e as lotarias. É neste tipo de jogo que o homem tem a oportunidade de lidar com a realidade do aleatório, da condicionalidade e da incerteza, do que não é previsível.

A terceira categoria designada por **Mimicry** engloba os jogos fictícios em que os participantes adotam para si o papel de personagens. São os jogos de ilusão, uma forma de se comparar a outra realidade que não a sua. Mímicas, disfarces e imitações são os aspetos fundamentais dessa classe de jogos.

Segundo Caillos, na criança este jogo caracteriza-se pela imitação do adulto, pelo prazer de ser o outro ou se fazer passar pelo outro. Neste jogo não existe submissão às regras.

Finalmente, a quarta categoria de jogos, os **Ilinx** são caracterizados pela busca de vertigem, com o intuito de destruir a estabilidade de perceção do corpo humano, ou seja, busca-se atingir uma espécie de espasmo, transe, afastamento súbito da realidade. Há nesses jogos uma síndrome de pânico e de prazer que consiste numa tentativa de destruir por um instante a estabilidade e a perceção da consciência lúcida aplicando sobre ela um pânico delicioso. Nesses jogos, encontram-se aqueles que originam alta velocidade.

Roger Caillois também classifica os jogos quanto ao grau de disciplina, residindo os seus pontos extremos no Paidia, jogo livre, espontâneo, anárquico e no Ludus, jogo com regras e convenções (Anjos, 2005).

4.4. Sistemas de jogos

Se houver alguém que nunca tenha visto um baralho de cartas, eu diria que não pertence ao nosso mundo. No entanto, poucos têm noção de quão inúmeros são os diferentes jogos passíveis de serem executados com um simples baralho. Muitos conhecerão a bisca, a copa, a sueca, entre outros, mas estarão longe de poder conhecer todos os que já se praticam e muito menos, todos os que poderão ainda vir a ser inventados. Eu diria que são numericamente intermináveis. Mas a "matéria-prima", o material de base, com a qual se pratica o jogo todos reconhecem: um baralho constituído por 4 naipes e cada naipe com 13 cartas. Estas poderão ser usadas na sua totalidade, ou apenas em parte, conforme o jogo, mas o que há de comum a todos os jogos é sempre material a retirar de um baralho com a mesma constituição inicial.

Tal como os jogos de cartas, muitos outros existem que permitem a utilização de um mesmo material para gerar jogos diversificados. Neto e Silva referem que é comum denominar este tipo de materiais por sistemas de jogos, e apontam como uma das suas características "a capacidade combinatorial de, a partir de um conjunto relativamente simples de peças básicas, ser possível criar inúmeras possibilidades de interação a partir da imaginação e criatividade dos inventores de jogos" (Neto e Silva, 2010). Também comparam a sua potencialidade com o "poder de outros sistemas de combinação de elementos como a música, a escrita e a matemática … ” (Neto e Silva, 2010). Mas estes autores reconhecem ser necessário escolher um bom conjunto inicial de elementos, para que estes sistemas possam ser tão versáteis e expressivos. Assim como um baralho de cartas pode ser um excelente e poderoso instrumento pedagógico matemático, também alunos e professores poderão criar ou recriar outros instrumentos que possam, da mesma forma, proporcionar momentos lúdicos de aprendizagem e, em simultâneo, conduzam a finalidades pré-estabelecidas que se pretendam atingir. Neto e Silva mostram como reaproveitar o material lúdico que habitualmente possuímos em casa, como um simples tabuleiro que vulgarmente serve para jogar Xadrez ou Damas, dando-lhe uma utilidade mais versátil e abrangente, podendo com o mesmo material recrear jogos diferentes.

4.5. O jogo como brinquedo

Diferenciar brincadeira e jogo não e uma tarefa fácil. Alguns investigadores, entre eles Huizinga e Kishimoto, têm vindo a debruçar-se sobre como fazer essa distinção. A tarefa torna-se ainda mais difícil quando adquirimos as designações de um outro idioma e os significados dos termos se confundem não havendo qualquer diferenciação na palavra usada para designar coisas diferentes, tornando vacilante a sua tradução. Temos o exemplo da palavra play no inglês que pode significar jogar, brincar, tocar, divertir …

Para Almeida e Shigunov (Almeida e Shigunov, 2000), o jogo é uma brincadeira que envolve certas regras estipuladas pelos próprios participantes, ou seja, para estes autores, o jogo está diretamente ligado ao lúdico. Mas não será qualquer jogo um brinquedo?

Em “*O jogo e a educação infantil*”, Kishimoto sugere, como solução para diferenciar as denominações de jogo, brinquedo e brincadeira, o sentido do brinquedo como o objeto suporte da brincadeira; brincadeira como a descrição de um procedimento estruturado, com regras; e o jogo infantil como abrangendo o objeto e as regras do jogo da criança (Kishimoto, 1994).

Se pensarmos num brinquedo, por si só, sem regras, o seu uso abarca uma quantidade razoável de subjetividade, fantasia e imaginação, como acontece quando a criança brinca com bonecas. Mas quando o brinquedo possibilita um brincar com regras e um procedimento estruturado, estamos a penetrar, por certo, no que a autora chama de jogo infantil.

Mais especificamente, para Kishimoto, a diferença entre jogo e brinquedo é que este pressupõe uma relação com a criança, uma indeterminação e uma abertura quanto ao uso, ou seja, a ausência de um sistema de regras que condicionam a sua utilização. O objeto está em relação direta com uma imagem que se reproduz de um ponto de vista da realidade que a criança pode manobrar livremente. Ao contrário, jogos como o xadrez implicam, explícita ou implicitamente, o desempenho de certas habilidades determinadas por uma estrutura pré-existente nas suas regras e no próprio objeto. Portanto, Kishimoto admite a existência de jogos que não são brinquedos, exemplificando com o jogo de xadrez, mas ao mesmo tempo não explica como é que a pré-existência de uma estrutura com regras intrínsecas ao próprio objeto determina que o mesmo não possa ser um brinquedo.

Se tentarmos analisar algumas definições para a palavra brinquedo, tal como o fizemos para a palavra jogo, não sei se conseguiremos uma resposta para a questão.

Um brinquedo é um objeto ou uma atividade lúdica, voltada única e especialmente para o lazer, e geralmente associada a crianças, também usada por vezes para descrever objetos com a mesma finalidade, voltada para adultos. Na pedagogia, um brinquedo é qualquer objeto que a criança possa usar no ato de brincar.

Para Florenzano e Barbosa, brinquedo é um “objeto com que as crianças brincam” (Florenzano e Barbosa, 1996). No Dicionário Universal da Língua Portuguesa encontramos a seguinte definição: “Brinquedo – qualquer objeto para divertir crianças” (Diccionário Universal da Língua Portuguesa, 2000)

Então, quando é que um jogo pode ser chamado de brinquedo?

Vygotsky, (Vygotsky, 1991), afirma que definir o brinquedo como algo que dá prazer à criança é incorreto, porque existem jogos nos quais a própria atividade não é agradável. Os jogos só darão prazer à criança quando ela considera o resultado interessante. Alguns jogos, como os desportos atléticos, são com muita frequência acompanhados de desprazer, quando o resultado é desfavorável para a criança.

Realmente o jogo é muitas vezes fatigante e por vezes esgotante. “Mas é essa fadiga, esse esgotamento que prova seu valor. Jogos muito fáceis não têm nenhum encanto, é por isso que a criança grande despreza o brinquedo de massa de areia” (Chateau, 1954). No entanto, este autor admite que não podendo o prazer ser visto como uma característica definidora do brinquedo, também não pode deixar de considerar que as teorias que ignoram o facto de o brinquedo preencher necessidades da criança, nada mais são do que uma intelectualização arrogante da atividade de brincar.

4.6. O jogo e a educação

A história dos jogos cobre praticamente o mundo inteiro e tem milhares de anos, fornecendo, em determinadas épocas e lugares, olhares fascinantes sobre a cultura (APM, 2004).

Em (Rocha, 2008), Rocha refere que jogo educativo era uma atividade que já se estudava desde o século XVI, sendo a sua importância discutida por teóricos da época. O seu uso tinha a finalidade de imitar os adultos e esta atividade seria uma forma de preparação para a vida futura. Na época, ainda não se discutia a utilização do jogo para o ensino da leitura e do cálculo. Mas o interesse pelo jogo diminuiu com a propagação do cristianismo, uma vez que a sociedade cristã impõe uma educação disciplinadora, sendo impostas doutrinas às escolas episcopais e a mosteiros, distanciada do desenvolvimento da inteligência. Durante essa época, a educação inclinou-se para a memorização e a obediência dos alunos, e não havia forma nem condições para a expansão dos jogos, que eram considerados delituosos e comparados com prostituição e embriaguez.

Com o aparecimento, em 1534, da Companhia de Jesus - uma congregação religiosa liderada por Inácio de Loyola – os seus partidários, decididos a lutar em prol do catolicismo, utilizavam o processo educacional como sua arma. É aí que o jogo educativo volta a ser um recurso auxiliar de ensino, começando a expandir-se a partir de então.

No processo educativo, o jogo tem o objetivo de promover a motivação, o desenvolvimento e a confiança das capacidades de coordenação, a destreza, a rapidez, a energia e a concentração. Segundo Vygotsky, (Vygotski, 1991), o lúdico influencia muito no desenvolvimento da criança. É através do jogo que a sua curiosidade é estimulada, que ela aprende a atuar e também onde ela adquire iniciativa e autoconfiança. É nessa interação, através do jogo, que a criança aprende sobre a natureza, os eventos sociais, a estrutura e a dinâmica interna de seu grupo. É através do jogo que ela descobre as características dos objetos físicos que a rodeiam e é capaz de compreender seu funcionamento.

Vygotsky afirma que, muitas vezes, encaramos o desenvolvimento da criança como o que se associa às suas funções intelectuais. Mas entende que:

> "[...] se ignoramos as necessidades da criança e os incentivos que são eficazes para colocá-la em ação, nunca seremos capazes de entender seu avanço de um estágio do desenvolvimento para outro, porque todo avanço está conectado com uma mudança acentuada nas motivações, tendências e incentivos." (Vygotsky, 1991).

Podemos considerar então que o jogo é uma atividade inseparável da condição humana porque apresenta um apelo universal e haverá poucas pessoas que não tenham sido estimuladas por um jogo, em certa altura da sua vida (Reis e Abreu, 2004) .

4.7. O jogo didático

São inúmeros os fatores que interferem na aprendizagem, nomeadamente os fatores psicológicos, de personalidade, físicos (que podem ser de saúde), de alimentação, de adequação do espaço físico, económicos, culturais, sociais, etc.

De todos os fatores que possamos aqui apontar, existe um que é imprescindível e essencial no desenvolvimento do processo de aprendizagem – a motivação.

Quantas vezes nós, professores de Matemática, nos deparamos com situações de desinteresse dos nossos alunos em relação àquilo que lhes queremos ensinar e que achamos que eles deveriam aprender? O desencadear de um motivo inerente à própria pessoa que lhe faça despertar uma predisposição para a aprendizagem será, sem dúvida, fundamental. Cabe ao professor, através de uma seleção de recursos, métodos e procedimentos, criar situações favoráveis a um ambiente motivante para a aprendizagem.

> "Os jogos didáticos não são apenas uma forma de diversão; eles constituem uma importante ferramenta no processo de ensino/aprendizagem. Os jogos estimulam o desenvolvimento cognitivo dos alunos que, de forma divertida e descontraída, aprendem a respeitar regras e a conviver socialmente; os seus índices de concentração aumentam, melhoram as suas capacidades de análise e de elaborar estratégias, conduzindo ao desenvolvimento do raciocínio, em particular do lógico-matemático." (Carvalho, 2010).

Investigações levadas a cabo por Rossana Gessinger levaram-na a concluir que, de uma maneira geral, os professores de Matemática apontam grande ênfase ao rigor formal desta disciplina, sendo vista como uma ciência desvinculada de outras áreas, formada por verdades absolutas e incontestáveis, às quais nem todos conseguem ter acesso e cuja aprendizagem é considerada como sendo difícil. Porém, apesar da existência de rigor formal na Matemática, toda a envolvência do mesmo pode ter uma grande dose de intuição. O jogo pode então tornar-se um recurso didático, quando o mesmo trabalha com conteúdos que podem mobilizar os conhecimentos dos alunos, e possibilitar a construção de novos saberes. O jogo pode desenvolver no aluno a leitura, a interpretação, o diálogo, a inter-relação, a formação de regras, a construção de conceitos, os esquemas mentais abstratos, entre outros, mas deve ter sempre o professor como mediador de grupos, para que não se perca o objetivo de ensinar e aprender (Krul e Emmel, 2011). O professor deve então orientar os alunos para a pesquisa e a sistematização das informações, para construir novos conhecimentos.

Se falarmos de jogos didáticos, não duvidamos que estes não constituem apenas um modo de divertimento mas também constituem um instrumento importante no processo de ensino/aprendizagem, estimulam o desenvolvimento cognitivo dos alunos, que acabam por aprender a respeitar regras e a conviver socialmente, de uma maneira divertida e descontraída. Porém, se tivermos em linha de conta o que pode acontecer com as crianças ao serem confrontadas com jogos não didáticos, pode-nos parecer que estes são puro divertimento. No entanto, Rino (Rino, 2004), ao confrontar crianças dos 3.º e 4.º anos do 1.º Ciclo com a utilização de jogos não didáticos, durante um estudo exploratório, confirmou as potencialidades do jogo não didático no desenvolvimento relacional e cognitivo da criança, tendo conseguido mostrar-lhes que "pensar é divertido". Ao utilizar jogos individuais e jogos a pares, concluiu terem sido estes últimos os que mais intensificaram as relações interpessoais das crianças, alargaram o seu círculo social tendo-se tornado mais tolerantes na aceitação de regras. Ao comparar as crianças de ambos os grupos com os alunos que não participaram nos jogos, concluiu que "ressalta a existência de causalidade entre conflito cognitivo originado pelo jogar, o incremento e diversificação de interações e uma atitude mais crítica e abrangente sobre conteúdos matemáticos".

> "Os estudos têm demonstrado que, com a execução de jogos de tabuleiro, a matemática não é apenas um conjunto de conceitos e mecanismos a seguir, mas também uma forma de entretenimento e pensamento, que deve ser concebida na sala de aula como a produção, análise e confrontação das respostas individuais e de grupo numa atmosfera de prazer por enfrentar o desafio e perseverança na procura da melhor resposta possível" (LuduScience, 2011).

Ao admitimos que os jogos didáticos têm um efeito motivador na aprendizagem, nomeadamente da Matemática, por parte dos alunos normovisuais, então temos que admitir que o mesmo acontece com os alunos cegos. Hoje em dia, existe um leque de jogos didáticos disponíveis para todas as idades como sopas de letras, puzzles e CD's interativos que ajudam a criança a desenvolver a memória e a aprender a concentrar-se, mas são muito poucos os que estão preparados para serem utilizados por alunos cegos. Por isso, devia caber-nos a nós, professores, a não muito fácil função de colmatar esta lacuna. Porém, como já houve oportunidade de referir, nem sempre estamos preparados, nem possuímos os conhecimentos necessários para podermos corresponder adequadamente a tão delicada tarefa. Seria de tal modo frustrante que a nossa boa vontade nos levasse a tentar adaptar jogos didáticos que, pela nossa falta de preparação, funcionassem como inibidores da aprendizagem em vez de estimulantes. Estávamos assim a cometer erros pedagógicos ao tentar confrontar os alunos, com necessidades educativas espaciais, com materiais que à partida poderiam ser prejudiciais. O jogo didático, para estes alunos, é certamente importante no seu processo de ensino aprendizagem, mas os cuidados a ter na sua preparação têm que ser redobrados.

4.8. A importância do jogo como instrumento de aprendizagem

Segundo Gessinger, citado por Aguiar em (Aguiar, 2007), os professores de Matemática devem promover situações de ensino e aprendizagem, utilizando jogos matemáticos, onde os alunos possam construir conceitos matemáticos, pois os jogos, além do caráter lúdico, despertam atenção e podem favorecer a criança a agir e a comunicar, no caso, em Matemática.

Para Canen e Moreira (Canen e Moreira, 2001), apesar de o jogo ser uma das atividades acerca da qual mais se escreveu no século XX, os discursos que procuram explicar e valorizar o jogo são fortemente contraditórios.

Kishimoto afirma que, até hoje, os sistemas pré-escolares discutem a natureza do jogo infantil enquanto ato de expressão livre, um fim em si mesmo ou um recurso pedagógico e um meio de ensino. Segundo Kishimoto, aos poucos, o jogo volta a fazer parte do quotidiano da educação e até se concebem o jogo e a brincadeira como a conduta livre que favorece o desenvolvimento da inteligência e facilita o estudo.

A aprendizagem é muito mais significativa à medida que o novo conteúdo é introduzido nas estruturas de conhecimento de um aluno e adquire significado para ele a partir da relação com seu conhecimento prévio (Pelizzari e outros, 2002). Logo, se nos primeiros meses de vida a criança adquire conhecimentos através do brinquedo e dos jogos simbólicos, este constitui o seu conhecimento prévio a partir do qual a aprendizagem se pode ir tornando mais significativa.

Dado que a atividade lúdica representa a possibilidade de a criança exteriorizar os seus sentimentos e as suas representações acerca da realidade vivida, a ludicidade tem-se revelado como uma ferramenta pedagógica fundamental a ser incluída nos currículos escolares, pois ajuda na capacidade de criação e no estabelecimento e assimilação de valores (Matta e outros, 2010).

Todos nós reconhecemos como as crianças sentem uma necessidade enorme de brincar, a qual se lhes impõe sem darem conta. Brincar é um dos maiores sustentáculos da educação, pois é através das brincadeiras que as crianças se desenvolvem, partilham, socializam, aprendem e constroem a sua personalidade. O brincar e o jogar em grupo permite que a criança aprenda a esperar pela sua vez e interagir de forma organizada, respeitando normas. Através da brincadeira e do jogo, as crianças aprendem a funcionar como indivíduos singulares e encontram o prazer de fazer cada vez melhor. Descobrem o mundo que as cerca e imitam os comportamentos que veem em seu redor, os quais influenciarão a sua forma de aprendizagem e o seu próprio comportamento, o qual depende da maneira como compreendem a realidade.

Não é por acaso que o Currículo Nacional do Ensino Básico, em vigor desde 2001, realça a importância que os jogos podem ter na educação matemática e consideram-nos como sendo um dos tipos de **experiências de aprendizagem**, através das quais se desenvolve a competência matemática.

Citando o Currículo Nacional do Ensino Básico:

> "O jogo é um tipo de actividade que alia raciocínio estratégia e reflexão com desafio e competição de uma forma lúdica muito rica. Os jogos de equipa podem ainda favorecer o trabalho cooperativo. A prática de jogos, em particular dos jogos de estratégia, de observação e de memorização, contribui de forma articulada para o desenvolvimento pessoal e social. Há jogos em todas as culturas e a matemática desenvolveu muito conhecimento a partir deles. Além disso, um jogo pode ser um ponto de partida para uma actividade de investigação ou de um projecto". (Educação, 2001)

Quando se fala em jogo associado à aprendizagem, o sentido que deve preponderar é o de transmitir conhecimentos de uma forma mais ligeira e agradável, fazendo quebrar alguma monotonia e dureza que possa existir no próprio ensino.

As chamadas "teorias de aprendizagem" reúnem elementos teóricos suficientes para que qualquer educador possa melhorar a aprendizagem dos seus alunos.

4.9. A visão do jogo e do lúdico por parte da escola

Huizinga afirma que, na nossa maneira de pensar, o jogo é diametralmente oposto à seriedade, mas este contraste não é decisivo nem inalterável (Huizinga, 1938). Tolera-se dizer que o jogo é a "não-seriedade", mas esta afirmação, nada nos diz sobre as características positivas do jogo e além disso, é extremamente fácil de contradizer, pois certas formas de jogo podem ser extraordinariamente sérias. O riso, por exemplo, também é encarado como a “não-seriedade”, sem de maneira alguma estar diretamente ligado ao jogo. É curioso notar que o ato puramente fisiológico de rir é exclusivo dos homens, enquanto a função significante do jogo é comum aos homens e aos outros animais.

Para Volpato,

> “o jogo e a brincadeira estão presentes na escola nas mais variadas situações e sob as mais diversas formas. Também são diversas as conceções sobre o lugar e a importância dessas atividades na prática pedagógica [...] que pode ser traduzida em métodos educacionais que valorizam e buscam evitar distinção rígida entre jogo e tarefas sérias.” (Volpato, 2002).

Nestas condições, os jogos e as brincadeiras podem e devem ser introduzidas como recursos didáticos importantes, pois a brincar a criança aprende.

Se consultarmos o nosso Currículo Nacional do Ensino Básico, podemos encontrar a palavra jogo tomado em diversos sentidos, desde jogos de papéis, jogos de expressão corporal, jogos de expressão dramática, jogo de mímica, jogos de ordenação, jogos de orientação, jogos de reconhecimento, etc.. Enfim, são várias as vertentes e os papéis do jogo na escola. O jogo é reconhecido como um meio que “permite assimilar mais experiências e dessa forma alargar a compreensão do mundo.” (Educação, 2001). Também é referido que os jogos tradicionais e populares são promotores do gosto pela prática regular de atividades físicas e da compreensão da sua valia como fatores de saúde e cultura, de responsabilidade pessoal, de cooperação e solidariedade e também de ética desportiva e consciência cívica. Reconhece-se ainda que um dos aspetos do desenvolvimento de estratégias cognitivas ocorre nas situações de jogo, as quais solicitam ao aluno uma constante adequação das suas ações, a leitura que faz do jogo e a leitura que faz das ações dos seus adversários. Para além disso, a aprendizagem de habilidades técnicas pressupõe a reprodução e/ou recriação de padrões. Todavia, reconhecem que o jogo desempenha um papel importante, mas por vezes desvalorizado, ao longo de todo o processo de crescimento.

A Pedagogia Freinet é um movimento que se opõe a tudo o que existe de tradicional na escola. Respeita as crianças, tal como elas são, sem as submeter a modelos pré-estabelecidos, ajudando-as na formação da sua personalidade (ABDEPP, 2000). Deste modo, procura oferecer às crianças e aos adolescentes uma educação concordante com as suas necessidades e a sala de aula passa a ser o lugar onde professor e alunos discutem conjuntamente, tanto os conhecimentos básicos da aprendizagem, como os problemas da vida quotidiana.

As bases de apoio da pedagogia Freinet são:

- A cooperação;
- A comunicação e expressão livre;
- A educação do trabalho;
- O tateamento experimental.

Freinet defende uma escola que estimule a sede de saber e cujo processo de ensino-aprendizagem seja centralizado no aluno.

Atribuindo grande ênfase ao trabalho, Célestin Freinet dá tanta importância às atividades manuais quanto às intelectuais. A disciplina e a autoridade resultam do trabalho organizado. Põe em causa as tarefas escolares (repetitivas e enfadonhas) opostas aos jogos (atividades lúdicas, recreio), apontando como essa dualidade presente na escola retrata o antagonismo trabalho/prazer, gerado pela sociedade capitalista industrial (Piaget, 1985). Nas suas conceções educacionais faz pesadas críticas à escola tradicional, a qual considera inimiga do "tatear experimental", contrária à descoberta, ao interesse e ao prazer da criança e propõe o trabalho/jogo como atividade fundamental.

Para ele, o que orienta a prática escolar é a atividade e a finalidade da educação é formar cidadãos para o trabalho livre e criativo, capaz de dominar e transformar o meio e libertar quem o exerce (Ferrari, 2011). Freinet considera que é fundamental haver uma mudança nos nossos conceitos básicos de ensino e na metodologia, psicologicamente e em termos humanos e só assim poderemos ter novos princípios organizacionais e também um novo espírito dentro da sala de aula (Freinet e outros, 1990).

Os jogos, em épocas passadas, eram utilizados nas escolas apenas como atividade recreativa e fora dela como lazer Se olharmos para a escola antiga, veremos que o desenvolvimento cognitivo, afetivo e motor acontecia de forma mecanizada, por falta de melhores informações, de formação dos professores e pelo potencial do educando e das experiências quotidianas. Essa forma de educação dificultava a integração dos alunos na escola, já que muitas vezes os distanciava da realidade social, cultural e económica das crianças, vindo a refletir-se no seu desenvolvimento cognitivo. À medida que a escola foi dando oportunidade à criança de experimentar o concreto utilizando os jogos de uma forma pedagógica, fez com que as suas experiências acumuladas lhe proporcionassem a formação de conceitos como as semelhanças e diferenças, a classificação, a seriação e a partir desses conceitos passasse a ter condições para descrever, comparar, representar graficamente, etc. (Souza, 2012). Uma boa aprendizagem dá-se através da motivação estimuladora e criativa propiciando o prazer em aprender. Porém, há depoimentos de professores que, partindo de experiências vividas em sala de aula, usaram os jogos como um dos seus recursos pedagógicos, mas sem saber como utilizá-los e quais as suas contribuições para a aprendizagem. Pelo que reconhecem ser importante que o professor tenha consciência plena do uso de materiais lúdicos como recursos metodológicos para que, ao planear as suas atividades educacionais, integrem fatores relevantes para o desenvolvimento do processo educacional.

4.10. As teorias de Piaget

No princípio do século XX, iniciaram-se algumas pesquisas em torno do jogo mas são, em grande parte, as investigações levadas a cabo por de Piaget, nos anos 70, que mais se debruçam sobre o jogo.

Segundo as convicções de Piaget, cada ato de inteligência é caracterizado pelo equilíbrio entre duas orientações: assimilação e acomodação (Kishimoto, 1994). Mas a trespassar estes atos persistem uma série de mecanismos e funções inevitáveis em cada execução da mente. De acordo com a sua teoria, o desenvolvimento cognitivo humano é dividido em 4 estádios:

a) Sensório-motor;
b) Pré-operatório;
c) Operatório concreto;
d) Operatório formal.

A noção de estádio é algo fictícia e surge como meio de análise necessária para a explicação dos procedimentos e das características que se vão aperfeiçoando ao longo do desenvolvimento da criança. À medida que a criança evolui vai-se adequando à realidade que a cerca, dominando de modo cada vez mais eficiente as diversas situações com que é confrontada. Cada estádio não surge delimitado e acabado, mas evolui no sentido da sua superação.

A construção da inteligência dá-se em etapas consecutivas, ininterruptas, com complexidades crescentes, encadeadas umas nas outras. A isto Piaget chamou de "construtivismo sequencial”. Piaget acreditava que todas as pessoas percorriam os mesmos estádios exatamente pela mesma ordem. Para a criança é muito complicado pensar "de trás para frente" ou imaginar como retroceder os passos de uma tarefa (Nascimento, 2011).

Ao longo de toda a sua teoria do desenvolvimento (Piaget, 1986), Piaget fala do jogo e estrutura o jogo em três categorias:

- O **jogo de exercício** - onde o objetivo é exercitar a função em si. A criança parece ter nascido com instintos puramente reflexos e age conforme os instintos essenciais, como por exemplo a sucção como refeição, mas as manifestações sucessivas de um reflexo constituem um desenrolar histórico de tal modo que cada período depende dos precedentes e condiciona os seguintes, numa evolução realmente orgânica.
- O **jogo simbólico –** a criança, além do prazer, começa a utilizar a simbologia. Esta fase é caracterizada pelo facto da criança diferenciar o significante do significado. A criança desenvolve a linguagem, estando esta muito ligada à função simbólica e começa a fazer imagens mentais, funcionando em esquema de assimilação. O jogo simbólico é o jogo de faz-de-conta, em que as crianças brincam aos pais, às escolas, aos médicos, etc. O jogo de construções transforma-se em jogo simbólico com a predominância da assimilação. Por outro lado, o jogo também opera na libertação das suas mágoas. Através do jogo também nos podemos aperceber da relação de família, por exemplo a criança ao brincar com as bonecas pode mostrar o amor por parte da mãe através da forma como brinca com elas.
- O **jogo de regra** - no qual está implícita uma relação inter-individual que exige a resignação por parte do sujeito. De acordo com Piaget, este jogo acontece a partir dos sete anos de idade, no período operatório concreto. Ao contrário do símbolo, a regra supõe relações sociais, porque a regra é imposta pelo grupo. A criança aprende a adaptar-se às delimitações no espaço e no tempo, e o que pode ou não pode fazer. Por exemplo, aprende a lidar com perdas e ganhos, adquire estratégias de ação, faz tomadas de decisão, analisa erros, planeia jogadas em função das ações dos outros. As regras substituem o símbolo, enquadrando o exercício nas relações sociais e interpessoais. As regras são, para Piaget, a prova concreta do desenvolvimento da criança.

Piaget cita ainda uma outra modalidade de jogo, o **jogo de construção** em que a criança cria algo. Esta modalidade de jogo faz a transição entre o jogo simbólico e a atividade não lúdica. Situa-se a meio caminho entre o jogo e o trabalho, pelo acordo com as características do objeto.

A ferramenta essencial da adaptação social é a linguagem. Esta é comunicada à criança num formato já pré-estabelecido sujeito à natureza coletiva, ou seja, as palavras não são modeladas para exprimir as necessidades ou as experiências vividas pelo sujeito. É, portanto, indispensável que a criança disponha, igualmente, de um meio próprio para se exprimir, isto é, de um conjunto de significantes construídos por ela e acomodados à sua vontade (Piaget e Inhelder, 1979). É aqui que entra o sistema dos símbolos inerentes ao jogo simbólico, utilizados na imitação, como meio evocador da assimilação lúdica. Contudo, o jogo simbólico não é apenas assimilação do real ao eu, como o jogo em geral, mas a assimilação sustentada por uma linguagem simbólica construída pelo eu e modificável à medida das necessidades. A partir do jogo simbólico vai-se estabelecendo a transição para os jogos de regras, que se transmitem e difundem socialmente, de criança para criança, e cuja importância vai atingindo maior relevo com o progresso da vida social da criança (Piaget e Inhelder, 1979).

Como já dissemos, cada estádio do desenvolvimento considerado por Piaget tem uma sequência que depende da evolução da criança, do nascimento até o final da vida. Cada fase estabelece uma interligação com a outra de forma que o final de uma se confunde com o começo de outra. A evolução começa com a fase puramente reflexiva, passando pela assimilação, pelo simbolismo até chegar à acomodação.

Segundo Piaget, o primeiro estádio decorre desde o nascimento até cerca do segundo ano de vida é nesta idade que a criança, além dos reflexos inatos, desenvolve os seus mecanismos locomotores e vai adquirindo o conhecimento por meio de informações sensoriais imediatas, ou seja, explora o meio em que se encontra simultaneamente com o aperfeiçoamento da visão, da audição, do tato, etc. É logo aqui, neste estádio, que Piaget começa a designar o jogo, como sendo um meio utilizado para um ato de aprendizagem.

> "[...] a grande lição psicológica destes primórdios do comportamento, é que a aprendizagem de um mecanismo reflexo, provoca desde logo o mais complicado dos jogos, com acomodações, assimilações e organizações individuais." (Piaget, 1986).

É nesta fase que Piaget considera existir aquilo a que chama o **jogo de exercício**, em que o seu propósito é exercitar a tarefa em si. Para ele, a origem do jogo está na imitação que surge de um ato reflexo. Imitar consiste em reproduzir um objeto na presença do mesmo. Quando o exercício ocorre pelo simples prazer é um processo de assimilação funcional. Piaget mostra, nas suas investigações, que a imitação passa por várias etapas até que, com o passar do tempo, a criança é capaz de representar um objeto na ausência do mesmo, e desenvolve capacidades para entrar no jogo simbólico. Para Piaget, o símbolo nada mais é do que um meio da criança agregar o real aos seus desejos e interesses.

No estádio Pré-operatório, que decorre aproximadamente entre os dois e os sete anos de idade, a criança começa a desenvolver a linguagem, que surge muito ligada à função simbólica. Este período apresenta algumas características como o egocentrismo, em que a criança manifesta incapacidade de se pôr no ponto de vista do outro e também não sente necessidade de se justificar. É também o período em que o indivíduo "dá alma" (animismo) aos objetos (Nascimento, 2011). É neste período que Piaget admite a existência de jogo simbólico. Símbolo é a "dimensão de alguma coisa que se fixa dentro de nós e que nos serve para substituí-la na sua ausência." (Freire, 2002). Para este autor, o símbolo não é a matéria-

-prima exclusiva do jogo mas é a sua matéria principal, pois, de acordo com as observações de Piaget, a criança joga antes mesmo de poder imaginar. Para Piaget, a função simbólica ou semiótica compreende, além da linguagem falada, a imitação, a mímica gestual, o jogo simbólico e a imagem mental. Os símbolos espaciais representam uma ideia que pode ser recebida por outros. Uma palavra, por exemplo, pode representar um símbolo. Quando alguém pronuncia a palavra "chávena" forma-se a imagem mental desse objeto, bem como muitas associações relacionadas com esse objeto (Pérsico, 2011).

O jogo simbólico é o mais importante para Piaget, uma vez que ele assinala o apogeu do jogo infantil. Corresponde ao papel mais importante que o jogo exerce na vida da criança. É indispensável ao equilíbrio afetivo e intelectual da criança que esta possa dispor de um sector de atividade, cuja motivação não seja a adaptação ao real, mas, pelo contrário, a assimilação do real.

Ninguém põe em causa a importância do jogo no desenvolvimento da criança mas ele não se desenvolve sem o apoio da construção constante da inteligência:

> "Nem a imitação, nem o jogo, nem o desenho, nem a imagem nem a linguagem, nem mesmo a memória, [...] se desenvolvem ou organizam sem o socorro constante da estruturação própria da inteligência" (Piaget e Inhelder, 1979).

Piaget não observou crianças cegas mas admitiu que elas se desenvolviam da mesma forma que as normovisuais apenas demoravam mais tempo.

4.11. As teorias de Vygotsky

Um dos princípios básicos da teoria de Vygotsky é o conceito de "*Zona de Desenvolvimento Proximal*", que designamos por ZDP, (Vygotsky, 1979). A zona de desenvolvimento proximal representa a diferença entre a capacidade da criança de resolver problemas por si própria e a capacidade de os resolver com ajuda de alguém. Portanto, uma "zona de desenvolvimento auto-suficiente" abrange todas as funções e atividades que a criança consegue desempenhar pelos seus próprios meios sem ajuda externa, e uma "zona de desenvolvimento proximal" abrange todas as funções que a criança ou o aluno só consegue desempenhar se houver ajuda externa. A pessoa que intervém para encaminhar a criança, tanto pode ser um adulto (pais, professor, instrutor) como um colega que já tenha desenvolvido a habilidade requerida. Vygotsky afirma que uma criança só é capaz reproduzir o que está ao alcance do seu nível atual de desenvolvimento e sugere que devem ser proporcionados aos alunos meios que lhes permitam personalizar a aprendizagem. Por exemplo, se um aluno tiver dificuldade com um problema de aritmética e se o professor o resolver no quadro, pode acontecer que ele o compreenda instantaneamente, se o professor utilizar conceitos e processos ao alcance do seu nível de desenvolvimento. No entanto, se o professor resolver o mesmo problema usando "altas" matemáticas, a criança não será capaz de compreender a solução, independentemente do número de vezes que imite o professor.

Assim, na ótica de Vygotsky, exercer a função de professor, considerando uma ZDP, implica auxiliar o aluno facultando-lhe apoio e recursos, de modo que ele seja capaz de aplicar um nível de conhecimento mais elevado do que aquele que ele conseguiria atingir sem ajuda (Fino, 2001).

Vygotsky afirma ainda que as aprendizagens orientadas para níveis de desenvolvimento que já foram atingidos, são ineficazes em termos de desenvolvimento, porque não se direcionam para um novo estádio no processo de desenvolvimento.

Uma das implicações pedagógicas da ZDP é a importância dos pares como mediadores da aprendizagem. Na perspetiva de Vygotsky, nas formas de aprendizagem mediada pelos pares, a responsabilidade pelo controlo exterior é transferida do professor para o par-tutor, devendo essa transferência promover uma aprendizagem autorregulada. Mas essa autorregulação é precedida por uma regulação exterior, pois a aprendizagem de acontecimentos e habilidades ocorre num contexto social no interior do qual um adulto ou uma criança mais aptos guiam a atividade de um indivíduo menos apto (Fino, 2001).

Então, sendo a zona de desenvolvimento proximal o patamar da aprendizagem que dá acesso a um nível de conhecimento mais elevado, podemos aceitar que é função do professor identificar ou desenvolver no aluno contínuas zonas de desenvolvimento proximal para as tornar sólidas. É preciso que o professor reconheça os conceitos matemáticos instintivos dos seus alunos, pois, logo que os seus próprios conhecimentos comecem a integrar o método, é possível estabelecer-se relações entre os conceitos que eles já possuem e os que irão adquirir no decorrer da aprendizagem, visto que o desconhecimento de noções básicas por parte do professor causa consequentemente prejuízo às aquisições realizadas por parte do aluno.

> "No desenvolvimento a imitação e o ensino desempenham um papel de primeira importância. Põem em evidência as qualidades especificamente humanas do cérebro e conduzem a criança a atingir novos níveis de desenvolvimento. A criança fará amanhã, sozinha, aquilo que hoje é capaz de fazer em cooperação. Por conseguinte, o único tipo correto de pedagogia é aquele que segue

> em avanço relativamente ao desenvolvimento e o guia; deve ter por objetivo não as funções maduras, mas as funções em vias de maturação." (Vygotsky, 1979).

Segundo Vygotsky, o brinquedo cria uma zona de desenvolvimento proximal, pois na brincadeira a criança comporta-se num nível que ultrapassa o que está habituada a fazer, funcionando como se fosse maior do que é. O jogo importa a possibilidade de preenchimento de necessidades irrealizáveis e também a capacidade para exercitar no domínio do simbolismo. Quando a criança é pequena, o jogo é o objeto que determina sua ação e à medida que cresce atribui ao objeto um significado. O exercício do simbolismo acontece precisamente quando o significado fica em primeiro plano.

Para Vygotsky, a brincadeira possui três características: a imaginação, a imitação e a regra. Estas características estão presentes em todos os tipos de brincadeiras infantis, tanto nas tradicionais, nas de faz-de-conta, como nas que exigem regras. No desenho pode também aparecer a atividade lúdica.

No que diz respeito à educação de crianças cegas, Vygotsky tentou compreender o significado individual e social que a cegueira pode causar, e também perceber de que forma vivem as pessoas privadas do sentido da visão. Ele considera que:

> “Cegueira não é apenas a falta da visão, meramente a ausência da visão (o defeito de um órgão específico), senão que assim mesmo provoca uma grande reorganização de todas as forças do organismo e da personalidade. A cegueira, ao criar uma formação peculiar de personalidade, reanima novas forças, altera as direções normais das funções e, de uma forma criadora e orgânica, refaz e forma a psique da pessoa. Portanto, a cegueira não é somente um defeito, uma debilidade, senão também, em certo sentido, uma fonte de manifestação das capacidades, uma força (por estranho e paradoxal que seja!).” (Vygotsky, 1989)

Para Vygotsky, um cego de nascença não pode ter noção do que é a cegueira, a não ser por referências sociais ou por uma atitude de reflexão, e, portanto, a psicologia do cego é construída como um conhecimento científico, não podendo ser simplesmente o estudo das suas funções e habilidades sensoriais, mas sim a compreensão de todas as suas exteriorizações expressando-se em cada um dos outros sentidos.

Segundo este investigador, uma particularidade positiva nas crianças com deficiência é o facto de que o desaparecimento de algumas funções fazer com que surjam novas formações, que vão representar uma unidade, perante a deficiência, como compensação no seu desenvolvimento.

De acordo com Vygotsky (Vygotsky, 1989), a psicologia do cego está dirigida à superação da deficiência por meio da sua compensação social, com o auxílio do conhecimento da experiência dos que veem, através da linguagem e considera que a palavra vence a cegueira. Afirma também que a fonte principal de onde a compensação tira as forças é a mesma, tanto nos cegos como nos que veem. Refere ainda que, ao analisar o processo de educação da criança cega e da criança normovisual, do ponto de vista da teoria dos reflexos condicionados, não existe uma diferença de princípio entre a educação da criança cega e da que vê, pois a base fisiológica da conduta manifesta-se, em ambas, na superestrutura psicológica. Para ele, a criança com "defeito" não é indispensavelmente uma criança deficiente, pois do resultado da compensação depende o grau de sua deficiência ou normalidade.

Segundo Vygotsky, (Vygotsky, 1989), podemos conceber a cegueira como um problema sociopsicológico, e afirma que temos três pilares em que a ciência se deve sustentar para utilizá-los como instrumentos de intervenção no trabalho com a pessoa cega: a profilaxia social, a educação social e o trabalho social dos cegos.

4.12. O carácter social do jogo

Parece ser unânime, para todos os estudiosos do desenvolvimento de criança, que o jogo constitui a primeira forma do desenvolvimento infantil. A informação é transmitida e repetida enquanto existe o jogo, seja através de outras crianças ou de um adulto ao ensinar o jogo à criança. Os conceitos culturais e sociais são propagados consoante a etnia, a posição social ou a história da família, pois a informação transmitida varia em função do meio, de quem transmite e de quem recebe a informação. Quando o meio de comunicação é o jogo, não é diferente. Depois, à medida que a criança se vai tornando adulta as informações repetidas ao longo do tempo poderão ou não ser alteradas, de maneira voluntária ou não.

Em (Stateri, 2005), Stateri refere que todos os jogos existem em função do equilíbrio de duas forças, o Paidia (jogo livre e espontâneo) e o Ludus (força orientadora de regras que unifica o jogo). De acordo com Caillois, sem a presença dessa força orientadora não há jogo, considerando que o "faz-de-conta" visto por Huizinga como a primeira manifestação de jogo é, no máximo, brincadeira ou algazarra. É através do Ludus que se estabelecem as regras entre os participantes, e a liberdade existe até o momento em que os jogadores, de comum acordo, instituem suas próprias regras ou assumem regras que foram criadas para o jogo escolhido por eles. O jogo tem início no tempo determinado e pode ocorrer com limitação temporal ou ter o tempo limitado pelo seu próprio decorrer (Stateri, 2005). O espaço da ação muitas vezes ocorre sobre um "lugar sagrado" como uma arena, um campo ou tabuleiro, e possui também uma ordem específica. O jogo cria a sua própria ordem e produz uma perfeição limitada, diferenciando-se da imperfeição do mundo real. Caillois, (Caillois, 1990), apesar de estabelecer uma oposição entre o jogo e a vida real, nunca subestima o poder que as atividades lúdicas exercem na sociedade, considerando-as como importantes instrumentos da cultura de um povo e de uma sociedade, pois através dele muito se pode descobrir sobre os próprios hábitos de vida quotidianos. Para Caillois, de uma maneira geral, a passagem das sociedades primitivas para as sociedades consideradas civilizadas está relacionada com a passagem da utilização de uns jogos para outros, sendo mais notória essa passagem quando a mesma se faz da utilização do Ilinix e do Mimicry para os jogos em que predominam os princípios do Agôn e do Alea. Caillois afirma que:

> "os jogos de competição como os desportos, são um excelente meio para a inserção das crianças em sociedades competitivas e capitalistas, pois permitem que elas se constituam na mesma lógica histórica que a sociedade necessita, ou seja, são potentes instrumentos de aprendizagem" (Caillois, 1990).

O objetivo de Huizinga, em Homo Ludens, é procurar integrar o conceito de jogo no de cultura. O jogo é aí tomado como fenómeno cultural e não biológico, e é estudado numa perspetiva histórica e não propriamente científica.

> "Já há muitos anos que vem crescendo em mim a convicção de que é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve." (Huizinga, 1938)

Também para Vygotsky, os jogos representam-se nas inúmeras brincadeiras que fazem parte da infância nas várias culturas. Segundo Vygotsky, a potencialidade do jogo reside no facto de ele ter grande afinidade com a natureza da criança, não a afinidade de tipo biológico, mas sim a social, caracterizada pela necessidade que a criança sente em comunicar com os adultos e levar uma vida em comum com eles.

Em (Almeida e Shigunov, 2000), Ana Almeida e Viktor Shigunov referem que, de acordo com Volpato, as questões de tempo e de espaço para o jogo, a brincadeira e o uso do próprio brinquedo são um problema das sociedades contemporâneas ou pós-industriais.

Segundo Piccolo (Piccolo, 2010), Elkonin refere que analisar a origem dos jogos também é investigar o lugar que as crianças ocupam nas mais diversas épocas históricas, portanto, significa investigar qual foi a mudança social desencadeada pela prática de certos jogos e isso é analisar a sociedade. Essa origem está relacionada com processos educativos das gerações mais velhas sobre as mais novas, principalmente por estas terem menores possibilidades de domínio da realidade envolvente. A criança só participa no mundo dos adultos até onde pode e, onde não pode, integra-se nesse meio pelas atividades lúdicas, ou seja, ao estudarmos os jogos podemos visualizar os limites e possibilidades oferecidas às crianças por determinada sociedade. Para Elkonin, o jogo enquanto atividade humana surge do trabalho e toda atividade lúdica provém de uma situação séria dos adultos, logo não existe jogo descolado da realidade. Elkonin destaca que os jogos, na idade pré-escolar, representam a principal maneira da criança se apropriar efetivamente da realidade. As crianças por intermédio das suas ações constroem a sua própria personalidade, uma vez é através das suas ações que manifestam as grandes contradições presentes no próprio modelo estrutural da sociedade. Assim sendo, a única maneira criativa que a criança utiliza para enfrentar os desafios que se impõem pela realidade é através dos seus jogos e brincadeiras.

Muitos cientistas sociais têm concluído que os jogos ensinam verdadeiras lições sobre como conviver com os outros, oferecendo aos alunos uma conquista cognitiva, emocional, moral e social e um estímulo para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

De tudo o que foi dito até aqui, conseguimos perceber quão importantes têm sido jogos no desenvolvimento das sociedades. Porém, não nos podemos esquecer que os cegos também fazem parte dessa sociedade, mas que nem sempre tudo corresponde às suas necessidades de integração nessa sociedade. Uma notícia, publicada a 15 de dezembro de 2009 por António Medeiros no blog Gestão Pública e Educação, é reveladora acerca de como os mesmos jogos a que todos temos acesso podem ser, para um cego, muito mais importantes do que possa parecer:

> "O grande cantor Stevie Wonder, que marcou presença na cerimónia do VGA 2009, fez um pedido em público para a indústria de jogos um tanto ou quanto curioso. Ele pediu para que fossem produzidos conteúdos para cegos, assim como ele mesmo o é. Wonder anunciou o prémio de melhor jogo musical, cujo vencedor foi "The Beatles: Rock Band", e aproveitou para dizer o seguinte ao público:[…]" (Medeiros, 2009).
>
> "Quero que as companhias que fazem esses videojogos, que os façam também acessíveis às pessoas como eu, para que também possamos desfrutá-los." Citado em: (Medeiros, 2009).

> “Fico pensando em como isso seria possível, uma vez que um videojogo, sem vídeo, não seria um jogo como os que costumamos ver. Acham que isso é possível na indústria de jogos?” (Medeiros, 2009)

A resposta que gostaria de dar a este cidadão é que, na minha opinião, tudo é possível, desde que o mesmo corresponda a interesses económicos. Ainda não há muitos anos, ninguém pensaria que fosse possível a existência de videojogos, telemóveis e, muito menos, que com os mesmos se pudessem fazer chamadas vídeo. Esta tecnologia ainda não existe para cegos, porque eles não veem. Contudo, o que este cidadão não entende é que o sentido da visão pode ser compensado pelos outros sentidos, pelo que o pedido de Stevie Wonder certamente não era para que construíssem jogos em que eles pudesse ver as imagens, mas sim que as substituíssem por algo que lhe pudesse transmitir a sensação dessas imagens. No entanto, como os cegos representam uma pequena percentagem na nossa sociedade, certamente o investimento necessário não compensaria economicamente.

Capítulo 5

O jogo MAGIC-MAT

A criação do jogo MAGIC-MAT teve como principal propósito o fomento de uma inclusão social de alunos cegos ou com baixa visão, e a procura de um clima propício para aprendizagem da Matemática de uma forma divertida e motivadora.

Ao falar-se aqui em aprendizagem da Matemática, não é, certamente, no sentido de armazenamento de conteúdos e conhecimentos, mas sim numa perspetiva de encará-la como uma engrenagem para o desenvolvimento do raciocínio e das capacidades mentais, capazes de gerar competências que, por sua vez, auxiliem a desencadear condições para uma melhor compreensão e aptidão matemática.

O jogo MAGIC-MAT é um jogo de tabuleiro, do mesmo tipo do famoso jogo Trivial Pursuit. Este último consiste num jogo de tabuleiro, cujas casas, são percorridas pelos jogadores em função de valores obtidos pelo lançamento simultâneo de dois dados. Por sua vez, a cada casa vai corresponder uma pergunta sobre um dos seis temas que compõem o jogo: história, geografia, arte e literatura, desporto e lazer, ciências da natureza e entretenimento, cada um dos quais, representado por uma cor diferente. Para poderem avançar, os jogadores têm que responder acertadamente às perguntas. Além disso, o tabuleiro possui seis casas maiores, correspondentes a cada um dos temas, onde o jogador que responder acertadamente à pergunta do referido tema recebe um queijinho da cor da casa. O objetivo do jogo é conseguir obter um queijo de cada cor e responder à pergunta final, sobre um tema à escolha. O Trivial Pursuit foi inventado por Chris Haney, editor de fotografia no Montreal Gazette, e por Scott Abbott, jornalista desportivo do The Canadian Press, que ao jogarem uma partida de Scrabble[7], tomaram a decisão de inventar o seu próprio jogo. Este começou a ser comercializado em 1981 e em dezembro de 1993 o Trivial Pursuit foi nomeado, pela revista

[7] **Scrabble** é um jogo de tabuleiro em que dois a quatro jogadores procuram marcar pontos formando palavras interligadas, usando peças com letras num quadro dividido em 225 casas (15 x 15).

Games, para o "Games Hall of Fame", prémio criado em 1984, para homenagear os jogos que têm atingido ou excedido os mais altos padrões de qualidade (Bellis, 2012).

À semelhança do Trivial Pursuit, o MAGIC-MAT é também um jogo de tabuleiro, de cultura matemática, no qual também se percorrem casas em função dos números obtidos pelo lançamento de um dado e de respostas corretas a perguntas. No entanto, as perguntas do MAGIC-MAT possuem uma natureza diferente, por exigirem outro tipo de raciocínio, por não serem tão facilmente memorizáveis e por, muitas delas, serem dotadas de um caráter recreativo. Na realidade, uma das principais diferenças entre as características das perguntas dos dois jogos reside no poder que as suas respostas oferecem à capacidade de memorização. Os jogadores de Trivial Pursuit, ao jogarem diversas vezes, acabam por memorizar as respostas a dar às perguntas. Deste modo, o jogo passa a assumir um caráter “menos” Alea relativamente às perguntas, uma vez que esta característica se vai perdendo. Como é fácil de perceber, a probabilidade de acertar nas respostas vai-se tornando cada vez maior à medida que se vai tomando contacto com as mesmas. Por outro lado, e embora possa parecer contraditório face à afirmação que fiz anteriormente, o jogo acaba por se tornar quase exclusivamente um Alea, uma vez que os jogadores acabam por ficar quase só dependentes das casas que lhes são imputadas pelo lançamento dos dados, e a sorte ou o azar vai recair apenas no facto de conseguirem, ou não, obter números que lhes permitam atingir mais rapidamente as casas onde obtêm os queijos e chegar à casa final em primeiro lugar. Isto não significa que seja mau memorizar as respostas, pois todas têm interesse cultural, mas o jogo vai perdendo “a sua graça” e seria necessário uma constante renovação das questões para que o jogo não se “esgotasse”.

Relativamente ao jogo MAGIC-MAT, embora contenha algumas questões de resposta imediata em todos os seus temas e que são, por isso, suscetíveis de memorização, não se pode dizer que esta se processe de forma idêntica ao que acontece no Trivial Pursuit, pois a maioria das respostas exige cálculo e raciocínio lógico, não sendo fácil de memorizar, se não houver compreensão. A memorização, no jogo MAGIC-MAT, é mais provável que aconteça ao nível dos processos de resolução do que ao nível da resposta a dar, mas isso não é negativo, uma vez que muita da matemática vive de processos de resolução.

O MAGIC-MAT pode considerar-se um jogo didático, dado que todas as suas questões, de uma forma ou de outra, possuem particularidades que as torna possíveis de enquadrar nos currículos nacionais do Ensino Básico e Secundário, constituindo uma alternativa importante para favorecer e auxiliar a construção do conhecimento matemático do aluno.

O MAGIC-MAT pode ser considerado um Alea, porque o fator sorte está nele patente quer pelo lançamento do dado, quer pela aleatoriedade das questões, mas também é um Ludus, uma vez que obedece a regras e convenções.

5.1. O Tabuleiro do jogo MAGIC-MAT

O tabuleiro do jogo é semelhante ao que se vê na figura 49, composto por casas, que contêm letras da palavra MAGIC-MAT, representadas com a simbologia do alfabeto latino e com a simbologia Braille. A distribuição das casas segue um esquema em que é possível percorrê-las na totalidade e permitindo passagens repetidas pelas mesmas casas e que tem a forma ⌘.

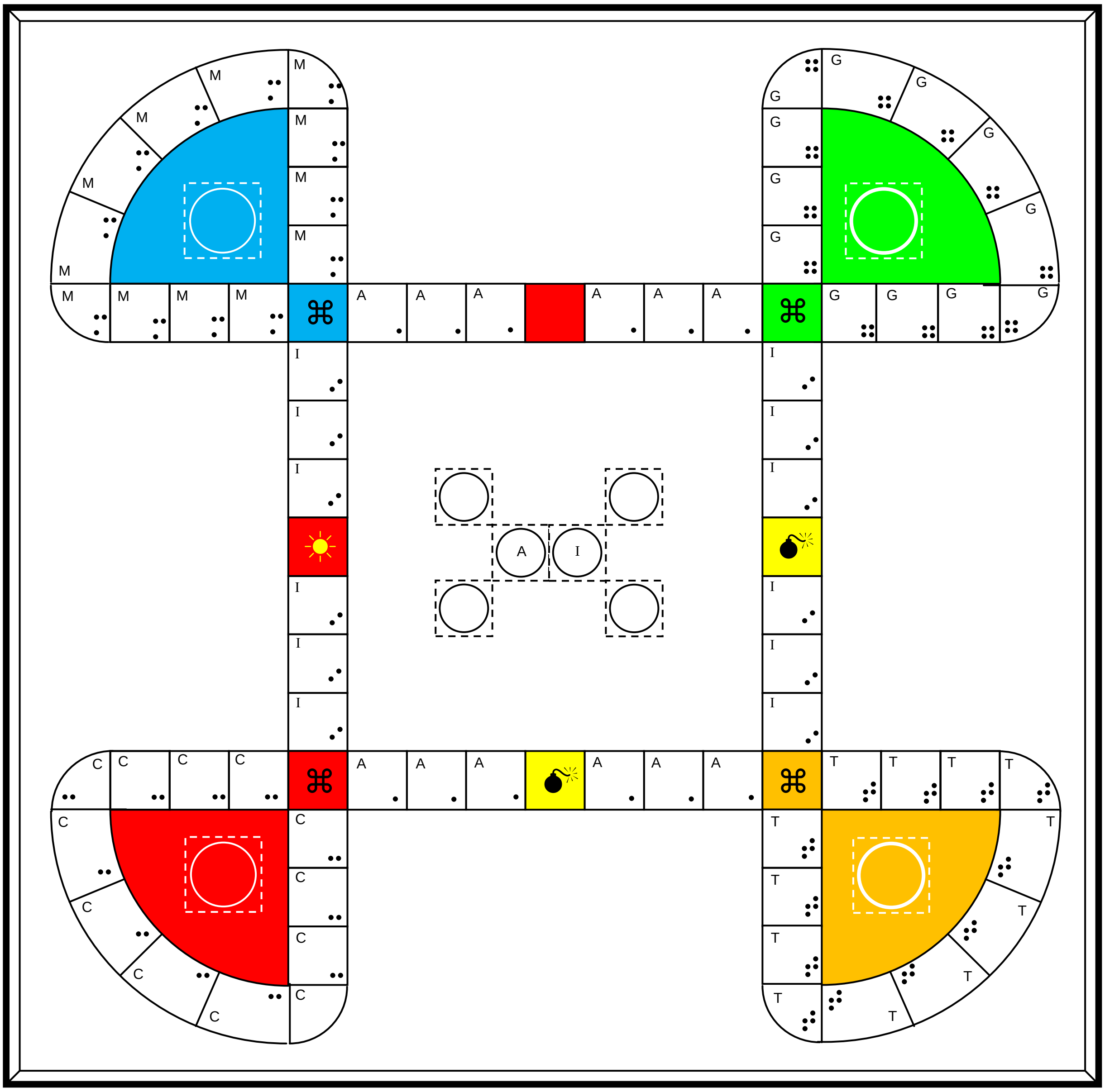


Fig.49 – Tabuleiro do jogo.

No primeiro tabuleiro de jogo que construí usei o fundo em branco e os limites das casas em preto, como o da figura 49. Apesar deste tabuleiro oferecer um bom contraste e não oferecer dificuldades de visualização por parte das alunas com baixa visão, decidi testar outro tabuleiro com fundo em vermelho, casas em branco e limites em preto. Quase todos os alunos, quer com baixa visão quer normovisuais, manifestaram a sua preferência por este último, por oferecer um melhor contraste e pelo facto de a sua cor ser mais apelativa.

Em ambos os tabuleiros, no centro de cada casa, foi efetuada uma perfuração para se poderem introduzir os marcadores, que são munidos de uma haste metálica para esse fim (ver Fig.50). Deste modo, eles vão manter-se sempre fixos quando o tabuleiro é tateado por um aluno cego.

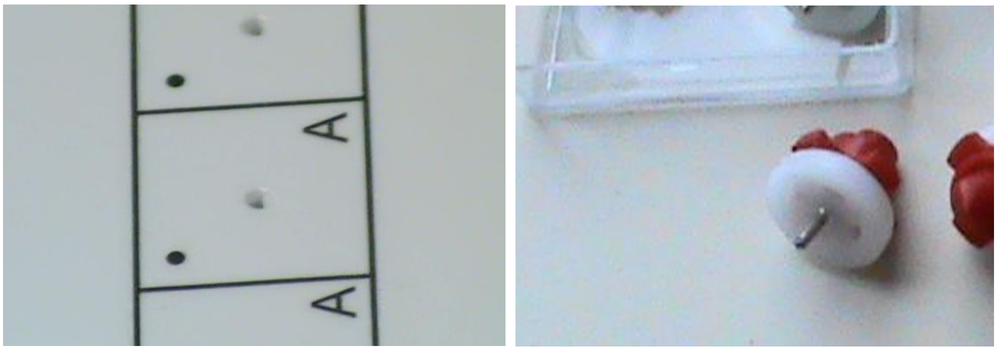


Fig.50 – À esquerda: casas do tabuleiro com perfuração no centro.
À direita: marcador com haste metálica.

No tabuleiro de fundo vermelho, optei por contornar todas as casas com um picotado, para que os alunos cegos pudessem reconhecê-las com facilidade (ver fotos das figuras 52 e 53). Esta opção foi bem aceite, na medida em que os encaminha melhor no seu percurso pelas casas, no entanto a proximidade do picotado com os símbolos Braille acabou por dificultar a leitura dos mesmos. O tabuleiro branco, embora não estando munido de picotado, permite igualmente uma fácil identificação do percurso, uma vez que esta é efectuada com auxílio dos furos para a inserção dos marcadores.

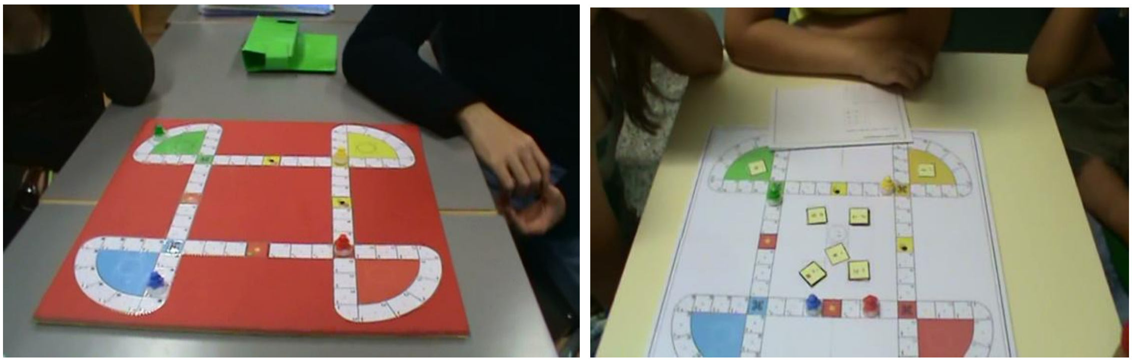


Fig.51 – Fotos do Tabuleiro do jogo durante uma implementação aos alunos.

Algumas casas do tabuleiro, em vez das letras, possuem símbolos que são cromáticos e táteis e que têm diferentes significados no jogo:

- o símbolo  indica uma casa de azar.
- o símbolo  indica uma casa de sorte.
- o símbolo ⌘ indica uma casa onde os jogadores iniciam o jogo.

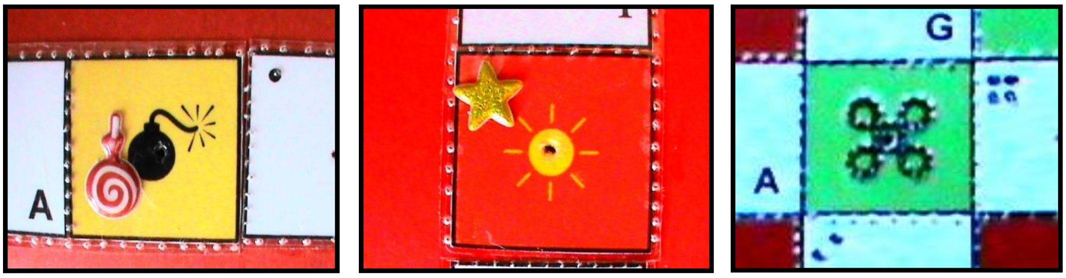


Fig.52 – Casas com símbolos.

Como se pode observar nas fotos da figura 53, para além das casas que os jogadores têm que percorrer, o tabuleiro possui ainda quatro zonas, com o formato de ¼ de círculo, coloridas com quatro cores diferentes: amarelo, azul, verde e vermelho, onde os jogadores colocam as fichas que conquistam ao longo do jogo. Sendo que a cada jogador irá pertencer uma cor.

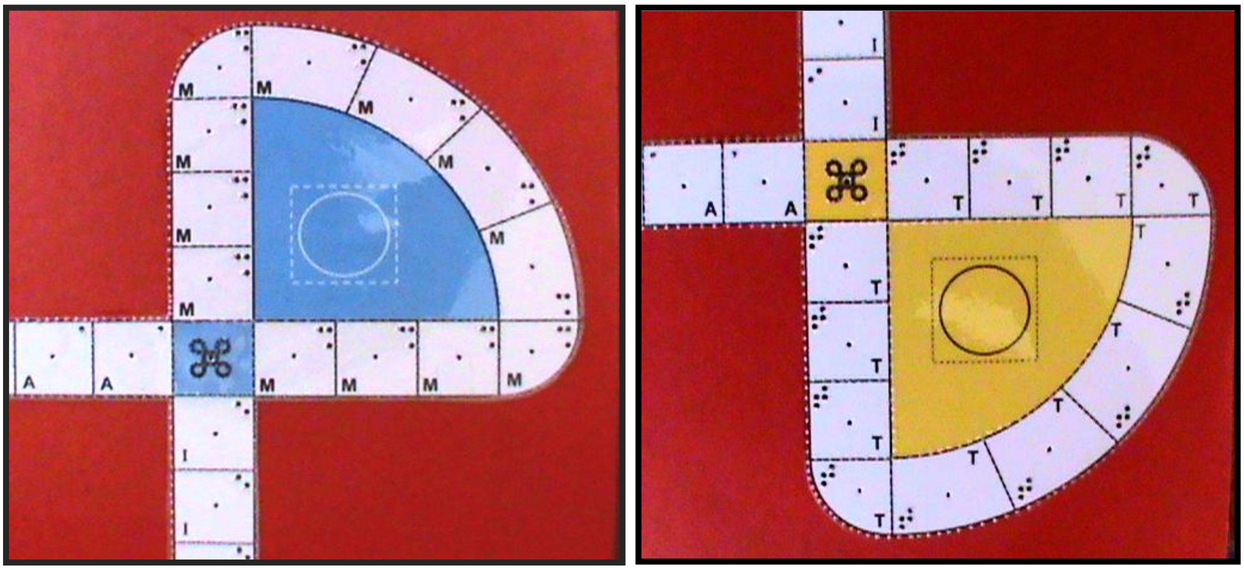


Fig.53 – Zonas do tabuleiro para colocarem as fichas conquistadas.

5.2. Regras e constituição do jogo MAGIC-MAT

Objetivo do Jogo: Formar a palavra MAGIC-MAT conquistando letras com respostas corretas a questões de matemática.

Nº de Jogadores: De 2 a 4.

Material:

Conjunto de cartões com perguntas e respetivas respostas (repartidos por 6 temas);
Conjunto de cartões com "informações matemáticas" que equivalem a um bónus;
Conjunto de fichas, com letras da palavra MAGIC-MAT;
Materiais manipuláveis de apoio às respostas, incluindo um caderno de soluções;
Dados com faces numeradas de 1 a 6;
Conjunto de 4 peões ou marcadores de cores e formas diferentes (um para cada jogador);
Tabuleiro constituído por:

- casas contendo as letras M, A, G, I, C e T;
- casas com os símbolos ⌘, 💣 e ☀;
- zona central para colocação de fichas com letras;
- quatro sectores coloridos onde cada jogador colocará as fichas conquistadas.

Significado das casas:

Casas com letras – Cada letra vai corresponder a um tema com questões a que os jogadores têm de responder acertadamente, para ganhar a respetiva letra.

Casas com o símbolo ⌘ - São as casas de **Partida.** Estas casas são 4, coloridas de cores diferentes, cada uma delas correspondendo a um sector com a mesma cor. A cada jogador é atribuída uma casa de partida, de onde inicia o jogo e ocupa o sector com a mesma cor.

Casas com o símbolo ☀ - São as casas de **Bónus.** Sempre que um jogador pára numa destas casas terá que ler, em voz alta, uma "informação matemática" e conquista uma letra qualquer, à sua escolha.

Casas com o símbolo 💣 - São as casas de **Azar.** Os jogadores que pararem nestas casas perdem uma das letras que já tenham conquistado. Cabe ao próprio jogador decidir qual a letra que perde.

Os temas:

Figuras com fósforos;
Tema Aberto (contendo questões de diversos assuntos relacionados com matemática);
Geometria;
Números e Operações;
Sequências;
Contagem e Probabilidades.

O bónus:

O bónus não é propriamente um tema mas um conjunto de informações temáticas ligadas à Matemática, as quais incluem:

- Matemáticos Portugueses;
- Matemáticos: Biografia e feitos;
- Frases Célebres de Matemáticos;
- Curiosidades Matemáticas.

Regras do Jogo:

1º- Cada jogador lança um dado. O que tiver maior pontuação será o **Diretor de Jogo.** Em caso de empate entre dois ou mais jogadores, procede-se a desempate entre os jogadores empatados com novo lançamento do dado.

2º- O jogador que tiver a 2ª maior pontuação atribui as casas de partida de cada jogador.

3º- Direitos do Diretor de Jogo:

- Escolher o tema correspondente a cada letra.
- Decidir quem é o jogador que irá ler as perguntas em voz alta.

4º- Obrigações do Diretor de Jogo:

- Distribuir todo o material necessário no decorrer do jogo.
- Zelar pelo cumprimento de todas as regras do jogo.
- Tomar decisões, no caso de surgirem dúvidas durante as jogadas.

5º- Início das jogadas:

- O Diretor de Jogo:
  - Coloca as fichas com as letras na zona central do tabuleiro.
  - Atribui uma letra a cada tema.
  - Entrega uma marca a cada jogador após a escolha da sua casa de partida.
- Cada jogador coloca a sua marca na respetiva casa de partida.
- A ordem de jogada é a que foi determinada inicialmente pelo lançamento do dado.
- Cada jogador, pela sua ordem, lança o dado e anda um número de casas igual ao que lhe saiu, podendo optar por qualquer uma das direções que contornam a sua casa de partida.
- Na casa em que parar, tem que responder a uma questão do tema relativo à letra dessa casa.
- Cada resposta correta, permite-lhe ganhar uma ficha com a respetiva letra.
- Se um jogador parar numa casa com uma letra que já tenha conquistado, pode optar por responder à respetiva pergunta e ganhar outra letra igual, ou pode optar por não responder aguardando a sua vez para jogar novamente.
- As fichas conquistadas serão colocadas nos sectores coloridos de cada jogador.
- Sempre que um jogador passa por uma casa de partida, pode escolher a direção e/ou sentido que mais lhe convém. Esta é a única situação em que lhe é permitido mudar de direção ou de sentido, de resto terá sempre que seguir, em cada jogada, a direção e sentido que tomou ao passar na casa de partida.
- Quando um jogador pára numa casa de partida de outro jogador, poderá negociar com aquele a troca de uma e só uma letra, por mútuo acordo. Cada jogador só pode beneficiar de troca de letras uma única vez.
- O jogo termina quando um dos jogadores tiver conquistado todas as letras para formar a palavra **MAGIC-MAT.**

Nota 1: As letras A e M aparecem 2 vezes na palavra, como tal os jogadores terão que responder a 2 questões, quer para a letra A quer para a letra M.

Nota 2: Pode optar-se por não utilizar todos os temas durante as jogadas.

5.3. Os materiais utilizados no jogo

No jogo MAGIC-MAT podemos considerar dois grupos distintos de materiais que designei por materiais **triviais** e materiais **adicionais**.

Os materiais triviais são aqueles que estão intrínsecos à ação do jogo, sem os quais seria impossível jogar seguindo a totalidade das regras estabelecidas à partida. Por exemplo: o tabuleiro, os dados, os peões, os cartões com as perguntas e respetivas respostas, o caderno de bónus e as fichas com letras.

Os materiais adicionais são os que servem de apoio à resolução das questões. Estes não seriam tão imprescindíveis quanto os primeiros, uma vez que, de uma maneira geral, se não estivéssemos a trabalhar com alunos cegos, as questões poderiam ser resolvidas sem recurso aos mesmos. No entanto, constituem um precioso auxiliar para todos, independentemente de serem ou não cegos. Como exemplos de materiais adicionais temos: sólidos geométricos, placas de velcro, fósforos, bases de espuma EVA (Ethil Vinil Acetat), discos com números em Braille e em Árabe, quadros magnéticos, peças com ímanes, planificações de figuras geométricas, figuras com desenhos em picotado e/ou em relevo, peças de puzzles, arames, pioneses, etc.

Alguns dos materiais utilizados irão ser descritos a seguir, nomeadamente no que diz respeito ao seu modo de construção, à sua adaptação a alunos cegos e com baixa visão, e ao seu contributo enquanto material didático. Outros serão abordados mais adiante, aquando da sua implementação, uma vez que a sua abordagem se torna mais pertinente nessa circunstância.

5.3.1. Os materiais triviais

Tal com já foi referido, estes materiais são absolutamente necessários à ação do jogo. No entanto, o que se vai verificar mais tarde é que também podemos jogar sem estes elementos. Isto pode perecer contraditório na medida em que afirmamos ser impossível jogar sem eles seguindo a totalidade das regras estabelecidas à partida. Na realidade, se quisermos jogar sem eles, teremos que alterar as regras do jogo transformando-o assim num jogo diferente.

5.3.1.1. O tabuleiro do jogo

O tabuleiro já foi totalmente descrito na secção 5.1. e podendo parecer, à primeira vista, uma peça chave do jogo, não se revelou como tal. Mais adiante, teremos a oportunidade de verificar como foi possível jogar sem esta peça.

5.3.1.2. As perguntas e o seu modo de apresentação

Se observarmos a figura 54, perceberemos facilmente como foram apresentadas as perguntas e as respetivas respostas: Numa folha de papel A4 dobrada ao meio, as perguntas foram colocadas na face exterior da folha e as suas respostas na face interior, de tal modo que quando a folha é desdobrada a resposta fica automaticamente visível na sua face interior. No tema “figuras com fósforos” foi necessário complementar as respostas com um caderno de soluções (Anexo 4). Em muitas situações, as figuras foram construídas em relevo, como se vê na foto da direita da figura 54, para possibilitar o seu reconhecimento por parte dos alunos cegos.

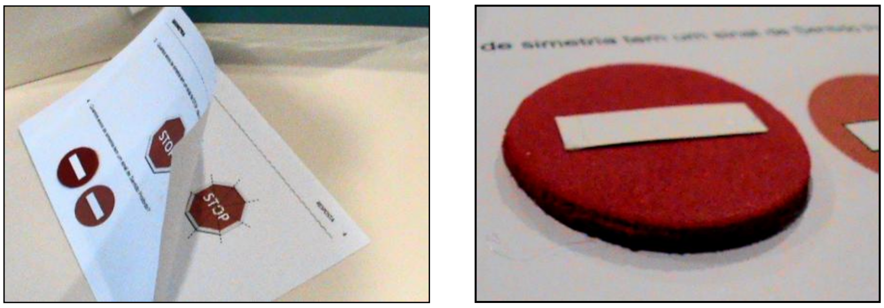


Fig.54 – À esquerda: cartão com as questões nºs 3 e 4 do tema Geometria e respetiva resposta no interior. À direita: Ampliação do mesmo cartão mostrando a imagem em relevo, adequado a cegos.

As folhas com as questões, apresentam-se agrupadas por temas e arrumadas em caixas construídas para o efeito, de forma que se mantivessem em posição vertical para mais fácil acesso. Foram utilizadas caixas de cores diferentes para cada tema. Os conjuntos de questões podem ser consultados nos Anexos 3, 5, 6, 7, 8 e 9.

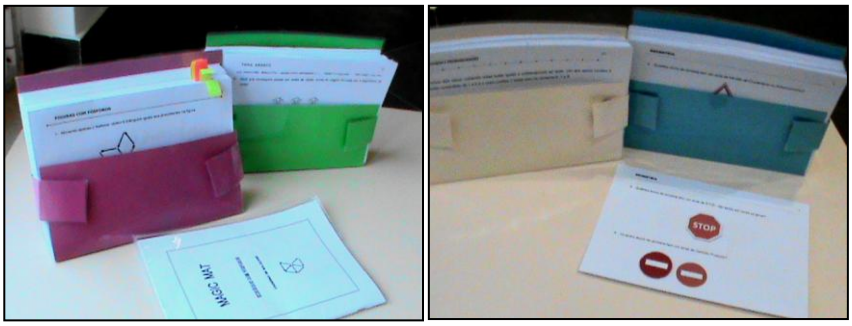


Fig.55 – Folhas com as questões dispostas em caixas verticais.

5.3.1.3. Os dados e os peões

Neste tipo de jogos, os dados e os peões são peças essenciais e bastante vulgares. Para avançar nas casas são necessários valores numéricos, que se obtêm pelo lançamento de dados, e para as assinalar são necessários marcadores ou peões (Fig.56). Como o nosso jogo se destina a alunos cegos, estas peças têm que ser alvo de adaptações cuja eficácia deve ser testada para que possa haver uma otimização de desempenho no jogo.

Fig.56 – Dados e marcadores adaptados para cegos.

Como podemos observar na foto da figura 57, foram testados três tipos diferentes de dados: o do centro e o da direita possuem as faces reentrantes e as pintas em relevo; o da esquerda não tem faces reentrantes, mas as pintas são escavadas em reentrância. Este último encontra-se com facilidade no mercado em lojas de brinquedos, mas os outros, por norma, só se encontram em lojas de materiais para cegos.

Verificou-se que os alunos cegos reconhecem facilmente os números em qualquer tipo de dado. Todavia, a sua a preferência recai no dado de faces reentrantes e pintas em relevo mais pequenas, uma vez que as suas dimensões se aproximarem mais das células Braille que estão habituados a usar.

Fig.57 – Dados de três tipos diferentes.

Quanto aos marcadores ou peões, foram usadas peças com quatro cores diferentes e com formatos distintos para cada uma das cores. Essas peças foram coladas sobre tachas circulares, de plástico branco, munidas de uma haste metálica central, como se pode ver na figura 58.

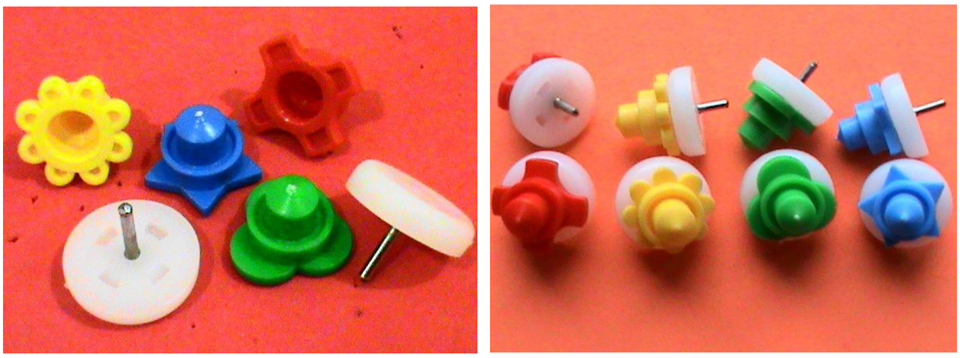


Fig.58 – Peões do jogo que revelaram maior aceitação.

Estes marcadores revelaram-se mais eficazes relativamente a outros que foram igualmente testados, os quais eram constituídos por peças de cores distintas mas com formatos iguais, diferenciando-se entre si, pelas texturas usadas na sua parte superior. Estes últimos não foram muito bem aceites pela generalidade dos alunos, por serem mais difíceis de manipular e por possuírem uma base mais pequena do que a parte superior, o que os tornou menos estáveis ao serem colocados nos furos do tabuleiro.

Fig.59 – Peões que tiveram menor aceitação por parte dos alunos.

5.3.1.4. As fichas com letras

Uma vez que o objetivo do jogo é formar a palavra MAGIC-MAT, foram construídas várias fichas em cartolina com as letras M, A, G, I, C e T, as quais foram transcritas também em Braille. As fichas foram arrumadas em caixas com divisórias, para facilitar a sua separação (Fig.60). Deste modo, os alunos cegos conseguiam identificar as letras sem dificuldade. Verificou-se, no entanto, que não era muito fácil retirá-las da caixa. Optou-se então por colocá-las numa posição próxima da vertical, utilizando um suporte por trás, como se pode observar na foto da direita da figura 60.

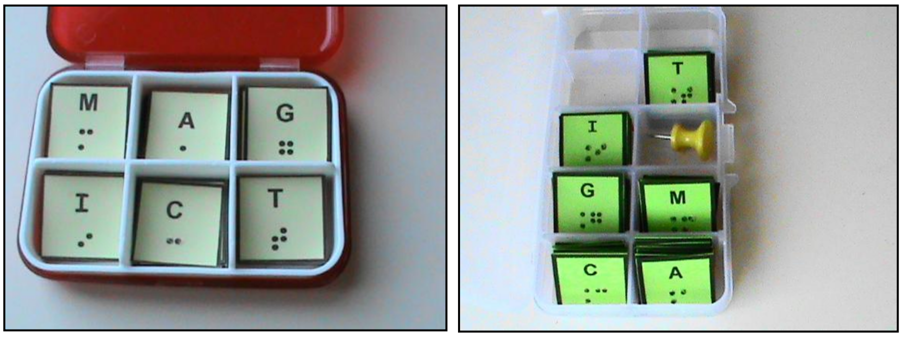


Fig.60 – Fichas com letras utilizadas no jogo.

Verificou-se, posteriormente, que a melhor forma de retirar as fichas de dentro das caixas consistia na utilização de um pionés, com o qual se espetavam as fichas, as quais se mantinham presas ao pionés podendo, de seguida, ser facilmente manipuladas. Este processo de retirar as fichas beneficia ainda da vantagem de as mesmas se poderem manter dentro da caixa na posição horizontal.

5.3.1.5. O caderno de bónus

O caderno de bónus, como já foi dito anteriormente, consiste num conjunto de informações temáticas relacionadas com a Matemática, as quais abrangem os seguintes temas:

- Matemáticos Portugueses;
- Matemáticos: Biografia e feitos;
- Frases Célebres de Matemáticos;
- Curiosidades Matemáticas.

Neste caderno optou-se por apresentar, junto de cada uma das informações, as respetivas fontes bibliográficas e os websites, para que fossem também divulgadas aos alunos, sempre que conquistavam um bónus. Este caderno pode ser consultado no Anexo 10.

5.3.2. Os materiais adicionais

Dada a elevada quantidade de perguntas associadas ao jogo MAGIC-MAT, as quais perfazem um total de 977, não foi possível construir materiais para todas, por isso teve que se estabelecer algumas prioridades de acordo com as necessidades inerentes a cada questão. Por exemplo: as questões ligadas à geometria, como os sólidos geométricos, os puzzles e os

quebra-cabeças geométricos, foram acompanhadas de material manipulável auxiliar; as figuras mágicas e os puzzles numéricos foram complementados com fichas, detendo numeração árabe e Braille; os exercícios com fósforos incluíram sempre placas de velcro fêmea e fósforos munidos de velcro macho.
Dado o elevado número de materiais utilizados na resolução das questões, não vai ser possível enumerá-los aqui na sua totalidade. Irei, no entanto, fazer referência àqueles cuja funcionalidade se tornou imprescindível no processo de resolução de algumas questões, pelo que, nos pontos que se seguem, mencionarei alguns desses materiais, explicarei como foram construídos e como foram utilizados. Outros serão abordados mais adiante, à medida que for efetuada a análise das observações feitas aos alunos envolvidos neste estudo, pois desse modo torna-se mais percetível a sua funcionalidade.

5.3.2.1. As placas de espuma EVA

Como material de apoio à resolução de muitas das questões, foram utilizadas placas de espuma EVA (Fig.61). A utilidade destas placas é incontestável no que toca à fixação de materiais. Estas placas foram utilizadas inúmeras vezes durante o jogo para fixar folhas soltas, suportes de peças, bases e peças de puzzles, fichas numéricas e com letras, figuras planas, etc..

Fig.61 – Placas de espuma vinílica acetinada EVA.

5.3.2.2. Os quadros magnéticos

Os quadros magnéticos revelaram grande utilidade como auxiliares na resolução de puzzles e de exercícios com números. Para um aluno cego, a construção de um puzzle cujas peças são figuras geométricas planas requer uma base, onde o aluno identifique a figura que se pretende construir e esta deve permanecer fixa. A sua imobilização pode ser feita recorrendo a um quadro magnético, ou sobre uma placa de cortiça ou de EVA, utilizando pioneses.

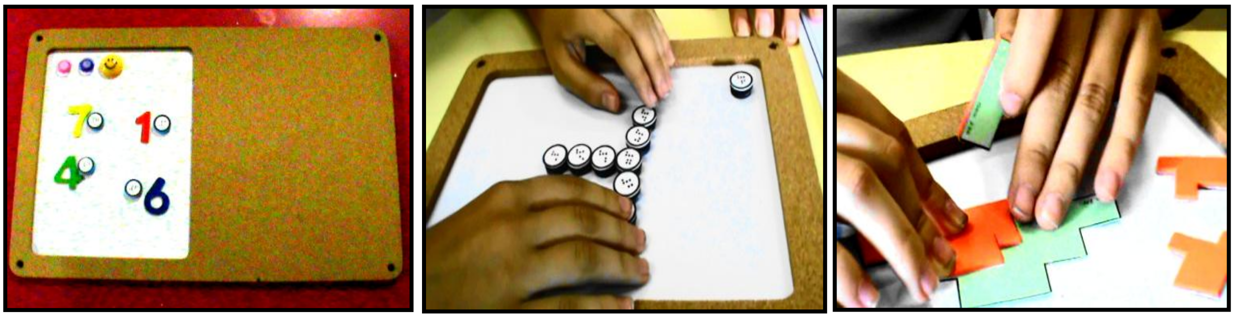


Fig.62 – Quadros magnéticos munidos de cortiça.

Quadros como o que se vê na figura 62, possuindo um retângulo magnético implantado numa placa de cortiça também retangular, não são fáceis de encontrar no mercado. No entanto, é comum encontrarmos os dois acessórios em separado, o que nos permite construir, com facilidade, este tipo de quadros. Quanto às peças magnéticas que aderem ao quadro, devido à sua especificidade, têm que ser necessariamente construídas pelo professor.

5.3.2.3. As peças magnéticas

Em diversas situações recorremos à utilização de peças magnéticas para a resolução das questões do jogo. Os discos com números em Braille (Fig.63) constituíram um auxiliar importante na resolução de puzzles numéricos.

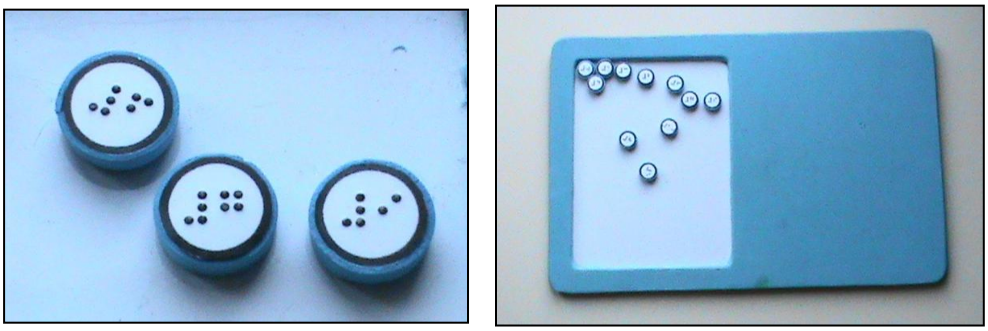


Fig.63 – Quadro magnético e números em Braille munidos de íman.

Para a construção destas peças foram utilizados ímanes circulares sobre os quais se colaram discos de feltro, e em cima destes colaram-se números em Braille, que foram posteriormente demarcados numa folha de papel plastificada e recortada em forma circular. As peças assim construídas assumiam uma irregularidade lateral sensível ao tato, pelo que houve a necessidade de as forrar com tiras de espuma EVA. Este último pormenor devolveu-lhes uma ótima adaptação para os alunos cegos pela suavidade da sua textura. De igual modo, o quadro magnético, que se vê na figura 63, também foi forrado com placa de espuma, por esta ser mais suave do que a cortiça.

Para além dos números em Braille, algumas peças de puzzles geométricos foram forradas com uma placa magnética flexível o que lhes conferiu um poder de fixação muito vantajoso para os alunos cegos. O único inconveniente associado a estas placas reside no facto de as mesmas não se encontraram disponíveis no mercado.

5.3.2.4. Os materiais utilizados em puzzles geométricos planos

Para a resolução das questões que envolveram puzzles geométricos com figuras planas, foram construídas bases de cartolina e peças assessórias em cartolina forrada com espuma EVA, com se pode ver na figura 64. Todas as peças construídas neste tipo de puzzles foram numeradas de acordo com número correspondente à questão ou questões em que iriam ser utilizadas.

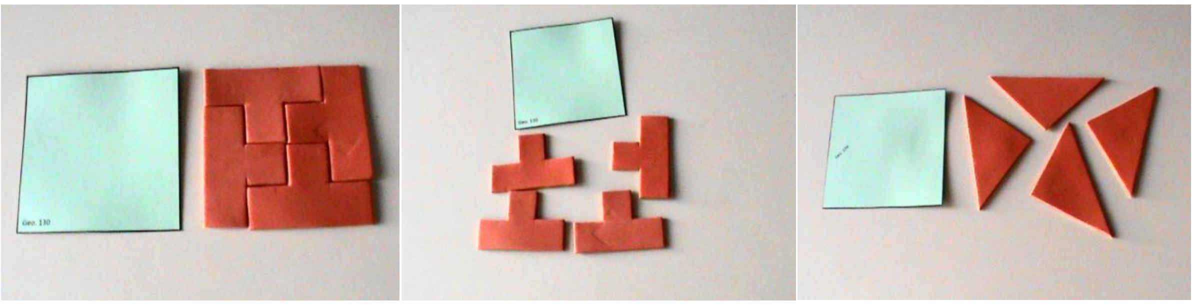


Fig. 64 – Material utilizado na resolução das questões 130 e 134 do tema Geometria (Anexo 6).

Tal como já foi referido anteriormente, em alguns casos foram utilizadas placas magnéticas em vez de cartolina (Fig.65).

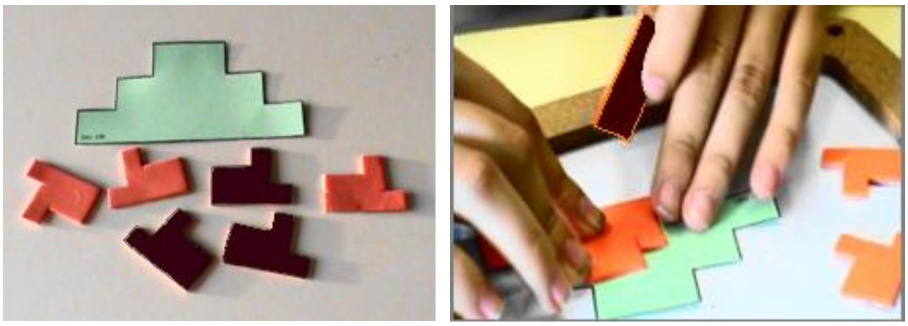


Fig. 65 – Material utilizado para a resolução da questão nº 136 do tema Geometria (Anexo 6).

Noutras situações, foram utilizadas folhas plastificadas revestidas de espuma EVA (Fig.66), tendo-se verificado que estas garantiam uma maior durabilidade do que aquelas em que foi utilizada a cartolina.

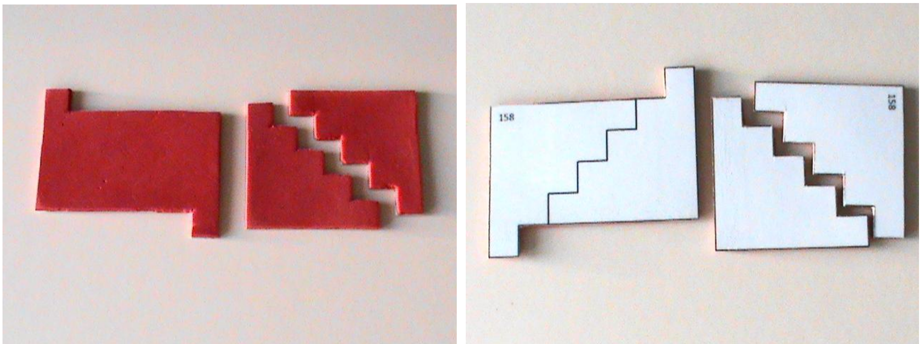


Fig. 66 – Material utilizado na resolução da questão 158 do tema Geometria (Anexo 6).

Tivemos situações em que o mesmo conjunto de peças pôde ser utilizado para a resolução de várias questões diferentes, o que foi vantajoso porque permitiu-nos economizar material. Temos como exemplo as peças da figura 67, que foram utilizadas na resolução das questões 154 a 158, das quais podemos ver algumas imagens na figura 68.

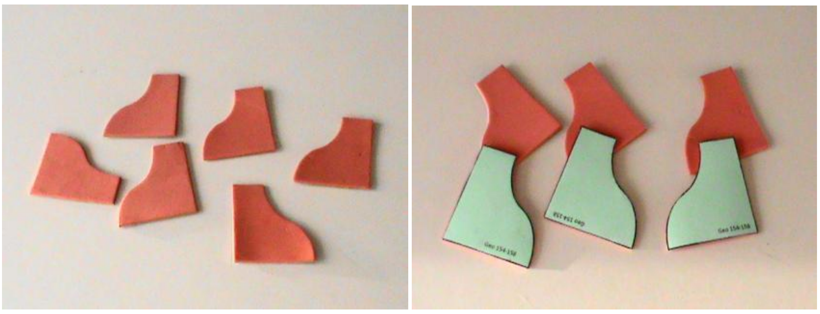


Fig. 67 – Peças dos puzzles das questões nºs 154 a 158 do tema Geometria.

Fig. 68 – Algumas figuras que se podem construir com as peças representadas na figura 67.

Para a resolução do exercício número 180 do tema Geometria (ver Anexo 6) foi necessário construir duas placas com figuras em relevo: uma em que as figuras estão fixas e que serve para apresentar aos alunos o desenho da figura principal da questão (Fig.69); a outra possui quadrados destacáveis que encaixam em concavidades, também quadradas, permitindo dessa forma completar o conjunto de figuras do desenho da principal (Fig. 70).

Fig. 69 – Base com o desenho da figura principal, em relevo.

Esta segunda placa tem como finalidade ajudar os alunos a completarem o puzzle. Por se tratar de um puzzle em que é necessário estabelecer uma correspondência entre números e letras, cada concavidades onde encaixam as peças quadradas contêm os números 1, 2, 3, 4 e 5, e as peças contêm as letras A, B, C, D e E (Fig.70).

Um dos alunos cegos, o Luís, manifestou uma particular preferência por este puzzle, o qual conseguiu resolver sozinho durante uma aula de apoio, tendo sugerido que se propusesse aos seus colegas normovisuais a tentativa de o resolverem com os olhos vendados.

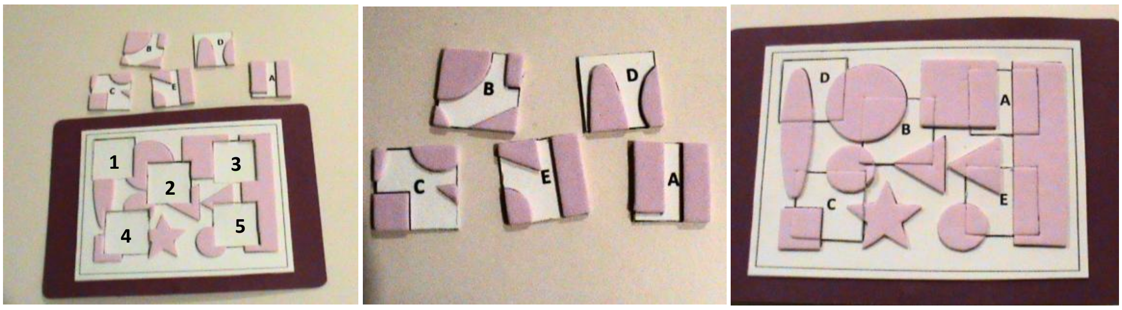


Fig. 70 - Material auxiliar à resolução da questão nº 180 do tema Geometria.

À primeira vista, pode parecer que este material é um auxiliar específico para alunos cegos, mas na realidade ele revelou-se muito útil para os alunos normovisuais, que apesar de conseguirem resolver a questão vendo apenas o desenho no papel, preferiram utilizar o material manipulável alegando ser bastante facilitador. Um dado importante, que foi me permitido observar durante a resolução deste puzzle, foi o facto de as peças se dispersarem com alguma facilidade sobre a mesa, dificultando o trabalho dos alunos cegos. Na figura 71 pode observar-se essa dispersão, que é notória na foto central, em que uma das peças se encontra por baixo da placa do puzzle que a aluna está a construir. Esta situação pode parecer insignificante para uma pessoa que vê mas, para uma pessoa cega, constitui um obstáculo ao seu desempenho. Nas fotos pode ver-se que esta aluna tão depressa tem as peças no lado direito do jogo, como as tem ao centro. Ao mudá-las de lugar, basta que deixe uma peça perdida para levar imenso tempo a procurá-la, caso não tenha ninguém por perto para a ajudar a encontrar.

Fig.71 – Fotos onde se observa a dispersão das peças do puzzle sobre a mesa.

Não chegámos a pôr em prática a solução para este problema, que passaria por colocar as peças dentro de uma caixa, cujas dimensões lhes permitissem fácil acesso.

5.3.2.5. Os materiais utilizados em puzzles geométricos a três dimensões

Para além dos puzzles geométricos planos, as questões do jogo MAGIC-MAT também abrangeram puzzles a três dimensões. Estes puzzles despertaram um enorme interesse por parte de todos os alunos envolvidos neste estudo, pois demoravam imenso tempo a encontrar a sua solução e achavam imensa graça quando a descobriam e se apercebiam que afinal ela era óbvia.

Na resolução das questões 182 a 186 do tema Geometria, as quais constituem puzzles geométricos a três dimensões, foram utilizados sólidos geométricos construídos em cartolina plastificada, nos quais se colocaram ímanes e anilhas de ferro, nas superfícies interiores das suas faces (Fig.72). Os sólidos construídos desta forma atraem-se mutuamente e fazem com que as construções obtidas se mantenham estáveis. Este fator de estabilidade das peças ao tocarem-se, constituiu uma das características mais importantes a eles inerente, uma vez que, para os alunos cegos, é muito difícil manter fixa a posição das peças neste tipo de atividades, especialmente nos casos em que os puzzles envolvem mais do que duas peças.

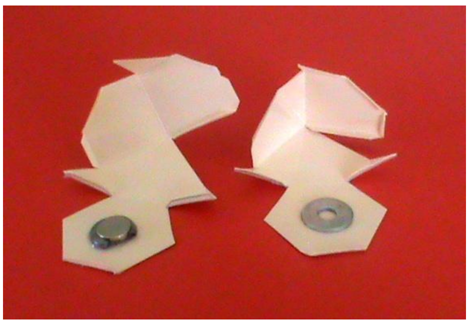


Fig.72 – Construção de um sólido com ímanes no interior.

Como se pode observar nas fotos da figura 73, para que houvesse uma melhor identificação dos sólidos principais de cada puzzle, foi escrito o seu nome em Braille numa das faces e o seu nome em alfabeto latino, noutra.

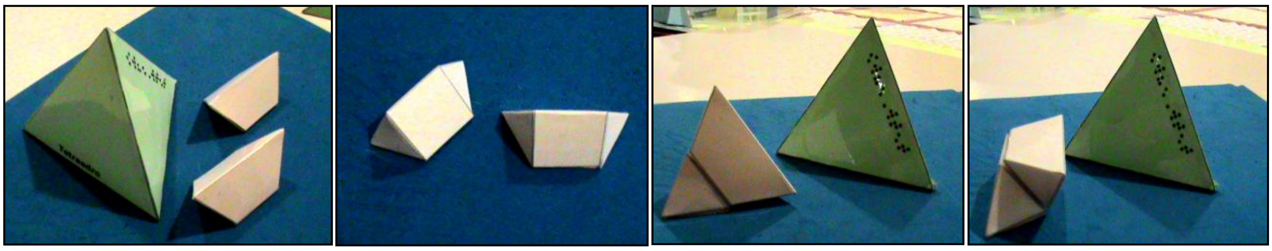


Fig.73 – Peças para a formação de um tetraedro.

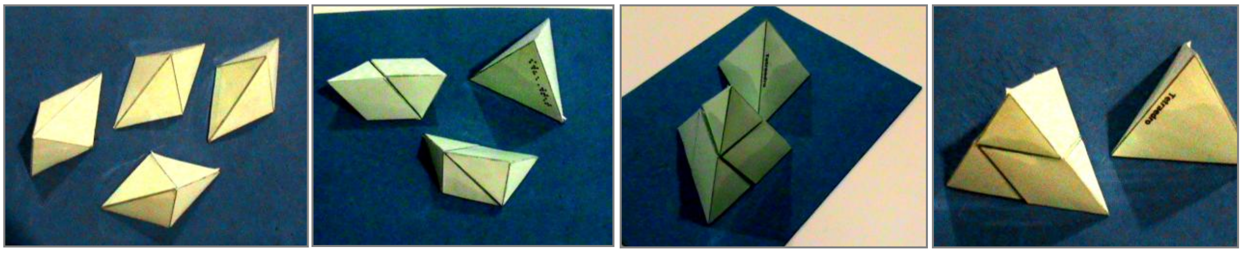


Fig.74 – Outras peças para a formação de um tetraedro.

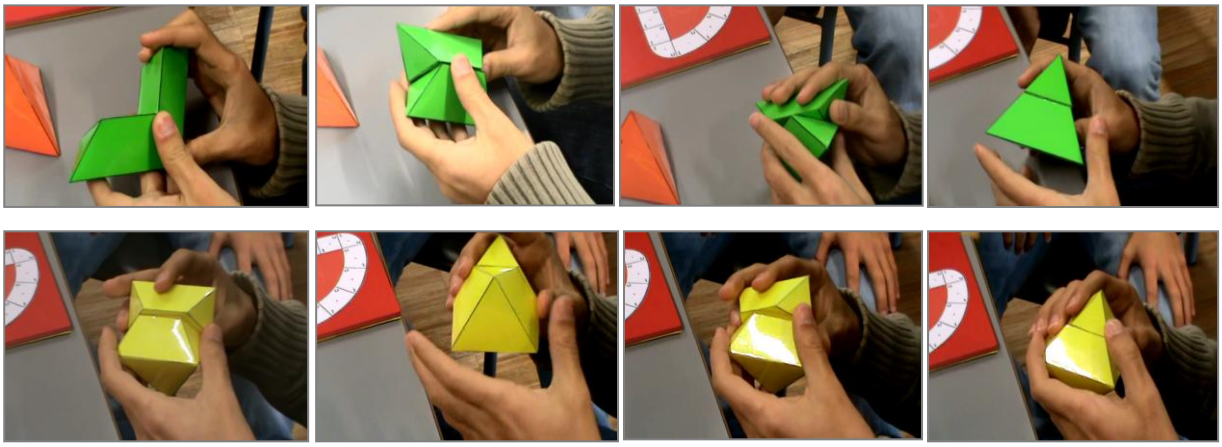


Fig.75 – Utilização, por parte de um aluno cego, das peças para formar um tetraedro (em cima) e das peças para formar um octaedro (em baixo).

5.3.2.6. O material usado nas planificações de cubos

Nos exercícios onde foi necessário identificar as posições das faces de um cubo, foram utilizadas planificações plastificadas, cujos desenhos foram construídos em picotado e, em alguns casos, foram utilizados "smiles". Estes materiais foram muito bem aceites por todos os alunos, uma vez que constituíam uma forma de relevo bem identificável para os alunos cegos, e apresentavam um bom contraste, para os alunos com baixa visão e normovisuais, para além dos jovens acharem bonito este tipo de material.

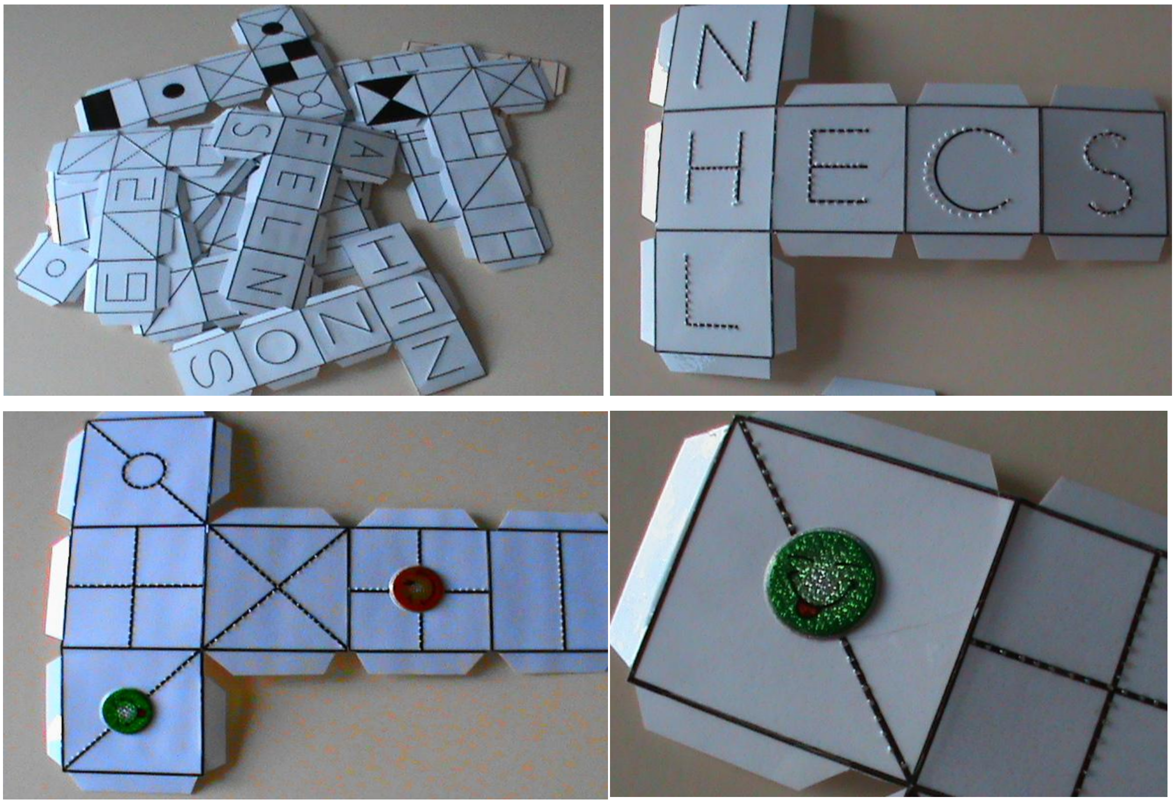


Fig.76 – Material utilizado na planificação de cubos.

A forma de construção destas planificações, em que as respetivas badanas gozam da possibilidade de encaixe, torna muito simples a montagem e desmontagem dos sólidos.

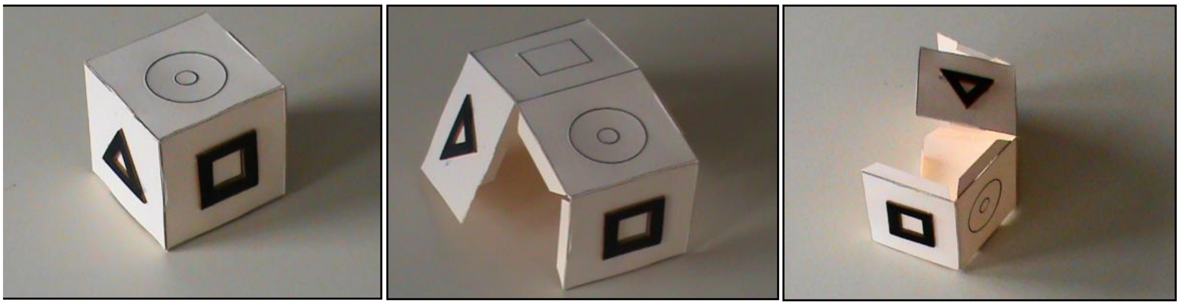


Fig.77 – Cubo que se pode montar e planificar com facilidade.

Esta característica contribuiu bastante positivamente para a resolução das questões que envolviam cubos e as respetivas planificações. Na figura 78 é possível observar como foi fácil para uma aluna cega construir o cubo que inicialmente se encontrava planificado.

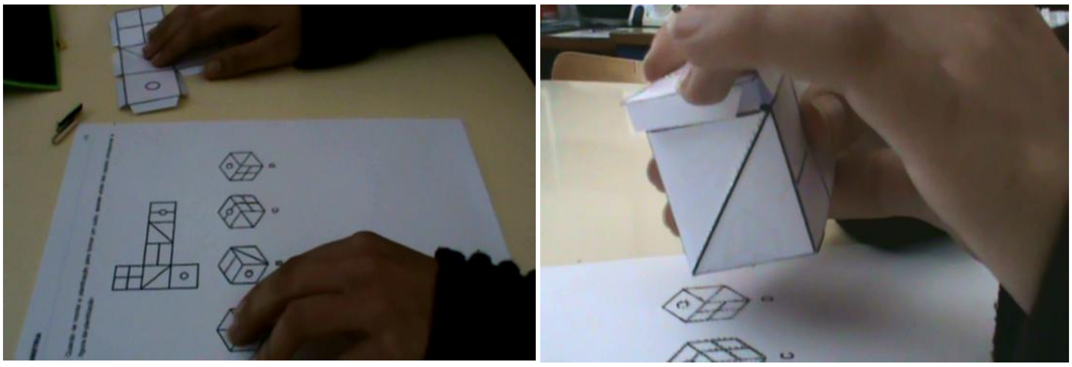


Fig.78 – Resolução, por parte de uma aluna cega, de uma questão que envolve a planificação de um cubo.

5.3.2.7. O material usado nos puzzles numéricos

Na grande maioria dos puzzles numéricos foram usadas fichas com números e discos magnéticos com números em Braille. Embora já tenhamos mostrado anteriormente a imagens de alguns deles, podemos também observá-los na figura 79. Estes materiais revelaram-se bastante eficazes, especialmente na resolução de questões que envolveram figuras mágicas.

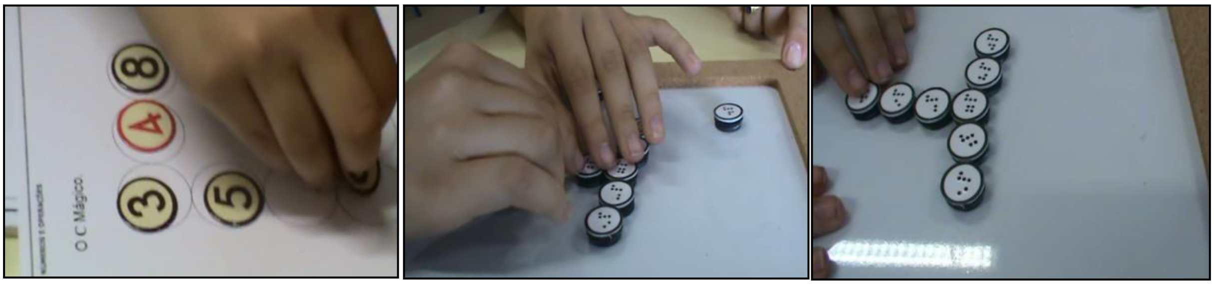


Fig.79 – Fichas e peças magnéticas utilizadas na resolução de exercícios numéricos.

No entanto, outros puzzles numéricos necessitaram de material específico para a sua resolução. São os casos das questões nº 1, nº 33 e nº 37 do Tema Aberto.
Na sua essência, a questão nº1, embora possa não parecer, não deixa de ser um quadrado mágico. A construção do material para esta questão passou por diversas fases experimentais tendo sofrido alguns melhoramentos desde a primeira vez que foi utilizado (Fig. 80).

Fig.80 – Três formas diferentes de material utilizado na questão nº1 do Tema Aberto.

No entanto, em todas as situações seguiu-se um princípio fundamental que foi a utilização de peças magnéticas. Para que estas peças aderissem à base do jogo, optou-se pela plastificação da mesma, instalando discos de metal no seu verso.

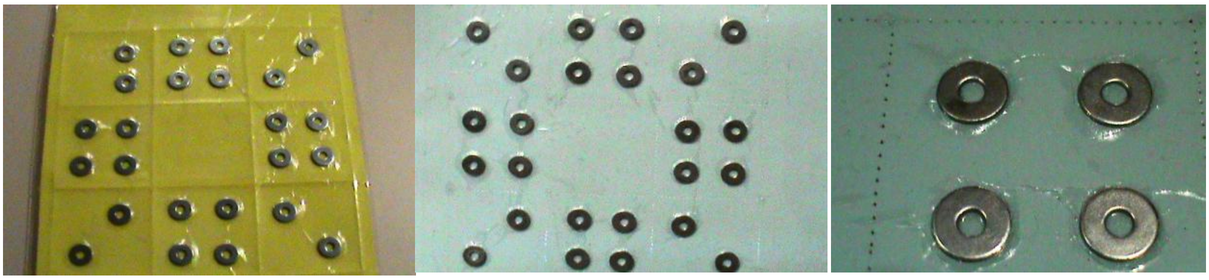


Fig.81 – Discos de metal colocados no verso da placa do jogo.

Tendo-se constatado que os alunos cegos não detetavam bem o quadrado central, utilizando--o muitas vezes para colocar as peças, quando esse quadrado deveria ser excluído, optou-se por colocar-lhe uma textura saliente, mais fácil de detetar (Fig.82).

Fig.82 – Quadrado central munido de textura saliente.

Para a questão nº 33, foi construída uma estrutura em que era possível passar os números de um lado para o outro com se se tratasse de um caderno. Os números estavam assinados em cartões, quer em árabe quer em Braille (Fig.83).

Fig.83 – Material para a resolução da questão nº 33 do Tema Aberto.

Para a questão nº 37, foram construídos cartões com grupos de números dispostos em triângulo, como se pode ver na figura 84. Para os alunos com baixa visão foram utilizados cartões com algarismos árabes bastante ampliados e para os alunos cegos utilizaram-se números em Braille.

Fig. 84 – Cartões para a resolução da questão nº 37 do Tema Aberto.

5.3.2.8. A construção do material para os puzzles com fósforos

Todos os nossos jogos foram construídos tendo em conta a sua utilização por parte de normovisuais e principalmente, por cegos e pessoas com baixa visão. Sabemos que é fácil, para qualquer pessoa que vê, pegar num conjunto de fósforos, colocá-los sobre uma mesa e manipulá-los conforme deseja. No entanto, se construirmos uma figura com fósforos ou com palitos, sobre uma mesa, e quisermos que um cego resolva um puzzle com este material, a primeira coisa que acontece é que ele nem sequer consegue satisfazer a primeira regra do jogo, ou seja, a observação da disposição inicial dos fósforos seria imediatamente condicionada pela sua falta de visão. Como ele se vai socorrer do tato para o reconhecimento da imagem, só o simples facto de tocar no material pode provocar deslocamentos indesejáveis.

A forma que me pareceu mais adequada para ultrapassar esta situação foi a construção de cartões rígidos, forrados de velcro (fêmea) em uma das faces. Depois, utilizando fósforos dos maiores que se encontram no mercado, procedi ao seu corte em pedacinhos, todos do mesmo tamanho mas não muito grandes, para que a construção das figuras não se tornasse demasiado ampla. Estes pedaços de fósforos, como sabemos, têm a forma de prismas quadrangulares. Em cada um destes finos prismas e apenas numa das suas faces laterais foi colado velcro (macho). Os fósforos poderiam assim aderir ao cartão sem se deslocarem ao serem tateados por um cego. Também tive em atenção a cor do velcro a utilizar porque, uma vez que os fósforos são quase brancos, o velcro deveria ser preto, a fim de produzir o melhor contraste possível, para os alunos com baixa visão. A única desvantagem deste material reside no facto de, por vezes, o ato de retirar um fósforo oferecer alguma resistência.

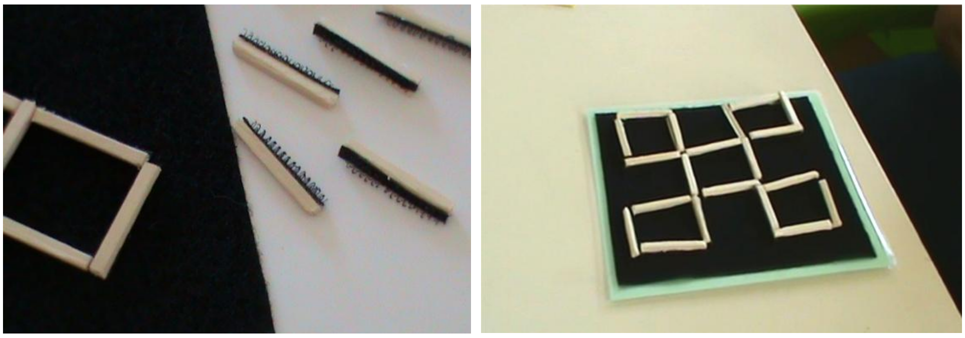


Fig. 85 - Material utilizado nas figuras com fósforos.

Interessava-me saber qual a opinião dos alunos acerca da utilização deste material, pelo que os questionei nesse sentido. Quer a Ana, quer o Luís acharam-no adequado. No entanto, a Marta, apesar de achar que não era muito mau, lembrou-se que, quando frequentou a escola pré-primária, tinha usado quadros magnéticos com peças que lhes aderiam e sugeriu que talvez fossem mais adequados do que o velcro. Eu então relembrei à Marta que nós também já tínhamos utilizado esses quadros magnéticos, no ano letivo anterior, quando executámos exercícios com números e perguntei-lhe se ela já não se lembrava. A Marta respondeu:

"Sim, sim lembro-me! É mesmo isso! Só que aí só tínhamos peças que eram redondas e tinham números. Eu queria dizer que também podíamos usar com os fósforos, se tivéssemos peças no feitio de fósforos"

Expliquei então à Marta que tinha gostado da sua sugestão, mas que havia um pequeno problema: é que esses quadros são constituídos por uma placa de ferro muito fina, plastificada geralmente com um material de cor branca e que deixa passar a propriedade que o ferro tem de atrair o íman. Quanto às peças, para poderem aderir ao quadro, têm que ter propriedades magnéticas e é muito difícil encontrar no mercado esse tipo de peças, com o formato de fósforo. Expliquei-lhe também que as peças que tínhamos usado nos exercícios com números eram circulares e essas encontram-se muito facilmente à venda. Como quase todo o material que usamos aqui nos jogos é artesanal, nem sempre é fácil conseguirmos arranjar as coisas ideais. Contudo, tentamos fazer o melhor que conseguimos, aperfeiçoando o material sempre que possível e para isso, a opinião de quem o utiliza é muito importante.

5.3.2.9. As folhas de papel picotadas

Em todos os temas do jogo MAGIC-MAT existem questões que envolvem figuras. Sabemos que nas escolas, em fichas e em testes, e mesmo em situações de exame, a forma de transmitir a um aluno cego o conteúdo de uma figura passa pela sua descrição por palavras. Isto acontece porque as escolas não estão equipadas com impressoras de relevo, uma vez que se trata de um material muito recente e que é ainda bastante dispendioso. Neste jogo, para ultrapassar essa lacuna, utilizou-se uma máquina de costura sem fio para picotar os desenhos nas folhas de papel.

Apesar da construção destas figuras parecer fácil, tinha que haver o cuidado de desenhar a figura na frente e no verso da folha de forma coincidente, para posteriormente ser introduzida na máquina. Esta medida nem sempre foi fácil de executar devido à dificuldade de fazer com as figuras de ambas as faces se sobrepusessem. No entanto, este material assim concebido resultou muito bem e foi muito bem aceite pelos alunos cegos, pelo que passei também a utilizá-lo nas minhas aulas.

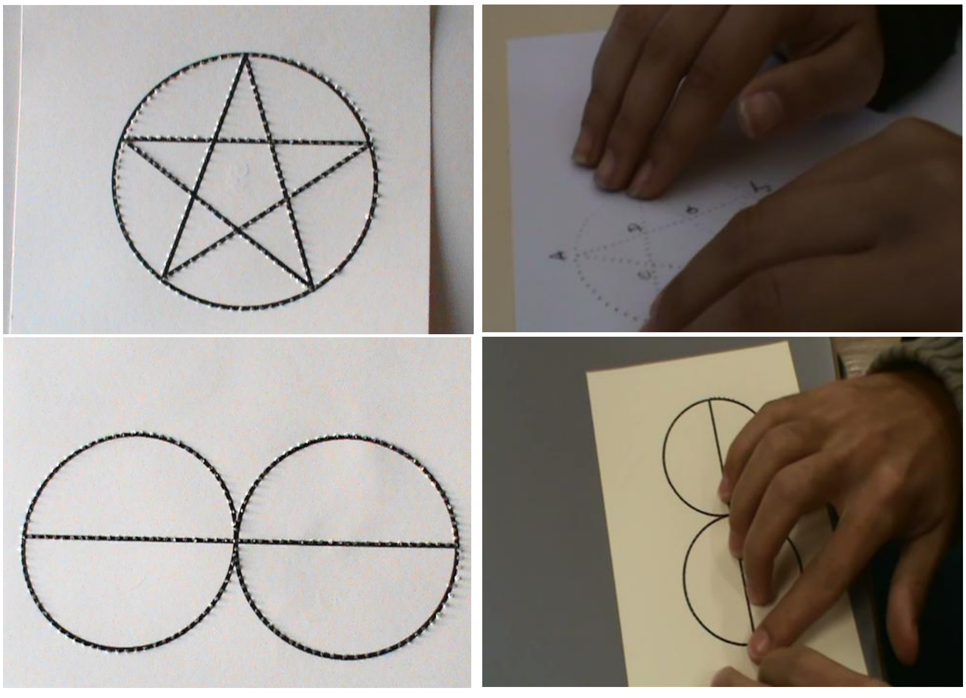


Fig.86 – Figuras picotadas em papel e em cartolina.

Em determinadas situações, as folhas de papel picotado foram complementadas com superfícies texturadas, como é o caso da questão nº 12 do Tema Aberto e que podemos observar na figura 87.

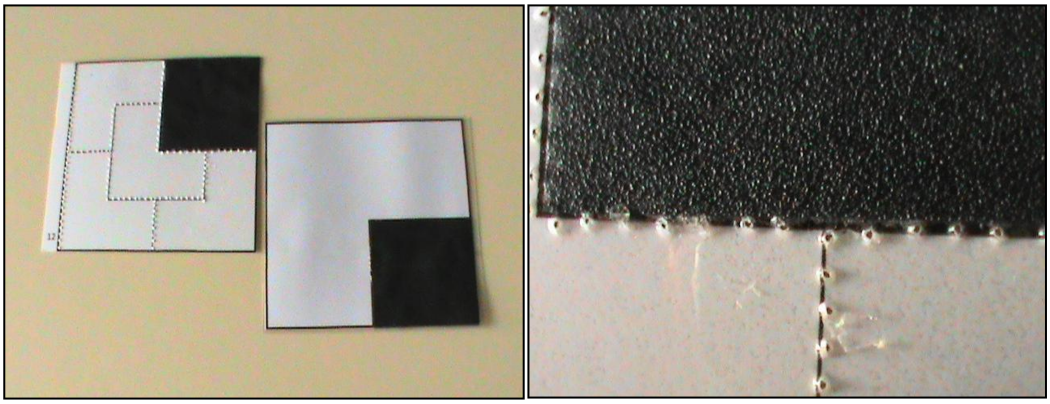


Fig.87 – Figuras picotadas em papel com superfícies texturadas.

5.3.2.10. Outros materiais adicionais

Para além dos materiais apresentados até agora, foram ainda utilizados outros que, por não apresentarem características e finalidades comuns entre si, não foi possível agrupar, tal como fizemos com os que descrevemos até agora. No entanto, é oportuno divulgar aqui apenas alguns, que considero particularmente interessantes e dos quais optei por mostrar apenas algumas imagens, sem a preocupação de descrevê-los.

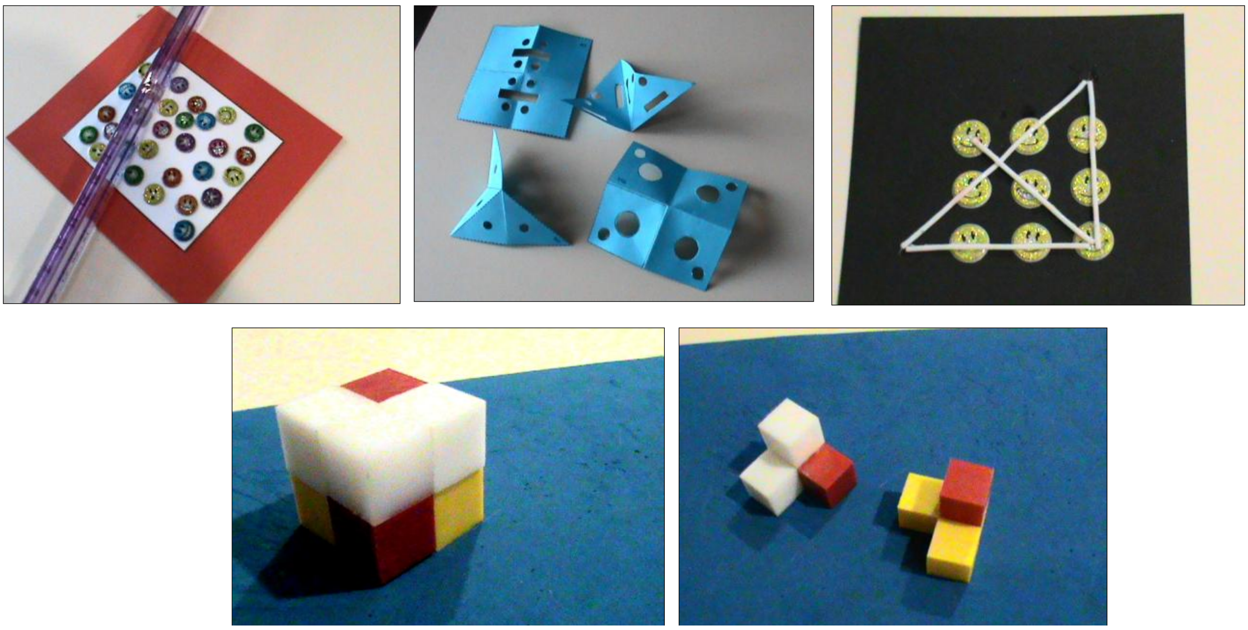


Fig.88 – Outros materiais utilizados no jogo.

5.4. Críticas ao jogo e propostas de alteração

Ao criar o jogo MAGIC-MAC, tive que pensar nele tendo em conta diversos fatores, como a escolha das questões, o material a utilizar, a disposição das casas do tabuleiro, etc.. Por muito que tivesse pensado em todos estes fatores, seria de esperar que alguns resultassem menos bem. Nesses casos, após as observações, há que pensar na forma de proceder a transformações que os aperfeiçoem. Esse aperfeiçoamento, no entanto, deve ter sempre em consideração a finalidade que queremos dar jogo. Por exemplo, antes da escolha das questões pensou-se que, para este tipo de jogo em que à partida está subjacente a competição, as questões a colocar deveriam ser todas de resposta rápida. Porém, se assim fosse, iríamos cair numa situação semelhante à do Trivial Pursuit, em que ao fim de algumas jogadas os alunos teriam decorado a maioria das respostas. Para além disso, as questões de resposta rápida nem sempre possuem o engenho para desenvolver a capacidade de raciocínio dos alunos, o que é um fator chave na aprendizagem da Matemática. Deste modo, a opção foi incluir questões dos dois tipos para que pudesse existir, por um lado, uma maior dinâmica no jogo e, por outro, a oferta de situações mais ricas do ponto de vista de desenvolvimento do raciocínio. Reparámos, no entanto, que este fator contribuiu para o incumprimento das regras do jogo estabelecidas à partida. Todavia, esse incumprimento não foi negativo, pois os verdadeiros objetivos do jogo acabaram por ser cumpridos.

Uma questão que podia ser receosa era a de haver situações de alunos que se inibissem de responder a certas perguntas, com medo de errarem. Isso notou-se apenas em algumas situações pontuais no grupo da Daniela, em que a Lisa, por duas vezes disse “passo” antes de fazer qualquer tentativa de resolução. Nestes casos, devemos insistir para que o aluno tente resolver a questão e fazer com que encare os seus erros como situações de aprendizagem e não como algo negativo. Neste aspeto, o jogo MAGIC-MAT pode não ser a melhor forma de fazer com que um aluno entenda isso, pois a cada resposta certa corresponde um ganho e a cada resposta errada corresponde uma perda.

Uma das lacunas nas regras do MAGIC-MAT foi não se ter estabelecido um limite máximo de tempo para o jogador dar uma resposta a cada pergunta. Em algumas situações verificou-se que os alunos demoravam demasiado tempo até chegar à solução, não querendo de forma alguma desistir, o que impedia os outros de continuar a jogar. Estabelecer esse tempo limite não seria com o intuito de impedir o aluno de pensar numa resposta, mas sim uma forma de evitar que o mesmo suspenda o jogo, quando à partida reconhece que não consegue atingir a solução.

Uma situação que eu gostaria de ter posto em prática no jogo MAGIC-MAT e talvez pudesse resultar, era a de jogar com um tema de cada vez. Em sala de aula talvez fosse uma boa opção, pois poderíamos aproveitá-lo de acordo com os conteúdos que estamos a lecionar. É curioso referir que durante as sessões de jogo se verificou uma nítida preferência pelo tema Livre, pela natureza mais divertida das questões. A segunda preferência recaiu sobre o tema Exercícios com Números e também por algumas questões do tema Geometria.

O que pude verificar neste jogo foi que, pela sua natureza enquanto jogo de competição e pelo tempo que o jogo demora a desenvolver-se, não é muito adequado para ser usado em sala de aula, sendo preferível ser jogado em grupo, extra aula, como se se tratasse de um jogo de convívio social.

Uma das falhas que, à partida, eu sabia que iria existir no jogo MAGIC-MAT era o facto de não ser possível transcrever todas as perguntas para Braille. Se o fizéssemos, isso acarretaria um volume de papel de tal ordem que seria impossível transportá-lo. Porém, a solução poderia ter passado por adequar a escrita das questões à leitura de som por computador. Por falta de tempo, não houve oportunidade de concretizar esta hipótese, no entanto pretendo fazê-lo mais tarde com a ajuda da professora de ensino especial da minha escola, a qual muito gentilmente se disponibilizou para me elucidar sobre os procedimentos a adotar para o poder fazer.

Capítulo 6

A descrição e análise da implementação do jogo MAGIC-MAT

6.1. Os alunos observados

Tal como já foi dito, foram observados quatro alunos, a Ana, a Daniela, o Luís e a Marta, sendo as duas primeiras portadoras de baixa visão e os dois últimos cegos. Para além destes, participaram também outros alunos, normovisuais, embora não tivessem sido objeto direto do estudo, também contribuíram positivamente para a concretização do mesmo. Os alunos observados eram de diferentes anos de escolaridade, tendo em comum o facto de todos frequentarem a disciplina de Matemática ou MACS.

6.1.1. A Ana (A)

A Ana é uma menina que frequenta a escola E.B.2,3 Duarte Lopes, em Benavente.
É uma adolescente com glaucoma congénito e progressivo. Por enquanto, ainda está dentro dos parâmetros da baixa visão. Usa óculos com lentes divergentes e um elevado número de dioptrias. Com esta correção a Ana consegue ver, mas tem que se ter atenção a alguns pormenores importantes, tais como: a luminosidade adequada, o contraste de cores, a ampliação de letras e figuras e o ângulo de visão. A Ana aprendeu Braille na escola primária, uma vez que tudo fazia prever que pudesse vir a perder a visão. Atualmente, a Ana ainda consegue ver razoavelmente com óculos e ainda não tem grande necessidade de utilizar o Braille, mas tem a perfeita noção que um dia poderá vir a precisar dele.

6.1.1.1. Período de tempo em que decorreu a observação

Quando iniciámos este estudo, em 2010/2011, a Ana frequentava o 7.º ano de escolaridade e tinha 12 anos de idade. No terceiro período deste ano letivo realizámos duas sessões em grupo e uma sessão individual. A Ana revelou-se de tal maneira interessada nos jogos que se disponibilizou para continuar a trabalhar comigo no ano letivo seguinte. Quando já se encontrava a frequentar o 8º ano, trabalhámos nos jogos durante quatro sessões individuais, tendo decorrido todas durante o segundo período.

6.1.1.2. A sua participação no jogo

Inicialmente, a participação no jogo decorreu em um grupo, com mais três alunos da mesma turma: o Daniel, a Inês e a Lúcia, sendo estes normovisuais. As observações decorreram na sala onde a Ana costumava trabalhar com a professora de ensino especial e na presença da mesma. Embora inicialmente estivesse prevista a aplicação do jogo durante uma aula de Matemática não foi possível fazê-lo, uma vez que não dispúnhamos de material suficiente para uma turma inteira (quando iniciámos, apenas dispúnhamos de um tabuleiro de jogo e um conjunto de perguntas). Relativamente aos alunos que participaram neste grupo, não se pode dizer que tivessem uma relação muito íntima com a Matemática, mas foram os indicados pela respetiva professora a qual foi previamente informada do que se pretendia fazer. A sua participação enquanto grupo foi relevante, pois foi o grupo que mais contribuiu para este estudo. A participação individual da Ana foi bastante valiosa, na medida em que foi possível trabalhar com ela situações que não seriam fáceis de observar em grupo.

6.1.2. A Daniela (D)

A Daniela frequenta o 9º ano na escola E.B. 2,3 Duarte Lopes, em Benavente.
Esta aluna possui glaucoma congénito, sendo totalmente invisual do olho direito e tem alguma capacidade visual do olho esquerdo, que ainda lhe permite ler com uma ampliação bastante elevada e com aproximação dos objetos a cerca de 10 centímetros de distância do olho. A perda de visão do olho esquerdo tem vindo a piorar, com relativa rapidez nos últimos tempos, pelo que a aluna foi incentivada a aprender Braille, tendo havido alguma resistência por parte da aluna em aceitar a aprendizagem do mesmo.

6.1.2.1. Período de tempo em que decorreu a observação

As observações com a Daniela não se prolongaram por muito tempo, uma vez que começámos quase no final do ano letivo de 2010/2011 e como os exames estavam próximos, só tivemos oportunidade de aplicar a nossa experiência apenas uma vez, por um período de cerca de hora e meia. Mais tarde, consegui a participação da Daniela por um período de cerca de 15 minutos, que serviu exclusivamente para recolher mais alguma informação sobre as suas respostas a um questionário (Anexo 2) que a mesma tinha preenchido em casa, após a participação no jogo. No ano letivo seguinte, a Daniela ingressou num curso profissional de turismo tendo mudado de escola duas vezes, separando-se assim dos colegas do seu o grupo.

6.1.2.2. A sua participação no jogo

Tal como já tivemos oportunidade de referir, a participação da Daniela foi em grupo, com mais três colegas da sua turma e por conseguinte todas estavam no final do 9.º ano: a Carlota, a Susana e a Lisa. Foi o primeiro grupo a participar no jogo e também o que participou em menos tarefas, uma vez que a proximidade da época de exames não o permitiu e no ano letivo seguinte a Daniela mudou de escola ficando separada dos seus colegas de grupo.

6.1.3. O Luís (L)

O Luís é um aluno do Curso Línguas e Humanidades da Escola Secundária de Benavente.
É portador de um glaucoma congénito que tem tendência a piorar, segundo os relatórios médicos. O aluno é totalmente invisual do olho esquerdo e tem uma acuidade visual inferior a 5% no olho direito a 50 cm de distância. Perante estes números é considerado cego e desde o 1.º Ciclo que beneficia de medidas de educação especial. O seu processo mais usual de leitura e escrita é o Braille. No entanto, o aluno também utiliza o computador com sintetizador de voz, que bastante o ajuda nas suas tarefas escolares.

6.1.3.1. Período de tempo em que decorreu a observação

As observações que envolveram o Luís ocorreram no ano letivo 2011/2012. O Luís tinha 19 anos de idade, frequentava o 12.º ano e tinha em atraso a disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais. Ele frequentava esta disciplina integrado numa turma de 11.º ano e da qual eu tive a sorte de ser sua professora. As observações estenderam-se ao longo de todo o ano letivo. Algumas sessões tiveram lugar no decurso das aulas de MACS, em conjunto com os colegas da sua turma, outras decorreram durante alguns períodos das aulas de apoio à disciplina, as quais também eram lecionadas por mim.

6.1.3.2. A sua participação no jogo

O Luís participou no jogo de 3 formas diferentes: individualmente, durante algumas aulas de apoio pedagógico; em díade, no decorrer de algumas aulas de MACS, sem que houvesse competição; em grupo e em competição, no jogo MAGIC-MAT, durante uma aula de MACS.

6.1.4. A Marta (M)

A Marta frequenta a escola E.B.2,3 D. João II, em Santarém.

A sua cegueira prende-se com um problema da visão denominado herado-degenerescência, que é um defeito da retina que se traduz pela incapacidade das células fotorrecetoras transmitirem imagens ao cérebro, por degeneração das mesmas. A Marta tem sensibilidade à luz, mas é incapaz de distinguir imagens. Os seus principais canais de comunicação são a audição e o tato. A sua primeira forma de leitura e escrita, como não podia deixar de ser, é o Braille, que aprendeu ao ingressar na escola básica. Hoje em dia, também já utiliza o computador com programa de voz.

6.1.4.1. Período de tempo em que decorreu a observação

Começámos o nosso estudo com a Marta, no final do ano letivo de 2010/2011, em que esta frequentava o 8.º ano e tinha 14 anos de idade. No ano letivo seguinte, continuamos as nossas observações, já a Marta frequentava o 9.º ano.

6.1.4.2. A sua participação no jogo

A Marta, como já tínhamos referido, não participou no jogo MAGIC-MAT, em competição com outros colegas. Apenas lhe foram colocadas algumas questões do jogo, mas de forma isolada.

A Marta é uma menina que habitualmente participa em jogos como, por exemplo, no superTmatic e no campeonato de Xadrez da sua escola. Adorou o tipo de puzzles que lhe propusemos e correspondeu sempre com entusiasmo a tudo o que lhe foi pedido. A sua disciplina preferida é a Matemática, gosta especialmente de fazer equações mas sente dificuldade em resolvê-las pela sua disposição de escrita. Inicialmente questionou a relação existente entre a resolução de um puzzle e a Matemática, mas depois compreendeu essa ligação.

6.2. As questões com fósforos

Os puzzles com fósforos (ou palitos) são bastante interessantes e geralmente bem aceites por crianças e adultos. Com eles conseguimos colocar-nos perante diferentes problemas de interesse matemático. Embora os puzzles deste tipo sejam históricos, aqui vamos abordar apenas alguns, em especial aqueles que nos permitam observar a riqueza de situações matemáticas com que podemos confrontar os nossos alunos. Estes exercícios são ótimos particularmente para os alunos cegos, pois envolvem material manipulável, de fácil acesso e de construção simples.

Podemos questionar em que é que consiste um puzzle com fósforos?

Certamente não se trata de pegar num certo número de fósforos e começar a construir figuras como bem nos apetece. Tal como em qualquer outro jogo, os puzzles com fósforos têm que obedecer a um conjunto de regras. Digamos que estas se podem resumir às seguintes três regras:

1ª. Cada puzzle obriga à observação de uma determinada disposição inicial dos fósforos.

2ª. Impõe-se que um ou mais fósforos tenham que ser movidos ou retirados de modo a obter outra figura, previamente solicitada.

3ª. A figura que se pretende obter não pode conter nenhum fósforo a mais, nem ficar incompleta.

6.2.1. A implementação dos puzzles com fósforos

As questões que envolvem puzzles com fósforos constituem um dos temas do jogo MAGIC-MAT. Assim, ao lançar o dado, qualquer aluno pode ter que responder a este tema. Contudo, como já afirmámos anteriormente, a implementação do jogo MAGIC-MAT tornou-se um pouco demorada, face à natureza de muitas das suas questões que exigiam respostas pensadas, para as quais era necessário despender algum tempo. Deste modo, como tinha particular interesse em observar o efeito que certas questões produziam nos alunos, resolvi modificar um pouco a metodologia estabelecida inicialmente, apresentando-lhes algumas questões exteriormente ao jogo.

As questões em causa foram intencionalmente escolhidas, tendo em conta o seu grau de dificuldade e também a abrangência de temas de Matemática que poderíamos abordar com elas: umas envolvem triângulos, outros quadrados, losangos, simetrias, etc.. Outro fator que foi tido em consideração, especialmente para os alunos cegos, foi o de escolher figuras facilmente memorizáveis pois, contrariamente aos alunos de baixa visão, os cegos não podiam estar a ver, em simultâneo, a figura inicial que estava desenhada no papel.

Tal como em todos os temas, as questões encontram-se impressas numa folha de papel A4, dobrado ao meio, em cuja frente se apresenta a pergunta e na face interior a respetiva resposta. No entanto, como cada um destes puzzles pode conter mais do que uma solução possível e muitas vezes existe um leque de soluções bastante amplo, optei pela construção de um Caderno de Soluções adicional, cuja utilidade visa apenas a sua consulta, em especial nos casos em que os alunos, na ausência de um professor, sejam confrontados com alguma dúvida acerca da solução que tenham obtido. Deste modo, poderão confirmar se a sua resposta é válida.

Uma situação que é relevante salientar aqui é que sempre que havia necessidade de questionar o aluno ou de lhe transmitir alguma informação, teria que fazê-lo com o máximo cuidado, pensando bem nas palavras e frases que iria utilizar antes de as proferir, para evitar erros, quer semânticos quer matemáticos, e fazê-lo com a máxima simplicidade de modo a ser compreendida pelo aluno. É preciso não esquecer que estamos a trabalhar com alunos que não veem, pelo que a transmissão, por via oral, tem que ser feita de forma a não gerar mal entendidos. Mesmo assim, iremos ver que isto nem sempre foi bem conseguido, pois é muito difícil prever o modo como os alunos interpretam as nossas palavras. Para além de que existe informação que para nós parece estar subentendida e que para os alunos não é assim tão evidente. Com os alunos normovisuais muitas vezes basta a nossa expressão gestual ou mesmo corporal, ou um simples desenho, para nos fazermos entender ou para complementar aquilo que oralmente não somos capazes de transmitir de forma completa, mas com os cegos temos todas essas limitações.

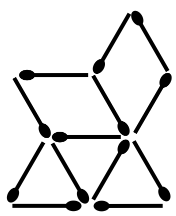
6.2.2. Descrição e análise de algumas observações

Os alunos foram bastante recetivos a estes jogos e durante a sua implementação surgiram situações muito interessantes, que revelaram certos pormenores para os quais, nós professores, muitas vezes, não estamos suficientemente alertados. As situações que vão ser aqui descritas não são, de longe, a totalidade das que foram implementadas aos alunos, mas são apenas aquelas que me pareceram ter transmitido maior número de informações com interesse do ponto de vista matemático e pedagógico. Outras também não serão aqui descritas, não pela falta de recolhas interessantes, mas sim por transmitirem o mesmo tipo de informação de outras situações já aqui apresentadas. A ordem pela qual vou expor as observações não tem a ver com a ordem pela qual foram observadas no tempo, mas estão sim agrupadas por aluno e por ordem alfabética do seu nome. No entanto, para cada aluno, tentei que fossem descritas pela ordem que lhes foram apresentadas, verificando-se apenas muito poucas situações em que isso não aconteceu. É de referir também que, muitas vezes, terei que utilizar desenhos, em vez de fotos, para poder explicar convenientemente algumas situações, uma vez que não foi possível conseguir fotos fiéis das observações em causa.

6.2.2.1. As figuras com fósforos resolvidas pela Ana

O primeiro exercício que abordei com a Ana foi o nº1. Este puzzle foi-lhe apresentado durante uma situação do jogo MAGIC-MAT, no qual havia a intenção de colocar as questões por ordem numérica e não aleatoriamente, para que não houvesse repetição de perguntas, daí começarmos pela questão nº 1.
A Ana começou então por ler a pergunta em voz alta.

Questão nº 1: Movendo apenas 2 fósforos, obtém 6 triângulos iguais aos já existentes na figura. (htt31)



Simultaneamente à leitura, foi entregue à Ana a figura já previamente construída com os fósforos.

Um pormenor interessante que se verificou sempre com esta aluna, ao resolver estes exercícios e que acho que devo aqui relatar previamente, foi o seguinte: em primeiro lugar, a aluna observava a figura em cima da mesa, durante um período de tempo considerável. Em seguida, levantava o cartão com as duas mãos, inclinava-o de forma a ficar quase paralelo aos seus olhos e voltava a observar a figura nesta posição durante mais algum tempo (ver grupo de fotos A1).

A 1 - A aluna com baixa visão levanta o cartão para conseguir ver melhor.

Somente depois, colocava o cartão sobre a mesa e iniciava uma tentativa de resolução do exercício.

Quando a Ana fez isto pela primeira vez, não lhe perguntei porque o tinha feito, pois não sabia que esta ação se iria tornar rotineira. Mais tarde questionei-a acerca do motivo que a levava a agir sempre da mesma forma. Então, a Ana respondeu:

A: Sabe s´tora, é que eu primeiro vejo como é que a figura está,…. assim… que é para não me esquecer como ela é. Depois pego-lhe pa ver melhor como é que tão os fósforos…. depois assim, …. consigo pensar melhor! … assim!... com a figura mais perto de mim! … tá a ver? Assim,… eu até já estou a mexer nos fósforos!… ou é, … é como se já estivesse a mexer neles! Só que não mexo! Mas já sei no que é que quero mexer. Depois, quando ponho em cima em mesa, é porque é mais fácil de tirar e pôr os pauzinhos. Mas depois, tenho que me aproximar mais da mesa, pa tar lá mais ao pé e ver melhor onde os vou pôr.

Perante esta resposta fiz-lhe a seguinte observação:

P: Mas quando te colocam a figura em cima da mesa pela primeira vez, não noto que te aproximas dela para a veres melhor! Até acho que ficas assim toda direitinha a olhar para ela. E ela está, mais ou menos longe de ti!

Ao que a Ana respondeu prontamente:

A:Pois!... porque não é preciso. Aquilo é só p´ra eu decorar como é a figura e não me esquecer dela e assim dá pa ver, não é preciso tar lá em cima dela. Depois pa meter os fósforos no sítio é que eu tenho de ver onde vão encaixar…. é … pa não fugirem do pé dos outros! Tá a perceber s´tora. Quer que eu lhe faça um exemplo?

Eu respondi-lhe:

P: Sim, sim, Ana! Se não te importas, tenta explicar-me então com um exemplo.

A: Então eu vou-lhe dar um exemplo: por exemplo… se eu quiser fazer um quadrado… eu tenho que pôr os quatro fósforos encostados, não é? Se eu não puser os bicos bem encostados uns aos outros, pode ficar um buraco! E se tiver um buraco? … o que acontece? …. o quadrado fica aberto. E pronto! Foi porque eu não tinha visto bem. Já tá a perceber s´tora?

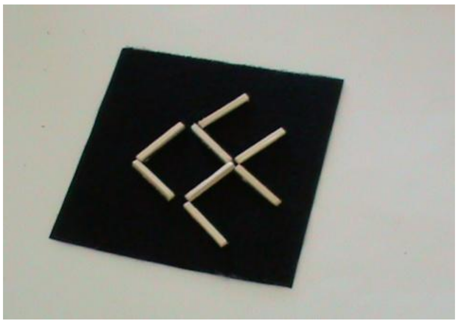
Eu então questionei a aluna mais uma vez:

P: Sim Ana, agora já percebi. Diz-me só mais uma coisa, quando olhas para a figura ao longe, se os fósforos estiverem um pouco afastados nos vértices das figuras tu vês algum buraco?

A: Não sei s´tora. Eu acho que não, mas podemos experimentar. A s´tora experimente aí a fazer uma figura qualquer com buracos e pomos ao longe para eu ver. Se faz …. faaavooor.

E a Ana pronunciou estas últimas palavras de uma forma, de quem está habituada a que alguém a repreenda quando não pede as coisas por favor, ao que eu sorri à sua resposta.

Então, construí-lhe a seguinte figura e coloquei-a em cima da mesa.



A 2 – Figura em que a aluna não consegue distinguir os espaços existentes entre os fósforos.

Ana olhou e disse:

A: A s´tora não pôs buracos!?

Bastou que a Ana me tivesse colocado esta questão para perceber que ela, ao longe, não conseguia distinguir a distância existente entre as extremidades dos fósforos.

P: Pus buracos!

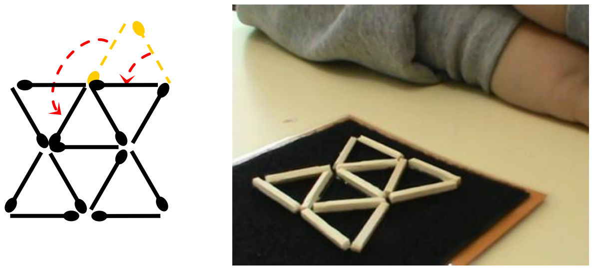
A: Para mim, só vejo um peixe.

P: Está bem Ana. O que é preciso é que tu utilizes os cartões da melhor forma que fores capaz e de maneira a que percebas as figuras que estás a construir.

É evidente que a Ana sabia exatamente como se defender do seu problema de visão. E é bom para nós, professores, poder compreender a forma como o aluno vê, para podermos agir em conformidade com as suas necessidades.

Voltando então à resolução do exercício 1.

A Ana começou por retirar os dois fósforos superiores. Depois, sem qualquer hesitação, posicionou-os da maneira que se vê na figura A 3.



A 3 – Movimentação inicial dos fósforos.

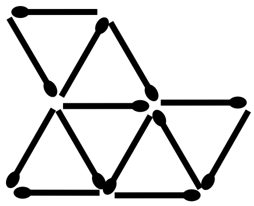
A: Já está!

A Ana conseguiu obter assim, sem qualquer dificuldade, uma solução para a questão que lhe fora colocada. A figura construída pela Ana é uma das que constam no caderno de soluções. Mesmo que houvesse dúvidas por parte do jogador, havia sempre a possibilidade de consultar o caderno de soluções.

Mostrei-lhe então o exemplo de resposta que tínhamos no cartão. Curiosamente, a Ana verificou que era diferente da sua e quis tentar fazer sozinha a nossa solução. Fez várias tentativas, mas sem sucesso. Mesmo tendo visto previamente a figura, a Ana sentiu imensas dificuldades para a construir. A certa altura quis desistir, achando que não valia a pena. Fez rodopiar o cartão de velcro em cima da mesa. Quando este parou disse:

A: Espere aí s´tora…

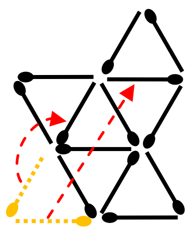
A Ana construiu a seguinte figura:



P: Então Ana? Já está não é? Essa já é uma solução igual à que está ali, não é?

A: Ai já?!!! Eu ia jurar que não!... Ó stora! … Onde é que tem a solução?

P: Está aqui. A solução é esta (mostrei-lhe a figura):

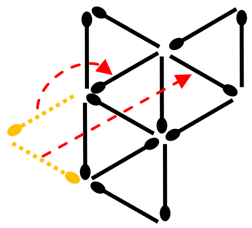


A: Mas não tá igual, stora! Mas não tá igual.

P: Não?

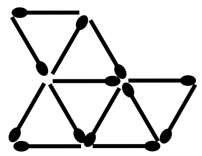
A: Não!... Só se voltar assim!

E a Ana pegou no papel com a resposta e colocou-a nesta posição:



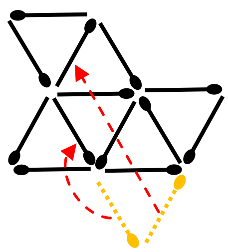
A: Pois! … E agora?....ó strora…. ããããããh!

Então pegou na figura que tinha construído, volta a colocá-la nesta posição:



A: Não…. Sim…. Talvez seja assim!

E pegou novamente no papel onde se encontrava a solução e rodou-o de forma a ficar nesta posição:



A: Pois! … Talvez seja assim! É, deve ser isso! Mas a minha solução é mais gira!

P: Claro que sim! A tua solução é mais gira, sem dúvida. Então, já estás convencida que a figura que acabaste de construir é igual à solução que está no papel?

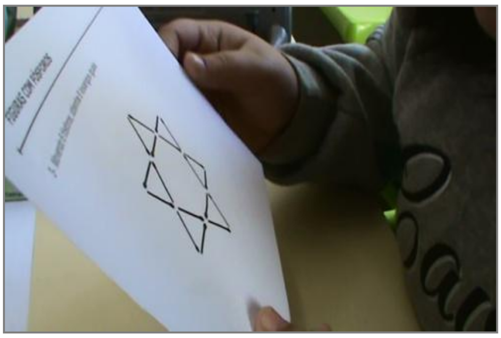
A: Sim, sim! Mas só se a rodar.

P: E se não a rodares, não é a mesma?

A: É. É a mesma! Só que não se percebe tão bem.
P: Muito bem Ana! Diz-me só porque achas que a tua solução é mais gira?
A: É mais gira porque ela é assim igual para os dois lados. Quando eu a rodo, percebe-se melhor que é sempre a mesma porque ela fica sempre igual. Enquanto que com a outra, eu só percebo que é a mesma, quando está mesmo, mesmo igual.
P: Queres dizer, quando está exatamente na mesma posição?
A: Sim, é isso!
P: E porque é que será que vês isso melhor com a tua figura do que com a outra?
A: Então, mas isso eu já lhe disse s´tora! É porque ela é igual para os dois lados?
P: E sabes o que é que significa isso? Ser igual para os dois lados?
A: O que é que significa?! Pufh!... Eu sei lá! Alguma coisa esquisita de matemática, não?! Tou mesmo a ver que isso que s´tora quer! Mas agora é que tá pior! Ai, ai…
P: Mas está pior porquê?
A: Porque eu se calhar não sei!
P: Então e há algum problema nisso? Se não souberes, alguém te faz mal?
Pois é Ana! Pensa antes que se não souberes, tens agora uma oportunidade de vir a saber! Então, isso só pode ser bom para ti e não há qualquer motivo para dizeres "agora é que tá pior". Certo?
A: Certo! Mas é que eu gostava de saber logo.
P: Mas não há mal nenhum nisso. E se calhar até sabes e não te lembras! Olha lá Ana, nunca ouviste falar em simetrias?
A: Já s´tora! Pois é! É isso mesmo! Por isso é que disse que a figura era igual para os dois lados. Só que já não sabia dizer esse nome. Eu sei que se o dobrarmos ao meio ela bate certo uma com a outra.
P: Então e a figura que tu construíste tem quantos eixos de simetria?
A: Tem um!
P: Tem um?
A: Tem!... Um tem… mas se calhar não tem só um! Deixe-me cá ver……
E colocou a figura em cima da mesa, olhou de longe, parou durante alguns momentos e depois respondeu, com alguma hesitação.
A: Tem dois. Um assim e outro assim (fez gestos com as mãos para indicar os eixos). Tou a ver bem s´tora?
P: Sim, estás a ver muito bem. Tens toda a razão. A figura tem dois eixos de simetria. E quando ela te aparece em diferentes posições? O que é que achas que acontece?
A: Acontece que eu não tenho dificuldade em ver que é sempre a mesma figura.
P: Claro!
A: Uhmm! Que interessante!.... Tá bem, tá bem.

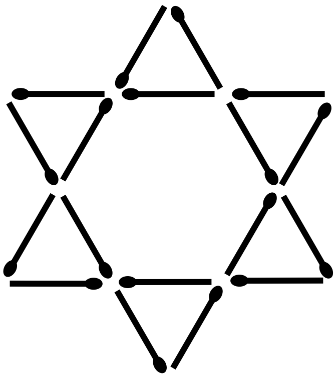
P: Vamos resolver a questão 3.

Mais uma vez, a Ana pega no papel (ver foto A4) e lê em voz alta.



A 4 – Posição do papel que a aluna utiliza para facilitar a visibilidade.

Questão nº3: Movendo 6 fósforos, obtenha 6 "lousângulos" iguais. (htt31)



Após a leitura a Ana questionou:

A: Quantos? Fósforos?

P: Seis fósforos.

Quando a Ana colocou esta questão já tinha colocado o papel em cima da mesa há algum tempo e não conseguia fazer a leitura à distância, por isso não é de estranhar a pergunta.

A: Ó stora! O que são "lousângulos"?

P: "Lousângulos"? Olha, Ana! Repara como a palavra está escrita.

A: Hum!

P: Como é que se lê?

A: Lo-san-gos. Está bem! Eu estou habituada a dizer "lousângulos". Se calhar é por causa dos ângulos! Tudo aqui tem ângulos!

P: O motivo pelo qual estás habituada a dizer lousângulos, eu não sei. Só tu é que podes saber! Mas, por acaso, também não te sei dizer porque é que nós lhe chamamos losango. Só te sei dizer que também lhe podemos chamar “rombo”! Já tinhas ouvido este nome?

A: Rombo!? Rombo já, mas não era para isto. Às vezes a gente diz que houve um rombo nas contas! Nas finanças … ou assim, …acho que tem a ver com desvios de dinheiro ou coisa assim, não sei! Fraudes….

P: Pois, Ana! Tens razão! Mas aqui a palavra “rombo” tem outro significado. É uma palavra, salvo erro, de origem grega e que significa “que roda”, “que dá voltas”. Mas será que não sabes mesmo o que é um losango?

A: Sei, mas é só para confirmar. São uns quadrados assim mais bicudos não é?

P: Bem Ana! Vamos tentar esclarecer isso! Losangos são quadriláteros, ou seja, têm quatro lados, mas …. têm quatro lados todos iguais. Entendeste?

A: Oh! Mas isto também aqui!....(e apontou para uma figura que tinha um quadrado).

P: Então pensa lá um bocadinho e diz-me se quadrados e losangos são a mesma coisa!

A: Pelo que a s´tora disse! … que têm os lados todos iguais! … então, são a mesma coisa! Mas eu sei que não são a mesma coisa.

P: Então qual será a diferença?

A: Os lo-san-gos… losangos, …. são assim tortos. É mais ou menos isso!

P: E o que é que isso significa?

A: Os quadrados são direitos e os losangos não! São tortos!

P: E o facto de serem tortos tem a ver com quê?

A: Ó s´tora são assim mais bicudos!... Ah! pois!.... Têm ângulos de 90º e os losangos não.

P: Sim! Mas os quadrados também têm os lados todos iguais, certo?

A: Certo!

P: Mas eu disse-te que os losangos tinham os lados todos iguais!

A: Sim…

P: Então, se os quadrados também têm os lados todos iguais, também são……?

A: Também são?!!! …. Também são…. São o quê?!!.... Losangos??!!… Não, não pode ser.

P: Sim. Porque um quadrado tem os lados todos iguais.

A: Ai que eu já não tou mas é a perceber nada disto! Então a s´tora tá-me a dizer que um quadrado é um losango?! Então e aqueles que não têm 90º, são losangos à mesma!?

P: O que é que tu achas em relação a esses?

A: Em relação a esses? …. Não podem ser quadrados, acho eu!

P: Claro, que não podem ser quadrados! Mas,… já tínhamos concluído … que os quadrados são losangos porque têm os lados todos iguais. Mas será que todos os losangos são quadrados?

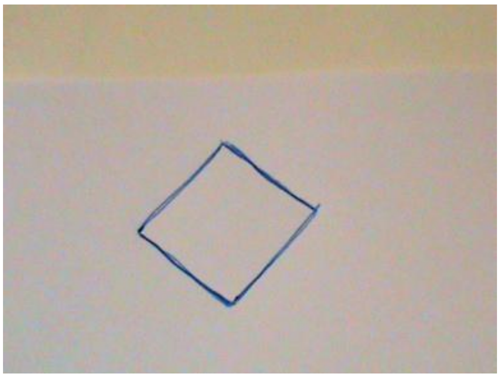
A: Hummm, não! Só os que têm ângulos quadrados!

P: Ângulos quadrados?

A: Enganei-me! Queria dizer ângulos retos. Mas ó s´tora, eu até percebo que um quadrado seja um losango! Porque se eu o virar e puser os bicos em pé até fica um losango.

P: Os bicos em pé?! Como assim?

A: Assim s´tora: (e a Ana pegou num papel e numa caneta e desenhou um quadrado nesta posição)



A 5 – Desenho de um quadrado.

P: Então e se não estiver nessa posição, já não é um losango?

A: É s´tora, eu sei que é. Mas percebo melhor com o desenho assim…. e assim nem me parece que é um quadrado, mas eu sei que é. Os ângulos assim não me parecem de 90º, mas são, eu sei que são.

P: Parece-me que estamos a voltar ao problema com que nos confrontámos com o outro exercício de fósforos que fizemos já há algum tempo, lembras-te? Que só percebias que a figura era a mesma em determinadas posições?

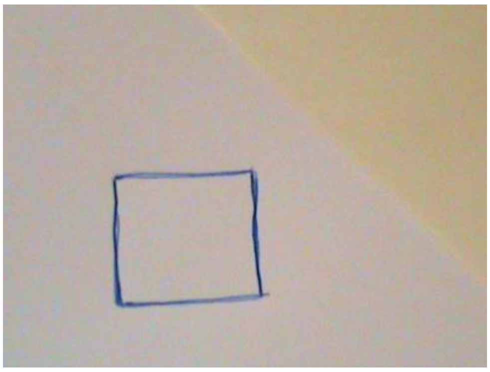
A: Ah! Lembro-me. Mas aqui não é isso! Esta aqui tem "si-me-tri-as", não é assim, s´tora? Como a que tinha a minha e eu sei que é sempre a mesma figura. Só que os ângulos aqui com o quadrado em pé, parecem-me mais bicudos.

P: Será que tem alguma coisa a ver com o teu problema de visão.

A: Talvez s´tora não sei. Mas não sei… talvez não! Não sei, … mas, … mas é que eu os lados vejo-os todos iguais e os ângulos também os vejo todos iguais, por isso só podem ser de 90º. Mas eu não sei porque é que acho que são mais bicudos e não me parece um quadrado.

Com esta afirmação da Ana, apercebi-me que não era mesmo um problema relacionado com a sua visão, porque ela conseguia ver que os ângulos eram todos iguais. Portanto, não era um problema de perspetiva. Pareceu-me que tudo estava relacionado com a posição como vulgarmente desenhamos um quadrado. Então, virei a folha para ela de modo a que o desenho ficasse nesta posição em relação aos seus olhos (ver foto A 6) e perguntei:

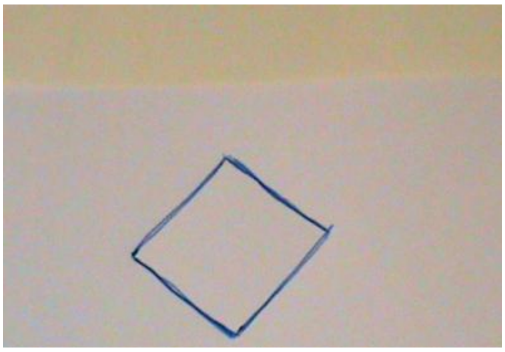
P: Que figura é esta?



A 6 – O mesmo quadrado da figura A 5 mas noutra posição.

A: Um quadrado.

P: E esta?



A 7 - O mesmo quadrado da figura A5.

A: Um quadrado! Mas já parece um losango!

P: E porquê?

A: Tem a ver com um estar em pé e o outro estar deitado.

P: Não será por causa da maneira como estás habituada a ver as figuras geométricas?

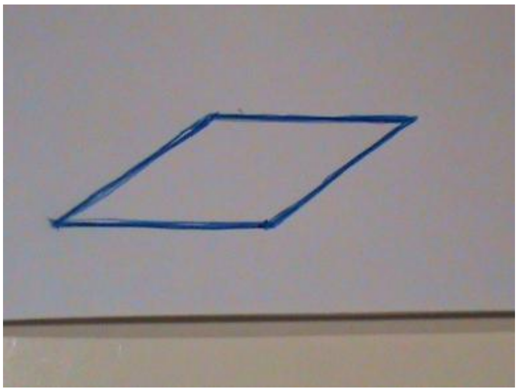
A: Pois é s´tora! Um quadrado eu vejo sempre assim e um losango não. Um losango vejo com dois bicos para cima e dois para os lados.

P: Como se chamam esses bicos?

A: São os vértices.

Depois, lembrei-me de lhe fazer este desenho e perguntei-lhe:

P: Que figura é esta, Ana?



A 8 – Desenho de um losango.

A: A s´tora tem uma régua que me empreste?

P: Para que queres a régua?

A: Para medir os lados!

P: E para quê?

A: É que,… se tiver os lados todos iguais é um losango,… se não tiver, … é um paralelogramo.

P: Eu tenho uma régua, mas não vai ser preciso medir. Vamos assumir que os lados são todos iguais.

A: Então é um losango.

P: Muito bem! Mas falaste aí em paralelogramo. Então esta figura não é um paralelogramo?

A: É s´tora. Também é. Isso eu vejo bem que sim. Os lados são paralelos dois a dois.

P: Então só mais uma questão, para depois começarmos o exercício com os fósforos! Não achas que o quadrado e o losango têm sempre os lados paralelos dois a dois?

A: Acho que sim! Pois têm. A s´tora é muito engraçada! Mas agora já não me engana! Eu já percebi o que é que a s´tora quer que eu diga!

P: Então o que é?

A: É que também são paralelogramos…huf! Isto até faz respirar fundo! (E riu-se e fez com que eu me risse também).

P: Está bem Ana. Então, vamos lá tentar fazer o exercício dos fósforos.

Situações semelhantes a esta surgiram diversas vezes neste tipo de exercícios. Era frequente ter que esclarecer noções de Matemática, por vezes bastante básicas para que o aluno conseguisse continuar, ou mesmo iniciar, a resolução de um exercício.

A: Quantos losangos? Seis?

P: Seis.

A: Quantos é que já movi? Três, já movi três!

A 9 – Primeira sequência de movimentos dos fósforos.

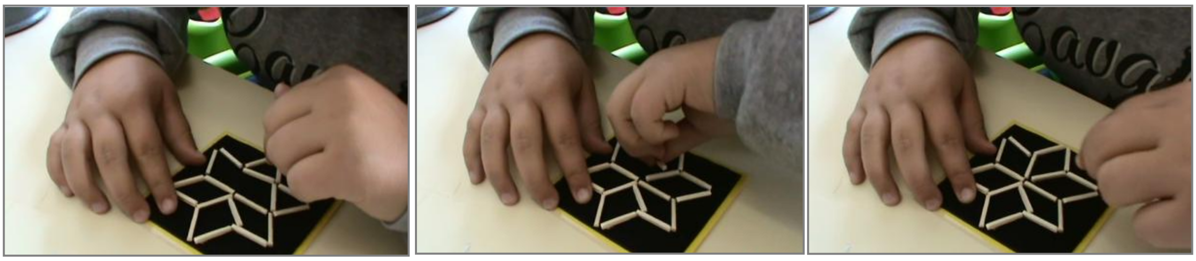
Quando a Ana chegou a esta última figura proferiu:

A: Ai!... Não dá!... Só consigo fazer quatro!

P: Mas repara que ainda tens triângulos. E não tens quatro losangos mas sim três.

A: Vou voltar ao início. Eu há bocado tinha imaginado como é que era, mas depois perdi-me!

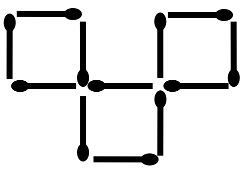
E a Ana voltou ao início e começou a fazer a seguinte sequência de figuras, e ia contando em simultâneo.



A 10 – Sequência final de movimentos até encontrar a solução.

A: Um,… dois, …. três,….. quatro, ….., cinco, seis! Já está! Aaaah! …. Era só mover as pontas p´ro meeeio! Facílimo!

Questão nº4: "Movendo apenas 3 fósforos, construa 5 quadrados." (APM, 2002).



A Ana leu a questão em voz alta e proferiu:

A: Quadrados ?!?!?! …. Ó s´tora, os quadrados pode ser retângulos na mesma ?!?!?! Têm quatro lados !!!

P: Têm quatro lados!... mas? …. Têm que ser?...

A: Todos iguais. Ah, pois é!

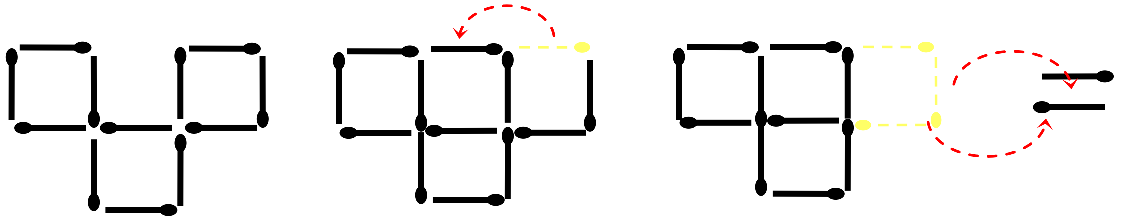
A Ana fez várias tentativas de movimentos dos fósforos e volta várias vezes ao esquema inicial. Pareceu-me ter-se esquecido do objetivo da questão, por isso questionei-a:

P: Queremos obter quantos quadrados?

Mas a Ana respondeu prontamente:

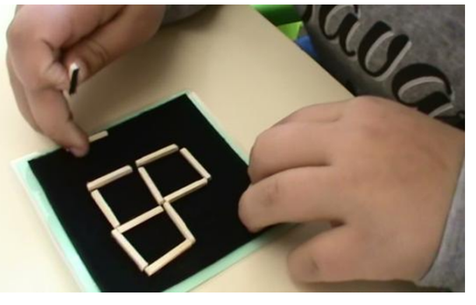
A: "Cinco"

Por fim a Ana efetuou o seguinte movimento:



Neste momento a Ana faz uma pausa e permanece algum tempo a olhar para a figura.

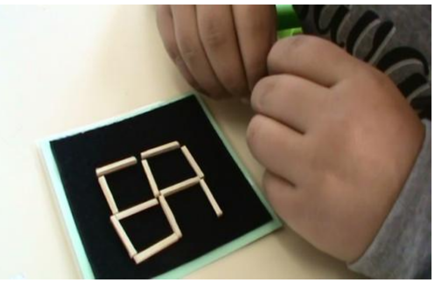
P: Está quase…, está quase….



A 11 – Figura obtida no primeiro movimento.

A: Mas isto são quatro s´tora!

E a Ana coloca mais um fósforo e pára novamente.



A 12 – Figura obtida no segundo movimento.

A: Mas isto são quatro!

P: São quatro quadrados?!

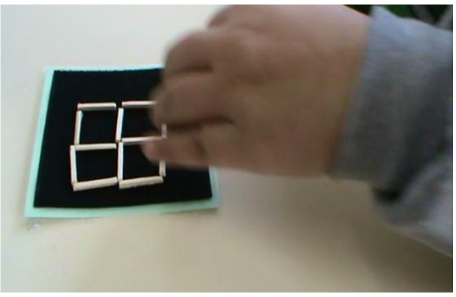
A: Sim, s´tora!

P: Tens a certeza? ….

A: Sim.

P: Não serão cinco?

A: Ããããh?!

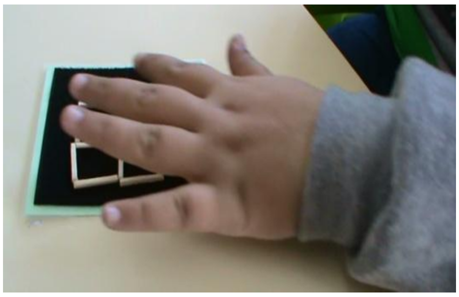


A 13 – Obtenção da solução.

A: Pois! São cinco, são!

P: Como é que são cinco?

A: Tudo. Ele todo a fazer só. Ele todo! (a Ana ia fazendo movimentos circulares com a mão, em torno da figura).



A 14 – A Ana mostra o quadrado maior fazendo movimentos circulares com a mão.

P: Ele todo?!

A: Só, só! … (e continuava com os movimentos circulares da mão) só com os fósforos das pontas dá para fazer um quadrado grande.

P: Das pontas? A que é que tu chamas fósforos das pontas?

A: Arestas! Das arestas! (fez esta afirmação com um ar bastante convicto).

P: Das arestas? E a que é tu chamas arestas?

A: Arestas… pois, pois! É, … é… é estas coisinhas.

P: Que coisinhas são essas?

A: São aqueles que unem!!! (e a Ana já respondia com um ar fatigante)

P: Não consegues dizer isso de outra forma para que eu possa perceber melhor?

A: São aqueles que estão do lado exterior ao … ao… aos quatro fósforos do interior da figura.

P: Então, onde é que está o lado exterior da figura?

A: São os que limitam a figura.

A Ana não respondeu à pergunta que tinha acabado de lhe colocar, pois tinha encontrado uma forma, para designar os fósforos que inicialmente tinha chamado “os das pontas”.

P: Muito bem! Então, quantos quadrados tens finalmente?

A: Quatro pequenos e um grande!... Cinco.

P: Então e o quadrado grande, é quantas vezes maior que um dos quadrados pequenos?

A: Duas!… Não…, quatro!

P: Porque é que disseste primeiro duas e depois emendaste para quatro?

A: Porque um quadrado grande leva quatro pequenos dentro dele.

P: Mas porque respondentes primeiro, “duas”?

A: Porque pareceu-me que era o dobro.

P: Então e não é?

A: Não. Só os lados é que são o dobro. Mas o quadrado é quatro vezes maior que os pequenos.

P: Então, como é que explicas isso? O lado é o dobro! Mas o quadrado grande leva quatro pequenos lá dentro!

A: É a área… é a área é que é quatro vezes maior. Porque dois vezes dois, dá quatro.

P: Muito bem! Então e se o lado fosse três vezes maior?

A: Era seis.

P: Seis?

A: Sim! Era o dobro…. Ai, não, não! É nove. Estava a fazer 3+3, mas não é! É 3x3.

P: Então, se 3+3 é o dobro de três, 3x3 o que é?

A: 3x3 o que é? É o triplo de 3.

P: E, por exemplo, se fosse 17x17?

A: iiiih! Não sei dizer isso s´tora!

P: Então com é que tu calculas, por exemplo, 8^2?

A: Ah! Já percebi!... o que é que a s´tora quer! É 17 ao quadrado?

P: Então e 3x3 o que é?...

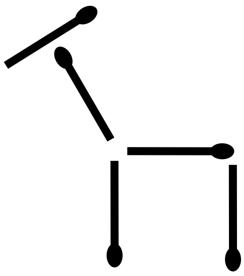
A: É 3 ao quadrado. Então, por isso é que temos 9 quadrados mais pequenos, quando o nosso quadrado maior é o triplo.

P: Mas o que é que é o triplo?

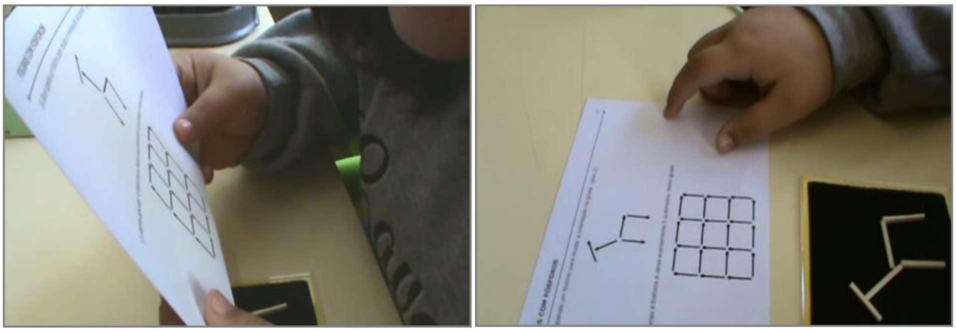
A: É o lado!…. Já percebi tudo s´tora. Não é preciso perguntar mais nada.

Esta questão proporcionou criar situações de aprendizagem que não estavam definidas à partida e que surgiram pelo contexto criado em torno da figura. Podemos considerar que houve um enriquecimento da questão. Mas se pensarmos que, à partida, se tratava de uma questão do jogo MAGIC-MAT e que, neste jogo, apenas nos interessava uma resposta correta para ganhar uma letra, então talvez não fosse oportuno desviar a questão do caminho que lhe estava inicialmente traçado.

Questão nº 16: Move apenas um fósforo para mudar a orientação da girafa. (Gardner, 2006)



Pegando na folha de papel de forma a conseguir ver, a Ana leu a questão em voz alta. Depois voltou a colocá-la em cima da mesa e olhou de longe, como sempre fazia.



**A 15 – À esquerda posição do papel para facilitar leitura;
À direita posição do papel para ver as figuras.**

P: Huhum!... Então o que é que se pretende?

A: Que isto não seja uma girafa!

P: Que isso não seja uma girafa? É isso que se pede?

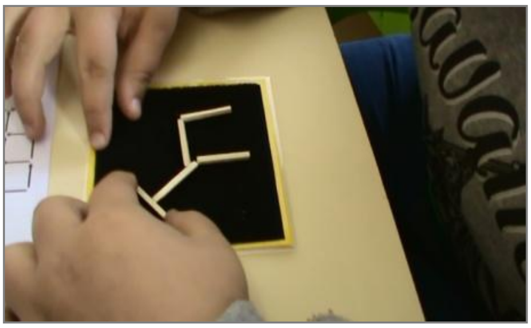
A: Nnnnnão!

P: A girafa está a olhar para cima, não é?

A: Ai tá?.... A sério?

P: Então como é que está a girafa? Onde é que está a cabeça dela?

A: Tá aqui! (ver foto A 16).



A 16 – Figura inicial da questão.

P: Então a girafa está virada para o lado esquerdo e tem a cabeça para cima! Não é?

A: Pois! Se calhar é!

P: Então como é que achas que ela está?

A: Não…. Tá p´ra cima! Esqueça s´tora. Claro! Pois não tá p´ra baixo.

P: Mas tens dificuldade em ver, Ana?

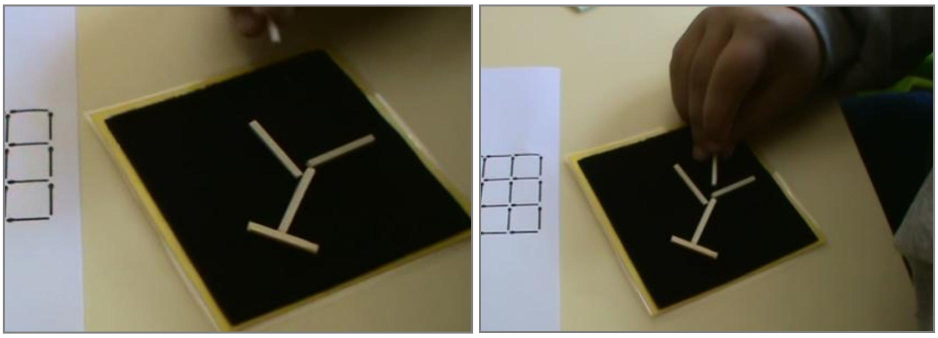
A: Não, não! Eu achava que ela tinha a boca para baixo e por isso tava a olhar p´ra baixo. Mas claro, q´ ela não tem os olhos na boca! Eu é que tou parva.

P: Ah! Já estou a perceber o teu ponto de vista. Tem tudo a ver com a inclinação do fósforo. Realmente pode parecer que ela está a olhar para baixo. Não deixas de não ter razão. Mas pronto! Vamos admitir que ela está virada para a esquerda, sem ter que pensar se está a olhar para cima ou para baixo. Está bem?

A: Tá bem!

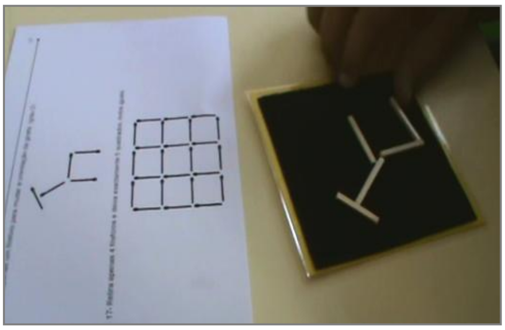
P: Agora pretendemos que ela mude de direção, movendo apenas um fósforo.

A Ana então retirou o fósforo que correspondia à perna de trás de girafa e colocou-o como se vê a seguir:



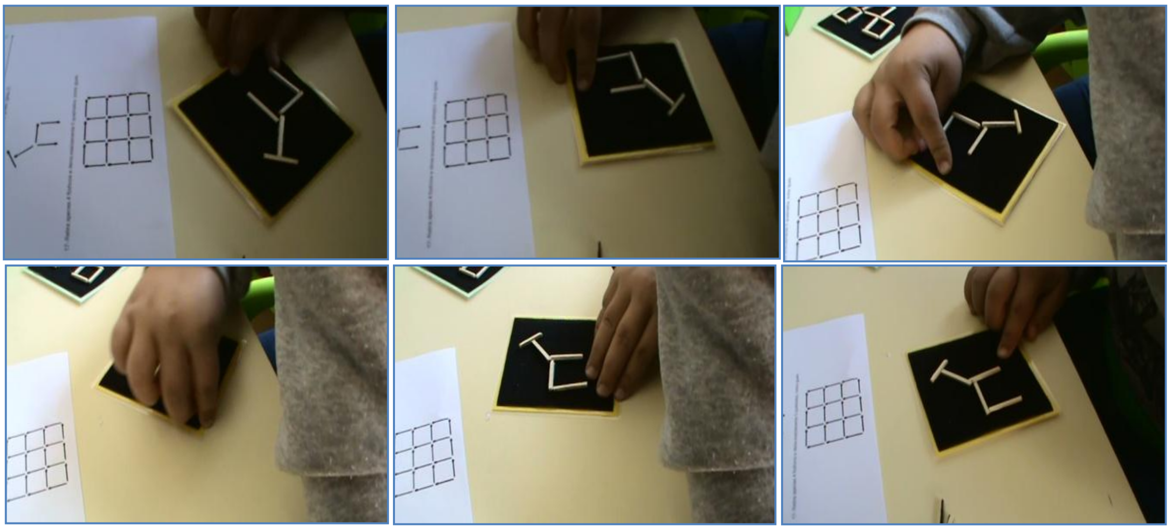
A 17 – Movimentos efetuadas pela aluna.

Logo de seguida retirou-o e colocou-o do seguinte modo:



A 18 – Descoberta da solução.

A Ana ficou pensativa a olhar para a figura. Depois pegou no cartão e lentamente, rodou-o da seguinte forma:



A 19 – Rotações da figura obtida para certificação da solução.

A: É isto s´tora?

P: Sim!

A: Ah! Afinal até sou inteligente.

P: Claro que és inteligente! Mas porque é que rodaste o cartão, depois de teres movido o fósforo?

A: Porque a girafa estava a olhar para a esquerda e eu tinha que pô-la a olhar para a direita.

Neste momento, vi-me obrigada a ter que reler a pergunta porque não me lembrava como estava formulada. Ou seja, eu já não sabia se pediam para a girafa mudar de sentido ou de direção. Mas a questão pedia para "mudar a orientação da girafa". No entanto, eu lembrava-me que tinha falado à Ana em mudar a direção da girafa. Mais uma vez, aqui senti que é necessário ter muito cuidado com as palavras que usamos. Mas, na verdade, a sensação que tive, foi que a Ana talvez não soubesse distinguir direção de sentido.

Então disse à Ana:

P: A pergunta fala apenas em mudar a orientação da girafa, mas eu gostava de saber uma coisa: mudaste-lhe o sentido ou a direção?

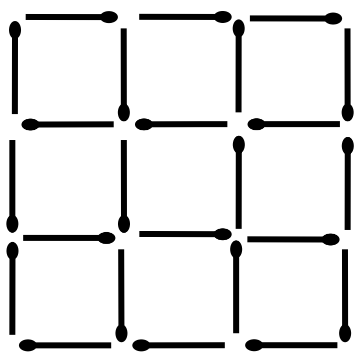
A: Mudei a direção e o sentido.

P: Porque é que afirmas isso?

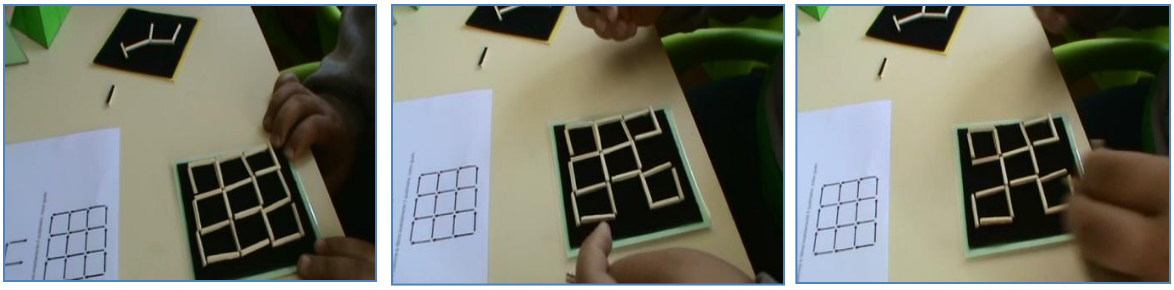
A: Então, se ela ia a andar para a esquerda e agora vai a andar para a direita, vai na direção ao contrário logo também vai noutro sentido.

Tentei, então, relembrar à Ana, que direção e sentido são coisas diferentes. Ao que ela respondeu:
A: A matéria do ano passado já está um bocadinho esquecida s´tora. Mas agora já me lembro! Há sempre essa confusão da direção e do sentido. Mas eu agora já percebi outra vez. Quando mudei o fósforo, a girafa mudou de direção mas não mudou de sentido. Quando a rodei, mudei de sentido porque, em vez de ir a andar para da esquerda, ficou a andar para a direita. É isso, não é s´tora? Vê, que eu até sou inteligente (e esta última frase foi pronunciada com um ar irónico).
No momento em que esta questão foi colocada à Ana, ela estava a frequentar o 8.º ano. Os vetores são conteúdo do 7.º ano, portanto era um tema que certamente a Ana já tinha abordado na escola. Isto levou-me a pensar novamente na formulação da pergunta, e achei que não foi por acaso que o seu autor utilizou a palavra "orientação". Orientação não significa sentido, nem direção e a questão tinha que ser formulada de modo a ser entendida por qualquer pessoa, quer já tenha conhecimento de vetores, quer não. A forma como a pergunta foi colocada faria com que a resposta estivesse sempre correta, independentemente do sentido ou direção da girafa. No entanto, se a nossa intenção fosse utilizar esta questão em sala de aula, seria necessário definir bem qual o objetivo que pretendíamos atingir com ela e formulá-la de modo a não haver qualquer dúvida sobre o que se pretendia. Se a finalidade fosse a de distinguir sentido de direção, certamente o enunciado teria que ser sujeito a alterações, mas muito cuidadosamente pensadas. Não nos podemos esquecer que a girafa é construída com vários fósforos, os quais, à partida, definem quatro direções distintas (cabeça, pescoço, pernas e dorso) e para as quais não se definiram sentidos.

Questão nº17: Retira apenas 4 fósforos e deixa exatamente 5 quadrados, todos iguais. (Bolt, 1987)



Tal como sempre, a Ana leu a pergunta e olhou de longe para a figura. Porém, desta vez não precisou de pegar no cartão e aproximá-lo da sua vista. A Ana conseguiu resolver mentalmente o exercício e foi diretamente retirar os fósforos que achava que conduziam à solução correta. A motivação para apresentar aqui a resolução da Ana para este exercício, que ela resolveu com grande rapidez e sem dificuldade, prende-se com o facto de nos permitir fazer uma comparação com a forma como o mesmo exercício é resolvido pelo Luís.



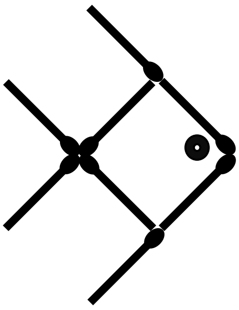
A 20 – Resolução da questão nº17.

A: Já tá. Eu vi logo como é que era. Hoje tou muiiiito inteligente! (Disse com algum sarcasmo).

P: Muito bem Ana. Estás mesmo inteligente. Vamos agora pôr um peixinho a nadar ao contrário?

A: Vamos lá a isso s´tora.

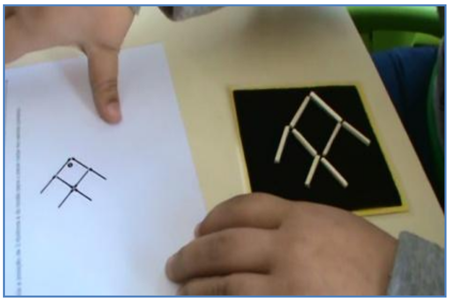
Questão nº 36: Muda a posição de 3 fósforos e do botão para o peixe nadar em sentido contrário. (htt32)



A Ana leu a pergunta em voz alta, colocou o papel em cima da mesa, olhou com atenção para a figura durante algum tempo e depois afirma:

A: Ah! Já seeeei.

P: Já?!



A 21 – Questão 36 de Figuras com fósforos.

A: Quantos? Quantos? Trêêês? Com três não sei? Dois sei, agora o terceiro é que já não!

P: Então faz como sabes!

A: Estes dois.

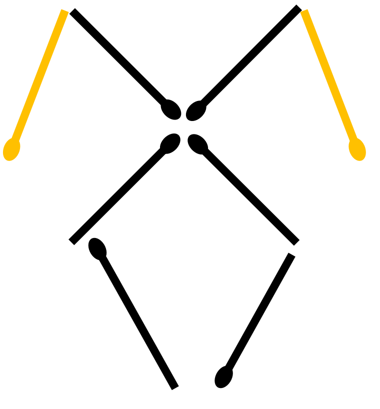
A 22 – Questão 36 de Figuras com fósforos.

A: Ah! S´tora, se calhar é mesmo fósforos grandes. Porque senão não dá!

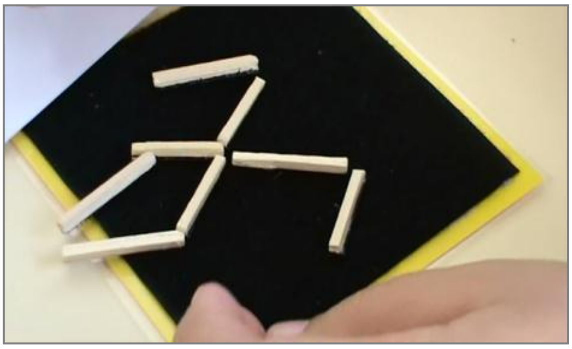
P: Não cabem no cartão, não é!

A: Não, não é! Porque senão não dá! Senão depois aqui ia sobrar.

A Ana tinha construído uma figura semelhante à que está imediatamente abaixo e quando afirmou "isto aqui ia sobrar", estava a referir-se aos fósforos que estão assinalados a amarelo.



A: Mesmo se tivesse aqui o coisinho, o botão, não ia dar! Isto não é um peixe!



A 23 – A figura obtida ficou fora do velcro.

P: Pois não! Isso parece uma rã.

A: A s´tora tem muita imaginação!

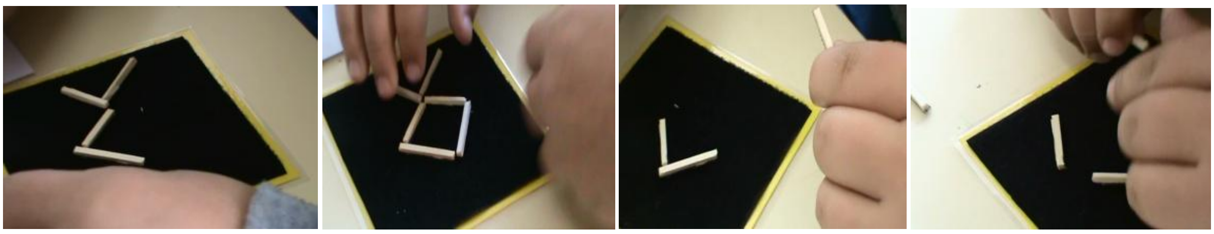
E a Ana começou a desmanchar o que fez.

P: Tens que mexer em quantos?

A: Em três. Mas é preciso mesmo fósforos grandes porque senão não dá. Preciso mesmo de fósforos grandes! (E ia movimentando os fósforos).

A: Preciso de dois grandes! Ou então, sou eu que sou burra!

E continuava a pôr e a tirar fósforos construindo e desmanchando diversas figuras. Parecia um pouco desorientada e desconcentrada.



A 24 – A sequência de movimentos para tentar chegar à solução.

P: Mas porque é que dizes que precisas de dois fósforos grandes?

A: Sim, se calhar sou eu que sou burra!

P: Mas não respondeste à minha pergunta!

A: Hum! Sim. Sou eu mêmo é que sou burra!

P: Vá! Tu és capaz.

A: Confia em mim? Ó s´tora! A s´tora confia em mim?

P: Claro que confio em ti. Tu vais ser capaz, Ana.

Passados alguns instantes a Ana perguntou as horas. Quando a professora de Ensino Especial, que também se encontrava na sala, a informou que eram 14h e 25 minutos, ela apercebeu-se que estava atrasada, pois àquela hora a aula de Português já tinha começado. Perante tal situação, mandei a Ana, rapidamente para a aula, sugerindo-lhe que pedisse desculpa à professora, pelo atraso. Nessa altura a Ana confessou que, embora soubesse que tinha aula, desejava conseguir terminar o desafio.

Nos outros exercícios, a Ana tinha revelado capacidade para pensar; mostrava segurança; não começava nenhum exercício sem primeiro olhar bem e imaginar o que podia fazer com ele; quase não atuava por tentativa e erro.

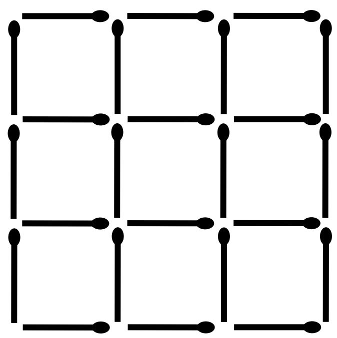
O que teria então acontecido para a sua mudança de atitude na questão 36?

Nunca cheguei a perceber porque é que a Ana achava que precisava de dois fósforos grandes, nem ela nunca conseguiu explicar porquê. Limitava-se a responder: “porque são precisos, eu acho que são precisos”. A Ana passou o tempo todo a construir e a desmanchar figuras, mas eram sempre as mesmas. Diversas vezes repetiu as mesmas figuras. Via-se que não estava a conseguir pensar.

Ela achou estranho ter que mover três fósforos, pois para ela parecia evidente que conseguia fazê-lo só com dois. Mas também viu que se movesse apenas os dois fósforos em que tinha pensado, não iria obter um peixe. A partir daí, uma preocupação começou a ocupar a cabeça da Ana, o facto de estar na hora da aula de Português. Achava que devia ir para a aula mas, ao mesmo tempo, queria ficar ali a resolver o exercício. A Ana criou assim um conflito dentro dela, que não a deixava pensar. Esse conflito foi motivo suficiente para não conseguir raciocinar convenientemente. Para nós, professores, situações como estas devem funcionar como alertas, pois muitas vezes não conseguimos entender que algumas incapacidades reveladas pelos alunos podem não estar relacionadas com problemas de inaptidão, mas sim com algo que os afeta momentaneamente, não os deixando agir em conformidade com o que, habitualmente, são capazes de fazer.

6.2.2.2. As figuras com fósforos resolvidas pelo Luís

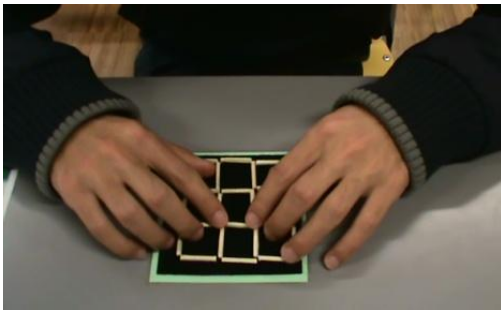
Questão nº17: Retira apenas 4 fósforos e deixa exatamente 5 quadrados, todos iguais. (Bolt, 1987)



Li a pergunta em voz alta e entreguei ao Luís o cartão com os fósforos. O Luís cuidadosamente, tateou toda a figura.

L: É para fazer o quê?

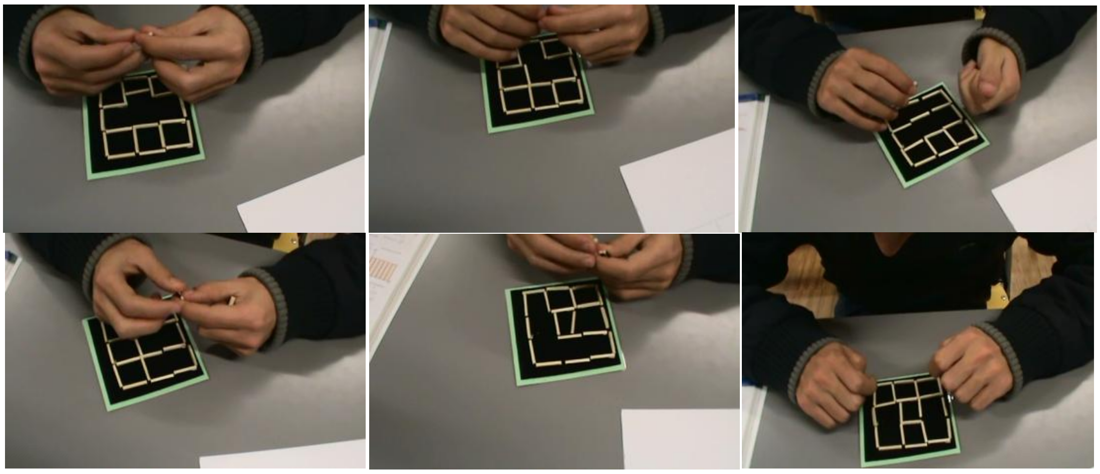
P: Retirar 4 fósforos e formar 5 quadrados.



L 1 – Figura inicial da questão.

Quando dei esta resposta ao Luís, não me apercebi que não tinha referido que os quadrados tinham que ser todos iguais. Só mais tarde, quando vi que o Luís estava a contar com o quadrado maior, que é fronteira de toda a figura, me apercebi que me faltou referir isso. Contudo, deixei que o Luís continuasse.

O Luís fez várias tentativas, retirando sempre os quatro fósforos do interior da figura, embora de diferentes sítios, numa tentativa de conseguir arranjar os cinco quadrados (fotos L2).



L 2 – Sequência de movimentos para tentar chegar à solução.

O Luís nunca se lembrou de tirar fósforos da fronteira da figura e como tal o número de quadrados que conseguia nunca era o pretendido. Há medida que tirava os fósforos, contava com cuidado o número de quadrados que ia obtendo. Tinha perfeita noção de que tinha que contar quadrados pequenos médios e também o grande. Toda esta tentativa, demorou um tempo considerável. Por fim perguntei-lhe:

P: Posso só fazer-te uma pergunta?

L: Sim!

P: Porque é que tiras sempre fósforos do meio?

L: Porque os de fora fazem um quadrado grande!

P: E queres fazer um quadrado grande?

L: Sim! Olhe aqui! Já tá! Assim fica logo um.

P: Então, Luís vou-te pedir uma coisa! Tenta arranjar cinco quadrados todos iguais!

L: Todos iguais?

P: Assim podes contar com o grande?

L: Posso!...

P: Podes?

L: Não. Tá bem. Ele é maior não é igual aos outros. Tava a pensar noutra coisa!

P: Noutra coisa?

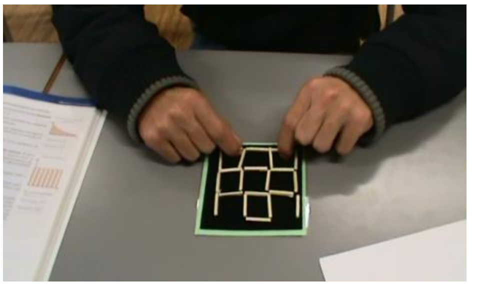
L: Sim! Se eram todos quadrados eram todos a mesma figura, logo eram todos iguais. Mas não é isso. Tava a pensar mal. Não são iguais em tamanho.

L: Ora, vou tirar estes aqui,…. (e parou) isto é fácil também! Eu é que não tou a ver como é que é.

L: Tirar estes dois! (Ver foto L3).

L 3 – Tentativa para encontrar outro caminho.

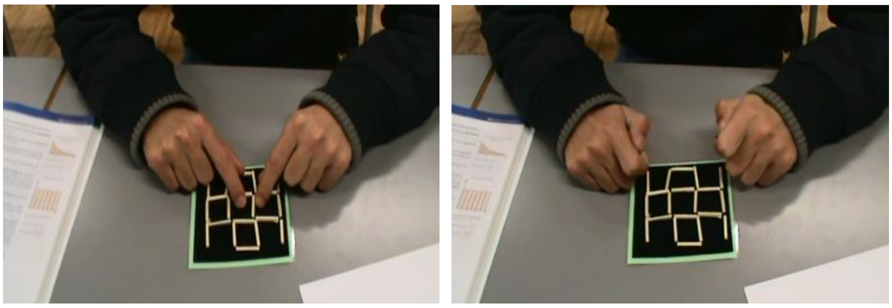
L: Tirar estes dois aqui (ver foto L4). Já tirei quatro.



L 4 – Tentativa para encontrar outro caminho.

L: E agora vamos lá ver se já deu:

E o Luís começou a contar os quadrados:



L 5 – Tentativa para encontrar outro caminho.

L: Fico com um,… dois, …três, … quatro, … cinco!

P: Mas estão fósforos a mais!

L: Aqui às pontas? Isso não conta. Não fazem quadrados.

P: Pois, mas não podem estar na figura. Não podem sobrar fósforos.

L: Então! ??.....Só podia tirar quatro!

P: Pois só podes tirar quatro, mas esses estão a mais aí!

L: Então o que é que eu vou fazer a eles?

O problema com que o Luís se confrontou aqui, não foi por sua culpa. Eu não lhe tinha dito inicialmente quais eram as regras de um jogo com fósforos e ele achava que não fazia mal sobrarem fósforos na figura. Então, expliquei-lhe as regras destes puzzles.

L: Pois s´tora. Eu não sabia. Então o que é que vou fazer agora? Vou sempre ficar com fósforos a mais! E o que é que eu vou fazer a eles?

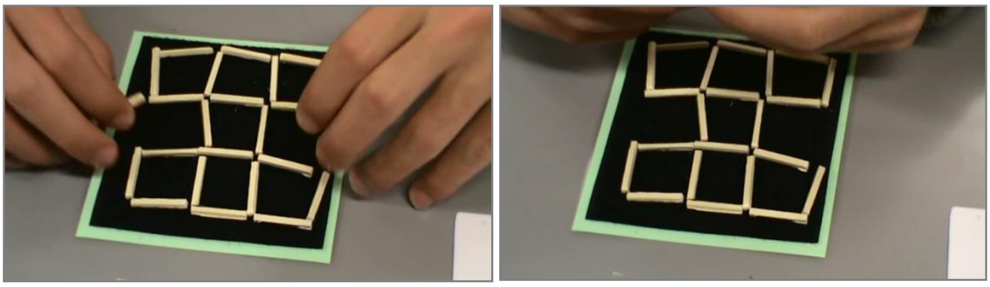
P: Experimenta tirar outros!

O Luís voltou a reconstruir a figura e começou novamente a tateá-los e ao mesmo tempo ia dizendo:

L: Posso tirar estes, mas não dá! Também posso tirar estes, mas também não dá!

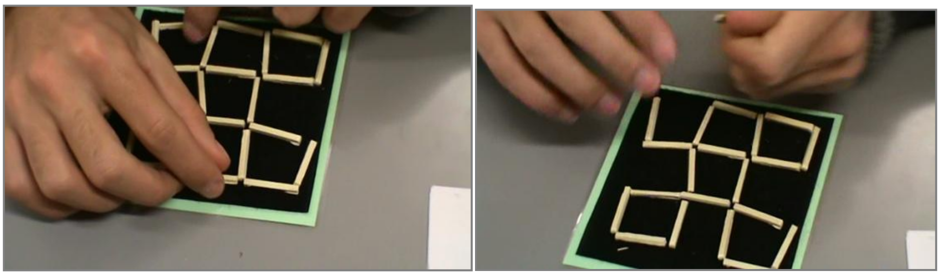
P: Há fósforos que tu nunca tiraste, nem pensaste em tirar!

L: Que eu nunca tirei. Então deixa lá ver…. Estes aqui nunca tirei….Tira-se o dos lados…. dois! (Ver fotos L6).



L 6 – O Luís tenta tirar fósforos que nunca tinha tirado antes.

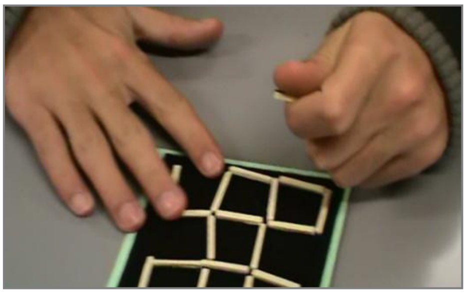
L:Tira-se o das pontas!.... Mais dois! (Ver fotos L7).



L 7 – O Luís continua a tirar fósforos que nunca tinha tirado antes.

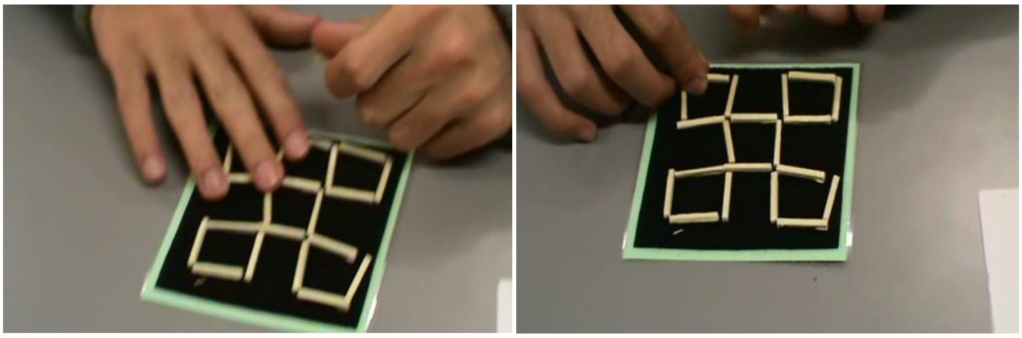
P: Não dá! Assim não dá!

E o Luís percebeu que tinha tirado um fósforo, que não era o que realmente queria tirar.



L 8 – O Luís apercebe-se que não era aquela fósforo que desejava tirar.

L: Pois, não! ….. O das pontas, aqui!



L 9 – O Luís corrige o engano e chega à solução.

P: Ah! E o que é que está aí?...

L: Tá aqui cinco quadrados com mesmo tamanho.

P: Então quais eram os fósforos que tinhas de retirar?

L: Os dos lados, do meio. E os das pontas, do meio.

P: Pois! Quando dizes: “os dos lados, do meio”, eu percebo! Subentendo que é um do lado esquerdo e outro do lado direito. Mas quando dizes: “os das pontas, do meio”, eu não entendo muito bem! Falaste em pontas! O que é que são as pontas?
L: Os do meio, dos lados de cima e de baixo. Mas a s´tora percebeu o que queria dizer.
P: Sim! Percebi, mas não quis perceber. Se eu te dissesse “os do meio das pontas”, sem teres visto onde é que tinha mexido, tu percebias?
L: Não! Pontas pode ser muita coisa! Mas a s´tora tava a ver.
P: Claro que estava mas queria que tu explicasses um bocadinho melhor.
Tinha referido atrás que, em relação a este exercício, iria mostrar a resolução da Ana, apenas para comparar com a do Luís. Inicialmente, a questão que foi colocada ao Luís não era exatamente a mesma que foi colocada à Ana, pois esta sabia que os quadrados tinham que ser todos iguais, enquanto o Luís não teve esta informação. Logo, houve aqui um fator que pode ter condicionado a resolução do Luís. Mas, a partir do momento em que eu pedi ao Luís que tentasse arranjar cinco quadrados todos iguais, a questão seria diferente. Como vimos, a resolução da Ana foi quase imediata, enquanto o Luís passou por uma série de ocorrências de tentativa e erro. Sabemos que existe uma grande diferença entre o Luís e a Ana, no que respeita à visão. Enquanto a Ana tem baixa visão, o Luís é considerado cego. Embora o Luís tenha a perceção global da figura através do seu tato, essa perceção só é conseguida depois de conhecer, individualmente, cada componente da figura.
Por exemplo, enquanto a Ana ao olhar para a figura consegue interpretar de imediato que a mesma representa um quadrado subdividido em nove quadradinhos mais pequenos, o Luís, para perceber isso, tem que tatear os quadrados, um a um, até alcançar a perceção global da figura. Contudo, após ter esta perceção, ele consegue formar imagens mentais e é capaz de reproduzir com os fósforos aquilo que tem intenção de “desenhar”. Só que, relativamente à contagem dos quadrados, a maior parte das vezes, apenas consegue fazê-lo com a figura construída.
Uma outra condicionante pode ter a ver com o facto de ter sido a primeira vez que o Luís foi confrontado com um puzzle deste tipo, enquanto a Ana já tinha feito alguns antes deste. Podemos verificar, noutros exercícios, como o Luís já se sente mais familiarizado com o material e consegue utilizá-lo com maior facilidade.
Outro aspeto que também pode ter influência é a sua capacidade de localização espacial, ou seja, existe uma maior probabilidade de engano na localização das componentes da figura no caso do Luís. Para quem vê, a localização das componentes é óbvia, mas para quem é cego poderá não ser assim tão evidente. Senão vejamos:
Em determinada altura, o Luís vai chegar à solução porque formou na sua cabeça a seguinte imagem mental:

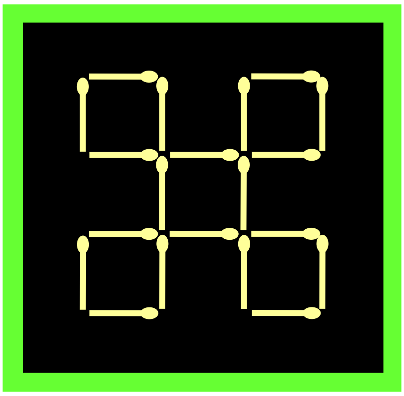


Fig. 89 – Primeira imagem formada na mente do Luís.

Pelo que, começou por retirar primeiro os dois fósforos como se vê na seguinte imagem:

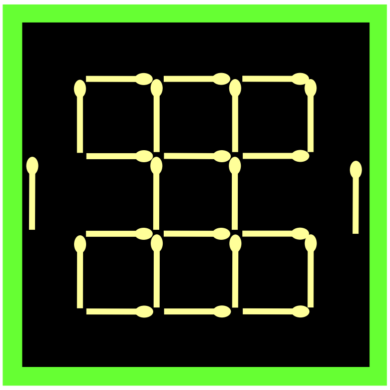


Fig. 90 – Primeiros fósforos retirados pelo Luís.

Neste momento, o Luís já sabia exatamente quais os outros dois fósforos que tinha que retirar. Contudo fez o seguinte movimento, sem ter bem a perceção do que tinha feito:

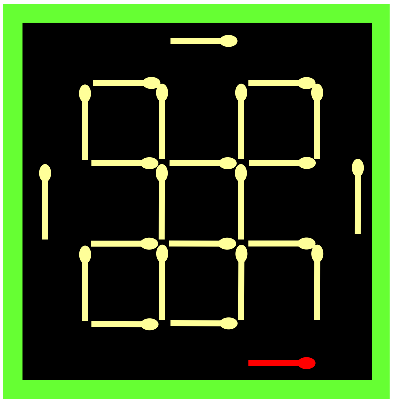


Fig. 91 – Segundos fósforos retirados pelo Luís.

Depois de fazer isto, o Luís não voltou a tatear a figura e afirmou que estava terminado.
É claro que o fósforo vermelho não era o que o Luís queria retirar! Mas ao retirar esse fósforo, sentiu-o como se o fosse. Isto aconteceu porque o quadrado, de onde o fósforo foi retirado, é igual ao quadrado de onde o Luís deveria ter tirado o fósforo correto, para além de que ambos os fósforos se encontram na mesma posição nos respetivos quadrados. Porém, o fósforo que o Luís pretendia tirar estava localizado um pouco mais para a sua esquerda.
O erro do Luís (se assim lhe podemos chamar) não foi de raciocínio. Ele foi motivado pela falta de visão, uma vez que, imediatamente a seguir, ele voltou a palpar a figura e apercebeu-se logo que o fósforo retirado não era efetivamente aquele que tinha intenção de retirar. Ou seja, a sua imagem mental foi correta, apenas não a concretizou por ter menosprezado um pouco a importância de uma palpação atenciosa. Logo que se apercebeu que não tinha retirado o fósforo certo, mudou imediatamente para o lado direito aquele que deveria ter retirado.

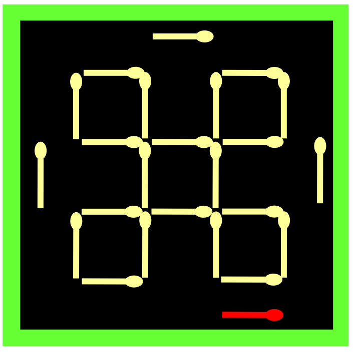
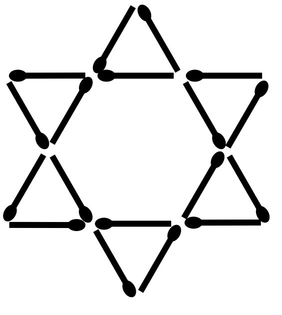


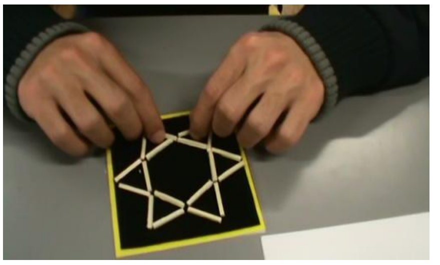
Fig. 92 – Figura que se pretendia construir.

Após a resolução da questão nº 17, estava previsto dar ao Luís a questão nº 3, que também já tinha sido resolvida pela Ana.
P: Muito bem! Posso-te dar outro?
L: Ah! Mas no outro já não vou cair assim tão facilmente!
Li então a pergunta em voz alta, pausadamente, para que o Luís a memorizasse. Antes de começar, já o Luís tinha o material na sua mão e podia tatear a figura.

Questão nº 3: Movendo 6 fósforos, obtenha 6 losangos iguais. (htt31)

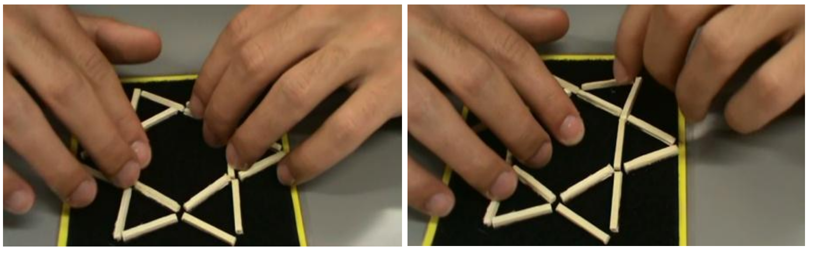


O Luís começou por fazer o reconhecimento da figura por palpação:



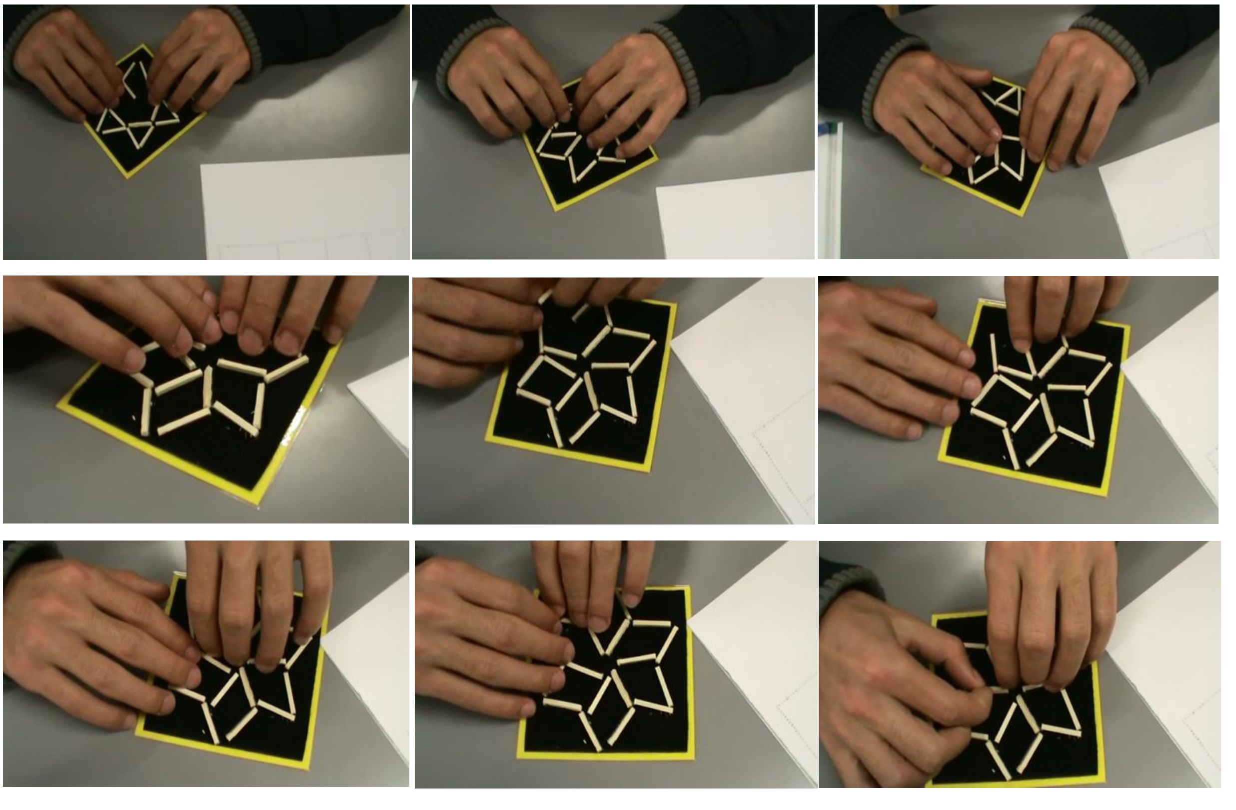
L 10 – Reconhecimento da figura.

Antes de começar a mover qualquer fósforo, ia dizendo como iria proceder:
L: Então, este p´raqui, … este p´raqui, …. este p´raqui, e assim mexo em três.



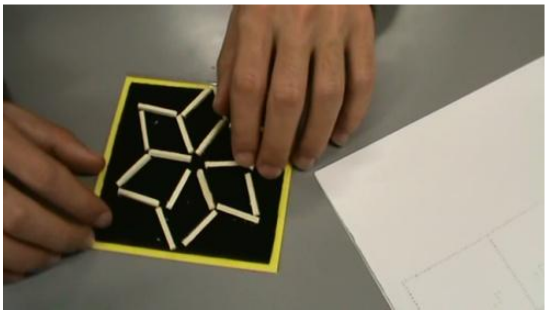
L 11 – O Luís faz previsões antes de começar a movimentar os fósforos.

Pelo grupo de fotos que se segue (ver L12), parece que o Luís está a seguir uma regularidade na movimentação dos fósforos. No entanto, nas fotos da segunda linha, pode observar-se que o Luís colocou dois fósforos, partindo do mesmo vértice para o centro.



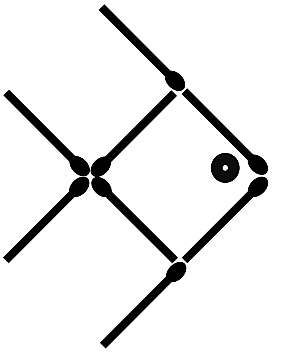
L 12 – Sequência de movimentos até obter a solução final.

Assim, mais uma vez, foi o problema de falta de visão que fez com que o Luís não se apercebesse que já existia um fósforo colocado a partir daquele vértice, quando lá colocou o segundo. Porém, é interessante ver a forma como o Luís ultrapassa esta situação. Conforme se vê nas segunda e terceira fotos da linha central, ele retira um fósforo de um dos lados fronteiros da “estrela” e coloca-o, onde estava a faltar um fósforo do centro para um vértice. Só depois se apercebe da existência dos dois fósforos a incidir no mesmo vértice. Então, retira-o um deles e vai coloca-lo no sítio onde havia retido o fósforo da fronteira da estrela, conseguindo assim encontrar a solução, como podemos ver na figura seguinte:



L 13 – Solução do exercício.

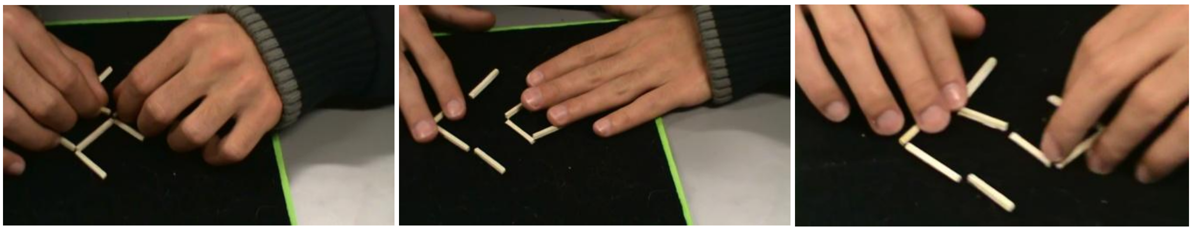
Questão nº 36: Muda a posição de 3 fósforos e do botão para o peixe nadar em sentido contrário. (htt32)



À semelhança das outras, também esta questão foi lida em voz alta, para o Luís.

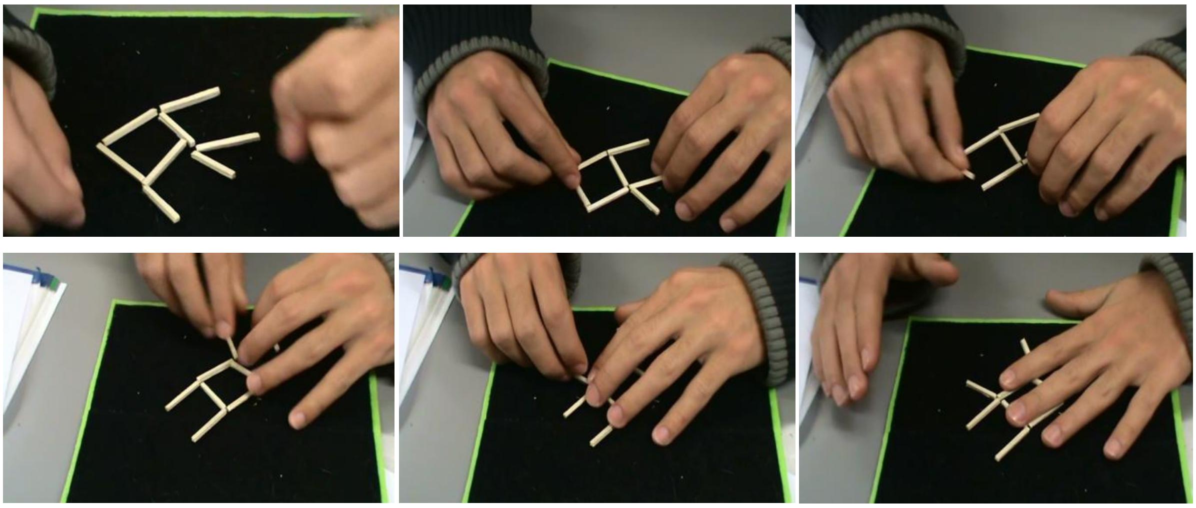
Como já tinha havido a experiência com a Ana, eu sabia que o movimento dos fósforos para virar o peixe faria com que este saísse para fora do cartão. Assim, foram entregues ao Luís dois cartões com o peixe, em que um deles tinha o dobro das dimensões do outro.

Os primeiros movimentos do Luís foram os seguintes (ver grupo de fotos L14):



L 14 – Reconhecimento da figura e primeiras tentativas de resolução.

Depois, retoma a figura inicial do peixe e recomeça um movimento diferente do primeiro:



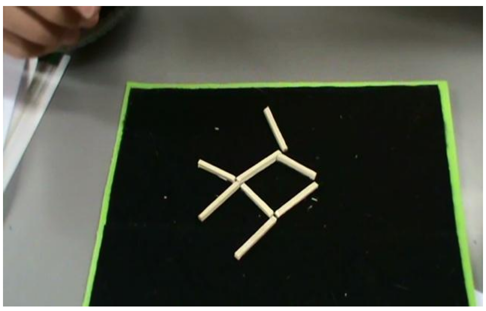
L 15 – Sequência de movimentos até encontrar a solução.

O Luís consegue assim, facilmente, pôr o peixe a nadar em sentido contrário. Perguntei então se ele sabia explicar a diferença entre direção e sentido, ao que ele me respondeu:

L: Sim sei! Por exemplo, uma mesma direção pode ter dois sentidos. Aqui, no peixe, por exemplo a direção é horizontal. Primeiro, ele tava no sentido para a direita, depois ficou no sentido para a esquerda.

Embora a explicação do Luís fosse pouco rigorosa do ponto de vista matemático, perceber-se que as noções que ele tinha estavam corretas.

Saliente-se que o principal motivo pelo qual eu descrevi aqui esta questão resolvida pelo Luís prende-se com outro aspeto. Reparei que o peixe do Luís não estava construído muito rigorosamente (veja-se a imagem L16):



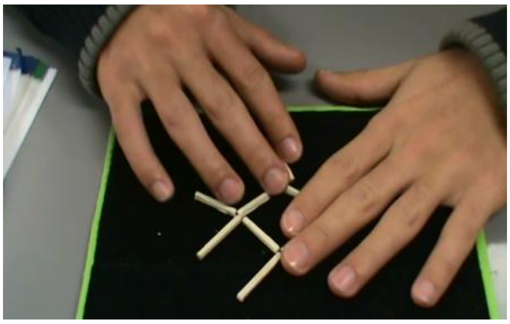
L 16 – A barbatana inferior do peixe em posição pouco rigorosa.

P: Achas que o peixe está simétrico?

L: Simétrico? Como assim?

P: Achas que a barbatana de baixo está na mesma posição que a barbatana de cima?

O Luís tateou diversas vezes e respondeu:



L 17 – Verificação de que os fósforos não estavam colocados em linha reta.

L: Sim

P: Então dá-me, por favor, a tua mão e vamos ver.

Peguei nos dedos do Luís e fi-los passar por cima dos fósforos no sentido das setas indicadas na figura seguinte e questionei-o:

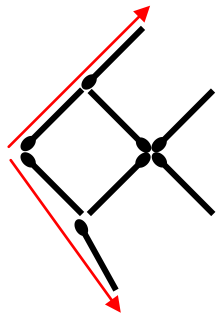


Fig. 93 – Peixe com a barbatana em posição pouco rigorosa.

P: Achas que tanto em cima como em baixo os fósforos estão em linha reta?

L: Sim! Não era para tar?

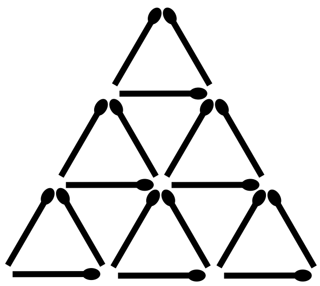
P: Sim, era! Mas os fósforos de baixo não estão.

L: Ah! Não tão bem em linha reta, mas a figura é assim! Isso tem importância? Eu posso pôr melhor o fósforo.

A minha dúvida foi retirada neste momento. Perante a primeira resposta do Luís, pareceu-me que ele não era capaz de distinguir que os dois fósforos de baixo não tinham a mesma direção, e então seria obrigada a tentar perceber o que falhava ali em termos de sensação tátil. Mas, felizmente, tratava-se apenas de um pequeno "desleixo" sobre a forma como o Luís tinha colocado o fósforo da barbatana, porque ele próprio achava que não tinha qualquer importância. Para ele bastava que o objetivo do exercício estivesse cumprido, isto é, pôr o peixe a nadar em sentido contrário.

6.2.2.3. As figuras com fósforos resolvidas pela Marta

Questão nº 7: Como podemos obter 7 triângulos, retirando apenas 3 fósforos. (Wells, 1999)



A Marta começou por contar o número de triângulos que tinha na figura inicial e concluiu que eram nove. Note-se que a Marta apenas contou os triângulos mais pequenos.

P: São só nove?

A Marta voltou a contar os triângulos e contou novamente nove.

P: São nove pequeninos! E grandes?

M: E grandes são: Um, … dois! São dois! … oi! ... Existem mais?

P: Existem mais.

M: Existem mais … oi!…

P: Com esse tamanho que tu contaste, existe mais um.

A Marta continuou a tatear na tentativa de encontrar mais triângulos e ia dizendo em voz alta:

M: Um,… dois,…. Dois,… são dois …

A Marta tinha acabado de contar os dois triângulos que se seguem, mas eu inicialmente não tinha percebido isso (ver Fig.94).

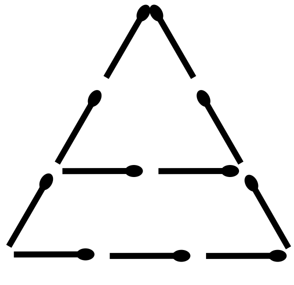


Fig. 94 – Figura da qual a Marta estava a contar os triângulos.

Eu pensei que a Marta estivesse a contar apenas os triângulos de tamanho médio. Mas quando lhe disse:

P: Repara que há um triângulo maior que todos os outros!

E ela me respondeu:

M: sim, sim! Mas esse foi o que eu já contei!

Foi nessa altura que eu percebi quais os triângulos que a Marta tinha contado. A sua forma de tatear a figura não me tinha deixado perceber bem quais os triângulos que estava a contar. Por isso disse-lhe:

P: Ah! Então já te enganei sem querer, Marta! Desculpa lá! (A Marta riu). O que eu estava a querer dizer há pouco, é que havia três triângulos médios. Por isso é que eu te disse que havia três daquele tamanho, mas tu estavas a contar o grande e um médio.

M: Então tem que haver três médios! Porque grande há só um!

A Marta começou novamente a tatear a figura mas não estava a conseguir encontrar os triângulos médios. Resolvi ajudá-la pegando-lhe na mão e contornando os triângulos para ela os sentir. Mas, certamente, não a ajudei da melhor forma e mais tarde iremos ter oportunidade de ver porquê. Depois de a ajudar a contar os triângulos, disse-lhe:

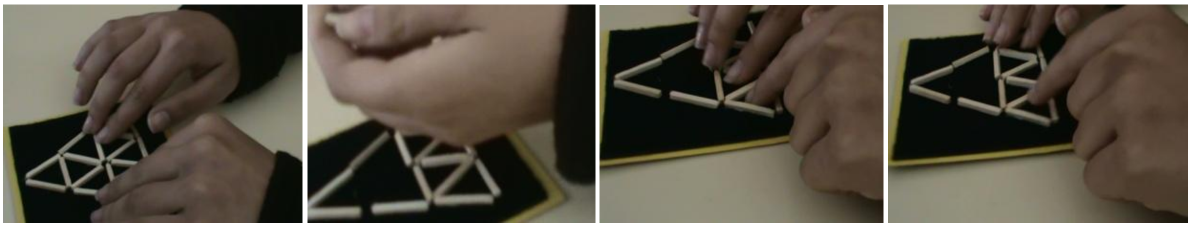
P: Mas para resolver o exercício, também não é a contagem destes triângulos que está em causa. Ainda te lembras o que se pedia?

M: Nem por isso! Estivemos muito tempo a contar triângulos!

P: Queremos tirar 3 fósforos para formar sete triângulos! E não estou a dizer que têm que ser todos iguais, atenção!

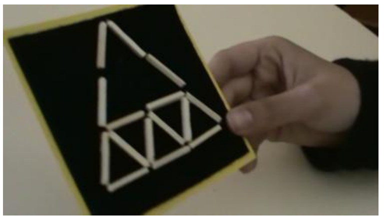
A Marta então voltou a pegar na figura inicial e disse:

M: Vamos experimentar a tirar estes três. Assim eliminamos já uma quantidade de triângulos. E fica um triângulo grande! Outro triângulo médio e um, dois, três, quatro, cinco triângulos pequenos! Já está! (ver grupo de fotos M1).



M 1 – Solução facilmente encontrada pela Marta.

Em seguida, a Marta pegou no cartão e virou-o para mim (ver foto M2). Achei interessante este seu gesto, porque revelou que, apesar de ser cega, tem a noção de que a figura deve estar voltada para a pessoa, para que esta a possa ver.



M 2 – Mesmo sem ver, a Marta mostra a solução.

P: Já está! Então vamos lá contar os triângulos para ver se são sete.

M: São! Temos um grande, um médio e cinco pequenos.

P: Muito bem Marta. E queres saber uma coisa? A tua solução não é igual a nenhuma das que nós temos. Nem é igual à do cartão, nem há nenhuma igual no Caderno de Soluções. Conseguiste uma solução que nos faltava. Deste-nos uma grande ajuda!

A Marta ria e estava felicíssima. Finalmente disse:

M: Pois é! Eu normalmente vou sempre pelos lados mais difíceis, é o que os professores dizem! (E a Marta continuava rindo e mostrava-se satisfeita).

P: Mas isto não tem a ver com ir por um caminho mais difícil. É apenas uma solução diferente das nossas, que nós não encontrámos mas que tu encontraste com facilidade. Muitas vezes, o que é difícil para umas pessoas, pode ser fácil para outras! A tua solução nasceu apenas da opção que fizeste para tirares os fósforos! Quando tiraste os fósforos, se não me engano, disseste que ias experimentar esses porque assim eliminavas logo uma quantidade de triângulos! Mas, por acaso, sabias que ias ficar logo com os sete?

M: Não. Mas, por acaso, deu logo.

P: Então foi um bocadinho de sorte também, não?

M: Foi! Pois foi! (E a Marta continuava rindo).

Por fim construi-lhe a nossa solução e mostrei-lha:

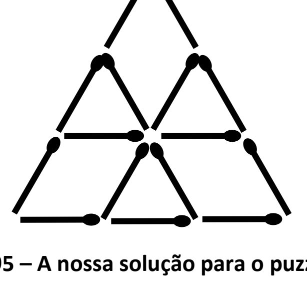
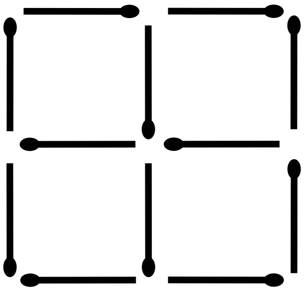


Fig. 95 – A nossa solução para o puzzle.

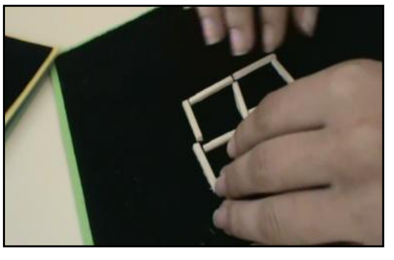
M: Pois! P`ra mim esta é mais difícil. Os triângulos não se contam tão facilmente, porque estão entrelaçados uns nos outros. Não sei …. Estão mais sobrepostos! Veem-se mais triângulos e losangos. Na minha só se encontram triângulos.

Esta declaração da Marta foi importante do ponto de vista da nossa investigação, pois fez-nos pensar se poderá ou não existir mais facilidade em contar as figuras, se estas tiverem um número menor de sobreposições, mas não tive oportunidade de testar esta conjetura. A verdade é que na figura da Marta também existiam losangos e ela não estava a conseguir vê-los. Só conseguiu detetá-los quando lhe disse que também existiam na sua figura.

Questão nº24: Move 4 fósforos e obtém exactamente 3 quadrados.(Bolt, 1993)



Após colocar na mão da Marta a placa de velcro com a figura, li-lhe a pergunta em voz alta pausadamente, para que pudesse apreender tudo o que era pretendido.



M 3 – Reconhecimento da figura.

M:Tenho que mover quatro fósforos?

P: Só quatro fósforos.

M: Posso mexer nestes do meio?

M 4 – Começa por retirar os 4 fósforos do meio.

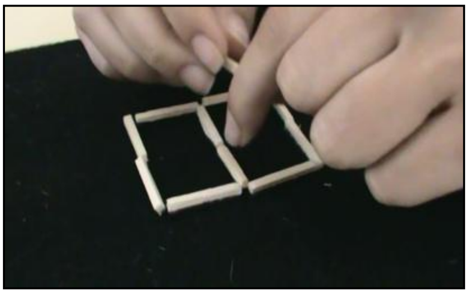
P: Podes, mas nunca percas a noção de qual era a figura original.

M: Sim, sim, eu sei. E são, qua…, três quadrados?

P: Três quadrados.

A Marta vez vários movimentos com os fósforos. Tirou, colocou, voltou a tirar e a colocar noutros sítios e esteve bastante tempo neste impasse, até que parou na seguinte figura e proferiu:

M: Assim é um retângulo ….



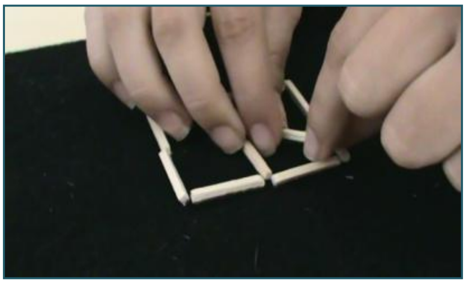
M 5 – Recoloca dois dos fósforos na posição inicial.

E começou a sussurrar em voz baixa, sem que eu percebesse o que dizia

P: Podes falar em voz alta! Diz tudo o que pensas, para eu perceber o teu raciocínio!

M: Tenho que descobrir primeiro para onde é que eu tenho de ir …

E, logo de seguida, a Marta constrói a figura seguinte:



M 6 – Tentativa de colocar fósforos na diagonal.

M: Eu acho que não é pelo meio que eu tenho de ir! … É, mas não só.

P: Porquê, Marta?

M: Porque é um triângulo (ver foto M6).

P: E quando colocas um fósforo na diagonal, porque é que dá um triângulo?

M: Porque não faz ângulos retos.

P: Então, para dar um triângulo tinha que fazer ângulos retos.

M: Não! Não! Não era isso que eu queria dizer. Para fazer quadrados tenho que ter ângulos retos. Se puser um fósforo na diagonal … não vou ter ângulos retos. Por isso é que eu estou a dizer que não é por aí que eu tenho de ir.

A Marta volta a fazer diversas tentativas. Tira os fósforos, volta a colocar, volta a tirar, volta à figura inicial …. De vez em quando, parece ficar perturbada e coloca as duas mãos, sobrepostas, em cima da figura que está a construir, mas percebe-se que não é com a intensão de a tatear. É mais um ato de ansiedade e desânimo!

M 7 – Mãos colocadas sobre a figura mostrando desânimo.

M: Mas como é que é possível fazer três quadrados disto?

P: Aí estão cinco quadrados, não é?

M: Não!

P: Não?

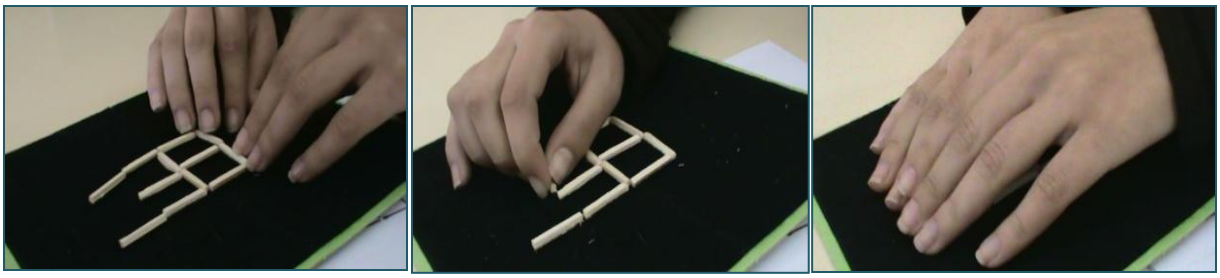
M: Ah! Sim. Ai, isto engana tão facilmente!

P: Então são quatro …

M: Pequeninos e um grande! Então?

P: Queremos só três quadrados.

A Marta continua a mover os fósforos e a formar diversas figuras. A dada altura, constrói a figura que se vê na foto da esquerda do grupo de fotos M8, depois constrói a figura que se vê ao centro do mesmo grupo de fotos, em seguida volta a construir a figura inicial do puzzle e, mais uma vez, coloca ambas as mãos sobre a figura.



M 8 – Tentativa de seguir por um caminho diferente e desânimo por não conseguir.

M: Mas como é que é possível?! Isto não é possível!

Apercebi-me do seu desespero e perguntei:

P: Posso só dar uma ajudinha?

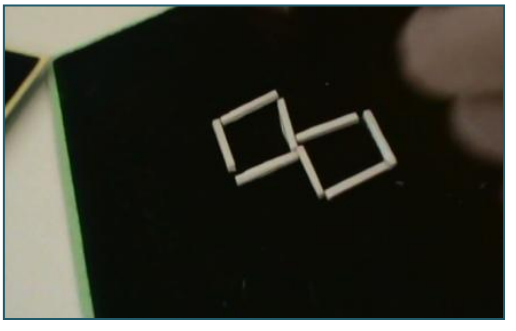
M: Sim!

P: Vamos tirar quatros fósforos de dois vértices opostos.

M: Dois? Vértices? Opostos?

A Marta entendeu perfeitamente o que lhe quis transmitir e retirou os quatro fósforos (ver foto M9).

P: Quantos quadrados lá ficaram?



M 9 – Constrói dois quadrados e sobram-lhe 3 fósforos.

M: Hanh!? Na, na, na, não! Não dá! Fiquei com dois. Hanh!? Com dois?! ….Sim, com dois.

P: E agora com os quatro fósforos que tens na mão podes construir mais ….?

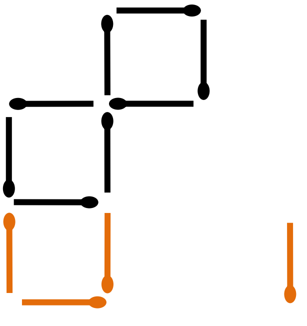
M: Dois! Não. Mais um.

P: Mais um!

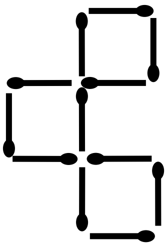
M: Ah! Pois éééé!

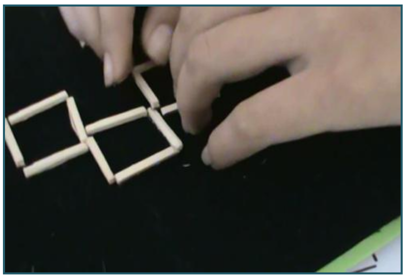
P: Aonde?

M: Aonde? Deixe-me ver! Aqui não pode ser, porque sobra um fósforo. E disse isto ao construir a seguinte figura:



Finalmente a Marta construiu a seguinte figura:

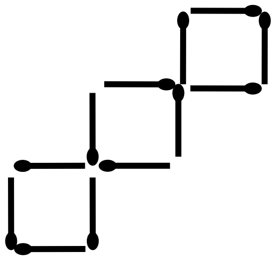




M 10 – Encontro de uma solução.

P: Que bem Marta! Mais uma solução diferente da minha.

E construi-lhe a nossa solução para ela tatear:

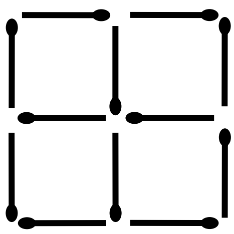


M: Que giro! Parecem uma escadinha! A minha solução não se parece com nada.

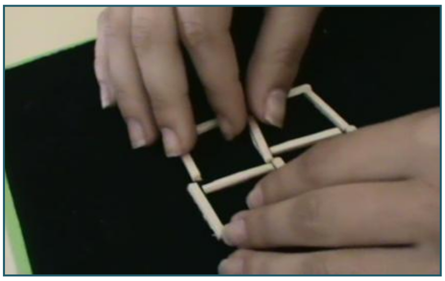
P: Pois, mas isso não tem qualquer importância Marta.

M: Sim, eu sei. É preciso é estar certa! Mas se fizer desenhos giros, ainda é melhor! Tem mais piada!

Questão nº 8: Retira 2 fósforos deixando 2 quadrados. (Rino, 2004).



Como sempre fui eu que li a questão em voz alta, mas antes entreguei à Marta um cartão de velcro com a imagem construída com os fósforos:



M 11 – Reconhecimento da figura.

M: Deixando apenas 2 quadrados! Retiram-se 2 fósforos?

P: Retiram-se 2 fósforos!

M: Não é mover? …. É mesmo? ... retirar! …… Não é…!!!

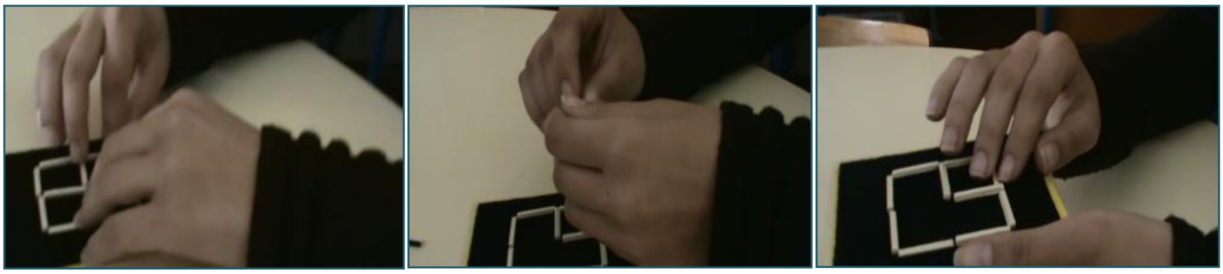
P: É mesmo retirar!

Enquanto a Marta ia insistindo no esclarecimento da pergunta, passava os dedos pelos fósforos, ora retirando um, ora recolocando-o no mesmo sítio. E voltava a palpar …

M: Apenas dois!

P: Apenas dois!

A Marta retirou os dois fósforos, que se podem observar na imagem M 12 e fez uma pausa:



M 12 – Retira 2 fósforos e obtém 2 quadrados.

P: Já está! Retiraste dois!

M: Sim!... Mas… o que é que nós queremos?

P: Dois quadrados.

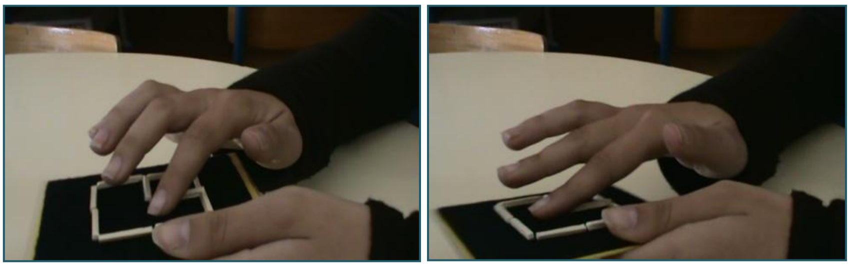
M: Não! Não! Não ficam dois quadrados!

P: Será que não ficam?!

M: Hum…não!

P: Conta lá!

M: Um (e contornou com os dedos o quadrado maior); dois, (e contornou o mais pequeno); três (e indicou com o dedo o local de onde tinha retirado um dos fósforos); quatro (e indicou o local de onde tinha retirado o outro fósforo).



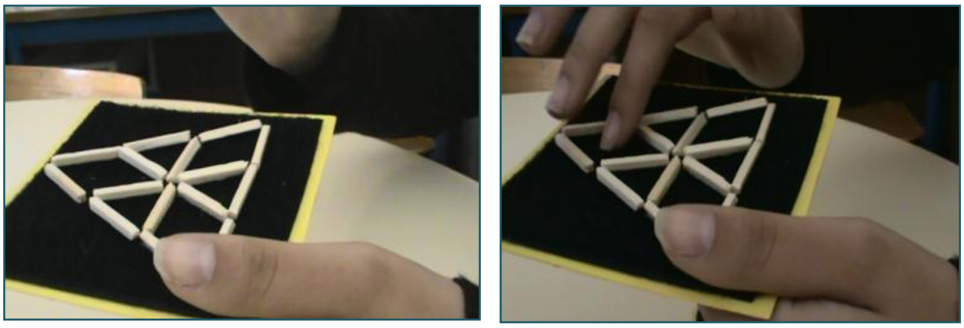
M 13 – Contagem do número de quadrados obtidos.

P: Mas esses não estão lá!

M: Sim, estão invisíveis, mas continuam ali.

P: Então, se estão invisíveis, só existem na tua imaginação. Na realidade, não estão lá!

M: Então, vendo por esse ponto, aqui! (pegou no material do exercício anterior e mostrou que estaria a faltar um fósforo naquela imagem e que teria contado com ele na atividade anterior) aqui … também não faz sentido a sua lógica!



M 14 – Esclarecimento sobre a contagem de triângulos.

Nesse momento percebi perfeitamente o raciocínio da Marta e onde residia o seu erro.

P: Parece que não te consegui explicar muito bem a minha lógica no exercício anterior, mas vamos voltar a ver. Vamos voltar a contar os triângulos da figura.

Peguei na sua mão e fi-la passar com os seus dedos por cima dos fósforos, contando os triângulos que existiam. A Marta percebeu então que não podia contar um triângulo se não estivessem lá os três lados.

P: Vês! Os lados estão lá todos!

M: Ok! (A Marta riu). Já entendi. (E a Marta continuava a rir).

Pela forma como a Marta ria e agarrava e largava os materiais, reparei que se sentia nervosa. Parecia que estava sensibilizada por ter cometido uma falha, que não queria que tivesse sido ocorrido, pelo que perguntei:

P: Estás nervosa Marta?

M: Não! Eu sou sempre assim, quando quero fazer as coisas e não estou a conseguir.

P: Mas não há motivo para estares nervosa! Encara isto como uma brincadeira! É como se estivéssemos a brincar, só que eu preciso de saber como é que brincamos.
A professora de ensino espacial, que estava presente, confirmou então que a Marta costuma ser sempre assim. Mesmo a jogar, fica nervosa. Informou também que a Marta costuma jogar xadrez e participar em campeonatos na escola, e que nessas ocasiões fica assim nervosa.

6.2.3. Considerações sobre as observações às questões com fósforos

Após todas as observações realizadas, há a salientar algumas circunstâncias que ocorreram e que são merecedoras de reflexão. Algumas prendem-se com as condições inerentes aos alunos observados, por serem cegos ou possuírem baixa visão, mas outras são significativas do ponto de vista matemático, ou mesmo cognitivo.

- No que diz respeito aos alunos com baixa visão, devemos ter bastante cuidado porque eles não veem as imagens da mesma maneira que nós. Por conseguinte, temos que ter a sensibilidade para perceber, tanto quanto possível, a forma como eles conseguem ver as imagens, por forma a podermos corrigi-las e/ou adaptá-las, fazendo com que se tornem, para eles, o mais próximo possível da realidade. Refira-se o exemplo da Ana, que só via os "buracos" existentes numa figura, quando esta estava a uma determinada distância dos seus olhos.

- Devemos ter muito cuidado com as frases que pronunciamos e com as afirmações que fazemos acerca das figuras. Aquilo que nos parece uma coisa, pode não parecer o mesmo a outra pessoa. Neste aspeto temos o exemplo da Ana que via a girafa a olhar para baixo, e eu insistia em afirmar-lhe que estava a olhar para cima. A verdade é que nenhuma de nós estava certa, nem errada. (Basta lembrarmo-nos das ilusões de ótica e do efeito que elas produzem no nosso cérebro). As afirmações: "olhar para baixo" ou "olhar para cima" não eram explícitas na figura, logo nunca deveriam ter sido pronunciadas.
A melhor forma de ultrapassar situações como esta talvez seja admitirmos a existência de ambiguidade na interpretação da figura e encontramos nela outra propriedade, que não seja duvidosa e que nos ajude a compreender o problema. Neste caso, correspondeu a admitirmos, sem margem para dúvida, que a girafa estava virada para a esquerda.

- Principalmente com os alunos cegos, não devemos despender demasiado tempo a esclarecer aspetos, que não estejam diretamente ligados à finalidade do exercício, sob pena de que o aluno possa esquecer o que lhe foi pedido inicialmente. Isto não significa que não seja importante esclarecer as dúvidas que surgem, mas só quando há essa necessidade. Quando regressamos à resolução da questão, devemos sempre relembrar o aluno dos dados que temos e do que nos é pedido.

- Nestes exercícios, onde o aluno vai pronunciando em voz alta o que vai fazendo ou o que pretende fazer e ainda quando coloca dúvidas, surgem muitas vezes problemas de expressão oral. Nesses casos, devemos deixar que seja o aluno a encontrar outra forma de verbalização mais explícita e fazê-los sentir que existe uma razão válida, para não deixar que se pronunciem de forma incorreta.

Podemos referir o exemplo do Luís na questão 17, quando ele refere "os dos lados, do meio" e "os das pontas, do meio". Depois de ser chamado à atenção, encontrou facilmente outra forma de pronunciar a indicação dos fósforos a que se referia.

Isto é também um alerta para o professor. É necessário ser-se muito cuidadoso com a forma como se verbaliza a descrição de uma imagem para que um aluno cego possa formar corretamente a sua imagem mental.

- Sempre que acharmos conveniente, podemos dar pequenas ajudas, tendo em conta a teoria da Zona Proximal de Desenvolvimento (ZPD) de Vygotsky, uma vez que o aluno pode encontrar-se posicionado entre a zona de desenvolvimento, que lhe permite resolver uma determinada tarefa sozinho, e o nível mais elevado de desenvolvimento potencial, que lhe permite resolver essa tarefa com a ajuda de um par mais competente (Vygotsky, 1979). Aqui, foi a "observadora" que exerceu a função de par mais competente, levando algumas vezes os alunos a fazer mais do que conseguiriam se o fizessem sozinhos.

No entanto, se estivéssemos a jogar o MAGIC-MAT, nos casos em que fosse necessária ajuda, não poderíamos considerar a resposta como correta para o jogo, senão seria injusto para os adversários. Mesmo assim, não devemos nunca deixar o aluno sem saber a solução.

Fora de competição, dar uma pequena ajuda para que o aluno depois consiga terminar sozinho, é preferível do que revelar-lhe a resposta de imediato.

- Por vezes, alguma informação a nível histórico também é importante. Não só do ponto de vista cultural mas também porque é mais fácil memorizar algo, num contexto histórico do que se o mesmo surgir descontextualizado.

- Do ponto de vista matemático, os exercícios efetuados foram geometricamente bastante ricos e em situações de sala de aula, desde que devidamente adaptados, prestam-se à aprendizagem de vários temas, como por exemplo vetores, transformações geométricas, reconhecimento e contagem de figuras, as propriedades das mesmas e, também, treino de memória e visualização espacial.

6.2.4. O que modificaria

Para os alunos cegos, em vez de lhes dar apenas um cartão com a figura inicial, passaria a dar dois cartões idênticos. A intenção seria a de manter sempre construída a figura inicial, para que o aluno pudesse tatear sempre que achasse conveniente. Evitaria assim alguma dispersão e perda de informação. Devemos lembrar-nos que quem vê tem hipótese de estar sempre a ver a figura original e, em simultâneo, efetuar os movimentos com os fósforos.

6.3. As figuras mágicas

Atividades lúdicas envolvendo números posicionados sobre formas geométricas, os quais obedecem a determinadas regularidades como, por exemplo, a soma igual em todos os lados, constituem aquilo a que costumamos chamar **figuras mágicas**. Essas figuras podem ser triângulos, quadrados, pentágonos hexágonos, etc., mas também podem ser cubos, prismas, pirâmides ou mesmo outro tipo de figuras que não têm nomes próprios em matemática. De todas as figuras mágicas, os quadrados mágicos são, sem dúvida, os mais popularizados, quer dentro, quer fora das escolas.

Um quadrado mágico é uma matriz quadrada de números inteiros em que cada uma das linhas, colunas e diagonais têm a mesma soma (Pickover, 2002). Segundo Andrews (Andrews, 2004), estes devem ainda obedecer à condição de os seus números serem inteiros consecutivos, maiores ou iguais a 1, não podendo ser repetidos.

Pouco se conhece sobre a história primitiva dos quadrados mágicos, porém a sua origem parece situar-se na China. Sabe-se, no entanto, que os quadrados mágicos estiveram associados a uma espécie de magia antiga denominada Gematria[8], sendo construídos de forma que muito poucos lhe tinham acesso. Eram interpretados por divinos e criadores de talismãs. E na Idade Média acreditava-se que tais quadrados tinham poderes de proteção contra a peste, surgindo rodeados de mistério (Menezes, 2004). Não se sabe exatamente em que data mas pensa-se que foi por volta de 1315 que Manuel Moschopoulus, um sábio greco-bizantino, publicou o Tratado de Quadrados Mágicos, inspirado na tradição árabe. Ele foi o primeiro estudioso ocidental a tomar contacto com a teoria dos quadrados mágicos. Todavia, o interesse da sua obra era basicamente recreativo. No entanto, uma das obras mais antigas, que apresenta os quadrados mágicos tal como são utilizados atualmente, é "De Occulta Philosophia" de Henry Cornielius Agrippa, escrita entre 1507 e 1510, a qual possui no Livro II "Magia Celestial", um capítulo dedicado aos quadrados mágicos planetários, em que para se obter um quadrado mágico se tomava o número a que correspondia cada planeta, (Agarath, 2012).

Porém, no nosso estudo, tudo o que nos pode interessar acerca de quadrados mágicos ou de outras figuras mágicas é a importância que os mesmos poderão ter do ponto de vista matemático e o efeito que poderão repercutir nas crianças, a nível escolar e didático, ao se familiarizarem com eles. Não há qualquer dúvida de que os quadrados mágicos levam os alunos a refletirem e a raciocinarem logicamente, acerca de estratégias a utilizar para a sua construção. Simultaneamente, são também um ótimo recurso para o desenvolvimento do cálculo mental, para além de que o estudo dos quadrados mágicos "está longe de ser um assunto tedioso, antes, é um assunto de fácil abordagem e que desperta a curiosidade até mesmo daqueles que não são estudantes de matemática" (Figueiredo, 1999). Não obstante tudo isto, também é verdade que este é um assunto bastante desprezado nos livros de didática. A bibliografia sobre o tema é bastante escassa, pelo que a dificuldade em encontrar uma abordagem teórica poder-nos-á levar a pensar que não existe muito para explorar sobre eles. Porém, isso não é bem assim pois, no século XVIII, Leonhard Euler desenvolveu uma teoria que coligava o seu estudo com o cálculo de matrizes e determinantes, o que manifesta a existência de quadrados mágicos muito mais complexos do que apenas aqueles que habitualmente se encontram em livros de Matemática Recreativa (Figueiredo, 1999).

Existem muitos padrões diferentes de quadrados mágicos, mas nós estamos mais familiarizados com os quadrados mágicos ditos regulares ou puros. Segundo Heinz e Hendricks (Heinz e Hendricks, 2000), estes são caracterizados por as somas dos números situados em pares de células diametralmente equidistantes do centro serem termos da sucessão n^2+1, em que n é a dimensão do quadrado mágico, isto é, o número de quadrados existentes em cada lado. Estes pares de números dizem-se complementares e é bastante

---

[8] **Gematria** é um método hermenêutico de análise de palavras, em que, para cada letra se define um valor numérico. http://www.ocultura.org.br/index.php/Gematria

comum ouvirmos chamar “simétricos” a este tipo de quadrados mágicos. Por exemplo, os quadrados de dimensão 3 irão ser formados pelos números inteiros de 1 a 9, colocados de tal forma que os números situados em células diametralmente equidistantes do centro terão que somar $3^2+1=10$. Então, o número que irá situar-se no quadrado central é, obrigatoriamente, o 5, o qual somado consigo próprio também dá 10. Logo, este número não pode, de forma alguma, situar-se nos quadrados exteriores do quadrado mágico pois isso obrigaria à sua repetição na tabela, o que não é permitido. Também é fácil de entender que é possível obter mais do que um quadrado mágico contendo os mesmos números. Vejamos as figuras seguintes:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

6	1	8
3	5	7
2	9	4

Fig.96 – Quadrados mágicos de ordem 3.

O segundo quadrado foi obtido a partir do primeiro por uma rotação de 90º. Mas se considerarmos também as rotações de 180º e 270º, vamos igualmente obter quadrados mágicos e o mesmo acontece se considerarmos todas as refleções verticais do quadrado original e dos quadrados obtidos pelas referidas rotações. Os quadrados mágicos assim obtidos dizem-se associados e são oito no total. Seja qual for a dimensão de qualquer quadrado mágico, o número total de associados é sempre oito pois a partir do original vamos obter sempre os restantes, por rotações de 90º, 180º e 270º e pelas respetivas reflexões verticais aplicadas a cada rotação e ao original.

Se o quadrado tiver dimensão par, não vamos ter quadrado central mas a soma dos números diametralmente equidistantes do centro continua a ser igual a n^2+1. Temos o exemplo do quadrado de dimensão 4, cuja soma de números colocados em células equidistantes do centro é $4^2+1=17$ (ver Fig. 97).

16	9	5	4
3	6	10	15
2	7	11	14
13	12	8	1

Fig.97 – Quadrado mágico de dimensão 4.

Outra propriedade que se verifica nos quadrados mágicos regulares é que o valor da soma de cada coluna, linha ou diagonal é obtido através da razão entre a soma total dos seus números e a sua dimensão. Por sua vez, a soma total dos seus números, também chamada “número místico”, é dada por $\frac{n^2+1}{2} \times n^2$, onde n representa a dimensão do quadrado. Assim, no nosso quadrado mágico de dimensão 4, o número místico será $\frac{4^2+1}{2} \times 4^2$ =136 e a soma de cada linha, coluna ou diagonal será 136:4=34.

Para além dos quadrados mágicos, também os triângulos mágicos constituem interessantes puzzles com números. Por esse motivo foram incluídos alguns nas questões do jogo MAGIC-MAT. São atividades recreativas muito ricas que envolvem cálculo mental e utilização de estratégias de resolução. Por exemplo, os triângulos mágicos com seis números (três em cada lado) têm várias soluções, como as que encontramos na figura 98 (htt43).

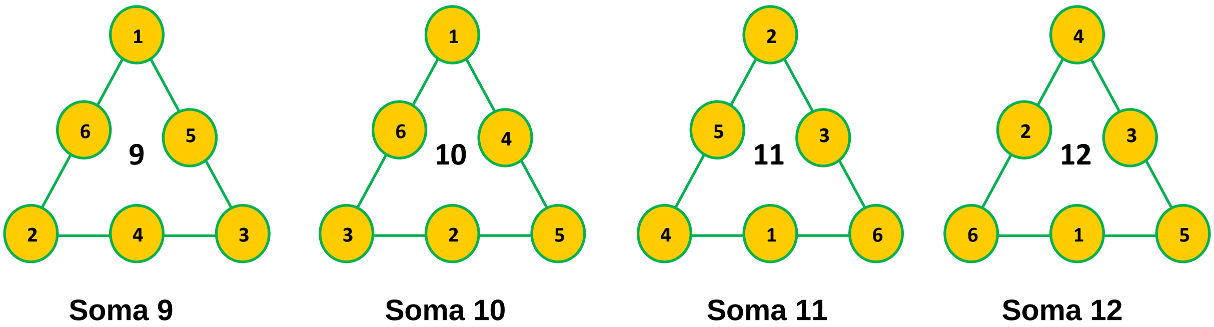


Fig.98 – Triângulos mágicos com 6 números.

Após a obtenção destas quatro resoluções, é interessante incitar os alunos a descobrir (se não o fizeram antes) se existem relações entre os números colocados nos vértices de cada triângulo e as respetivas somas mágicas. Além disso, também poderá explorar-se de quantas maneiras diferentes se pode obter soma 9, usando três parcelas de números inteiros. No caso de haver números que apareçam em duas adições, serão estes a colocar nos vértices do triângulo. Podemos observar isso na tabela abaixo:

Tabela 3 – Maneiras possíveis de obter soma 9 com três parcelas e utilizando os números de 1 a 9.

1.ª Parcela	2.ª Parcela	3.ª Parcela	Soma
1	2	6	9
1	3	5	9
2	3	4	9

Os números 1, 2 e 3 terão que ficar situados nos vértices pois aparecem repetidos nas somas. Os números 4, 5 e 6 ficaram sobre os lados do triângulo.

Também com os triângulos mágicos formados por 9 números se pode fazer algo semelhante.

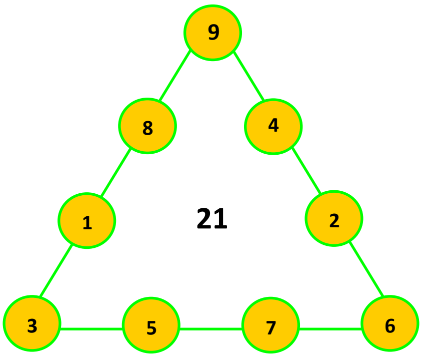


Fig.99 – Triângulo Mágico com 9 números.

Os alunos, por norma, resolvem estes desafios por tentativa e erro. No entanto, seria interessante que pudessem analisar o que se lhes está a pedir e concluíssem que estão sempre patentes três somas com quatro parcelas cada uma, e que, entre cada duas destas três somas, só poderá haver um número comum que se situa no vértice comum a ambas. Poderiam ainda verificar o que aconteceria se utilizassem múltiplos dos números do triângulo mágico inicial.

Não tão comuns como os quadrados e os triângulos mágicos, os cubos mágicos também são quebra-cabeças bastante curiosos. Porém, não confundamos um cubo mágico, enquanto jogo numérico, com o cubo de Rubik, o quebra-cabeças mais conhecido do mundo, a que vulgarmente se dá o nome de "cubo mágico". Este último consiste num puzzle tridimensional constituído por 26 peças, também cúbicas, que se articulam, ficando cada face do cubo subdividida em nove quadrados (3x3), de modo tal que, quando o puzzle está resolvido, cada face do cubo mágico fica com nove quadrados da mesma cor, mas com cores distintas em cada uma das seis faces.

Aqui, chamaremos cubo mágico a um puzzle numérico do género do que apresentamos na questão 20 do Tema Aberto do Jogo MAGIC-MAT (ver Anexo 5).

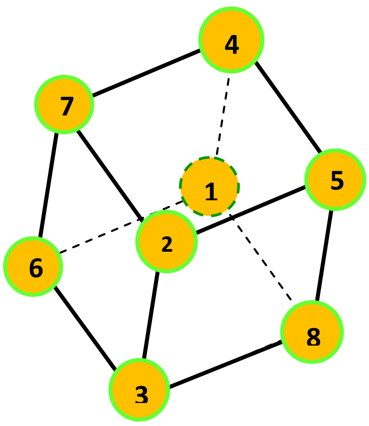


Fig.100 – Cubo mágico de ordem 2.

Este é o cubo mágico mais simples de todos. Tem ordem 2, porque cada aresta tem 2 números e envolve apenas $8 = 2^3$ números. Bastaria, no entanto, subir uma ordem para termos $27 = 3^3$ números envolvidos.

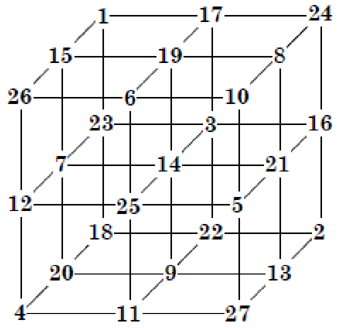


Fig.101 – Cubo mágico de ordem 3.

Repare-se que, no cubo da figura 101, não é apenas a soma dos números que estão sobre cada face que se mantém constante, o mesmo se verifica com os números que se encontram sobre os planos mediadores das arestas paralelas entre si. Deste modo, por analogia com os anteriores, um cubo mágico de ordem *n* será formado por n^3 números, sendo *n* um número natural maior que 1 (partindo do princípio que um cubo mágico de ordem 1 não teria interesse como atividade lúdica por ser formado apenas por 1 único número natural).
Outras figuras mágicas também interessantes são as estrelas mágicas e os círculos mágicos, como o que temos na questão 168 do tema Números e Operações (ver Anexo 7).

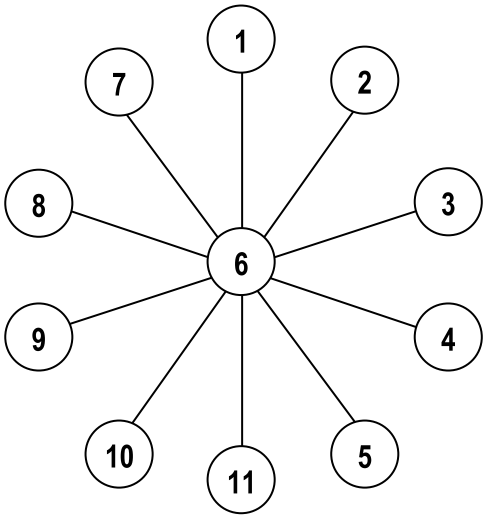


Fig.102 – Círculo mágico com cinco diâmetros.

Obter a solução desta questão é semelhante ao que acontece com um quadrado mágico de ordem 3, pois a soma de números diametralmente opostos tem que ser constante. Todas as soluções possíveis, a menos das rotações associadas aos ângulos da família $\alpha=36^{o}k$, com

$k \in \mathbb{Z}$, passam por manter o número 6 no centro e encontrar todas as permutações entre os números que estão nas extremidades de uma mesma diagonal.

A questão nº169 do tema Números e Operações (ver Anexo 7) pode parecer semelhante a um quadrado mágico de ordem 3 mas é bastante diferente, pois não temos números sobre os lados menores.

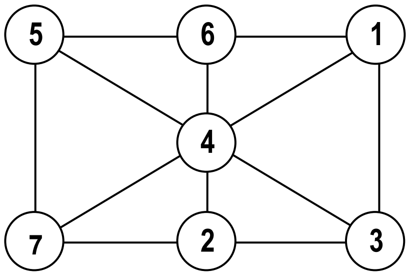


Fig.103 – Uma solução possível para o retângulo mágico.

Fazendo um raciocínio semelhante a um quadrado mágico de ordem 3, seria simples ver que no centro teria que ficar o número 4. Depois era fácil perceber que os números diametralmente opostos têm que ter soma 8. As outras soluções possíveis são as que resultam das reflexões verticais e horizontais do retângulo. Contudo, temos que ter um certo cuidado porque, como o retângulo não é uma figura regular não podemos pensar em soluções obtidas por rotação para além das da família α=180ºk, com $k \in \mathbb{Z}$, mas são válidas as reflexões de eixo sobre a mediatriz dos lados maiores do retângulo. Também não são soluções as disposições dos números obtidas por translações associadas aos vetores apresentados, na figura abaixo.

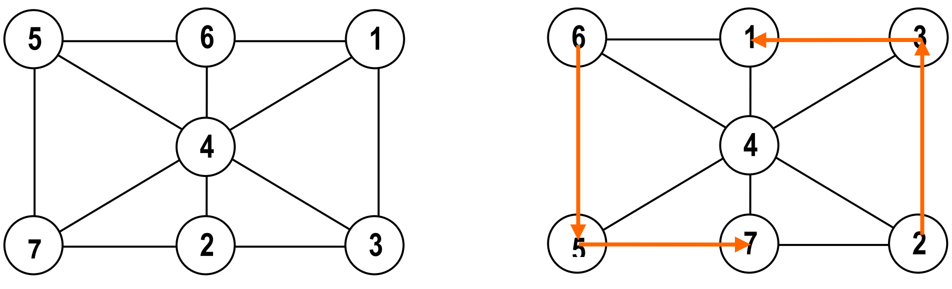
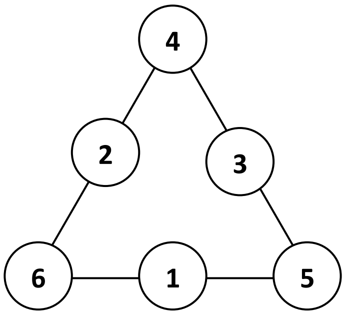


Fig.104 – Retângulo mágico. À direita uma distribuição dos números não válida.

6.3.1. O Triângulo Mágico

A questão que vamos analisar em seguida pertence ao tema Números e Operações do Jogo MAGIC-MAT e foi colocada à Ana, quando jogava com o seu grupo, o qual era composto pela Lúcia, pelo Daniel e pela Inês.

Questão nº 179: Será possível recolocar os mesmos números no triângulo de modo que a soma seja 9 em cada lado? (Stickels, 2009)



Ana leu a pergunta em voz alta, devagar e com algumas hesitações.

A: A soma tem que ser 9 em cada lado.

A Ana começou por verificar que, naquele momento, a soma dos números de cada lado era 12.

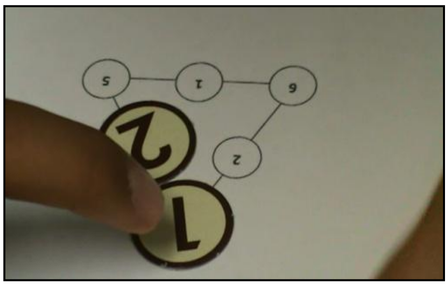
A: 12 de um lado, 12 do outro, (fez uma pausa) e também 12. É o triân… é o triângulo equilátero.

P: É o triângulo equilátero porquê?

A: É equilátero em todos os sentidos. Porque os lados são todos iguais e a soma também é.

P: Sim, mas precisava de ter soma igual em todos os lados para ser equilátero?

A: Não. Bastava os lados. Por isso é que eu tou a dizer que é equilátero em todos os sentidos. No tamanho dos lados e nos números.



GA 1 – Primeiro passo da resolução.

P: Está bem. Mas agora não queremos que a soma dê 12. Então o que é que se pretende?

D: É para dar 9.

A: Então péra….. Aqui tá o 2.

D: Aqui é o 1.

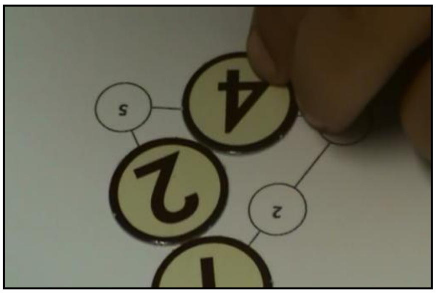
A: Eu tou aqui a experimentar uma coisa!

D: Mete lá aqui o 6, o 5.

E o Daniel apontou para o número 2 e logo em seguida para o número 1 que estava no papel (ver foto GA 1).

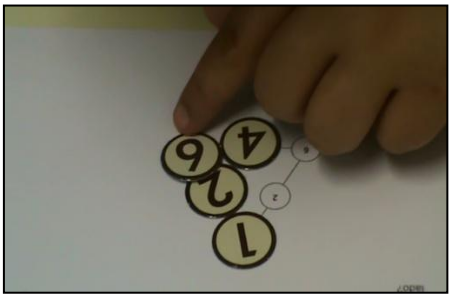
A Ana não lhe ligou e pegou no 4, colocando-o como se vê na foto GA 2.

D: 2, 4, 3.



GA 2 – Segundo passo da resolução.

Então a Ana colocou o número 6, como se vê na foto GA 3.



GA 3 – Terceiro passo da resolução.

A: 6 mais 2, … 7, 8, e mais 1, 9.

L: Queres que eu seja sincera? E retirou todos os números já colocados pela Ana.

A: Nas minhas contas,… tem que ser…

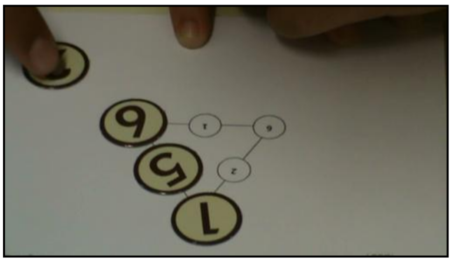
D: Nas minhas é 1, 6, 5, … , 2, 4, 3, acho eu.

O Daniel ia apontando no triângulo onde queria colocar os números: o 1, no vértice superior, o 6 e o 5 na segunda linha e o 2, o 4 e o 3 na base do triângulo, seguindo a ordem da esquerda para a direita, ou seja, encontrou uma solução possível para a questão

A Ana então colocou o 1 e perguntou:

A: Onde é que é o 5?

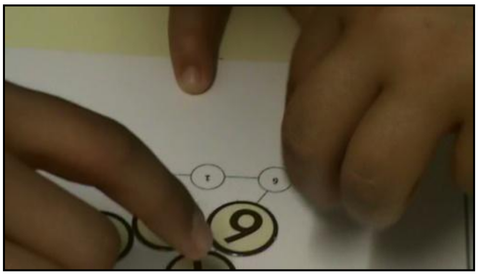
Em seguida, a Ana colocou o 5, como se vê na foto GA 4, e o Daniel pegou no número 6 e colocou-o também.



GA 4 – Nova proposta para iniciar a resolução.

A: Aqui falta 6. Aqui falta 6. Aqui falta 6.

A Ana retirou o 6 e colocou-o como se vê na foto GA 5**.**



GA 5 – Proposta da Ana para colocar o número 6.

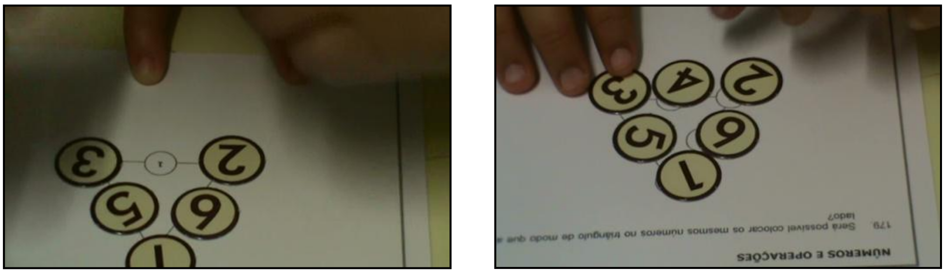
D: Não!

A: Aqui falta 6, sim!

D: Não!

P: Qual é o raciocínio que estão a fazer?

D: É assim s´tora: 1, 6, 5, 2, 4, 3. Onde é que tá o 4?



GA 6 – Últimas etapas da resolução.

E o Daniel completou o triângulo como se vê nas imagens acima (ver fotos GA 6).

Questionei-os então se essa era a única solução.

Voltaram a desmanchar o triângulo e voltaram a fazer outras tentativas. Por fim, acordaram que não havia mais soluções possíveis.

Em seguida apresentei-lhes uma outra solução diferente da deles e pedi-lhes que pensassem no raciocínio que deveriam fazer para encontrar outras soluções e quantas seriam possíveis.

No entanto, não houve tempo para dar resposta a esse desafio porque estava na hora de irem para a aula.

Como vimos, esta questão foi colocada à Ana, no entanto, todos os elementos do seu grupo participaram na sua resolução. Esse tipo de comportamento aconteceu inúmeras vezes quando as questões colocadas não eram de resposta imediata. A preocupação de cada um destes alunos nunca esteve direcionada para o facto de quererem vencer o jogo. Pelo contrário, eles mostraram-se muito mais interessados em descobrir as soluções, uma vez que encaravam cada questão como um novo desafio. Como tal, o seu espírito de entreajuda esteve sempre patente pois perceberam que, em conjunto, era possível encontrarem mais e melhores caminhos para atingir os seus fins.

Como material auxiliar para a resolução desta questão foram utilizadas fichas circulares de cartolina de cor clara, com números de cor preta bastante ampliados. Este material revelou-se adequado, uma vez que permitiu uma fácil mobilidade das fichas e, consequentemente, uma célere obtenção de casos diferentes para as somas dos números. Verificou-se que, tendenciosamente, os alunos utilizaram um processo de resolução por tentativa e erro. A escolha do processo surgiu-lhes de uma forma natural, dada a facilidade com que era possível movimentar as fichas e alterar a posição dos números. Os alunos não desenvolveram nenhuma outra estratégia de resolução, facto esse que poderá estar associado ao material utilizado, o qual propiciou, sem dúvida, o processo adotado. Se tivessem usado apenas papel e lápis dificultaria, certamente, a movimentação dos números, mas não sabemos até que ponto isso os poderia ter conduzido a outros tipos de raciocínio e outros procedimentos para obter a solução.

6.3.2. O Cubo Mágico

A questão 20 do Tema Aberto foi apenas apresentada ao Luís. Não foram recolhidas imagens vídeo da sua resolução, uma vez que a mesma ocorreu durante uma aula de MACS, integrada casualmente numa ficha sobre grafos. No entanto, apontei rigorosamente tudo o que o Luís fez e disse.

Trata-se de substituir as letras dos vértices do cubo por números de 1 a 8, de modo a que a soma dos 4 vértices de cada face seja igual em todas as faces (htt6). Estamos então perante um cubo mágico dos mais simples, ou seja, de ordem 2.

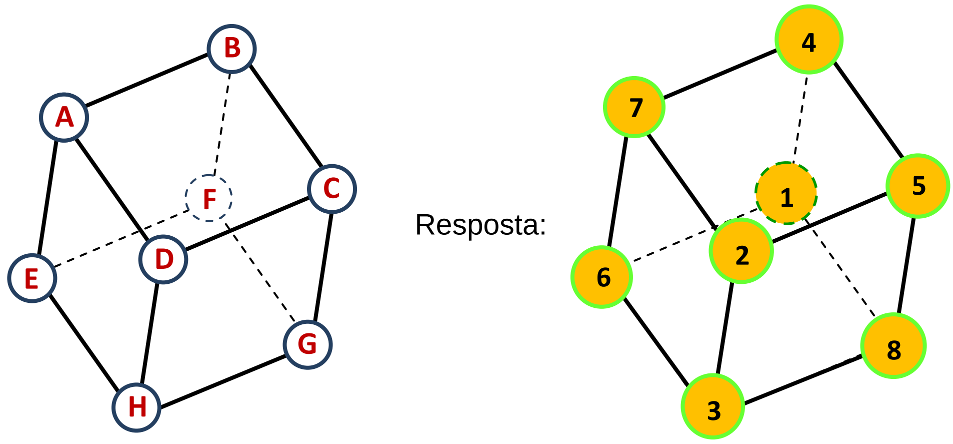


Fig.105 – Cubo mágico de ordem 2.

Para ajudar na resolução, o Luís tinha disponível: um cubo de cartolina, munido de anilhas de ferro colocadas em cada face no interior do cubo (Fig. 106); uma placa de espuma EVA; um suporte em K-line forrado na base com espuma EVA e com um íman na face superior; discos plastificados com números em Braille (Fig. 107 e Fig. 108); pionés com cabeça de borracha, suave para o tato (Fig. 108).

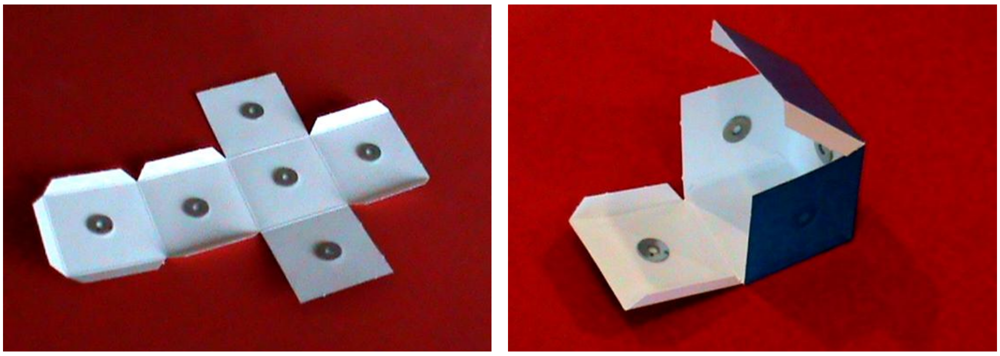


Fig.107 – Interior de um cubo de cartolina munido de anilhas de ferro

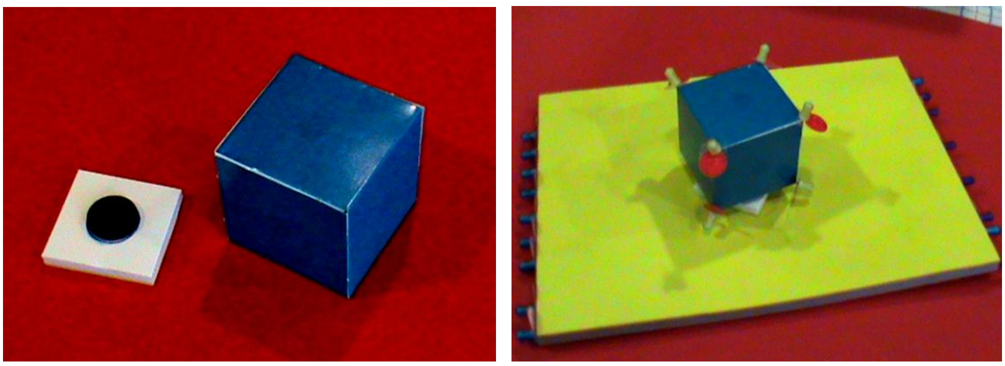


Fig.107 – À esquerda: o cubo e o suporte de K-line com íman.
À direita: cubo com números em braille nos vértices sobre o suporte com íman.

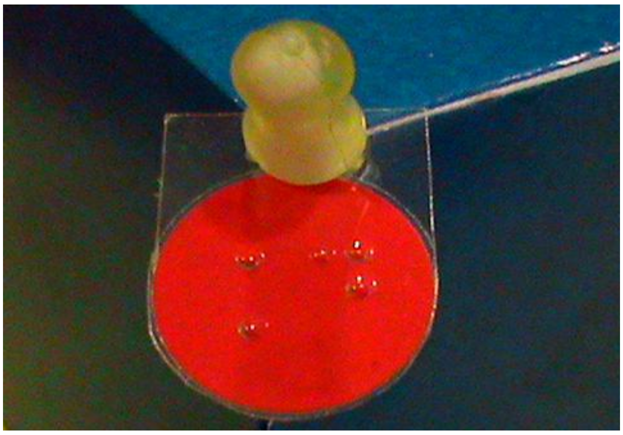


Fig.108 - Pionés com cabeça de borracha e disco com a letra D em Braille

Tal como já foi dito, esta questão foi apresentada ao Luís no contexto de uma aula de MACS. Os outros colegas possuíam uma ficha de trabalho (sobre grafos) em suporte de papel, enquanto o Luís possuía a mesma ficha em formato digital (word), à qual tinha acesso através do computador com programa de voz. Os outros colegas não possuíam material manipulável, apenas tinham acesso ao desenho do cubo no papel. O cubo foi apresentado ao Luís, com todas as letras colocadas nos vértices e fixado sobre o suporte de K-line. O Luís entendeu perfeitamente a pergunta que ouviu no computador e começou por retirar todas as letras do cubo. Perguntei-lhe porque as tirou ao que me respondeu:

L: Não são precisas! Já sei que são A, B, C, D, em cima, e E, F, G e H, em baixo. E como os números são 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, eu uso já estas letras, não é preciso o sinal de número. Depois, quando for a escrever ponho números. Para mim é mais fácil assim.

Na aula de MACS todos os alunos trabalham a pares e o par do Luís é a Címtia, a qual, por trabalhar com ele quase desde o início do ano letivo, já reconhecia a maior parte dos números em Braille. A Címtia sempre gostou de trabalhar com o Luís, pela sua capacidade de raciocínio e cálculo mental, por poder também utilizar todo o seu material manipulável e também por achar que eu dedicava uma atenção especial ao grupo do Luís e que ela própria poderia beneficiar com isso, pois era uma aluna com algumas dificuldades mas muito trabalhadora e cooperante.

Todos começaram a desenhar cubos e a colocar número nos vértices, fazendo cálculos e alterando ao números por tentativa e erro. Como tinha interesse em ver a forma como o Luís resolvia, aproximei-me e perguntei como iam fazer. A Címtia então disse-me:

C: Ó s´tora, o Luís está a dizer que o melhor é separarmos a face de baixo da de cima, fazer primeiro para uma e depois fazer para a outra!

Eu perguntei: “então e as outras faces?”. O Luís respondeu de imediato:

L: Mas ó s´tora, depois de pôr na de cima e na de baixo, as outras ficam logo com os números também! Depois é só acertar! ... Vá! Ó Cíntia, pega aí na calculadora e faz: 1+2+3+4+5+6+7+8 e depois divide por 2.

A Cíntia correspondeu ao pedido do Luís e por fim disse:

C: Dá 36! A dividir por 2 dá 18!

Ao que o Luís respondeu:

L: Então vamos arranjar quatro números que dêem 18! Os que sobram também vão dar 18! Mas olha, como são metade o melhor é fazer um sim um não, tás a perceber?

A Cíntia respondeu: “Eu não!”. Então o Luís disse para a Cíntia:

L:Tens que fazer 1+3+5+7 e 2+4+ … Ah, espera,… estes são maiores! Então, não pode ser assim. Faz antes dois mais pequenos alternados com dois maiores também alternados, … depois os que sobram têm que dar 18. Percebeste? … Se não percebeste, já vais perceber. Então vá! Faz lá: 1+3+8+6 e 2+4+7+5 e assim já dá 18. Começa-se de frente para trás e depois de trás para a frente.

A Cíntia nesse momento voltou-se para mim e disse:

C: Ó s´tora, isto dá 18 mas eu não percebi nada do que ele fez. Eu gostava de ter um crânio assim. Pode-me explicar o que ele fez porque eu não entendi nada?!

Então, eu escrevi no caderno da Cíntia o seguinte:

1 2 3 4 5 6 7 8

P: Repara que os número estão colocados por ordem crescente e são oito no total. A sua soma dá 36. Se quiseres obter 18 com quatro parcelas, certamente não consegues fazê-lo se utilizares os quatro mais pequenos e depois os quatro maiores, para obter metade da soma total deles.

Em seguida desenhei-lhe no caderno a seguinte figura:

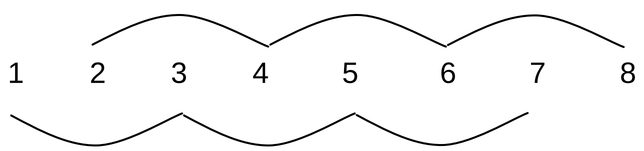


Fig. 109 – Exemplificação dada à Cíntia.

C: Ah! Já estou a perceber! Mas assim também não dava porque os de cima são maiores que os de baixo!

P: Então, queres tu agora marcar os que davam? Achas que já és capaz?

C: Acho que sim!

A Cíntia apagou os arcos que eu tinha feito e começou:

C: Então! Marco os dois primeiros alternados, que são mais pequenos (ver Fig. 110).

1 2 3 4 5 6 7 8

Fig. 110 – Primeiro passo dado pela Cíntia para a resolução da questão.

C: Agora vou ao fim e como marquei os mais pequenos, agora marco os maiores (ver Fig. 111).

1 2 3 4 5 6 7 8

Fig. 111 - Segundo passo dado pela Cíntia para a resolução da questão.

C: Pronto! Já está! … Agora nem é preciso marcar os outros porque já sei que o que sobra dá 18.

P: Pronto! Agora vamos ao cubo.

L: Agora é fácil! Põem-se uns em cima e outros em baixo e depois acerta-se as faces de lado.

P: E como se chamam as “faces de lado”?

L: Faces laterais, claro! Então a s´tora não sabia isso? (Respondeu o Luís com ar divertido).

L: Vamos pô-los alternados porque já vimos que é assim que dá, por causa das somas.

Os alunos colocaram os números com a disposição que se apresenta na figura que se segue:

:

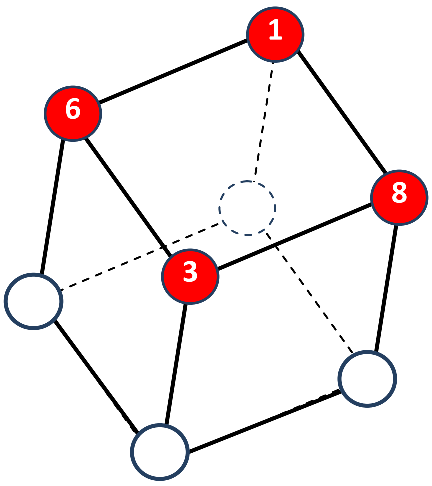


Fig.112 – Primeiro passo da resolução do cubo mágico.

C: Então, agora vamos começar por uma face a ver o que falta para dar 18. Pode ser esta que tem o 3 e o 8, que dá 11. Só faltam 7.

L: Para dar 7 só temos o 5 e o 2. Vamos pôr o 2 debaixo do 8 e o 5 debaixo do 3, para ser os maiores com os mais pequenos.

E colocaram estes números (ver a figura 113):

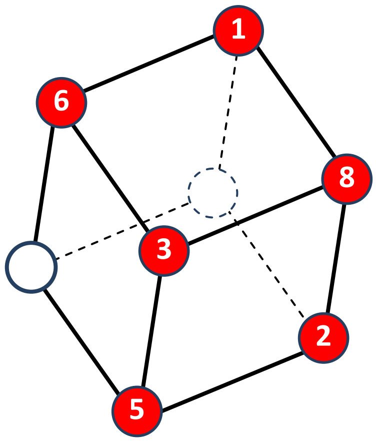


Fig.113 – Segundo passo da resolução do cubo mágico.

C: Pronto! Agora é só ver que número falta aqui para a face do 6 e o outro é o que sobra. Então, 6+3+5 dá 14, falta o 4. E para o outro sobra o 7. Depois, temos que ver se está tudo certo.

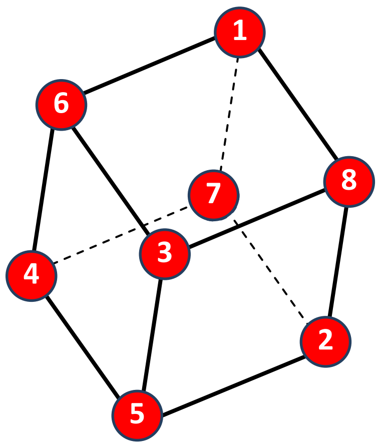


Fig.114 – Último passo da resolução do cubo mágico.

L: Mas, só pode estar certo! Então, ó Cíntia?... Somos os maiores.

Enquanto o Luís e a Cíntia iam resolvendo o seu desafio, outros iam fazendo por tentativa e erro, mas apercebi-me que muitos ficaram a ouvir a resolução do Luís e da Cíntia. A Mafalda então comentou:

– Ó s´tora nós também devíamos ter um cubo para pôr os números. Se calhar assim era mais fácil.

A Patrícia acrescentou:

– Pois, eu se tivesse um cubo era capaz de fazer, porque escusava de estar a escrever e a riscar.

Ao que o Pedro comentou:

– É a mesma coisa! Se desenhares vários cubos, não precisas de riscar. E mesmo se fores fazendo e riscando qual é o mal?

A Nicole então respondeu:

– O meu mal e o da Patrícia é que não sabemos fazer contas de cabeça! Eu sabia lá que ia somar isso e dividir por 2 para dar 18! Nunca mais me lembrava disso! Eu pegava era nos números e ia pondo nos vértices até dar alguma coisa, mas ia fazendo as contas na máquina. Mas o cubo com os números dava jeito, não podia era ser em Braille.

P: Então quem é que acha que era importante ter um cubo para resolver o exercício?

Todos responderam afirmativamente, mas o Pedro, que já tinha dito que era a mesma coisa, quis acrescentar:

– Era melhor ter o cubo, mas se não tivesse não era por isso que não conseguia resolver o exercício. Como a Patrícia que estava a dizer que se tivesse o cubo era capaz de resolver! Não é por isso. Não é por ter o cubo que ele é capaz de resolver.

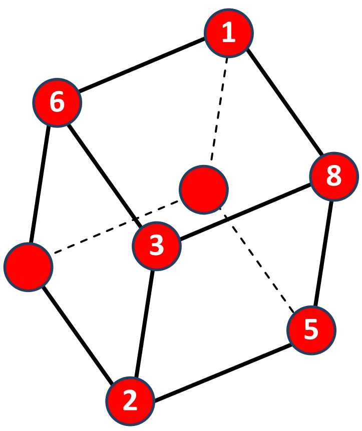
Após este episódio voltei ao grupo do Luís e perguntei:

P: Há pouco o Luís disse à Cíntia para pôr 2 de baixo do 8 e o 5 debaixo do 3. E se tivessem feito ao contrário não dava?

L: Acho que não, não sei!

P: Então experimentem.

Eles então trocaram os números e viram que era necessário trocar também os outros (ver figuras abaixo).



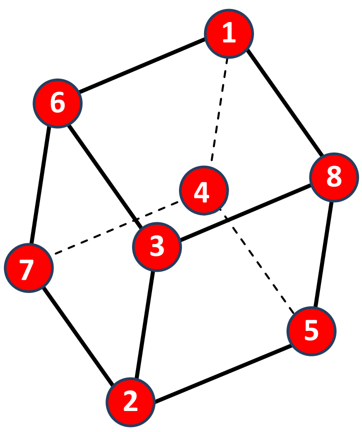


Fig. 115 – Vértices do cubo, onde a troca do 2 com o 5 obrigou à troca do 4 com o 7.

Depois confirmaram o valor da soma de cada uma das faces. Então, o Luís concluiu:

L: Dá, dá! É porque quando tiramos de um lado acrescentamos do outro, por isso dá.

P: Explica lá isso melhor Luís!

L: Então s´tora, se eu pus o 2 debaixo do 3, a soma da face que tem o 6 passou a dar 11, logo falta-nos 7. Então, pus-lhe o 7 em vez do 4. Mas depois o 4 foi para a face onde tinha posto o 5 em vez do 2, logo de 4 para 7 vão 3 e de 5 para 2 também vão 3. Logo o que tirei a uma somei à outra e assim ficou tudo certo.

A primeira conclusão que tirei da aplicação desta questão é que o material manipulável é importante, não só para cegos mas também para normovisuais. Na verdade, a questão conseguia resolver-se sem o cubo, mas este e os números amovíveis funcionariam como instrumentos facilitadores e motivadores para a sua resolução. Por outro lado, o facto de ser apenas o Luís a possuir o cubo criou um fator importante de integração social, pois quase todos queriam ver o que o Luís estava a fazer e também o iam questionando. Alguns até me perguntaram se podiam levantar-se para ver. A natureza da questão é importante no desenvolvimento do cálculo mental, mas é mais relevante na procura de estratégias de resolução. Nesse aspeto foi nítida a vantagem do Luís, não por ser cego mas por estar habituado a ser incentivado nesse sentido. O Luís tem tido desde sempre apoio individualizado extra aulas, o que permite fazer com ele certo tipo de atividades que não temos tempo para fazer nas aulas. O facto de nos exigirem o cumprimento de um programa, que depois se reflete na preparação para exames nacionais, faz com que sejamos pressionados, quer por encarregados de educação quer pelos órgãos de gestão, a preencher as aulas com determinados requisitos, que não passam pela utilização frequente de atividades lúdicas como esta, cuja aplicação ainda é, por vezes, mal interpretada por alguns. No entanto, não tenhamos dúvidas que é este tipo de atividades que mais contribui para o desenvolvimento do raciocínio, contrariamente a exercícios repetitivos e rotineiros que só contribuem para uma mecanização desprovida de compreensão.

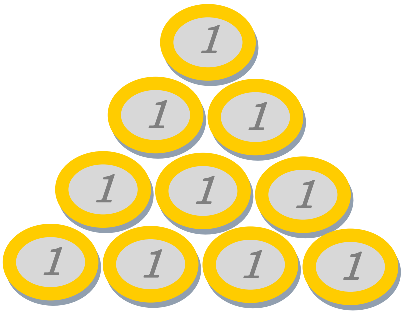
Viu-se aqui o interesse despoletado pelos alunos neste tipo de atividades. Viu-se também o desejo que existia em muitos de saber pensar como o Luís. Notou-se um clima de inclusão por perceberem que o Luís, apesar de ser cego, é tão ou mais capaz do que os normovisuais. Ficou patente que, para resolver questões como esta, é preferível encontrar estratégias do que fazer por tentativa e erro, pois passavam o tempo a riscar e a fazer de novo sem encontrar soluções.

6.4. Inverter o sentido de um triângulo de moedas

Inverter o sentido de um triângulo de moedas é a questão nº 10 do Tema Aberto do jogo MAGIC-MAT.

O problema pode descrever-se do seguinte modo: temos um triângulo construído com dez moedas, em que um vértice está virado para cima. As moedas estão dispostas em quatro linhas, começando na base com quatro moedas e diminuindo, em cada linha seguinte, uma moeda. A questão resume-se a virar o vértice para baixo, movendo apenas 3 moedas.

Questão nº10 - Movendo apenas 3 moedas aponta o triângulo para baixo.(htt6)



Este puzzle pode ser considerado do mesmo tipo dos puzzles com fósforos, dado que se rege exatamente pelas mesmas regras:

1ª. Obriga à observação de uma determinada disposição inicial das moedas.

2ª. Implica o movimento de um determinado número de moedas.

3ª Não pode sobrar nenhuma moeda na figura que se pretende obter, nem esta pode ficar incompleta.

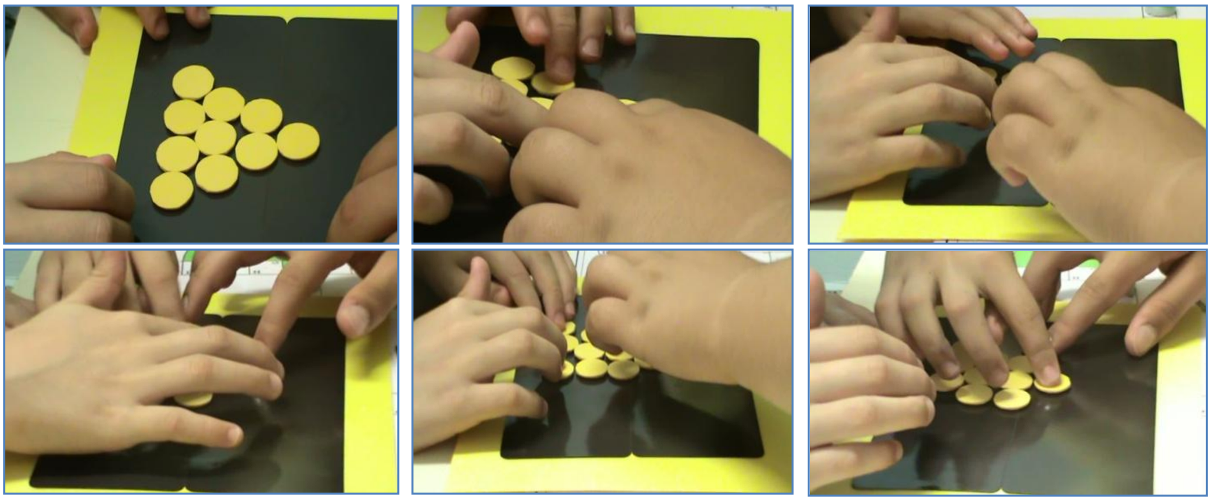
Refira-se que este puzzle foi sempre utilizado durante a disputa do jogo MAGIC-MAT e nunca individualmente, em situação exterior ao jogo. A implementação deste desafio a três grupos de quatro alunos supunha que o mesmo iria ser resolvido individualmente, sem qualquer ajuda quer de colegas, quer por parte da professora, dado que o MAGIC-MAT é um jogo competitivo. No entanto, como iremos ver, através da descrição e apresentação de imagens de algumas ocorrências, não foi bem isso que aconteceu.

6.4.1. O material utilizado na sua construção

Neste jogo, tal como em todos os outros, interessava utilizar um material cuja adequação satisfizesse, de igual modo, alunos normovisuais e também alunos cegos. A utilização de moedas vulgares poderia ter sido uma boa opção. Porém, interessava ter um material que pudesse ser facilmente manipulado e que também se mantivesse indeformável após a sua utilização, de modo a estar sempre preparado com a figura construída. Optou-se então por utilizar uma base de cartolina, na qual se sobrepôs, por colagem, duas placas plastificadas, com propriedades magnéticas. As dez moedas foram simuladas com discos circulares, cada um constituído por uma fina base de ferro, para poderem aderir ao magnete, revestida na face superior por uma placa fina de espuma EVA. Assim, os discos eram de fácil manipulação, mantendo-se fixos à placa quando não estavam a ser mexidos, sem perigo de adulterar a figura por tateamento ou por toques involuntários na mesa de trabalho. De salientar também a vantagem de poder manter a figura sempre construída após a utilização do jogo.

6.4.1.1. Implementação ao grupo da Daniela

No grupo da Daniela, do qual também fazem parte a Carlota, a Susana e a Lisa, este foi um dos puzzles que despertou mais interesse durante a aplicação do jogo MAGIC-MAT. A pergunta calhou em sorte à Carlota. Contudo, tal como podemos observar pelas fotos GD 1, há sempre mais do que duas mãos em simultâneo sobre o triângulo de moedas. Como se pode observar na primeira foto, as mãos da Carlota são as que se veem sempre do lado esquerdo, uma vez que a base do triângulo tinha que estar virada para ela no início do exercício. Porém, a Carlota quase não teve hipótese de resolver a questão sozinha, pois as suas colegas ficaram de tal modo entusiasmadas que todas queriam também mover as moedas.



GD 1 – Tentativa de resolução da questão por vários alunos em simultâneo.

A implementação deste puzzle, a este grupo, não foi muito relevante a nível matemático porque como as alunas nunca conseguiram encontrar a solução sozinhas, acabei por ser eu a dar uma ajuda para que o conseguissem. O maior interesse que houve em relatar aqui a experiência, prende-se essencialmente com a testagem do material utilizado e com a forma de socialização das alunas durante a resolução do puzzle.

Quanto ao material, revelou-se bastante adequado pois os discos nunca sofreram deslocações indesejáveis, apesar de estarem constantemente a ser movimentados por várias pessoas, quase simultaneamente. Observe-se que uma condição bastante importante aqui foi o contraste de cores, nomeadamente entre a base que era negra e as "moedas" que eram amarelo canário. Além disso, a base negra magnética estava contornada por uma cartolina, também amarelo canário, que criava um bom contraste com a base. O pormenor do contraste foi importantíssimo para a Daniela, pois permitiu-lhe participar ativamente, juntamente com as suas colegas, no movimento das peças, uma vez que conseguia vê-las com relativa facilidade. Se reparamos na linha de cima do grupo de fotos **GD1**, a mão que se vê mais à direita, é da Daniela. Também na foto do meio, na linha de baixo se vê a mão da Daniela no lado direito.

No que diz respeito ao aspeto de socialização entre as alunas, numa atividade que deveria ser individual, o que constatei foi que todas estavam interessadas em conseguir chegar à solução independentemente que quem o conseguisse. Esqueceram completamente que estavam a jogar contra uma adversária, a qual iria ganhar uma letra caso conseguisse encontrar a solução. Estavam todas a trabalhar para o mesmo fim. Contudo, ao fim de algum tempo a experiência estava a tornar-se muito repetitiva. Faziam os mesmos movimentos várias vezes, mesmo sabendo que não as levava a lado nenhum. Começou quase a tornar-se um ciclo vicioso, principalmente porque estavam constantemente a retomar o triângulo inicial. Apesar do muito tempo que estavam a despender na tentativa de resolução, não queriam desistir. Mas o mais interessante que pude constatar foi que em tempo algum houve conflito entre elas. Todas aceitavam a decisão de cada uma, sem interferências inconvenientes e ajudando-se mutuamente, mas havia algo que eu ainda não tinha percebido: o que as levou a tomar esta atitude?

Finalmente, decidi interromper-lhes o entusiasmo e perguntar se queriam uma pequena ajuda, ao que responderam que sim mas que não queriam a resolução completa, só mesmo "uma ajudinha pequenina", como lhe chamaram. Eu então disse-lhes que experimentassem a afastar ligeiramente as moedas que constituíam os vértices do triângulo. Foi a Carlota que executou esse movimento. Em seguida, todas viram de imediato como seria a solução, a qual foi completada por três alunas em simultâneo, a Carlota, a Susana e a Lisa. Nesse momento, notou-se a desvantagem da Daniela em relação às colegas. A sua reduzida capacidade visual não lhe permitiu chegar às peças tão rapidamente quanto as colegas, mas também não se mostrou afetada por isso. Revelou-se satisfeita dizendo que afinal até era fácil.

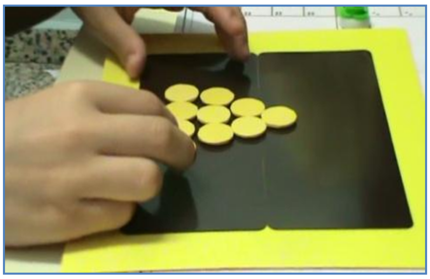
Por fim, tive curiosidade em saber o seguinte: Uma vez que a questão foi resolvida com a minha ajuda, não iriam receber nenhuma letra. Porém, se por acaso a recebessem, para quem seria, tendo em conta que, no final, a solução fora encontrada por três pessoas, simultaneamente, e durante o jogo todas a tentaram obter?
A resposta foi uníssona: "Era para a Carlota". Por sua vez a Carlota afirmou: "Acho que devia ser uma letra para cada uma".

6.4.1.2. Implementação ao grupo da Ana

No que diz respeito ao grupo da Ana, o mesmo era composto, pela Lúcia, pelo Daniel e pela Inês. Esta questão foi colocada à Lúcia durante decorrer do jogo MAGIC-MAT.
A Lúcia já tinha efetuado vários movimentos, quando se apercebeu que estava a mover mais de 3 peças. Nessa altura, declara:
L: Isto é, … vai ser pelo menos meia hora.
P: Não vai nada! Vais ver que é fácil.
A Ana afirma:
A: Ó s´tora, eu em casa consegui só com duas!
P: Em casa? Mas já tinhas visto a pergunta?
A: Foi o grupo da Daniela que me disse que tinham estado a resolver e que era gira. E eu então tentei experimentar em casa e deu só com duas!
P: Só com duas?! Ótimo! Depois temos que ver isso…. Mas falaste com o grupo da Daniela para saberes as perguntas.
A: Não s´tora, não foi isso. Foi só esta pergunta. Elas estavam no bar com moedas a ver se as pessoas conseguiam fazer. E eu depois também vi e também quis fazer. E em casa tive a experimentar e consegui só com duas.
Uma coisa ficou aqui patente, o efeito que este puzzle produziu veio ao encontro de um dos objetivos desta tese: averiguar se este tipo de experiência se revela como um fator de integração social dos alunos com deficiências da visão. A informação dada pela Ana evidencia que, ainda que tivesse sido apenas um caso isolado, o jogo contribuiu para que houvesse uma socialização dos alunos, entre os quais havia alunos com problemas de visão.
P: Então já sabes como o exercício se faz!
A: Sim.
P: Então, agora é a vez da Lúcia. Não lhes podes dizer a solução.
A: Tá bem s´tora! Mas no fim posso dizer como é que fiz?
P: Está bem!
O Daniel então diz para a Lúcia:

D: Mete lá o triângulo outra vez como deve ser. É um, dois, três, quatro! Tem que tar ao contrário não é?

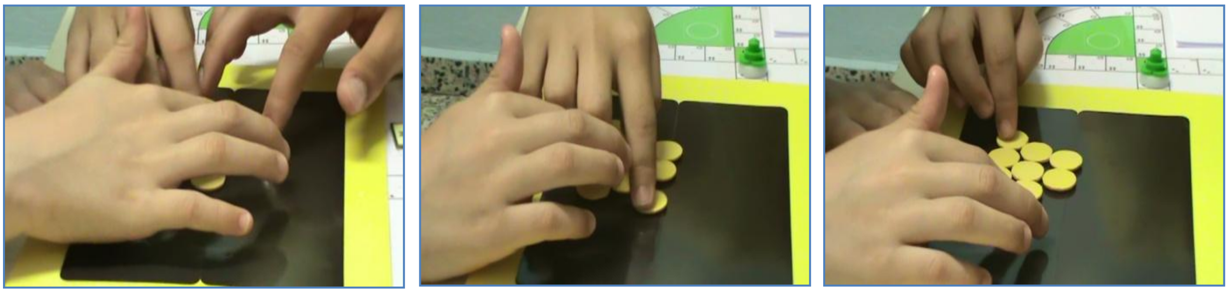
L: Isto é muuuiinta difícil



GA 7 – Inverter um triângulo de moedas: figura inicial.

A: Eu consegui mexer com duas só! (A Ana continuava a insistir que tinha conseguido resolver o exercício, movendo apenas duas moedas).

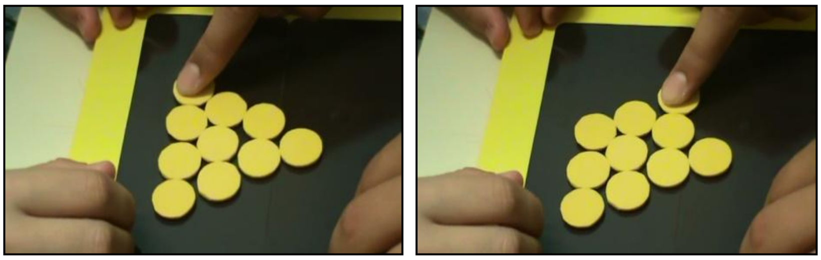
A Lúcia fez algumas tentativas de movimento das moedas, mas a certa altura aconteceu o mesmo que já tinha acontecido com o outro grupo de alunas. Todos estavam interessados em resolver o problema e começaram também a dar opiniões a mover as moedas em simultâneo (ver fotos GA 8). Apenas a Ana assumia que não podia ajudar porque já tinha resolvido o puzzle em casa.



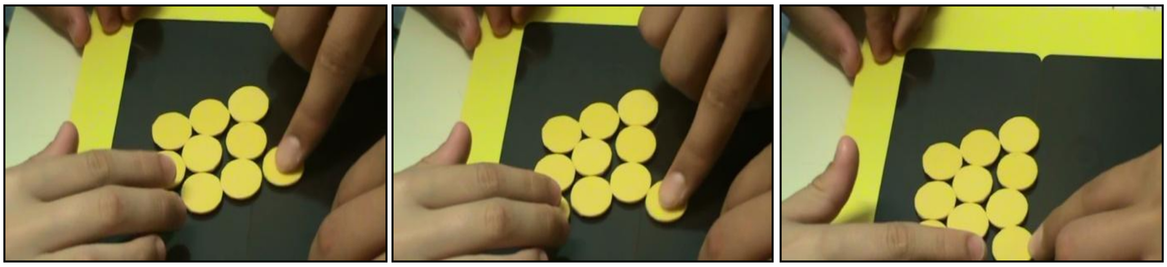
GA 8 – Três alunos tentam mover as moedas simultaneamente.

Dentro de pouco tempo, o Daniel que percebeu quais as moedas que deveriam ser deslocadas apontando sucessivamente para os três vértices. Depois, ele e a Lúcia, em conjunto, começaram a virar o triângulo ao contrário, como se pode ver nas fotos GA 9 a GA 11.

A sequência de fotos GA 9 mostra a mudança de posição do primeiro vértice. Nas fotos GA 10, a mudança de posição do segundo vértice e finalmente em GA 11, a mudança de sentido do triângulo.



GA 9 – Mudança de posição do primeiro vértice.



GA 10 – Mudança de posição do segundo vértice.

GA 11 – Mudança de sentido do triângulo.

P: Muito bem! Já conseguiram? Então e agora p´ra quem é a letra?

A Ana respondeu prontamente:

A: P´ra quem é a letra?! É p´ra ela! (Estando a referir-se à Lúcia).

P: Mas ela não o fez o puzzle sozinha! Todos estão de acordo que a letra seja para ela?

Como era de prever todos responderam que sim. Tal como o outro grupo, também eles revelaram espírito cooperativo e demonstraram estar mais empenhados em atingir um objetivo que a todos interessava, do que a vencer uma competição.

Mesmo assim insisti com o Daniel:

P: Então também concordas Daniel? Tu é que descobriste como era feito!

D: Não fui só eu! Elas também foram descobrindo! Eu só descobri o fim, mas foi porque antes elas já tinham mexido de muitas maneiras e eu só consegui ver por causa disso.

P: Então concordas que se dê a letra à Lúcia!

L: Evidentemente que sim!

Entretanto, a Ana não se esquecera de que eu tinha dito que ela no fim podia mostrar como tinha feito e perguntou:

A: S´tooora! Posso agora mostrar como é que eu fiz?

P: Sim, Ana. Vamos ver então como fizeste.

Então a Ana começou por afastar todos os vértices, deixando assim construído, um hexágono. Depois, colocou os vértices nas outras faces do hexágono (ver grupo de fotos GA 12).

GA 12 – Resolução da questão por uma aluna que tinha conhecimento prévio da solução.

P: Viram a resolução da Ana?

Todos responderam que sim.

P: Foi igual à vossa?

D: Sim! Foi mudar os vértices.

L: Ah! É como se fosse uma flor.

P: Mas usaste 3 moedas e não duas, Ana!

A: Sim s´tora! Aqui usei 3, mas em casa consegui só com duas.

P: Tens a certeza?

A: Tenho! Eu acho que foi só com duas.

P: Vamos todos pensar para ver se isso é possível.

I: Não pode ser s´tora! Tem que ser com três!

P: Porquê?

I: Só com dois não dá! Sobra sempre uma.

D: Não dá porque o triângulo tem três vértices. Se mudas dois, tens que mudar três. Se deixares um na mesma, não fica um triângulo.

P: Então o que fica Daniel?

D: Sei lá s´tora! Fica p´raí um pentágono! Ou outra coisa qualquer esquisita, não sei bem!

A Ana então resolveu pegar nas moedas e movimentar só duas, e respondeu:

A: Nem pentágono, nem triângulo. Sei lá o que isto é!!! (Ver foto GA 13).

D: Também não sei que figura é essa!

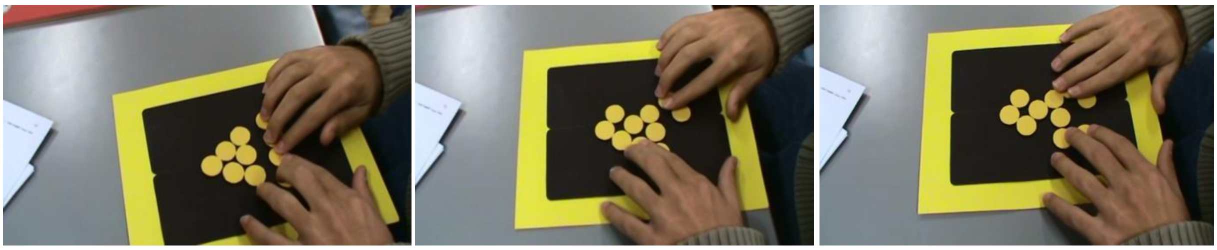
A: Olha! É um barco com uma bola em cima.

GA 13 – Tentativa falhada para resolver a questão, movendo apenas duas moedas.

P: Então Ana! Ainda achas que conseguiste fazer o exercício movendo só duas moedas.
A: Eu achava que sim, mas agora já vi que não. Se calhar esqueci-me de contar alguma!

6.4.1.3. Implementação ao grupo do Luís

O grupo do Luís, para além dele, era formado pela Cíntia, pela Patrícia e pelo João. Todos alunos da mesma turma, a frequentar a disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais. Foi durante uma aula desta disciplina que o jogo foi implementado. A pergunta saiu ao Luís e foi lida em voz alta pela Cíntia, que a leu pausadamente e repetiu a leitura enquanto o Luís ia tomando contacto com o material. Quando a leitura foi iniciada já faltava pouco tempo para o toque de saída e a resolução do exercício poderia ser demorada. Dada a incapacidade visual do Luís, que apenas lhe permite trabalhar recorrendo ao tato, iríamos ter um período de tempo muito reduzido.
O Luís facilmente percebeu qual era a posição do triângulo e como pretendia que ele ficasse no final. No entanto, não deu a devida atenção, à leitura pois começou por mover 4 moedas simultaneamente. Depois de ter sido chamado à atenção, voltou a recolocá-las no mesmo sítio. Em seguida, moveu duas do lado direito e uma do lado esquerdo e colocou-as como mostram as fotos GL1. Mas facilmente reconheceu que não estava no caminho certo e voltou a reconstruir o triângulo.



GL 1 – Sequência de movimentos numa tentativa de resolver a questão.

Nesse momento, começou a notar-se o mesmo que já tinha acontecido nos outros grupos, ou seja, os colegas também queriam ajudar a descobrir a solução. Só que houve aqui uma grande diferença, é que ninguém ousou tocar no material. Porém, iam dando indicações em voz alta, que o Luís ia aceitando de bom grado.

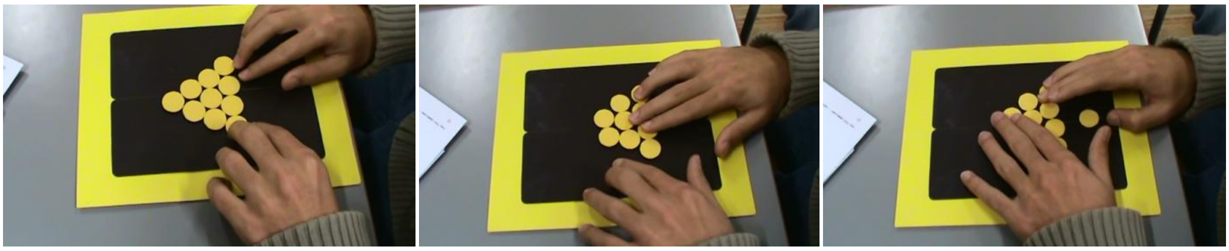
Mais uma vez aqui se evidenciava o espírito colaborativo, associado à vontade de chegar à solução.

P: Já viste como é que é? (Disse para a Cíntia em voz baixa).

C: Sim.

A Cíntia então sugeriu:

C: Luís! Começa com a de cima. Começa por mover a de cima.



GL 2 – Tentativa de resolução movimentando os vértices do triângulo.

C: Quantos vértices tem um triângulo?

L: Três,… então três! O que é que tem?!

C: Pode ser que seja uma ajuda!

L: O problema é que isto… só se pode mover três.

C: Forma lá o triângulo!

O Luís formou novamente o triângulo sem qualquer dificuldade.

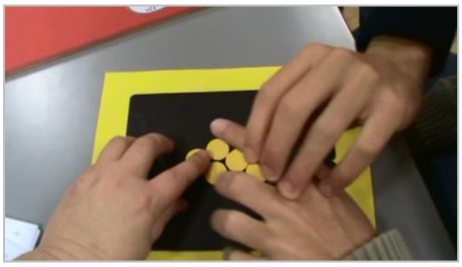
P: Quantos vértices tem o triângulo?

L: Também a s´tora a fazer a mesma pergunta? Três!

P: Sim. E então?

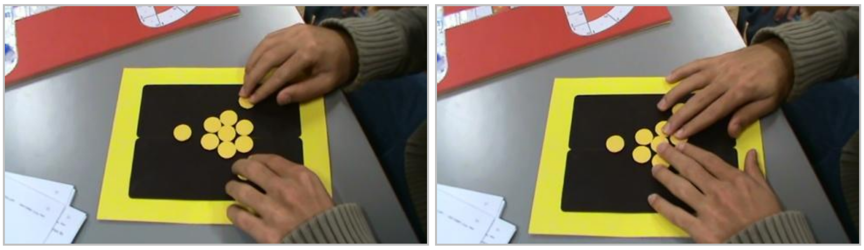
L: Tenho que mover três peças! Se calhar são esses mesmos!

Nesse momento, o João não conseguiu resistir e pegou no indicador esquerdo do Luís e ajudou-o a colocá-lo sobre o vértice superior do triângulo.



GL 3 – Ajuda prestada por um colega orientando a mão do Luís.

J: Agora afasta-o e faz o mesmo aos outros.



GL 4 – Afastamento dos vértices formando uma figura regular no centro.

P: Agora mexe só nessas. Coloca essas onde deves colocar, para o triângulo ficar virado.

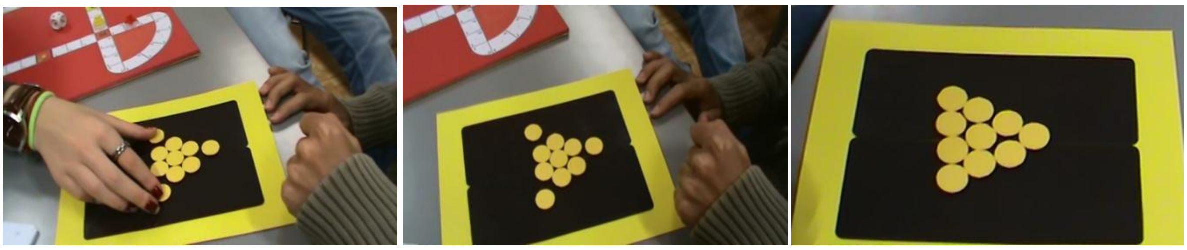
GL 5 – Tentativa de recolocação das moedas afastadas.

C: Não é bem assim! Olha que aí já tens cinco moedas na linha e só podes ter quatro (ver foto GL5). Vê quantas peças tens na linha a seguir….

L: Tenho duas. Então posso pôr estas duas e dá logo. Já percebi. Ok!

Por fim, é a Patrícia que ajuda o Luís a colocar as moedas.

P: Pronto! Vá lá!.... Vê lá agora!



GL 6 – Sequência de movimentos até inverter o triângulo

L: Agora é só encostar e já tá!… Mas esta era difícil.

C: Eu não achei difícil. Eu vi logo como é que era.

P: Eu também vi logo.

J: Eu só vi depois de vocês perguntarem quantos vértices tinha. Aí percebi logo, que era nesses que tinha que mexer e vi que era fácil! Mas antes de se saber como é, até é difícil.

L: Ah! Agora também já é fácil! Até posso virar outra vez ao contrário pelo mesmo processo.

Se compararmos o tempo de resolução deste desafio por parte dos grupos anteriores com o grupo do Luís, concluímos que este último conseguiu chegar à solução mais rapidamente. Pelo que, o problema que à partida tivemos, por estarmos próximos da hora do toque de saída, não se tornou um obstáculo. As duas alunas, Cíntia e Patrícia, perceberam, de imediato como poderiam resolvê-lo e ao transmitirem algumas pequenas pistas, fizeram-no de uma forma que permitiu que o João também conseguisse chegar rapidamente à solução. É de salientar que estes alunos resolveram a questão mentalmente, sem tocar no material, apenas por construção de imagens mentais. Ao transmitirem pistas ao Luís, as mesmas foram construtivas e fizeram-no com o devido cuidado, introduzindo-as gradualmente, não revelando de imediato a solução do problema. Sem que estas alunas tivessem conhecimento, estavam a aplicar a teoria da Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky, desempenhando o papel de par mais competente. Apenas em última alternativa, acabaram por dar uma pequena ajuda recorrendo à manipulação do material, que contudo, foi insignificante.

Nos outros dois grupos, a entreajuda efetuou-se de forma menos organizada, com alguns atropelos, embora se respeitassem todos uns aos outros, sem gerar conflitos.

As diferenças de idade talvez possam explicar em parte a postura dos grupos. Os dois primeiros grupos eram compostos por alunos mais novos, cheios de energia e ansiosos pela descoberta. Revelando a necessidade de mostrar aos outros que sabiam fazer algo.

Quanto ao último grupo, para além de serem mais velhos, a experiência foi aplicada numa aula de MACS, onde eles estão habituados a trabalhar a pares e conhecem as regras de cooperação entre os pares. No que respeita ao Luís, ele trabalha usualmente com a Cíntia, que está bastante habituada a ajudá-lo a nível da falta de visão. Embora reconheça que, para ela, o Luís também é uma mais-valia, pois tem boas capacidades ao nível de cálculo e da resolução de problemas. O que faz com que, muitas vezes, seja ele a desempenhar o papel de par mais competente.

6.4.1.4. Considerações sobre as observações realizadas

Do ponto de vista matemático, não se pode dizer que este exercício tivesse ido mais além do que uma transformação geométrica, interpretada de forma recreativa. As noções matemáticas formais de triângulo, vértice, base,… estavam aqui a ser utilizadas de forma abusiva, pois nunca um triângulo pode ser formado por moedas circulares. No entanto, a nível de raciocínio lógico-geométrico, pode dizer-se que surgiram imensas situações interessantes e

motivadoras que fizeram despertar nos alunos um desejo quase impaciente para chegar à solução.
Porém o principal destaque desta experiência foi precisamente a enorme cooperação que existiu em qualquer um dos grupos. Ninguém foi excluído. Todos se respeitaram. Pode ter havido alguma disputa mas foi bastante saudável. Não houve situações conflituosas. E, principalmente, respeitaram a diferença existente entre os normovisuais e invisuais, tratando-se uns aos outros da forma mais igual possível, ajudando sem menosprezar nem valorizar exageradamente.

6.4.1.5. O que modificaria

Relativamente ao material, não modificaria nada. Tenho apenas a lamentar que não se encontrem no mercado placas magnéticas com dimensões suficientes para construir este tipo de material. Consegui arranjá-las casualmente, pois tratam-se de ímanes para colocar nas portas dos frigoríficos e serviam para anotar datas. Mesmo aquelas que foram aqui utilizadas tiveram que ser agrupadas duas a duas para perfazerem a dimensão necessária.
Quanto ao exercício em si, tendo em conta que era uma questão do jogo MAGIC-MAT e as características com que o mesmo acabou por se revelar, talvez facilitasse a questão, utilizando um triângulo com apenas 6 moedas em vez de dez.
Extra jogo MAGIC-MAT, mais concretamente em situação de sala de aula, não modificaria a questão inicial, mas poderia arranjar forma de a explorar mais aprofundadamente.
Tivemos oportunidade de ver como conseguiríamos inverter o sentido de um triângulo formado por 10 moedas, mexendo apenas em 3 moedas. Isto acontecia devido à regularidade da figura “um hexágono” que se mantinha imobilizada quando se retiravam as três moedas que ocupavam os vértices:

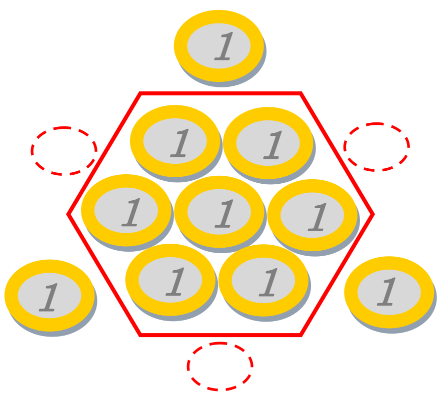


Fig. 116 – As moedas que ficam imóveis estão dispostas em hexágono.

Pelo que seria interessante explorar situações com triângulos formados por um maior número de moedas, como por exemplo 15, 21, …, etc (os denominados números triangulares), e verificar se os alunos conseguiriam tirar conclusões acerca do número mínimo de moedas a movimentar para virar o triângulo. Outra possibilidade seria verificar se a figura que se mantém imóvel é sempre a mesma em todos os casos ou, não o sendo, se terá que ser obrigatoriamente regular.
Poderia ainda aproveitá-la para abordar simetrias, progressões aritméticas, entre outros conteúdos.

6.5. De um xadrez para riscas

A questão que vamos agora analisar é a nº 156 do Tema Aberto, ou seja:
"Coloca, lado a lado, 16 moedas, mostrando alternadamente cara e coroa, como se exemplifica na figura 117. Rearranja as moedas de forma a que as que se encontram em colunas verticais sejam todas idênticas. Apenas é permitido tocar em duas moedas. (Wells, 1999)

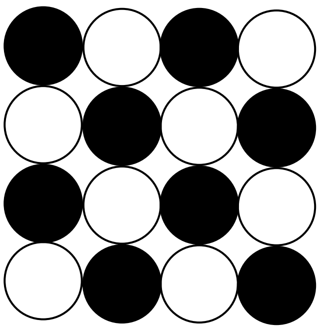


Fig. 117 – Peças dispostas em xadrez.

Trata-se de um puzzle geométrico, que pode ser resolvido utilizando apenas translações de figuras (círculos), cuja materialização foi representada, no texto, por moedas. Este puzzle pode ser classificado como sendo do mesmo tipo dos puzzles com fósforos, pois:

1º. Existe uma disposição inicial das peças, o que obriga o jogador à observação da figura original.

2º. Impõe-se uma regra para a movimentação das peças.

3º. Não pode sobrar nenhuma peça na figura que se pretende obter, nem esta pode ficar incompleta.

O principal problema é a ambiguidade que esta questão levanta no que diz respeito à segunda condição, dado que no jogo se exige: "tocar apenas em duas moedas". Porém, não determina quantas moedas se podem movimentar. E é aqui que reside a maior diferença entre este jogo e os puzzles com fósforos.

É evidente que "tocar" apenas em duas moedas não pode significar "mover" apenas duas moedas, pois tem obrigatoriamente que haver o movimento de um número de moedas que é, de certeza, superior a dois, se queremos deixar de ter uma imagem de "xadrez" para passar a ter colunas com peças todas da mesma cor.

Eu diria então que o puzzle é do género dos puzzles com fósforos, mas cuja segunda regra não está totalmente completa, uma vez que obriga o jogador a determinar qual o número que peças que é necessário movimentar para obter a solução.

O facto de poder tocar apenas em duas moedas, digamos que se pode traduzir por aquilo a que vulgarmente chamamos de "rasteira", pois tocar só em duas peças e saber que se tem de mover mais do que duas, obriga à descoberta de como fazê-lo! Por este motivo, talvez se torne um pouco mais difícil para o aluno, mas também mais desafiante e mais misterioso.

6.5.1. O material utilizado na construção do puzzle

Tal como no puzzle anterior, este jogo deveria ser constituído por material adequado a cegos e normovisuais. No puzzle anterior, já tínhamos concluído que a utilização de moedas vulgares não era a melhor opção, porque interessava que o material se mantivesse indeformável após a sua utilização. Mas aqui tínhamos um problema adicional, precisávamos distinguir as duas faces das moedas (cara e coroa), ou seja, iríamos necessitar de dois tipos de peças circulares que se pudessem distinguir pelo tato. Também seriam necessárias duas cores diferentes e contrastantes, para os alunos de baixa visão.

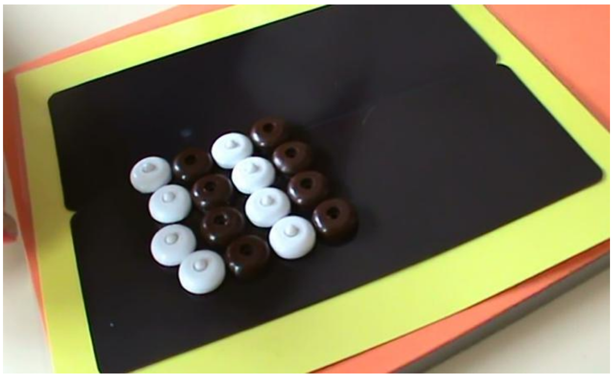


Fig. 118 – Material utilizado na questão nº 156 do Tema Aberto.

A opção passou por utilizar também uma base de cartolina, forrada com placas magnéticas, tal como no jogo do triângulo. Relativamente aos discos circulares, foram utilizadas peças de plástico perfuradas no centro, sendo umas castanho-escuras e outras brancas. Nestas últimas introduziu-se um alfinete de cabeça circular branca, com objetivo de as permitir distinguir das outras, por palpação. Estas peças foram munidas na base com finos círculos de ferro, para poderem aderir à placa magnética. Dado que os dois tipos de peças deslizavam agilmente sobre a placa magnética, elas eram fáceis de distinguir por palpação e de manipulação simples, pelo que tudo fazia prever que o material estaria bem adaptado para este jogo. Posteriormente, veremos que a manipulação das peças não correu exatamente como prevíamos, e que surgiram alguns problemas durante a aplicação do jogo.

6.5.2. A sua forma de implementação

Esta questão foi apenas implementada à Marta, individualmente. Apesar de ter intenção de a aplicar também ao Luís, pois já não tinha possibilidade de aplicar aos outros por falta de tempo isso também não foi possível porque, ao utilizar o material com a Marta, verifiquei que este não estava devidamente adaptado. Não houve, entretanto, oportunidade de proceder a alterações, pelo que não foi possível aplicá-lo a mais ninguém. No entanto, em relação ao Luís, existe ainda outro motivo pelo qual optei por não lhe aplicar o exercício mas dele darei nota mais adiante.

6.5.3. A tentativa de resolução por parte da Marta

A questão foi lida à Marta, por mim, em voz alta, devagar e parando em cada ponto final. A cada paragem, questionava-a no sentido de saber se tinha entendido. A Marta respondeu sempre afirmativamente.

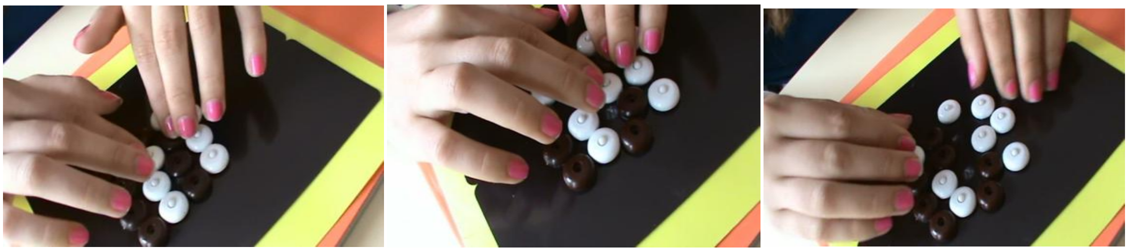
Pelo enunciado da questão, pressupunha-se que teria que ser a Marta a colocar as moedas, tal como se pedia, pelo que eu deixei que ela o fizesse. A Marta pegou então nas peças, colocou-as sobre a placa magnética e construiu a seguinte figura:

M 15 – Construção da figura inicial do jogo.

Tal como se pode ver na imagem M 15, a Marta tinha entendido o problema ao contrário. Ela começou por colunas verticais iguais e pretendia obter uma figura com peças alternadas, cara e coroa, tipo xadrez.

Como achei que a finalidade do exercício se mantinha, disse-lhe que continuasse, embora não fosse exatamente isso que era pretendido.

A Marta revelou imensas dificuldades na resolução deste exercício. Sendo o principal motivo a inadequação do material, uma vez que sempre que a Marta tentava movimentar determinadas peças as outras deslocavam-se por arrastamento. Nas imagens que se seguem (ver fotos M 16), pode ver-se que a Marta pretendia mover duas peças (uma branca e uma castanha) que estavam lado a lado. Contudo, ao efetuar tal ação, movimentou involuntariamente as outras duas peças castanhas que estava por cima.



M 16 – Alguns movimentos executados para tentar encontrar a solução do jogo.

Em dado momento, a Marta começou a entrar em desespero e fez um gesto que lhe é muito comum, quando não consegue fazer o que pretende: levantou a mão direita, bateu com força sobre as peças e depois retirou-a devagar. Simultaneamente proclamou:

M: Não tinha nada a ver com isto!

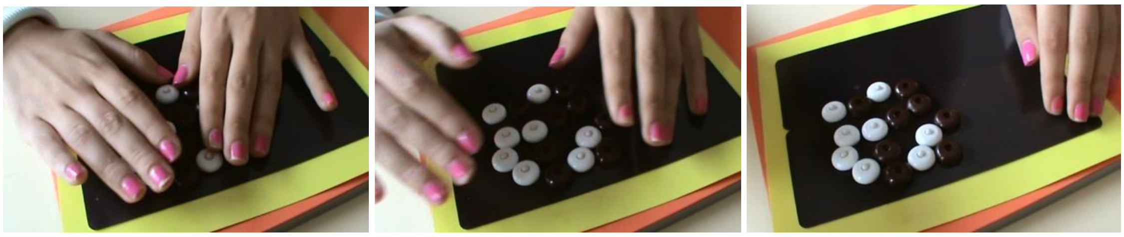
M 17 – Mais uma sequência de movimentos para tentar encontrar a solução do jogo.

P: Este é um bocadinho mais difícil, mas não desanimes!

A Marta volta a repetir o mesmo gesto, batendo com a mão nas peças e depois, com ajuda da outra mão, juntou todas as peças.

M: Só que agora isto já tá tudo desfeito outra vez! (Ver fotos M 17).

A Marta exprimiu estas palavras num tom de descontentamento.



M 18 – Figura desfeita sem ter encontrado a solução.

Então, recolocou as peças como inicialmente e voltou a tentar. Porém, a figura voltou a desmanchar-se e a Marta começou novamente a desalentar.

M 19 – Nova reconstrução da figura inicial e outra tentativa de resolução falhada.

Como a intenção não era que estes puzzles se tornassem cansativos e desmotivadores perguntei-lhe:

P: Queres desistir deste, Marta?

M: Não! Vou tentar mais uma vez. Eu sou persistente!

P: Ótimo!

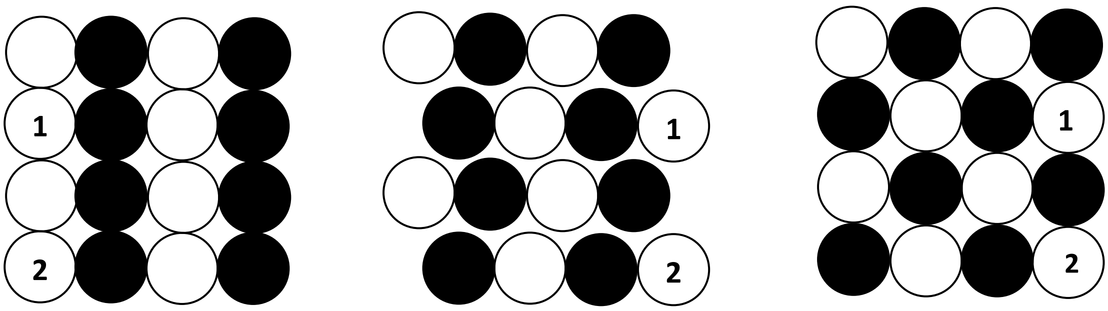
Mas a Marta nunca conseguiu chegar à solução e acabou por desistir. Expliquei-lhe então como deveria proceder, ao que a Marta se manifestou:

M: Eiia! Que fácil! …. Como é que não percebi logo isso?... Mas isso é batota, porque eu tenho que mexer em mais do que duas peças, só não lhes posso é tocar.

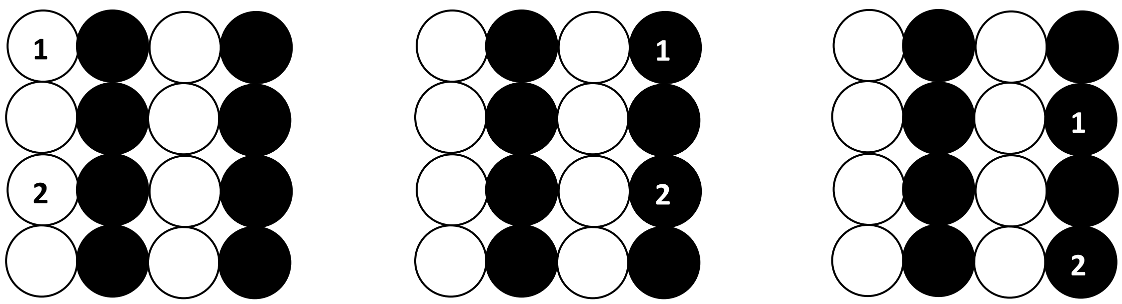
A Marta tentou então fazer sozinha o movimento das peças para concretizar a solução, mas o que se verificou foi que quase todas as peças se deslocavam, ao tentar empurrar as linhas, com uma só peça. A própria linha que se deveria deslocar em linha reta, não cumpria esse requesito, indo umas peças para baixo e outras para cima. O problema podia estar na incapacidade visual da Marta, mas não só! O material em si, não estava bem concebido para este fim. Empurrar 3 círculos com outro círculo e fazer com que se desloquem segundo uma linha reta, pressupõe que os quatros centros se encontrem sobre a mesma linha reta, o que é muito difícil de concretizar. Considero, por isso, que o material selecionado não se revelou adequado para a finalidade deste puzzle.

6.5.4. Soluções possíveis para o enunciado interpretado pela Marta

Uma das soluções poderá ser a seguinte: pegar nas moedas 1 e 2 e levá-las para a posição correspondente do seu lado direito. De seguida, com estas moedas, empurrar as outras que se situam à sua esquerda até atingirem a posição desejada, formando um quadrado em xadrez.



As outras três soluções são variantes desta, apenas iniciando o exercício pegando noutras moedas diferentes. Temos então as seguintes possibilidades para iniciar os movimentos:



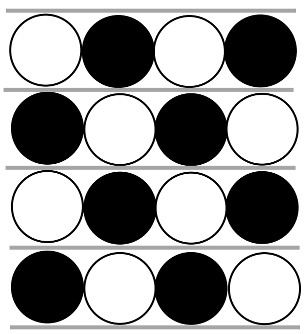
6.5.5. O que modificaria neste puzzle

Como vimos, as peças que não vão ser movidas deveriam conservar os seus centros sobre a mesma linha reta, de modo que se mantivessem bem fixas, para não sofrerem deslocamentos indesejáveis ao serem tocadas involuntariamente pelas que se têm que mover. Por outro lado, a peças que vão sofrer deslocamento deveriam deslizar facilmente, pois vamos ter uma só peça circular a empurrar as outras três, as quais têm que avançar em linha reta.

Modificar a resistência das peças ao atrito, seria fácil de resolver. Contudo, passaria a existir um desequilíbrio no domínio das propriedades físicas inerentes às peças. Todavia, este problema parece-me incontornável, uma vez que, à partida, quem vai resolver o puzzle não se deve aperceber da existência de peças que se movimentam sem grandes atritos e de outras que oferecem uma resistência muito maior ao movimento.

Por outro lado, como existem quatro possibilidades distintas para a solução do problema, ao fazer distinção das propriedades das peças, quase obrigaria a que o problema se reduzisse apenas a duas soluções, pois as peças mais resistentes ao atrito teriam que ficar obrigatoriamente “fixas” em linhas alternadas. Portanto, a alteração do material não poderia, de forma alguma, passar por aí.

Uma hipótese que me pareceu plausível, seria a de colocar faixas separadoras entre as linhas, utilizando finas peças de madeira ou plástico, formando calhas para o deslizamento das peças. Contudo, isso obrigaria à adaptação do enunciado do problema, dando indicações de que as peças teriam que se mover ao longo das calhas. Ou seja, um dado adicional que facilitaria a resolução do problema.



Para alunos com baixa visão, modificaria a cor das peças escuras, por exemplo, para vermelho vivo ou laranja, para que contrastassem com a base magnética que é negra.

Por fim, por muito que conseguisse melhorar o material e fazer adaptações neste exercício, penso que nunca voltaria a aplicá-lo a alunos cegos. Se repararmos, a última frase do enunciado é: “Apenas é permitido tocar em duas moedas.”

Como é que isto é possível se, para um cego, o principal canal de conhecimento do meio é o tato? Um cego teria obrigatoriamente que tocar em todas as peças. Teria que haver aqui uma distinção entre o “tocar” que corresponderia à palavra “ver”, para reconhecimento das peças e da sua disposição, e outro “tocar” com o seu verdadeiro significado de “ter contacto com”, para o movimento das peças. Mas atenção! Nem todas as peças movimentadas são “tocadas”!

A própria Marta quando afirma: “mas isso é batota, porque eu tenho que mexer em mais do que duas peças, só não lhes posso é tocar”, está nitidamente a fazer uma distinção entre o “mexer” e o “tocar”, associando o “mexer” ao movimento e o “tocar” ao ato de “encostar os dedos”. Mas o enunciado não utiliza nunca a palavra “mexer”, mas sim a palavra “tocar” e a Marta falou em “mexer”. Quando questionei a Marta no sentido de saber porque tinha falado em “mexer”, quando o enunciado não referia isso ela explicou: “demorei tanto tempo com a resolução do exercício que era impossível já, eu lembrar-me das palavras como no enunciado. Mas se é assim, já não posso dizer que é batota. Eu uso tantas vezes a palavra “mexer”, para a mesma coisa que “tocar”, que acho que por isso é que fiz confusão. Achei que era “mexer” em vez de “tocar”… Eu já nem sei! …Sei lá!”.

Ultrapassar as questões de linguagem e da utilização das palavras adequadas, para que este exercício pudesse ser aplicado a um aluno cego com o seu verdadeiro sentido, não é de todo fácil. Até este momento, ainda não encontrei uma solução para poder ultrapassar esta dificuldade da melhor forma. Esse foi o outro motivo pelo qual não apliquei este exercício ao Luís.

Ficou, mais uma vez, aqui patente que a linguagem e o tipo de comunicação oral que devemos utilizar com um aluno cego, não pode ser a mesma que usamos com um normovisual ou mesmo com um aluno de baixa visão. Para nós, que não estamos muito habituados a conviver com pessoas com falta de visão, nem sempre é fácil encontrar os meios mais adequados que permitem minimizar, ao máximo, as possíveis barreiras de comunicação. Consequentemente, devemos estar atentos e tentar conhecer o mais possível a melhor forma de comunicar com eles, pois se é verdade que temos muito para lhes ensinar, não é menos verdade que também temos muito para aprender quando convivemos com estes alunos.

6.5.6. O interesse do ponto de vista matemático

Este pareceu-me ser um puzzle cuja riqueza matemática não ia muito além das translações de circunferências. Não deixa de ser importante a chamada de atenção de que a translação de uma circunferência deve estar sempre associada à translação do seu centro, pois qualquer circunferência é sempre definida por um centro e a medida do comprimento do raio. Mas como o número de raios, bem como o número de pontos de uma circunferência, é infinito e o centro é único, é importante falar na translação associada a esse ponto.

Capítulo 7

Conclusões

7.1. Conclusões face às questões de investigação

Na secção 1.2. do capítulo 1 foram descritas as quatro questões de investigação sobre as quais incidiu este estudo. É com base nas mesmas que irei descrever alguns resultados observados, refletir sobre eles e tirar algumas conclusões. Apesar de serem quatro as questões de investigação, isso não significa que as refira aqui separadamente com se fossem unidades estanques, uma vez as mesmas se intersetam em muitos pontos, sendo, por vezes, complicado abordá-las em separado.

A minha primeira proposta para iniciar este estudo foi a criação de materiais didáticos manipuláveis, que estivessem adaptados à utilização de alunos cegos e de alunos com baixa visão, e que pudessem simultaneamente proporcionar situações de aprendizagem de conceitos matemáticos previstos no Currículo Nacional do Ensino Básico e Secundário, dando à sua utilização um carácter lúdico. Posso afirmar que este objetivo foi bem conseguido, na medida em que os materiais concebidos para o efeito foram, na sua generalidade, bem aceites, não apenas pelos alunos cegos mas também pelos alunos com baixa visão e ainda pelos normovisuais. A sua implementação foi bastante positiva, porque me ofereceu a oportunidade de auferir, da parte de todos, um feedback construtivo no que concerne à utilidade e adequação desses materiais. Deste modo, durante a execução do jogo, sempre que surgiam situações em que os materiais se revelavam menos eficazes, os alunos evidenciavam imediatamente os seus pontos fracos e sugeriam alterações que, no seu ponto de vista, lhes pareciam exequíveis e poderiam constituir uma mais-valia no aperfeiçoamento da sua eficácia.

Todos os materiais manipuláveis utilizados deram um contributo importante no que toca à compreensão de diversos conceitos matemáticos e permitiram que os alunos cegos e com baixa visão executassem e partilhassem experiências matemáticas, de caráter recreativo, com as quais não estavam muito familiarizados, mas que lhes proporcionaram um despertar de interesses e um gosto diferente pela Matemática. Foi sempre com grande prazer que se entregaram à resolução das tarefas, ignorando o caráter competitivo subjacente ao jogo

MAGIC-MAT o que inviabilizou um dado que à partida eu pretendia observar e que consistia na definição de estratégias ganhadoras, tendo sido este o ponto menos positivo da implementação do jogo. Todavia, isso não inviabilizou todos os outros aspetos positivos do jogo, muito pelo contrário, fê-los sobressair.

Houve uma diversidade de materiais construídos que nunca chegaram a ser experimentados por falta de oportunidade e, como tal, não foi possível tirar quaisquer conclusões acerca do seu contributo enquanto instrumentos pedagógicos. Houve também outros materiais, que embora tendo sido experimentados, não foi possível concretizar a análise da sua observação, uma vez que isso iria requerer bastante tempo para reflexões, o que seria inexequível no período de tempo disponível para a concretização desta dissertação.

No que toca à minha segunda proposta para este estudo, que diz respeito à análise da recetividade dos alunos a este tipo de materiais e à aferição dos mesmos, enquanto facilitadores e/ou inibidores da aprendizagem da Matemática, posso garantir que, de acordo com as experiências vividas pelos alunos, se verificou um impacto bastante positivo, não propriamente pelo jogo em si, mas sim pelas questões que o integram. No entanto, verificou-se que alguns alunos ainda não conseguem encontrar uma verdadeira correlação entre estes jogos e a Matemática. Isto ficou bem patente quando uma das alunas, a Marta, durante a resolução do puzzle da questão nº 136 do tema Geometria, questionou: "mas o que é que isto tem a ver com a Matemática?". Isto revela-nos que a aluna não estava a conseguir identificar a questão como algo que tem Matemática envolvida. Para esta aluna a Matemática "é mais equações e coisas com números", como ela comentou.

Nenhum dos materiais se revelou inibidor das aprendizagens. Em todos os exercícios que os envolviam, concluímos sempre que era mais fácil resolvê-los com os materiais do que sem eles. No que toca aos alunos cegos, esta afirmação torna-se ainda mais evidente, dado que "os seus olhos se situam nas pontas dos seus dedos". Por isso, para estes alunos, todos os materiais são considerados imprescindíveis. São os materiais que comunicam com eles, que lhes transmitem quase toda a informação e que constituem um meio importante para expor os seus raciocínios. Foi-me permitido verificar que, para estes alunos, é muito mais simples e espontâneo transmitir um pensamento recorrendo a materiais didáticos, do que expressá-lo verbalmente. Aliás, esta afirmação é igualmente válida para os alunos com baixa visão e para os normovisuais. Qualquer aluno transmite muito melhor os seus raciocínios, quando complementa a linguagem verbal com a linguagem gestual, e, nesse aspeto, os materiais manipuláveis constituem um relevante meio de comunicação.

Toda esta experiência se revelou como um fator de integração social dos alunos com problemas de visão, uma vez que existiu um convívio constante, muito positivo e entusiasmante, por parte todos, durante a resolução das tarefas. Apesar de ter havido, em quase todos os grupos envolvidos, uma tentativa consumada de infringir as regras do jogo, esta foi feita no bom sentido, uma vez que lhes interessava muito mais encontrar as soluções das questões ajudando-se mutuamente, do que chegar ao final e ganhar o jogo. Isto esteve bem patente em todos os grupos mas fez-se notar mais no grupo do Luís, uma vez que sugeriram que as letras que iam conquistando individualmente contribuíssem em conjunto para formar a palavra MAGIC-MAT. O seu desafio seria então o de verificar qual o número de vezes que conseguiriam formar a palavra, jogando para o grupo e não individualmente. Mais uma vez aqui tivemos saliente o espírito de equipa que nos traduz um aspeto importante na socialização e integração de todos os alunos na escola.

Quanto ao contributo da utilização destes materiais de índole lúdica, para o desenvolvimento da autonomia na resolução de tarefas matemáticas, este foi particularmente visível quando trabalhei individualmente com os alunos com problemas de visão. Todos eles foram adquirindo estratégias, que conseguiam posteriormente aplicar a situações semelhantes. Desta forma, iam conseguindo desenvolver a sua capacidade de raciocínio, de visualização e de abstração. Estas aptidões verificaram-se, especialmente, após a utilização de sucessivos puzzles geométricos e de exercícios que envolviam planificações de sólidos, onde, à medida que os iam utilizando, revelavam maior capacidade para resolver os seguintes. O mesmo se verificou na implementação dos puzzles com números, onde foi notório o desenvolvimento do cálculo mental de alguns alunos. O aperfeiçoamento desta capacidade denotou-se mais nos alunos normovisuais do que nos cegos, pois estes últimos, por não disporem de calculadoras falantes, estavam bastante habituados a fazer cálculo mental. Nos outros, normovisuais e com baixa visão, foi possível observar, no início deste estudo, algumas situações de contagem pelos dedos, ainda que para efetuar adições bastante simples. Todavia, esta tendência foi-se atenuando no decorrer das sessões, pois estes alunos começaram a sentir necessidade de otimizar os seus tempos na resolução das questões, para não se sentirem ultrapassados por aqueles que conseguiam efetuar os cálculos mentalmente.

No que concerne à autonomia na resolução das tarefas, eles revelaram-na quase sempre. Ninguém esperava por ninguém para começar a resolver as questões, verificando-se que o faziam quase sempre em cooperação simultânea.

7.2. Reflexões sobre o estudo

Trabalhar com alunos cegos foi uma das experiências mais gratificantes que experimentei em toda a minha vida. Não querendo pôr em causa as potencialidades destes alunos, nunca imaginei que eles conseguissem ser tão ou mais perspicazes do que os alunos dotados de visão. Confesso que aprendi muito mais com eles, do que alguma vez lhes consegui ensinar durante todo o processo. Aliás, eu pouco lhes ensinei, o que não é contraditório com o facto de eles terem aprendido bastante, pois eles fizeram-no, muitas vezes sozinhos, com o auxílio de todo o equipamento disponibilizado para o jogo e essencialmente com o apoio dos seus colegas, num clima de cooperação convergente para uma mesma finalidade.

Tive pena de não ter sido possível experimentar com eles todo o material construído para o jogo MAGIC-MAT, mas estou certa de que não me irão faltar oportunidades para o fazer, dado que leciono numa escola de referência para alunos cegos e com baixa visão, e isso irá, por certo, permitir que o faça mais tarde.

Ao observar estes grupos de alunos, em relação à sua abertura e aceitação na escola, dos alunos com problemas de visão, verifiquei a existência, por parte de todos, de um clima, que contraria a teoria de Amiralian, quando esta afirma que é comum os alunos com baixa visão estarem com frequência isolados, embora algumas vezes se identifiquem com os cegos e outras vezes com os normovisuais, mas que, em ambas as situações, se sentem como se estivessem de fora, porque nenhum daqueles é o seu grupo. Esta afirmação de Amiralian não se fez notar nos alunos com quem trabalhei. Penso que o porquê reside no facto de começar a haver uma chamada de atenção, por parte das entidades responsáveis pela educação, para o facto de que as crianças com deficiência têm que ter as mesmas oportunidades que as demais, pois todos têm direito a uma educação condigna e estas crianças não podem ser excluídas. Se esta sensibilização começar na mais tenra idade, penso que as crianças crescem em harmonia, aceitando as diferenças e a integração acontece como um fenómeno natural.

Refletindo um pouco sobre o jogo MAGIC-MAT, foi possível verificar durante sua implementação que os jogadores facilmente propunham modificações às regras. Vimos também que era possível jogar sem o tabuleiro, utilizando apenas as questões, uma vez que muitas encerravam em si próprias um jogo individual. Jogado desta forma, o jogo perdia a sua natureza competitiva mas isso também não é o mais importante. Todos os materiais construídos podem, no entanto, ser utilizados em situação diferentes, conforme o jogo que queiramos criar, podendo por isso classificar o MAGIC-MAT, como sendo um sistema de jogos, em que as mesmas peças de base se podem combinar para desenvolver outros jogos.

Posso então considerar que o jogo MAGIC-MAT, enquanto jogo didático, se revelou bastante positivo, pois proporcionou inúmeros momentos de aprendizagem, que decorreram de forma muito divertida para os alunos envolvidos.

Gostaria, no entanto, de ter aprofundado melhor as capacidade de visualização espacial dos alunos cegos, mas as experiências que aconteceram foram em número insuficiente para permitir tirar conclusões.

7.3. Recomendações para futuras investigações

Para futuras investigações, as recomendações que começo por fazer estão relacionadas com alterações a executar ao material didático, as quais já foram referidas aquando das descrições do mesmo e durante as análises de cada uma das observações. Deste modo, se mais alguém pretender dar continuidade a um estudo como este, recomendo a experimentação de algumas dessas mudanças e verificar quais os resultados obtidos. No entanto, a experimentação do material modificado poderá incluir também mudanças de estratégia pedagógica, como por exemplo a de jogar com apenas um tema ou ainda criar temas novos de acordo com as circunstâncias em que o jogo é utilizado.

Tal como já referi, acho que seria aliciante aprofundar mais as capacidades de visualização espacial dos alunos cegos e penso poder vir a fazê-lo no futuro. Esta constitui também uma proposta que lanço a quem pretenda ir mais longe nesta matéria.

Algo que não me foi possível observar neste estudo e que me suscita muita curiosidade, é poder compreender de que maneira os cegos encaram certas situações que, para os normovisuais, constituem as chamadas ilusões de ótica. Aconteceu uma situação, com o aluno Luís, que me fez pensar que talvez possa existir alguma possibilidade de os cegos também poderem ter esse tipo de ilusões e admito que as mesmas possam estar relacionadas com a formação das imagens no cérebro. Só que, nas pessoas cegas, as imagens são determinadas através do tato complementado pelos outros sentidos e por isso admito, que não deve ser um assunto fácil de estudar, mas que poderá ser aliciante.

Referências bibliográficas

ABDEPP (2000). *Pedagogia Freinet*.
Obtido de http://freinet.org.br/pedagogia.htm

ACAPO (2011). *Design de Sinalética.*
Obtido de http://www.acapo.pt/anexos/Design_de_sinaletica.doc

Agarath, S. (2012). *Os Quadrados Mágicos Planetários e suas Aplicações.*
Obtido de http://pt.scribd.com/doc/48273726/Os-Quadrados-Magicos-Planetarios-e-suas-Aplicacoes

Aguiar, A. L. (2007). *A Educação Inclusiva e o Ensino de Matemática.* Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA. Brasil

Allan, J. (1999). *Actively seeking inclusion: Pupils with special needs in mainstream Schools.* Falmer Press. London.

Allen, R. P. (1996). *Zadania i testy na inteligencje.* Livros do Mundo.

Almeida, A. C. e Shigunov, V. (2000). *Infant Playing Activities And Their Possibilities*. Revista da Educação Física/UEM, Vol. 11, nº 1, pag. 69 – 76 .

Almeida, M., Batista, N., Veríssimo, J. e Proença, R. (2011). *Doença de Vogt-Koyanagi-Harada: A propósito de 30 Casos Clínicos.* Oftalmologia, Vol. 35, nº1, pag. 33 – 41. Coimbra.

Amaral, L. A. (1994). *Pensar a diferença/deficiência.* Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência. Brasília.

Amiralian, M. L. (2004). *Sou cego ou enxergo? As questões da baixa visão.* Editora UFPR. São Paulo.

Andreescu, T. e Feng, Z. (2004). *102 Combinatorial Problems: From the Training of the USA IMO Team.* Birkhauser Boston .

Andrews, W. S. (2004). *Magic Squares and Cubes.* Cosimo Classics. New York.

Anjos, L. D. (2005). *O jogo e a dimensão humana: uma possível classificação antropológica.* Obtido de http://www.efdeportes.com/efd90/jogo.htm

APM (2002). *Agenda do Professor* 2002-2003. APM - Associação de Professores de Matemática. Lisboa.

APM (2006). *Agenda do Professor .* APM - Associação de Professores de Matemática. Lisboa.

Aranha, M. S. (2005). *Saberes e práticas.* Ministério da Educação - Secretaria de Educação Especial. Brasília.

Avedon, E. e Sutton-Smith, B. (1971). *The study of games.* John Wiley . New York.

Barca, J. J. (1987). *Notación Matemática Braille.* Obtido de http://mate.dm.uba.ar/~spuddu/della_barca/

Barrett, J. (2004). *Aptitude, personality and motivation tests: assess your potential and plan your career*. Kogan Page Publishers. London.

Barrett, J. (2004 b). *The Aptitude Test Workbook: Discover Your Potential and Improve Your Career options with prectice psychometric tests.* Kogan Page Publishers. London.

Barrett, J. e Barrett, J. (2007). *Test Your Numerical Aptitude: How to Assess Your Numeracy Skills and Plan Your Career.* Kogan Page Publishers. London.

Barrett, J., Barrett, J. e Williams, G. (2003). *Test Your Own Aptitude.* Kogan Page Publishers. London.

Batista, C. G. (2005). *Formação de Conceitos em Crianças Cegas: Questões Teóricas e Implicações Educacionais.* Universidade Estadual de Campinas. Brasil.

Bellis, M. (2012). *The History of Trivial Pursuit*. Obtido de http://inventors.about.com/library/inventors/bl_trivia_pursuit.htm

Bénard da Costa, A. M. , Leitão, F. R., Morgado, J. e Pinto, J. V.(2006). *Promoção da Educação Inclusiva em Portugal - Fundamentos e Sugestões.*
Obtido de http://redeinclusao.web.ua.pt/files/fl_45.pdf

Benjamin, W. (1984). *Reflexões: A criança, o brinquedo, a educação.* Summus. São Paulo.

Benjamin, W. (1994). *Magia e técnica, arte e política.* Brasiliense. São Paulo.

Bernardes, A., Loureiro, C., Viana, J. P. e Bastos, R. (2004). *Matemática 10. Resolução de Problemas /Geometria,* Vol. 1. Edições Contraponto.

Bianchetti, L., Ros, S. Z. e Deitos, T. P. (2000). *As novas tecnologias a cegueira e o processo de compensação social em Vygotsky .* Ponto de Vista - Revista de Educação e Processos Inclusivos, Vol. 2, nº 2, pag. 41 – 47.

Bishop, A. J. (1997). *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education.* Kluwer Academic Publishers. Holanda.

Blatner, D. (1997). *O Encanto do Pi.* Editora Replicação, Lda. Lisboa.

Bogdan, R. e Biklen, S. (1982). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. Allyn and Bacon. Boston.

Bolt, B. (1982). *Mathematical activities: a resource book for teachers.* Cambridge University Press. Cambrige.

Bolt, B. (1985). *More mathematical activities.* Cambridge University Press. Cambridge.

Bolt, B. (1987). *Even more mathematical activities.* Cambridge University Press. Cambridge.

Bolt, B. (1989). *Mathematical Funfair.* Cambridge University Press. Cambridge.

Bolt, B. (1992). *Mathematical Cavalcade.* Cambridge University Press. Cambridge.

Bolt, B. (1993). *A Mathematical Pandora´s box.* Cambridge University Press. Cambridge.

Bolt, B. (1996). *Puzzles de Matemática.* Editora Terramar.

Bonotto, L. B. (2011). *Glaucoma congénito como causa de cegueira.* Sobre a Deficiência Visual. Obtido de http://www.oftalmopediatria.com.br/texto.php?cs=9

Borges, J. A. (2002). *Manual de Braille Pintor.* Instituto Benjamin Constant.

Brasil, A. (2002). *Monet - Pintor Braille*. Obtido de http://www.acessobrasil.org.br/softwares/monet.html

Brumbaugh, A. (1995). *Big Magic Number Puzzles.* Scholastic Professional Books. Jefferson City, U.S.A.

Bruner, J. S. (2001). *A cultura da educação.* Artmed. Porto Alegre.

Bruno, M. M. (2009). *Avaliação Educacional de Alunos com Baixa Visão e Múltipla Deficiência na Educação Infantil.* Editora UFGD. Vila Progresso. Brasil.

Bryon, M. (2004). *The Advanced Numeracy Test Workbook: Review Key Quantative Operations and Practise for Accounting and Business Tests (Testing Series) .* Kogan Page Publishers. London.

Bryon, M. (2006). *Testing Series: The Numeracy Test Workbook.* Kogan Page Publishers. London.

Bryon, M. (2007). *How to Pass Graduate Psychometric Tests.* Kogan Page Publishers. London.

Bryon, M. (2007 b). *How to Pass the GMAT: Unbeatable Preparation for Success in the Graduate Management Admission Test.* Kogan Page Publishers. London.

Bryon, M. (2010). *How to Pass Advanced Numeracy Tests: Improve Your Scores in Numerical Reasoning and Data Interpretation Psychometric Tests.* Kogan Page Publishers. London.

Cabral, A. (2002). *O mundo fascinante do jogo.* Editorial Notícias. Lisboa.

Caillois, R. (1990). *Os Jogos e os Homens.* Edições Cotovia. Lisboa.

Canen, A. e Moreira, A. F. (2001). *Ênfase e omissões no currículo.* Papirus Editora .

Carneiro, S. G., Silva, D. L., Palheta, A. C., Neto, F. X., Nunes, C. T., Ferreira, T. O., Talita, V. C. e Pereira, V. C. (2008). *Vogt-Koyanagi-Harada's Disease: Literature Reviue.* Int. Arch. Otorhinolaryngol., Vol. 12, nº 3, pag. 419 – 425.

Carroll, L. e Wakeling, E. (1992). *Carroll's games and puzzles.* Dover Publications. New York.

Carter, P. (2007). *IQ and Psychometric Tests: Assess Your Personality, Aptitude and Intelligence.* Kogan Page Publishers. London.

Carter, P. e Russell, K. (2002). *More IQ Testing: 250 New Ways to Release Your IQ Potential.* John Wiley & Sons. New York.

Carter, P. e Russel, K. (2002 b). *Succeed at IQ Tests: Improve Your Numerical, Verbal and Spatial Reasoning Skills.* Kogan Page Publishers. London.

Carter, P. e Russell, K. (2004). *Test and Assess Your IQ: Numerical, Verbal and Spatial Aptitude Tests.* Kogan Page. London.

Carter, P. e Russell, K. (2007). *The Ultimate IQ Test Book.* Kogan Page. London.

Carter, P. J. e Russell, K. (2008). *The Book of IQ Tests: 25 Self-Scoring Quizzes to Sharpen Your Mind.* Sterling Publishing Company.

Carvalho, P. S. (2010). *Jogos*.
Obtido de http://paulojogos.no.sapo.pt/

CEC (2004). *The Council For Exceptional Children - Definition of a Well-Prepared Special Education Teacher.*

Chateau, J. (1954). *O jogo e a criança*. Summus Editorial. São Paulo.

Conhecer Saúde (2009). *Ambliopia*.
Obtido de http://www.conhecersaude.com/adultos/3133-Ambliopia.html

Contador, P. R. (2008). *Matemática - Uma Breve Historia.* Editora Livraria da Física. São Paulo.

Costikyan, G., Davidsun, D. e outros (2011). *Tabletop : analog game design.* ETC Press. Pittsburgh.

Davis, A. P., Davis, E. H. e Fryer, R. C. (2006). *Gmat*: *The Best Test Preparation & Review.* Research & Education Association. USA.

Diccionário Universal da Língua Portuguesa (2000). Texto Editora, Lda. Lisboa.

Dimantas, M. A., Lowder, C. e Muccioli, C. (2003). *Uveítes anteriores associadas a doenças sistêmicas.* Arq. Bras. Oftalmol., Vol 66 nº2, pag. 235 – 238. Brasil.

Dome, E. F. (1995). *Estudo do olho humano aplicado á optometria*. Senac. São Paulo.

Edgar, T. (2007). *Test of Reasoning for Competitive Examinations.* Mcgraw Hill.

Educação, M. d. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico.* Ministério da Educação.

Educação, M. d. (2008). Decreto-Lei n.º 3/ 2008 de 7 de Janeiro. *Diário da República, 1.ª série — N.º 4 — 7 de Janeiro de 2008*, 155-156.

Esperança, F. B. (2001). *O Que é o Braille*.
Obtido de http://intervox.nce.ufrj.br/~fabiano/braille.htm

Fernandes, L. C. (2011). *Conheça mais sua visão.*
Obtido de
http://publico.soblec.com.br/index.php?system=news&news_id=842&action=read&eid=240

Ferrari, M. (2011). *Educar Para Crescer. Pedagogia-Célestin Freinet.*
Obtido de http://educarparacrescer.abril.com.br/aprendizagem/celestin-freinet-307897.shtml#.

Ferreira, S. (1998). *Preparando a inclusão.* Temas sobre desenvolvimento, Vol. 7, nº 39, pag. 49 – 52.

Ferronato, R. (2010). *Multiplano: Aprenda matemática brincando.*
Obtido de www.multiplano.com.br

Figueiredo, D. C. (1999). *Quadrados Mágicos*. Universidade Estadual Vale do Acaraú.

Fino, C. N. (2001). *Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas*. Revista Portuguesa de Educação, Vol. 14, nº 2, pag. 273 – 291.

Florenzano, P. e Barbosa, O. (1996). *Dicionario Ediouro da Lingua Portuguesa.* Ediouro S.A. Rio de Janeiro

Freinet, C. (1990). *Cooperative Learning and Social Change: Selected Writings of Célestin Freinet.* Seleções traduzidas por D. Clandfield e J. Sivell. Our Schools/Our Selves. Toronto.

Freire, J. B. (2002). *Jogo: entre o riso e o choro.* Autores Associados. Campinas.

Friedmann, A. (1996). *Brincar: crescer e aprende r- o resgate do jogo infantil.* Editora Moderna. São Paulo.

Frohlichstein, J. (1962). *Mathematical Fun, Games and Puzzles.* Dover Publications. New York.

Gama, M. C. (1998). *A Teoria das Inteligências Múltiplas e suas implicações para Educação.* Obtido de http://www.homemdemello.com.br/psicologia/intelmult.html

Gardner, H. (2006). *Multiple intelligences: new horizons.* Basic Books. New York.

Gardner, M. (1961). *Entertaining Mathematical Puzzles.* Courier Dover Publications. New York.

Gardner, M. (1983). *Mathematical Circus.* Alianza Editorial. Madrid.

Gardner, M. (1994). *My Best Mathematical and Logic Puzzles.* Dover Publications. New York.

Gardner, M. (2006). *The Colossal Book of Short Puzzles and Problems.* W.W. Norten & Company.

Genkin, S. A., Fomin, D. V. e Itenberg I. (1996). *Mathematical circles: Russian experience.* Mathematical World. Vol 7. American Mathematical Society.

Gerdes, P. (2008). *Os Manuscritos Filosófico-matemáticos de Karl Marx sobre o Cálculo Diferencial. Uma Introdução.* Lulu.com.

Gessinger, R. M. (2001). *Alunos com necessidades educacionais especiais nas classes comuns*: relatos de professores de Matemática. Faculdade de Educação, PUCRS. Porto Alegre.

Goldenberg, M. (2005). *A arte de pesquisar.* Editora Record. Rio de Janeiro.

Gomes, F. e Viegas, C. (2005). *XEQ MAT 12º ano,* Vol. 1. Texto Editora.

Gottfredson, L. (2012). *Dangerous Intersection*.
Obtido de http://dangerousintersection.org/2009/09/30/what-is-intelligence/

Haselbauer, N. (2006). *The everything test your IQ book: discover your true intelligence*. Adams Media. Massachuttes.

Heinz, H. D. e Hendricks, J. R. (2000). *Magic Square Lexicon: Illustrated.* Harvey D. Heinz.

Henriques, F. (2005). *Dossier: Doenças Oculares*.
Obtido de
http://medicosdeportugal.saude.sapo.pt/utentes/olhos_oftalmologia/dossier_doencas_oculares

Hodgson, S. (2004). *Brilliant Selection Test Results: Tests You Might Have to Sit, and How to Prepare for Them.* Pear/Prentice Halls. London.

Huizinga, J. (1938). *Homo Ludens. Coleção Estudos.* Editora Perspectiva. São Paulo, Brasil.

ICEVI (1993). *Management of low vision in children.* World Health Organization. Bangkok.

Jaffe, E. e Hilbert, S. (2006). *Barron's GMAT: Graduate Management Admission Test.* Barron's Educational Series.

Junqueira, M. M. (1995). *Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos: Um estudo no 9º ano de escolaridade.* APM-Associação de Professores de Matemática. Lisboa.

Kaplan, R. e Kplan, E. (2003). *The Art of the Infinite. The Pleasures of Mathematics .* Oxford University Press.

Kincheloe, J. L. (2004). *Multiple intelligences reconsidered.* Peter Lang Publishing. New York.

Kishimoto, T. M. (1994). *O jogo e a educação infantil.* Pioneira Thomson Learning. São Paulo.

Kordemsky, P. B. (1992). *The Moscow puzzles: 359 mathematical recreations.* Courier Dover Publications. Editado por Martin Gardner. New York.

Krul, A. e Emmel, R. (2011). *XVI Seminário Interinstitucional de Pesquisa e Extensão.*
Obtido de
http://www.unicruz.edu.br/seminario/artigos/humanas/REFLEX%C3%95ES%20ACERCA%20DO%20JOGO%20DID%C3%81TICO%20NO%20ENSINO%20DE%20HIST%C3%93RIA%20DA%20EDUCA%C3%87%C3%83O%20B%C3%81SICA.pdf

Ladeira, F. e Queirós, S. (2002). *Compreender a Baixa Visão.* Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação. Lisboa.

Lemos, E. R., Cerqueira, B. J., Mota, M. G. e Oliveira, R. F. (2006). *Normas técnicas para a produção de textos em Braille*. Ministério da Educação - Secretária de Educação Especial. Brasília.

Lewis, V. (2003). *Development and disability.* Blackwell Publishers. Oxford.

Lima, F. (2010). *As pessoas cegas também precisam de desenhos.*
Obtido de http://www.lerparaver.com/lpv/tato-suas-implicacoes-ensino-desenhos-criancas-cegas

Lima, F. (2010 b). *O Tato e Suas Implicações no Ensino de Desenhos a Crianças Cegas.*
Obtido de http://www.lerparaver.com/lpv/tato-suas-implicacoes-ensino-desenhos-criancas-cegas

Lima, F. J., Lima, R. A. e Silva, J. A. (2000). *A preeminência da visão: crença, filosofia, ciência e o cego* . Arquivos Brasileiros de Psicologia, Vol. 52, nº2, pag. 51 – 61.

Lima, S. (2009). *Doenças Visuais: Como Diagnosticar?*
Obtido de http://www.mundodastribos.com/doencas-visuais-como-diagnosticar.html

Linhares, A. (2009). *Ginástica mental*.
Obtido de http://matematica.com.sapo.pt/

Loyd, S. (1960). *More Mathematical Puzzles of Sam Loyd.* Vol. 2. Dover Publications. New York

LuduScience (2011). *LuduScience*.
Obtido de http://www.luduscience.pt/quem_somos.html

Luís, A. (2009). *Como ler o Soroban*
Obtido de http://www.sorobanbrasil.com.br/materiais/38-tutoriais/67-como-ler-o-soroban

Luís, A. (2009 b). *SorobanBrasil*.
Obtido de http://www.sorobanbrasil.com.br/

Machado, N. J. (2005). *A vida, o jogo, o projeto*. Seminários de Estudos em Epistemologia e Didática. Universidade de São Paulo - Faculdade de Educação. São Paulo.

Marcon, I. M. (2006). *Glaucoma - uma doença em busca de definição*. Revista Brasileira de Oftalmologia, Vol. 65, nº 2, pag 70 – 72.

Martins, T. (2001). *Cores Primárias e Secundárias*.
Obtido de: http://www.prof2000.pt/users/hjco/Luz_Cor2/index.htm

Matta, E. C., Freitas, M. S. e Santos, R. M. (2010). *O lúdico como facilitador do processo de ensino-aprendizagem*. Seduc - Secretaria de Estado da Educação.
Obtido de
http://www.cefaprocaceres.com.br/index.php?option=com_content&view=article&id=356:alfabetizacao&catid=26:pedagogia&Itemid=134

Medeiros, A. C. (2009). *Jogos para cegos*.
Obtido de http://antoniocarlosdemedeiros.blogspot.pt/2009/12/jogos-para-cegos.html

Medico, M. D. (2005). *PIP: programa de informação profissional.* Casa do Psicólogo. São Paulo.

Mendonça, A., Miguel, C., Neves, G., Micaelo, M., Reino, V.(2008). *Alunos cegos e com baixa visão – Orientações curriculares.* Ministério da Educação. Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Lisboa.

Menezes, J. E. (2004). *Travessias Difíceis, Divisões Divertidas e Quadrados Mágicos: Evolução Histórica de Três Recreações Matemáticas*. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Universidade Federal de Pernambuco.
Obtido de http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/05/5CC19453574449.pdf

Menezes, J. E., Brito, J. D., Júnior, V. B. e Júnior, M. A. (2007). *Uma Proposta de Utilização de Jogos com Interdisciplinaridade na Perspetiva dos Temas Transversais: Interdisciplinar para o Ensino de Matemática: Puzzles com Fósforos.* IX Encontro Nacional de Educação Matemática. SBEM, pag. 1 – 20.

Mosquera, J. J. e Stobäus, C. D. (Orgs.) (2004). *Educação especial: em direção à educação inclusiva.* EDIPUCRS. Porto Alegre.

Nascimento, C. D. (2011). *A História e Teoria de Piaget.*
Obtido de http://www.webartigos.com/artigos/a-historia-e-teoria-de-piaget/72959/

Neto, E. R. (2009). *Vogt-Koyanagi-Harada*.
Obtido de http://pt.scribd.com/doc/104571072/28/Vogt-Koyanagi-Harada

Neto, J. P. e Silva, J. N. (2010). *Jogos Velhos Regras Novas.* Clássica Editora. Lisboa.

Neto, Q. (2002). *A Retina e a Degeneração Macular.*
Obtido de http://deficienciavisual10.com.sapo.pt/sd-ddrs.htm#DM6

Newton, I. (2002). *Óptica.* Editora da Universidade de São Paulo. São Paulo.

Nunes, S. D. e Lomônaco, J. F. (2008). *Desenvolvimento de conceitos em cegos congênitos: caminhos de aquisição do conhecimento.* Psicologia Escolar e Educacional, Vol 12, nº 1, pag. 119 – 138.

O´Connor, J. A. (1996). *Mathematical games and recreations*.
Obtido de http://www.gap-system.org/~history/HistTopics/Mathematical_games.html.

ONU (2006). *A Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência*. Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência - CORDE. Brasília.

Perelman, Y. (1979). *Matemáticas recreativas.* Litexa - Portugal. Lisboa.

Perelman, Y. (2010). *Problemas y Experimentos Recreativos.* IberLibro.com. Espanha.

Pelizzari, A., Kriegi, M., Baron, M., Finck, N. e Dorocinski, S. I. (2002). *Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel*. Revista PEC, Vol. 2, nº1, pag. 39 – 42.

Pérsico, L. (2011). *Testes e Jogos de Treino Mental*. Plátano Editora.

Piaget, J. (1985). *Psicologia e Pedagogia*. Editora Forence. Rio de Janeiro.
Obtido de http://www.pedagogiaaopedaletra.com/posts/pedagogia-freinet/

Piaget, J. (1986). *O Nascimento da Inteligência na Criança.* Publicações Dom Quixote. Porto.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1979). *A psicologia da criança do nascimento à adolescência.* Moraes Editores. Lisboa.

Piccolo, G. M. (2010). *Revisitando Elkonin: a análise do jogo em busca de sua historicidade perdida.* Obtido de http://www.efdeportes.com/efd151/revisitando-elkonin-a-analise-do-jogo.htm

Pickover, C. A. (2002). *The Zen of Magic Squares, Circles, and Stars: An Exhibition of Surprising Structures across Dimensions.* Princeton University. New Jersey.

Pina, D. M. (2012). *Subvisão*.
Obtido de http://www.aaica.pt/sservicos/subvisao.php

Rebelo, A. R. (2012). *Ambliopia.*
Obtido de http://deficienciavisual10.com.sapo.pt/sd-estrabismoeambliopia.htm#ambliopia-2

Regina, C. (2011). *Caminho Livre para a inclusão do Deficiente Visual - Ferramentas usadas na alfabetização do deficiente visual*.
Obtido de http://www.movimentolivre.org/artigo.php?id=106

Reily, L. H. (2006). *Escola inclusiva: linguagem e mediação.* Papirus Editora. São Paulo, Brasil.

Reis, L. e Abreu, M. (2004). *Matemática e Jogo*. Educação e Matemática, nº 76, pag. 3 – 4.

Ribeiro, F. (2011). *A Mente Michelangélica.*
Obtido de http://iminteligencias.com/2011/08/04/a-mente-michelangelica/

Ricci, M. D. (2000). *1000 Testes inteligência.* Girassol Edições. Sintra.

Rino, J. (2004). *O Jogo, Interacções e Matemática.* Associação de Professores de Matemática - APM. Lisboa.

Rio, G. R. (2008) *Doenças degenerativas da retina.*
Obtido de http://deficienciavisual10.com.sapo.pt/sd-ddrs.htm

Rocha, E. S. (2008). *O Lúdico na Aprendizagem da Criança de 6 a 8 Anos: Uma conexão com os jogos pedagógicos.* Universidade do Estado de Mato Grosso. Mato Grosso.

Rosa, J. G. (2001). *Manuelzão e Miguilim.* Nova Fronteira.

Russel, K. e Carter, P. (2000). *Puzzles com Figuras.* Editora Replicação. Lisboa.

Russell, K. e Carter, P. (2007). *The Ultimate IQ Test Book: 1,000 Practice Test Questions to Boost Your Brain Power.* Kogan Page Publishers. London.

Ryan, S. (1996). *Truques Com Lápis.* Editora Replicação. Lisboa.

Sá, E. D., Campos, I. M. e Silva, M. B. (2007). *Atendimento Educacional Especializado - Deficiência Visual.* Editora Cromos. Curitiba.

Santos, N. M. (2008). *Ver a Matemática com Pontos - Um Estudo de Caso de um Aluno Cego do 12º ano de escolaridade*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa.

Shirali, S. (2001). *A Primer On Number Sequences.* Universities Press. Índia.

Silva, J. N. (s.d.). *Jogos Matemáticos.*
Obtido de http://jnsilva.ludicum.org/Obidos/conversa_p.pdf

Silva, L. A. (2007). *Cubaritmo - Coluna Matemática.*
Obtido de: //www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=848

Silva, R. (2010). *O que é o Glaucoma*.
Obtido de http://deficienciavisual10.com.sapo.pt/sd-glaucoma.htm

Sobanski, J. (2002). *Visual Math : see how math makes sense.* Learning Express, LLC. New York.

Souza, R. A. (2012). *Atividade Lúdica em Psicopedagog*ia: *o jogo e a aprendizagem.* Para Entender a História…, Ano 3, Vol. fev., série 27/02, pag. 1 – 20.

Stake, R. E. (1995). *The Art of Case Studies Research.* Sage Publications. London.

Stateri, J. (2005). *Incantare: Card Game Baseado na Flauta Mágica de Mozart.* Faculdade de Comunicação e Artes do Senac. São Paulo.

Stickels, T. H. (1999). *Truques ao Raciocínio Matemático.* Editora Replicação. Lisboa.

Stickels, T. H. (2009). *Math Puzzles and Brainteasers.* Wiley.

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* Gradiva Publicações, Lda.

Subburaj, V. (2004). *Test of Reasoning and General Intelligence: Competitive Examinations.* Sura Books.

Sullivan, N. (2007). *IQ Brainteasers.* Arcturus.

Tejón, F. (2007). *Manual para uso do ábaco japonês Soroban.* Editerio Krayono. Ponferrada. Espanha

Thorpe, E. (2000). *Course in Mental Ability and Quantitative Aptitude for Competitive Exams.* Tata McGraw-Hill.

Thorpe, E. e Thorpe, S. (2010). *The Pearson Guide to The State Bank of India Clerical Recruitment Examination.* Pearson. India.

Tonks, A. (2003). *Review article on the role of visualisation in mathematics conceptualisation and learning.* Investigations, Vol. 1, nº 2, pag. 71 – 72.

Townsend, C. (2004). *Livro dos Desafios,* Vol. 1. Ediouro Publicações. Rio de Janeiro.

Trigg, C. W. (1985). *Mathematical Quickies.* Dover Publications. New York.

UNESCO (1994). *Declaração de Salamanca e enquadramento da acção na área das necessidades educativas especiais.* UNESCO. Lisboa.

UNESCO (2000). *The Dakar framework for action*. UNESCO. Paris.

Veloso, E. (1998). *Geometria – Temas actuais – Materiais para professores.* Instituto de Inovação Educacional. Lisboa.

Vergani, T. (1993). *Educação Matemática.* Universidade Aberta. Lisboa.

Vieira, A. (2010). *Educar e Incluir - Soroban ou Sorobã.*
Obtido de http://arivieiracet.blogspot.pt/2010/06/soroban-ou-soroba.html

Volpato, G. (2002). *Jogo, brincadeira e brinquedo: usos e significados no contexto escolar e familiar.* Cidade Futura. Florianópolis.

Vygotsky, L. S. (1979). *Pensamento e linguagem*. Edições Antídoto. Lisboa.

Vygotsky, L. S. (1989). *Obras completas: Fundamentos da Defectologia.* Tomo V. Editorial Pueblo y Educación.

Vygotsky, L. S. (1991) *A formação social da mente.* Editora Martins Fontes. São Paulo.

Wells, D. (1999). *Antologia dos Puzzles: desde o antigo Egipto até 1992.* Editora Replicação. Lisboa.

Wells, D. (2000). *É capaz de resolver?* Vol. 2. Editora Replicação. Lisboa.

Williams, R. (2010). *Brilliant Numeracy Tests.* Pearson Education. London.

Willson, S. (1977). *The use of ethnographic techniques in educational research*. Review of Educational Research*,* Vol. 47, nº 2, pag. 245 – 265.

Wittgenstein, L. (1989). *Investigações Filosóficas.* Colecção Pensamento Humano – Os Pensadores. Editora Vozes. São Paulo.

Yoshigahara, N. (2003). *Puzzles 101 – A Puzzlemaster´s Challenge.* Taylor & Francis.

Páginas da internet consultadas

(htt1) http://www.homemdemello.com.br/psicologia/intelmult.html

(htt2) http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm25/pag4.htm

(htt3) http://www.somatematica.com.br/desafios.php#

(htt4) http://www.educacao.te.pt/jovem/index.jsp?p=115&idArtigo=169

(htt5) http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_content&task=category&sectionnid=8&id=14&Itemid=28

(htt6) http://www.distico.com/enigmas2008/

(htt7) http://rachacuca.com.br/quiz/2562/sequencias-numericas/

(htt8) http://www.distico.com/enigmas2008/index.php?pagina=enigmas&categoria=2

(htt9) http://matematica.com.sapo.pt/

(htt10) http://www.educacao.te.pt/jovem/index.jsp?p=115&idArtigo=4896

(htt11) http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_content&task=category&sectionid=8&id=88&Itemid=28

(htt12) http://www.portaldaretina.com.br/home/saibamais.asp

(htt13)http://divertindocomamatematicaludica.blogspot.pt/2010/01/httpmatematicananetcomjoomlaindexphpopt.html

(htt14)http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_content&task=category&sectionid=8&id=88&Itemid=28

(htt15) http://www.educacao.te.pt/jovem/index.jsp?p=115&idArtigo=4528

(htt16) http://www.educacao.te.pt/jovem/index.jsp?p=115&idArtigo=4927

(htt17)http://www.minsaude.pt/portal/conteudos/enciclopedia+da+saude/doencas/doencas+oftalmologicas/doencasoftalmologicas.htm

(htt18) http://ebookbrowse.com/lista-analise-combinatoria-pdf-d41165888

(htt19) http://ebookbrowse.com/lista-exercicios-04-conjuntos-combinatoria-pdf-d38978858

(htt20) http://matematica.no.sapo.pt/testeproba9/testeprob9.htm

(htt21)http://pt.scribd.com/doc/45595599/Introducao-Ao-Calculo-Das-Probabilidades-eCombinatoria-Livro

(htt22) http://dmarlonbaixiaki.blogspot.pt/2011/08/apostila-introducao-de-probabilidade.html

(htt23) http://sseformat.blogspot.com/

(htt24) http://rachacuca.com.br/quiz/2562/sequencias-numericas/

(htt25) http://www.somatematica.com.br/desafios.php

(htt26) http://www.jogos.antigos.nom.br/qcmatem.asp

(htt27) http://www.sac.org.br/Apr_tud.htm

(htt28) http://www.educacao.te.pt/jovem/index.jsp?p=114&d=1

(htt29)http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_content&task=category&sectionid=8&id=14&Itemid=28

(htt30) http://fa1.sites.uol.com.br/desafios_nova.htm

(htt31) http://www.mycharades.com/problemas-com-fosforos/

(htt32) http://www.slideshare.net/sancle/quadrados-nunca-mais

(htt33) http://rachacuca.com.br/jogos/palitos/

(htt34) http://cmup.fc.up.pt/cmup/polya/jogo_fosforos/index.html

(htt35) http://supercuca.blogspot.com/search/label/desafios%20com%20palitos.

(htt36) http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/problemas/pcriativ.htm

(htt37) http://matematica.over-blog.com/article-desafio-1-39566988.html

(htt38) http://vitorantao.no.sapo.pt/daniel.htm

(htt39) http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm34/sebastiaosilva.htm

(htt40) http://pt.wikipedia.org/wiki/Bento_de_Jesus_Cara%C3%A7a

(htt41) http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm11/matematicos.htm

(htt42) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/bento-jesus-caraca.htm

(htt43) http://recreamat.blogs.sapo.pt/

(htt44) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/pedro-hispano.htm

(htt45) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/romulo-de-carvalho.htm

(htt46) http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/p42.html

(htt47) http://www.vidaslusofonas.pt/sidonio_pais.htm

(htt48) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/bernardino-machado.htm

(htt49) http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/

(htt50) http://www.euniverso.com.br/Psyche/Filosofia/Tales_de_Mileto.htm

(htt51) http://en.wikipedia.org/wiki/Karl_Marx

(htt52) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/albert-einstein.htm

(htt53) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/isaac-newton.htm

(htt54) http://pt.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci

(htt55) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/george-polya.htm

(htt56) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/escher.htm

(htt57) htt://rachacuca.com.br/enigmas/

(htt58) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/carl-friedrich-gauss.htm (htt59) http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm14/Gauss.htm

(htt60) http://pt.wikipedia.org/wiki/August_Ferdinand_M%C3%B6bius

(htt61) http://pt.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes

(htt62) http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm14/Euclid.htm

(htt63) http://pt.wikipedia.org/wiki/Lewis_Carroll

(htt64) http://pt.wikipedia.org/wiki/Dennis_Gabor

(htt65) http://pt.wikipedia.org/wiki/Martin_Gardner

(htt66) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/Tales.htm

(htt67) http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid

(htt 68) http://www.esaas.com/grupos/matematica/estagios/Paginas/Frases.htm

(htt69)http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm

(htt70) http://www.prof2000.pt/users/folhalcino/activmat/frasemat.htm

(htt71) http://br.answers.yahoo.com/question/index?qid=20061120093143AAWrBct

(htt72) http://matematicananet.com/joomla/

(htt73) http://ensinarevt.com/conteudos/estrutura/index.html

(htt74) http://www.educacao.te.pt/jovem/index.jsp?p=115&idArtigo=5067

(htt75)http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_simplefaq&task=display&Itemid=38&catid=62&page=1#FAQ23

(htt76) http://trazoide.com/wiki/index.php?title=Hect%C3%B3gono

(htt77) http://pt.wikipedia.org/wiki/Propor%C3%A7%C3%A3o_%C3%A1urea

(htt78)http://www.google.pt/search?sourceid=navclient&hl=pt-PT&ie=UTF-8&rlz=1T4ADFA_pt-PTPT384PT388&q=tira+de+M%c3%b6bius.

(htt79) http://pt.wikipedia.org/wiki/Deltoide

(htt80) http://rachacuca.com.br/quiz/3559/matematicos-e-a-matematica/

(htt81) http://pt.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein

(htt82) http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/curiosidades.htm

(htt83) http://pt.wikipedia.org/wiki/Pant%C3%B3grafo

(htt84) http://matematicananet.com/ampulhetas.htm

(htt85) http://supercuca.blogspot.com/2010/08/enigma-dos-cometas.html

(htt86) http://br.answers.yahoo.com/question/index?qid=20090817083649AAbiiL4

(www1) www.gamepuzzles.com/martin.htm

ANEXOS

Anexo 1

Pedido de Autorização aos Encarregados de Educação

Exm.º (a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação

Na qualidade de mestranda do Curso de Mestrado em Matemática para o Ensino da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Évora e tendo como objetivo a realização um estudo no âmbito das práticas de ensino recreativo na aprendizagem da Matemática por alunos com deficiências visuais, venho, por este meio, solicitar a autorização de V. Ex.ª para a participação do seu educando(a), na realização deste estudo.

Trata-se da utilização de um jogo didático, que visa a integração de alunos com deficiências visuais em turmas de alunos normovisuais e que abarca a utilização de alguns materiais didáticos e manipuláveis, suscetíveis de utilização por parte de qualquer aluno e adaptados à aprendizagem da Matemática de uma forma lúdica.

Este estudo, previamente aprovado pelo Ministério da Educação, terá lugar em Escolas de Referência a Cegos e Alunos com Baixa Visão, cujos (as) Srs.(as) Diretores(as), amavelmente concederam a sua autorização.

Todo o processo passará pelo conhecimento do(a) professor(a) da disciplina em causa e/ou professor(a) de Ensino Especial, os quais poderão supervisionar a sua aplicação.

Agradeço a colaboração de V. Ex.ª, no sentido de permitir a participação do seu educando nesta investigação, solicitando o preenchimento e assinatura da declaração anexa.

Atenciosamente

____

(Maria do Rosário do Espírito Santo)

✂---

Declaro que autorizo o aluno ____
nº ____ da turma _____ do _____ ano, da Escola __________________________________
a participar no estudo conduzido pela professora Rosário Espírito Santo, no âmbito da aprendizagem da Matemática por parte de alunos com deficiências da visão.

_____ / _____ / _____

Assinatura: ____

Anexo 2

Questionário/Guião de Entrevista

Questionário:

Nome:_____________________________________ Idade _____ Ano de escolaridade _____

1. Relativamente à disciplina de Matemática:

   1.1. Como é a tua relação com a disciplina de Matemática?

   1.2. Qual a classificação (nota de final de período) que costumas ter na disciplina de Matemática? Porquê?

   1.3. Qual é ou quais são os conteúdos matemáticos onde sentes maiores dificuldades? Porquê?

2. Relativamente ao jogo MAGIC MAT:

   2.1. Achas que é útil a existência de um diretor de jogo? Porquê?

   2.2. Achas que o do diretor de jogo é muito beneficiado em relação aos outros jogadores? Justifica a tua resposta.

   2.3. Para ti, quem tem mais vantagens: o diretor de jogo ou o jogador com a 2ª melhor pontuação? Porquê?

   2.4. Qual o tipo de perguntas que mais gostaste de responder no jogo? Porquê?

   2.5. Qual o teu tema preferido no jogo? Porquê?

   2.6. Se pudesses retirar alguns dos temas deste jogos, quais escolherias? Porquê?

   2.7. De uma forma global, achaste as perguntas fáceis ou difíceis?

   2.8. Quais as perguntas que achaste mais complicadas? Porquê?

   2.9. O que aprendeste de novo com o jogo?

2.10. Quais as perguntas que te criaram situações de maior aprendizagem? Justifica a tua resposta.

2.11. Houve algum ou alguns conceitos de Matemática que para ti tivessem ficado melhor esclarecidos após este jogo? Se sim, quais e porquê?

2.12. Fazem parte do jogo 6 temas. Achas este número adequado, ou deveria ter menos ou mais temas? Porquê?

2.13. Para ti, jogar é importante? Justifica a resposta.

2.14. Que outros géneros de jogos poderão ser relevantes no ensino da Matemática? Justifica.

2.15. O que modificarias neste jogo?

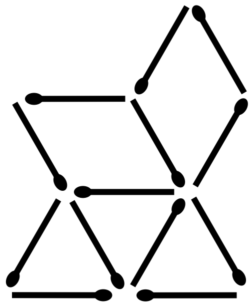
2.16. Achas que os materiais estavam todos bem adaptados a alunos com problemas de visão? Porquê?

2.17. Que outro tipo de materiais sugeres que sejam usados no jogo?

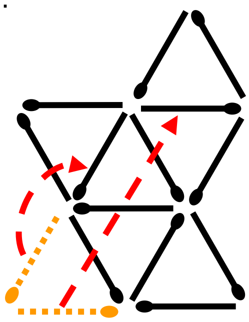
Anexo 3

Figuras Com Fósforos

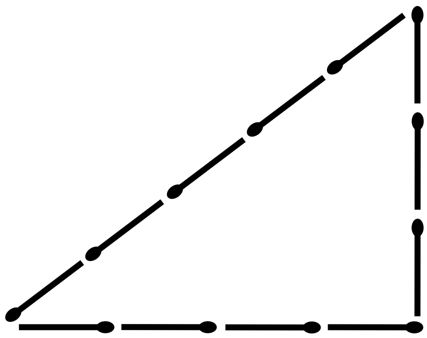
1- Movendo apenas 2 fósforos, obtém 6 triângulos iguais aos já existentes na figura (htt31).



Resposta: Por exemplo: *



2- Movendo 3 fósforos, reduz a área da figura para 2/3 da inicial (htt31)

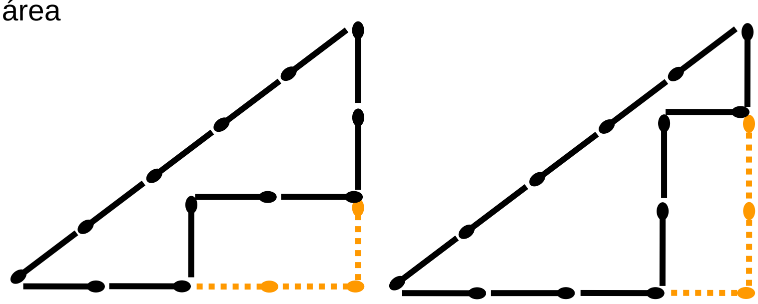


Resposta: (duas soluções)

Verificação:
Vamos ter que retirar um terço da área para ficar com dois terços.

Área inicial: $\dfrac{4 \times 3}{2} = 6$

Vamos retirar: $\dfrac{1}{3} \times 6 = 2$

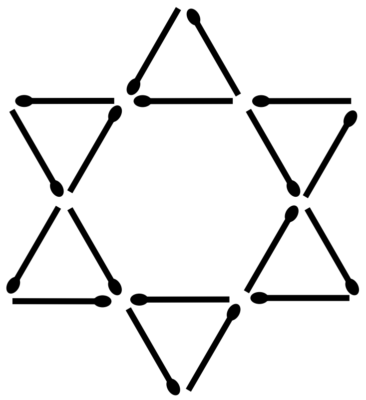


Retiramos então 2 quadrados de área.

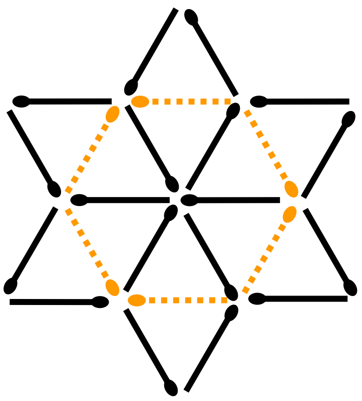
---

* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

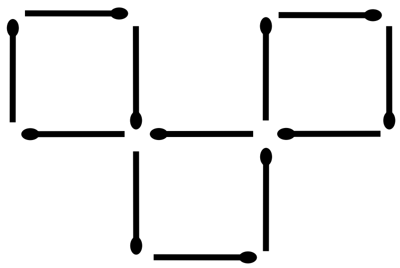
3- Movendo 6 fósforos, obtém 6 losangos iguais (htt31).



Resposta: Por exemplo: *

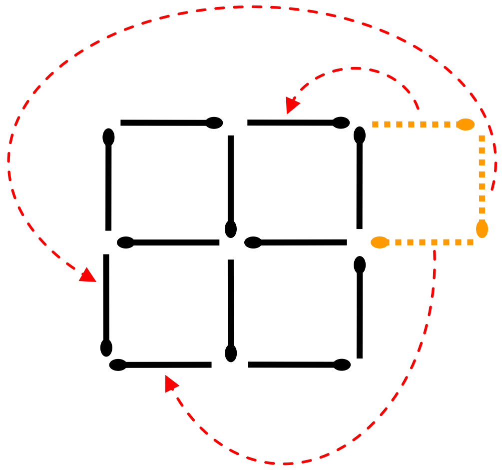


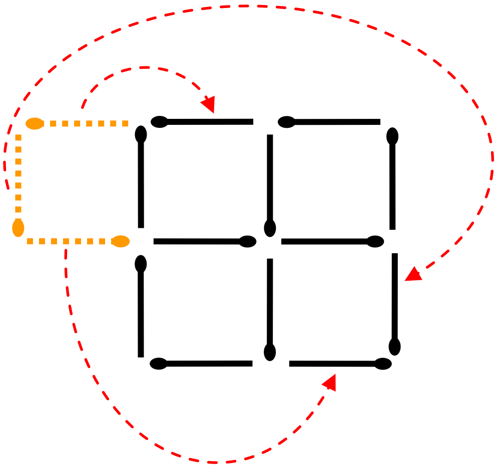
4- Movendo apenas 3 fósforos, constrói 5 quadrados (APM, 2002).



Resposta: Por exemplo:

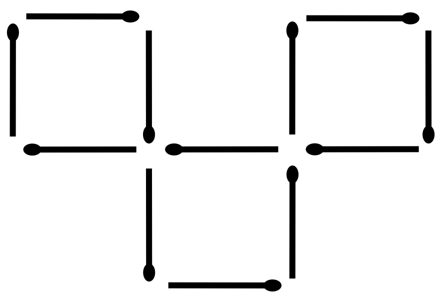
(4 quadrados pequenos e um grande)



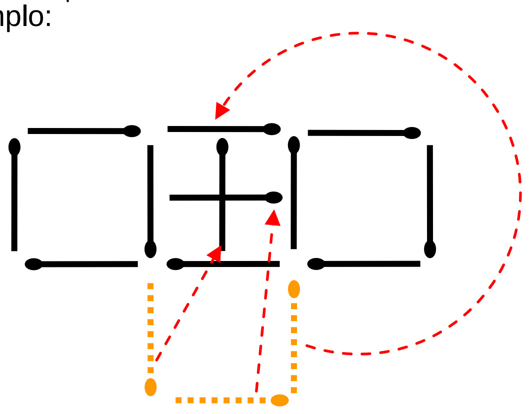


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

5- Movendo apenas 3 fósforos, constrói 7 quadrados (APM, 2002).

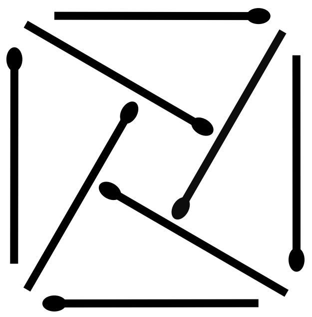


Resposta: Por exemplo: *



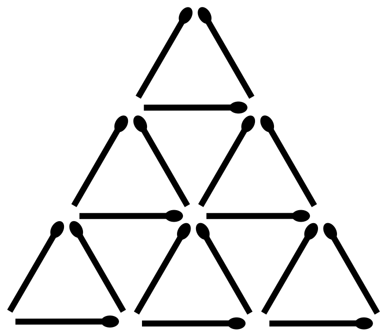
6- Dispõe 8 fósforos de modo a formar exatamente 2 quadrados e 4 triângulos retângulos. (Wells, 1999)

Resposta:

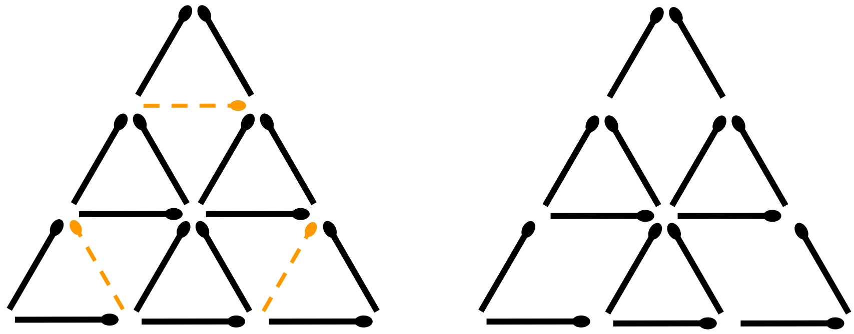


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

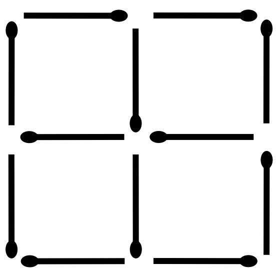
7- Como podemos obter 7 triângulos, retirando apenas 3 fósforos? (Wells, 1999)



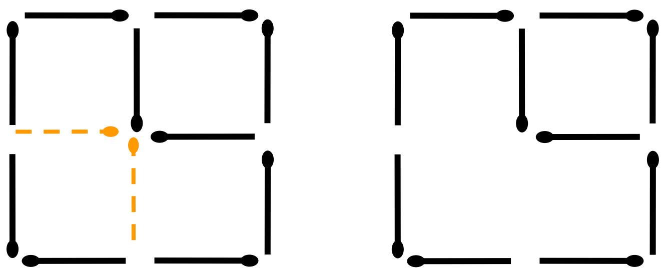
Resposta: Por exemplo: *



8- Retira 2 fósforos deixando 2 quadrados (Rino, 2004).

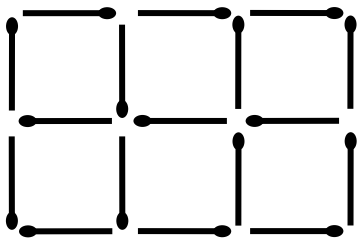


Resposta: Por exemplo: *

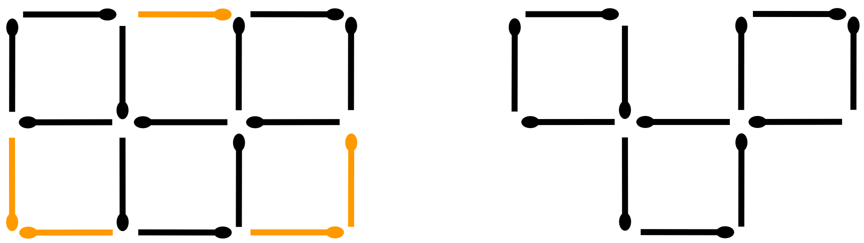


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

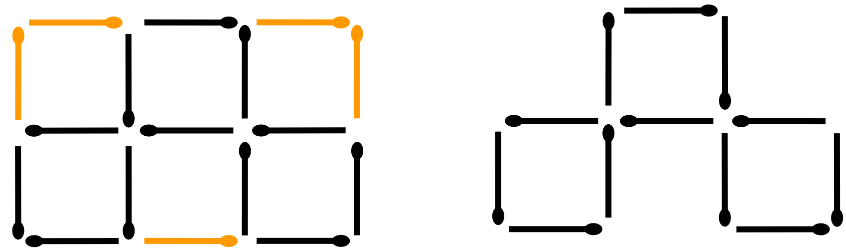
9- Retira 5 fósforos deixando 3 quadrados com a mesma área (Rino, 2004).



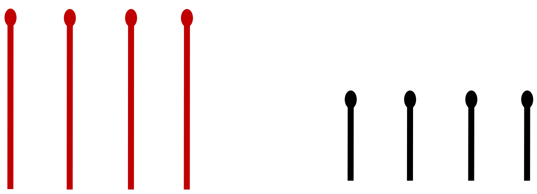
Resposta:



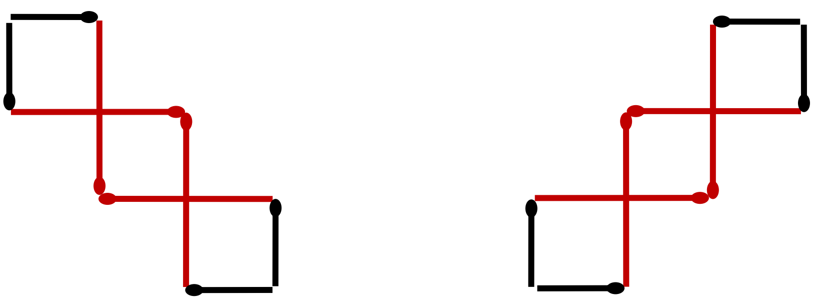
ou



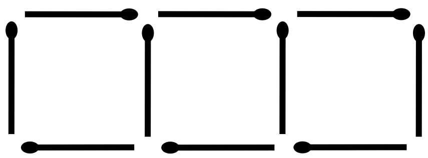
10- Pega em 8 fósforos, 4 dos quais têm metade do comprimento dos outros 4. Usando-os todos, constrói apenas 3 quadrados iguais (Kordemsky, 1992).



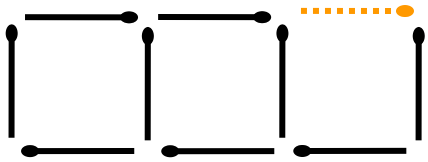
Resposta:



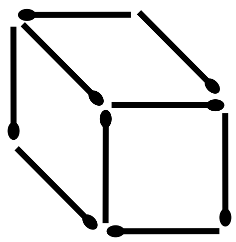
11- Forma 3 quadrados com 10 fósforos. Remove 1 fósforo e usa os restantes para formar 1 quadrado e 2 losangos (Kordemsky, 1992).



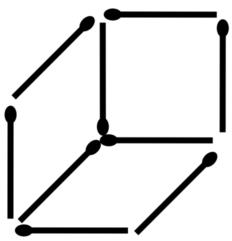
Removendo 1:



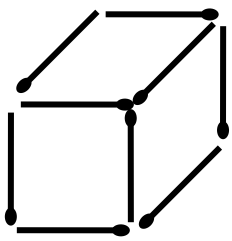
Resposta:



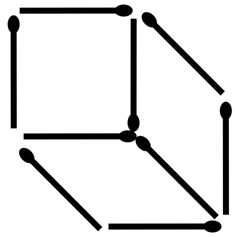
ou



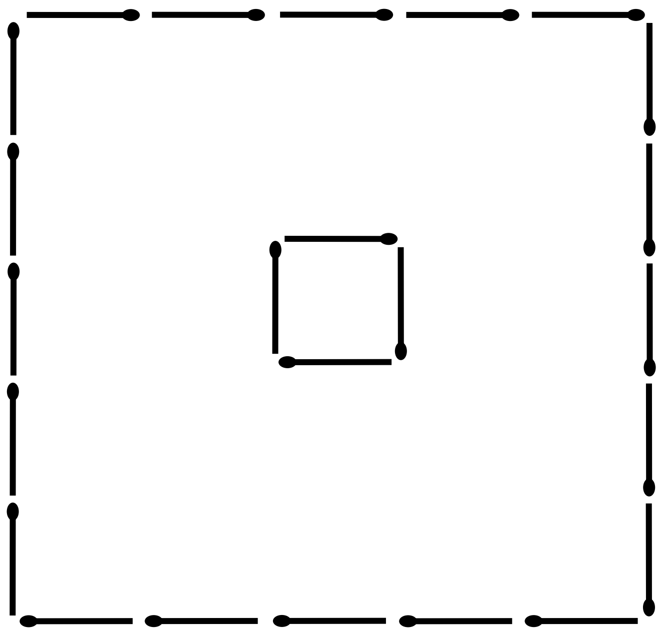
ou



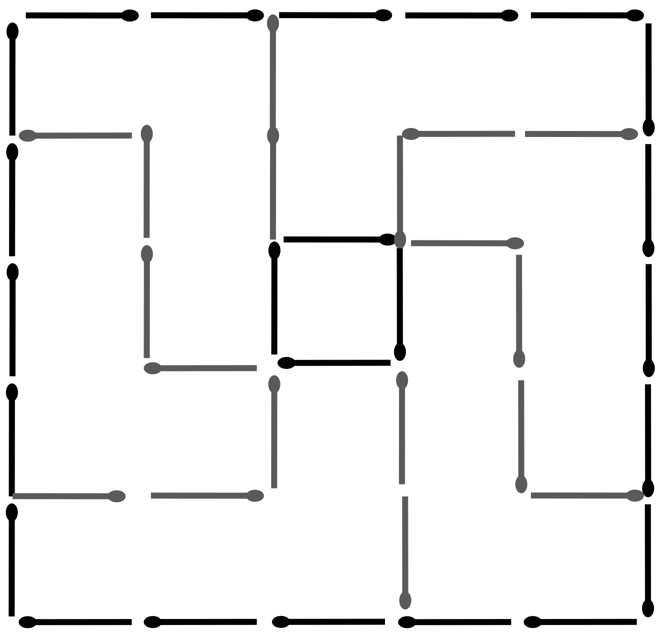
ou



12- Temos um jardim, formado com 20 fósforos, no centro do qual está um quadrado. Usando mais 18 fósforos, divide o jardim em 6 partes de igual forma e tamanho (Kordemsky, 1992).

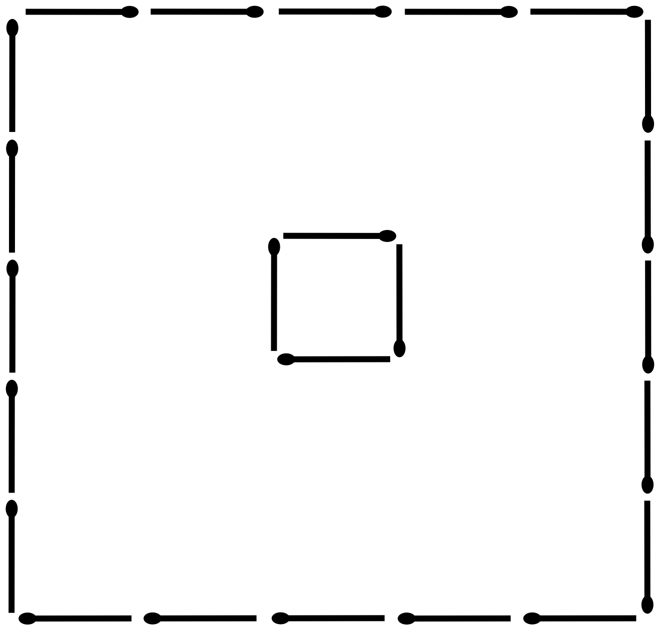


Resposta: Por exemplo: *

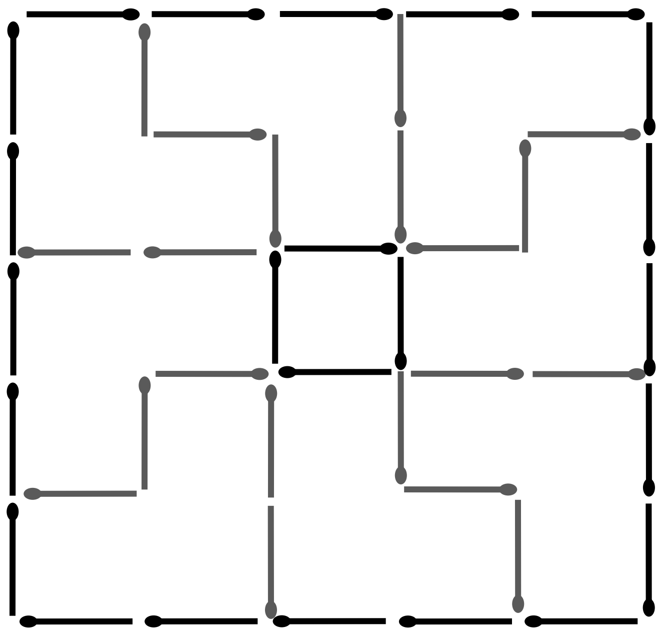


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

13- Temos um jardim, formado com 20 fósforos, no centro do qual está um quadrado. Usando mais 20 fósforos divide o jardim em 8 partes de igual forma e tamanho (Kordemsky, 1992).

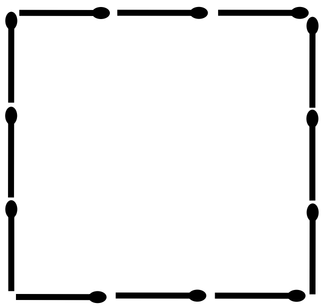


Resposta: Por exemplo: *

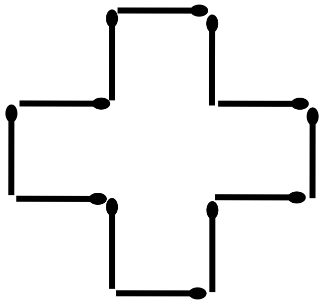


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

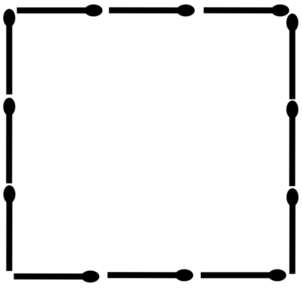
14- A figura mostra um quadrado construído com 12 fósforos com área igual a 9 quadrados. Com os mesmos 12 fósforos és capaz de formar um polígono com área igual a 5 quadrados? (Gardner, 1994)



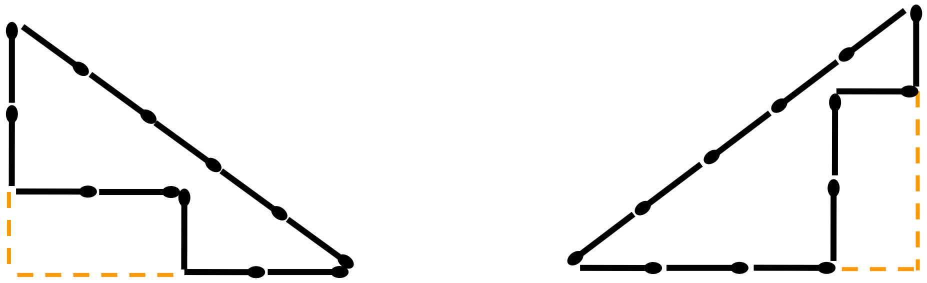
Resposta: Por exemplo: *



15- A figura mostra um quadrado construído com 12 fósforos com área igual a 9 quadrados. Com os mesmos 12 fósforos és capaz de formar um polígono com área igual a 4 quadrados? (Kordemsky, 1992)

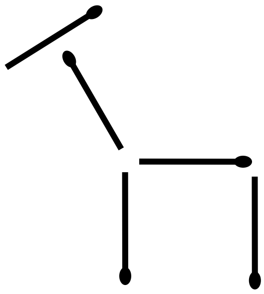


Resposta:

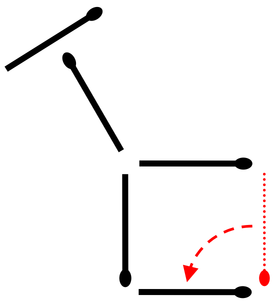


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

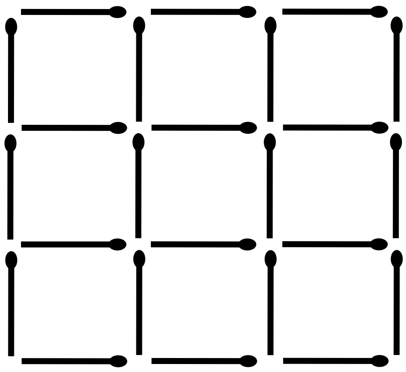
16- Move apenas um fósforo para mudar a orientação da girafa (Gardner, 2006).



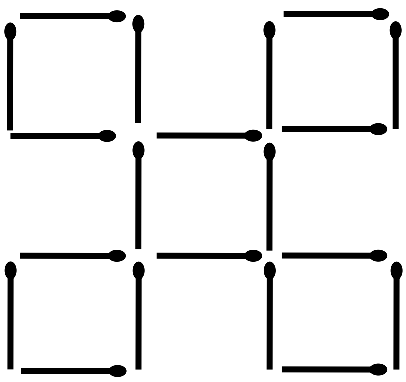
Resposta:



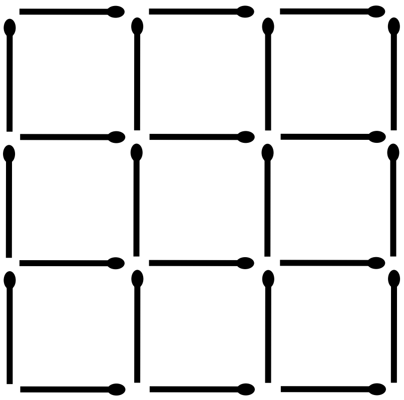
17- Retira apenas 4 fósforos e deixa exatamente 5 quadrados, todos iguais (Bolt, 1987).



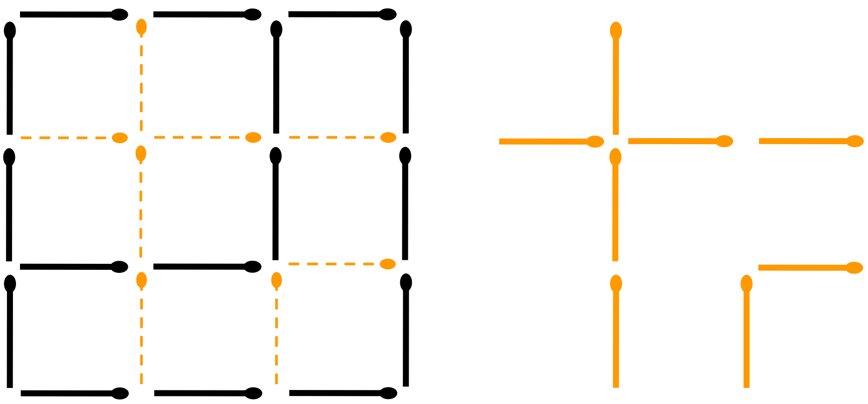
Resposta:

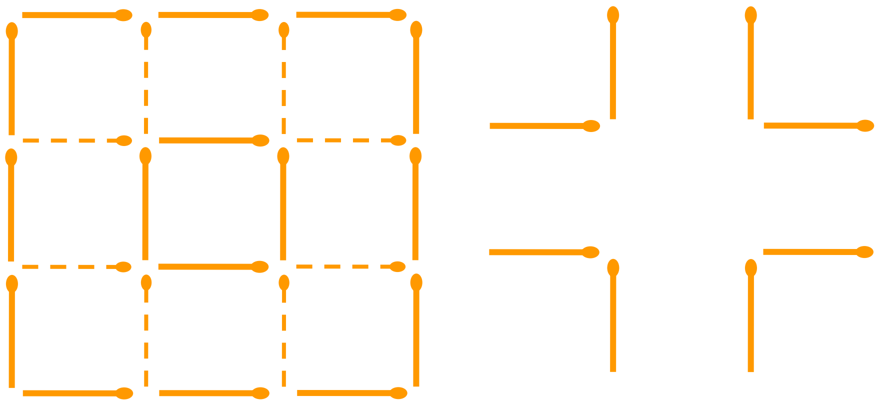


18- Qual é o menor número de fósforos que podes retirar para deixar exatamente 2 quadrados? (Bolt, 1987)

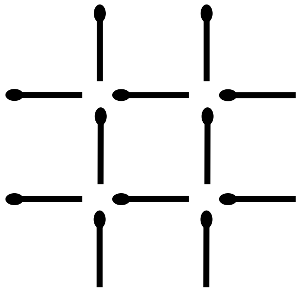


Resposta: 8 fósforos

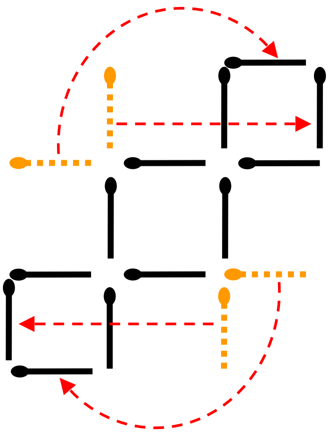


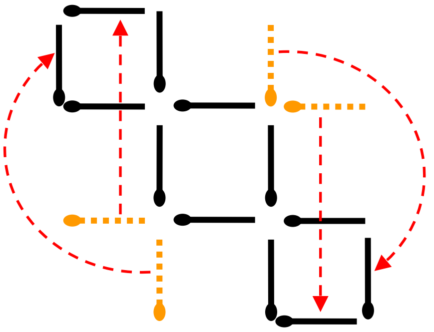


19- Move apenas 4 fósforos para formar 3 quadrados iguais (Bolt, 1987).

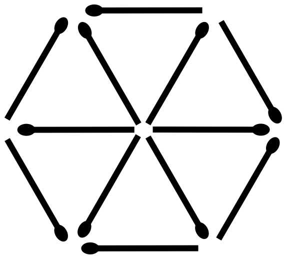


Resposta:

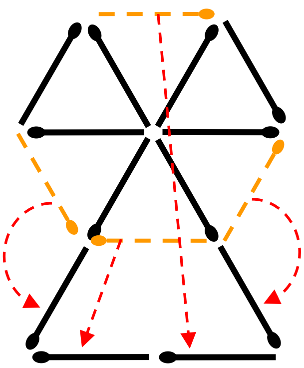


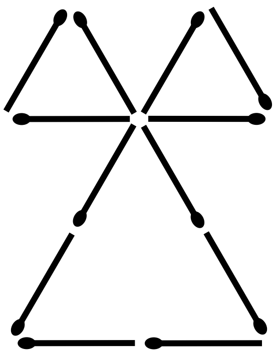


20- Movendo apenas 4 fósforos obtém uma figura formada por 3 triângulos equiláteros. (Bolt, 1996)



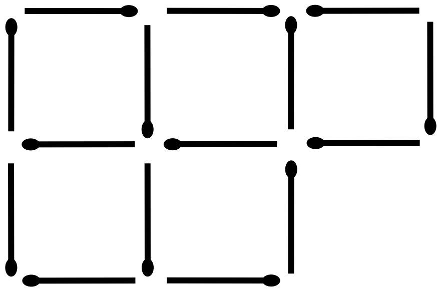
Resposta: Por exemplo: *



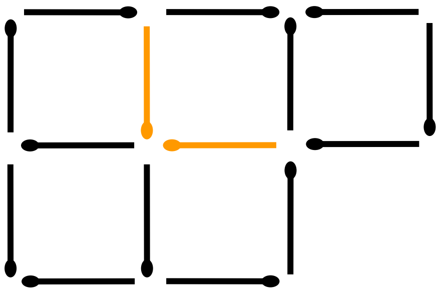


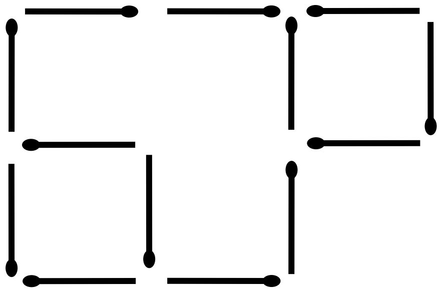
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

21- Remove 2 fósforos para deixar apenas 3 quadrados. Os quadrados podem ser de tamanhos diferentes (Bolt, 1982).

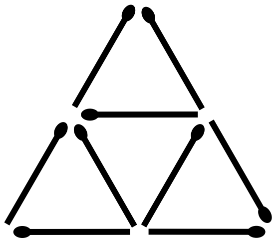


21. Resposta: Por exemplo: *

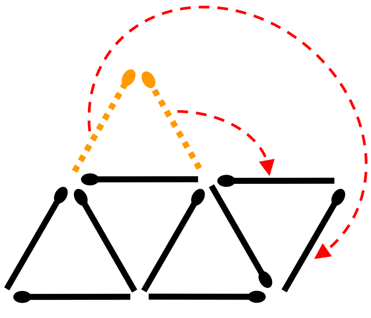


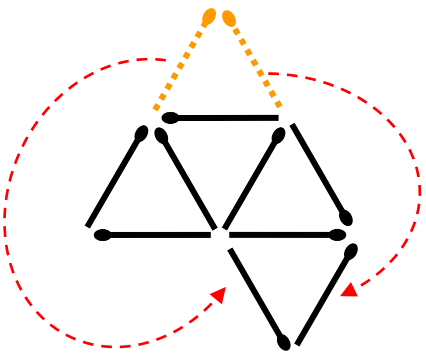


22- Com 9 fósforos formaram-se 5 triângulos equiláteros. Move 2 fósforos de modo a formar 4 triângulos iguais (Bolt, 1982).



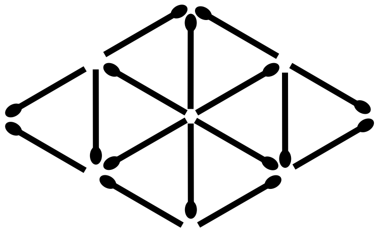
Resposta:



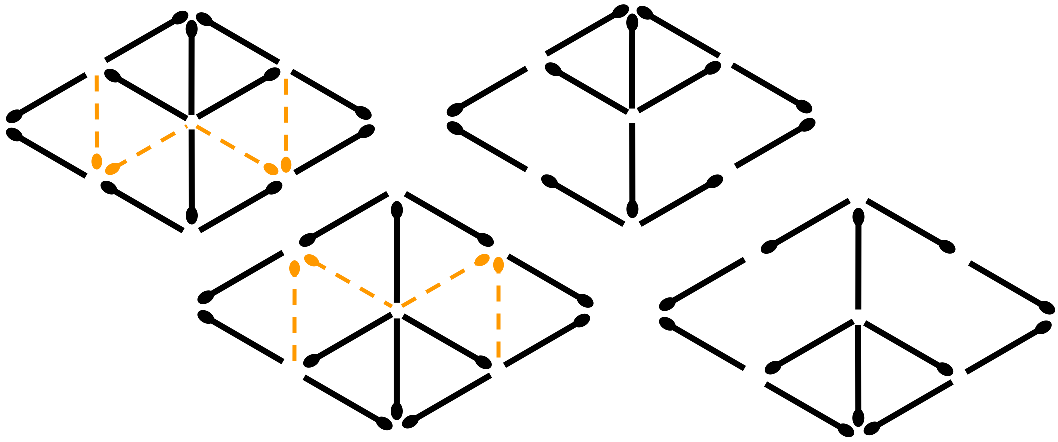


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

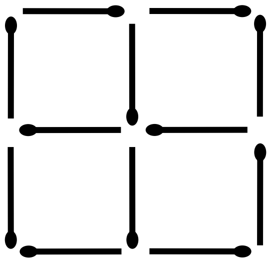
23- Retira 4 fósforos de modo a ficares apenas com 4 triângulos (Bolt, 1985).



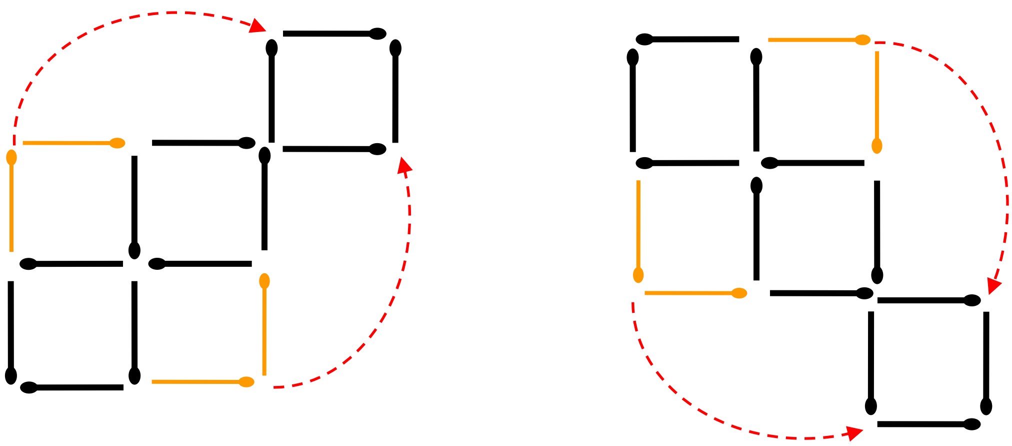
Resposta:



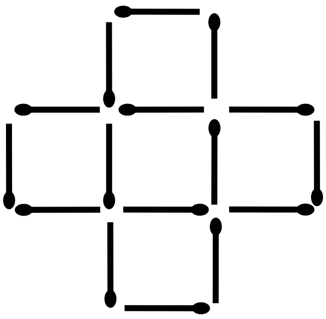
24- Move 4 fósforos e obtém exactamente 3 quadrados (Bolt, 1993).



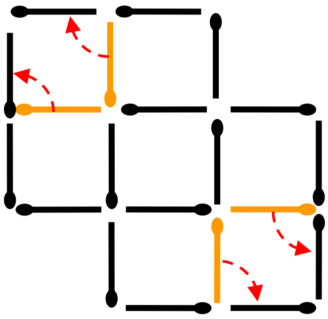
Resposta:

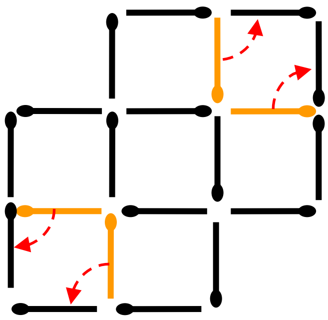


25- Move 4 fósforos, de modo a obteres exatamente 3 quadrados (Bolt, 1993).

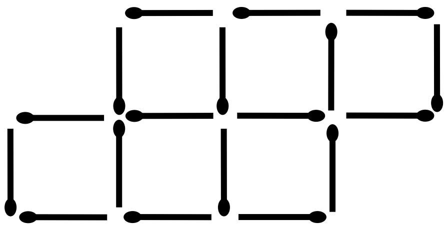


Resposta:

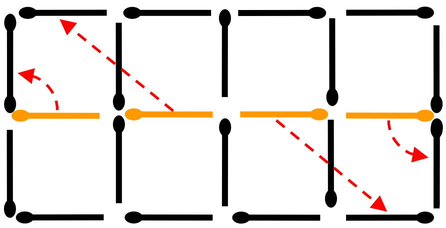


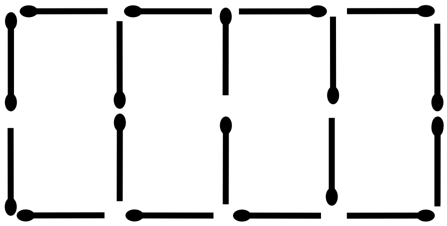


26- Move 4 fósforos de modo a obteres exactamente 3 quadrados (Bolt, 1993).

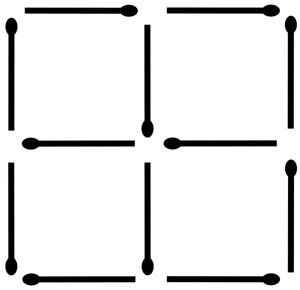


Resposta:

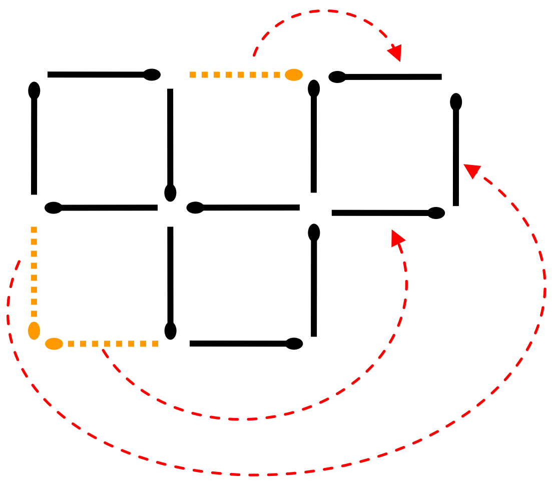


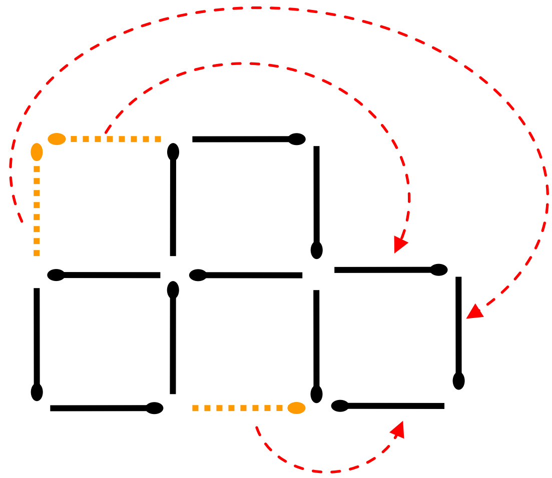


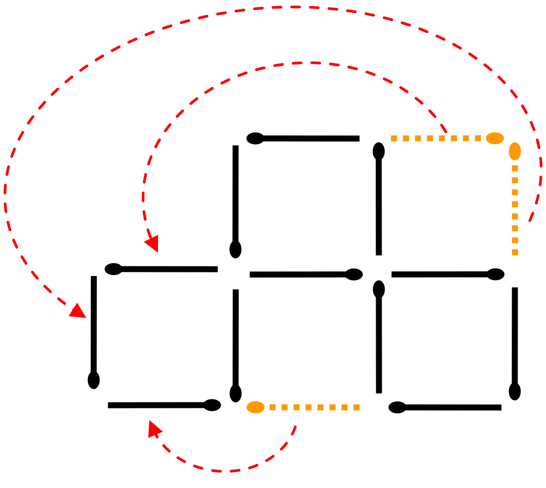
27- Muda a posição de 3 fósforos e obtém exatamente 3 quadrados iguais (Bolt, 1992).

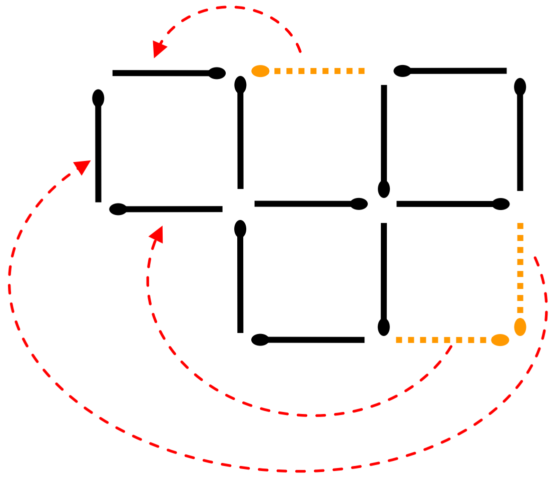


Resposta:

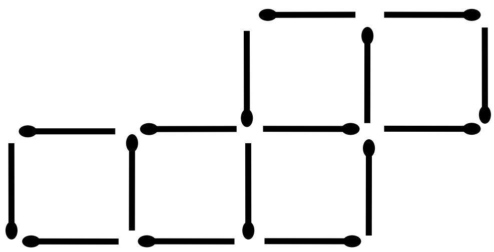




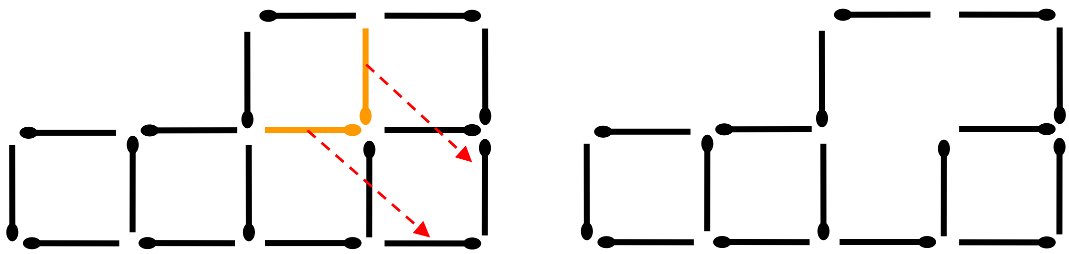




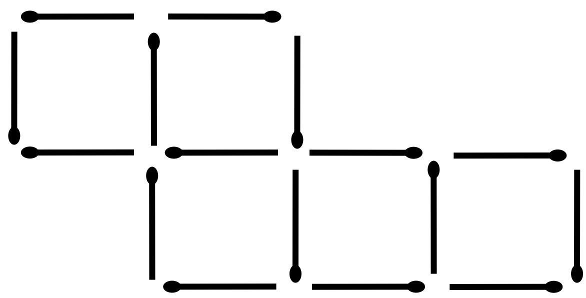
28- Muda a posição de 2 fósforos e obtém exatamente 4 quadrados (Bolt, 1992).



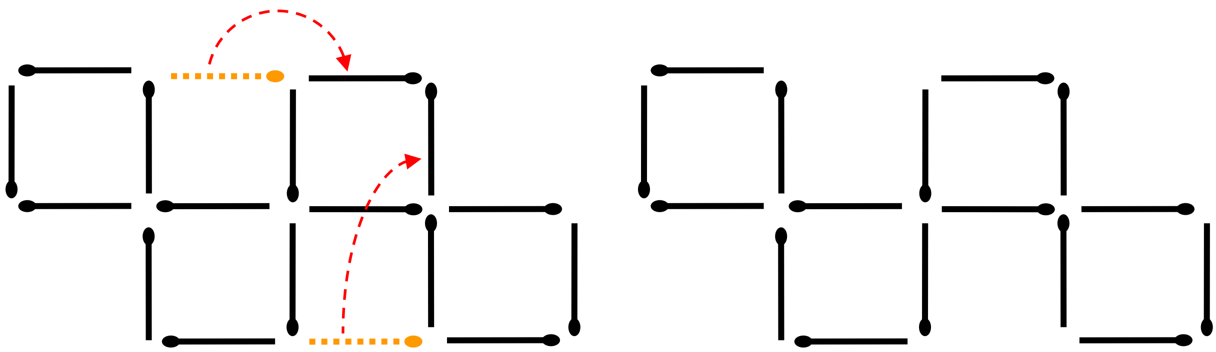
Resposta: Por exemplo: *



29- Muda a posição de 2 fósforos, para transformar a figura em 4 quadrados de lado igual ao comprimento de um fósforo (Genkin e Fomin, 1996).



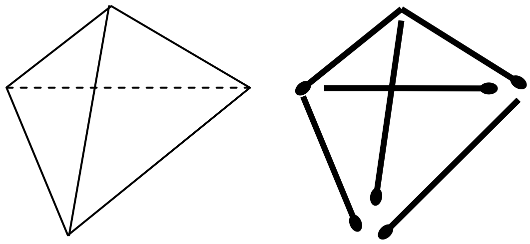
Resposta:



* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

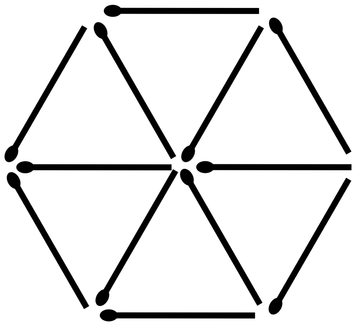
30- Como é possível formar 4 triângulos equiláteros com 6 fósforos de igual tamanho? (htt6)

Resposta: Colocando-os na posição das arestas de um tetraedro.

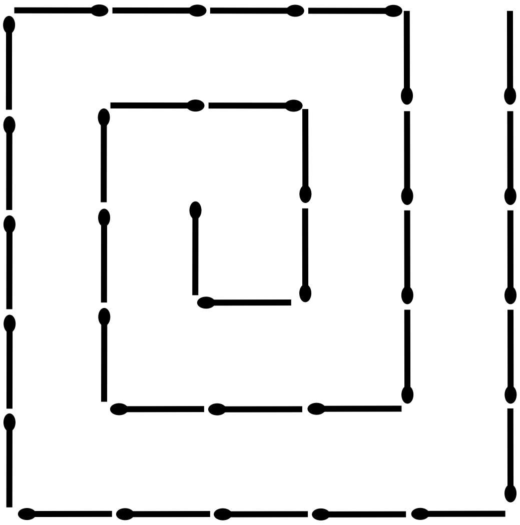


31- Constrói uma figura constituída por 6 partes iguais, com apenas 12 fósforos. (htt6)

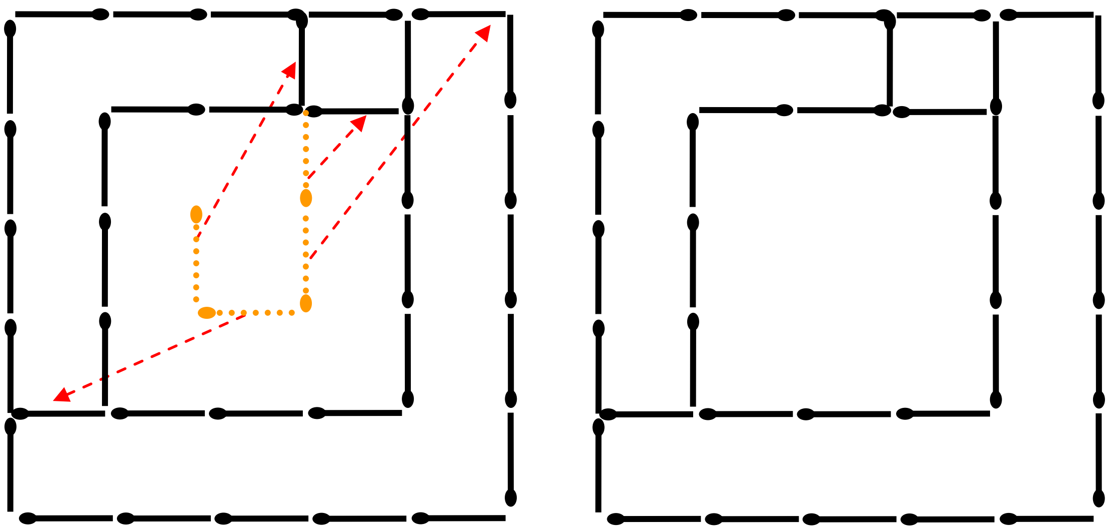
Resposta:



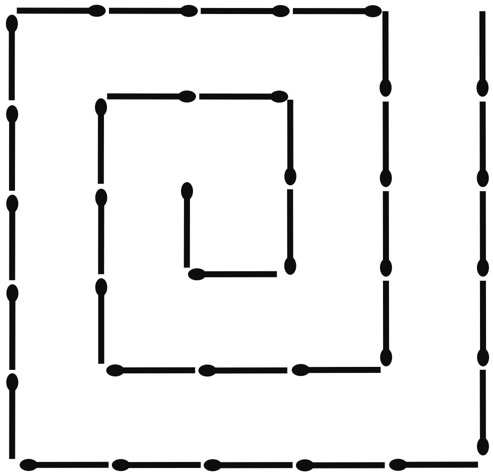
32- Move 4 fósforos e forma 4 quadrados de tamanhos diferentes (htt6).



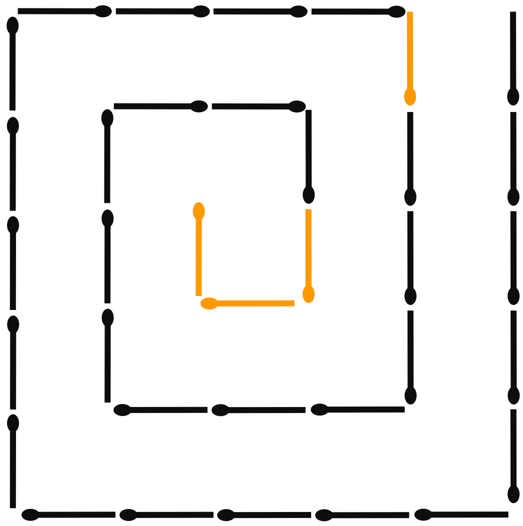
Resposta:

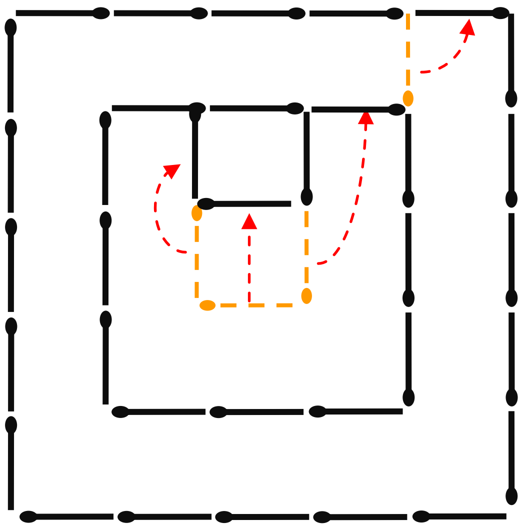


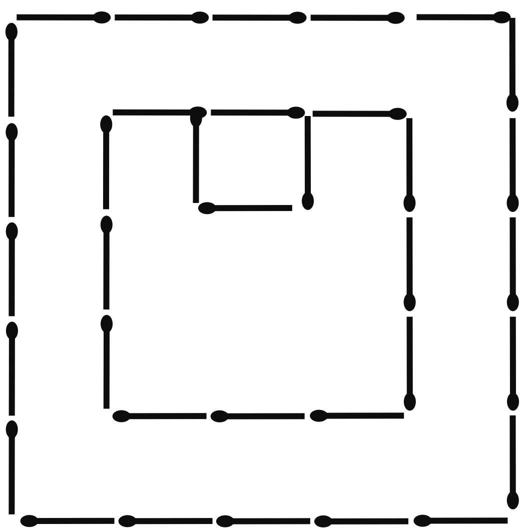
33- Move 4 fósforos e forma 3 quadrados de tamanhos diferentes. (htt6)



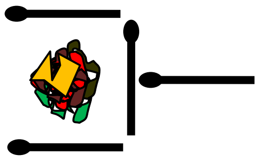
Resposta: Vamos movimentar os fósforos que assinalamos a amarelo.



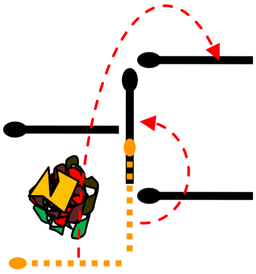




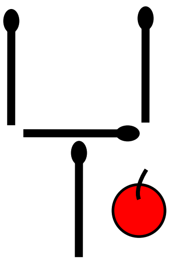
34- Consegues tirar o lixo de dentro da pá movendo apenas dois fósforos? (htt6)



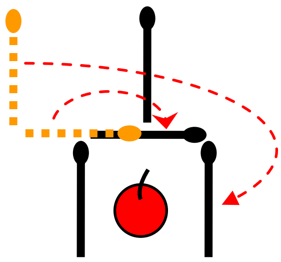
Resposta:



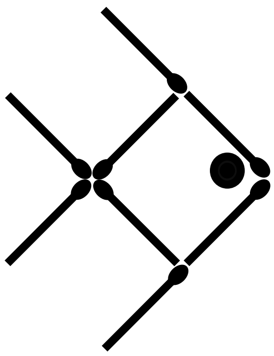
35- O diagrama representa um copo de aperitivo constituído por fósforos e uma ginja. Movendo apenas dois fósforos coloca a ginja dentro do copo (Wells, 1999).



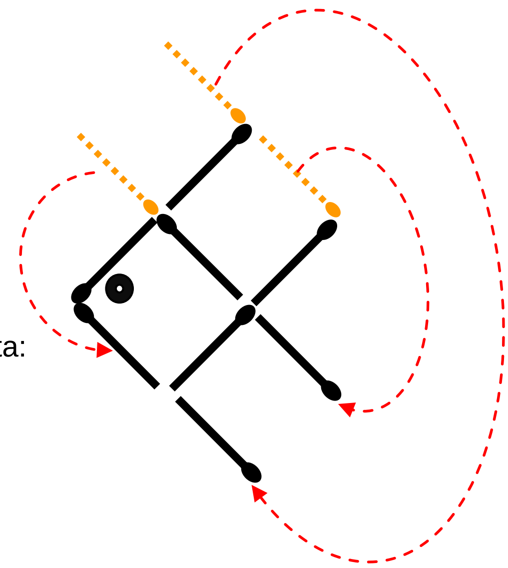
Resposta:



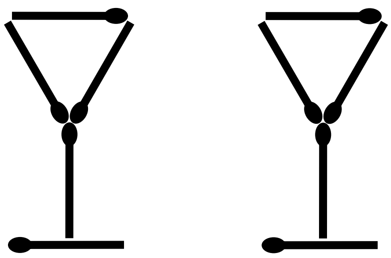
36- Muda a posição de 3 fósforos e do botão para o peixe nadar em sentido contrário (htt32).



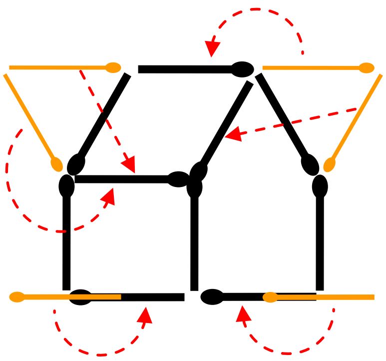
Resposta:



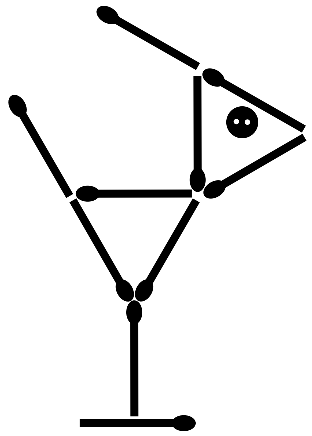
37- Transforma as 2 taças numa casa, movendo apenas 6 fósforos (htt32).



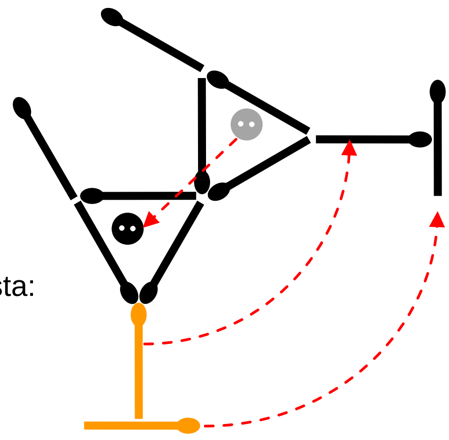
Resposta:



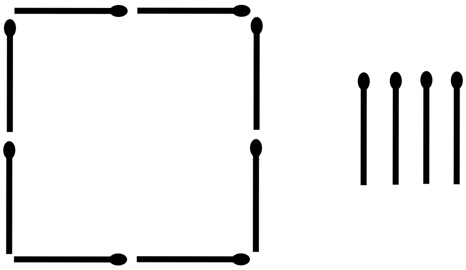
38- Ajuda o pássaro a olhar noutra direção. Move apenas 2 fósforos e o botão (htt32).



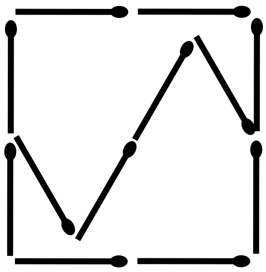
Resposta:



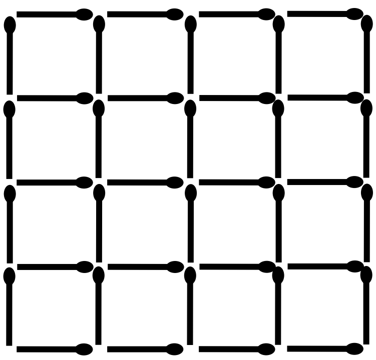
39- Com 4 fósforos adicionais, divide este quadrado em 2 figuras com a mesma forma e a mesma área. (htt32)



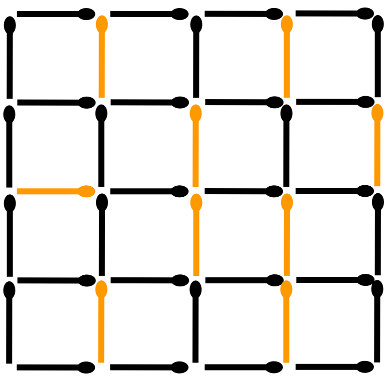
Resposta:

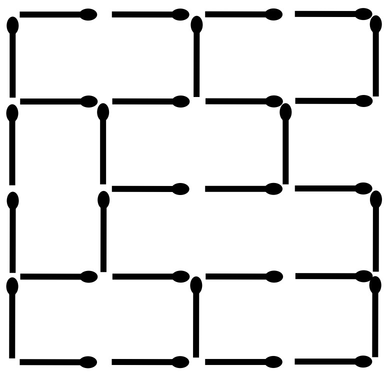


40- Remove 9 fósforos de modo a que não sobre um quadrado sequer (htt32).

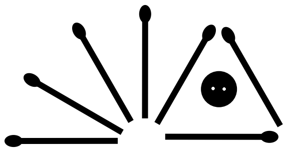


Resposta:



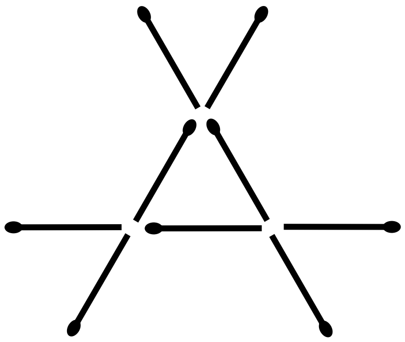


41- Põe o ouriço a correr noutra direção movendo apenas 2 fósforos e o botão (htt32).

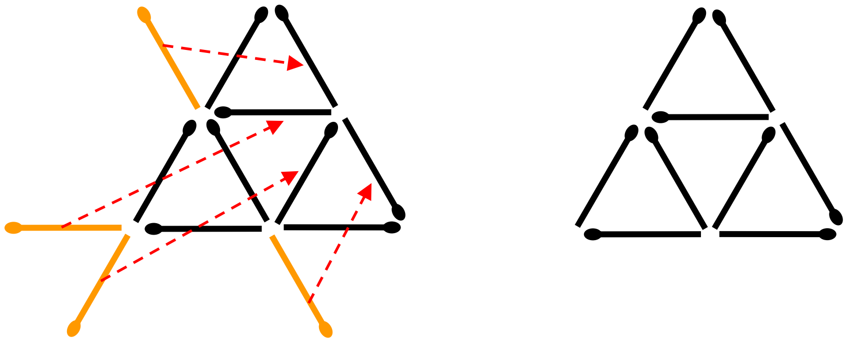


Resposta:

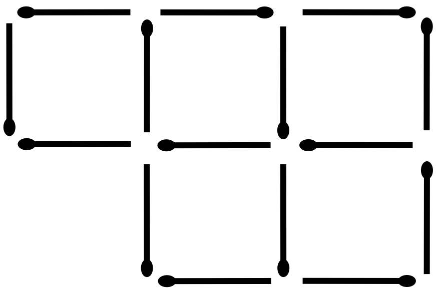
42- Move 4 fósforos para formar 5 triângulos equiláteros (htt33).



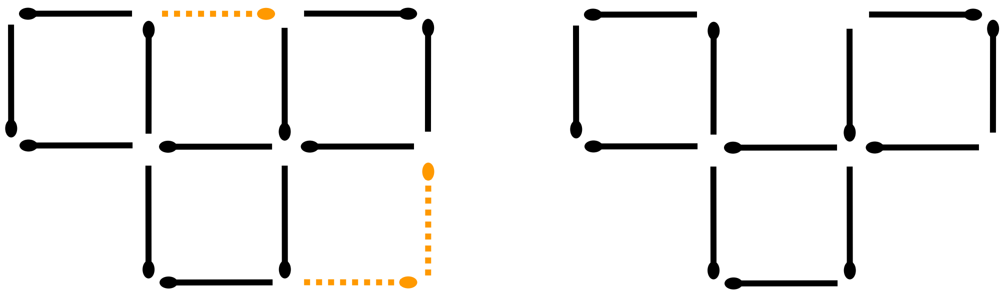
Resposta:



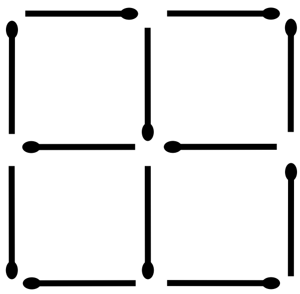
43- Retira 3 fósforos para deixar apenas 3 quadrados iguais (htt33).



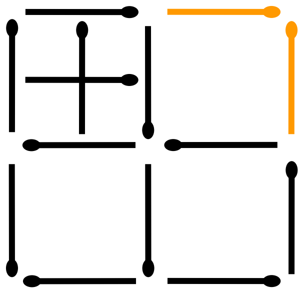
Resposta:



44- Muda a posição de 2 fósforos para obter 7 quadrados sendo 3 maiores e 4 mais pequenos. (htt33)

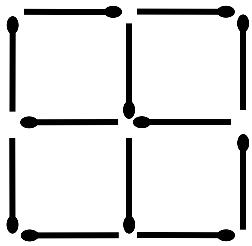


Resposta: Por exemplo: *

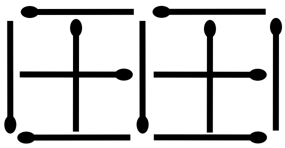


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

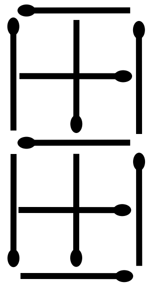
45- Remove 1 fósforo e muda a posição de 4 para obteres 11 quadrados (htt33).



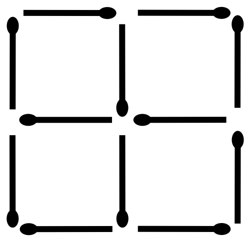
Resposta:



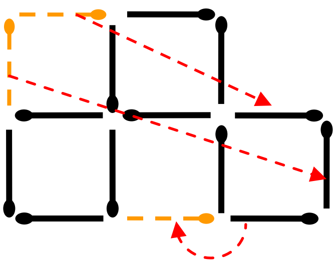
ou

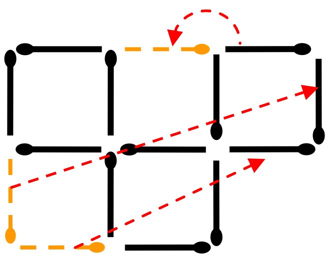


46- Move 3 fósforos e deixa 3 quadrados iguais (htt33).

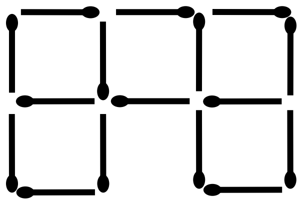


Resposta:

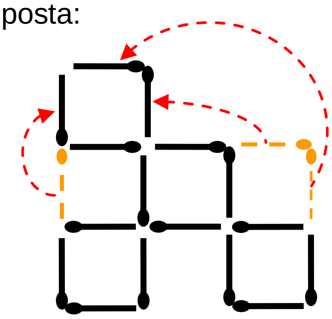


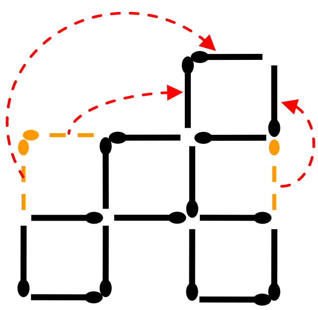


47- Move 3 fósforos para formar apenas 4 quadrados iguais (htt33).

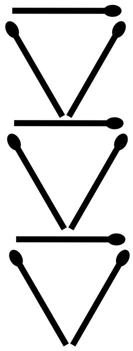


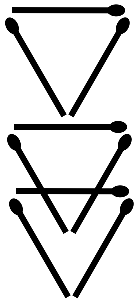
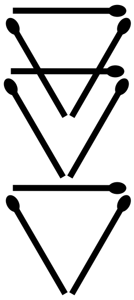
Resposta:



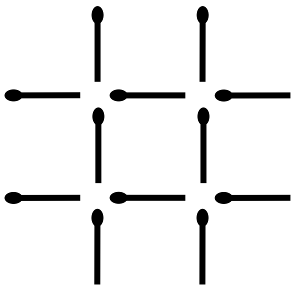


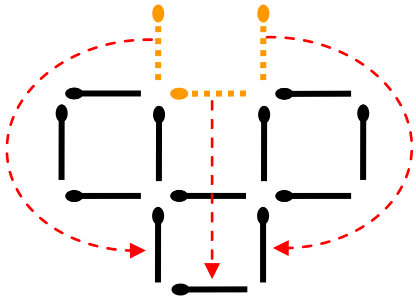
48- Move 3 fósforos para formar 4 triângulos equiláteros, não obrigatoriamente iguais (htt33).



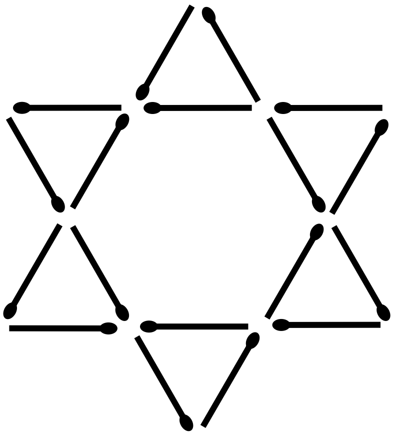
Resposta:  ou 

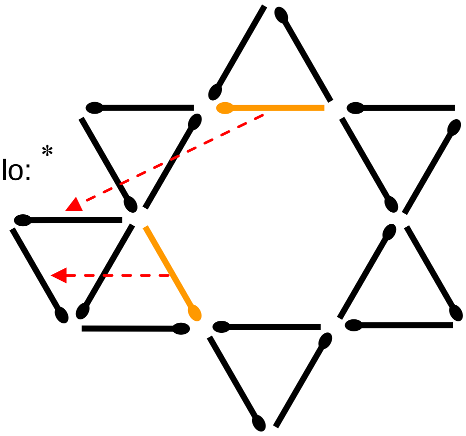
49- Movendo apenas 3 fósforos obtém 3 quadrados iguais (htt34).



Resposta: Por exemplo: * 

50- A figura tem 6 triângulos pequenos e 2 grandes. Desloca 2 fósforos de modo a ficarem apenas 6 triângulos (htt34).

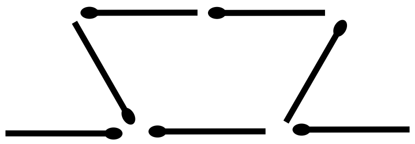


Resposta: Por exemplo: * 

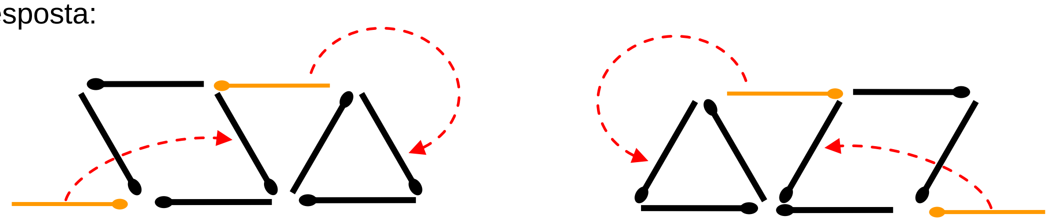
---

* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

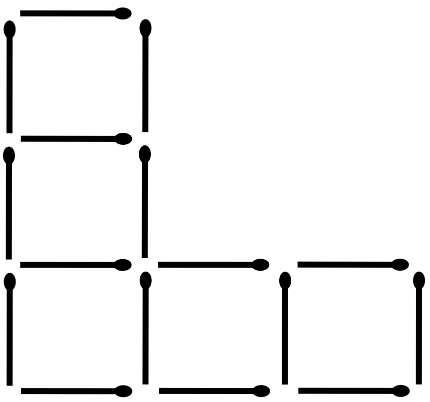
51- Obtém 1 losango e 1 triângulo trocando apenas 2 fósforos de lugar (htt34).



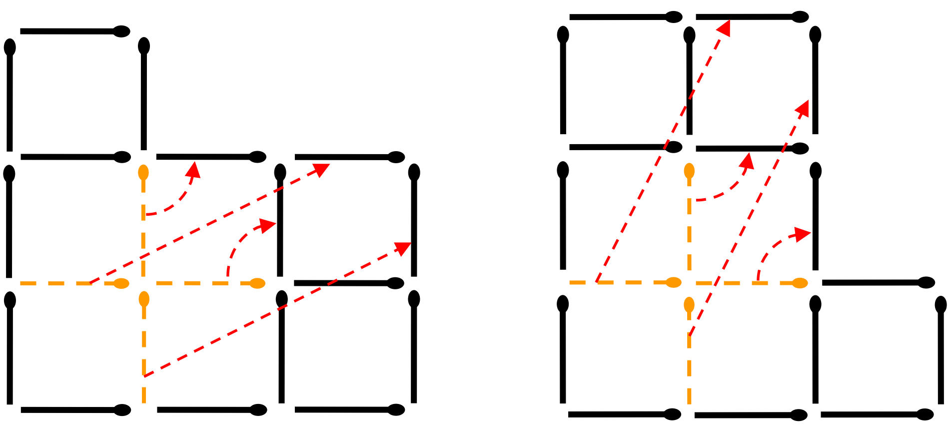
Resposta:



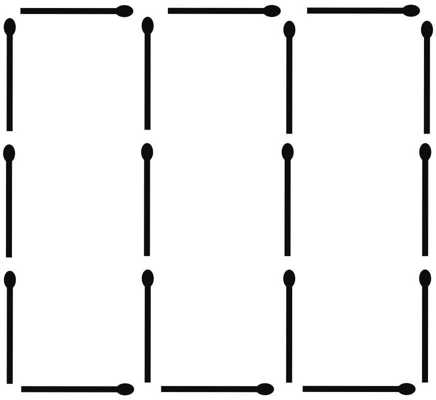
52- O **L** pode ser transformado em 4 quadrados deslocando 4 fósforos. Como? (htt34)



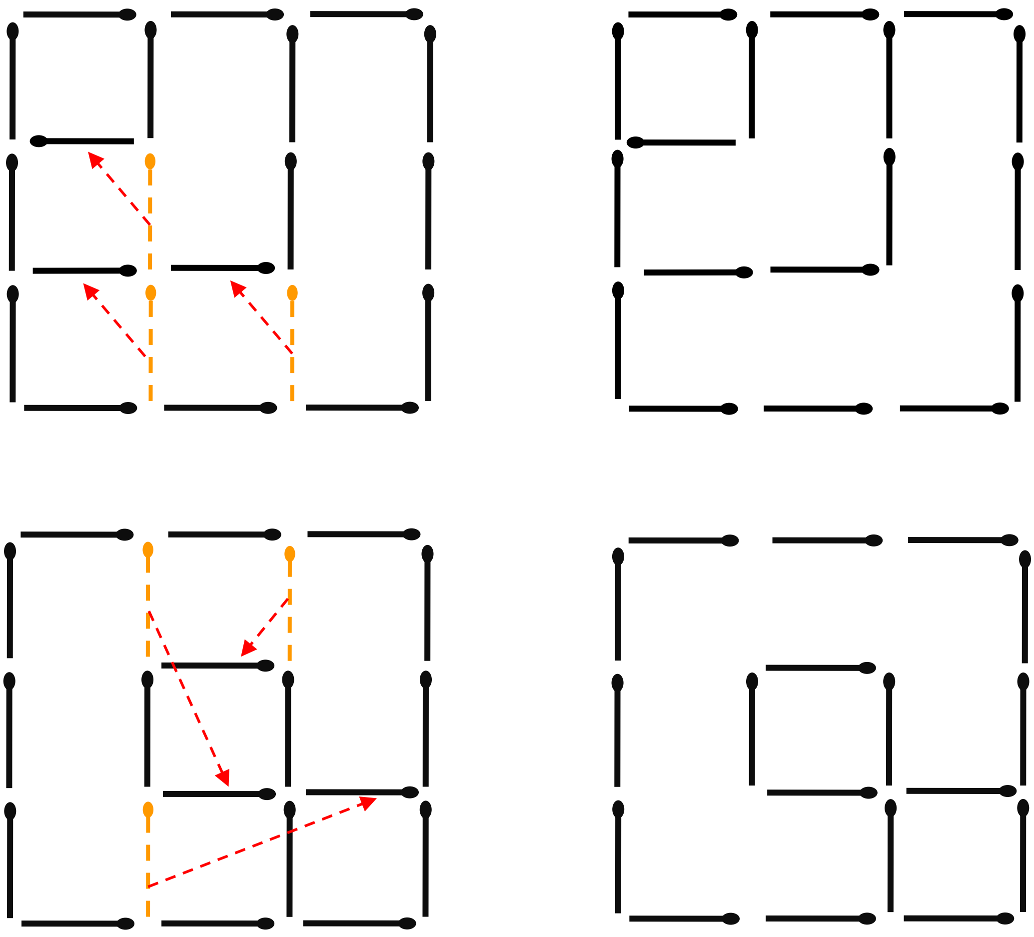
Resposta:



53- Como é que podemos transformar esta figura em exatamente 3 quadrados, movendo apenas 3 fósforos? (htt34).

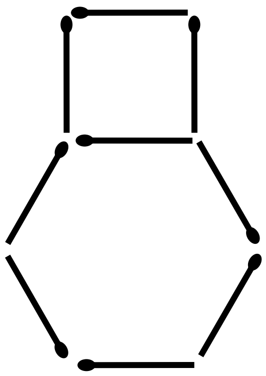


Resposta: Por exemplo: *

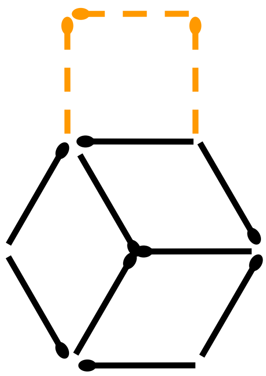


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

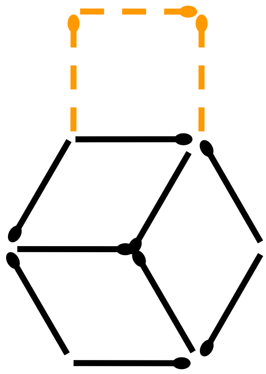
54- Esta figura pode ser transformada num cubo mexendo três fósforos (htt34).



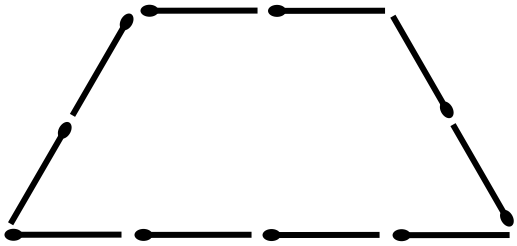
Resposta:



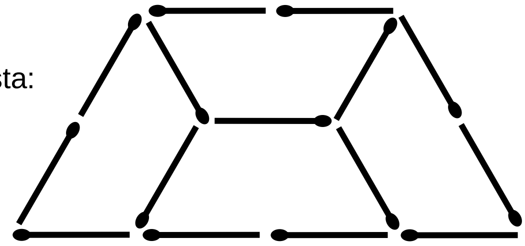
ou



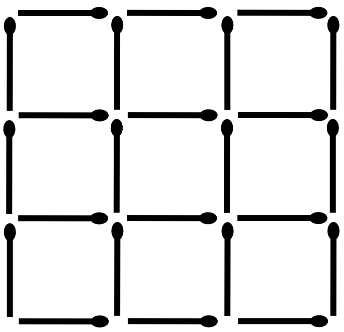
55- Dividir a figura em 4 partes geometricamente iguais, usando apenas mais 5 fósforos (htt34).



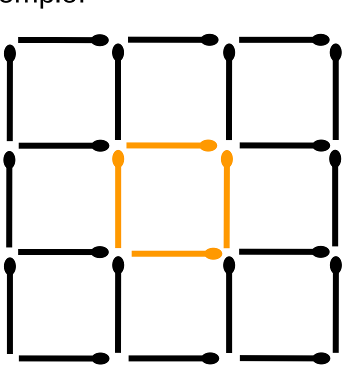
Resposta:

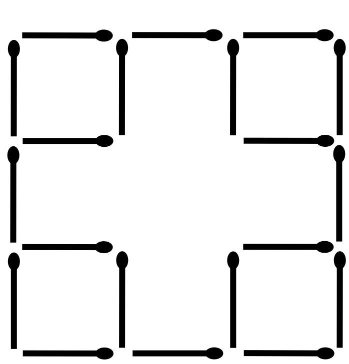


56- Retira apenas 4 fósforos e obtém 5 quadrados, sendo 4 iguais e um diferente. (Menezes e outros, 2007)



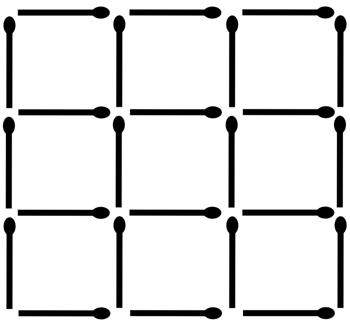
Por exemplo: *



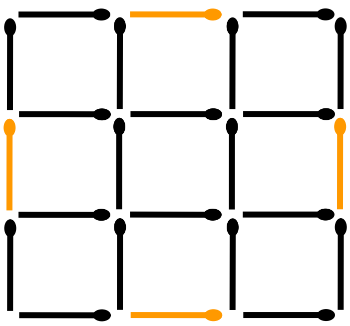


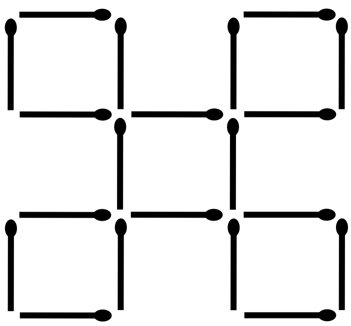
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

57- Retira apenas 4 fósforos e deixa 5 quadrados, iguais (Menezes e outros, 2007).

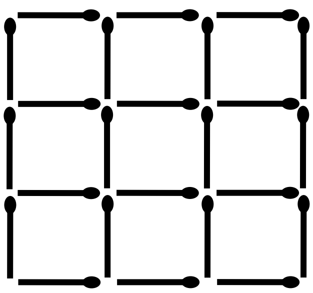


Resposta:

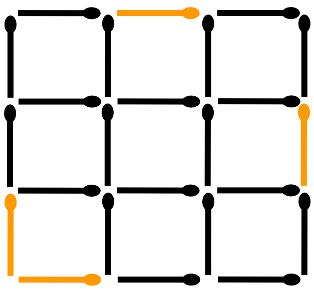


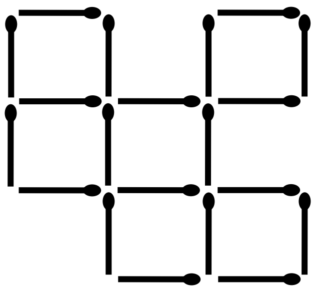


58- Retira 4 fósforos de modo a obter exatamente 6 quadrados iguais. (Menezes e outros, 2007)



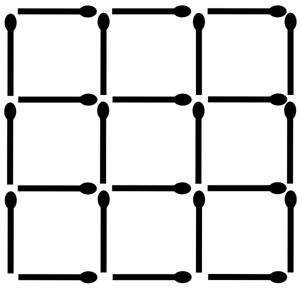
Resposta: Por exemplo: *



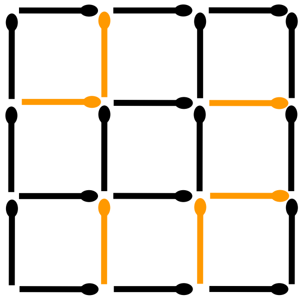


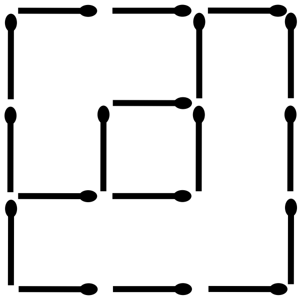
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

59- Retira 6 fósforos para formar 3 quadrados diferentes (Menezes e outros, 2007).

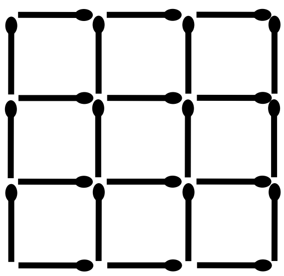


Resposta: Por exemplo: *

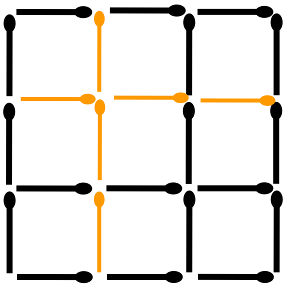


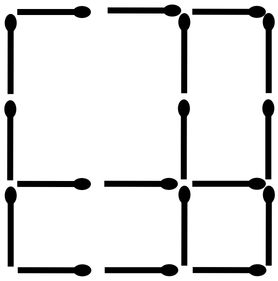


60- Retira 6 fósforos para formar 3 quadrados diferentes e 4 retângulos, não quadrados. (Menezes e outros, 2007)



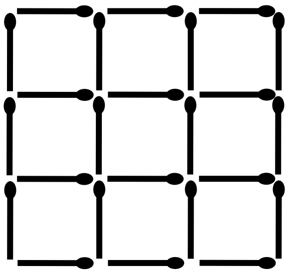
Resposta: Por exemplo: *



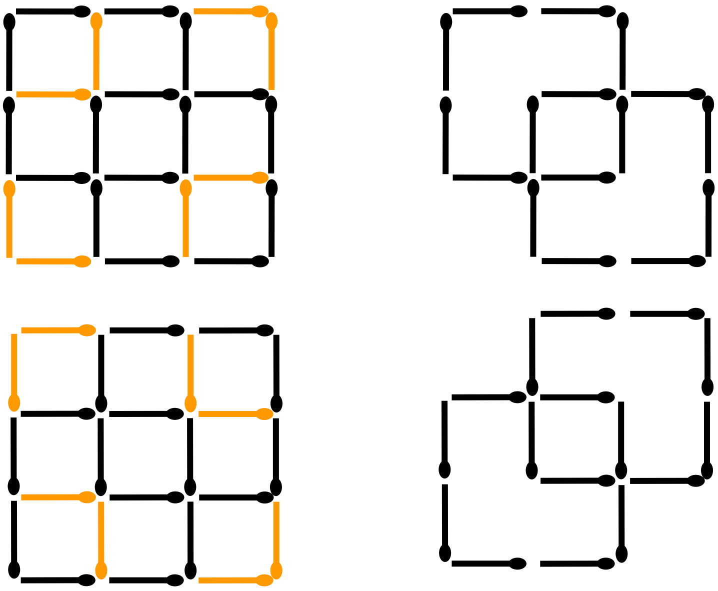


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

61- Retira 8 fósforos para formar 2 quadrados iguais e outro mais pequeno. (Menezes e outros, 2007)

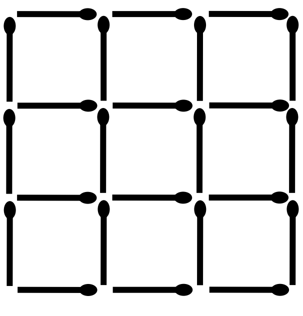


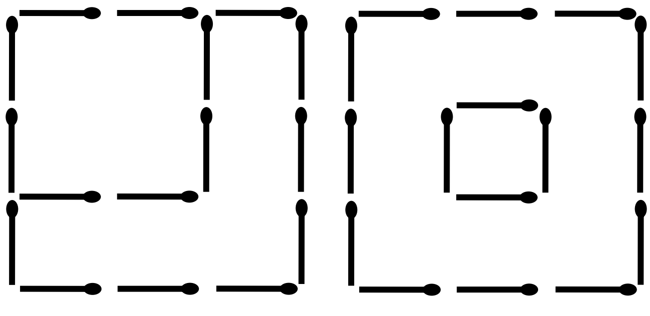
Resposta:



62- Retira 8 fósforos para formar 2 quadrados diferentes (Menezes e outros, 2007).

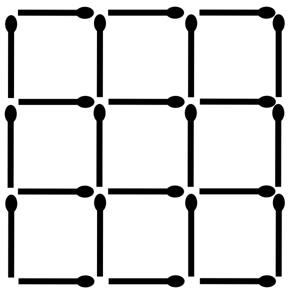
Resposta: Por exemplo: *



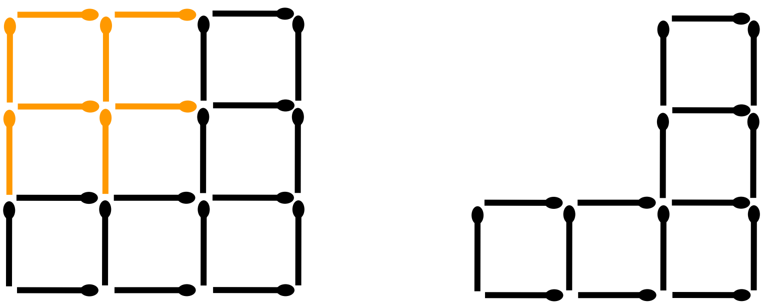


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

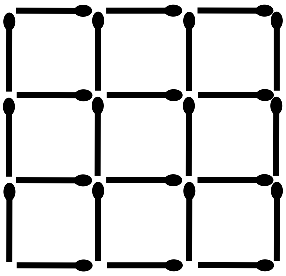
63- Retira 8 fósforos para formar exatamente 5 quadrados iguais. (Menezes e outros, 2007)



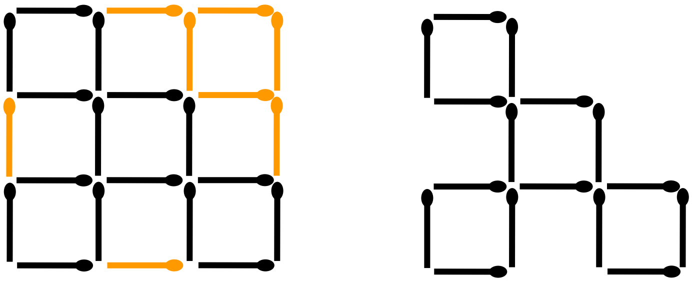
Resposta: Por exemplo: *



64- Retira 8 fósforos para formar 4 quadrados iguais (Menezes e outros, 2007).

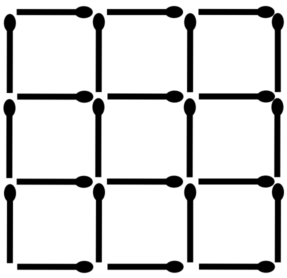


Resposta: Por exemplo: *

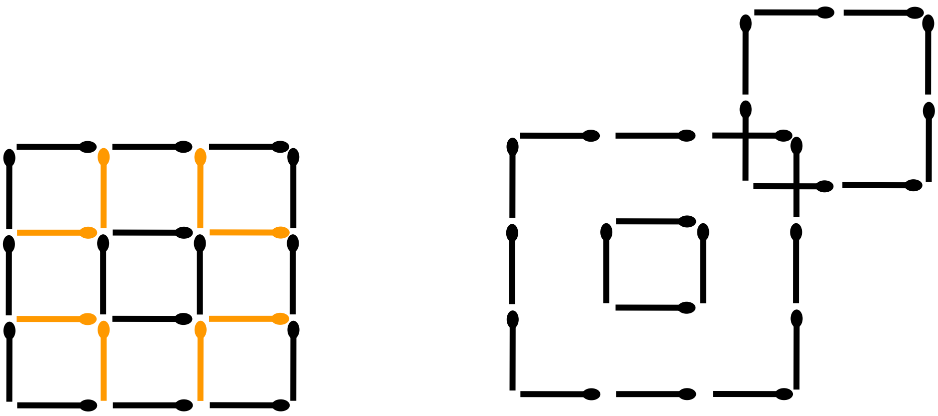


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

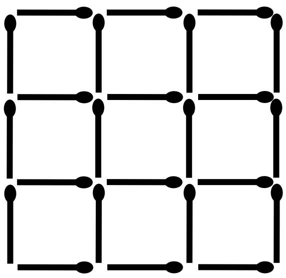
65- Move 8 fósforos para formar 4 quadrados diferentes. (Menezes e outros, 2007)



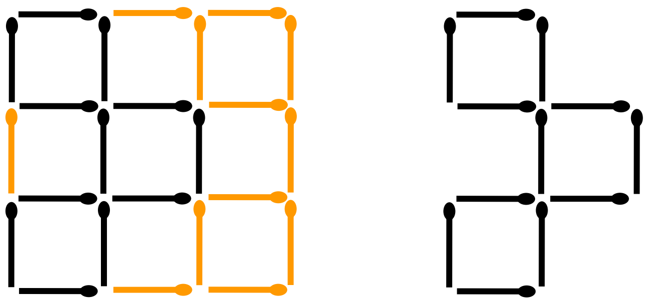
Resposta:



66- Retira 12 fósforos para formar 3 quadrados (Menezes e outros, 2007).

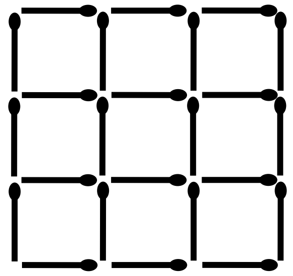


Resposta: Por exemplo: *

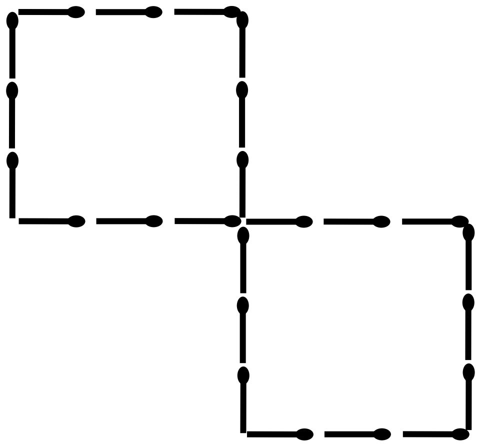


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

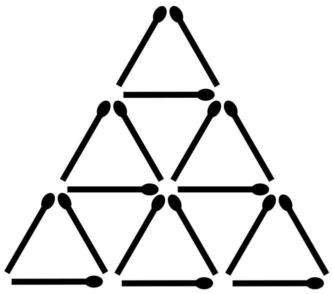
67- Move 12 fósforos para formar 2 quadrados iguais. (Menezes e outros, 2007)



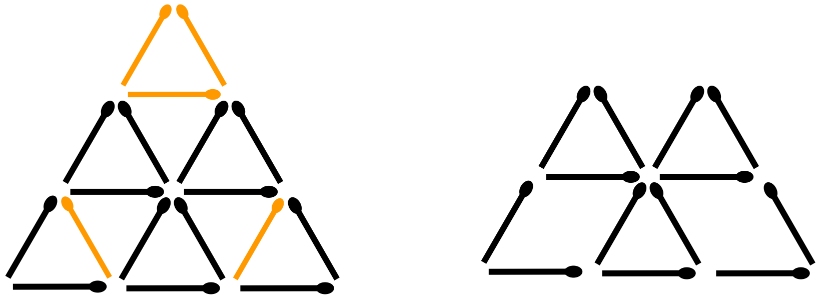
Resposta:



68- Retira 5 fósforos para que fiquem apenas 5 triângulos. (Menezes e outros, 2007)

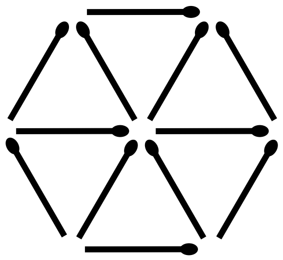


Resposta: Por exemplo: *

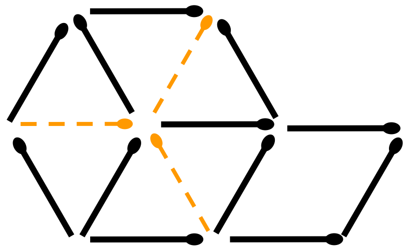


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

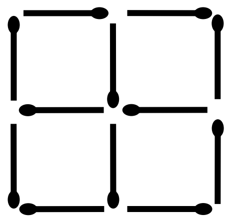
69- Move 3 fósforos para formar 4 losangos. (Menezes e outros, 2007)



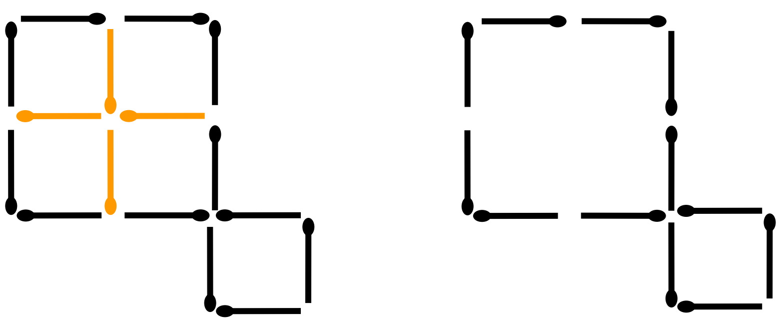
Resposta: *



70- Move 4 fósforos para formar 2 quadrados. (Menezes e outros, 2007)

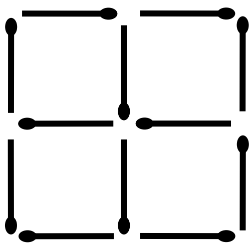


Resposta:

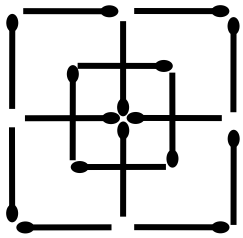


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

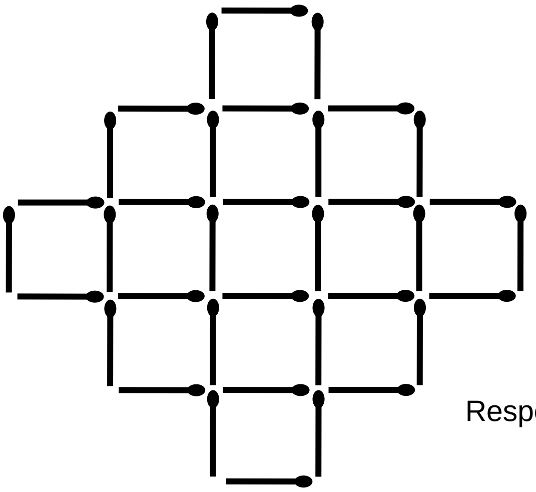
71- Acrescenta 4 fósforos para adicionar mais 5 quadrados. (Menezes e outros, 2007)



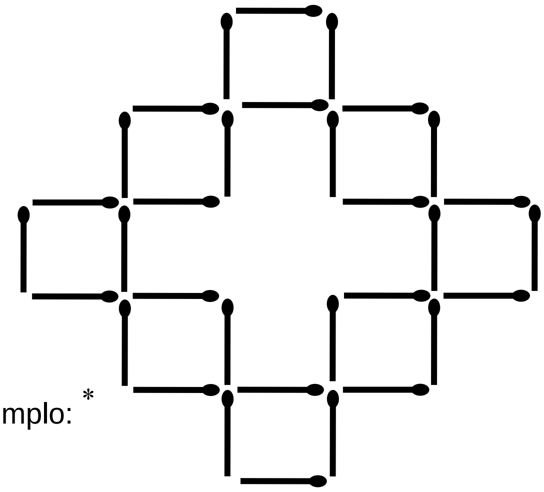
Resposta:



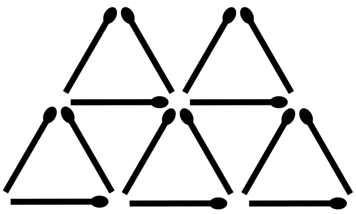
72- Remove 4 fósforos para obter 9 quadrados (htt35).



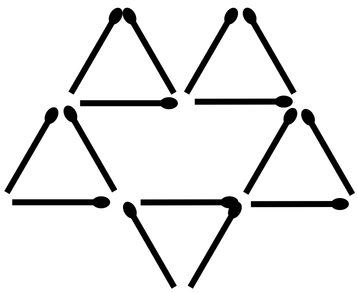
Resposta: Por exemplo: *



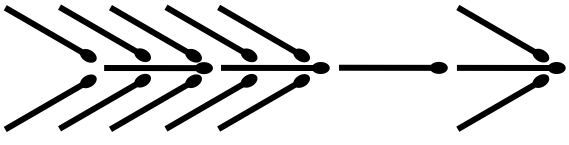
73- Move 2 fósforos para obter 5 triângulos pequenos e um grande (htt35).



Resposta:

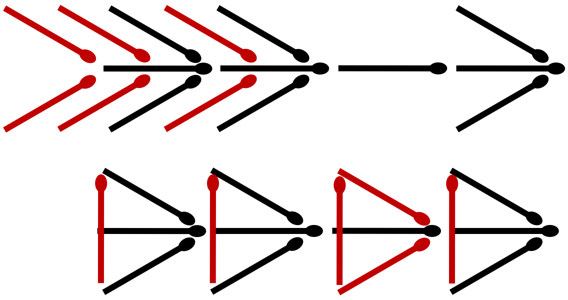


74- A figura mostra uma seta formada por 16 fósforos. Move 6 fósforos para formar 8 triângulos iguais. Adaptado de (Kordemsky, 1992).

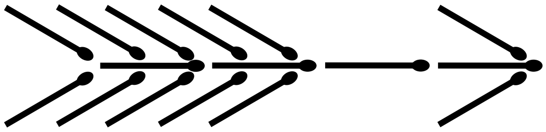


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

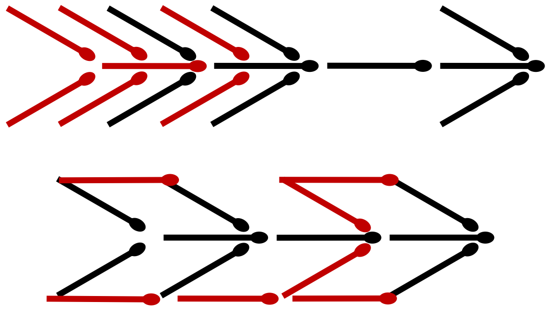
Resposta: Vamos movimentar os que estão assinalados a vermelho



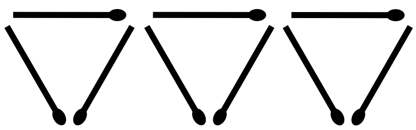
75- A figura mostra uma seta formada por 16 fósforos. Move 7 fósforos para formar 5 quadriláteros iguais (Kordemsky, 1992).



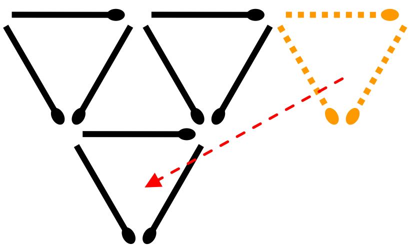
Resposta: Vamos mover os que estão assinalados a vermelho.



76- Muda a posição de 3 fósforos e obtém 5 triângulos equiláteros. (Kordemsky, 1992)

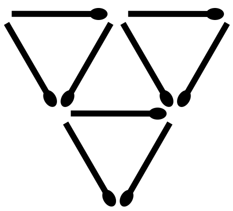


Resposta:

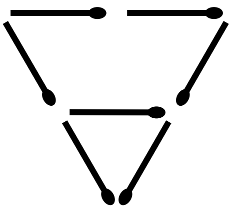


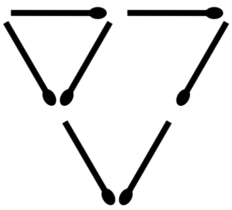
FIGURAS COM FÓSFOROS

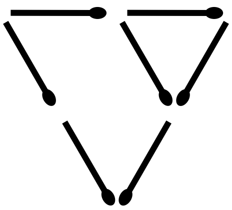
77- Retira 2 fósforos e obtém 2 triângulos e um trapézio.



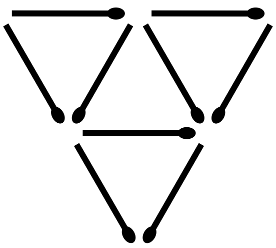
Resposta:



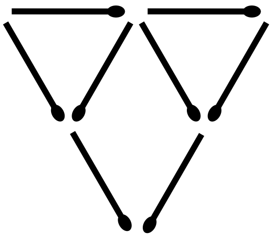




78- Retira 1 fósforo do meio. Que figuras obténs?

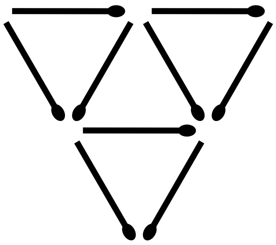


Resposta: 1 losango e 3 triângulos, sendo 2 pequenos e 1 grande e 2 trapézios.

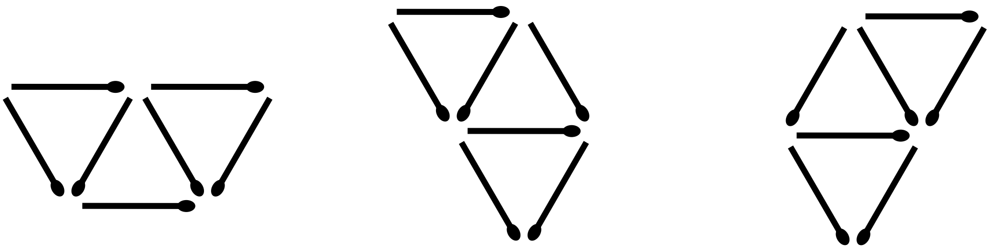


FIGURAS COM FÓSFOROS

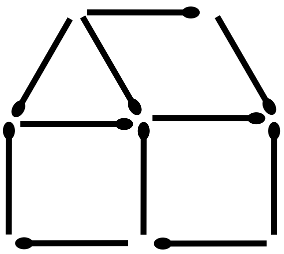
79- Retira 2 fósforos de modo a obteres 3 triângulos iguais.



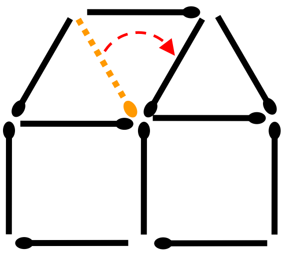
Resposta:



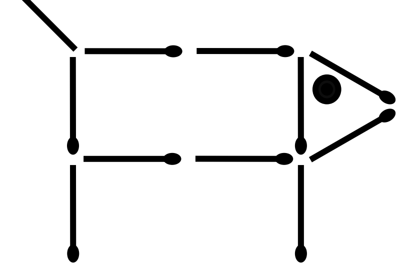
80- Movendo apenas um dos fósforos muda a orientação da casa para o sentido oposto.



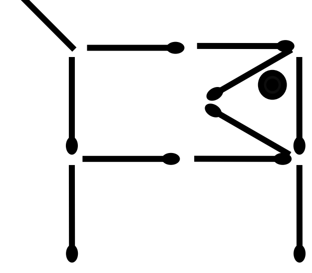
Resposta:



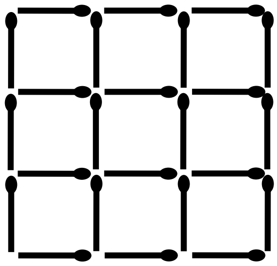
81- Põe o cachorro a olhar em sentido contrário, mexendo apenas em 2 fósforos e no olho, sem tocar na cauda (Rino, 2004).



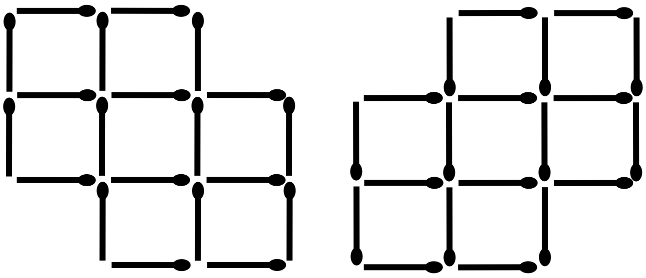
Resposta:



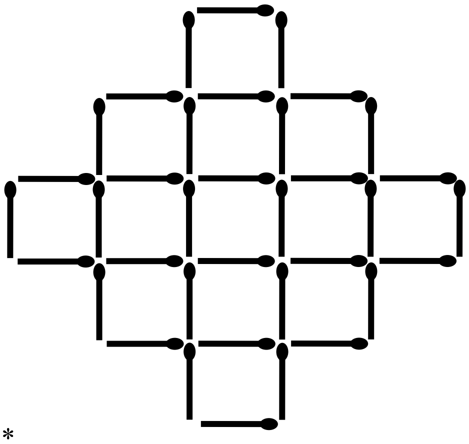
82- Retira 4 fósforos para formar 9 quadrados, sendo 7 menores e 2 maiores.



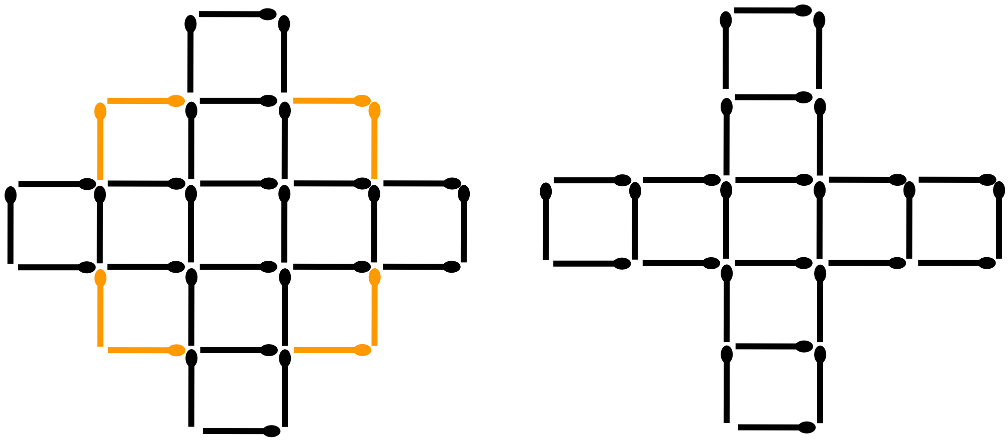
Resposta:



83- Remove 8 fósforos para obter exatamente 9 quadrados iguais.

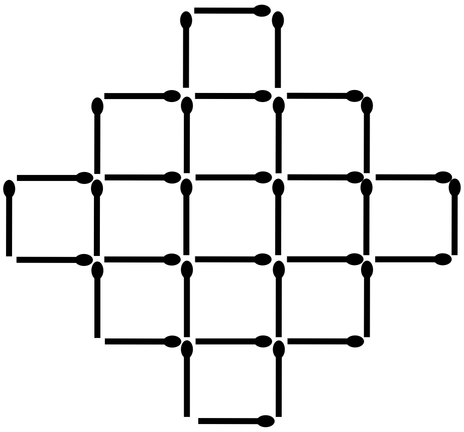


Resposta: Por exemplo: *

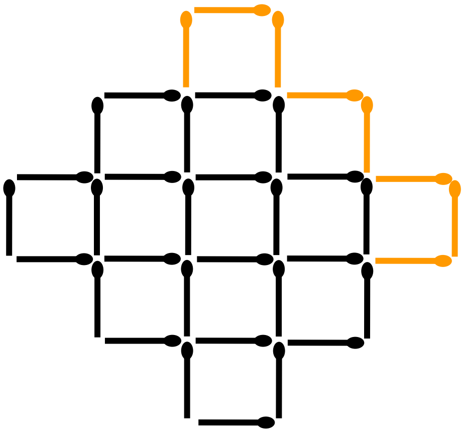


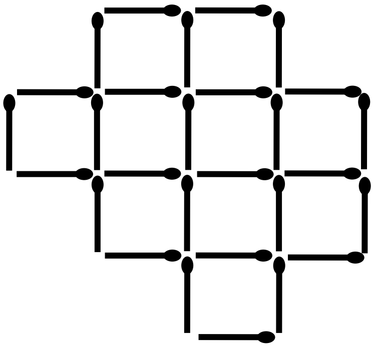
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

84- Remove 8 fósforos para obter 10 quadrados pequenos e 3 quadrados maiores.

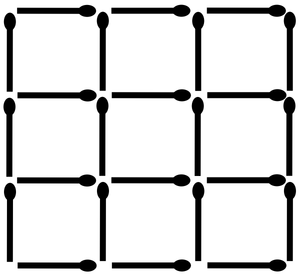


Resposta: Por exemplo: *

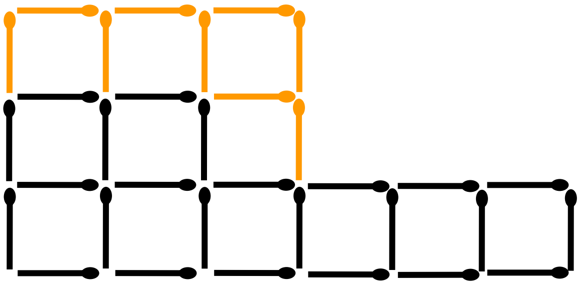


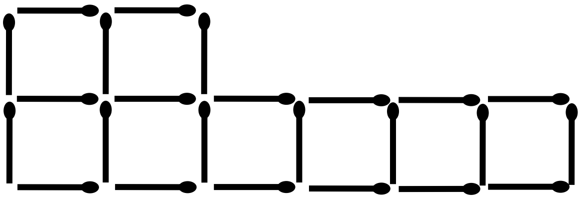


85- Mova 9 fósforos para formar apenas 9 quadrados.



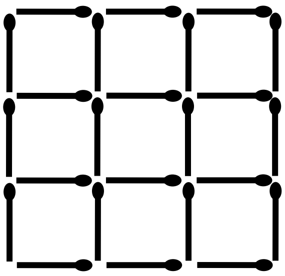
Resposta: Por exemplo: *



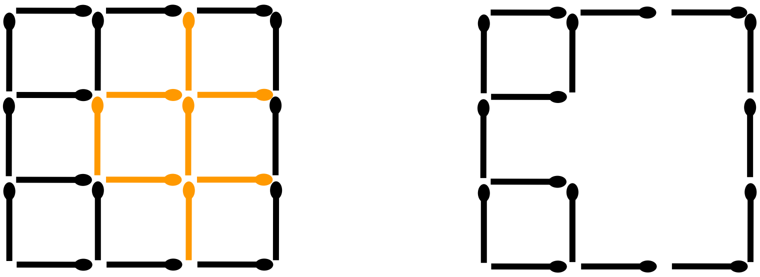


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

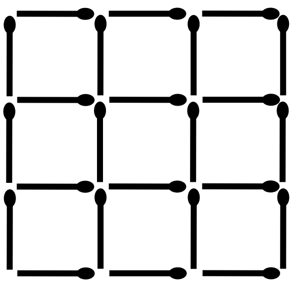
86- Retira oito fósforos e deixa 3 quadrados (não têm que ser todos iguais).



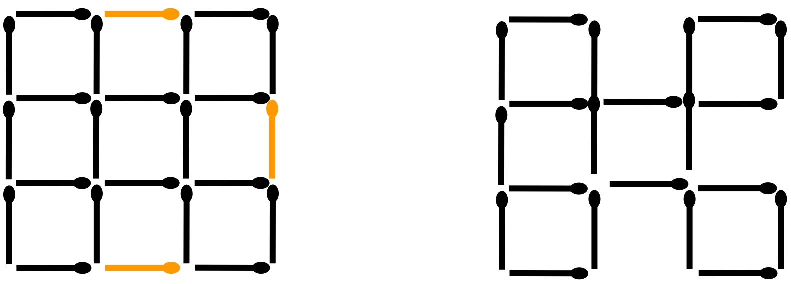
Resposta: Por exemplo: *



87- Retira 3 fósforos e deixe exatamente 6 quadrados iguais.

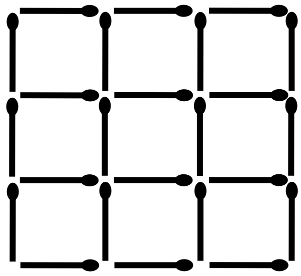


Resposta: Por exemplo: *

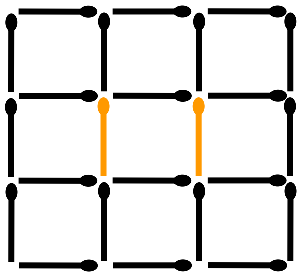


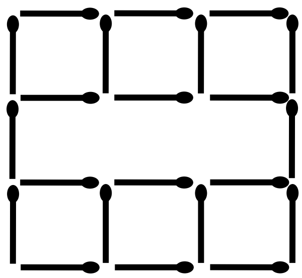
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

88- Retira 2 fósforos para formar 7 quadrados.

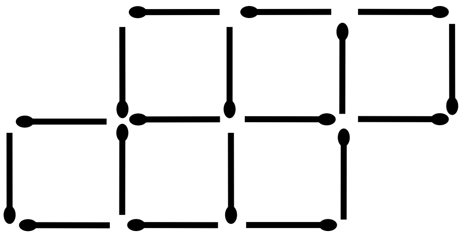


Resposta: Por exemplo: *

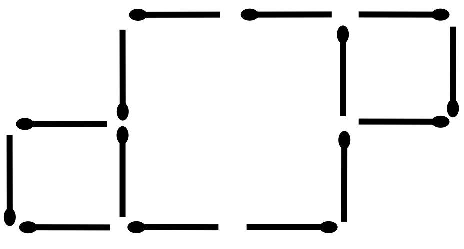




89- Retira 4 fósforos de modo a obteres exactamente 2 quadrados iguais e um maior.

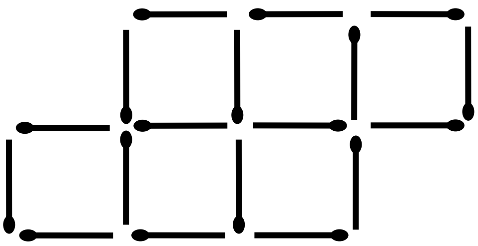


Resposta:

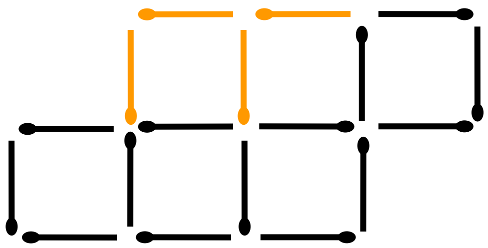


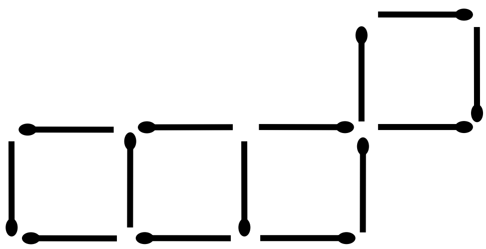
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

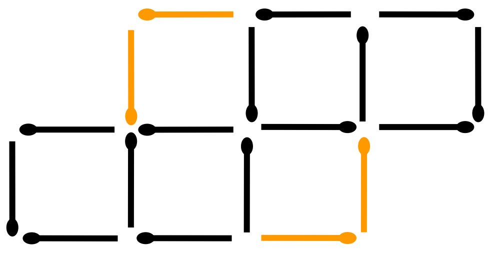
90- Retira 4 fósforos e obtém exactamente 4 quadrados iguais.

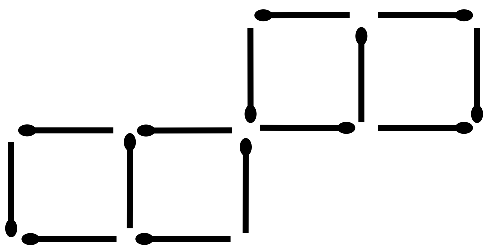


Resposta:

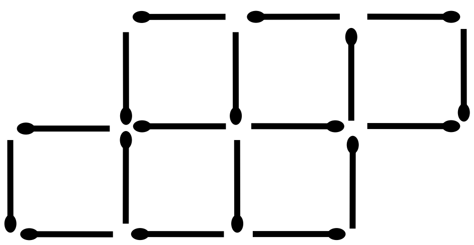




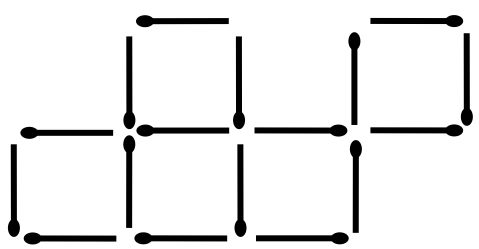


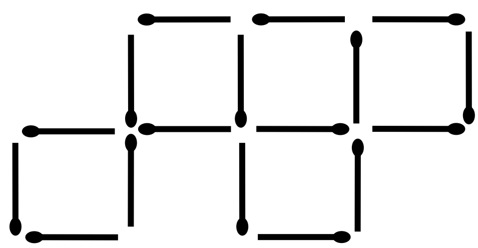


91- Retira 1 fósforo de modo a obteres 5 quadrados iguais.

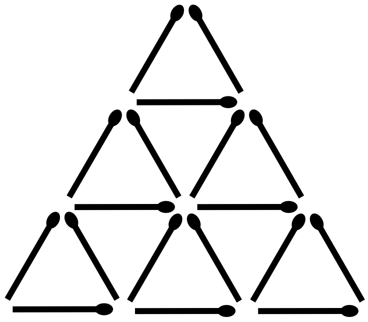


Resposta:

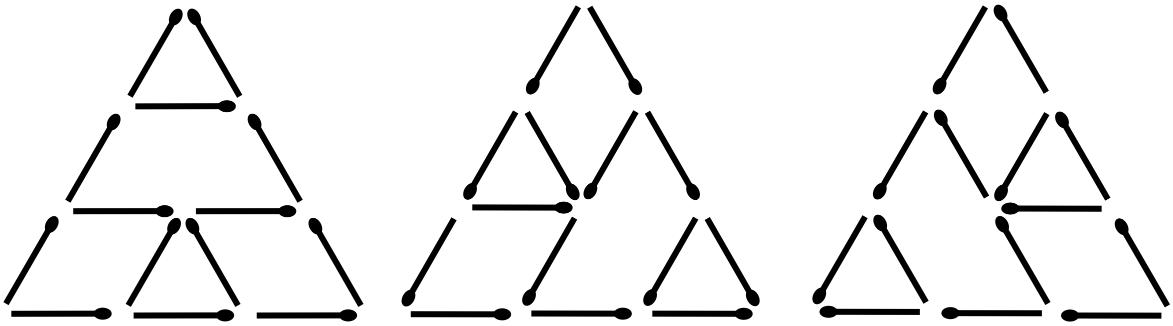




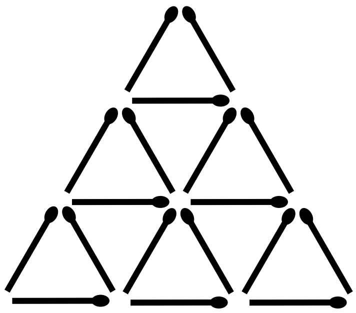
92- Retira 4 fósforos para que fiquem 4 triângulos.



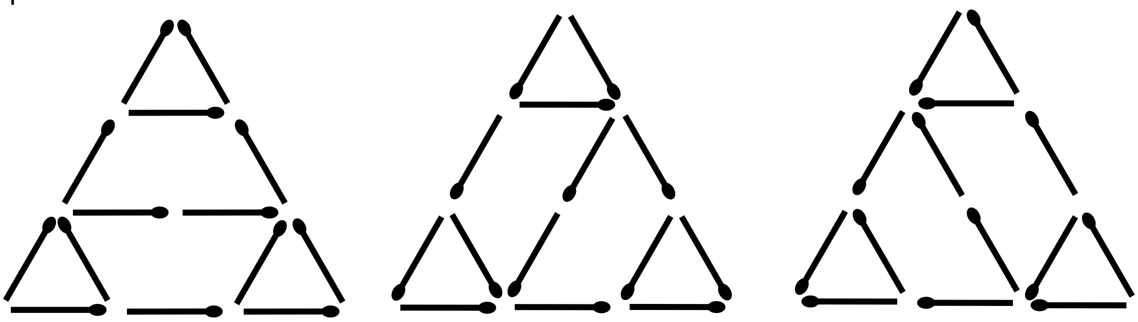
Resposta:



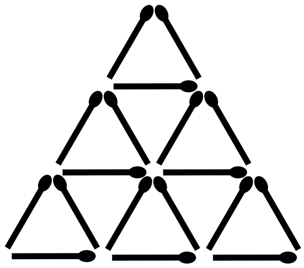
93- Retira 4 fósforos para que fiquem 5 triângulos.



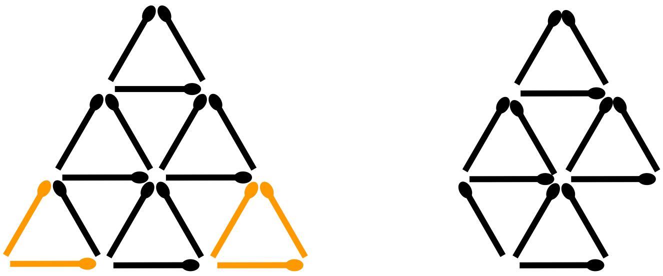
Resposta:



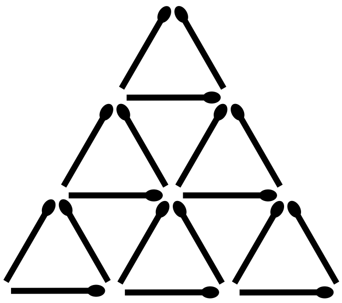
94- Retira 5 fósforos de modo a que fiquem 7 triângulos (6 pequenos e 1 maior).



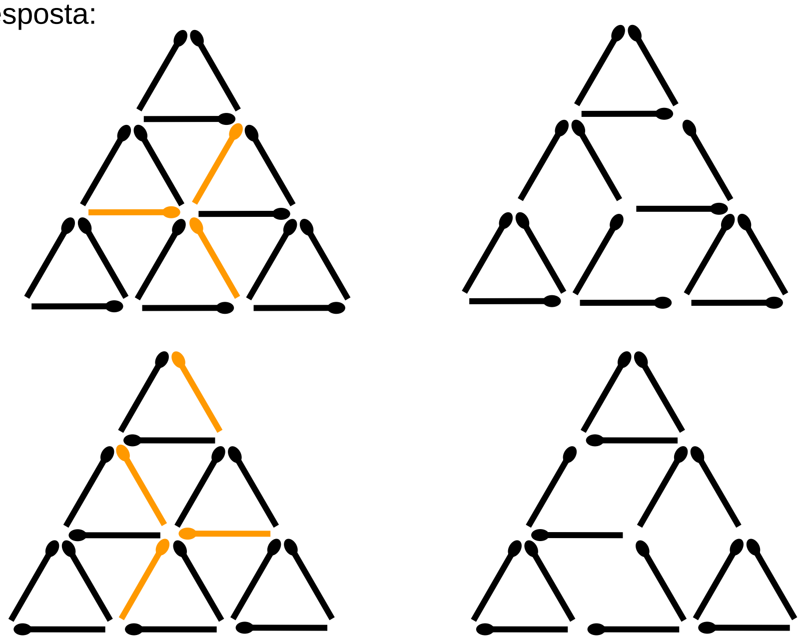
Resposta: Por exemplo: *



95- Retira 3 fósforos de modo a que fiquem 3 losangos, 3 triângulos pequenos e 1 grande.

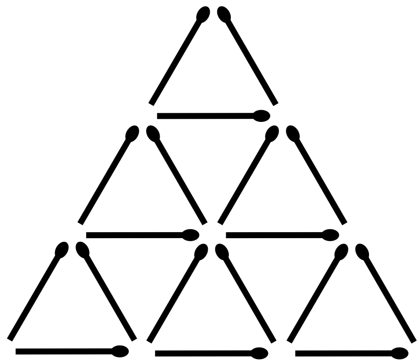


Resposta:

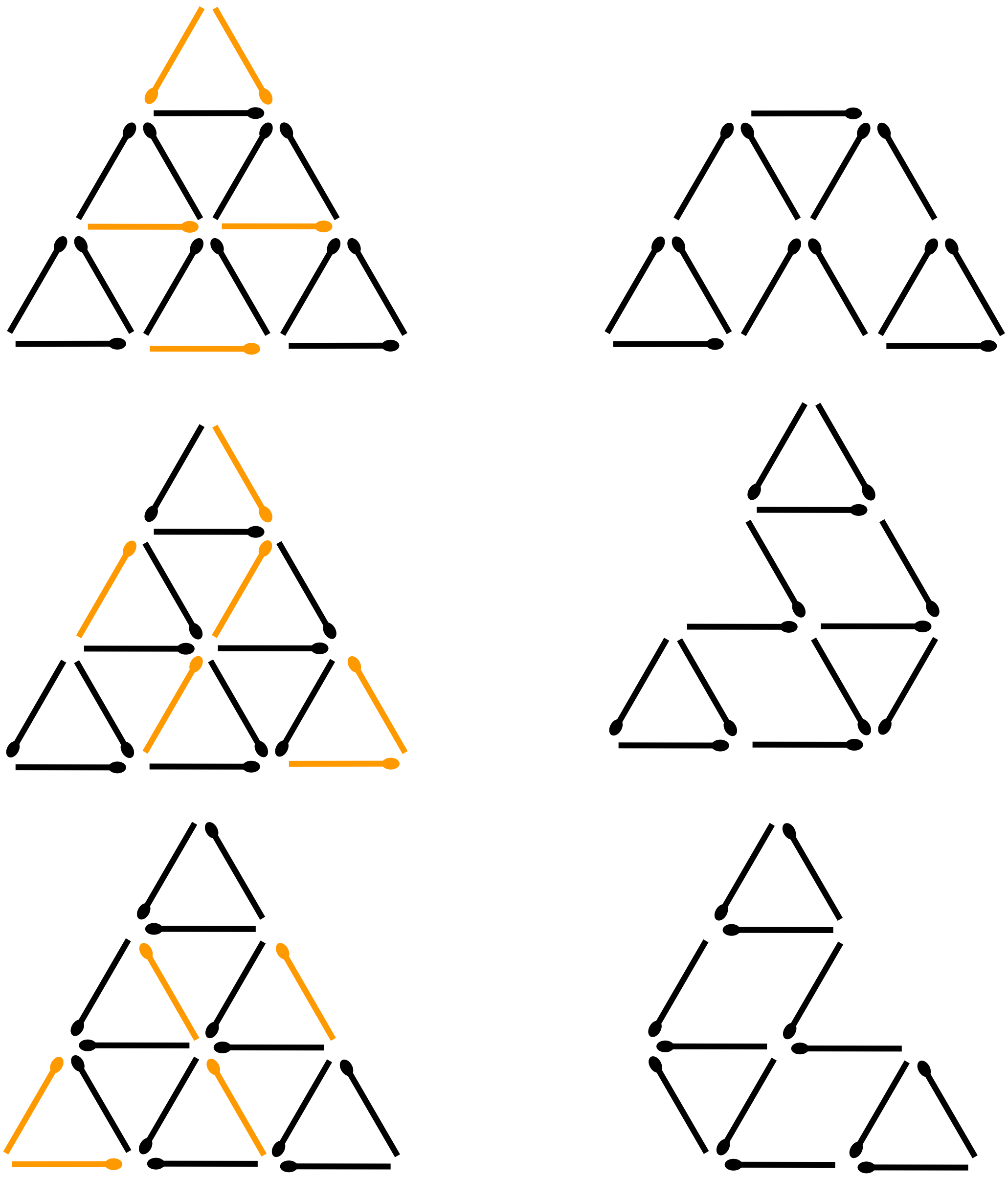


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

96- Retira 5 fósforos de modo a que fiquem 3 triângulos e 2 losangos.



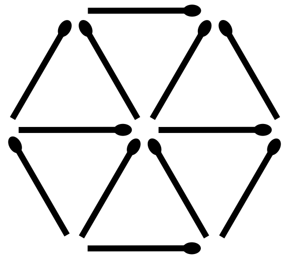
Resposta:



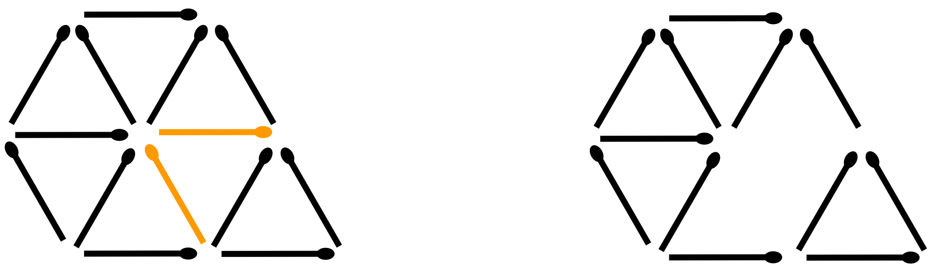
97- Move 2 fósforos para formar 4 triângulos pequenos e 1 grande.

98- Remove 1 fósforo e move 2, para formar 3 losangos grandes e 4 pequenos.

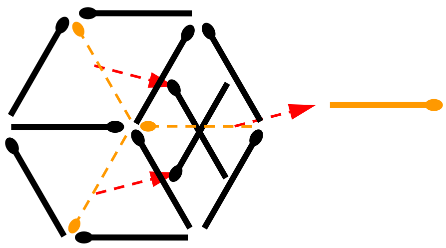
99- Move 4 fósforos para formar 5 losangos.



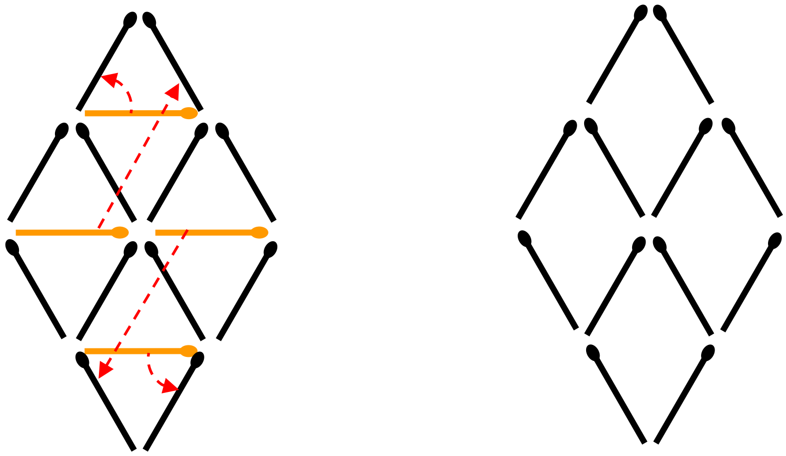
Resposta a 97. Por exemplo: *



Resposta a 98.

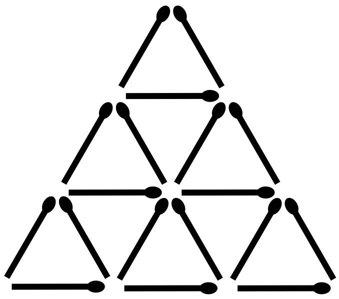


Resposta a 99.

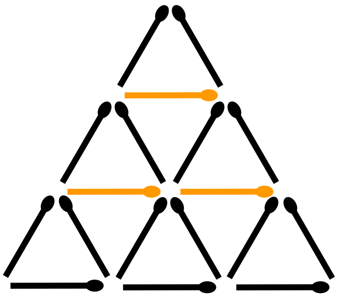


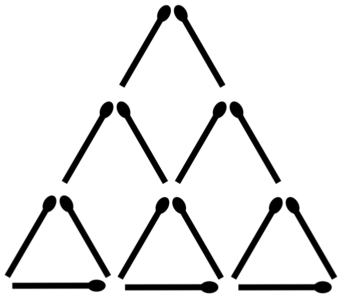
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

100- Retirando apenas 3 fósforos como podemos obter 6 triângulos (sendo 3 pequenos 2 médios e 1 grande)? (htt34).

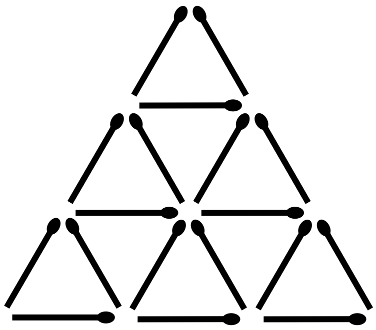


Resposta: Por exemplo: *

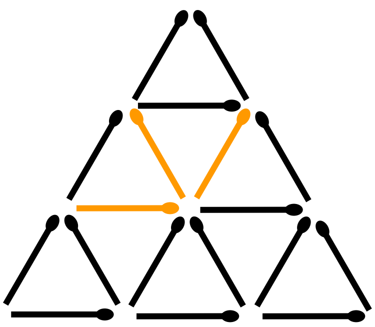


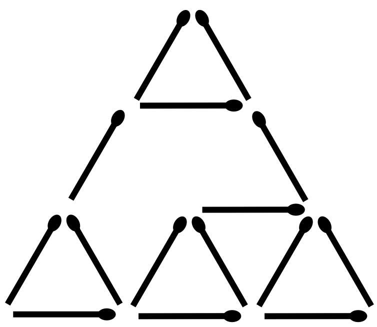


101- Retirando apenas 3 fósforos como podemos obter 6 triângulos (sendo 5 pequenos e um grande)? (htt34)



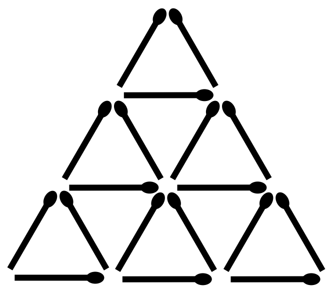
Resposta: Por exemplo: *



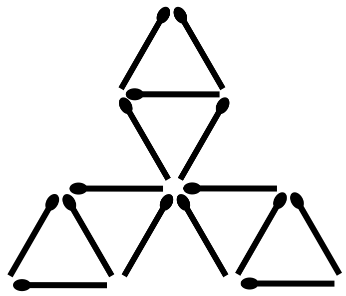


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

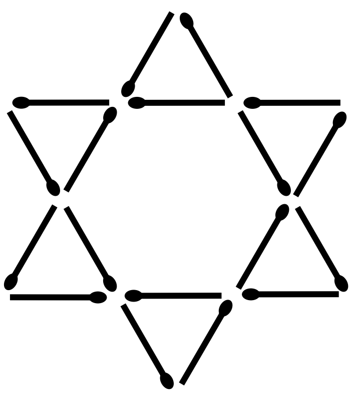
102- Como podemos obter 6 triângulos iguais, retirando apenas 3 fósforos? (htt34)



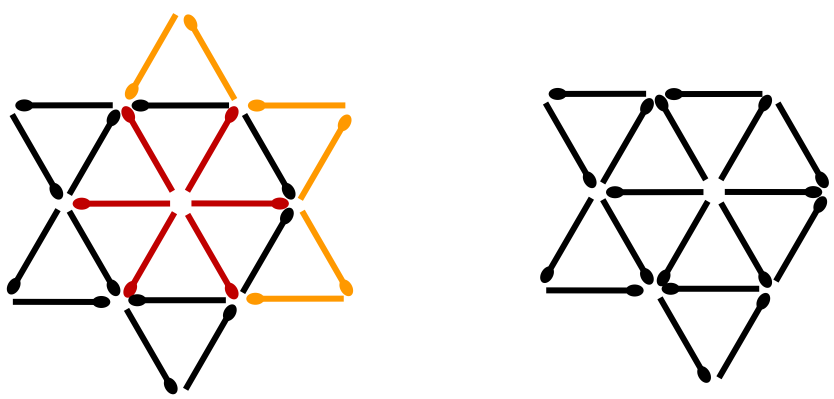
Resposta:



103- Movendo 6 fósforos, obtém 9 losangos iguais (htt34).

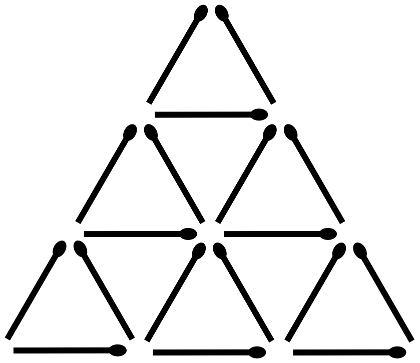


Resposta: Por exemplo: *

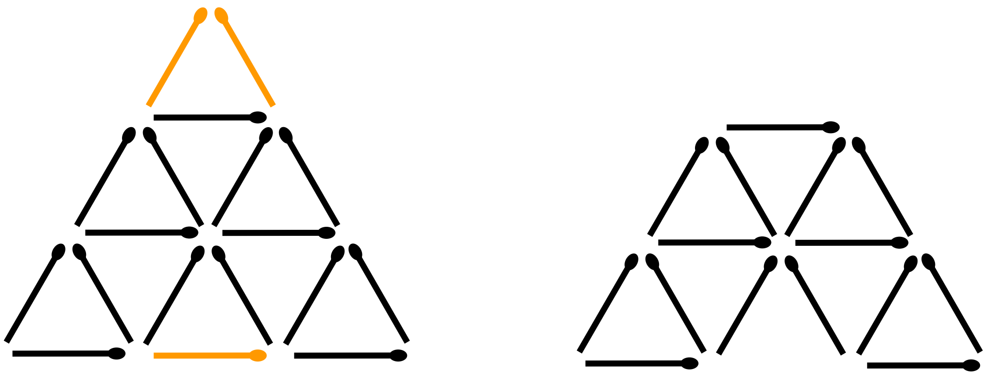


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

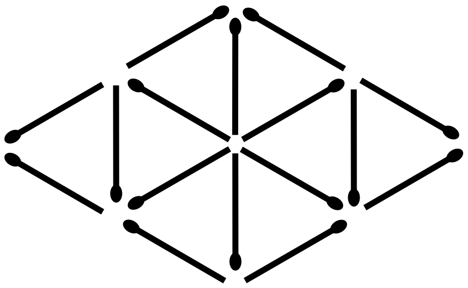
104- Como podemos obter exatamente 7 triângulos todos iguais, retirando apenas 3 fósforos (htt34).



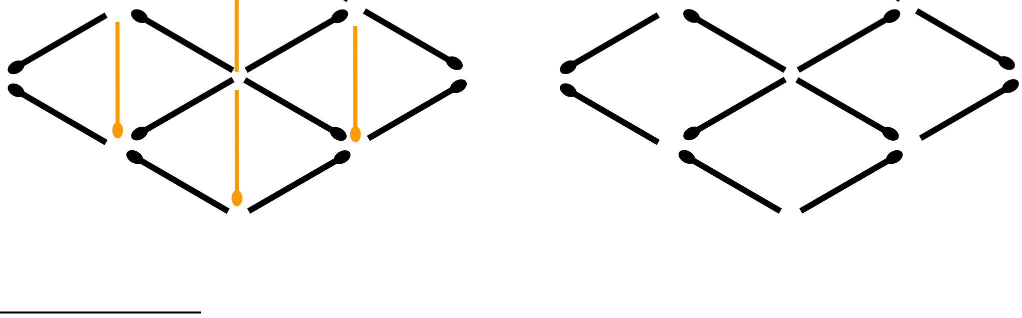
Resposta: Por exemplo: *



105- Retira 4 fósforos, de modo a ficares com 4 losangos pequenos e um grande (htt34).

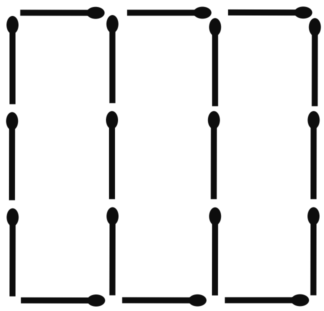


Resposta:

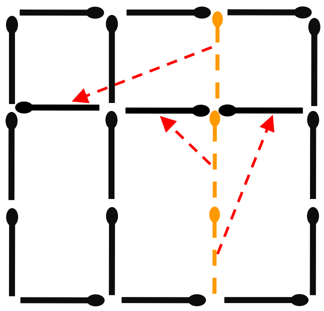


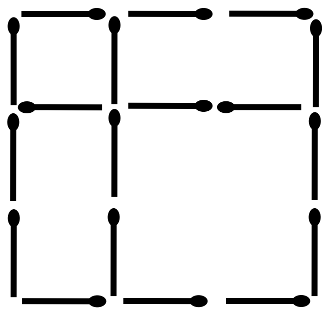
* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

106- Movendo apenas 3 fósforos obtém uma figura com 3 quadrados e 4 retângulos, não quadrados (htt34).

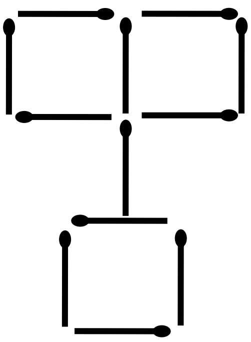


Resposta: Por exemplo: *

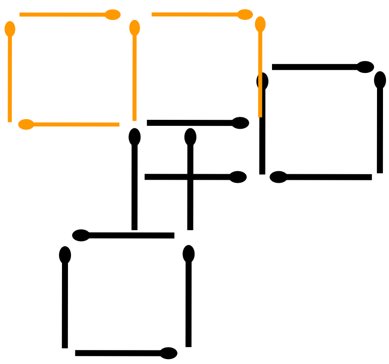


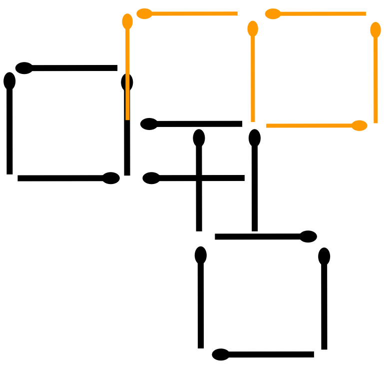


107- Move 6 fósforos para formares 5 quadrados (htt33).



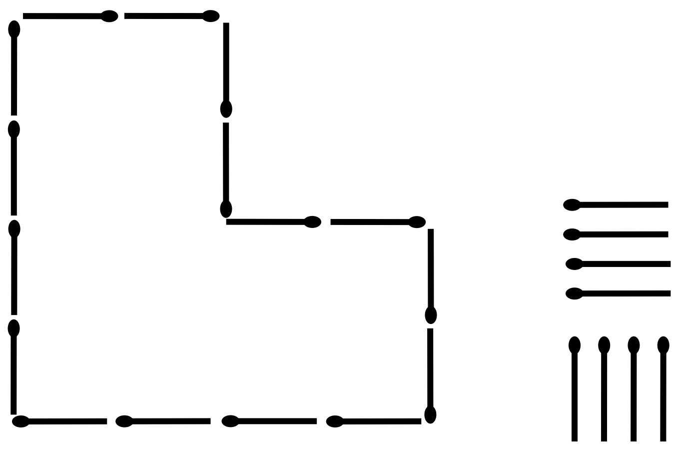
Resposta:



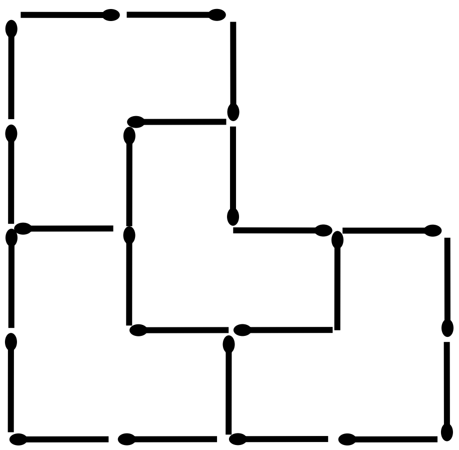


* Existem mais soluções. Ver Anexo 4.

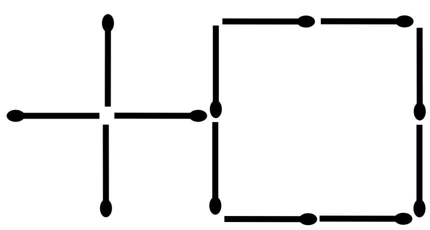
108- Usando os 8 fósforos da direita, forma 4 letras ´**L**´ dentro do ´**L**´ grande (htt33).



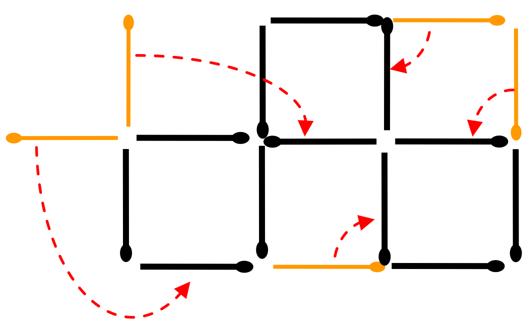
Resposta:

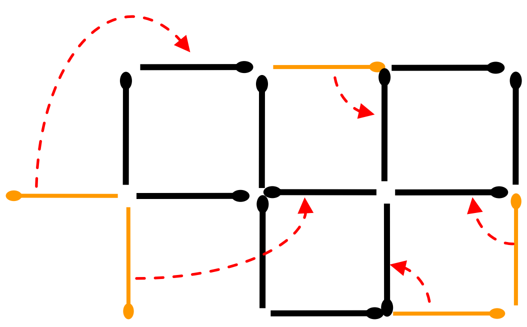


109- Mover 5 fósforos na figura para obteres 3 quadrados (htt36).

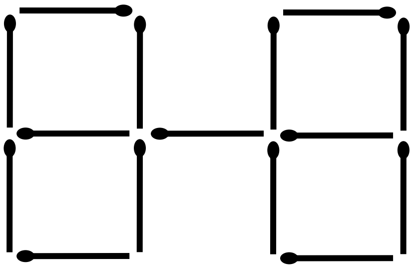


Resposta:

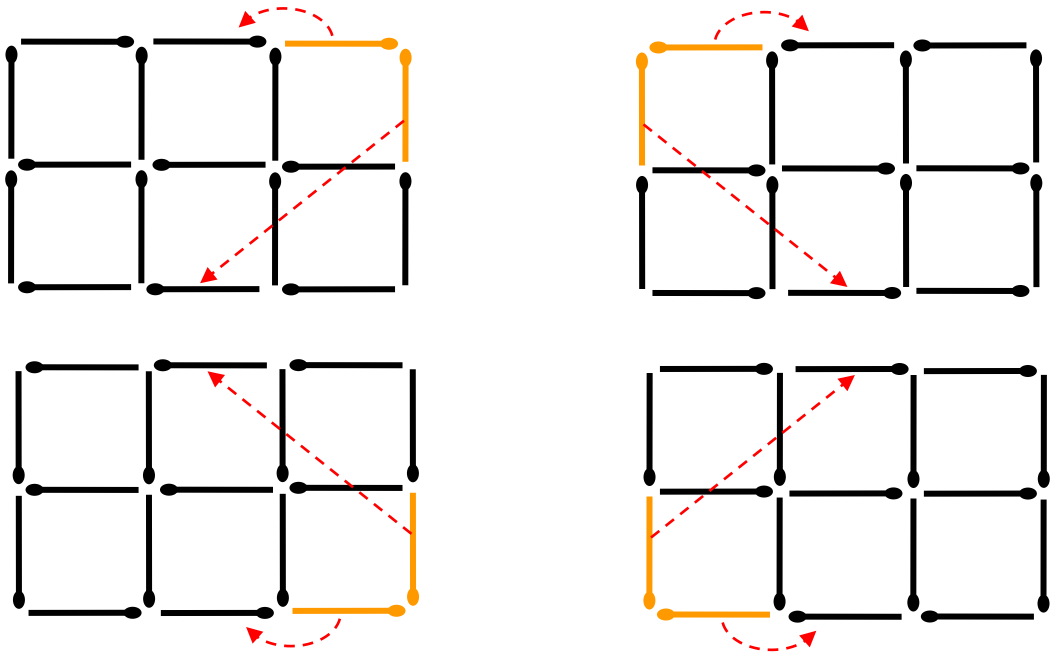




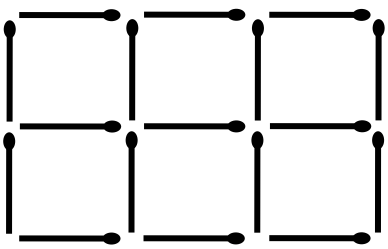
110- Move 2 fósforos na figura para formares 5 quadrados (htt36).



Resposta:

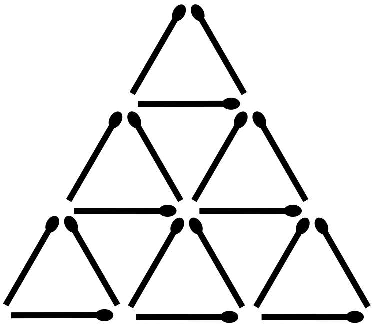


111- Retira apenas 3 fósforos de modo a obteres apenas 4 quadrados geometricamente iguais (htt37).

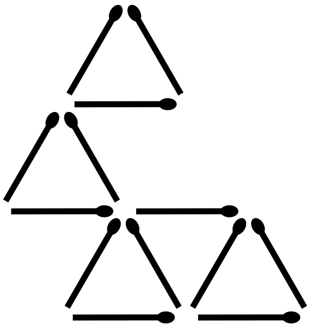


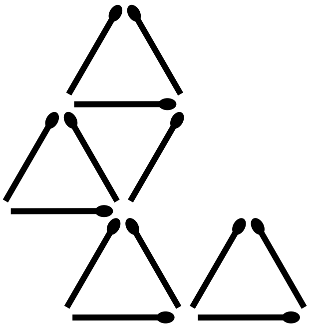
Resposta:

112- Elimina 5 fósforos de modo a obteres apenas 5 triângulos equiláteros geometricamente iguais entre si (htt37).

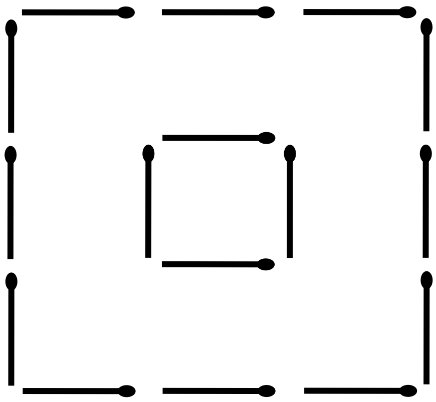


Resposta:

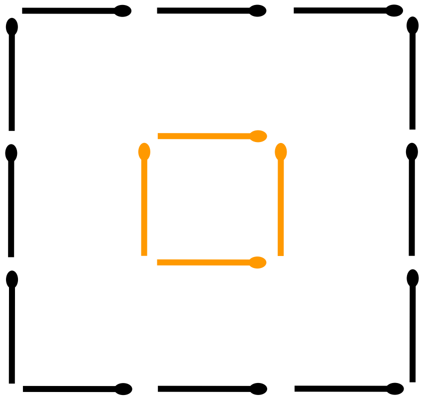


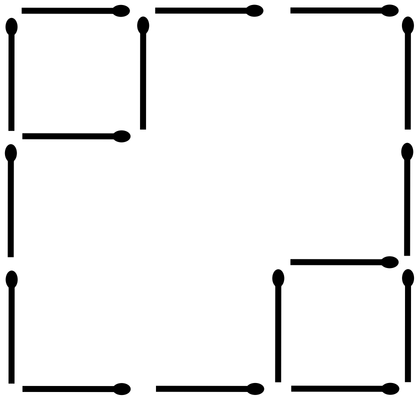


113- Modifica a posição de 4 fósforos para obteres 3 quadrados (htt37).

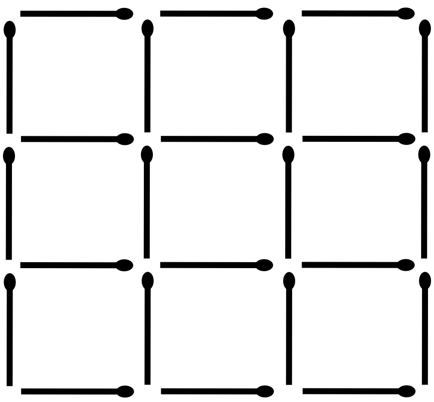


Resposta:

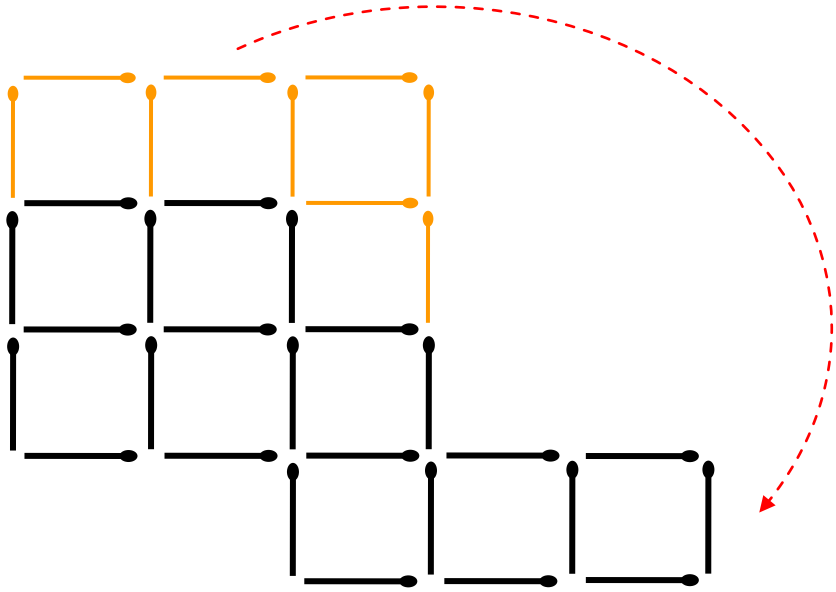




114- Move 9 fósforos na figura para formares exatamente 9 quadrados.
(Menezes e outros, 2007)



Resposta: Por exemplo:

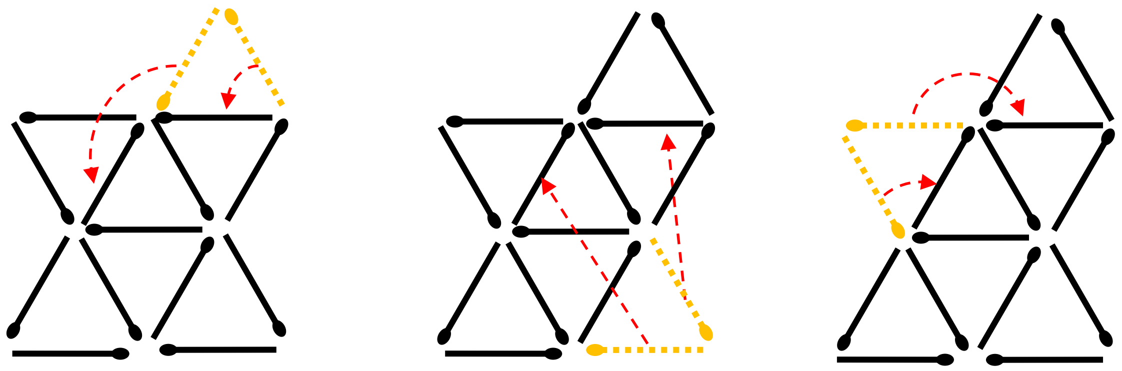


Também são solução todas as variantes da solução apresentada

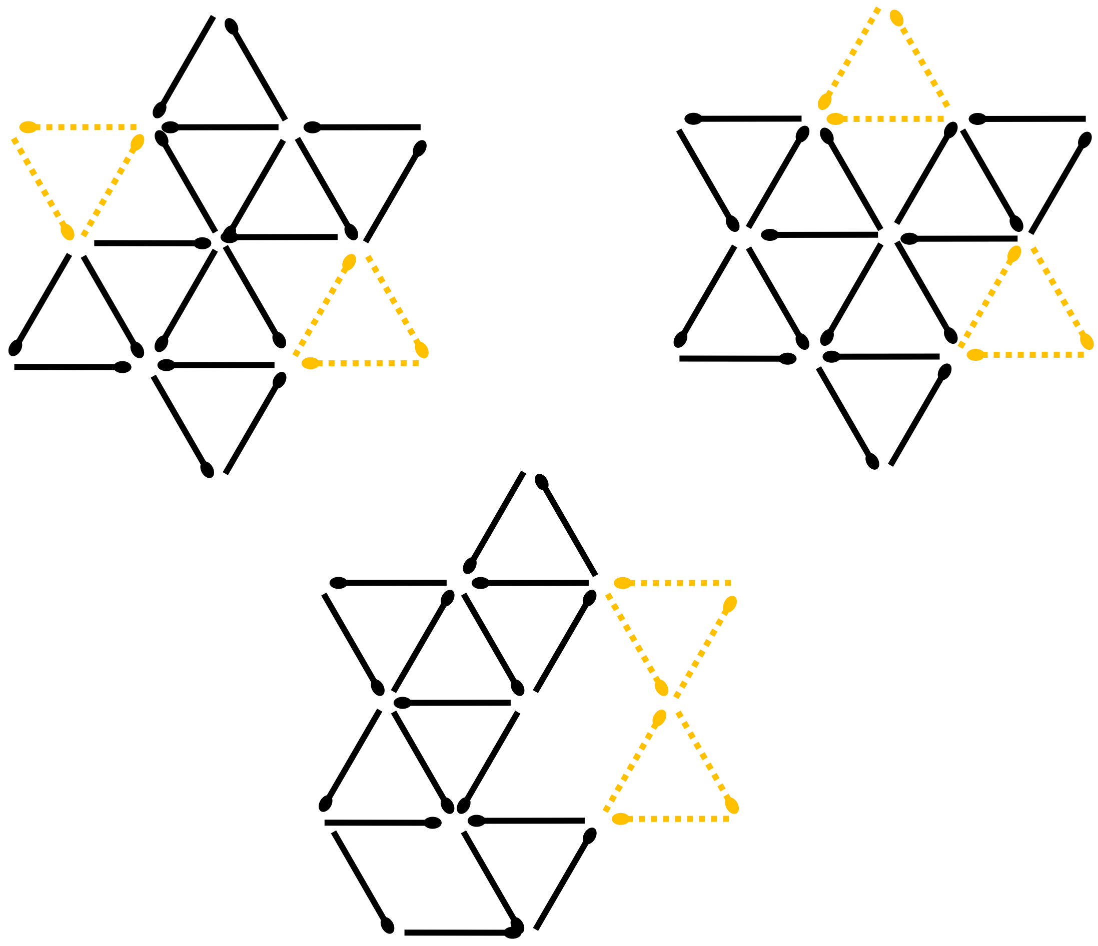
Anexo 4

Caderno de Soluções de Figuras Com Fósforos

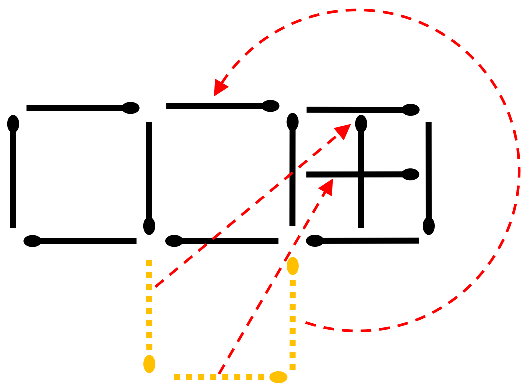
1.

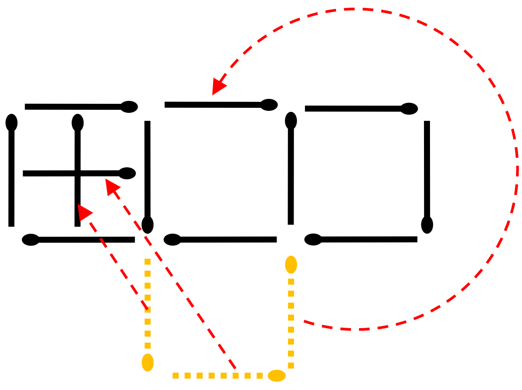


3. São também solução todas as variantes das apresentadas.

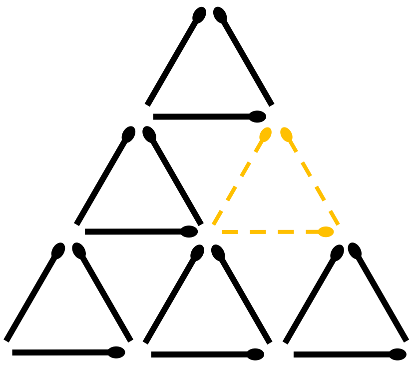


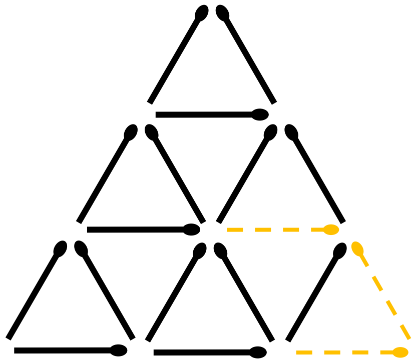
5.

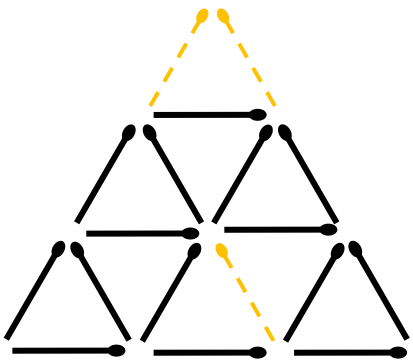


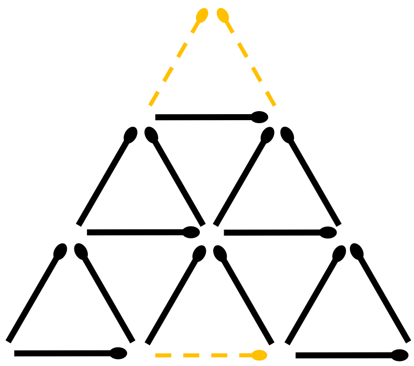


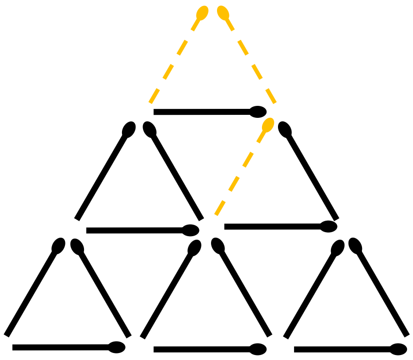
7. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas.



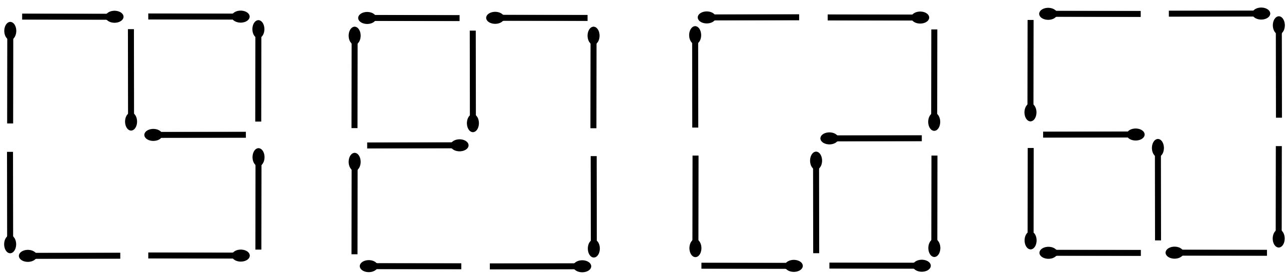




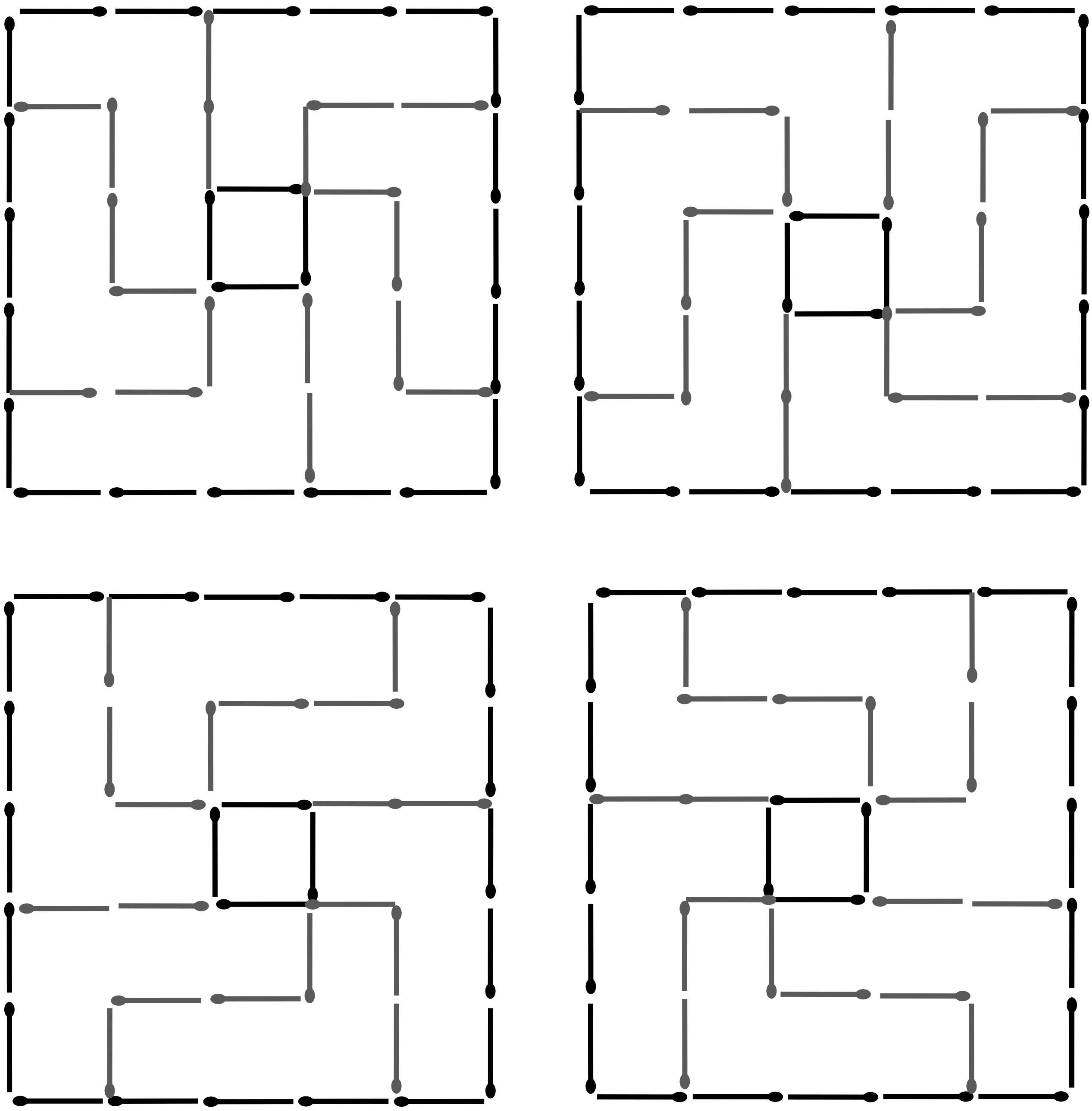




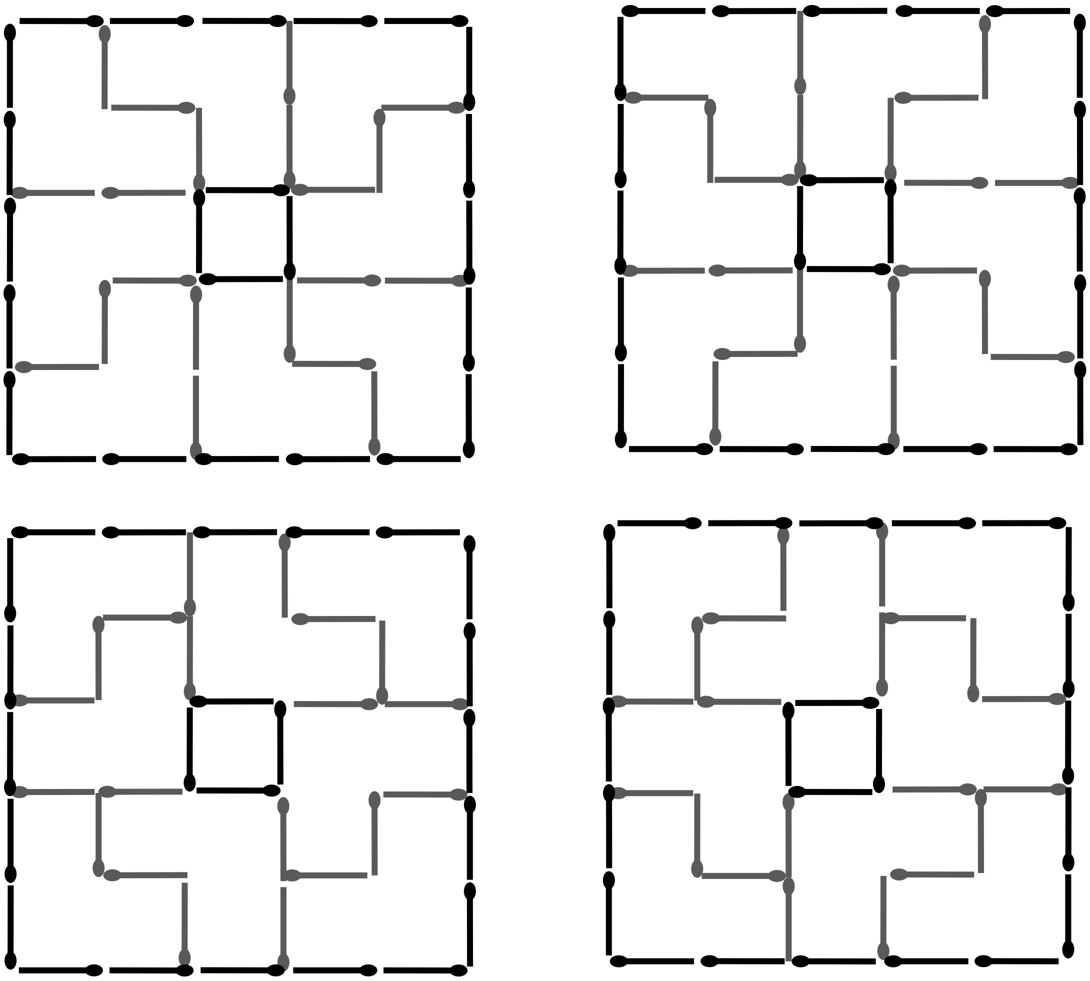
8. São também soluções todas as variantes da apresentada:

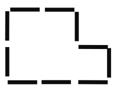


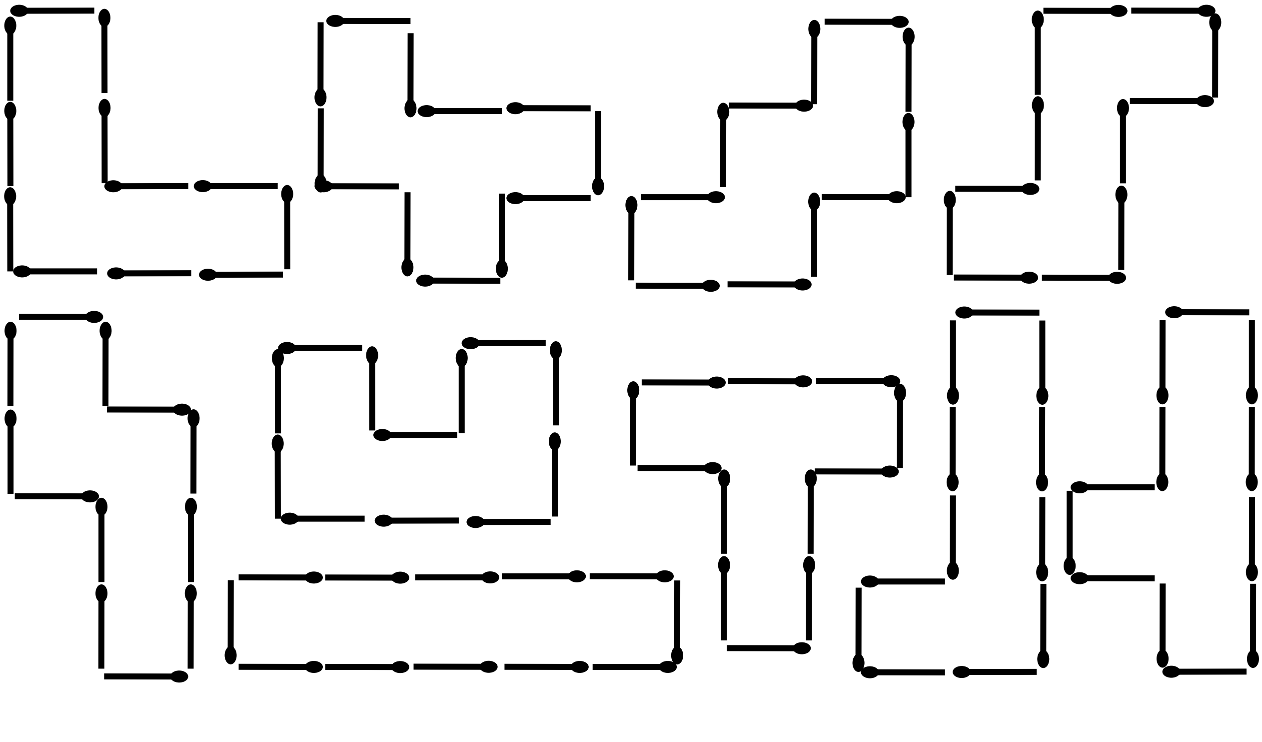
12.



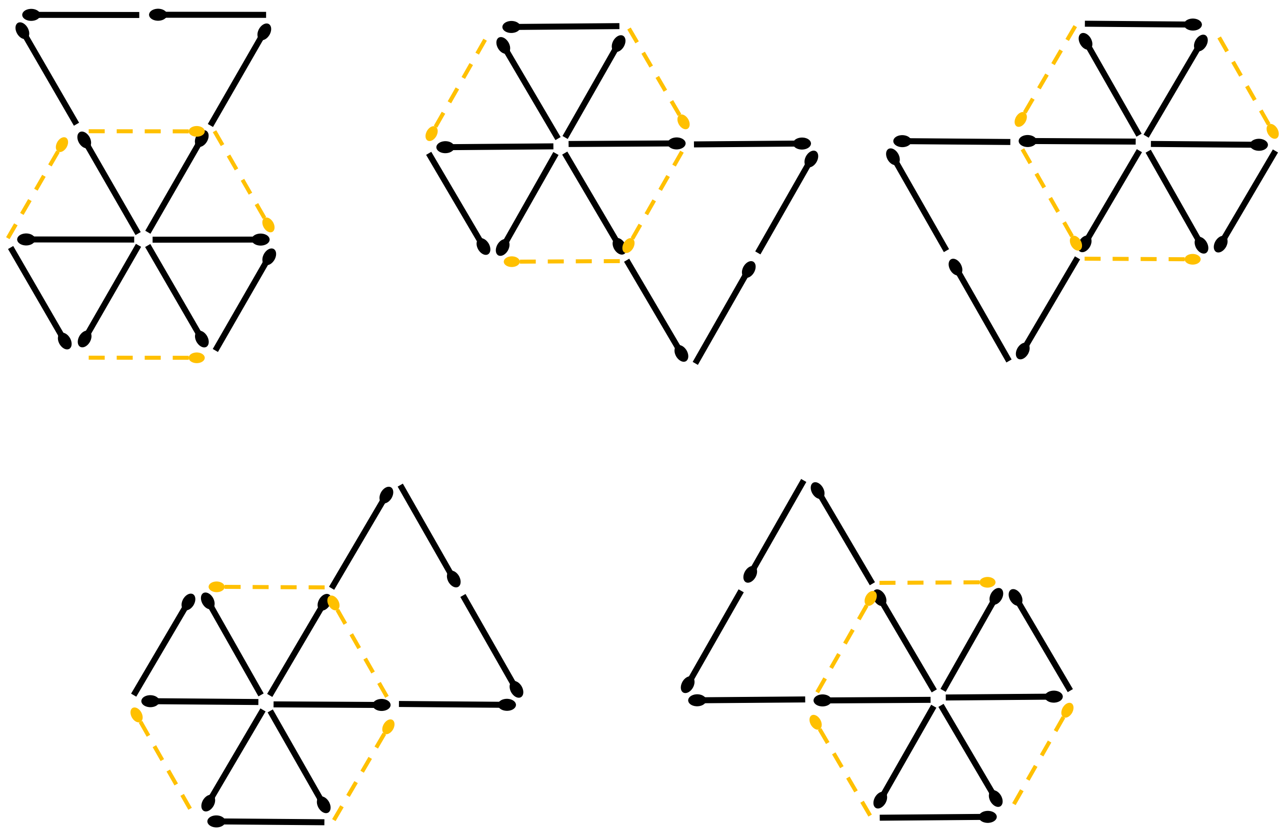
13.



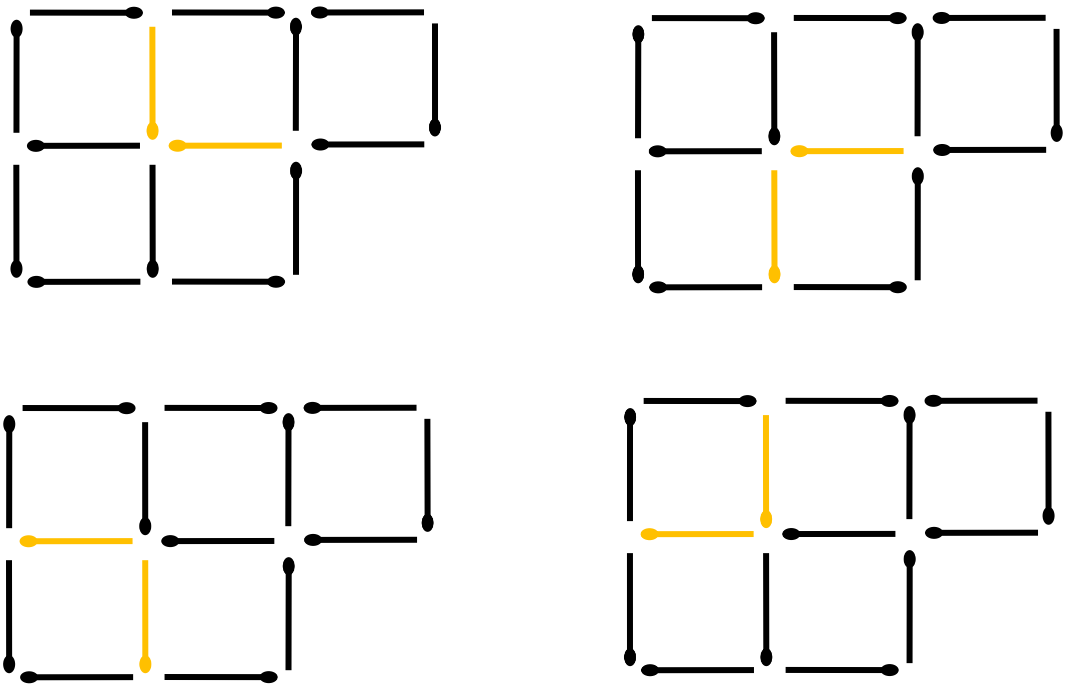
14. Todos os pentaminós são solução à exceção deste: 



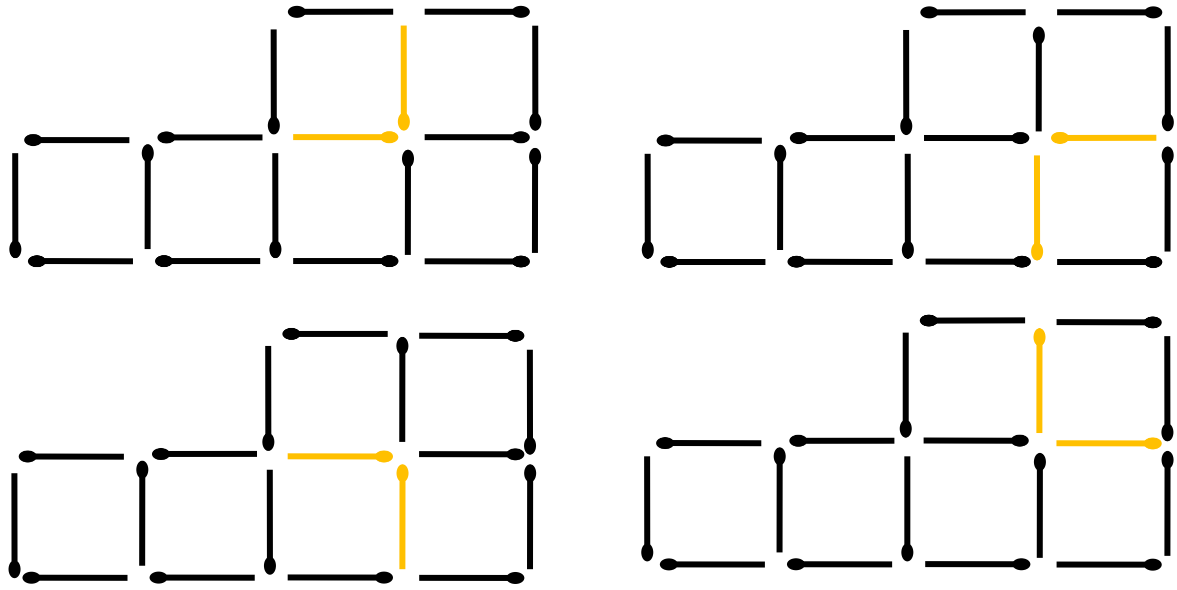
20. São soluções todas as variantes da solução apresentada:



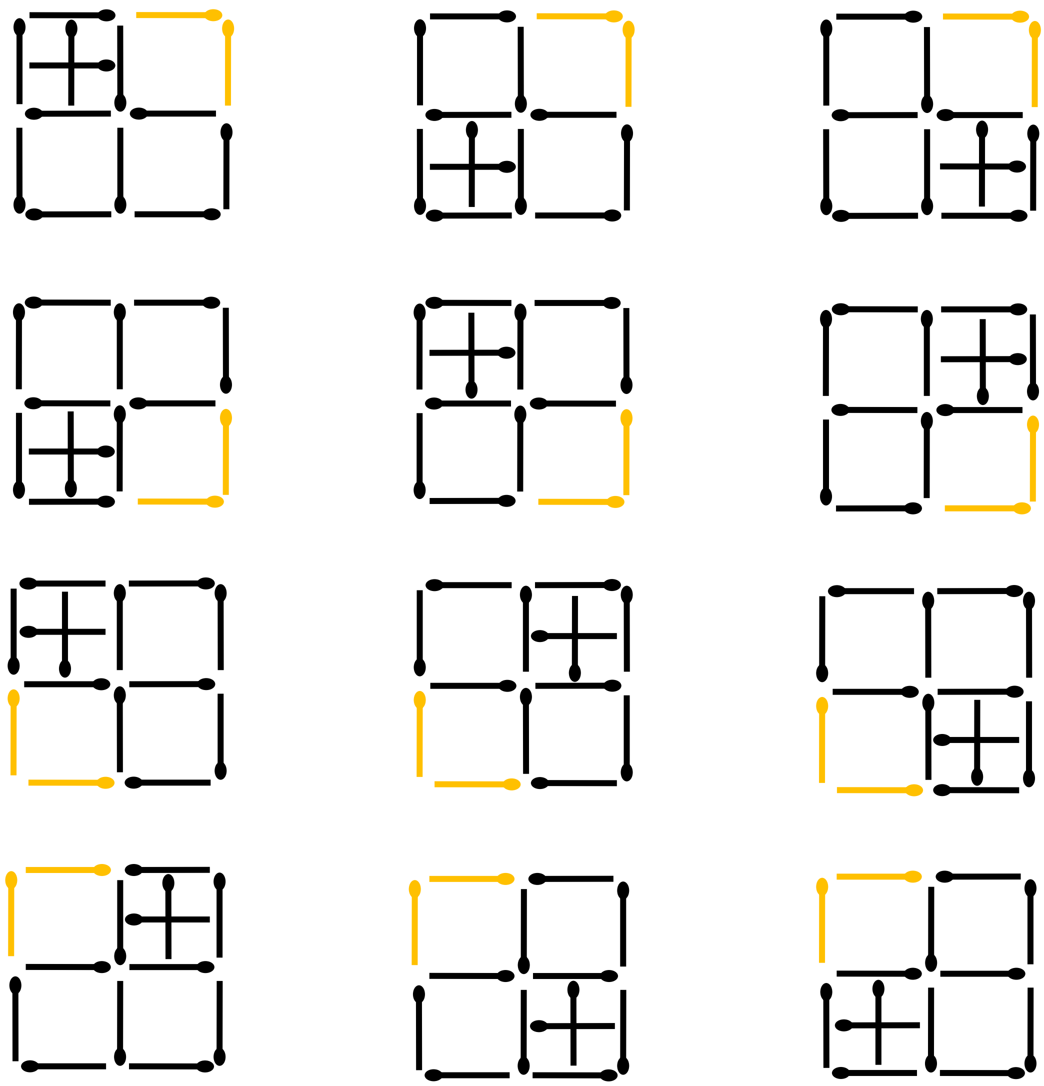
21. São soluções as variantes da apresentada:



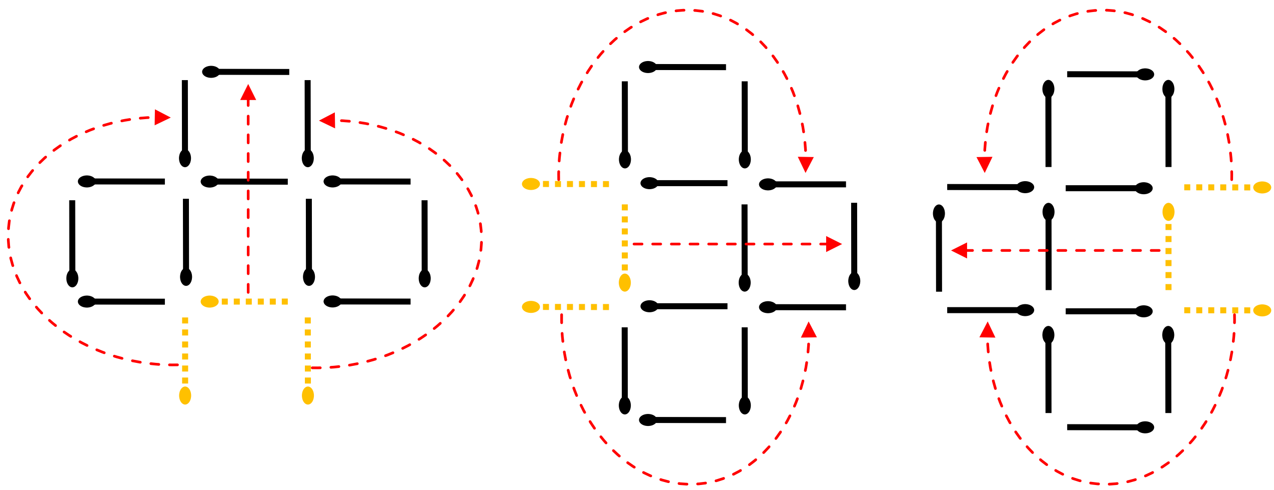
28. São também soluções as variantes da apresentada:



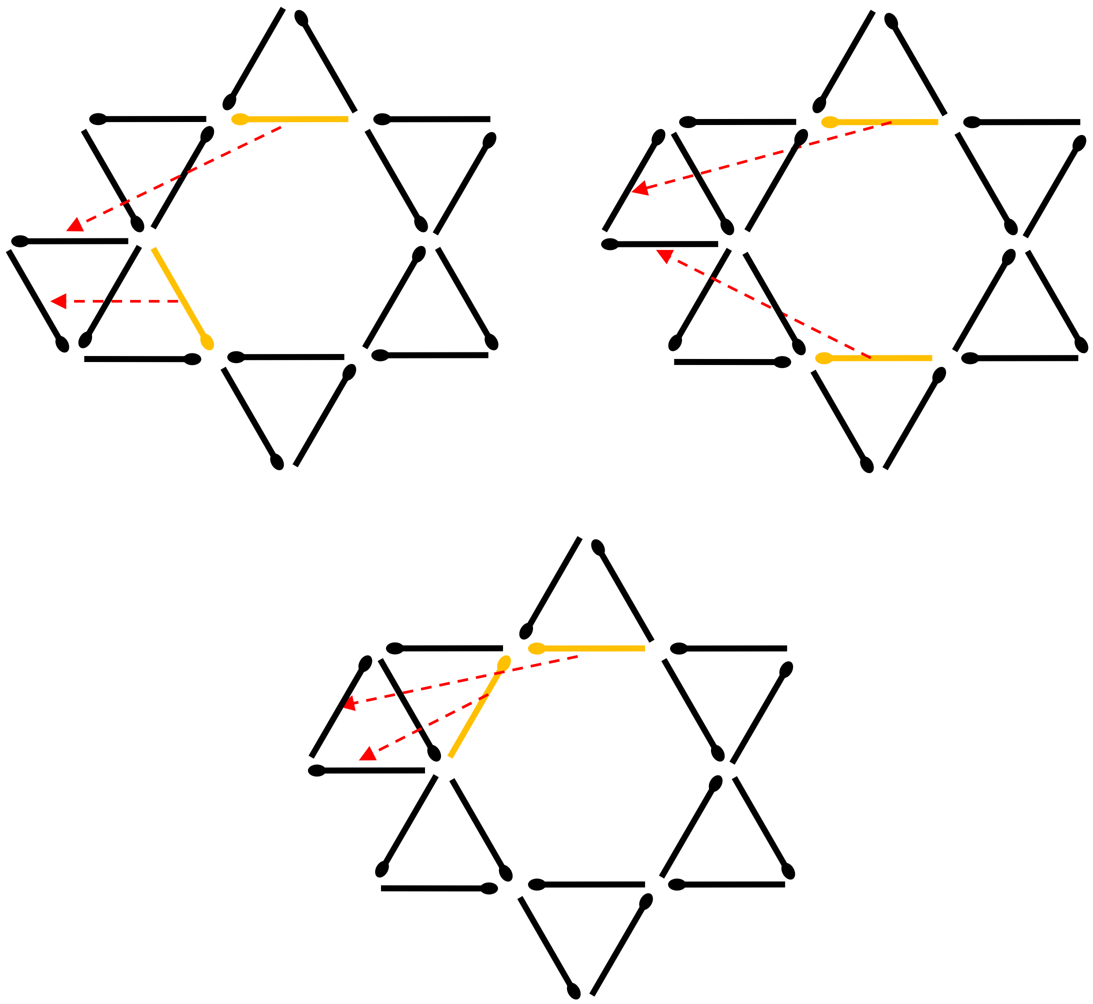
44. São soluções as variantes da apresentada:



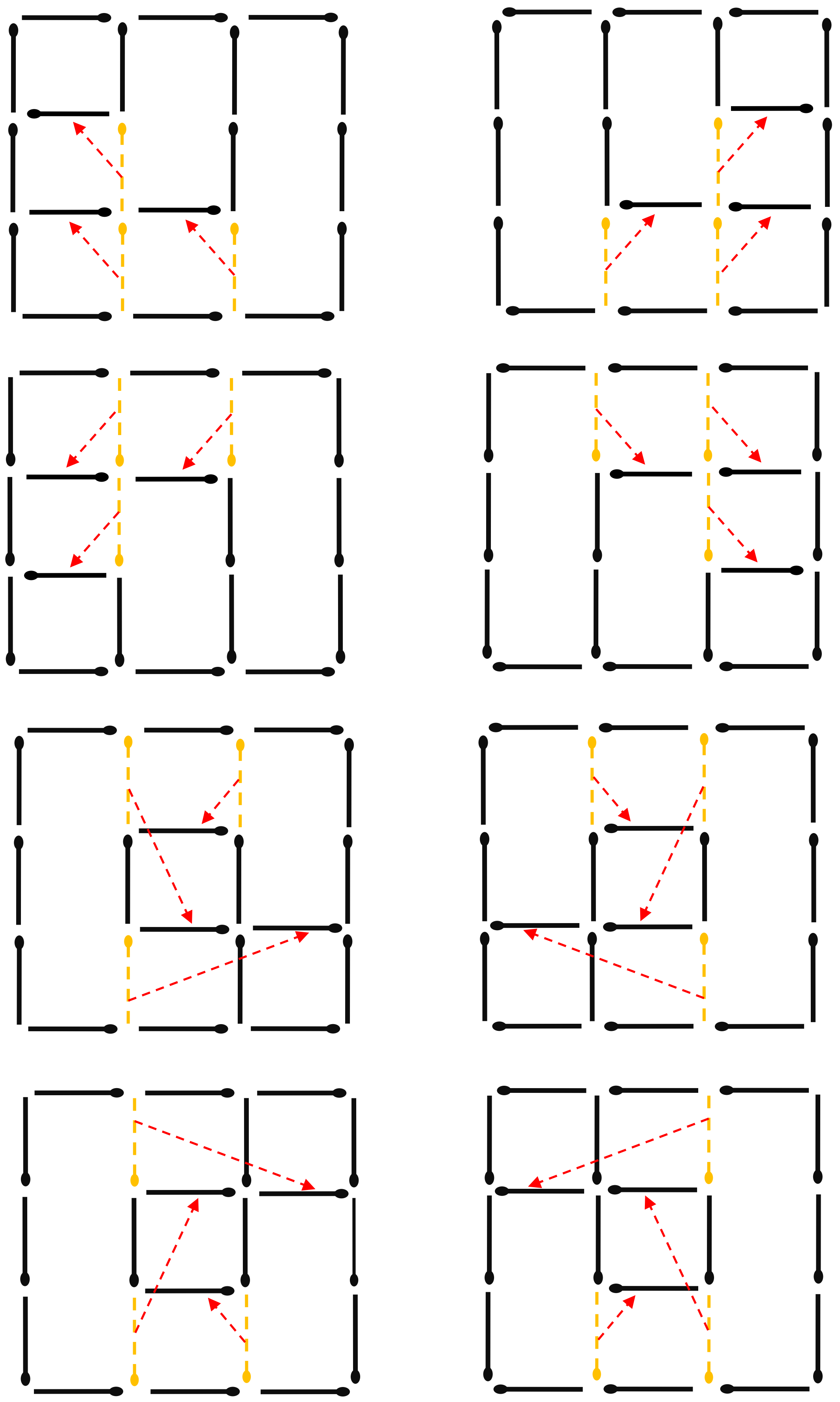
49. São também soluções as variantes da apresentada:



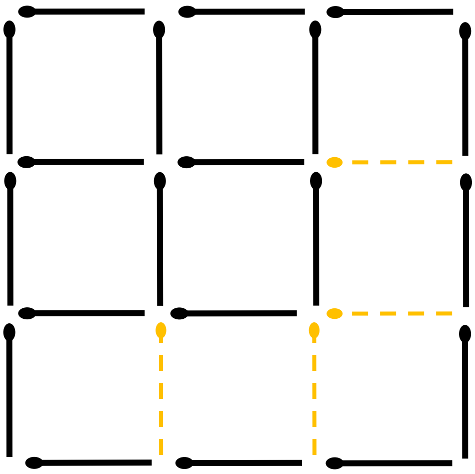
50. São também válidas todas as variantes destas três soluções, fazendo com que triângulo exterior obtido, aos lados de todas as pontas da estrela.

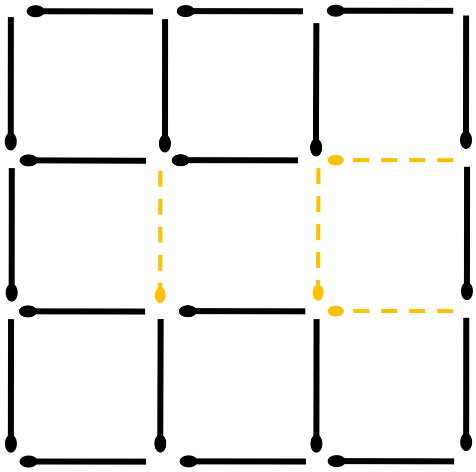


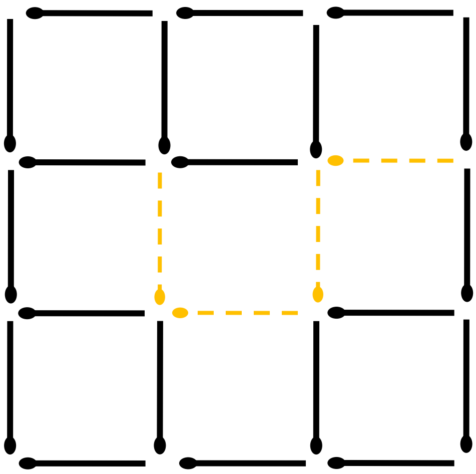
53. São soluções as variantes das soluções apresentadas:

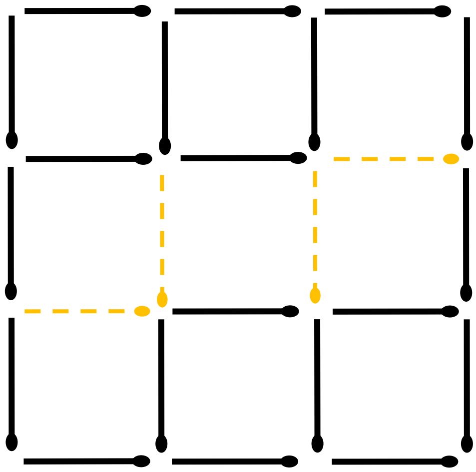


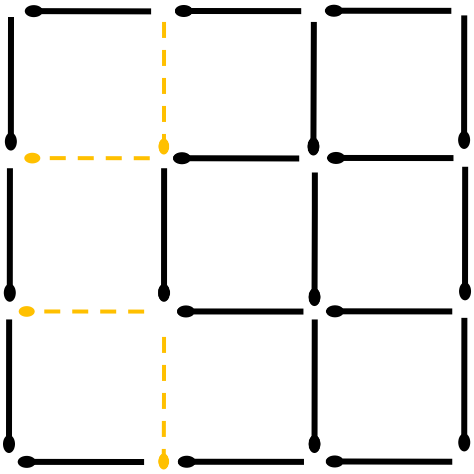
56. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas:

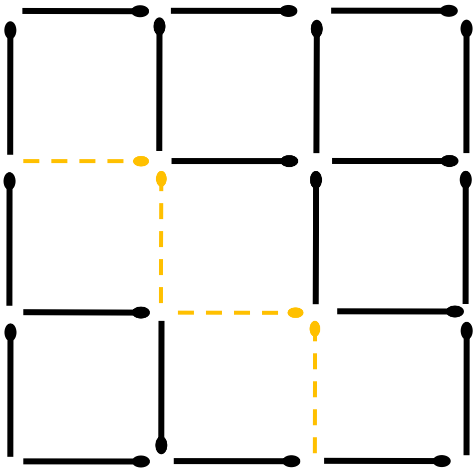




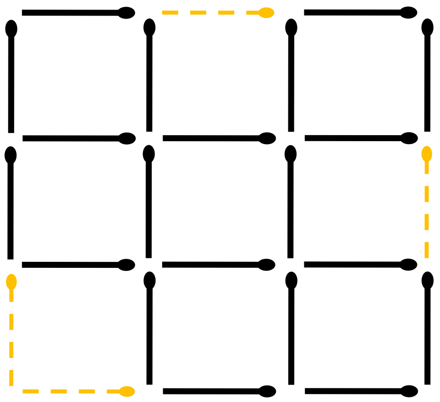


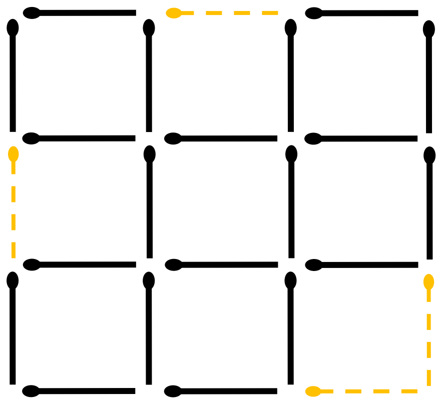


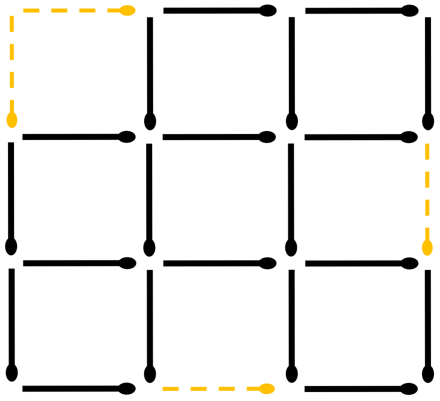


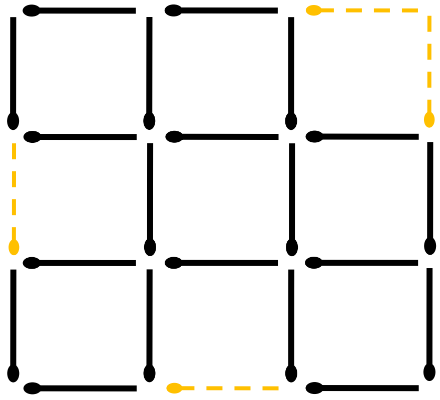


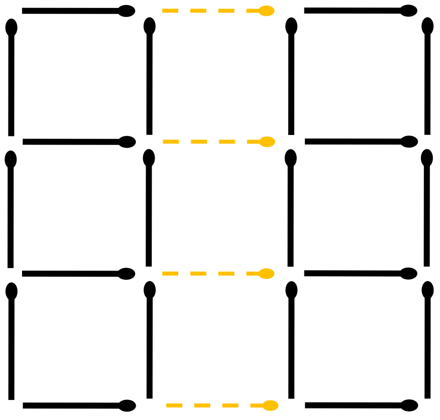
58. São soluções as variantes da solução apresentada:

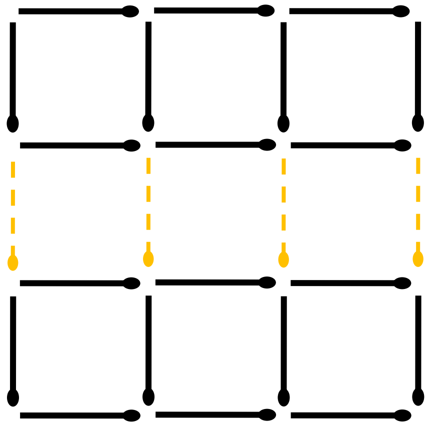




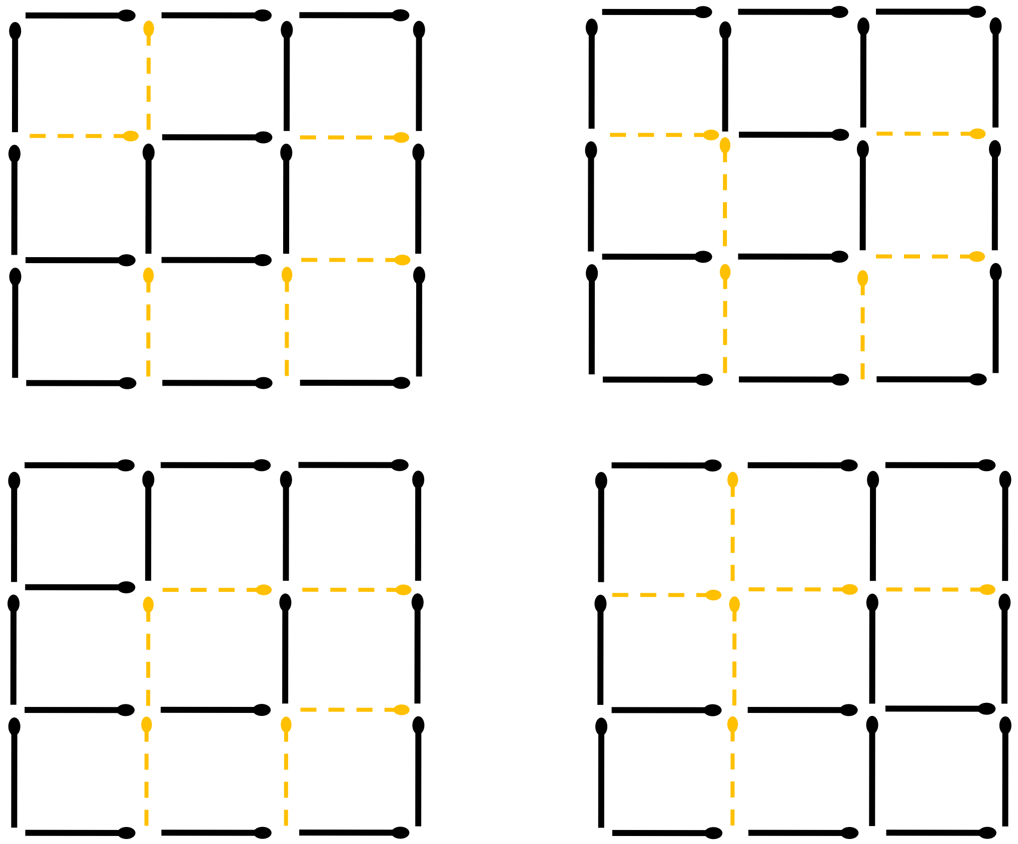




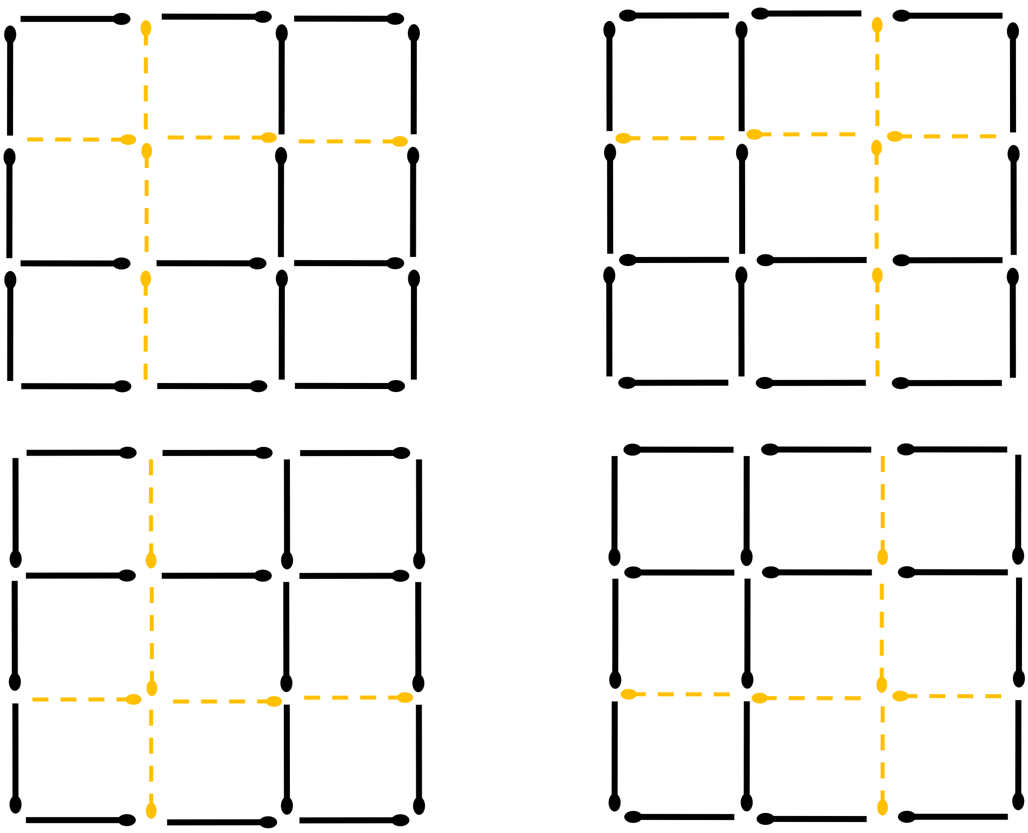




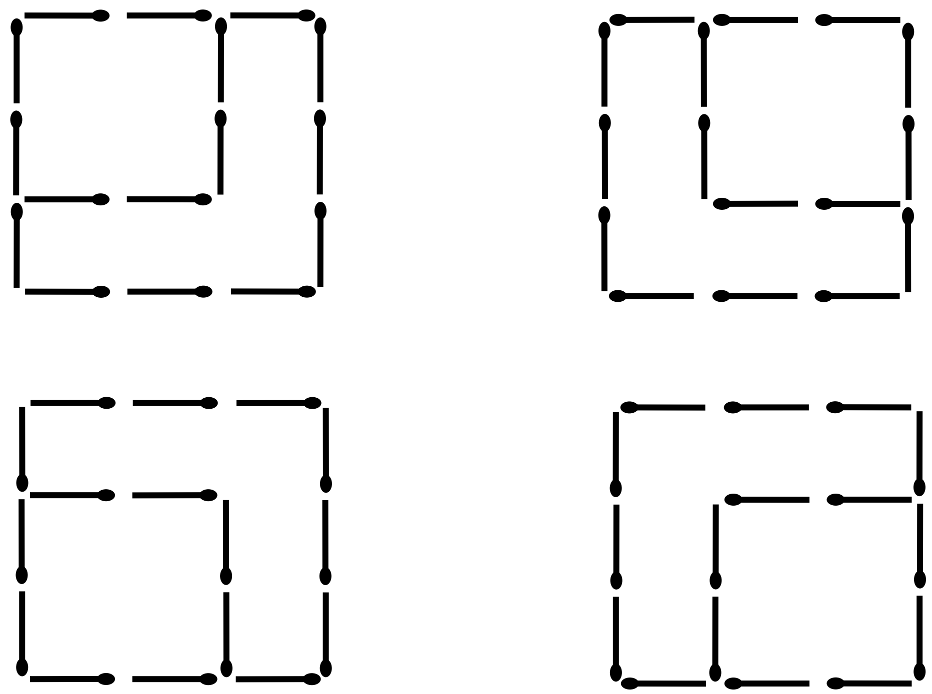
59. São também soluções todas as variantes das soluções apresentadas:



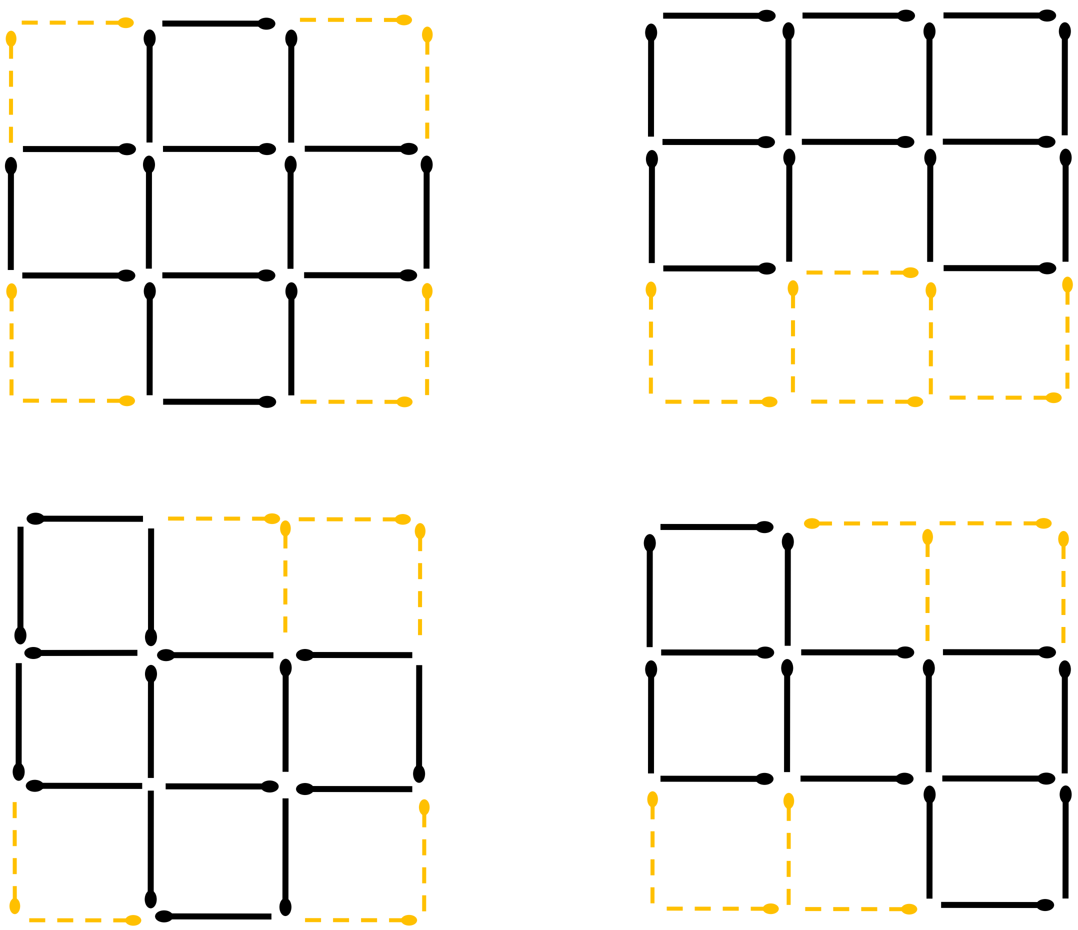
60.

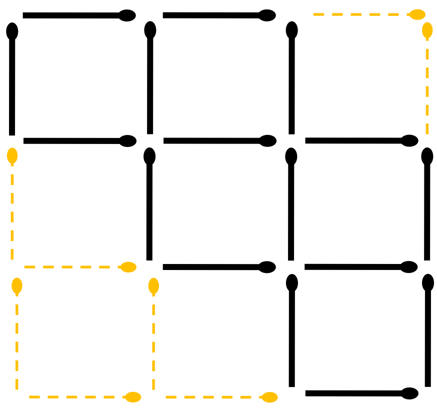


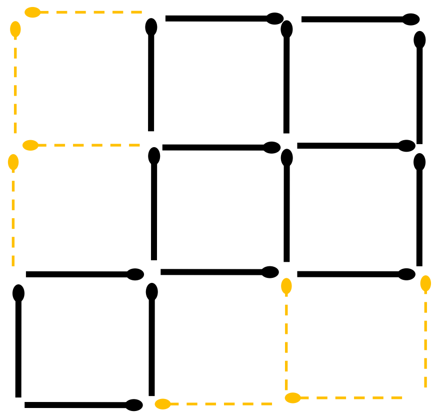
62. São válidas as variantes da primeira solução apresentada:

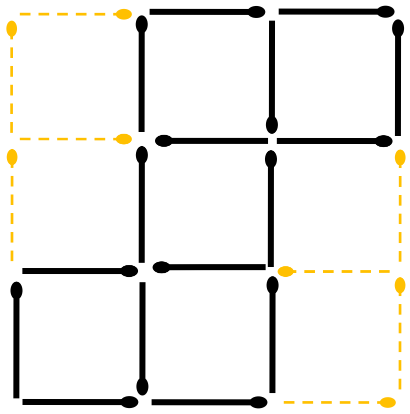


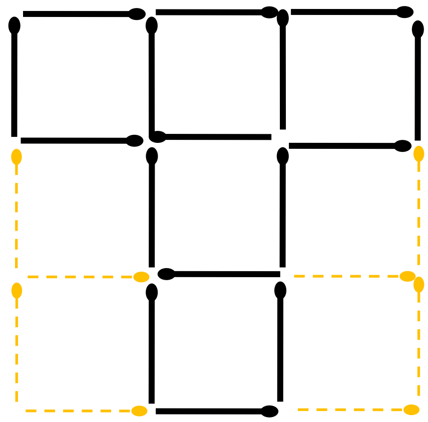
63. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas.



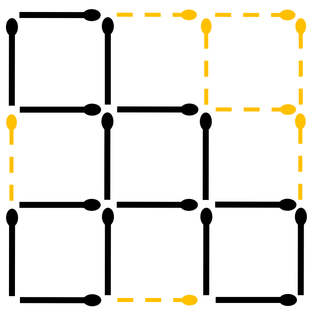


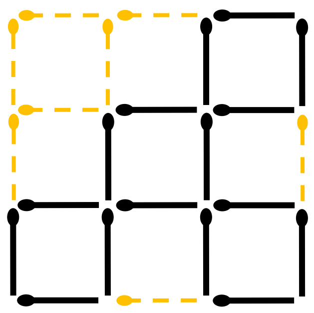


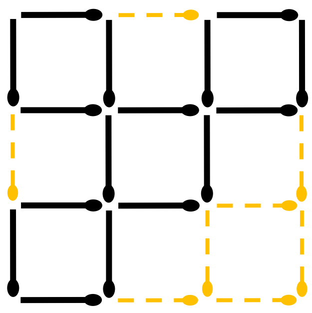


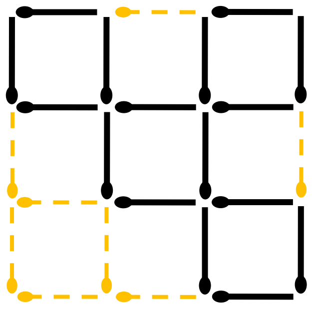


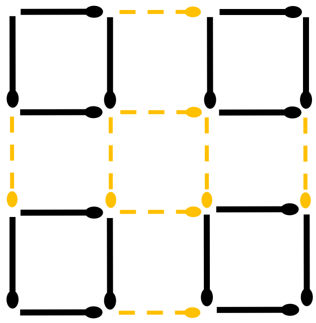
64. São também solução todas as variantes da solução apresentada.



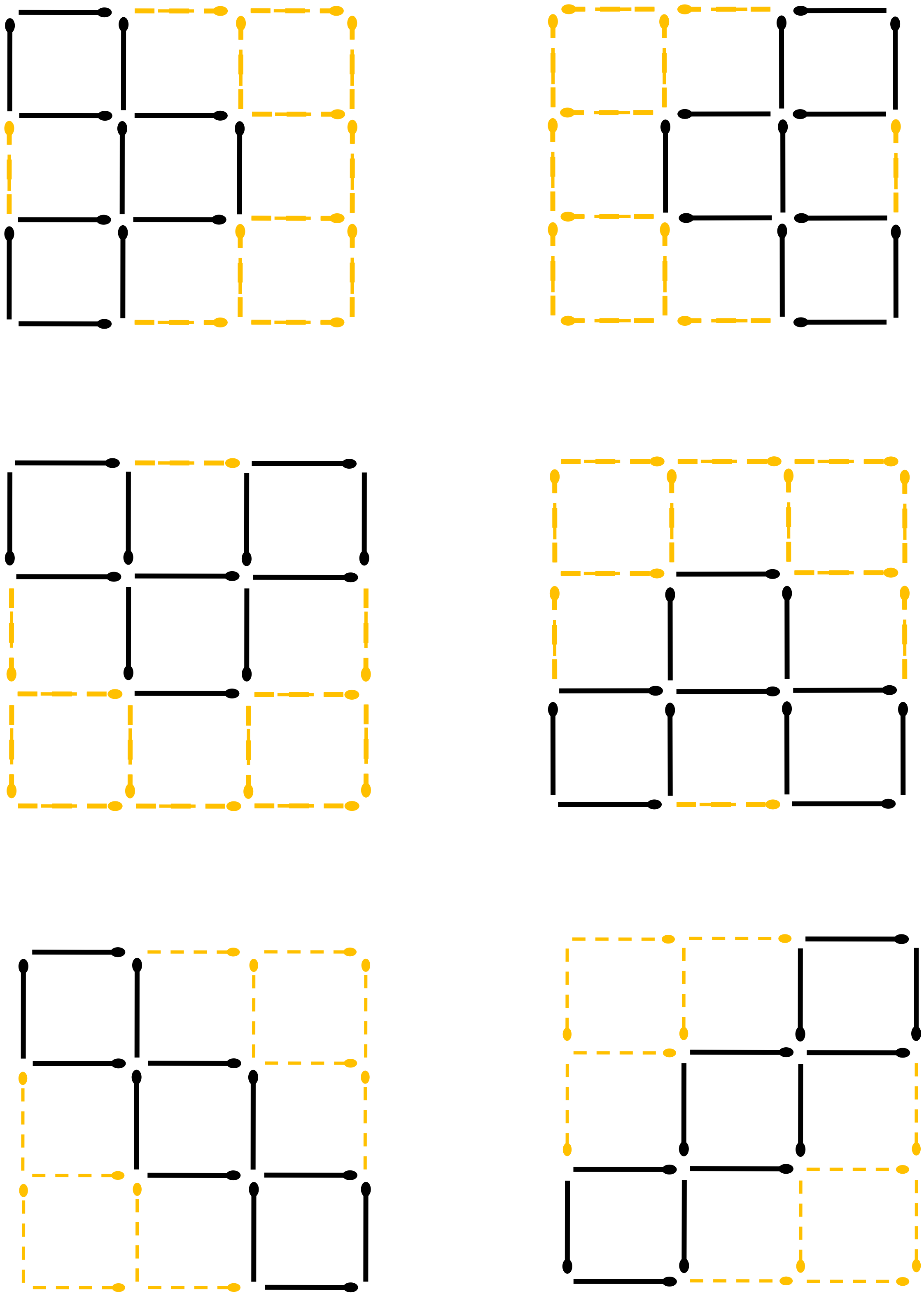




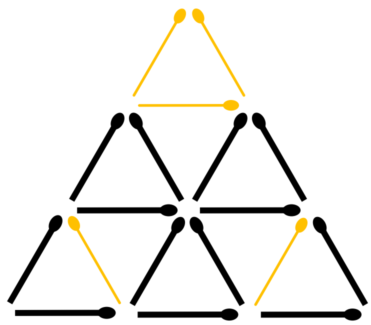


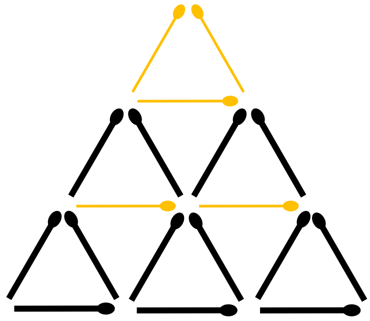


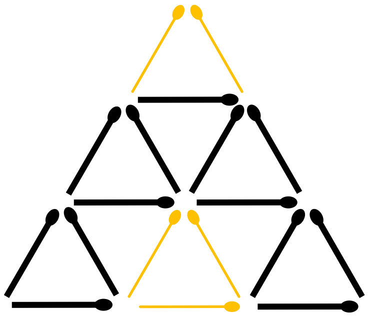
66. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas.

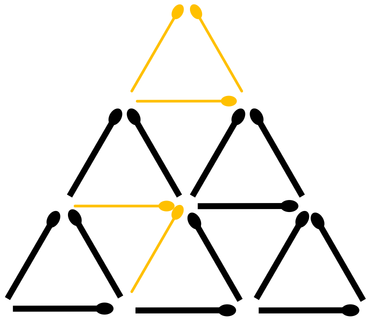


68. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas.

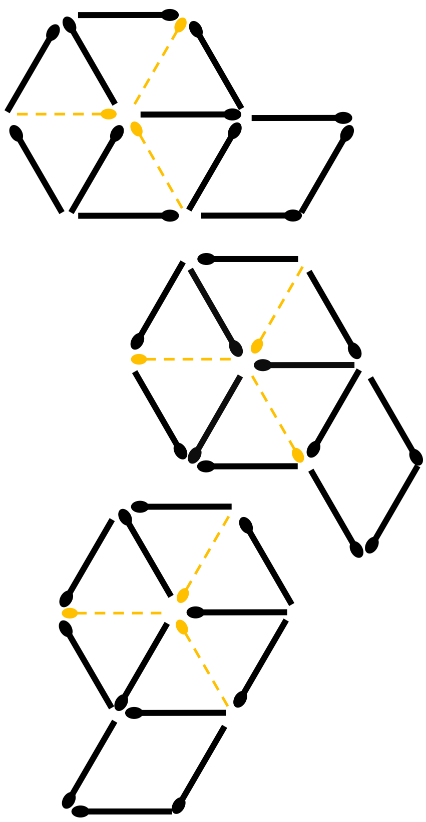


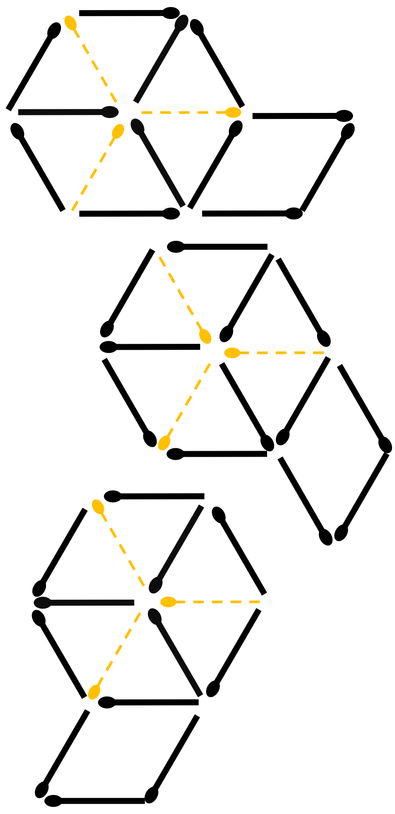






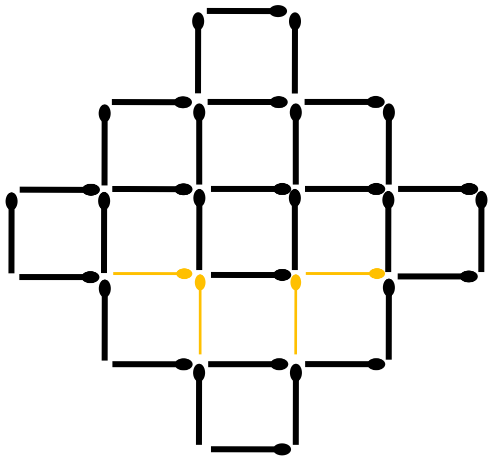
69. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas, colocando o losango obtido pelo deslocamento dos fósforos, junto de cada um dos lados do hexágono.

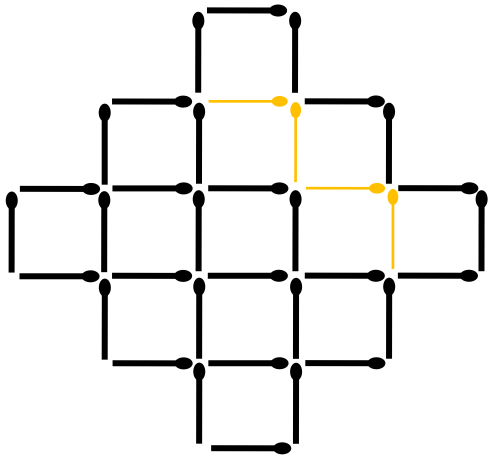


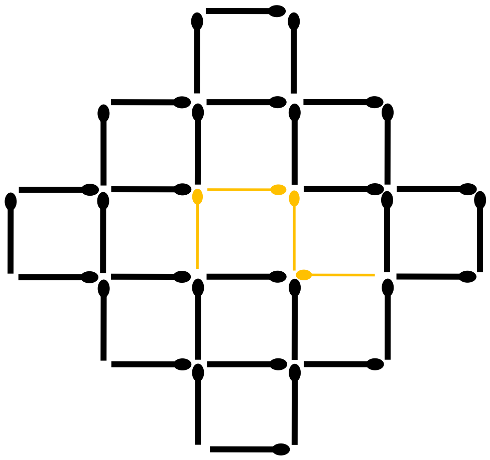


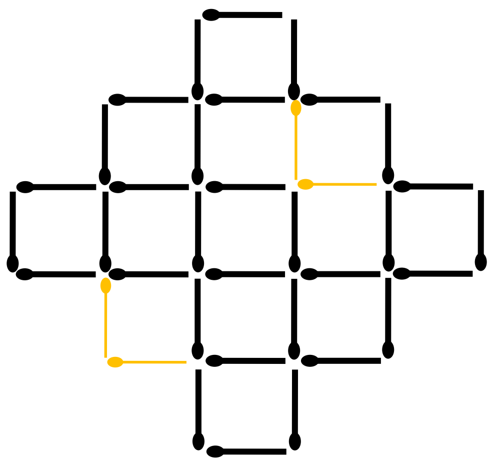
etc ………….. **etc…………..**

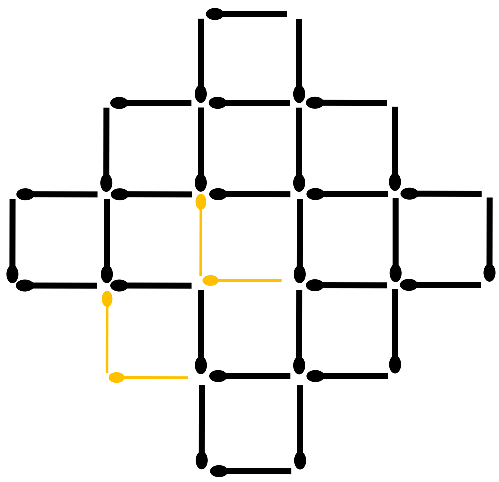
72. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas.

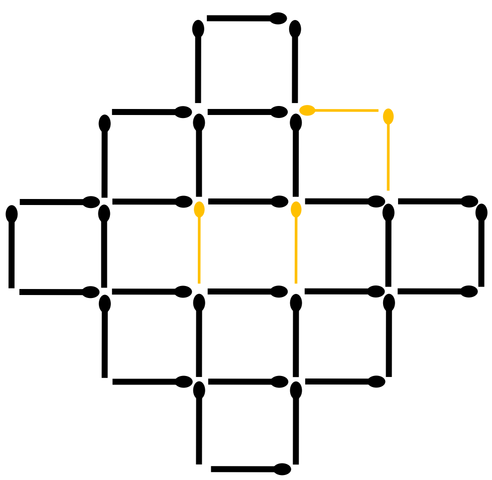




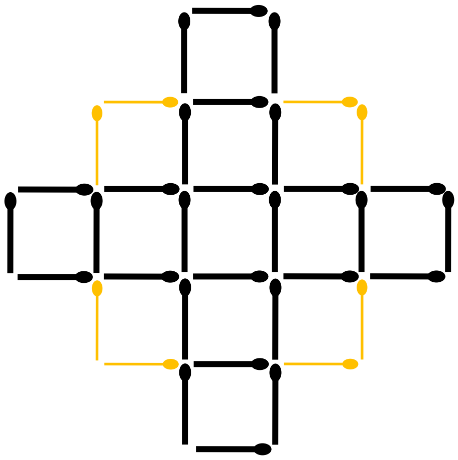
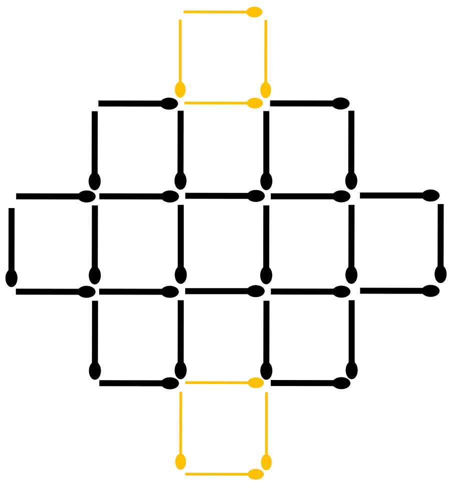
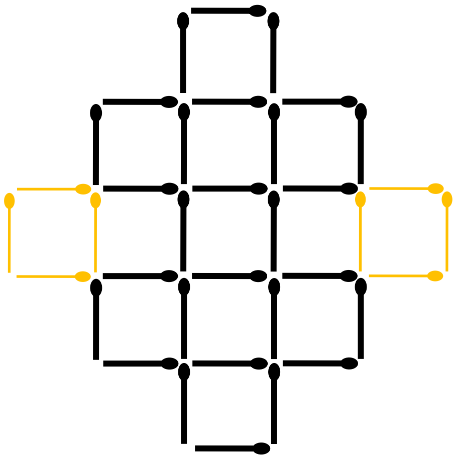
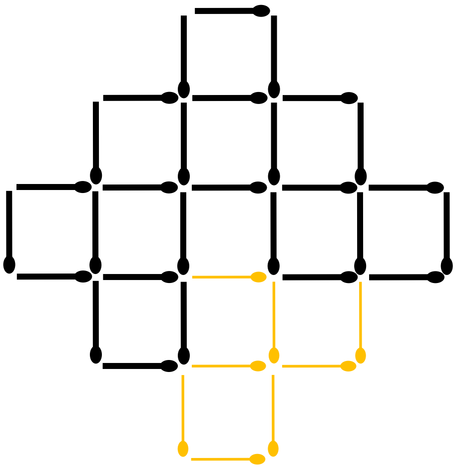
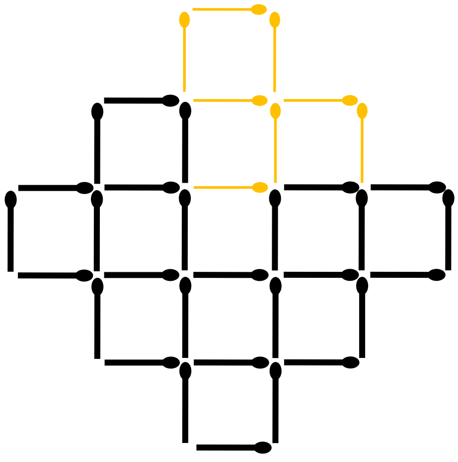
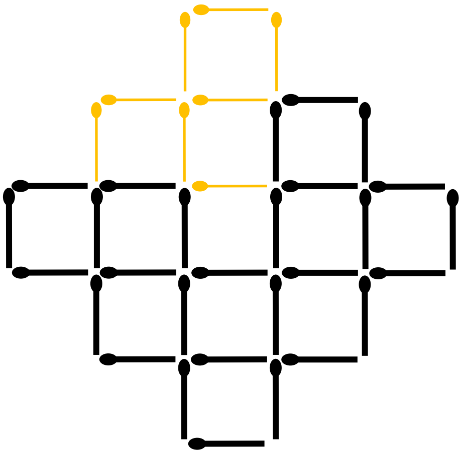


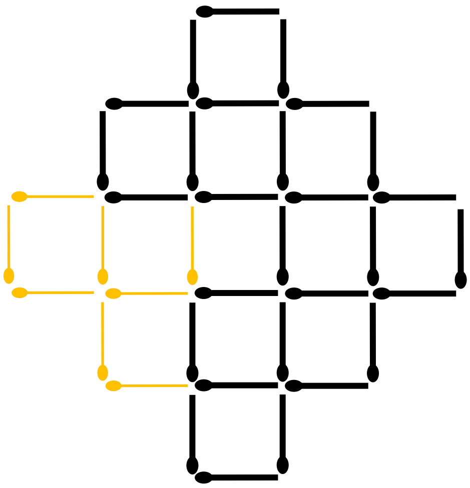


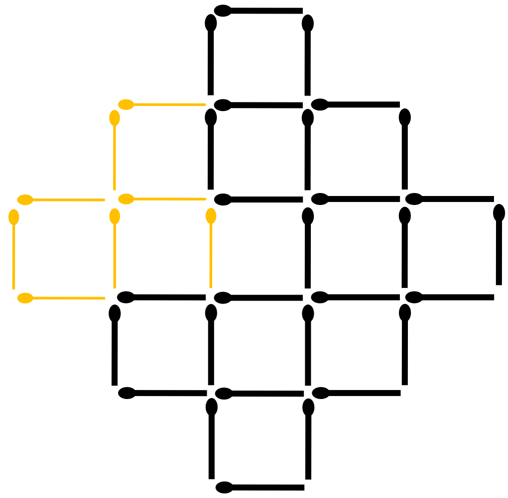


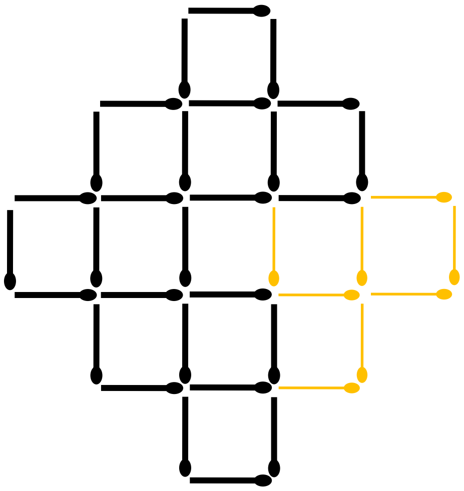


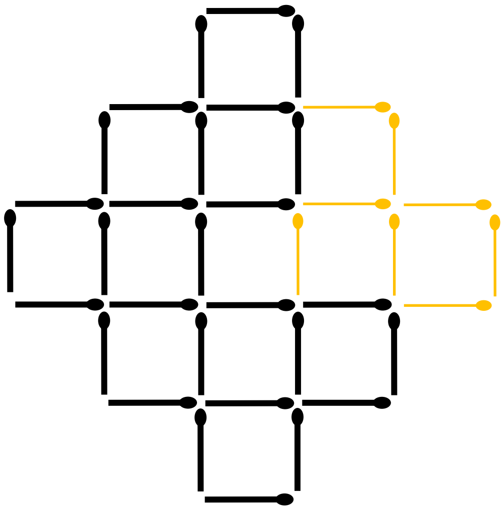
83. São ainda válidas todas as variantes das soluções apresentadas:

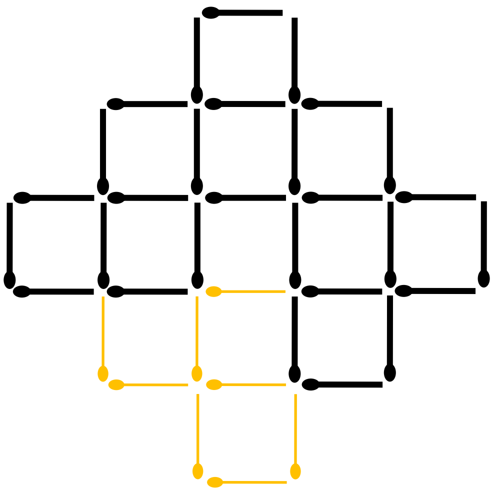









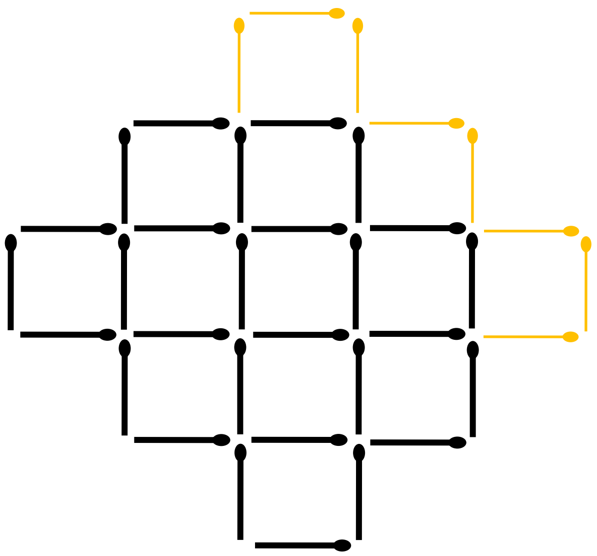


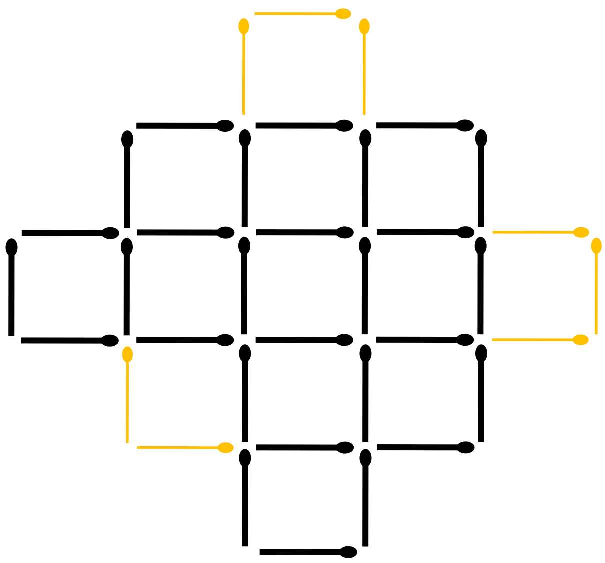


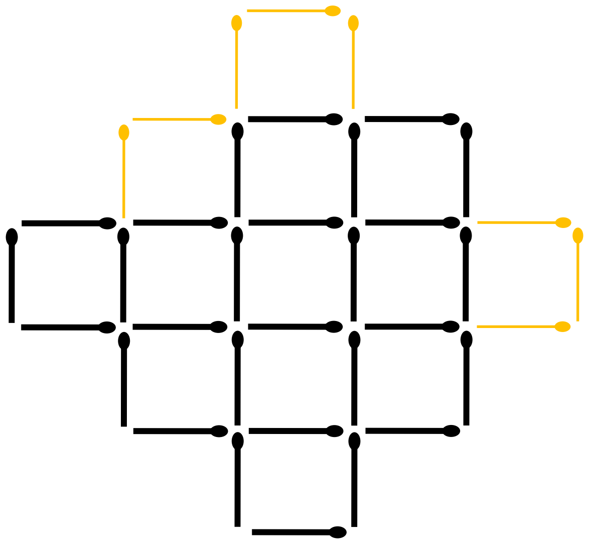


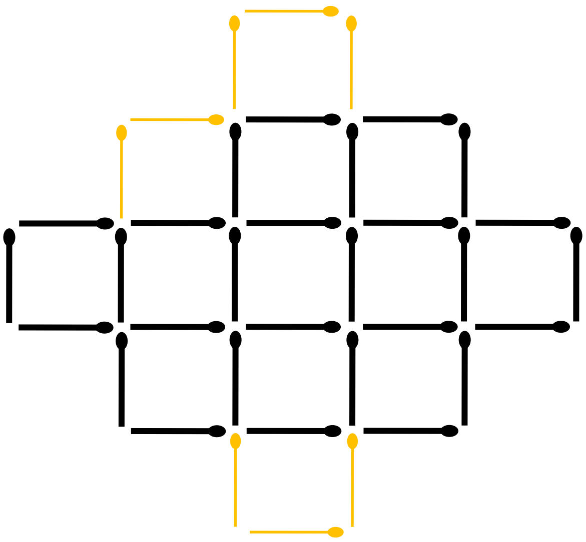


84. São também solução todas as variantes das soluções apresentadas.

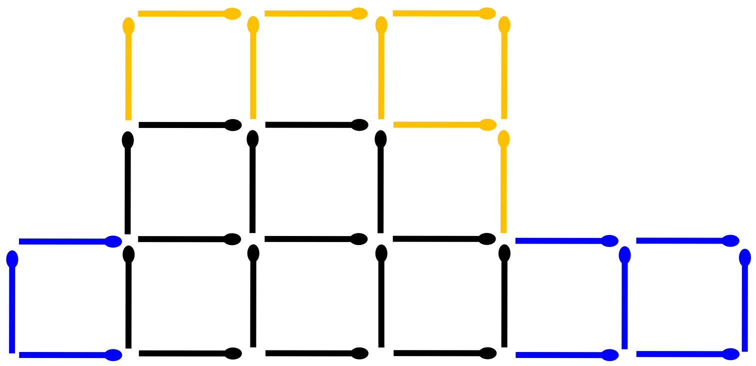


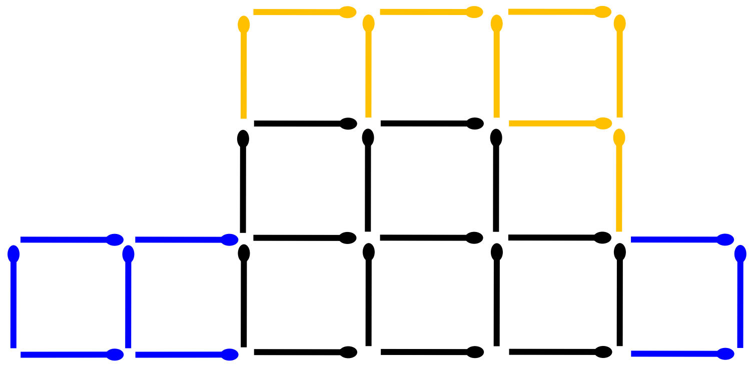


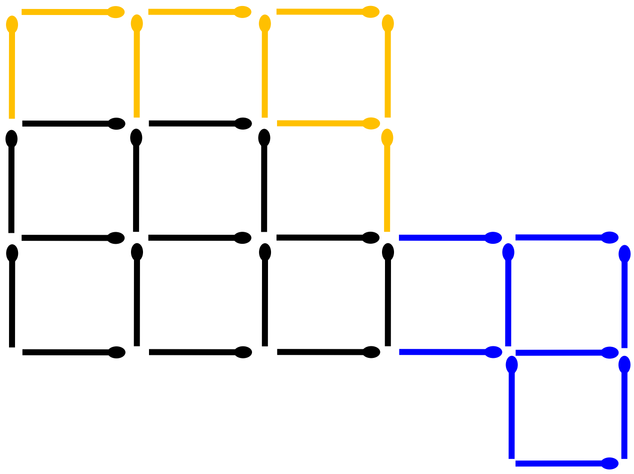


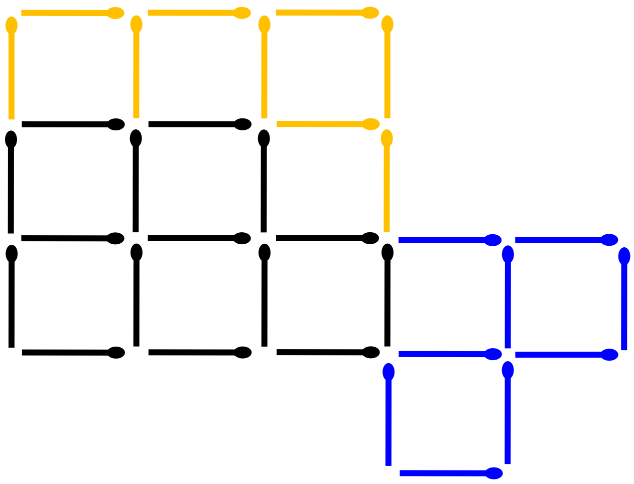


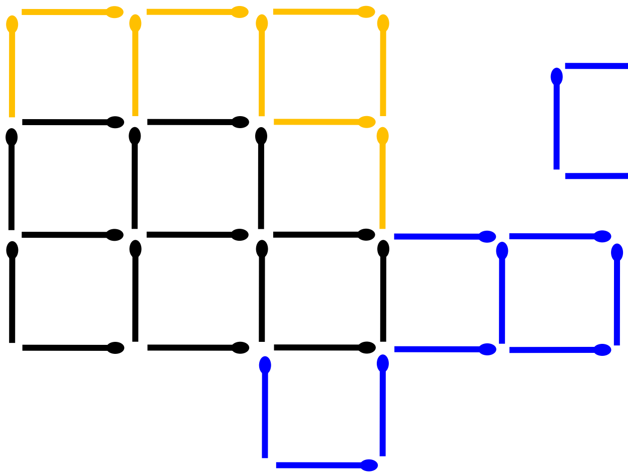
85.

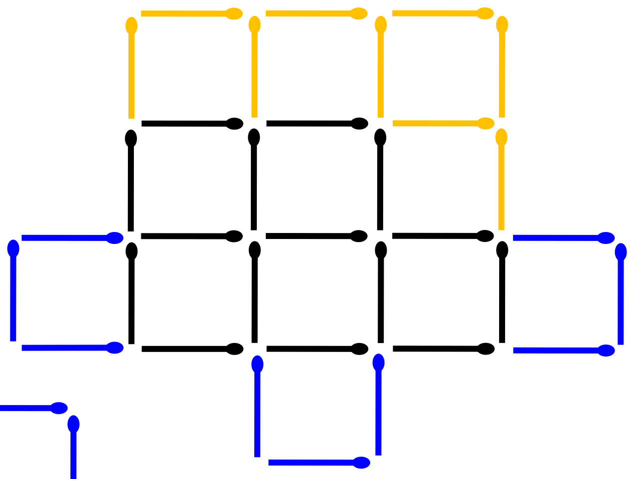


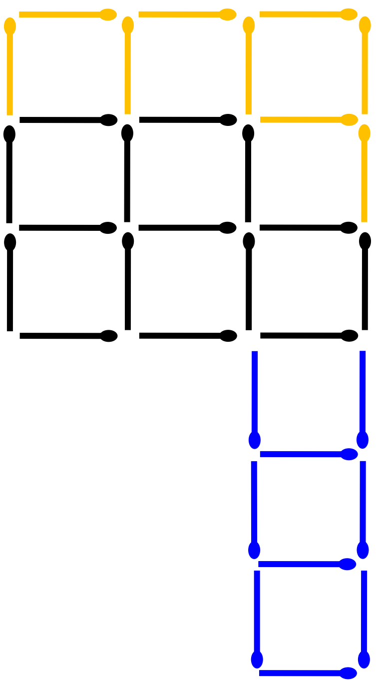


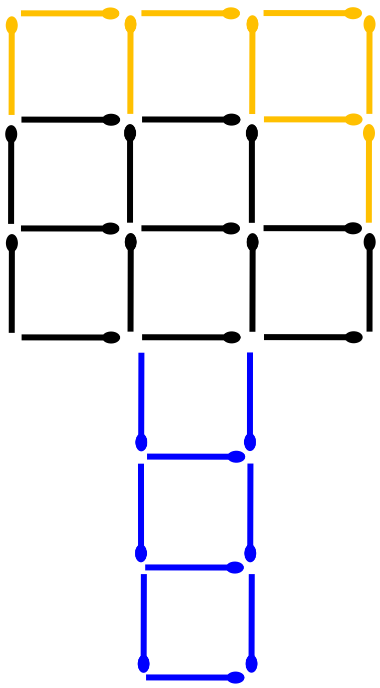


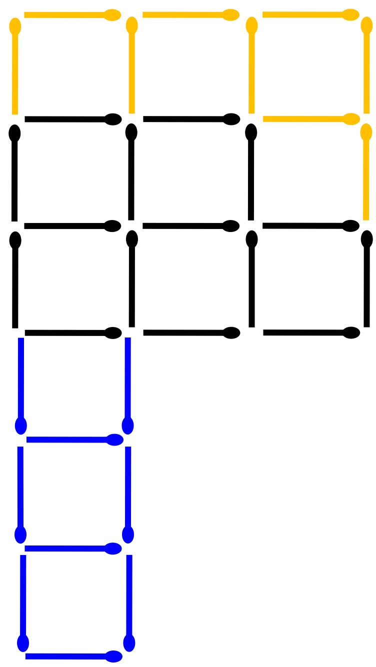






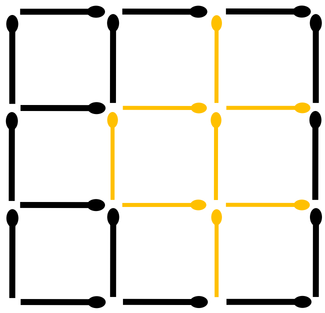


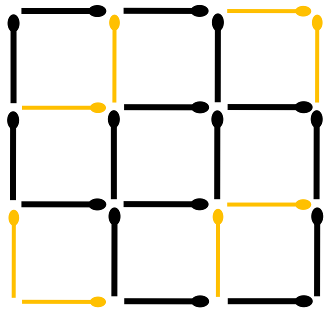


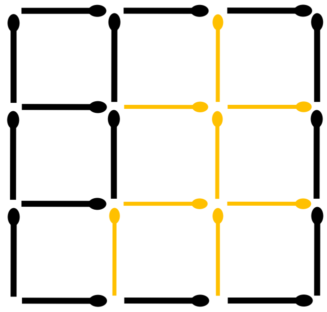


E ainda há muitas mais!

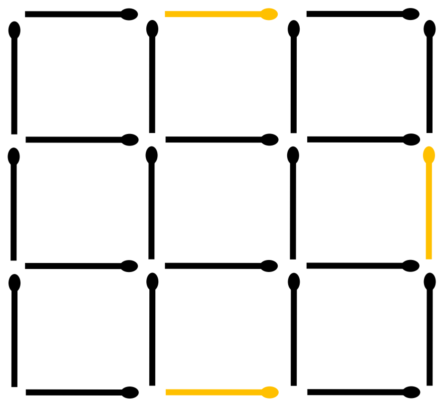
86- São também solução todas as variantes das soluções apresentadas.

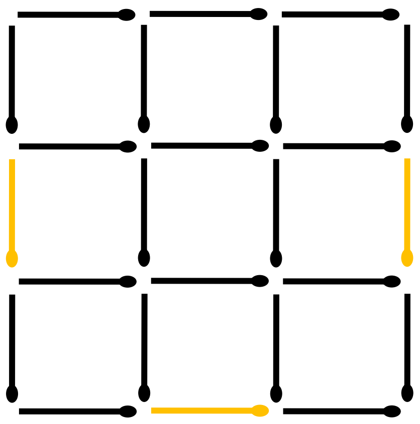


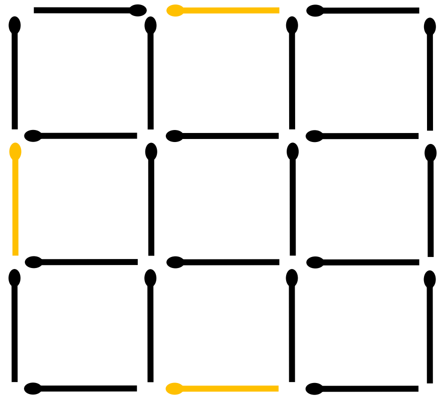


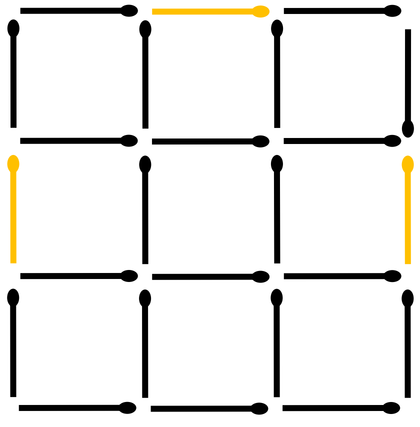


87. Também são válidas as variantes da solução apresentada

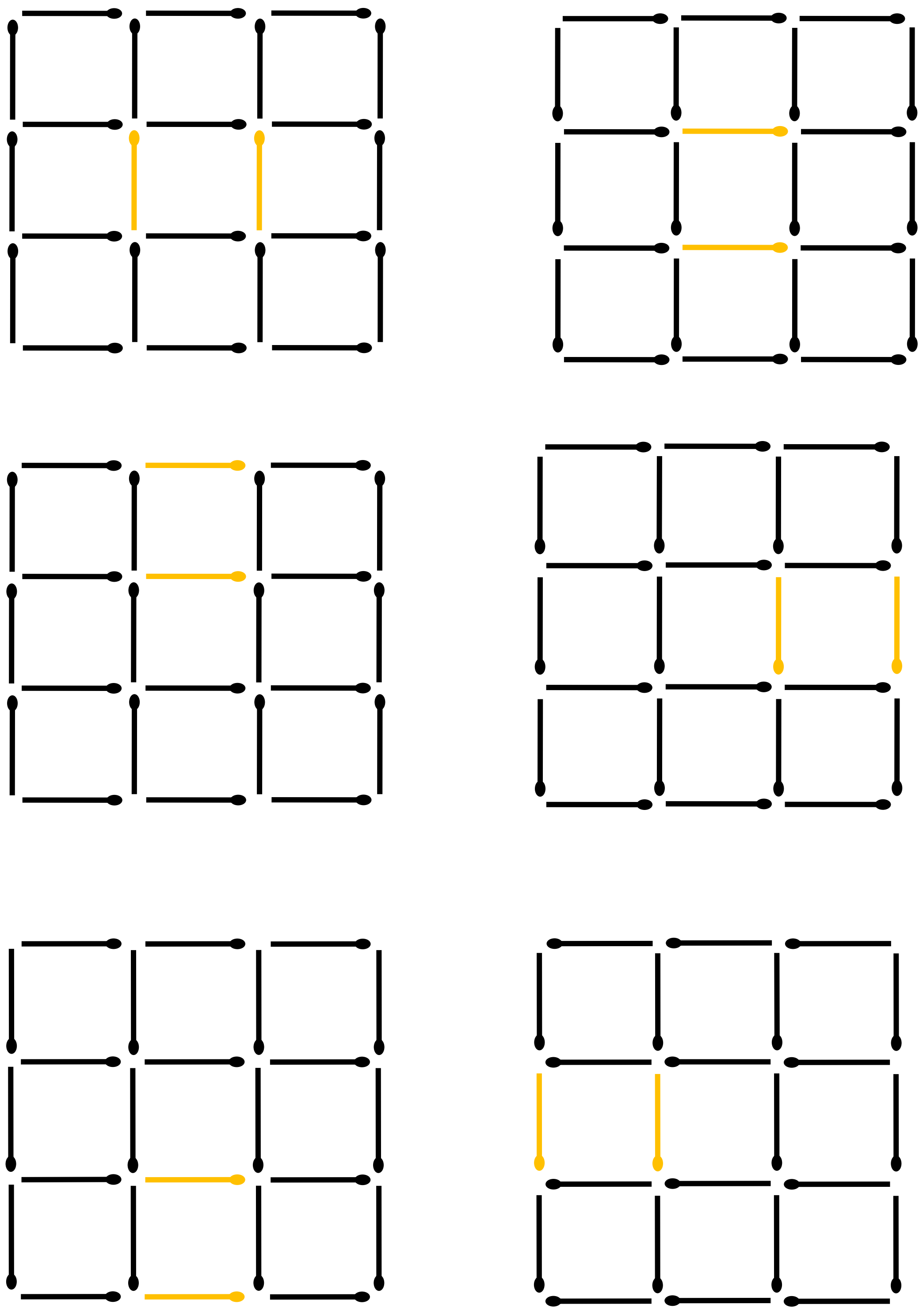




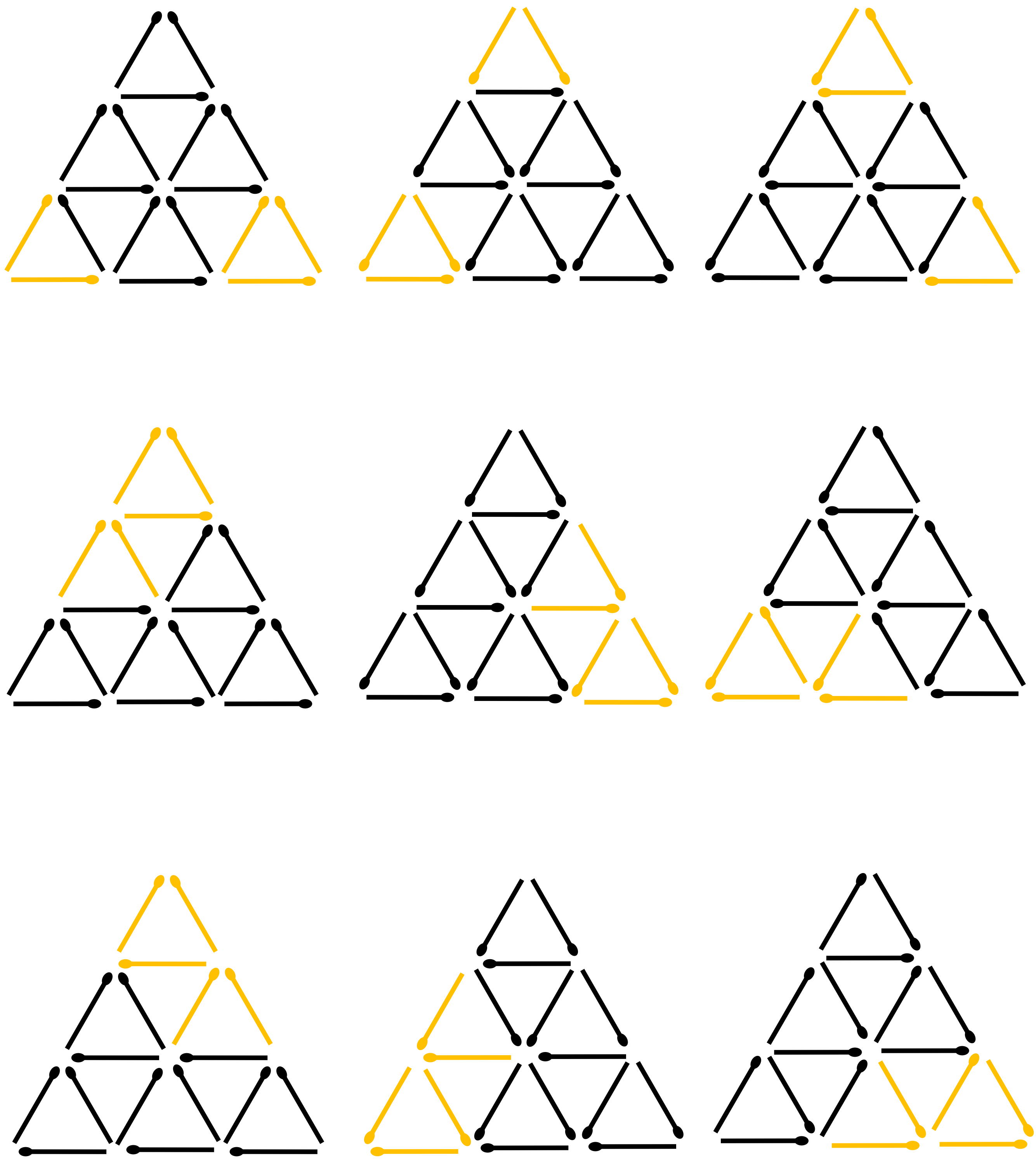




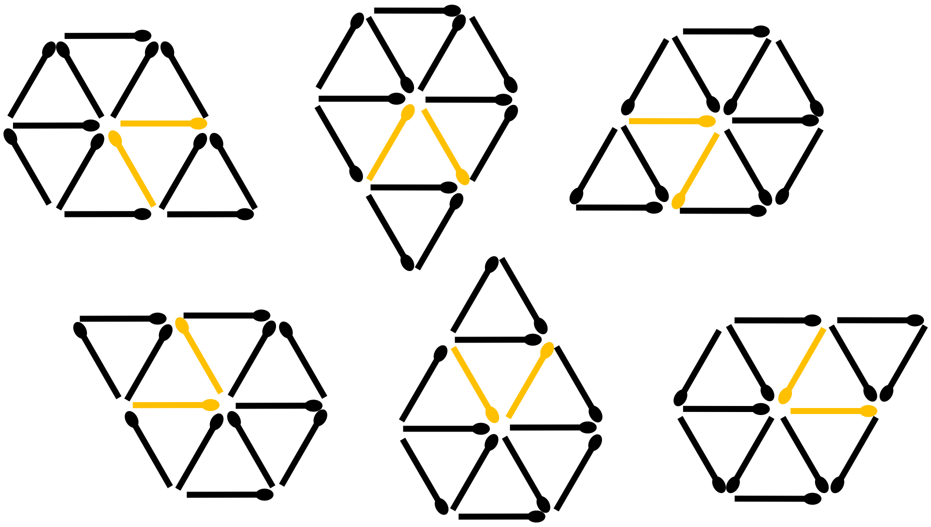
88.



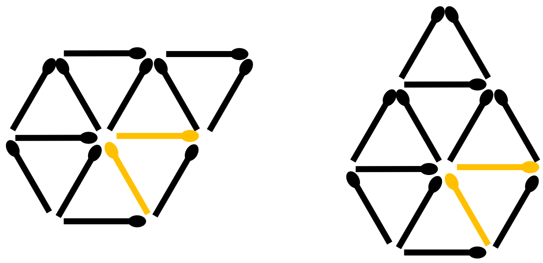
94.



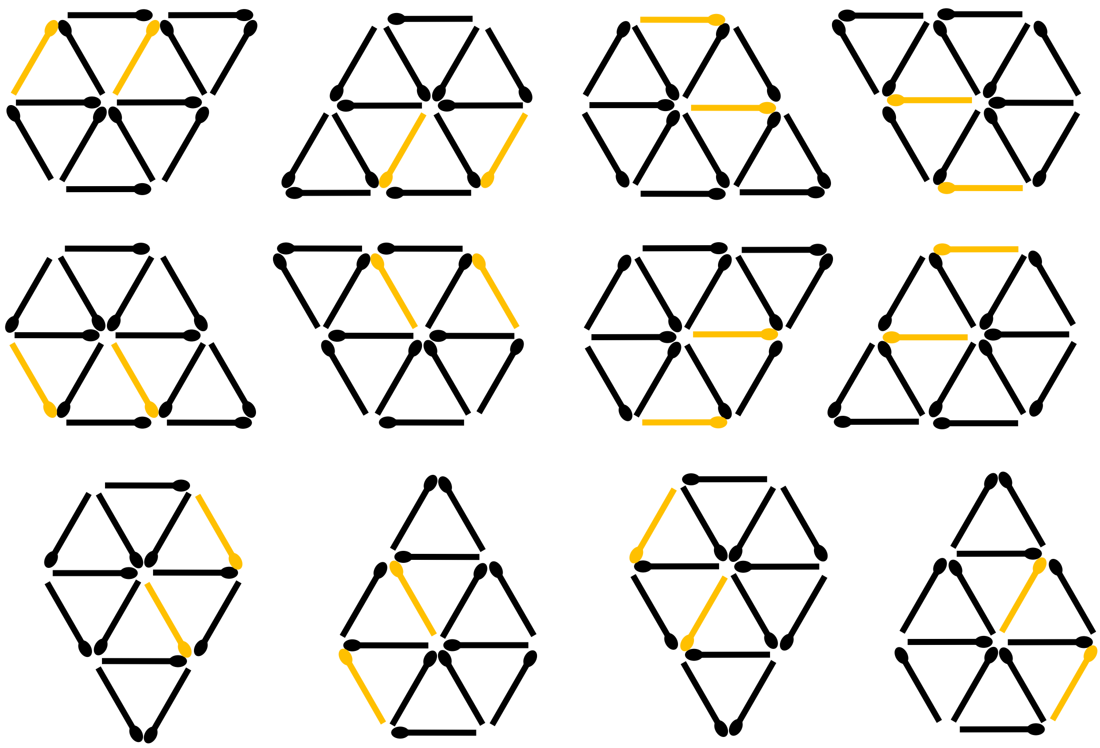
97.



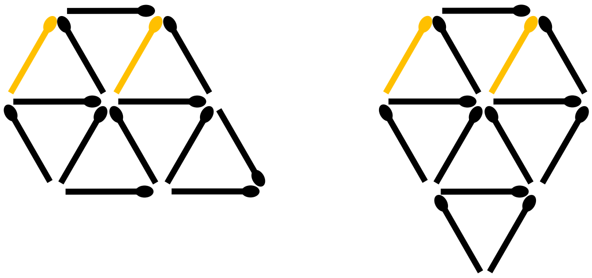
Para além destas soluções são válidas as variantes que resultam da colocação do triângulo exterior junto a cada um dos lados do hexágono como por exemplo:



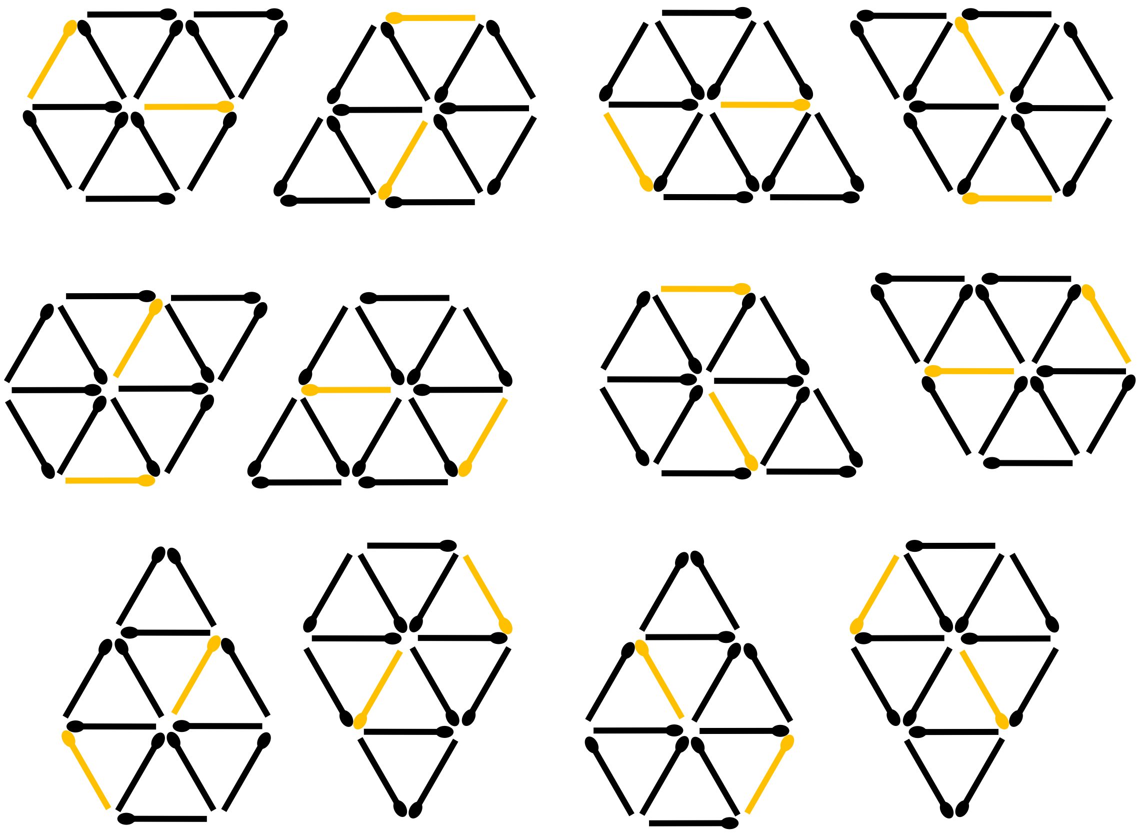
Outras soluções:



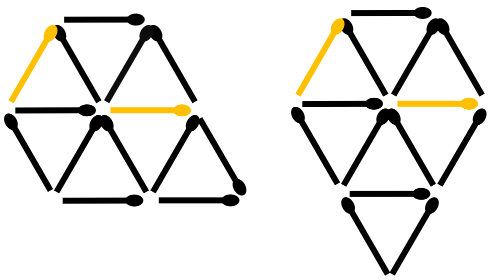
Para além destas soluções são válidas as variantes que resultam da colocação do triângulo exterior junto a cada um dos lados do hexágono como por exemplo:



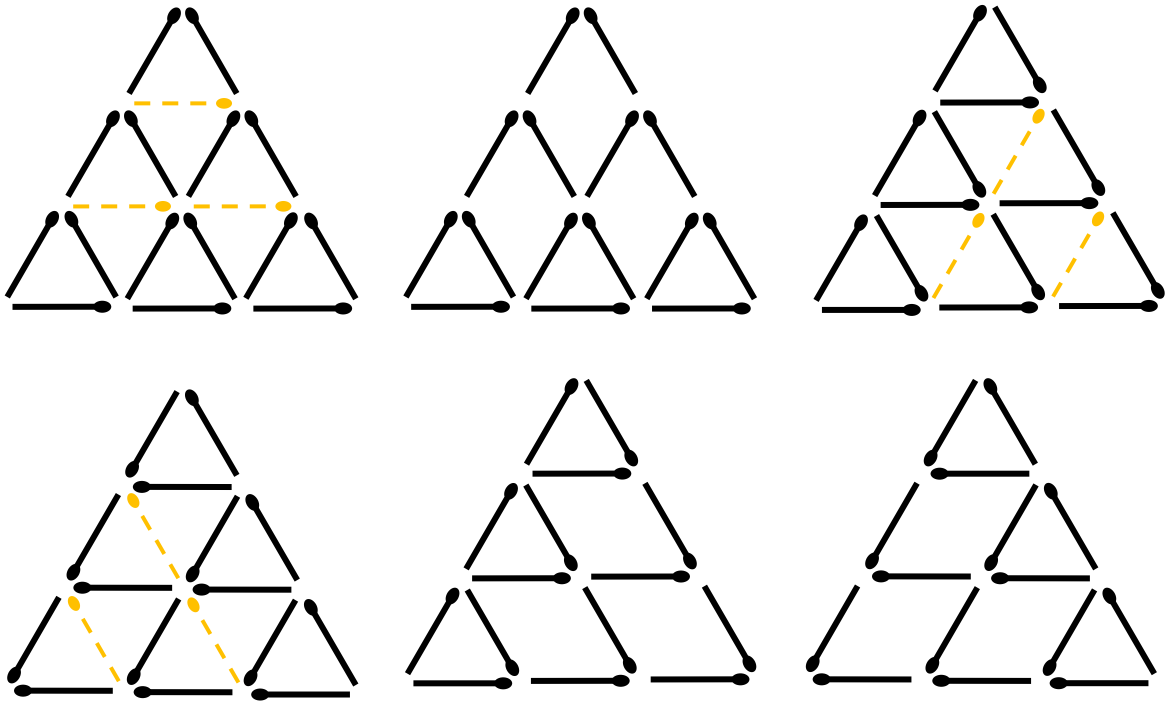
Mais soluções:



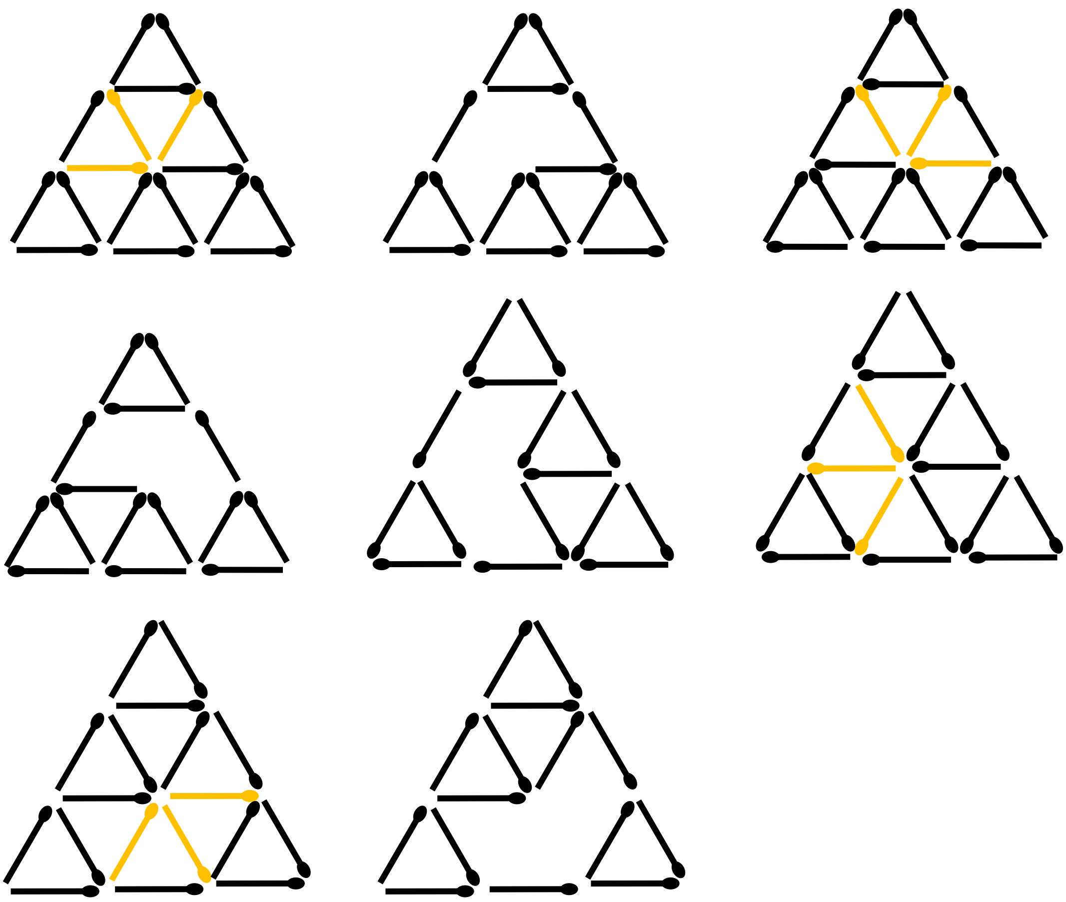
Para além destas soluções são válidas as variantes que resultam da colocação do triângulo exterior junto a cada um dos lados do hexágono como por exemplo:



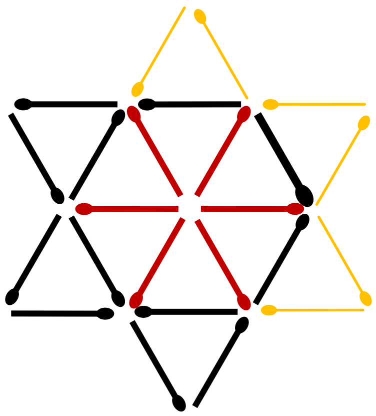
100. São também válidas as variantes da solução apresentada

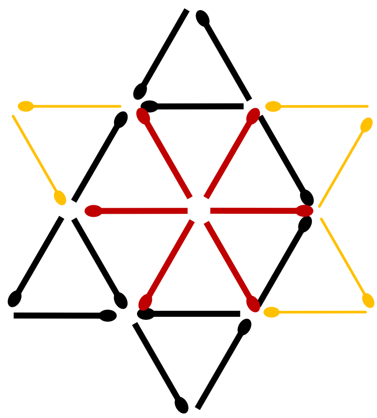


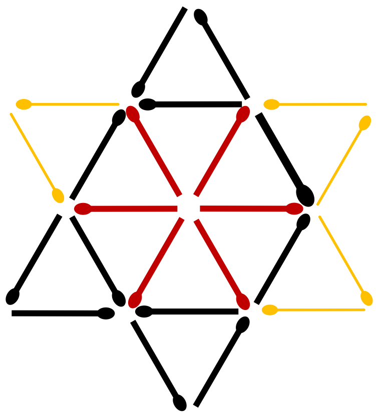
101. São também válidas as variantes da solução apresentada

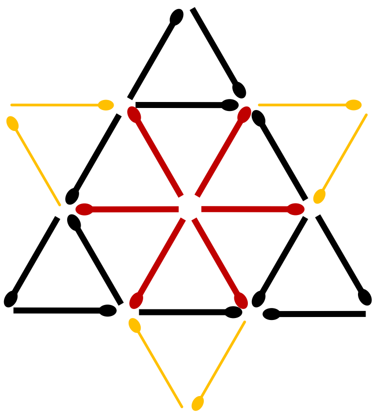


103.. São válidas todas as variantes da solução apresentada.

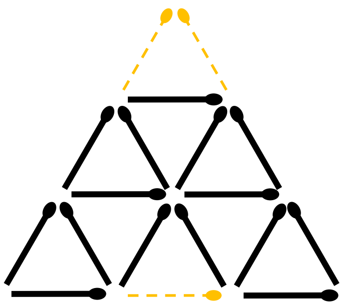


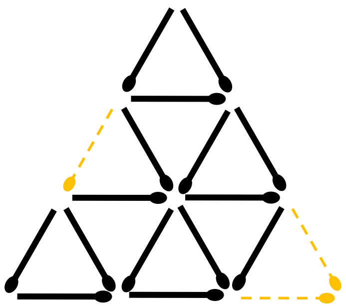


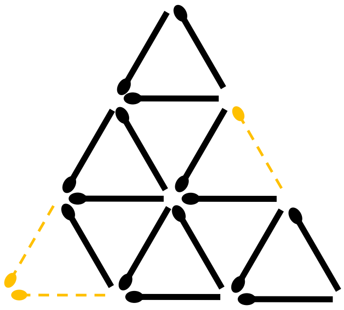




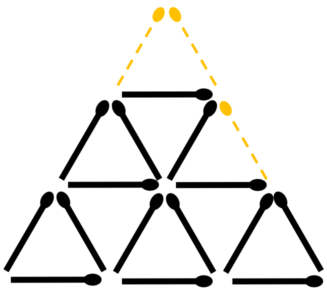
104. São válidas as variantes:



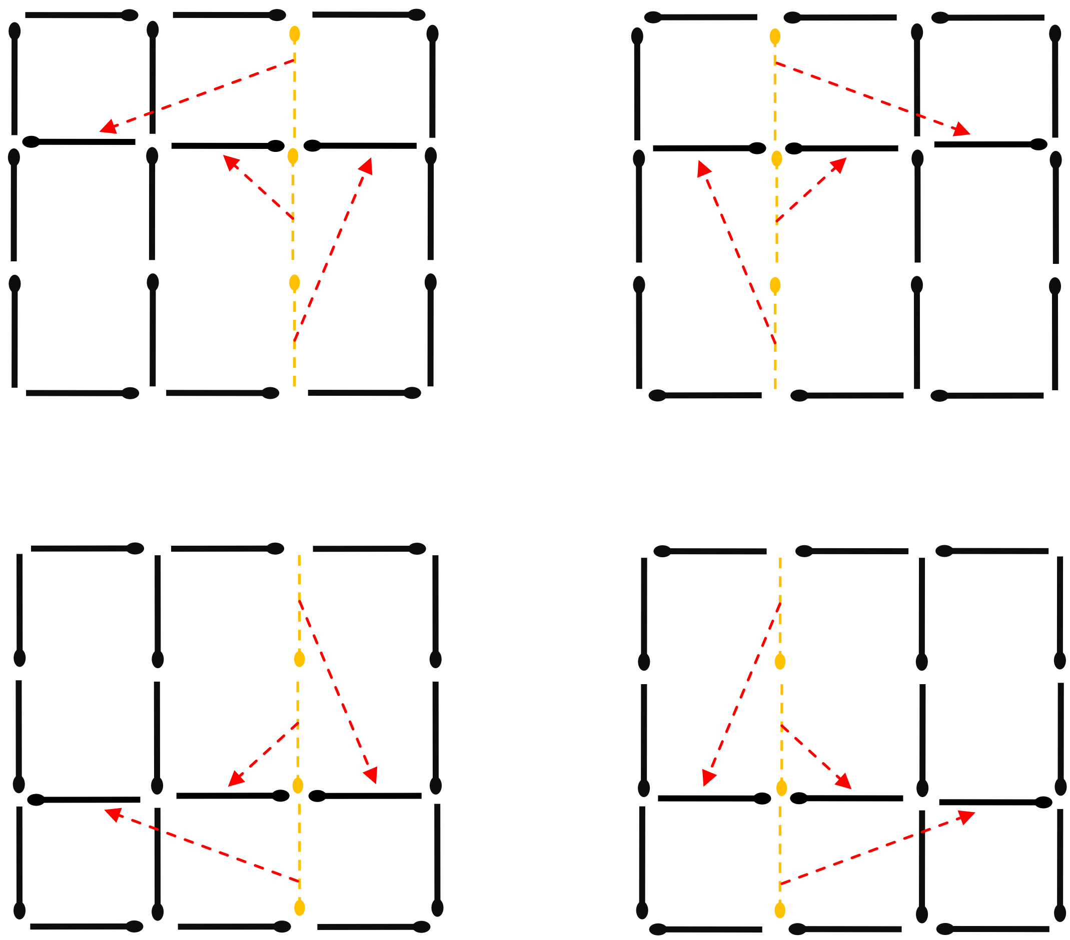




A situação seguinte **<u>não é válida</u>** porque, além dos 7 triângulos iguais, apresenta mais um triângulo maior.



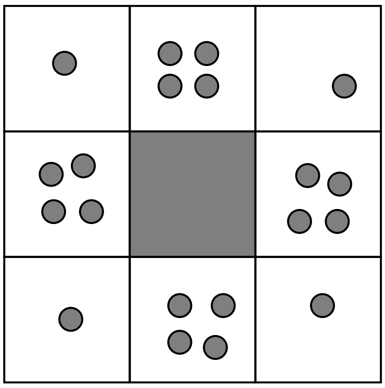
106. São soluções as variantes da solução apresentada:



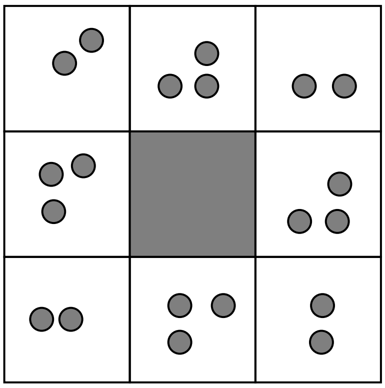
Anexo 5

Tema Aberto

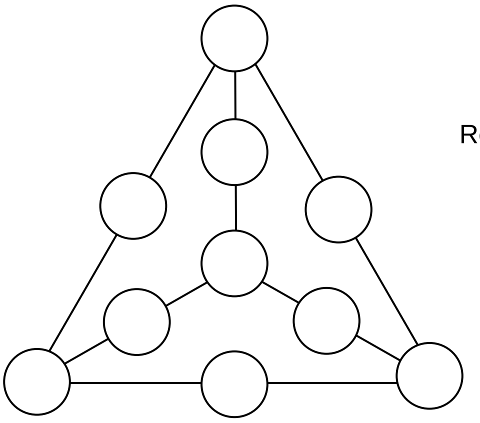
1- Esta figura mostra a forma como 20 prisioneiros estão dispostos em 8 celas, com 6 prisioneiros em cada fila de 3 celas. Reordena os prisioneiros de maneira que haja 7 em cada fila de 3 celas. (Wells, 2000)



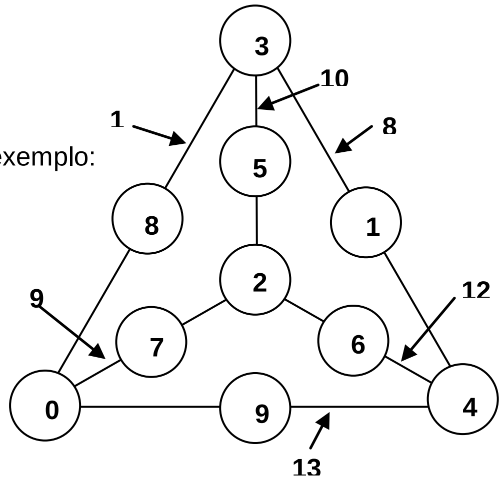
Resposta:



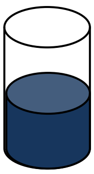
2- Temos aqui 6 linhas, cada uma com 3 círculos. Coloca dentro dos círculos todos os números de 0 a 9 de forma que a soma das linhas seja 8, 9, 10, 11, 12, 13. (Wells, 2000).



Resposta: Por exemplo:

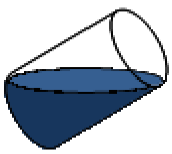


3- Como podes deitar líquido numa lata cilíndrica até ficar meia, se não houver marcas de graduação? (Wells, 2000)



Resposta:

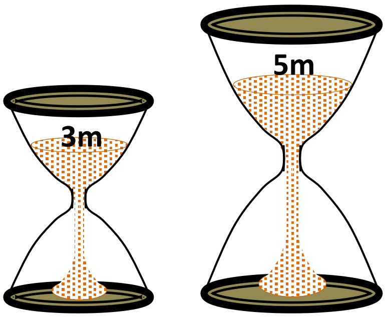
Inclinar a lata com o líquido de modo a que superfície coincida com o contorno da base da lata.



4- Quanto tempo demora um comboio com 1 Km de comprimento a atravessar um túnel de 1 Km de comprimento, andando a uma velocidade de 1 Km por minuto? (htt26)

Resposta: 2 minutos, pois o comboio demora 1 minuto a entrar no túnel e outro minuto a sair do túnel.

5- Para cozinhares um ovo demoras 2 minutos exactos. Para medir esse tempo dispões apenas de uma ampulheta que mede 3 minutos e outra que mede 5 minutos. Como deves proceder? (htt26)



Resposta: viram-se as 2 ampulhetas simultaneamente. Quando a ampulheta de 3 minutos se esgotar, restarão 2 minutos exactos na ampulheta de 5 minutos. Nesse momento começa-se a cozinhar o ovo.

6- Vais fazer uma viagem de carro de 18.000 km mas os pneus só duram 12.000 km. Qual o número mínimo de pneus suplentes que precisas de levar? (htt26)

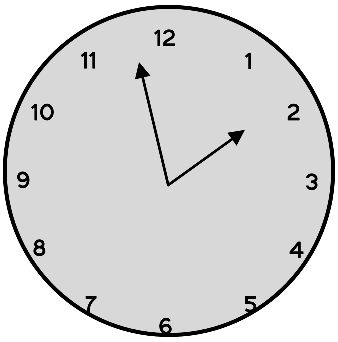
Resposta: Bastam 2: Após os primeiros 6.000 Km, mudam-se 2 pneus. Ao fim de 12.000 Km, retiram-se os pneus que não foram substituídos e recolocam-se os outros 2 que já rodaram seis mil quilómetros. Desta forma pode-se percorrer mais 6.000 Km o que perfaz 18.000 Km.

7- Um tijolo pesa 1 Kg mais meio tijolo. Qual o peso do tijolo? (htt26)

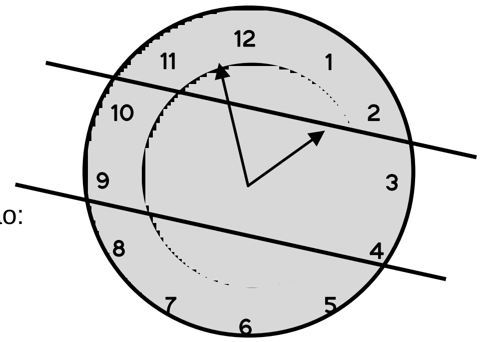
Resposta: O tijolo pesa 2 Kg.

Se o tijolo pesa 1 Kg mais meio tijolo, obviamente meio tijolo pesa 1 Kg. O peso total, portanto é de 2 Kg.

8- Divide o relógio em 3 partes de modo a que a soma dos números seja a mesma nas 3 partes. (htt6)

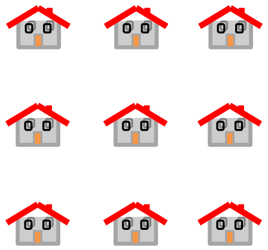


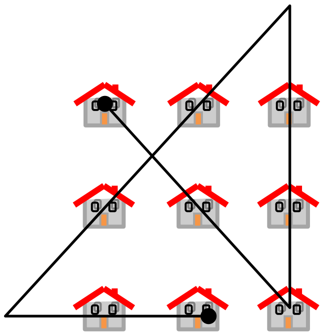
Solução:



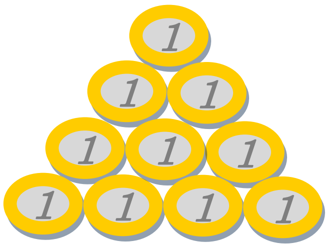
A soma de todos os números do mostrador é 78. Para que a soma seja a mesma nas três partes fazemos 78:3=26. Logo em cada parte a soma tem que ser 26

9- Será que consegues passar por todas as casas, numa só viagem formada por 4 segmentos de reta? (htt6)

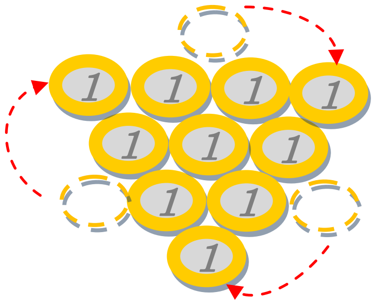




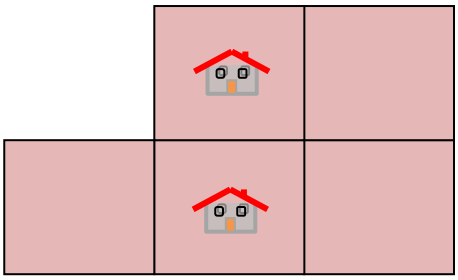
10- Movendo apenas 3 moedas aponta o triângulo para baixo. (htt6)



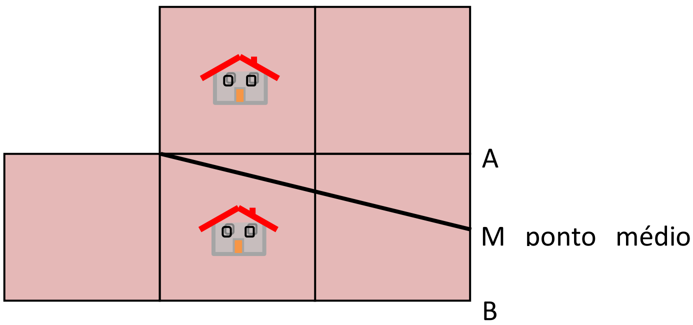
Resposta:



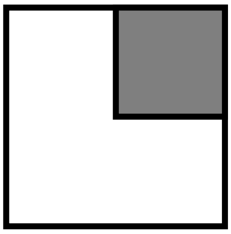
11- Ao distribuírem a herança que o pai lhes deixou, 2 irmãos depararam-se com um problema. Como dividir o terreno com um único muro em linha reta de modo a que ambos ficassem com uma casa e com a mesma área de terreno? (htt6)



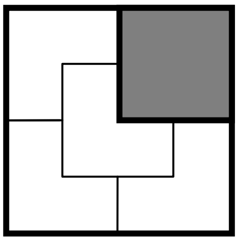
Resposta: A área total é 5, logo cada um terá que ficar com 2,5.



12- Como dividir a zona branca desta figura em 4 partes geometricamente iguais? (htt6)



Resposta:



13- Havia uma casa com 8 cantos, cada canto tinha uma aranha e cada aranha via 7 aranhas. Quantas aranhas tinha a casa? (htt6)

Resposta: 8 aranhas.

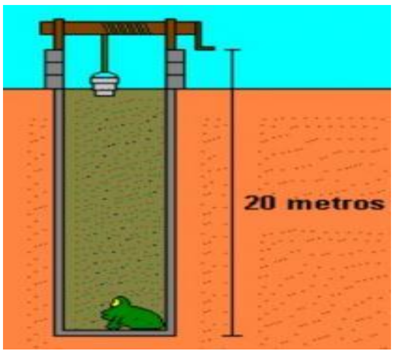
14- Madalena tinha vários biscoitos. Depois de comer 1, deu metade do que restou à sua irmã. Depois de comer outro biscoito, deu a metade do que restou ao seu irmão. Agora só lhe restam 5 biscoitos. Com quantos biscoitos começou ela? (htt6)

Resposta: 23

Façamos o raciocínio de trás para a frente:

No final a Madalena tinha 5 biscoitos logo tinha dado 5 ao irmão o que perfaz 10 biscoitos. 10 biscoitos mais um que ela comeu antes de dar metade ao irmão perfaz 11 biscoitos. Como ela tinha dado metade à irmã, então é porque antes ela tinha 22 biscoitos. 22 biscoitos mais um que ela comeu, antes de dar metade dos biscoitos à irmã, dá um total de 23 biscoitos.

15- Na figura temos um poço com 20 m de profundidade, e dentro do poço tem um sapo. Todos os dias esse sapo sobe 5 m e à noite escorrega descendo 2 m. Em quantos dias o sapo sairá do poço? (htt6)



Resposta:

Ele consegue avançar 3 m por dia. Assim, no 5º dia ele atinge 15 m. No sexto dia sobe mais 5 m e atinge o cimo do poço, logo o sapo sai do poço em 6 dias.

16- Uma piscina demora 20 dias a encher.
No final de cada dia, a piscina tem o dobro da água do dia anterior.
Quantos dias são necessários para encher metade da piscina? (htt6)
Resposta: 19 dias

17- O dono de um canil sofreu um roubo na sua reserva de pão: desapareceram 5 pães. Detectou que foram 5 cães a comê-los e sabe que os rafeiros comem um pão inteiro, os galgos comem 1/2 pão e os caniches comem 1/4 de pão.
Quantos rafeiros, quantos galgos e quantos caniches estiveram envolvidos no roubo? (htt6)
Resposta: Foram apenas os 5 rafeiros.

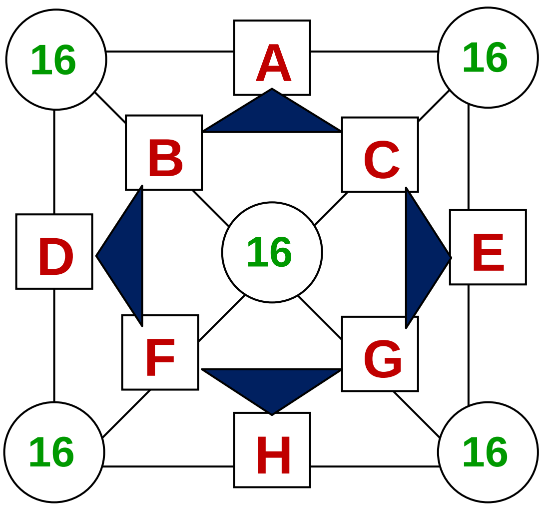
18- Faz equivaler a cada letra um algarismo de 1 até 8 (inclusive e sem repetições) de modo a que os cálculos fiquem corretos. (htt6)

a	:	b	=	c
+		x		
d	+	e	=	f
=		=		
g		h		

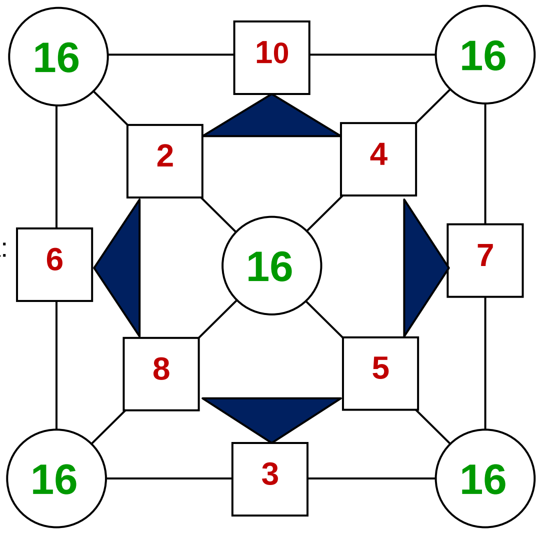
Resposta:

6	:	2	=	3
+		x		
1	+	4	=	5
=		=		
7		8		

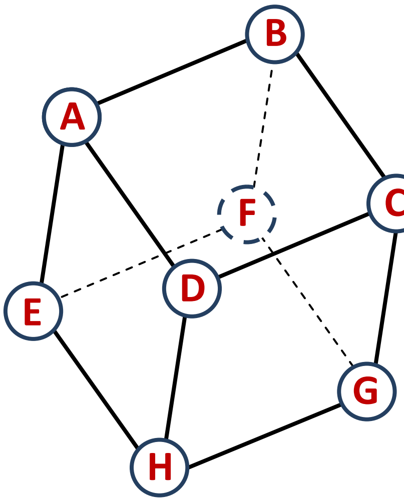
19- Substitui cada uma das 8 letras por números entre 1 e 10 (inclusive e sem repetições) de modo a que o valor de cada círculo (16) seja a soma dos três quadrados que "tocam" nos vértices de um mesmo triângulo azul. (htt6)



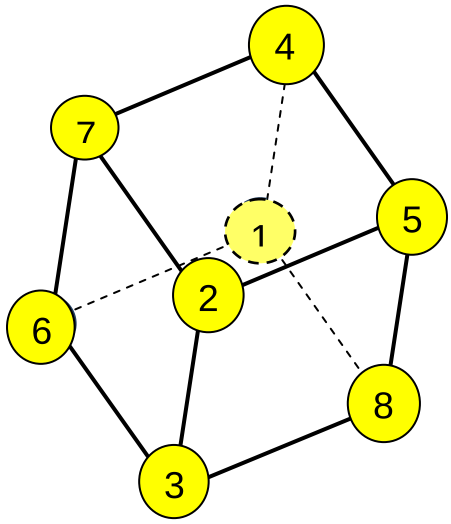
Resposta:



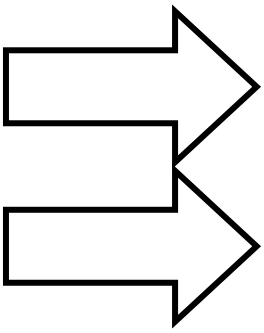
20- Substitui as letras nos vértices do cubo por números de 1 a 8 de modo a que a soma dos 4 vértices de cada face seja igual em todas as faces. (htt6)



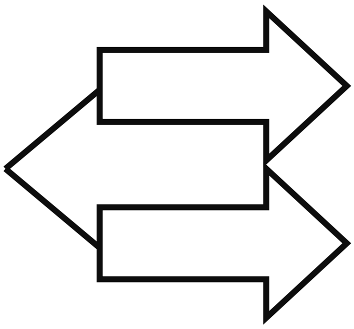
Resposta:



21- Faz aparecer mais uma seta, colocando apenas 2 segmentos de reta. (htt6)



Resposta:



22- É noite e uma mulher deseja ir da cidade X para a cidade Y. O único meio de travessia é uma ponte, que demora 10 min. a percorrer. No meio da ponte, há um guarda que passa 5 min. a dormir e 5 min acordado. Esse guarda manda voltar quem pretende atravessar a ponte de noite, pois à noite a travessia é proibida. Como é a mulher faz para atravessar a ponte de noite e chegar à cidade Y? (htt6)

Resposta: Quando o guarda adormece, a mulher parte da cidade X. Como o guarda está a dormir, ele não sabe de que cidade ela veio. Quando chega a meio da ponte ela diz-lhe que veio da cidade Y. Então, o guarda manda-a ir para a cidade Y.

23- Um camponês tem 5 montes de palha num campo e 4 montes de palha noutro campo. Se os juntar ao pé da sua casa, com quantos montes de palha fica? (htt6)

Resposta: Fica com um monte de palha.

24- Uma cesta tem 4 maçãs. As maçãs deverão ser divididas em partes exatamente iguais por 4 pessoas, sendo que ainda deverá restar 1 maçã na cesta. Como fazer? (htt6)

Resposta:

Cada maçã pode ser dividida em 4 partes iguais. Se dividirmos 3 maçãs desta forma ficamos com 12 pedaços que podem ser distribuídos pelas 4 pessoas calhando 3 pedaços a cada uma.

25- Temos 4 ovos numa cesta, queremos dividi-los por 4 pessoas, mas tem de ficar 1 dentro da cesta. (htt6)

Resposta:

Damos 1 ovo a cada pessoa, no entanto, uma pessoa leva o seu ovo dentro da cesta.

26- Anteontem a Joana tinha 9 anos. Para o ano que vem faz 12. Que dia é hoje e em que dia a Joana faz anos? (htt6)

Resposta:

Hoje é dia 1 de Janeiro e a Joana faz anos a 31 de Dezembro.

27- Um fanático de música vai fazer uma viagem de avião de 4h30min. O seu leitor de MP3 é alimentado por 2 pilhas AAA, cada uma das quais se gasta em 3h. Qual o nº mínimo de pilhas suplentes que ele tem que levar para que não fique sem música. (htt6)

Resposta: Basta levar 1 pilha suplente.

Ele deve proceder da seguinte forma:

- Coloca 2 pilhas novas no MP3.
- Ao fim de 1h30min substitui 1 das pilhas por 1 nova.
- Ao fim das 3h substitui a pilha que está totalmente gasta pela que tinha retirado do MP3.
- As pilhas que estão agora no MP3 têm ambas uma duração de 1h30min, logo chegam para ouvir música até ao final da viagem.

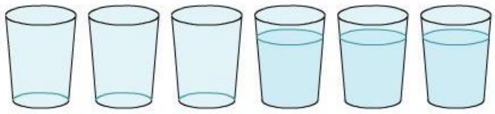
28- Qual a combinação do cofre?

- O total dos 3 números é 39.
- O 2º é metade do 3º.
- O 1º é igual ao 3º menos 1.

XX – XX - XX (htt6)

Resposta: **15 – 08 – 16**

29- Há 6 copos em fila. Os 3 copos da direita estão cheios e os 3 da esquerda estão vazios. Como se conseguirá alternar os copos cheios e vazios tocando apenas num copo. (htt6)



Resposta:

Dos 3 copos da direita que estão cheios pega-se no do meio e verte-se a água para o copo vazio que está ao centro.

30- Sandra mente de quarta a domingo. O João mente de domingo a terça. Nos outros dias, ambos falam verdade. Hoje encontram-se e a Sandra diz:

-Ontem, eu menti!

Ao que o João responde:

-Eu também!

Que dia é hoje? (htt6)

Resposta: Hoje é 4ª feira

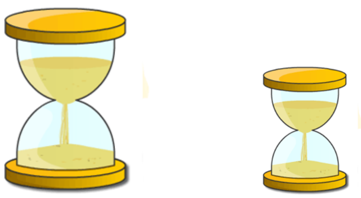
	S	T	Q	Q	S	S	D
Sandra			M	M	M	M	M
João	M	M					M

À 4ª feira a Sandra mente logo na 3ª falou verdade.
À 4ª feira o João fala verdade logo na 3ª mentiu.

31- Alguns meses têm 31 dias, outros apenas 30 dias. Quantos meses têm 28 dias? (htt6)

Resposta: Todos.

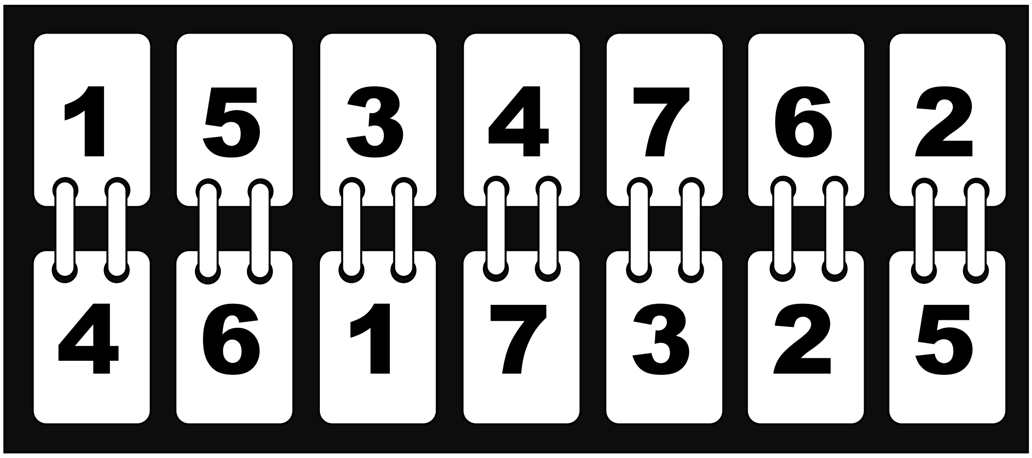
32- O João tem de deixar ao lume uma panela com água durante 15 min., mas tem consigo apenas 2 ampulhetas. Uma das ampulhetas é de 7 min. e a outra é de 11 min., como conseguirá resolver o problema? (htt84)



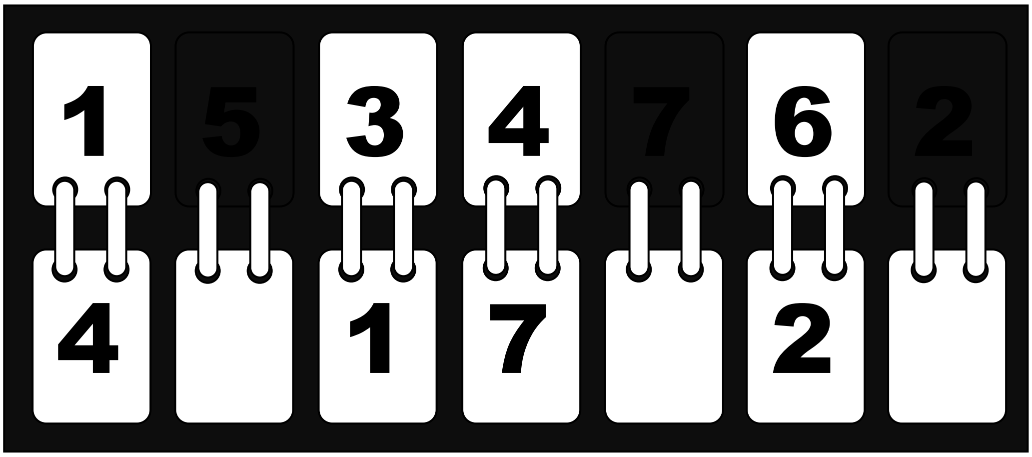
11min. 7min.

Resposta: O João pode começar por usar as 2 ampulhetas. Quando a ampulheta de 7 min. acabar, o João coloca a água ao lume, contando os 4 min. que faltam na ampulheta de 11 min. Quando esta acabar, volta-a e conta os restantes 11 min. Desta forma, ele terá a água ao lume durante os 15 min.

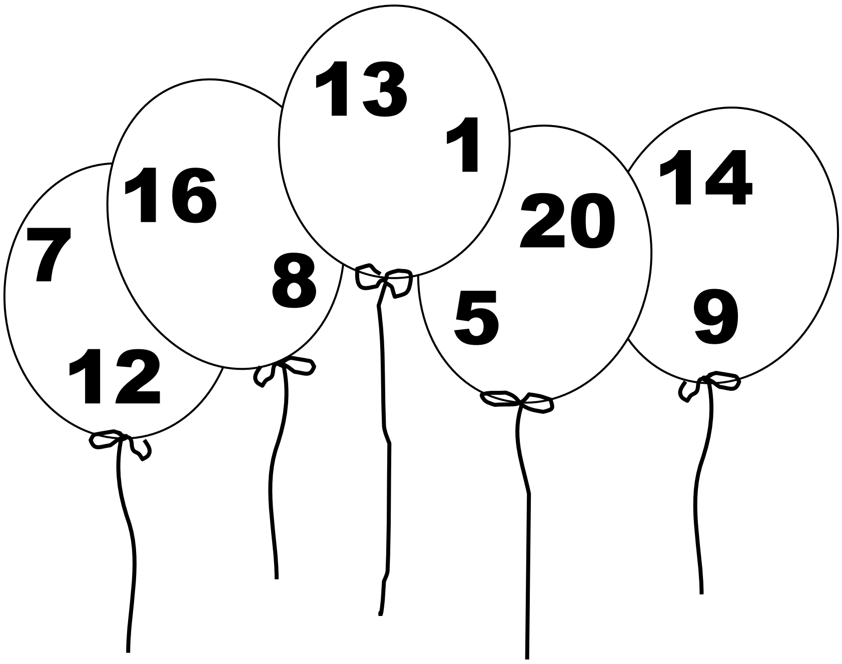
33- Estas 2 filas de cartões contêm os números de 1 a 7, somando 28 cada fila. A parte de trás dos cartões está em branco. Vira 3 cartões da fila superior para a inferior de forma a que cada uma das filas fique com metade da soma atual. (Ryan, 1996)



Resposta:



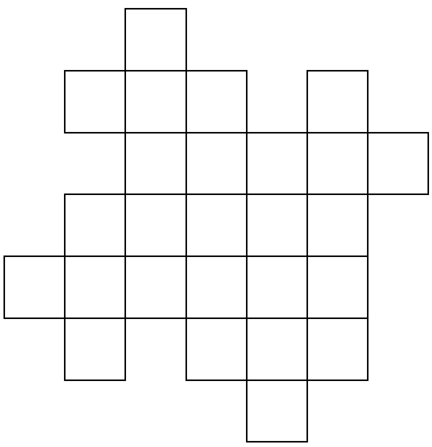
34- Nos 5 balões representados estão escritos os números de 1 a 20. Cada um dos balões contém 4 números, dos quais, 2 estão escondidos. Quais são os números escondidos em cada balão sabendo que todos têm o mesmo total e esse total é 42? (Ryan, 1996)



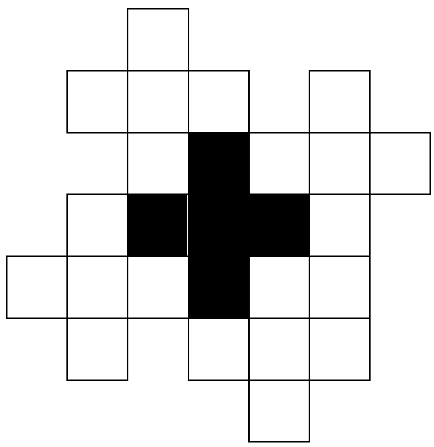
Resposta:

Da esquerda para a direita:				
1º balão	7	12	4	19
2º balão	16	8	3	15
3º balão	13	1	10	18
4º balão	5	20	6	11
5º balão	14	9	17	2

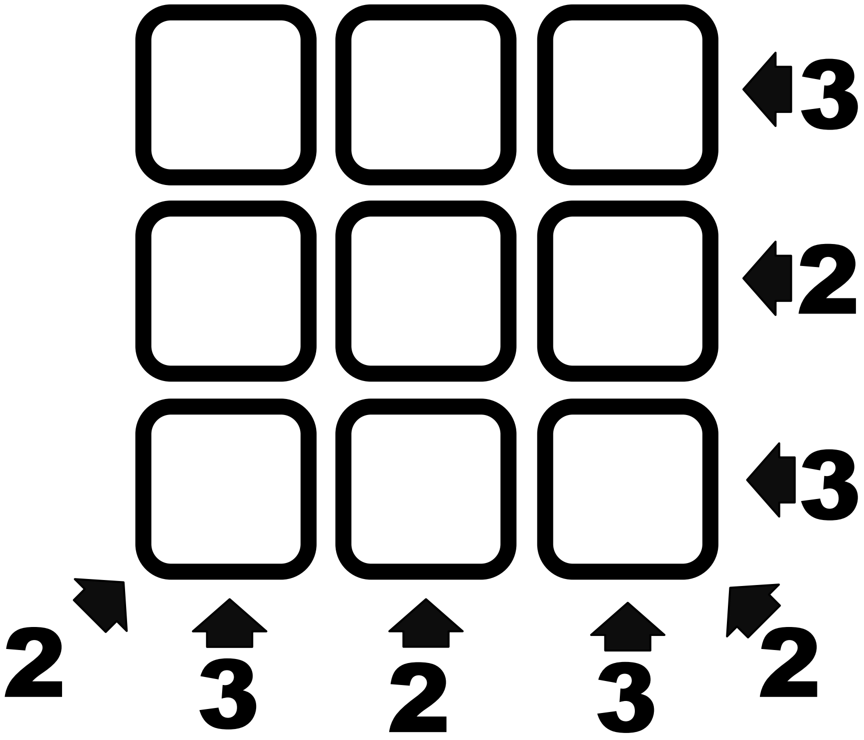
35- Escurece 5 quadrados de modo a dividir a figura em 5 secções de forma e tamanho iguais. (Ryan, 1996)



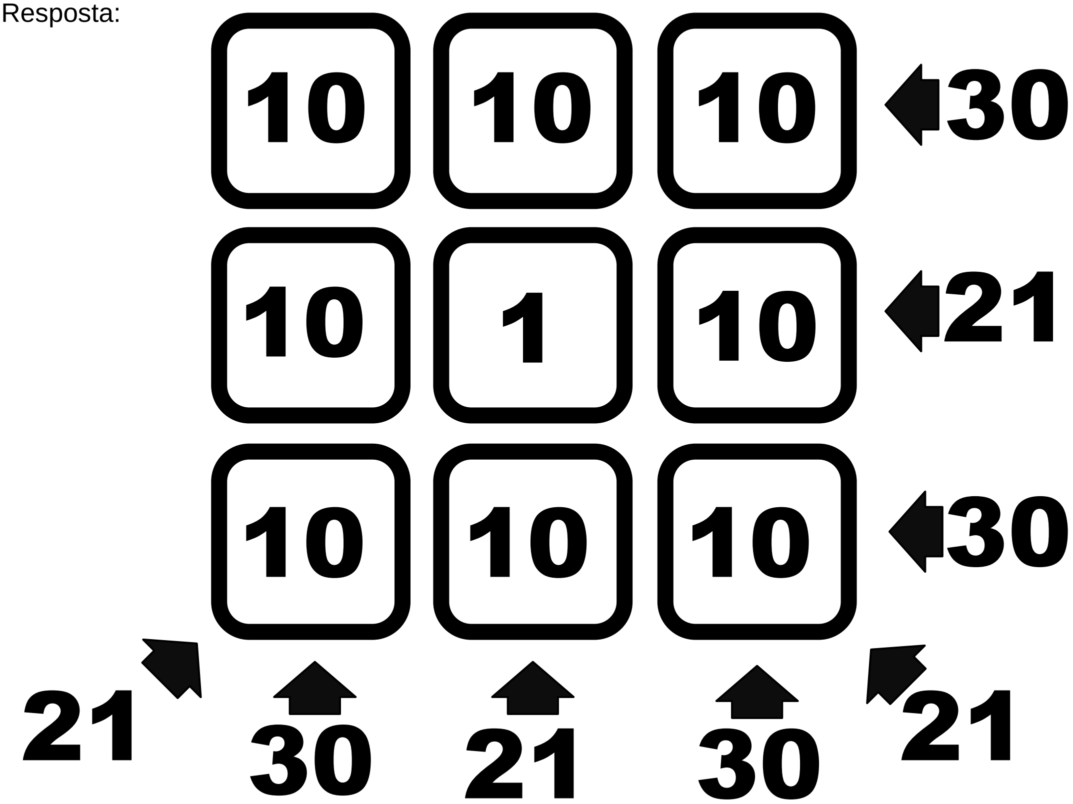
Resposta:



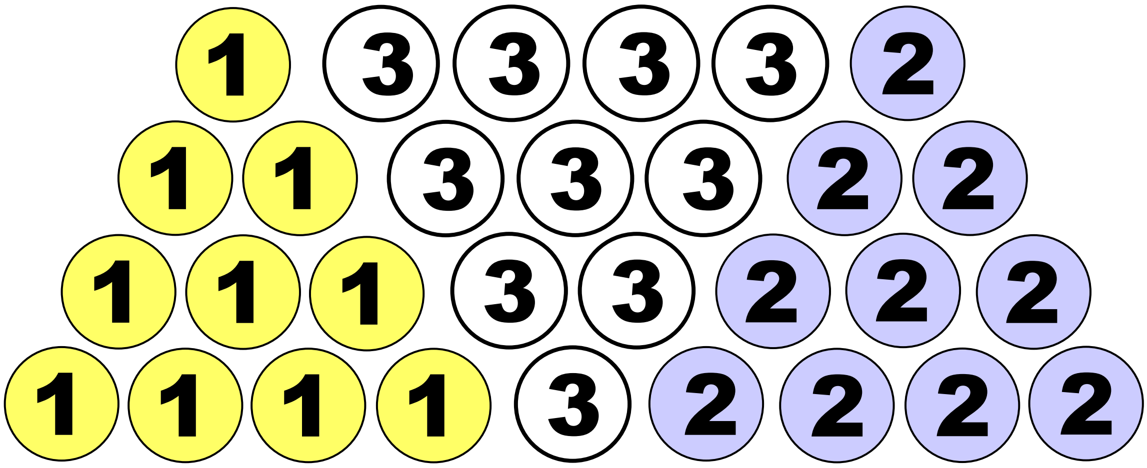
36- Para preencher este quadrado mágico necessitamos apenas de 2 números diferentes. Coloca esses números em cada um dos quadrados de modo que as linhas e as colunas somem 21 ou 30, conforme está indicado na figura. Adaptado de (Ryan, 1996)



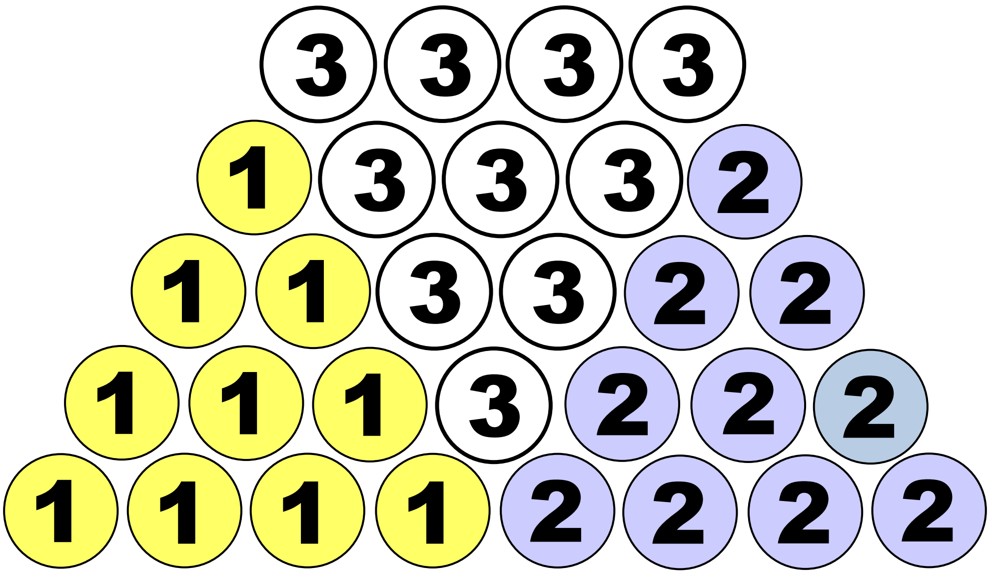
Resposta:



37- Cada triângulo de dez bolas está preenchido pelos números 1, 2 ou 3. As bolas que formam os triângulos, estão dispostas em 4 linhas horizontais de tal modo que cada linha soma 15. Como dispor os três triângulos em 5 linhas de modo que cada linha some 12? (Ryan, 1996)

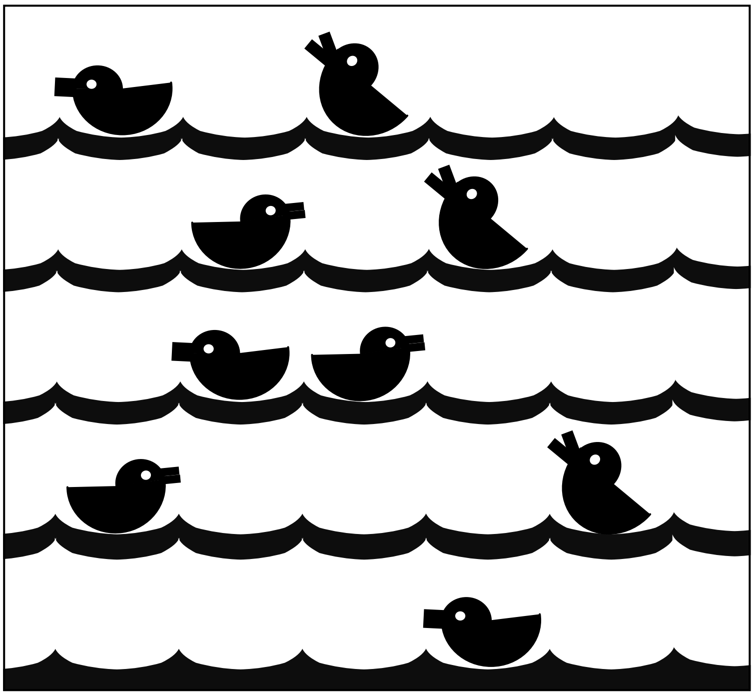


Resposta:

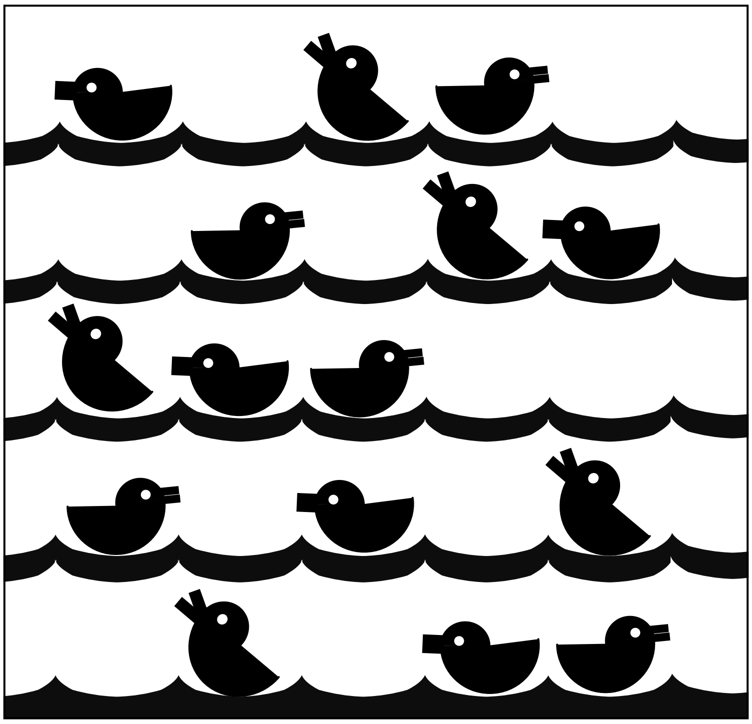


38- As patas no choco.

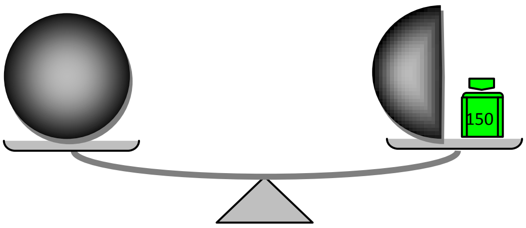
Coloca mais 6 patos neste tanque bidimensional, para que cada uma das 5 filas, na horizontal e na vertical, fique com os 3 tipos de patos. (Ryan, 1996)



Resposta:



39- Uma bola de basketball pesa 150g mais meia bola. Quanto pesa uma bola? (Gardner, 1961)



Resposta:

300g. Porque meia bola pesa 150g.

40- O Pastor quer atravessar o rio e leva consigo 1 lobo 1 ovelha e 1 caixote de alfaces, mas no barco só cabe ele e 1 elemento da mercadoria de cada vez. Como pode o pastor passar para o outro lado do rio sem que a ovelha fique sozinha com a alface e sem que o lobo coma a ovelha? (Gardner, 1961)

Resposta:

Em primeiro lugar leva a ovelha. Em segundo lugar leva o lobo e no regresso traz a ovelha. Depois deixa e ovelha e leva o caixote de alfaces. Finalmente vai buscar novamente a ovelha.

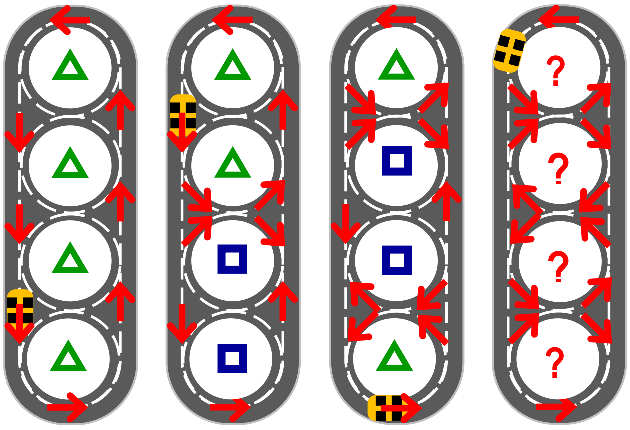
41- Dez meias azuis e 10 meias vermelhas foram misturadas numa gaveta. As 20 meias são exatamente iguais, apenas diferindo na cor. Se estivermos completamente às escuras, qual é o número mínimo de meias que é necessário tirar para garantir que temos 2 meias da mesma cor? (Gardner, 1961)

Resposta: Bastam 3. Como temos apenas 2 cores diferentes, a 3ª meia repete a cor.

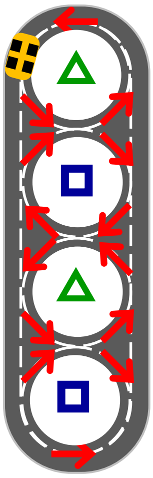
42- Dentro de uma caixa misturaram-se 5 lápis amarelos, 5 lápis vermelhos e 5 lápis verdes. Os lápis são todos do mesmo tamanho e formato. Com os olhos vendados, quantos lápis é necessário retirar, para garantir que vamos ter 2 lápis da mesma cor?

Resposta: Bastam 4. Como existem apenas 3 cores, o 4º lápis a ser retirado é certamente da mesma cor de pelo menos um dos 3 primeiros.

43- Quais os sinais que faltam nas rotundas do último circuito? (htt6)



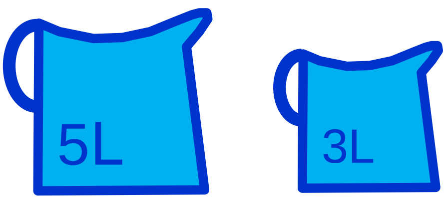
Resposta:



Sentido horário

Sentido anti-horário

44- Dispões de 2 jarros, um de 5 litros e outro de 3 litros.
Como consegues medir 1 litro de líquido? (htt6)



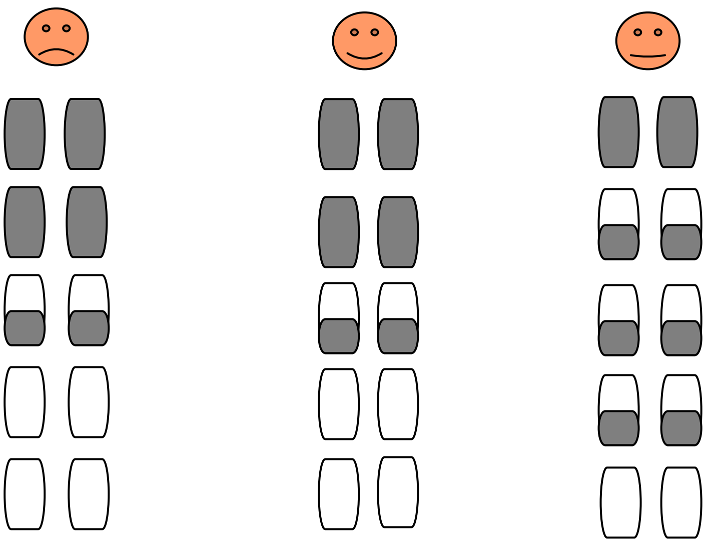
Resposta: Enche-se o jarro de 3L e verte-se para o de 5L. Volta a encher-se o jarro de 3L e verte-se novamente para o de 5L. Vai sobrar 1L no jarro de 3L.

45- Quantas patas há num casal de patos? (htt6)

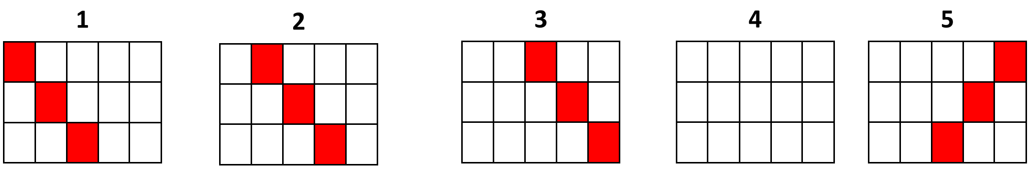
Resposta: 5. Uma pata animal e 4 patas para locomoção.

46- Jeremias quis deixar de herança aos seus 3 filhos, as suas 30 pipas de vinho.
10 pipas estavam vazias, 10 estavam cheias e 10 estavam a meio volume.
Jeremias queria fazer a divisão de forma justa, logo tinha que ser igual número de pipas e igual quantidade de vinho para cada filho.
No entanto, as pipas não se podiam abrir sob pena de estragar o vinho.
Como é que Jeremias resolveu o problema? (htt6)

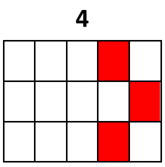
Resposta: Como há 30 pipas, cada filho tem que ficar com 10.
Supondo que 1 pipa cheia é uma unidade de volume, então temos 15 unidades de volume de vinho, pelo que cada filho tem que receber 5. Logo a distribuição será esta:



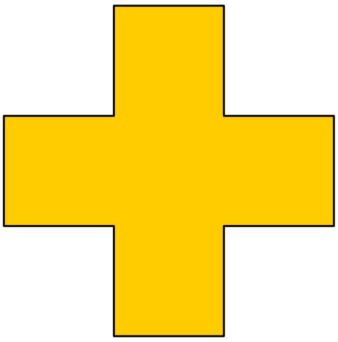
47- Quais os quadrados que são vermelhos na peça 4? (htt6)



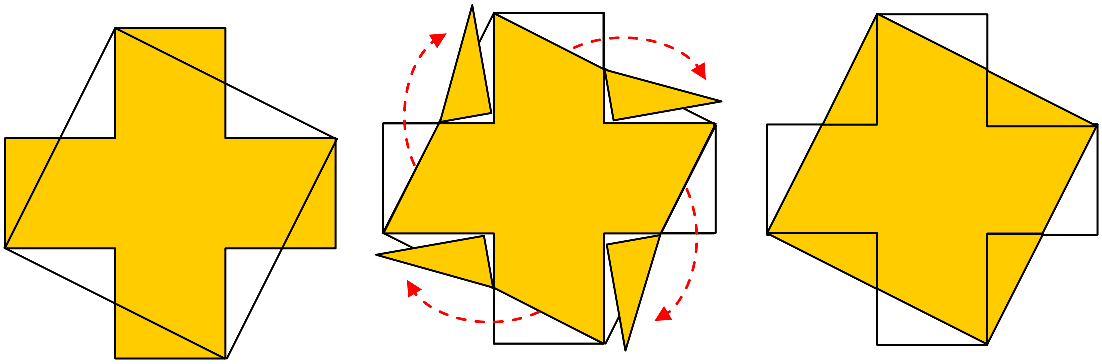
Resposta:



48- Esta cruz é feita de papel. Quero recortá-la no menor nº de partes possível e voltar a juntá-las para formar um quadrado com a mesma área da cruz. Como fazer? (Perelman, 1979)



Resposta:



Certo dia a estrada entre duas localidades tinha 32 buracos. Todos os dias o Jeremias passava nessa estrada, tapando por dia metade dos buracos que encontrava.

No final da semana, quantos buracos tinha a estrada? (htt6)

Resposta: 1 buraco

1º dia tapa 16 buracos

2º dia tapa 8 buracos

3º dia tapa 4 buracos

4º dia tapa 2 buracos

5º dia tapa 1 buracos

No 6º dia, só falta 1 buraco para tapar. Se ele tapar metade de 1 buraco ele continua a ficar com 1 buraco, pois não existe meio buraco. Então ele chega ao fim da semana com 1 buraco.

49- Vais numa corrida, ultrapassas o corredor que vai em 2º lugar. Em que lugar ficas? (htt6)

Resposta: Em 2º lugar.

50- Certa noite Pedrinho resolveu ir ao cinema, mas descobriu que não tinha meias limpas para calçar. Então, foi ao quarto do pai, que estava na escuridão. Ele sabia que lá existiam 10 pares de meias brancas, 10 pares de meias pretas, 10 pares de meias azuis e 10 pares de meias castanhas, todos misturados. Quantas meias teve de retirar da gaveta para estar certo que possuía um par de meias da mesma cor? (htt6)

Resposta:

Basta tirar 5 meias. Havendo só 4 cores de meias, ao tirar 5 meias, uma das cores é necessária mente repetida.

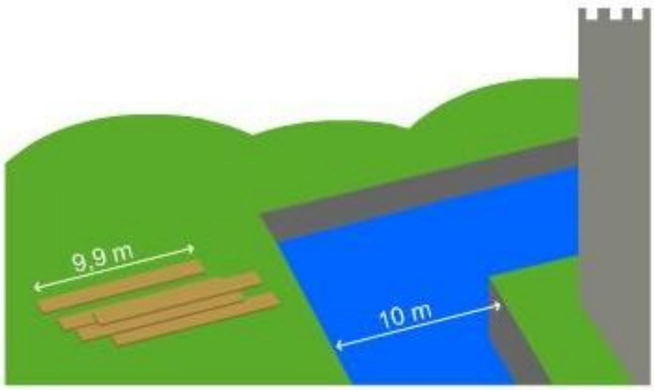
51- Em Portugal, no dia 25 de Abril comemoramos o Dia da Revolução dos cravos, de 1974.

Em Espanha houve 25 de Abril de 1974? (htt6)

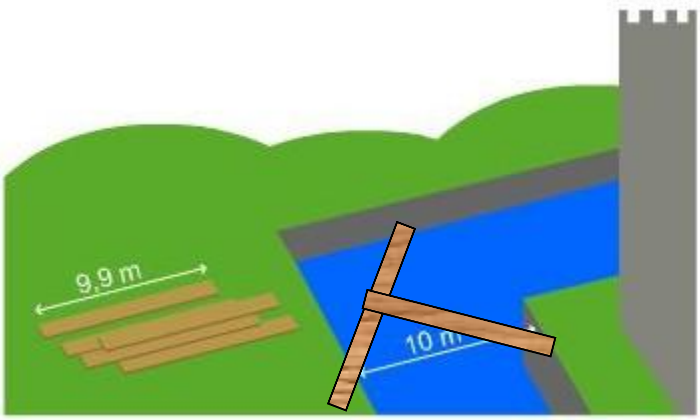
Resposta: Claro que sim. Em todo o mundo houve esse dia

52- O carpinteiro precisava transportar tábuas para o castelo.

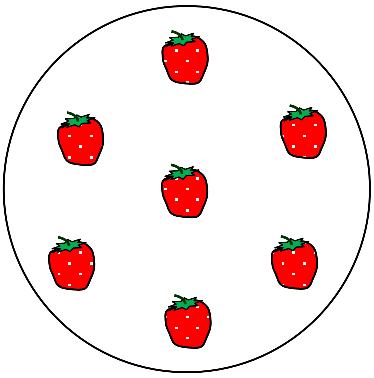
Por sorte tinha trazido duas tábuas a mais que usou para construir uma ponte de madeira, mas os pregos e o martelo estavam do outro lado do fosso, como fez ele a ponte? O fosso é igual em redor do castelo e tem ângulos retos. (htt6)



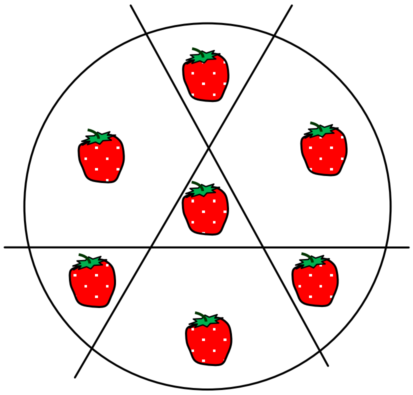
Resposta:



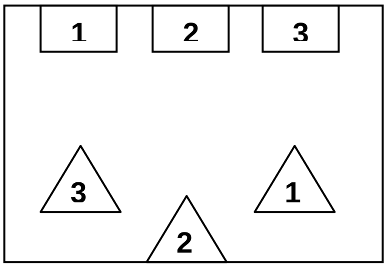
53- Divide a pisa com 3 linhas retas de forma que em cada pedaço de pisa haja apenas um morango. (htt9)



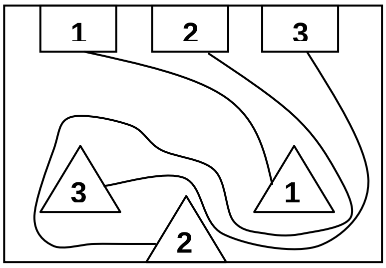
Resposta:



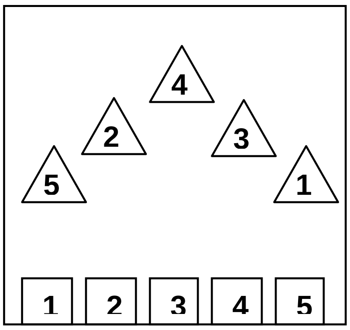
54- Tenta ligar cada um dos retângulos com o triângulo que tem o mesmo número. As linhas de ligação não se podem cruzar nem sair do diagrama. (htt9)



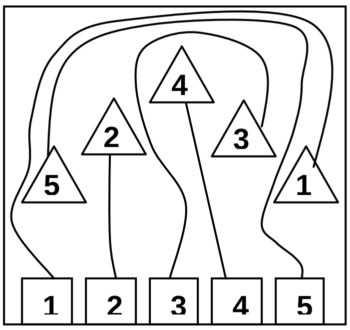
Resposta:



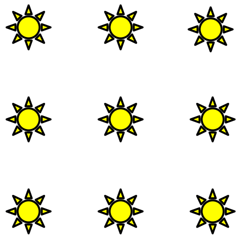
55- Tenta ligar cada um dos triângulos com o quadrado que tem o mesmo número. As linhas de ligação não se podem cruzar nem sair do diagrama. (htt9)



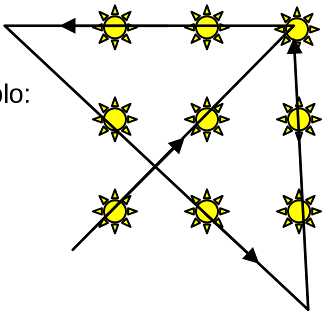
Resposta:



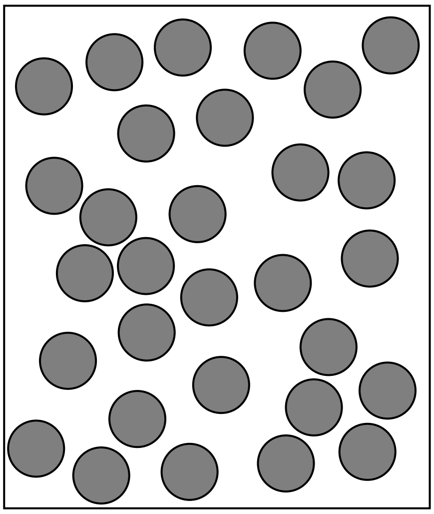
56- Une as 9 estrelas da figura usando apenas 4 segmentos de reta. (htt9)



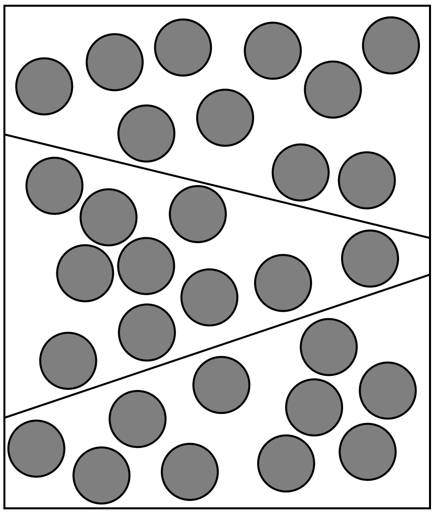
Resposta: por exemplo:



57- Tenta dividir a figura em 3 partes que contenham o mesmo número de "bolas", utilizando apenas 2 retas. (htt9)

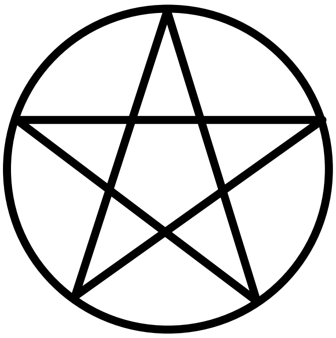


Resposta:

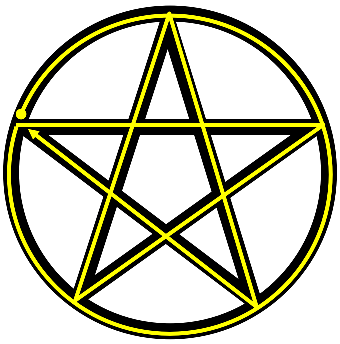


58- Consegues desenhar esta figura sem levantar o lápis do papel?

Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)

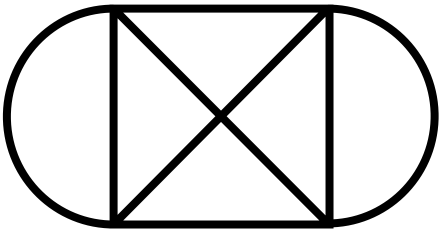


Resposta: Por exemplo:

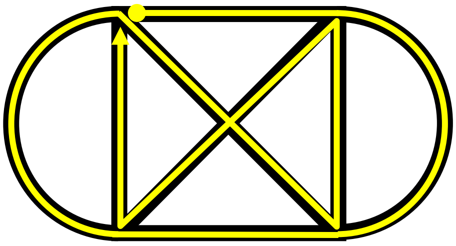


59- Consegues desenhar esta figura sem levantar o lápis do papel?

Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)



Resposta: Por exemplo

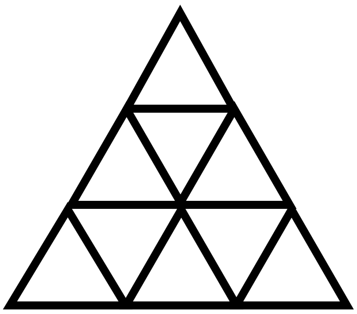


,

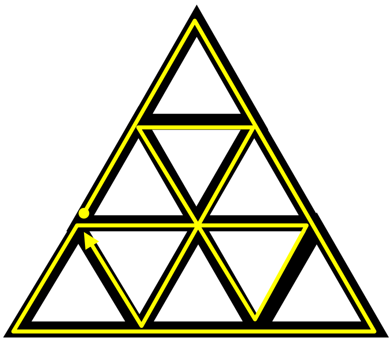
60- Consegues desenhar esta figura sem levantar o lápis do papel?

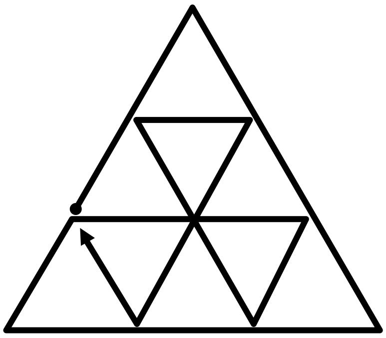
Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)

.

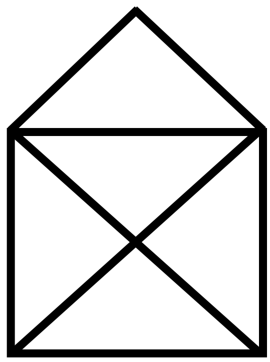


Resposta: Por exemplo,

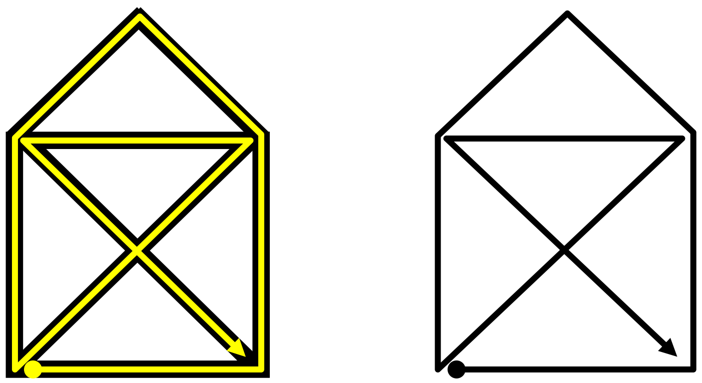




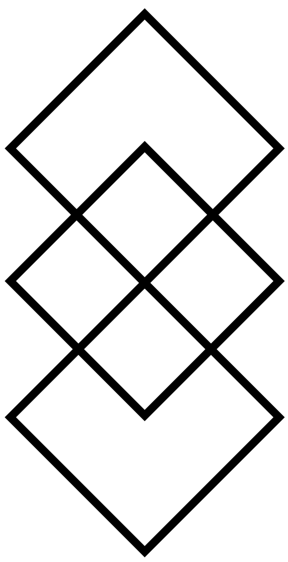
61- Consegues desenhar estas figuras sem levantar o lápis? Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)



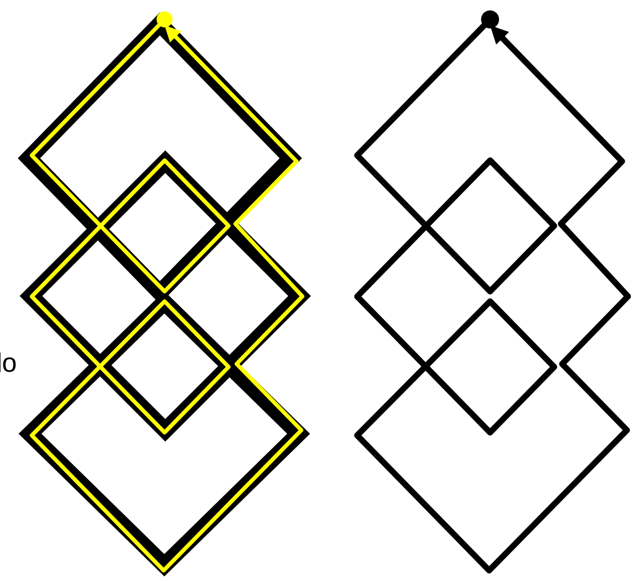
Resposta: Por exemplo,



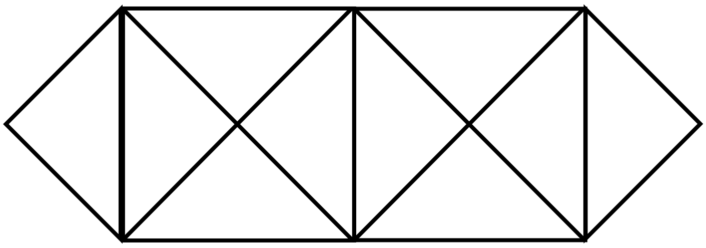
62- Consegues desenhar estas figuras sem levantar o lápis? Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)



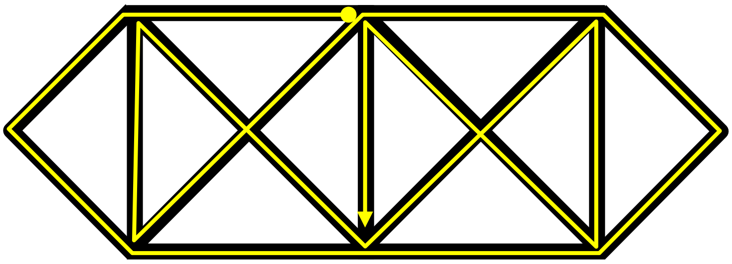
Resposta: Por exemplo

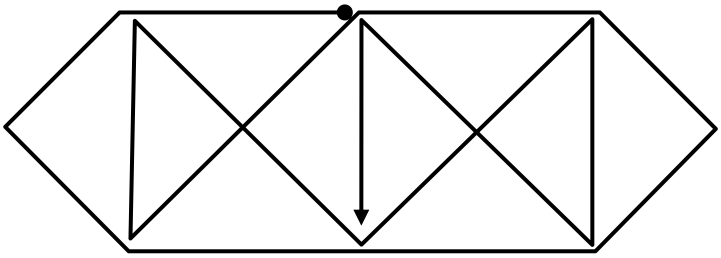


63- Consegues desenhar estas figuras sem levantar o lápis? Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)

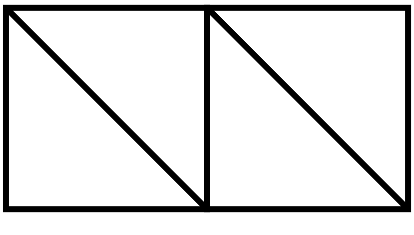


Resposta: Por exemplo,

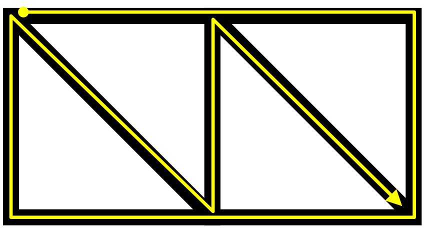


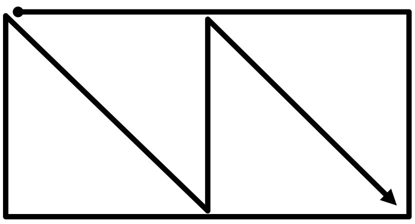


64- Consegues desenhar esta figura sem levantar o lápis do papel?
Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)



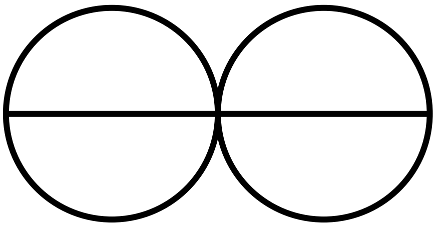
Resposta: Por exemplo,



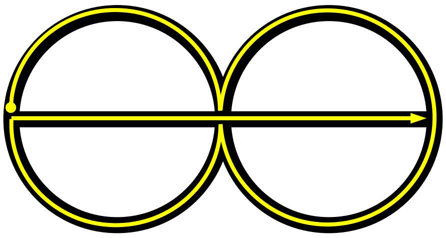


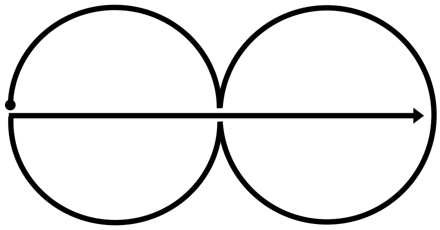
65- Consegues desenhar esta figura sem levantar o lápis do papel?

Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)



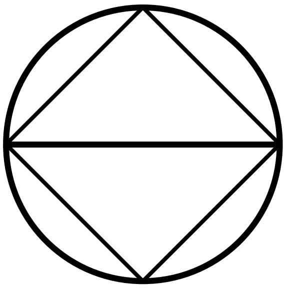
Resposta: Por exemplo,



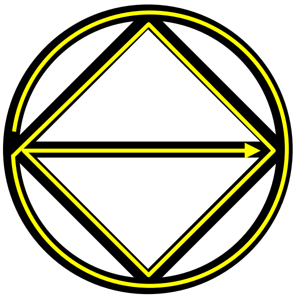


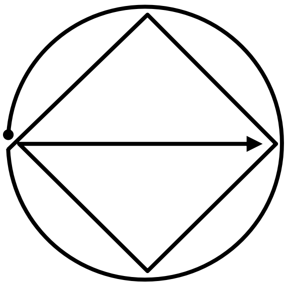
66- Consegues desenhar esta figura sem levantar o lápis do papel?

Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)



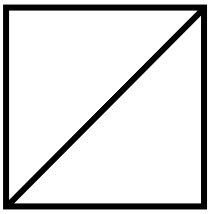
Resposta: Por exemplo,



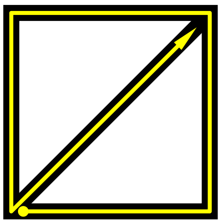


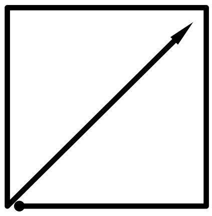
67- Consegues desenhar esta figura sem levantar o lápis do papel?

Não é permitido passar 2 vezes sobre a mesma linha exceto quando elas se cruzam. (htt9)



Resposta: Por exemplo,

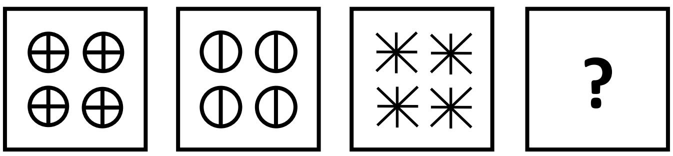


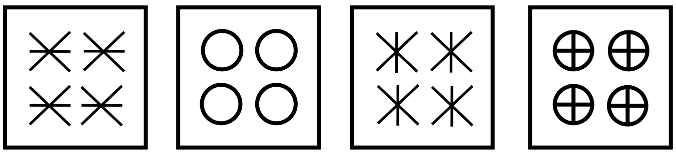


68- Um homem está sentado numa sala, rodeado de janelas por todos os lados. Todas as janelas dão para sul. Vem um urso á janela. De que cor é o urso e porquê? (htt6)

Resposta: Se todas as janelas estão viradas para sul, a casa situa-se exatamente no pólo norte. Logo o urso só pode ser branco.

69- Qual das imagens inferiores completa melhor a sequência superior? (htt6)

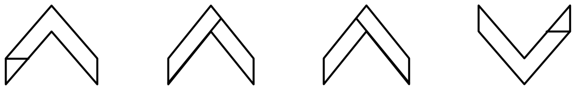




A B C D

Resposta: **C.** (retirou-se o segmento horizontal da 1ª para a 2ª e da 3ª para a 4ª)

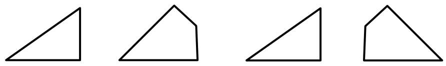
70- Das seguintes figuras, uma representa a imagem de outra refletida num espelho. Quais são essas figuras? Adaptado de (htt6)



A B C D

Resposta: B e C

71- Na imagem seguinte, 2 das figuras representam um objeto e a sua imagem refletida num espelho. Quais são? (htt6)



A B C D

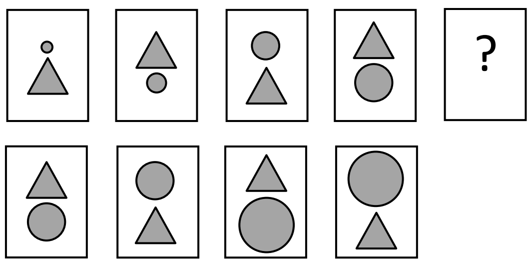
Resposta: B e D.

72- As estatísticas indicam que os condutores do sexo masculino sofrem mais acidentes de automóvel que os condutores do sexo feminino. Podemos concluir que:

- Os homens conduzem melhor, mas fazem-no com mais frequência.
- A maior parte dos camionistas são homens.
- As mulheres seduzem os polícias e por isso eles não registam os seus acidentes menos graves.
- Não há dados suficientes para tirar conclusões. (htt6)

Resposta: A última afirmação

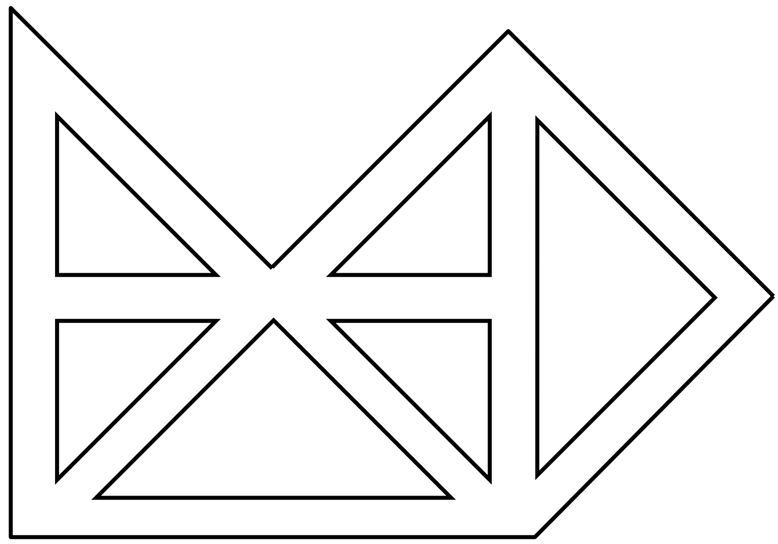
73- Qual das imagens inferiores completa melhor a sequência superior? (htt6)



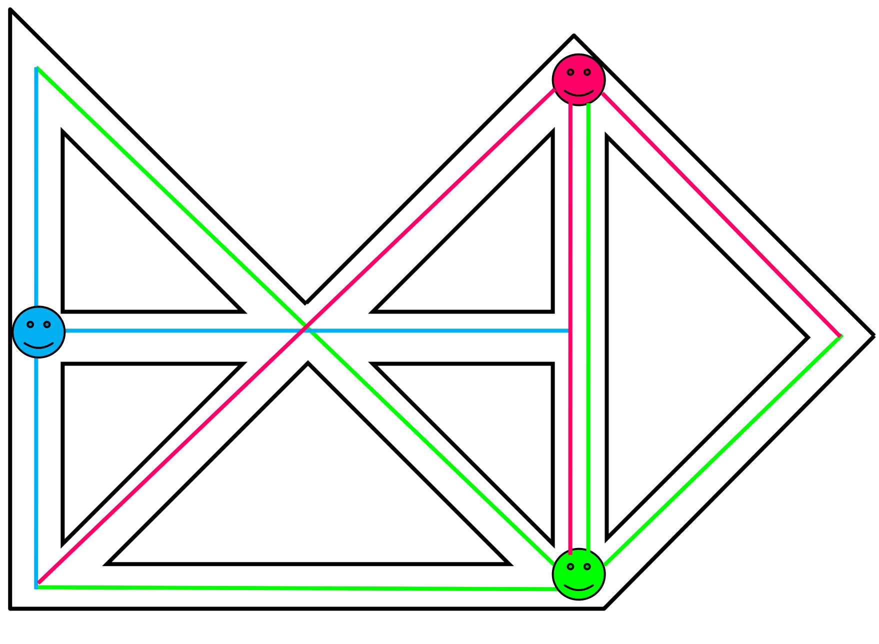
A B C D

Resposta: D

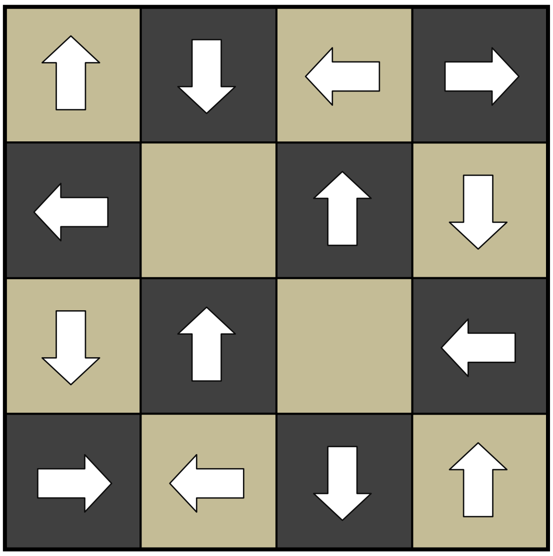
74- A figura representa as ruas de uma cidade. Coloca 3 polícias de modo que qualquer local de qualquer rua seja avistado por pelo menos um polícia. (htt6)



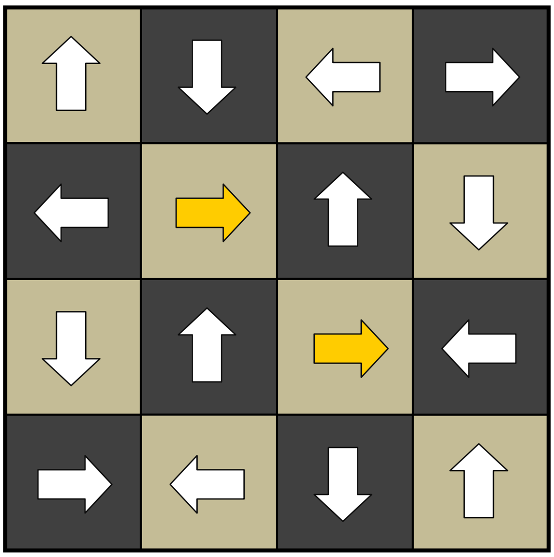
Resposta:



75- Preenche os quadrados vazios de modo a formar um padrão lógico. (htt6)



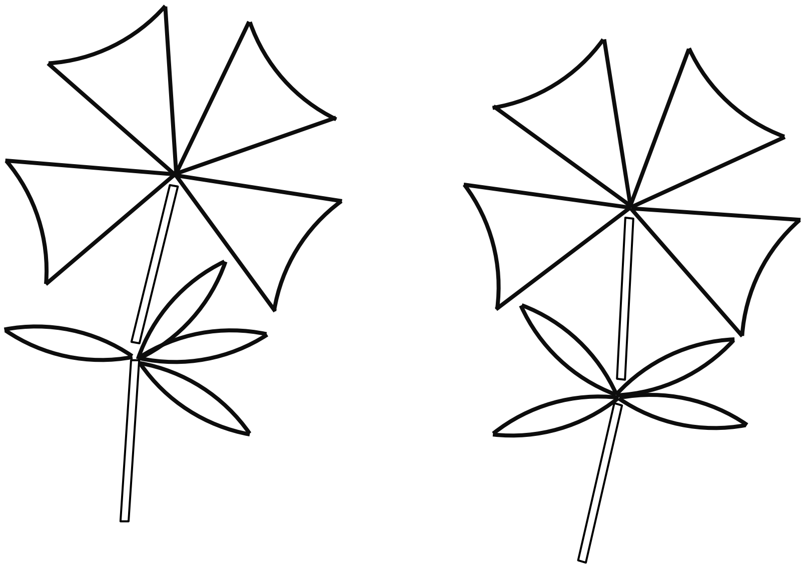
Resposta: Em cada linha e em cada coluna, as setas têm sentidos diferentes:



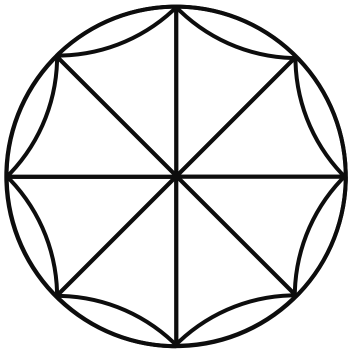
76- Quantos gatos estão numa pequena sala se em cada um dos 4 cantos estiver um gato sentado e oposto a cada gato se sentarem 3 gatos e sobre a cauda de cada gato estiver um gato sentado? (Kordemsky, 1992)

Resposta: 4 gatos

77- Constrói um círculo com as pétalas e as folhas das flores da Danila. (Kordemsky, 1992)

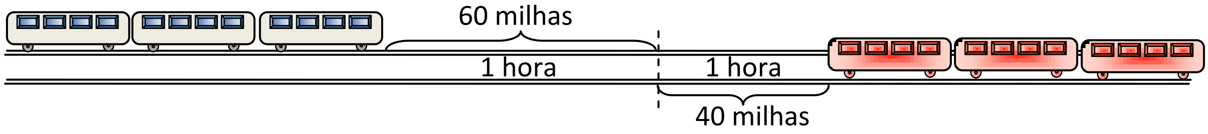


Resposta:

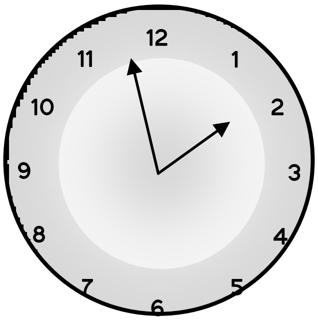


78- Um comboio rápido sai de Moscovo em direção a Leninegrado a uma velocidade de 60 milhas por hora. Outro comboio rápido sai Leninegrado em direção a Moscovo a uma velocidade de 40 milhas por hora. Qual é a distância entre os dois comboios, uma hora antes de se cruzarem? (Kordemsky, 1992)

Resposta: 100 milhas



79- Consegues dividir o mostrador do relógio em 6 partes, de maneira que cada parte contenha 2 números e que a soma dos 2 números seja sempre a mesma? (Kordemsky, 1992)

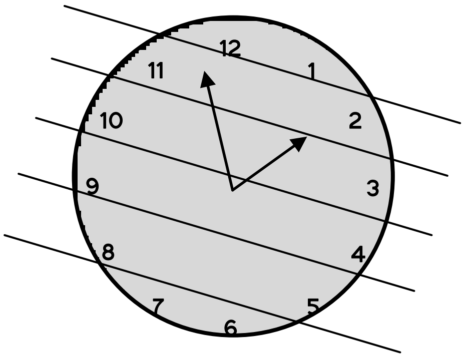


Resposta:

A soma de todos os números do mostrador é 78.

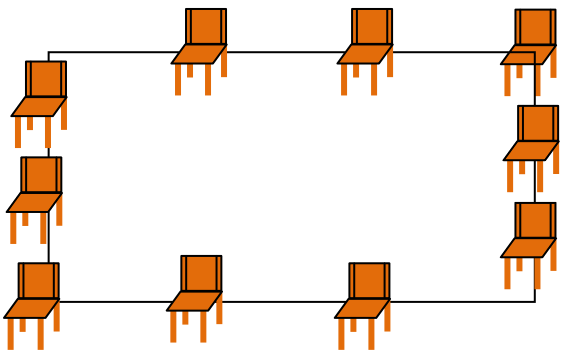
Este valor dividido por 6 dá 13.

Logo cada uma das 6 partes deve totalizar 13.



80- Como podes dispor 10 cadeira num salão de baile retangular, de modo a que haja um igual número de cadeira em cada parede: (Kordemsky, 1992)

Resposta:

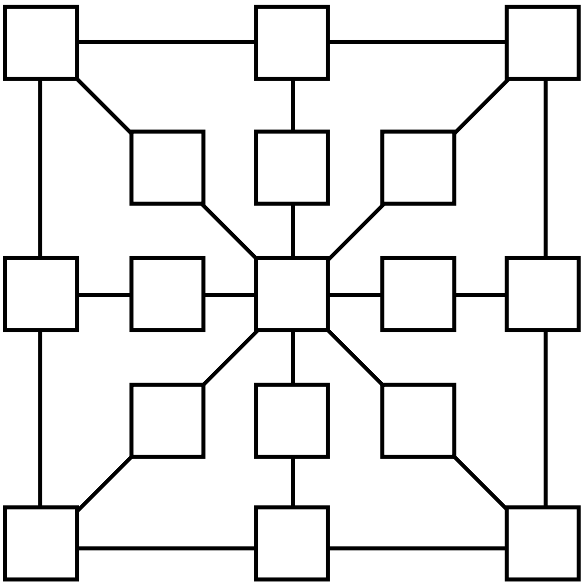


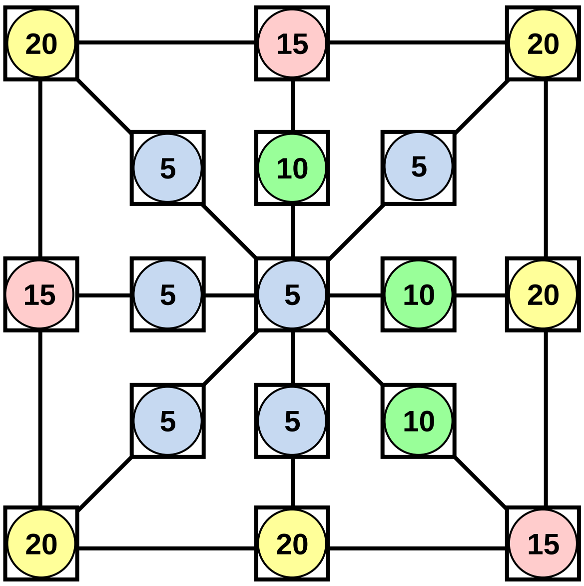
81- Dispomos de 17 fichas circulares sendo:

5 com o número 20
3 com o número 15
3 com o número 10
6 com o número 5

Coloca as fichas sobre os quadrados de modo que a soma em cada linha seja 55. (Kordemsky, 1992)

Resposta: Por exemplo:





82- Dois cometas aparecem, um a cada 20 anos e outro a cada 30 anos. Se em 1920 tivessem ambos aparecido, pergunta-se quantas novas coincidências irão ocorrer até ao ano 2500? (htt85)

Resposta: Eles vão aparecer simultaneamente a cada 60 anos (m. m. c. (20, 30)).

Entre 1920 e 2500 decorrem 580 anos.

580 : 60 = 9,(6)

Logo irá haver mais 9 coincidências.

83- Numa árvore pousam pássaros. Se pousarem 2 pássaros em cada galho, fica 1 galho sem pássaros. Se pousar 1 pássaro em cada galho, fica 1 pássaro sem galho. Determina o número de pássaros e o número de galhos. (htt86)

Resposta:

Se n for o nº de galhos então n+1 é o nº de pássaros (porque se pousar 1 pássaro em cada galho fica 1 pássaro sem galho).

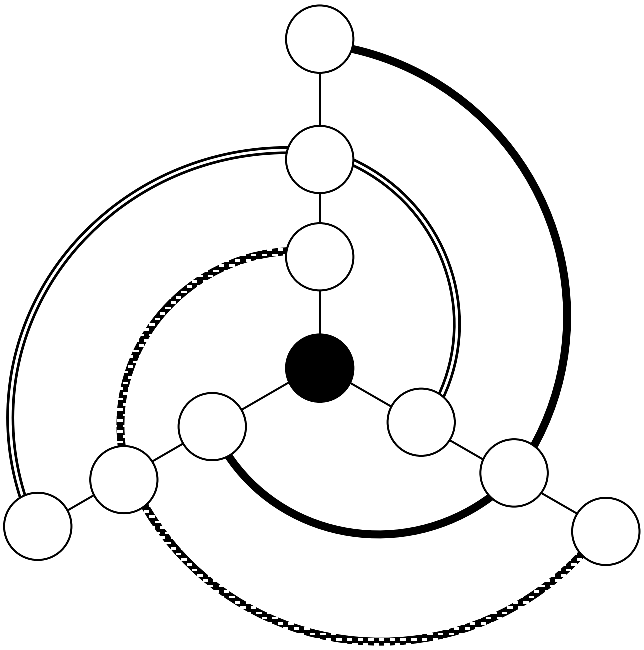
Mas se pousarem 2 pássaros em cada galho, sobra um galho. Logo, 2(n-1) = n+1, isto é, o dobro do nº de galhos menos 1 é igual ao nº de pássaros.

Determinando n na expressão:

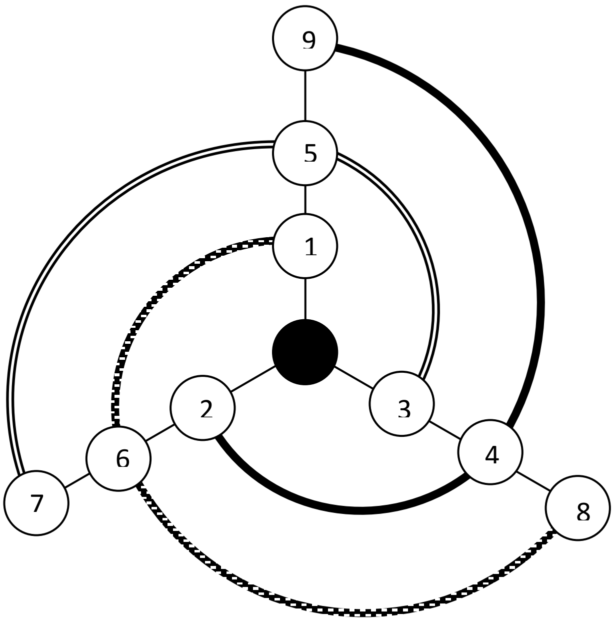
$2(n-1) = n+1 \Leftrightarrow 2n - 2 = n+1 \Leftrightarrow n=3$ logo $n+1=4$

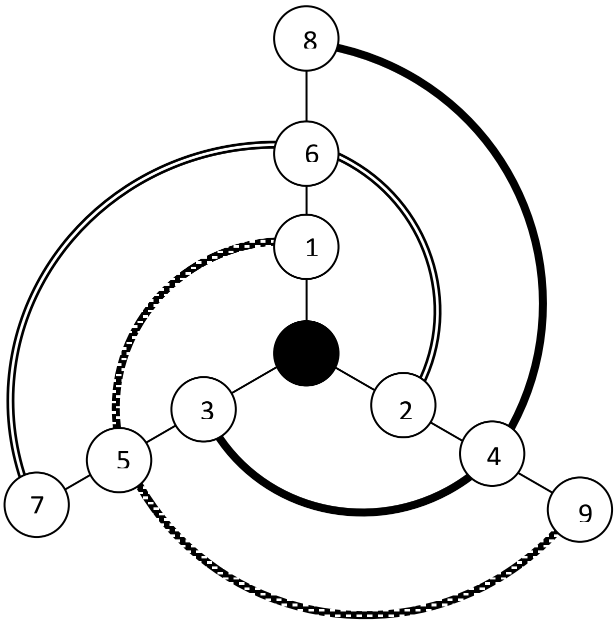
Conclusão, temos 3 galhos e 4 pássaros.

84- Coloca nos círculos os números de 1 a 9 de modo que a sua soma seja a mesma em todos os segmentos e em todas as espirais. (Bolt, 1992)

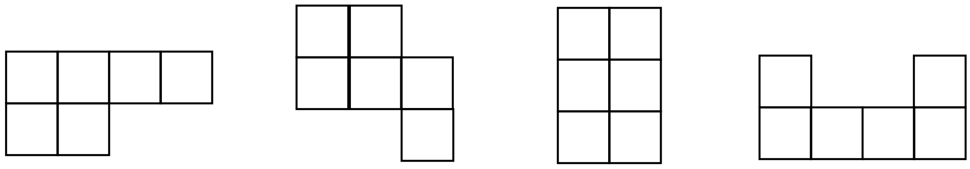


Resposta: Apresentam-se aqui 2 possíveis soluções.



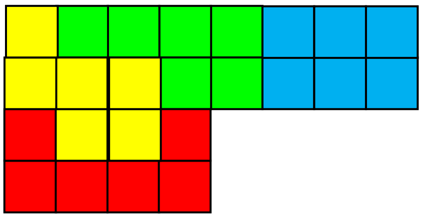


85- As 4 peças apresentadas têm o nome de hexaminós porque são formadas por 6 quadrados. O que é fascinante neste jogo é que as peças podem ser justapostas de modo a formar versões de cada uma com o dobro do seu tamanho. O desafio é duplicar a peça A. (Bolt, 1992)

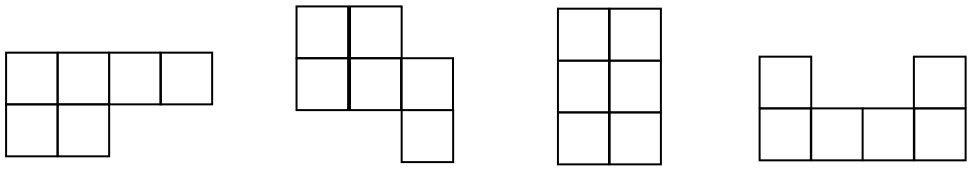


A B C D

Resposta:

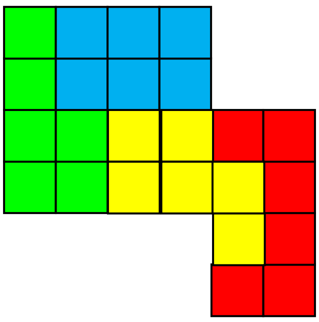


86- As 4 peças apresentadas têm o nome de hexaminós porque são formadas por 6 quadrados. O que é fascinante neste jogo é que as peças podem ser justapostas de modo a formar versões de cada uma com o dobro do seu tamanho. O desafio é duplicar a peça B. (Bolt, 1992)

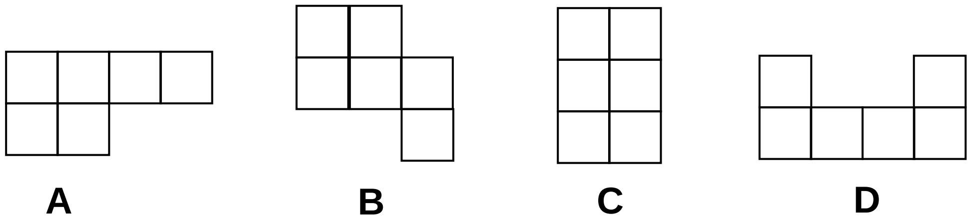


A B C D

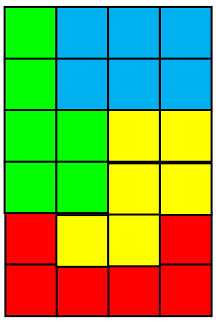
Resposta:



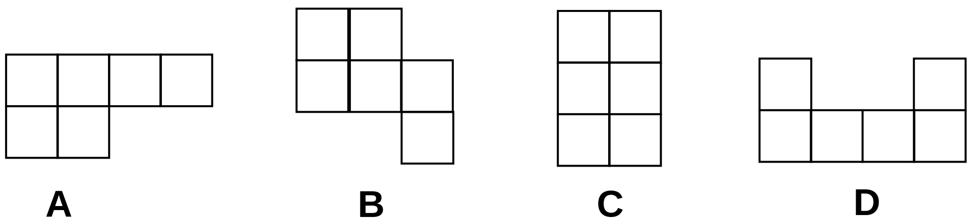
87- As 4 peças apresentadas têm o nome de hexaminós porque são formadas por 6 quadrados. O que é fascinante neste jogo é que as peças podem ser justapostas de modo a formar versões de cada uma com o dobro do seu tamanho. O desafio é duplicar a peça C. (Bolt, 1992)



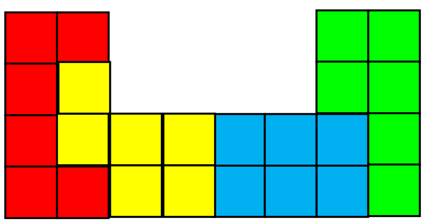
Resposta:



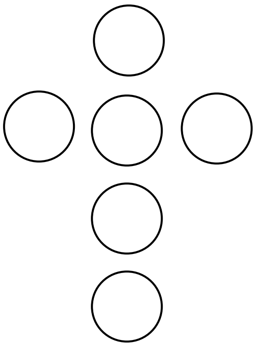
88- As 4 peças apresentadas têm o nome de hexaminós porque são formadas por 6 quadrados. O que é fascinante neste jogo é que as peças podem ser justapostas de modo a formar versões de cada uma com o dobro do seu tamanho. O desafio é duplicar a peça D. (Bolt, 1992)



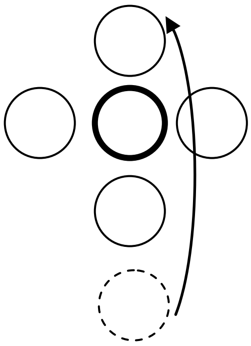
Resposta:



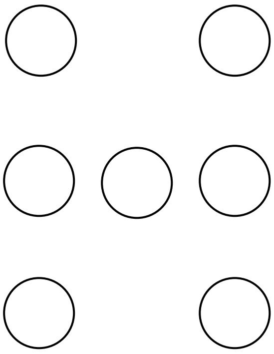
89- Arranja 6 moedas em forma de cruz. Move apenas 1 moeda para formar 2 linhas com 4 moedas em cada. (Bolt, 1989)



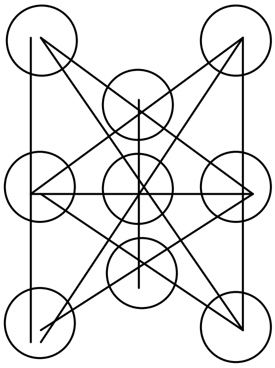
Resposta: Sobrepor a moeda de baixo sobre a moeda central.



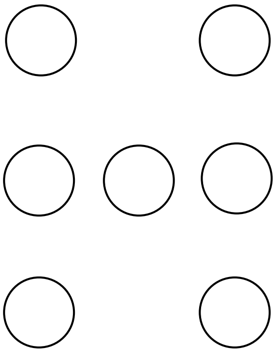
90- Dispõe 7 moedas em forma de H. Junta-lhe 2 moedas de modo a ter 10 linhas com 3 moedas em cada uma. (Bolt, 1989)



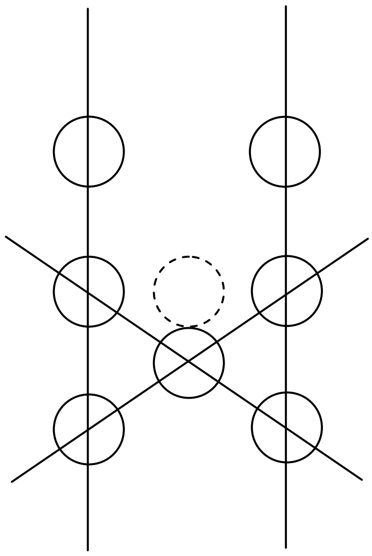
Resposta:



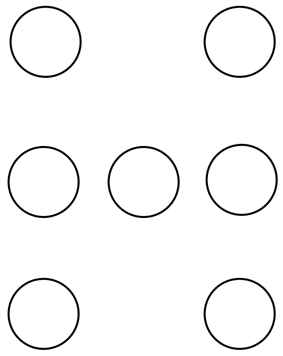
91- Dispõe 7 moedas em forma de H. Move apenas 1 para formar 4 linhas com 3 moedas em cada. (Bolt, 1989)



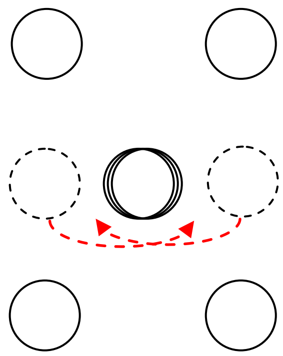
Resposta: Por exemplo,



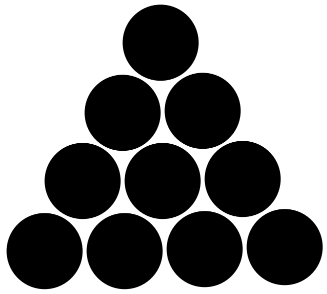
92- Dispõe 7 moedas em forma de H. Move 2 moedas para formar 2 linhas com 5 moedas em cada uma. (Bolt, 1989)



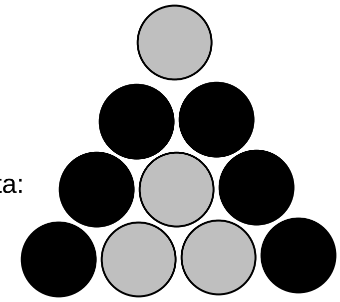
Resposta:



93- Qual é o número mínimo de moedas a retirar de modo a que, com os centros das restantes, não se possa construir nenhum triângulo equilátero? (Gardner, 1983)



Resposta:



O número mínimo é 4 e correspondem às moedas sombreadas a cinza. Desta forma nunca se podem tomar os centros das restantes moedas para formar um triângulo equilátero.

94- Um grego nasceu no 7º dia do ano 40 a. C. e morreu no 7º dia do ano 40 d. C. Quantos anos viveu? (Gardner, 1983)

Resposta: Viveu 79 anos. Não houve ano zero.

95- Diz a Ana ao Pedro:

Já reparaste que se me deres 1 caneta fico com o dobro das tuas, e que se eu te der 1 a ti ficamos com número igual? Quantas canetas tem cada um? (htt6)

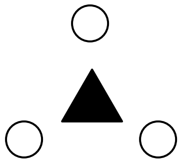
Resposta: Seja x o nº de canetas da Ana e y o nº de cantes do Pedro, então:

$$x+1=2(y-1) \quad e \quad x-1=y+1$$

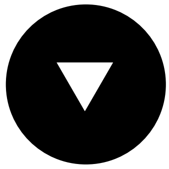
Subtraindo membro a membro estas igualdades temos $2=y-3$, ou seja $y=5$.

Conclusão, o Pedro tem 5 canetas e a Ana tem 7.

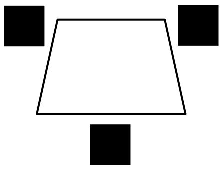
96- Escolhe a opção correta: (Carter e Russell, 2002)



está para

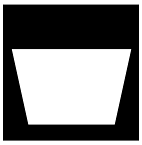


assim como

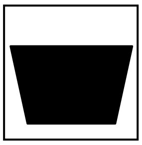


está para ....

A

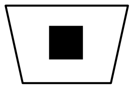


B



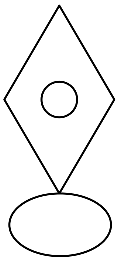
C

D

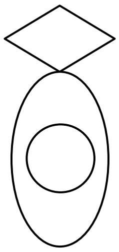


Resposta: B

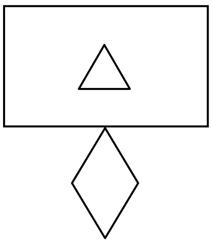
97- Escolhe a opção correta: (Carter e Russell, 2002)



está para

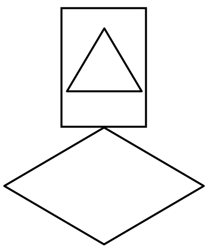


assim como

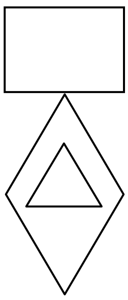


está para ....

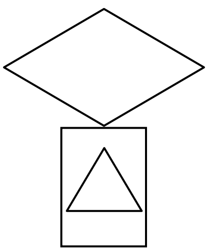
A



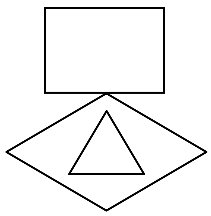
B



C

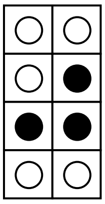


D

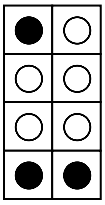


Resposta: A

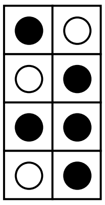
98- Escolha a opção correta: (Carter e Russel, 2002 b)



está para

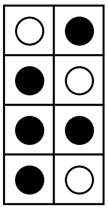


Assim como

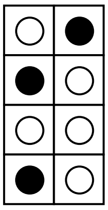


está para

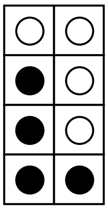
A



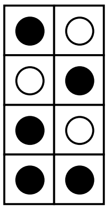
B



C

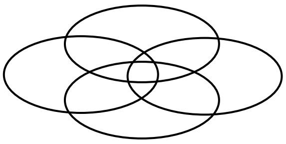


D

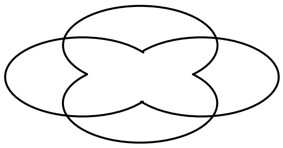


Resposta: D. Os círculos negros deslocam-se na diagonal.

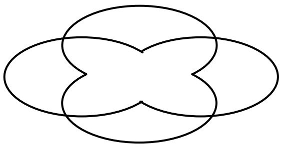
99- Escolhe a figura que melhor completa a seguinte relação: (Russel e Carter, 2000)



está para

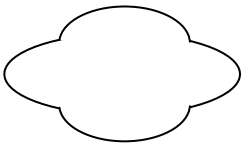


assim como

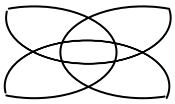


está para

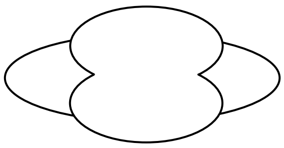
...... **?** .....



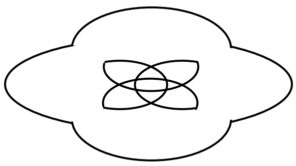
A



B



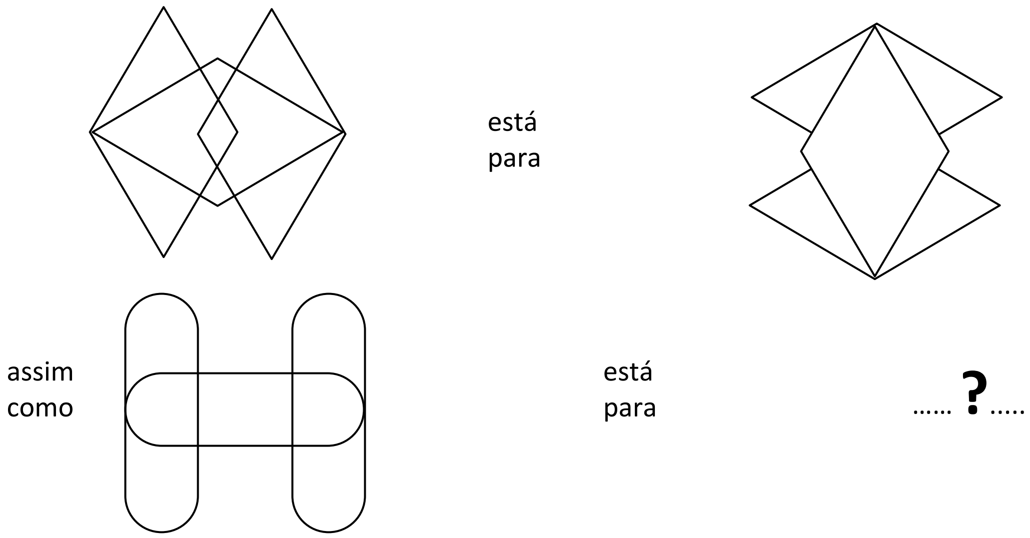
C

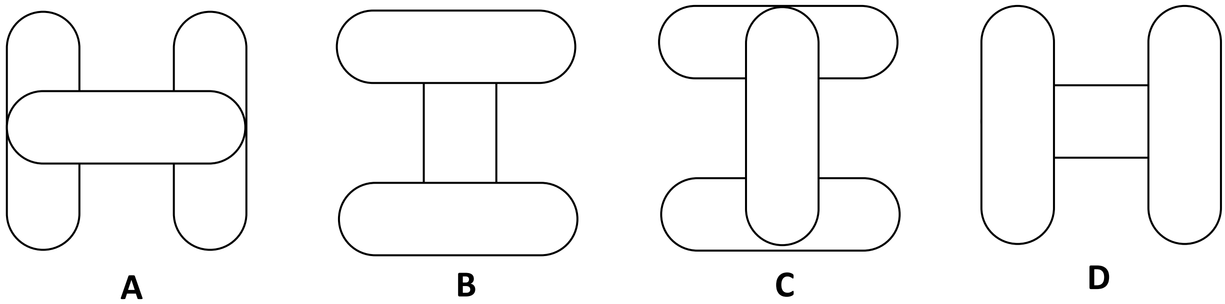


D

Resposta: **A.** As linhas interiores desaparecem em cada passo.

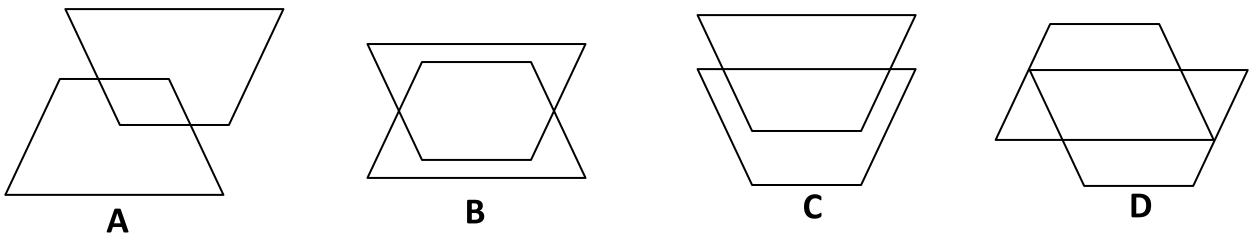
100- Escolhe a figura que melhor completa a seguinte relação: (Russel e Carter, 2000)





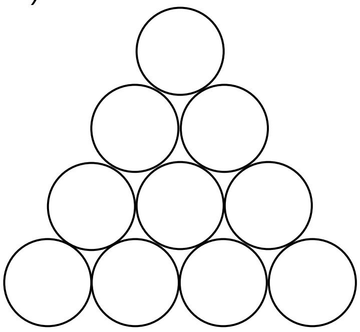
Resposta: **C**. A figura roda 90º e as linhas interiores desaparecem.

101- Qual das figuras não pertence ao grupo? Adaptado de (Russel e Carter, 2000)

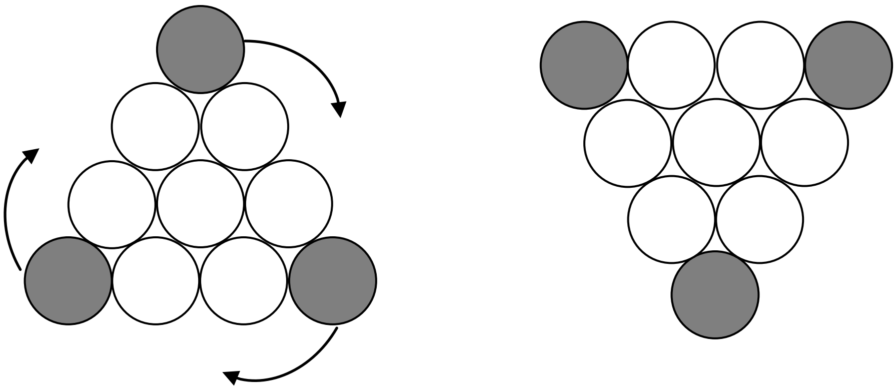


Resposta: C, porque C tem 2 trapézios no mesmo sentido, enquanto as outras figuras os 2 trapézios têm sentidos diferentes.

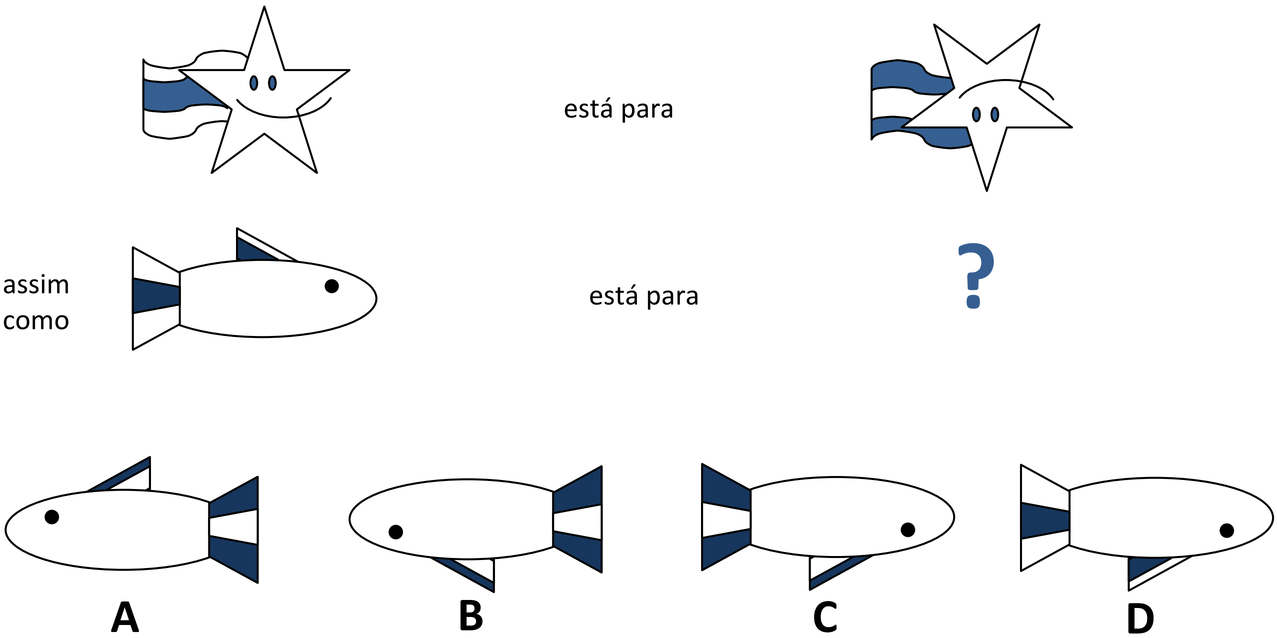
102- Qual o menor número de moedas que têm que ser deslocadas para virar o triângulo de pernas para o ar? (Carter e Russel, 2000)



Resposta: 3.

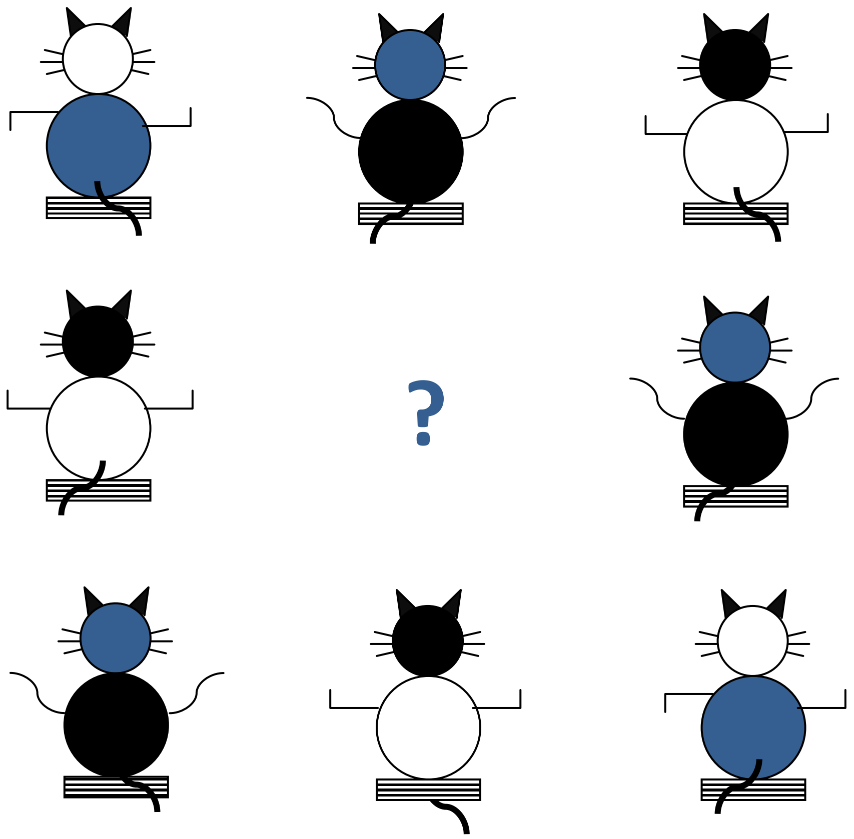


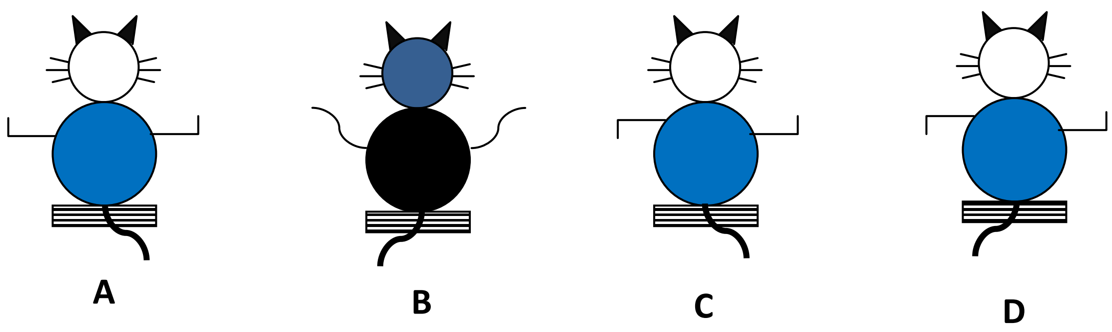
103- Escolhe a figura que melhor substitui**?**: Adaptado de (Ricci, 2000)



Resposta: **C**. Inversão vertical. Cor azul para a fora

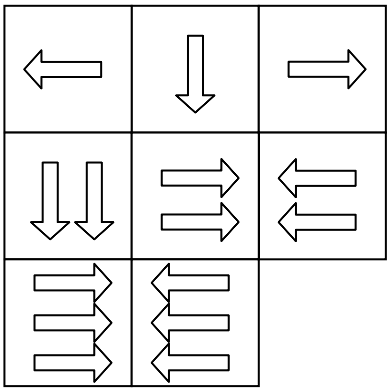
104- Escolhe a figura que melhor completa a série de gatos: (Ricci, 2000)

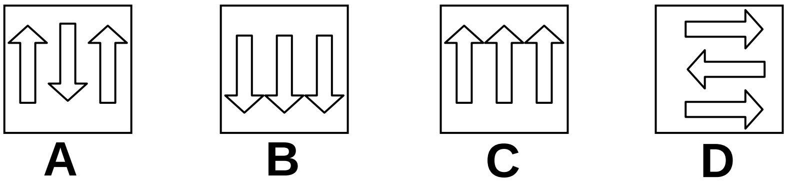




Resposta: **C**. (corpo azul, cabeça branca, cauda com a ponta para a direita, mão esquerda para baixo e mão direita para cima).

105- Que quadrado está a faltar na figura? (Russell e Carter, 2007)

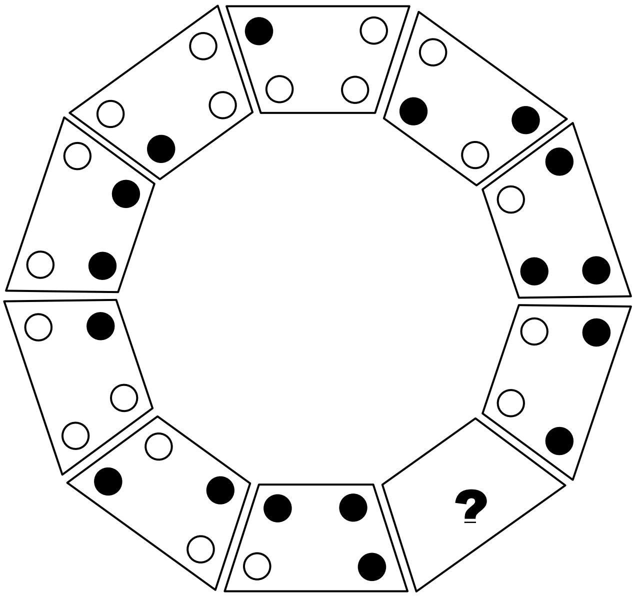


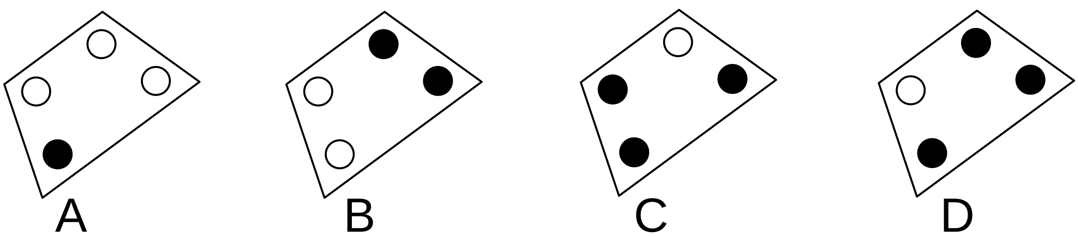


Resposta: **B.**

Cada linha tem um quadrado com setas a apontar para a direita, outro a apontar para a esquerda e outro a apontar para baixo. Logo, na linha de baixo, falta o quadrado com setas a apontar para baixo.

106- Qual é a peça que pode substituir o ponto de interrogação? (Carter e Russell, 2007)



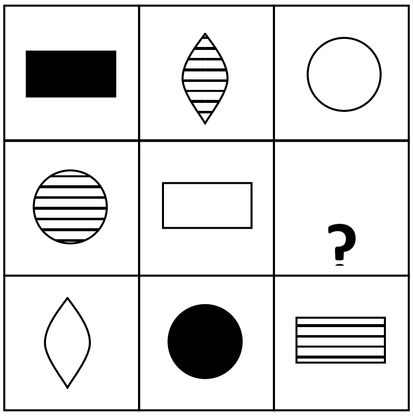


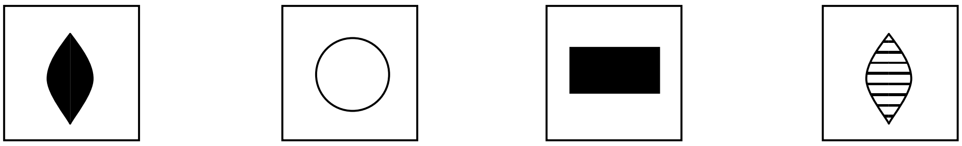
Resposta: D. Trapézios opostos têm as cores invertidas.

107- Todas as minhas flores, menos 2, são rosas. Todas as minhas flores, menos 2, são túlipas. Todas as minhas flores, menos 2, são margaridas. Quantas flores eu tenho? (htt57)

Resposta: 3 flores: uma rosa, uma túlipa e uma margarida.

108- Escolhe a figura que falta. (Edgar, 2007)

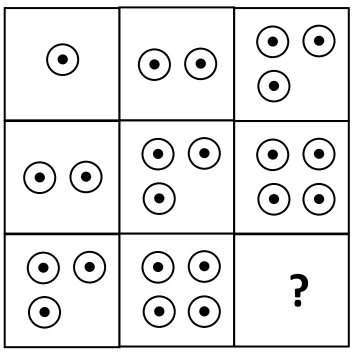


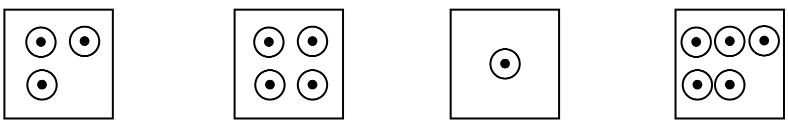


A B C D

Resposta: A. Em cada linha e em cada coluna existem 3 figuras diferentes e 3 texturas de enchimento diferentes.

109- Escolhe a figura que falta. (Edgar, 2007)

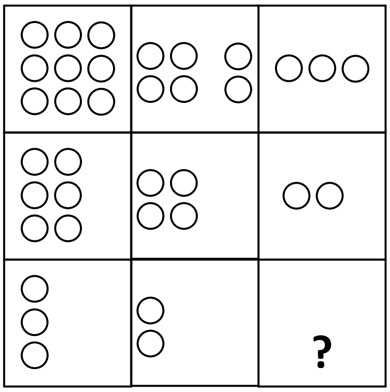


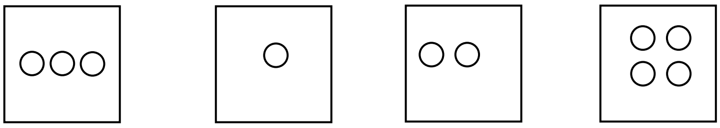


A B C D

Resposta: D. O nº de círculos vai aumentando 1 em cada linha e coluna.

110- Escolhe a figura que falta. (Edgar, 2007)

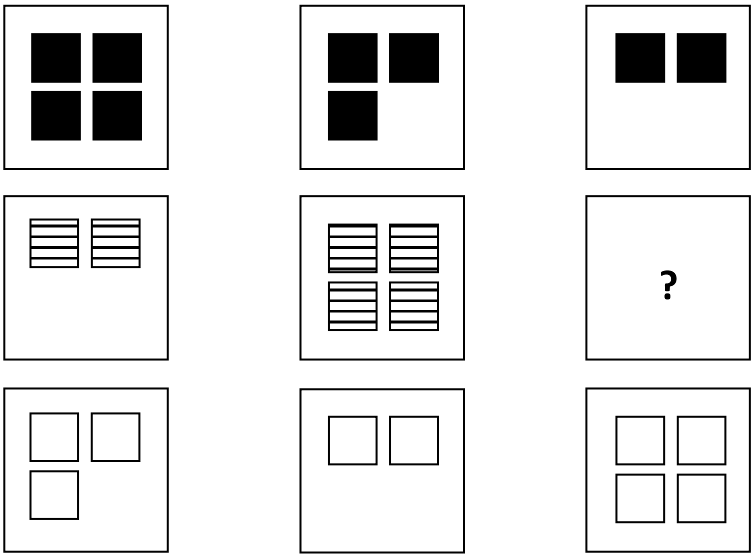


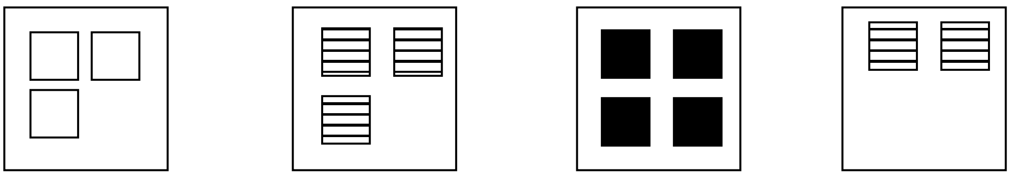


A B C D

Resposta: B.

111- Escolhe a figura que falta. (Edgar, 2007)

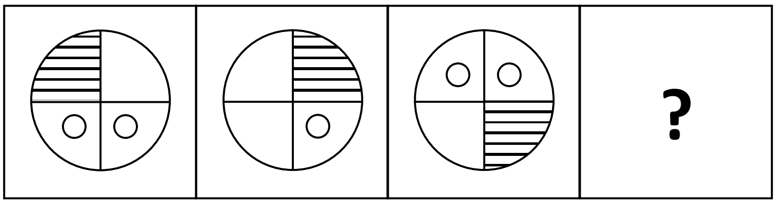




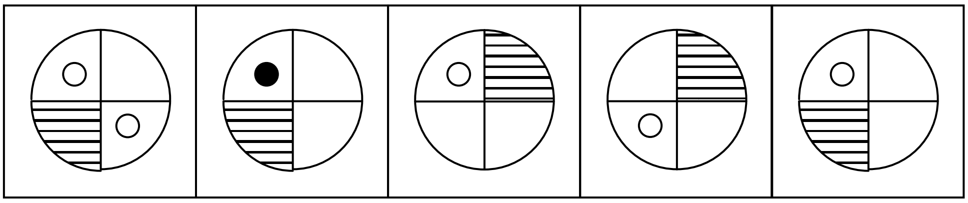
A B C D

Resposta: B

112- Escolhe o nº da figura que corresponde ao quadrado D. (Edgar, 2007)



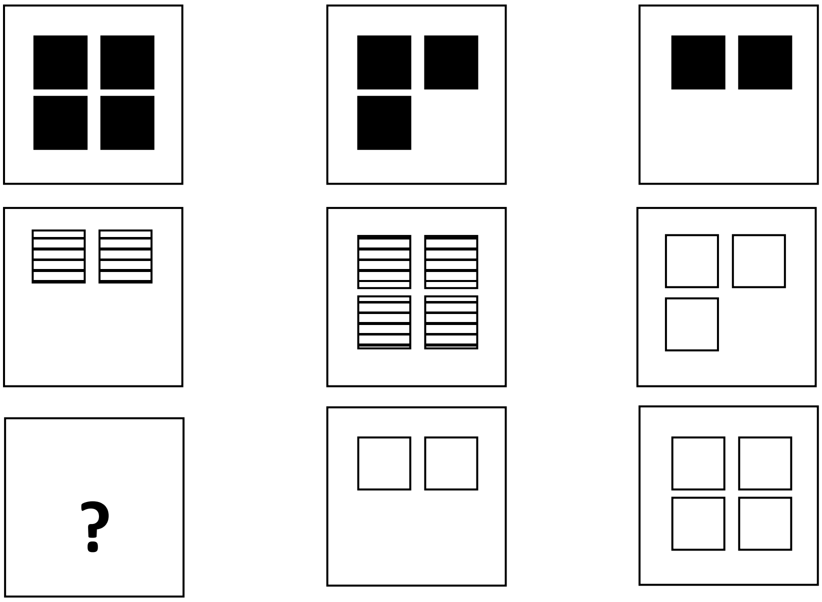
A B C D

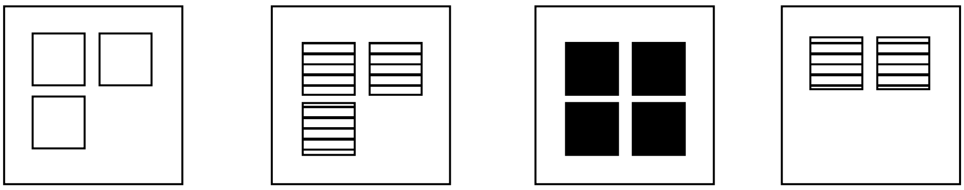


1 2 3 4 5

Resposta: 5.

113- Escolhe a figura que falta. (Edgar, 2007)





A B C D

Resposta: A

114- Que figura obtemos quando a figura principal roda 90º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

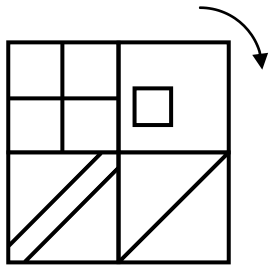
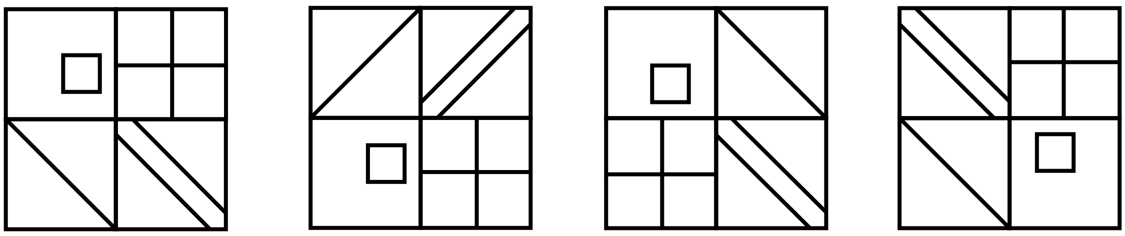


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 4

115- Que figura obtemos quando a figura principal roda 180º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

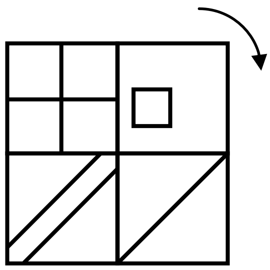
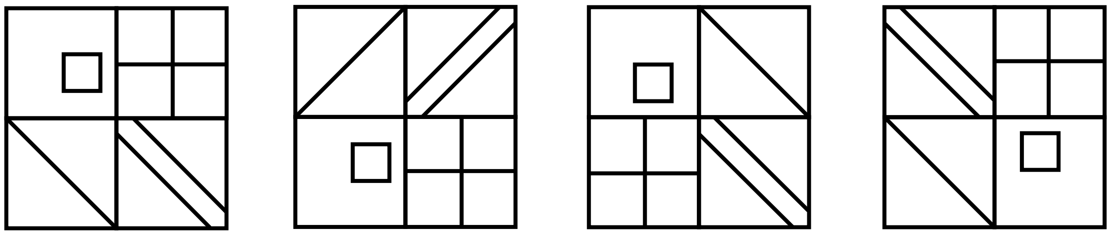


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 2

116- Que figura obtemos quando a figura principal roda 270º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

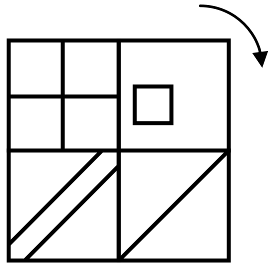
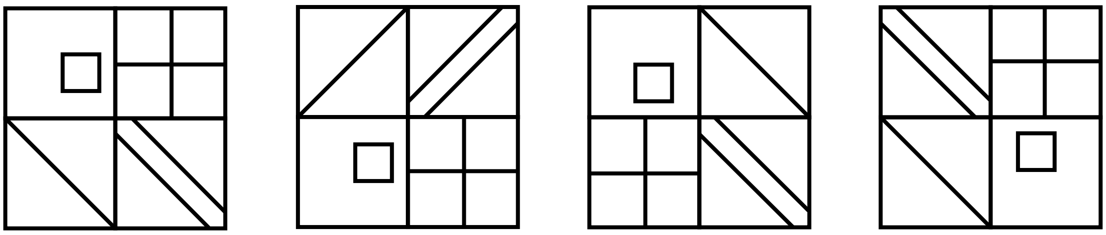


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 3

117- Que figura obtemos quando a figura principal roda 90º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

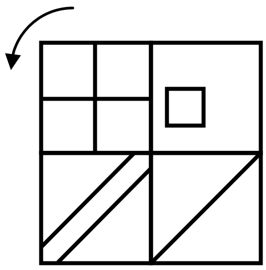
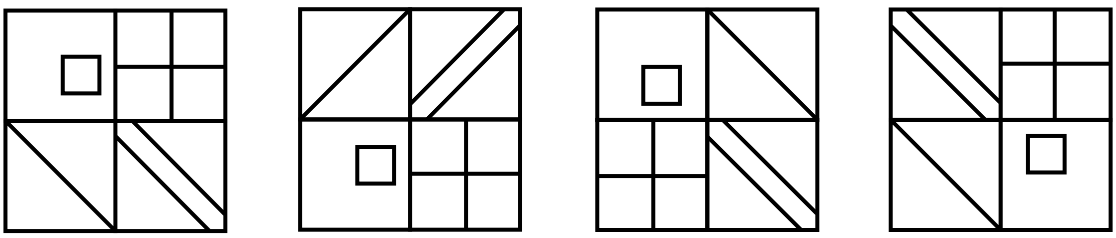


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 3

118- Que figura obtemos quando a figura principal roda 90º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

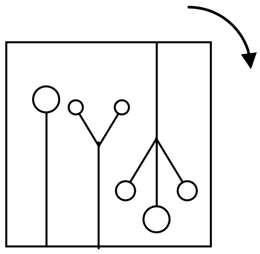
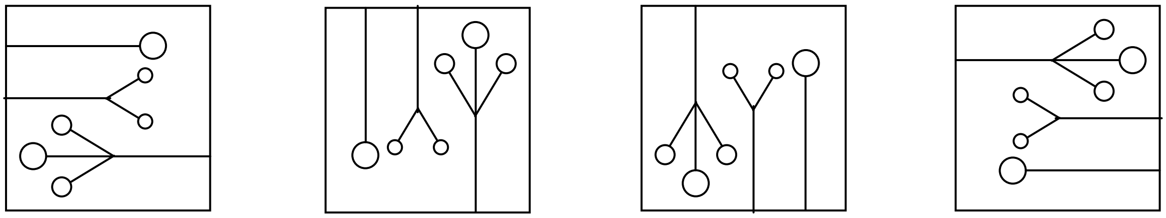


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 1

119- Que figura obtemos quando a figura principal roda 180º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

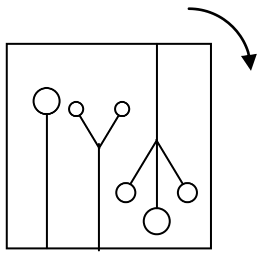
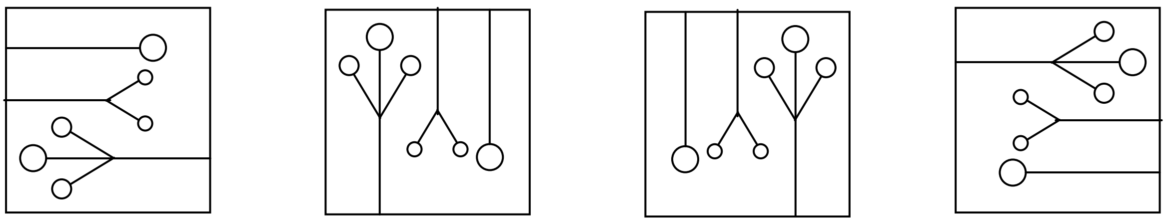


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 2

120- Que figura obtemos quando a figura principal roda 270º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

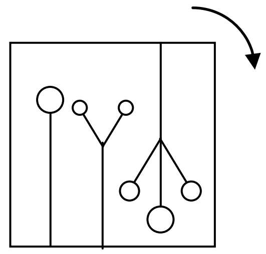
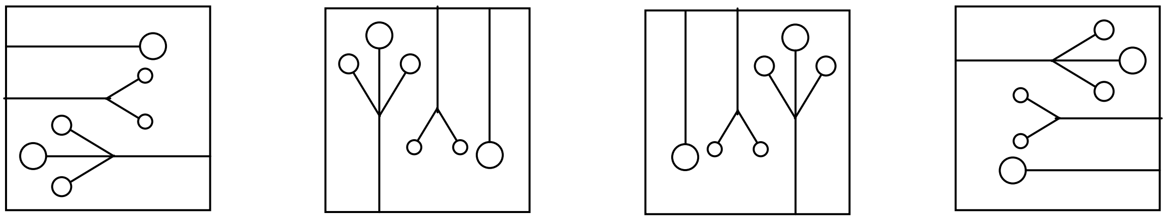


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 4

121- Que figura obtemos quando a figura principal roda 90º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

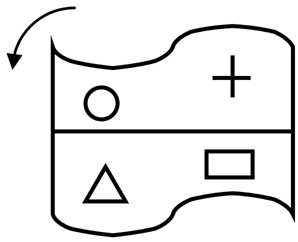
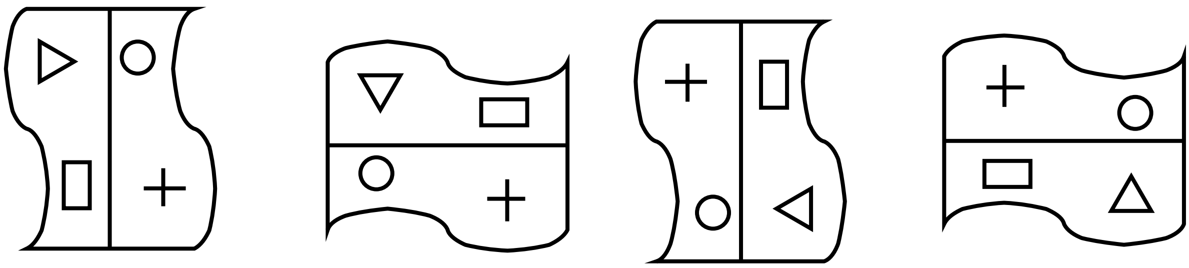


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 3

122- Que figura obtemos quando a figura principal roda 180º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

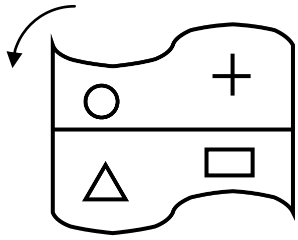
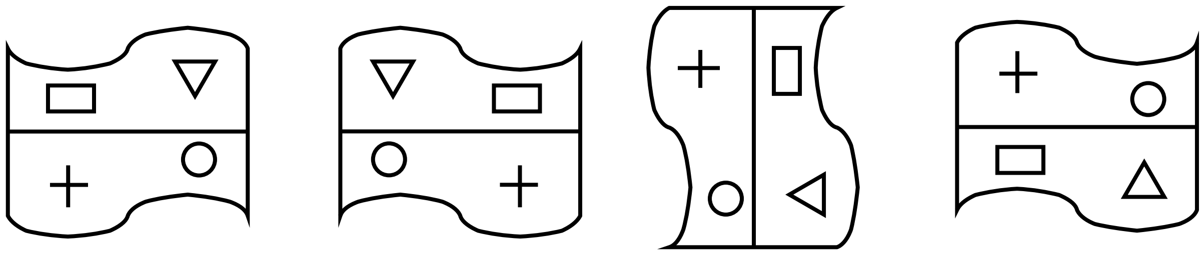


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 1

123- Que figura obtemos quando a figura principal roda 90º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

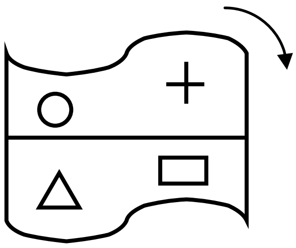
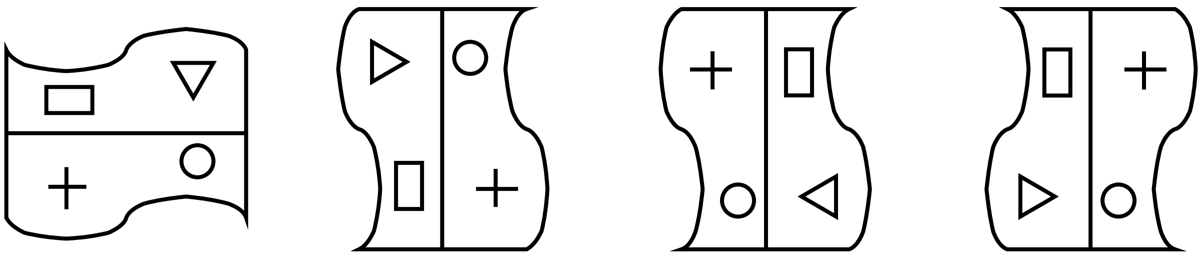


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 2

124- Que figura obtemos quando a figura principal roda 90º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

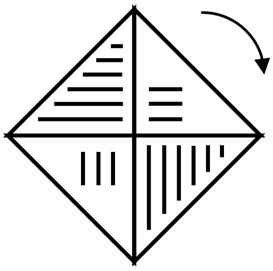
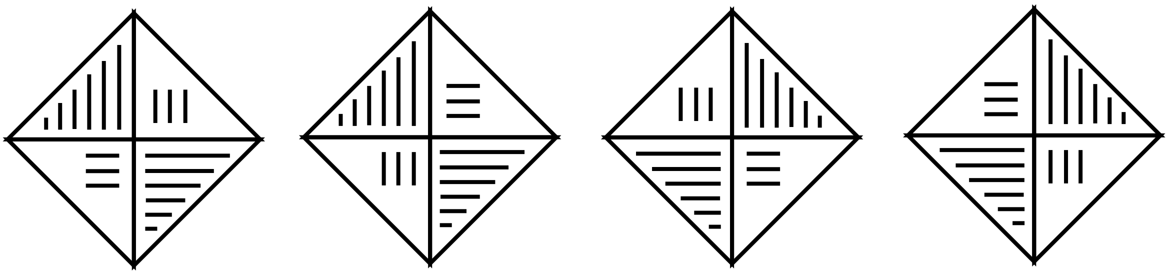


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 4

125- Que figura obtemos quando a figura principal roda 180º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

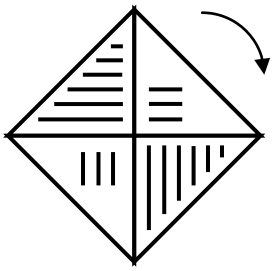
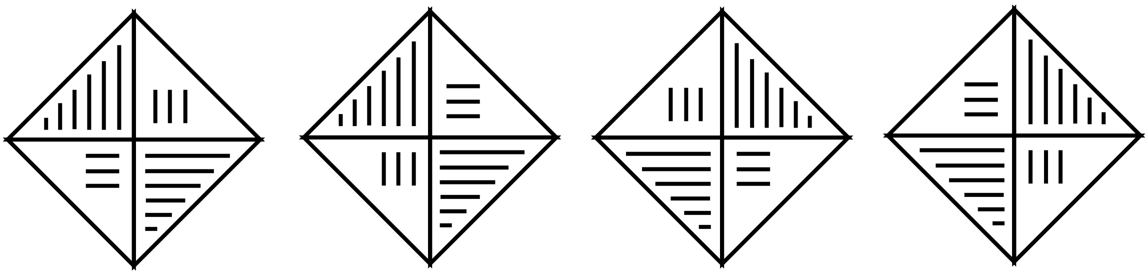


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 1

126- Que figura obtemos quando a figura principal roda 270º, no sentido indicado? (Edgar, 2007)

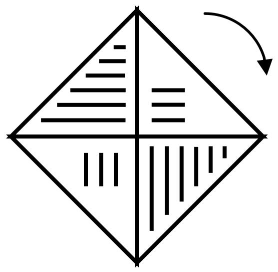
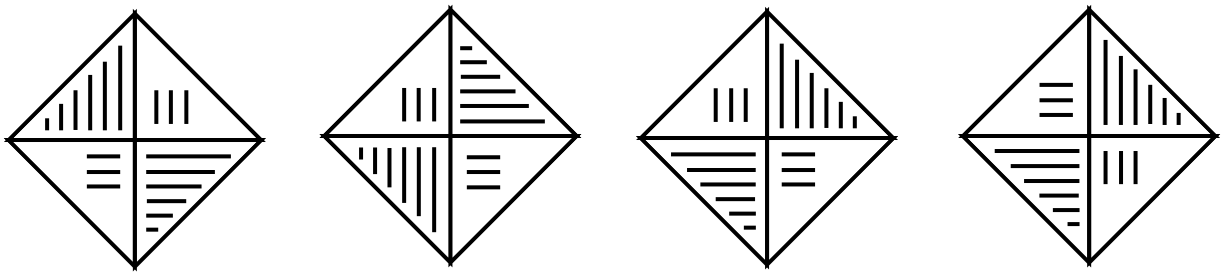


Figura principal



1 2 3 4

Resposta: 2

127- Qual é o canto que falta na figura principal? (Edgar, 2007)

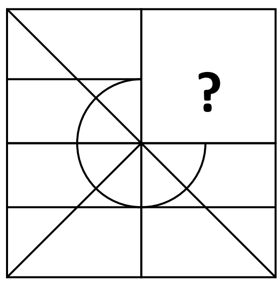
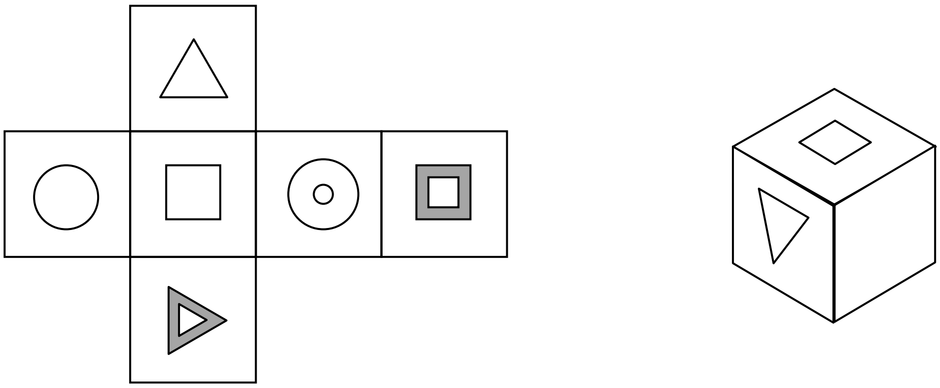


Figura principal

1 2 3 4

Resposta: 4

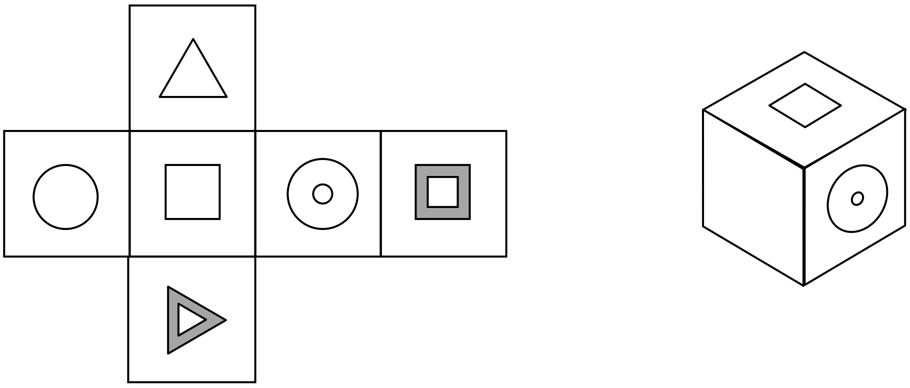
128- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)



A B C D

Resposta: A

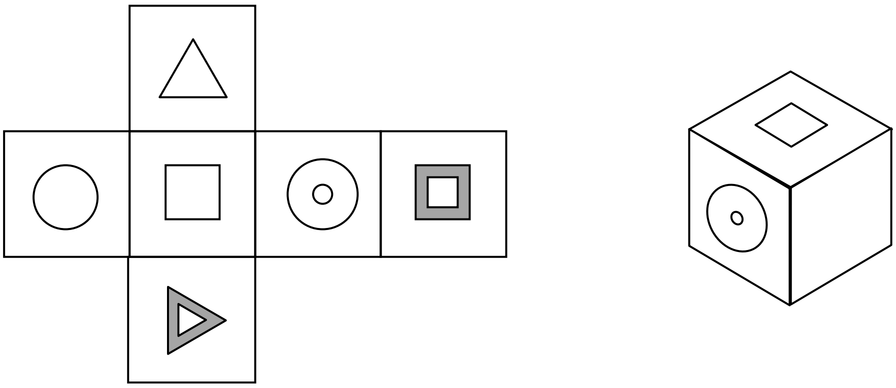
129- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)



A B C D

Resposta: B

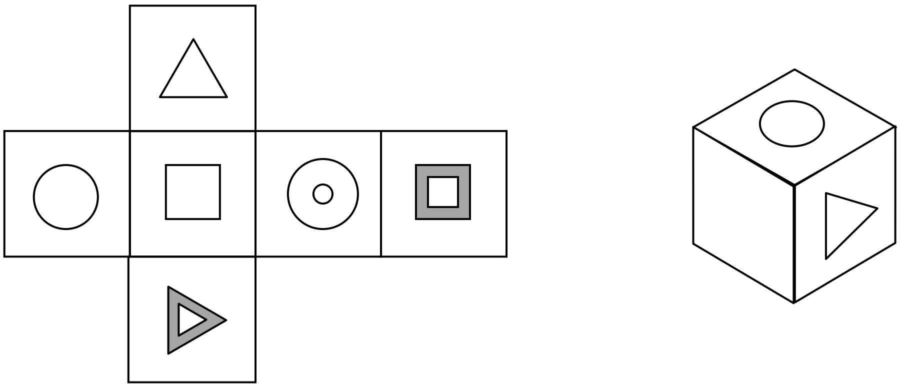
130- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)



A B C D

Resposta: C

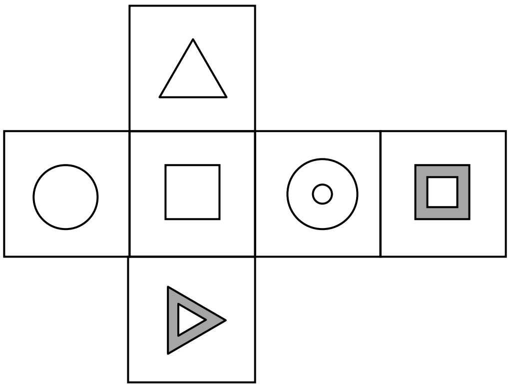
131- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)

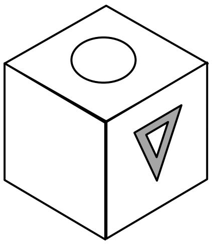


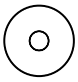
A B C D

Resposta: D

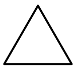
132- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)



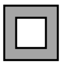




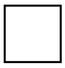
A



B



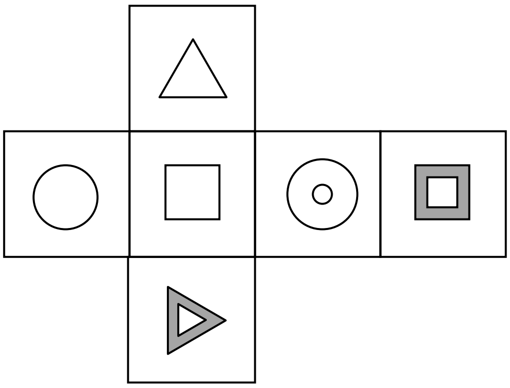
C

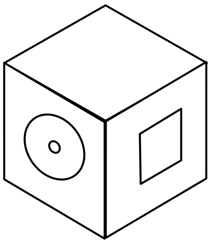


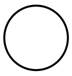
D

Resposta: C

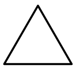
133- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)



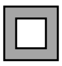




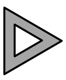
A



B



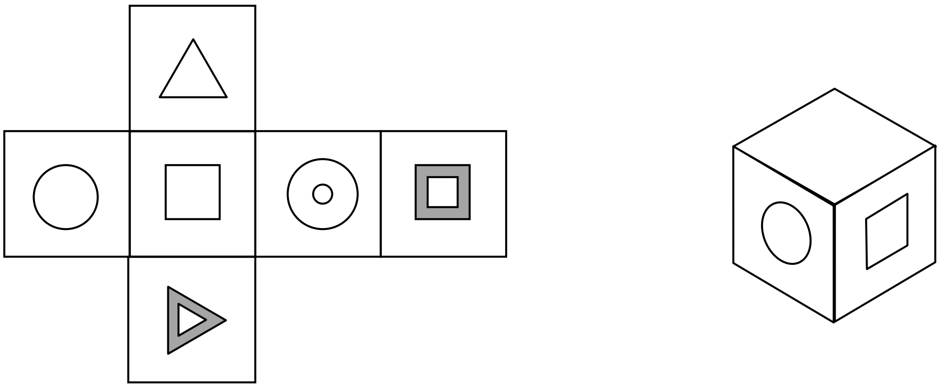
C



D

Resposta: D

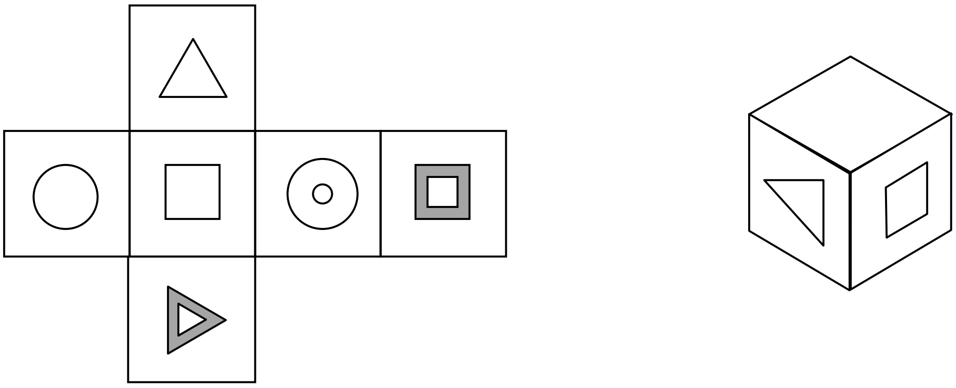
134- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)



A B C D

Resposta: B

135- Esta é uma planificação de um cubo o qual se encontra construído ao lado, com uma face em branco. Qual é a figura que falta na face em branco? (Edgar, 2007)



A B C D

Resposta: C

136- Qual das figuras é um arranjo das partes sombreadas da figura principal? (Edgar, 2007)

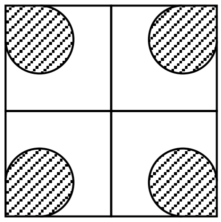
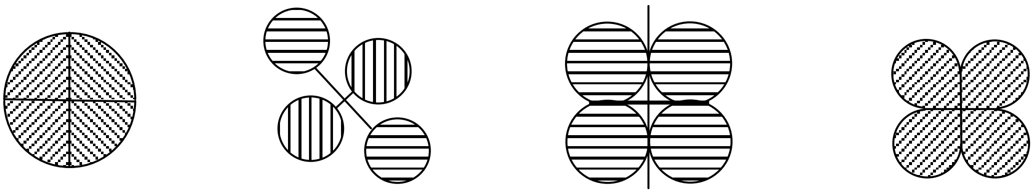


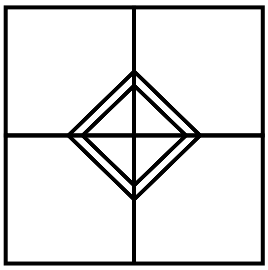
Figura principal

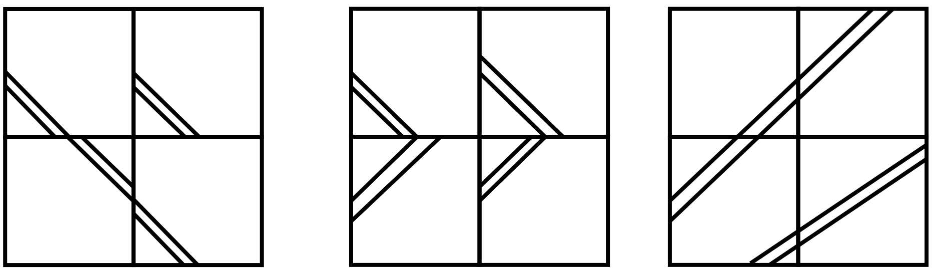


A B C D

Resposta: **D**

137- Seleciona a resposta que depois de rearranjada gera a figura principal. (Edgar, 2007)





A B C

Resposta: A

138- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

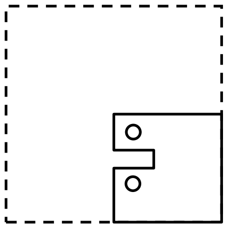
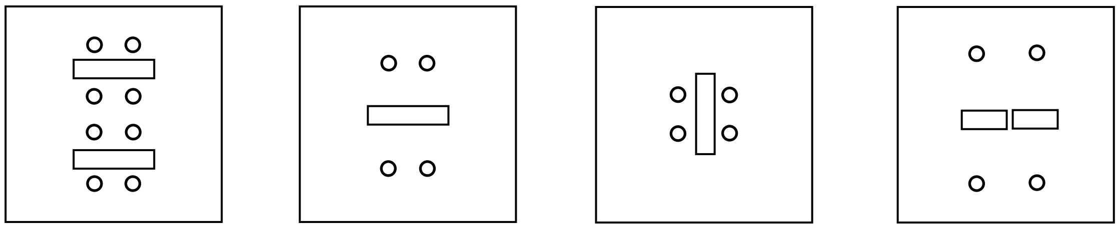


Figura principal



A B C D

Resposta: A

139- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

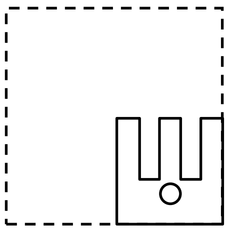
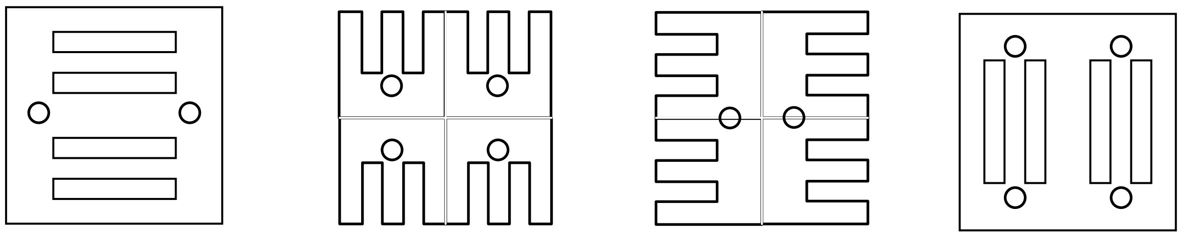


Figura principal



A B C D

Resposta: D

140- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

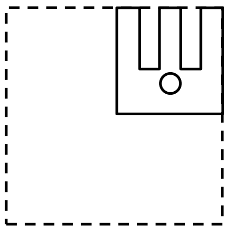
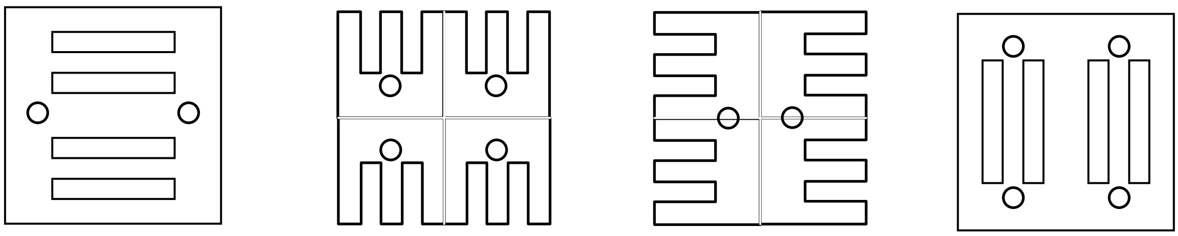


Figura principal



A B C D

Resposta: B

141- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

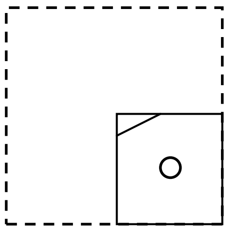
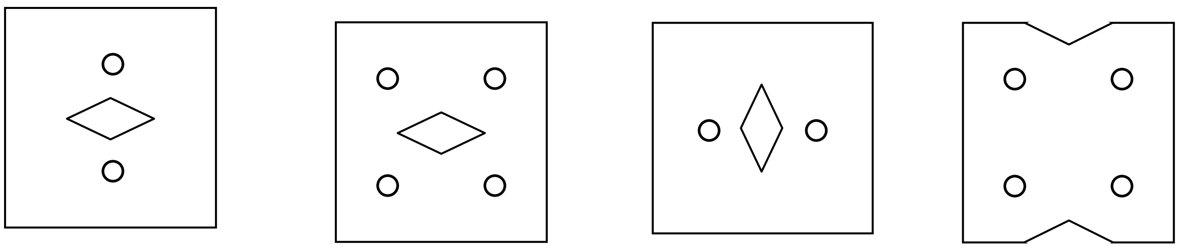


Figura principal



A B C D

Resposta: B

142- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

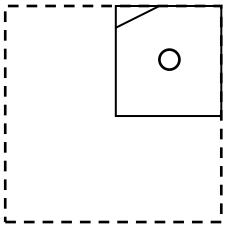
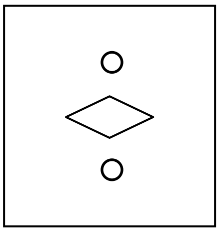
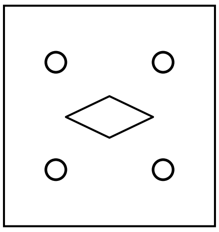


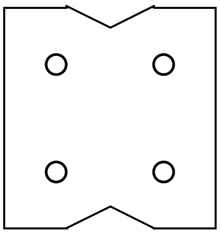
Figura principal



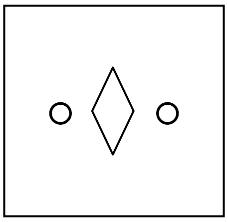
A



B



C



D

Resposta: C

143- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

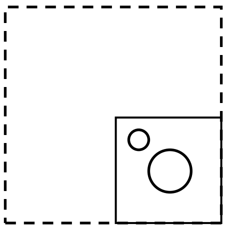
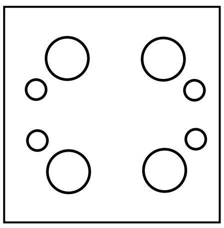
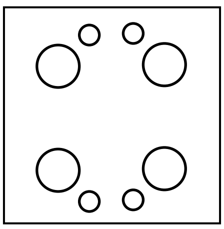


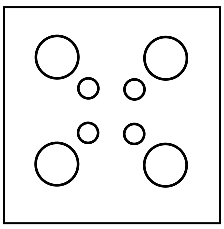
Figura principal



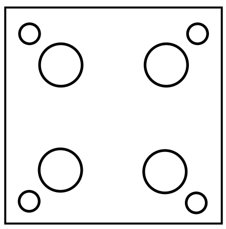
A



B



C



D

Resposta: C

144- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

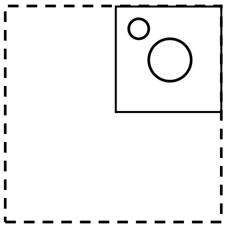
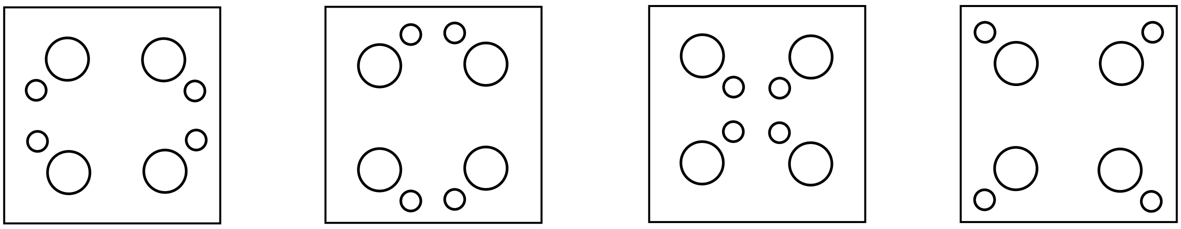


Figura principal



A B C D

Resposta: B

145- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

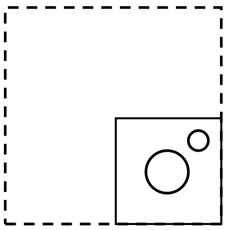
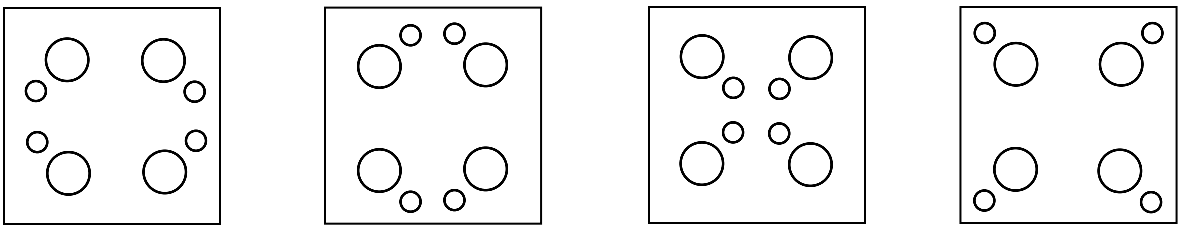


Figura principal



A B C D

Resposta: A

146- Se 1 folha de papel quadrada for dobrada 2 vezes a partir do centro e se se fizerem cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

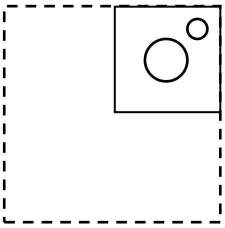
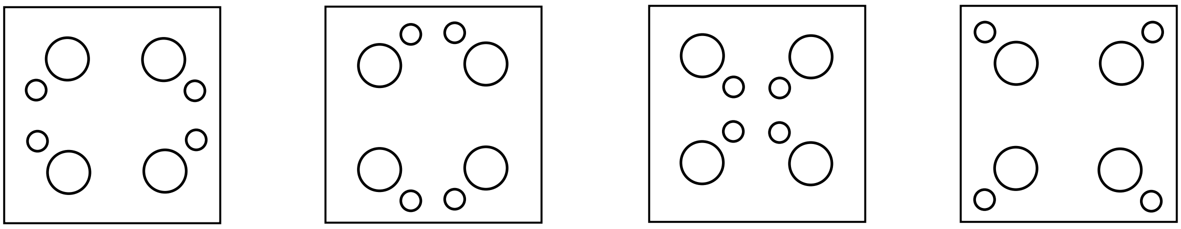


Figura principal



A B C D

Resposta: D

147- Se 1 folha de papel triangular for dobrada 2 vezes a partir do centro e se forem feitos cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

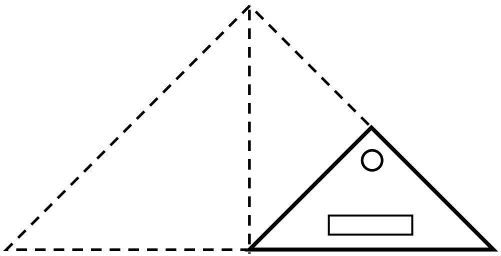
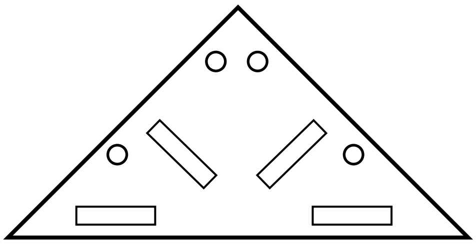
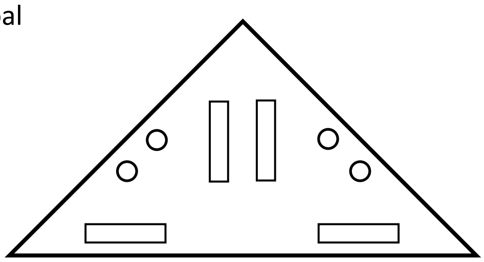


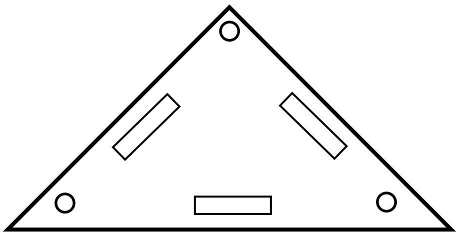
Figura principal



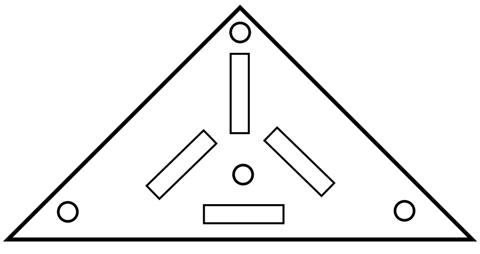
A



B



C



D

Resposta: B

148- Se 1folha de papel triangular for dobrada 2 vezes a partir do centro e se forem feitos cortes, como se mostra na figura principal, como é que ela irá aparecer quando for aberta? (Edgar, 2007)

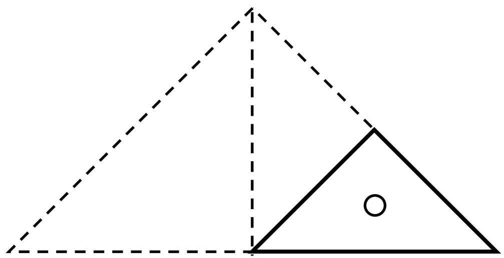
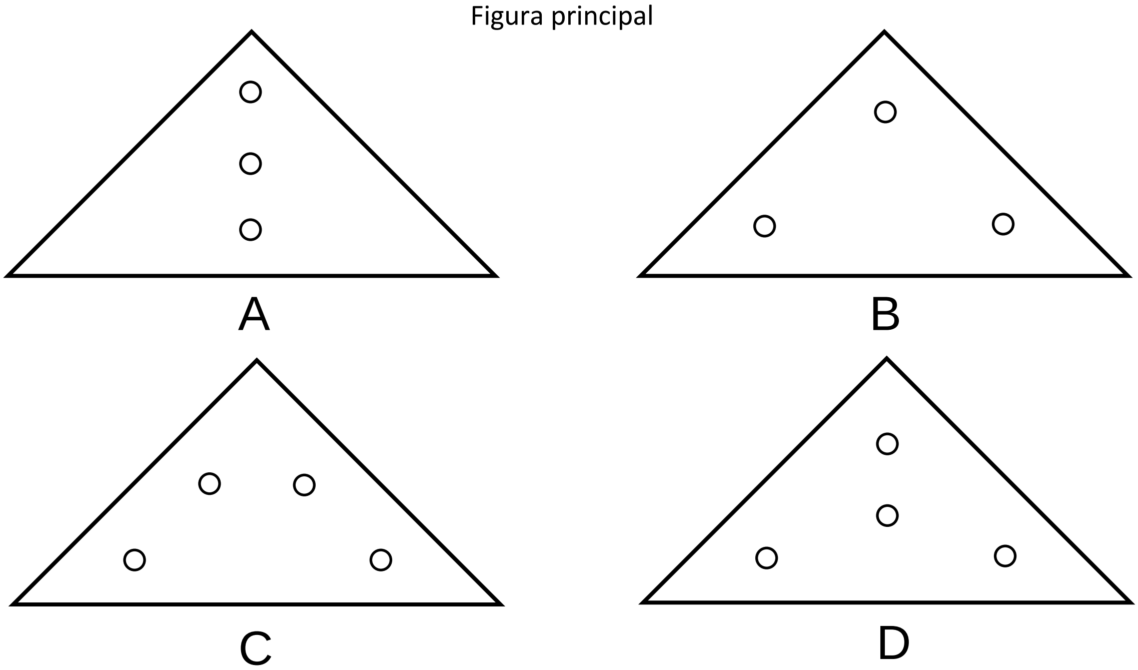
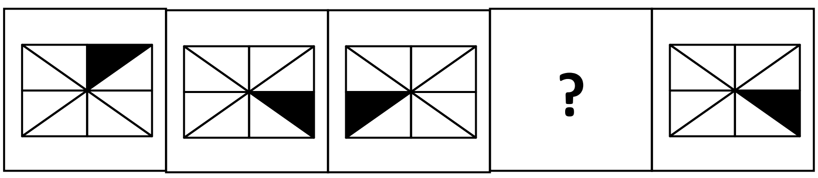


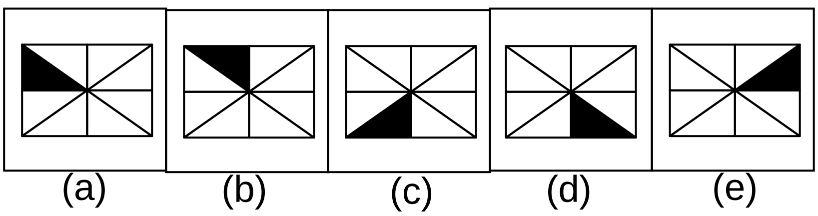
Figura principal



Resposta: C

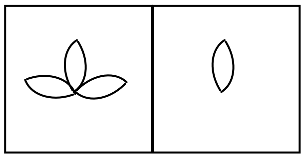
149- Escolhe a figura correta para substituir o ponto de interrogação. (Subburaj, 2004)

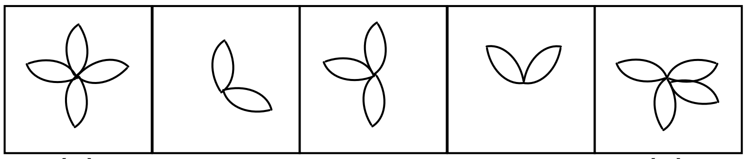




Resposta: (b). O triângulo sombreado roda no sentido dos ponteiros do relógio, deixando de intervalo ora 1, ora 2, triângulos brancos.

150- As 2 figuras que se seguem têm uma característica comum. Escolhe entre as opções dadas aquela que tem a mesma característica comum. (Subburaj, 2004)

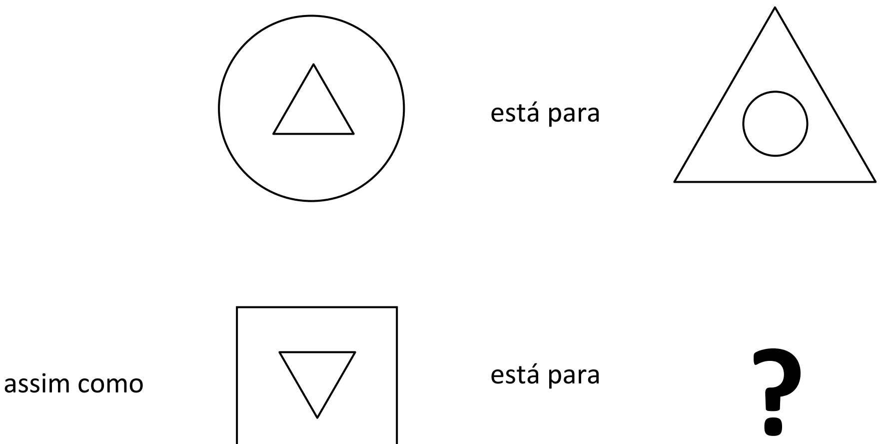


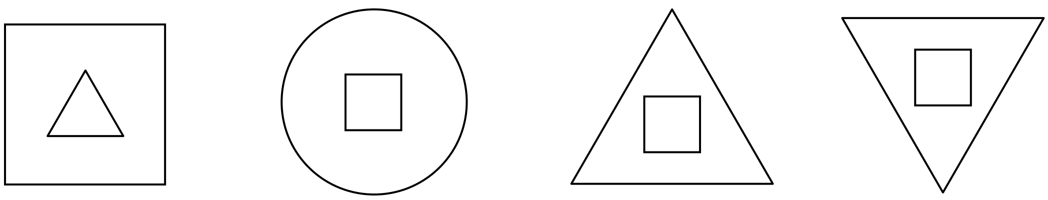


(a) (b) (c) (d) (e)

Resposta: (c). Tem um número ímpar de pétalas

151- Escolhe a figura que melhor completa a seguinte relação: (Subburaj, 2004)

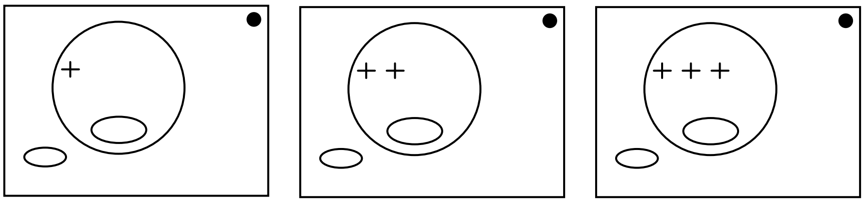




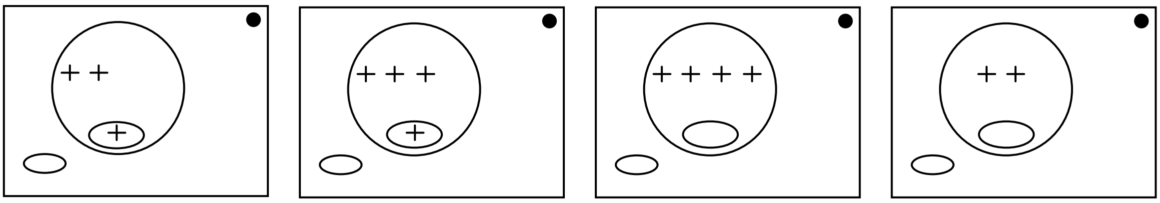
(a) (b) (c) (d)

Resposta: (d).

152- Qual é a figura seguinte na sequência? (Thorpe E. , 2000)



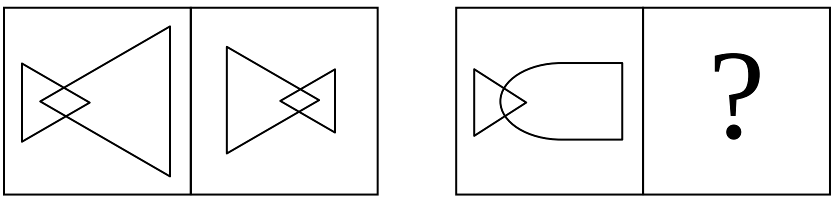
1 2 3



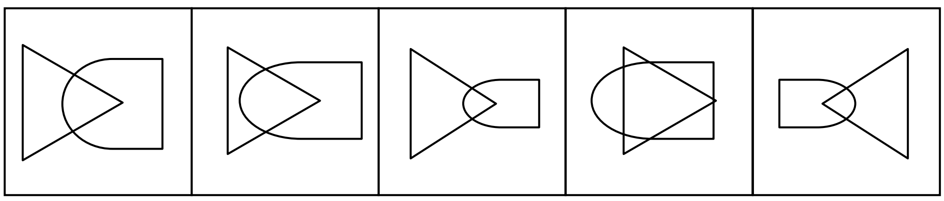
A B C D

Resposta: C. Aumentar uma cruz na horizontal.

153- Qual é a figura que falta? (Thorpe E. , 2000)



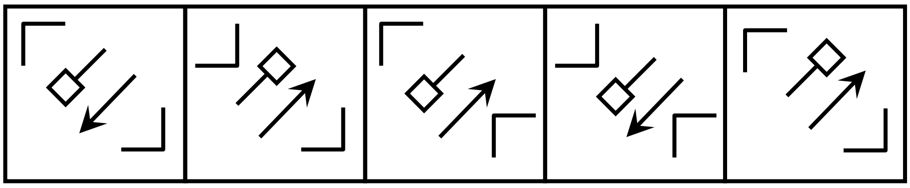
1 2 3 4

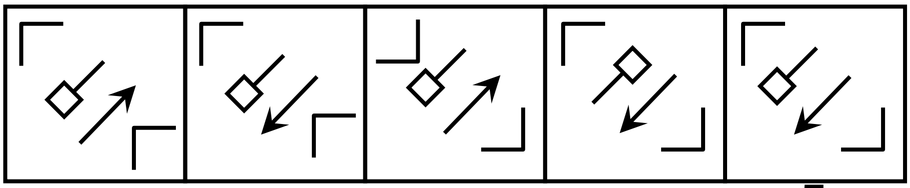


A B C D E

Resposta: C.

154- Qual é a figura seguinte na sequência? (Thorpe e Thorpe, 2010)

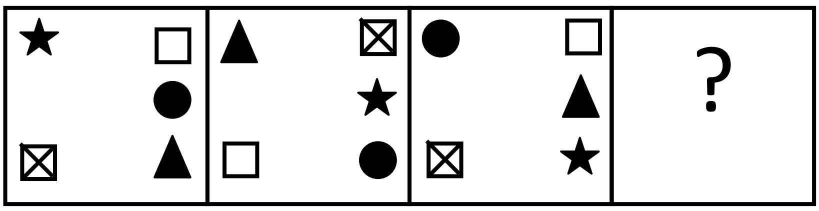


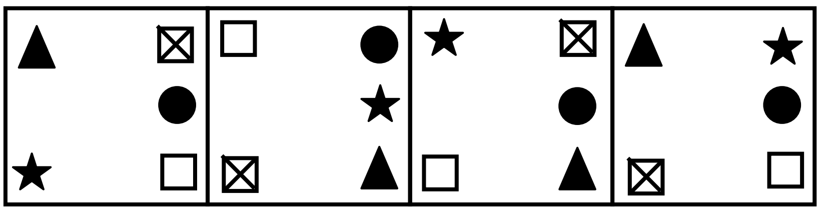


1 2 3 4 5

Resposta: 3.

155- Qual é a figura seguinte na sequência? Adaptado de (Thorpe e Edgar, 2010)

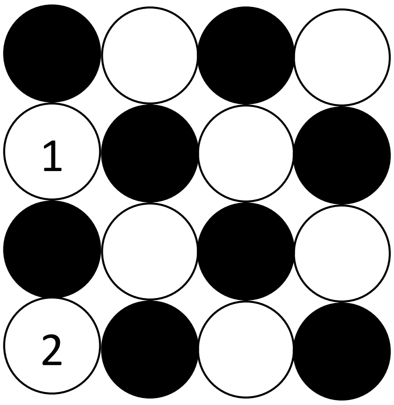




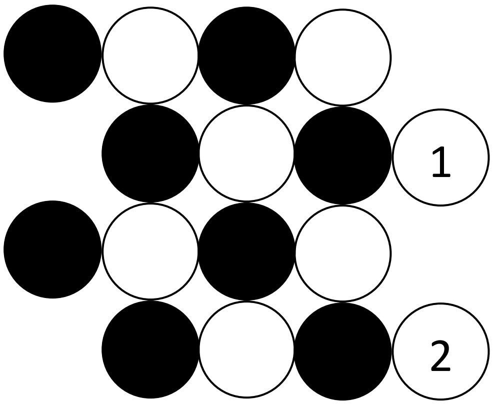
1 2 3 4

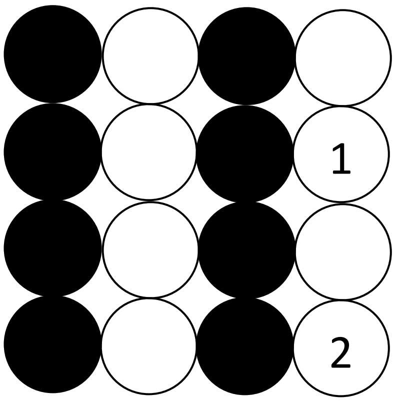
Resposta: 3. (os quadradinhos dos cantos vão alternando um com o outro e as restantes figuras rodam entre si no sentido dos ponteiros do relógio)

156- Coloca, lado a lado, 16 moedas, mostrando alternadamente cara e coroa, como se exemplifica na figura. Rearranja as moedas de forma que as que se encontram em colunas verticais sejam todas idênticas. Apenas é permitido tocar em duas moedas. (Wells, 1999)

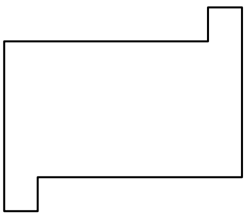


Solução: Coloca 2 dedos nas moedas 1 e 2 e lava-as para a posição correspondente do seu lado direito. De seguida empurre com as 2 moedas as outras que se situam à sua esquerda, deixando as moedas 1 e 2 na posição indicada na figura.

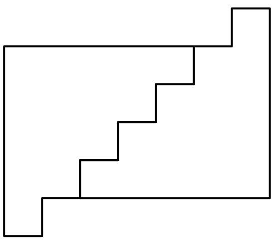


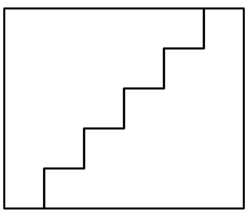


157- Como pode este retângulo com 2 "acrescentos" ser cortado em 2 bocados iguais, de forma a fazerem um retângulo completo. (Wells, 1999)

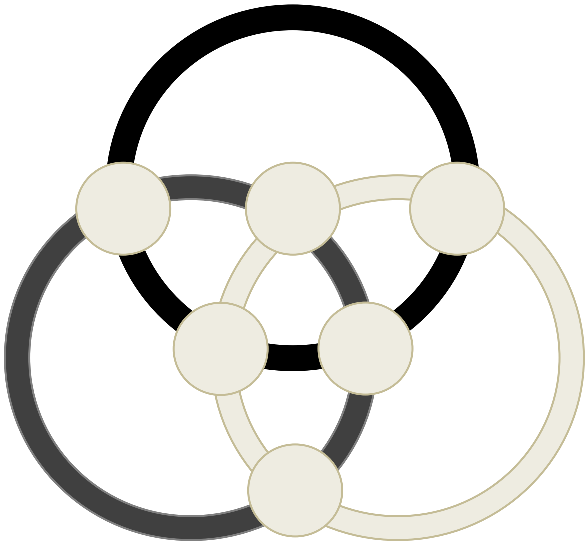


Solução:

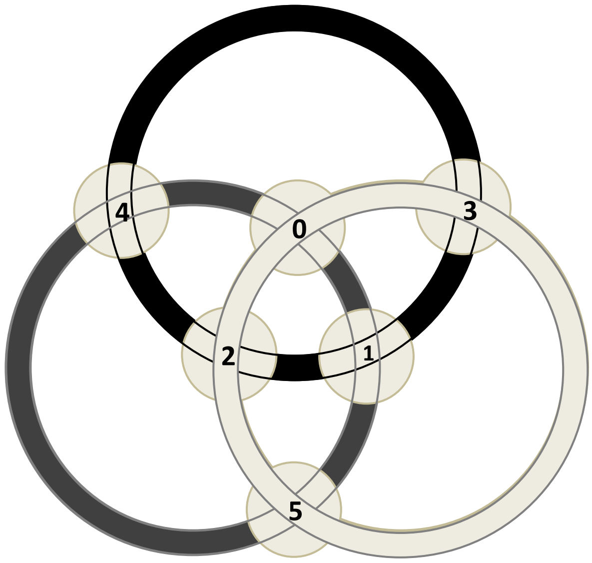




158- Coloca os números 0, 1, 2, 3, 4 e 5 nas intersecções destes aros de modo que a soma dos números seja 10, em cada aro. (APM, 2006)



Resposta:

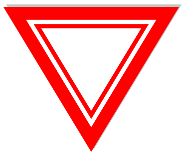


Anexo 6

Geometria

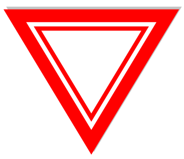
GEOMETRIA

1. O sinal de trânsito de perca de prioridade tem a forma de triângulo equilátero. A Joana, que é um pouco teimosa, insiste em afirmar que o sinal tem a forma de um triângulo isósceles. Achas que ela pode ter razão?

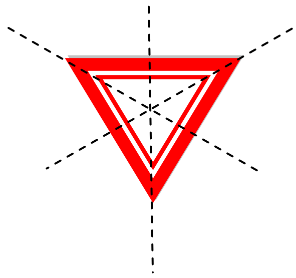


Resposta: Sim. Porque um triângulo diz-se isósceles se tiver pelo menos 2 lados iguais, logo todo o triângulo equilátero é também isósceles.

2. O sinal de trânsito de perca de prioridade tem a forma de triângulo equilátero. Quantos eixos de simetria tem o sinal?

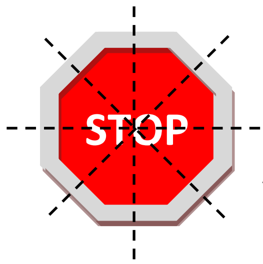


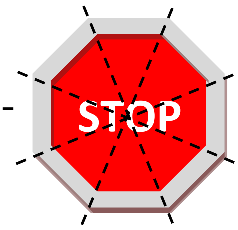
Resposta: 3.



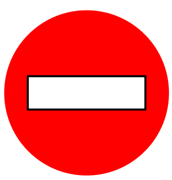
3. Quantos eixos de simetria tem um sinal de STOP, não tendo em conta as letras?

Resposta: 8.

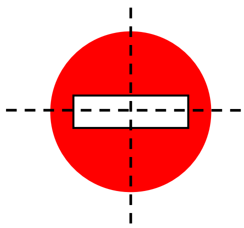




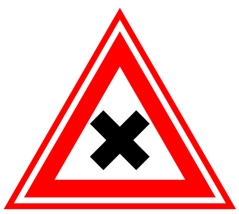
4. Quantos eixos de simetria tem um sinal de Sentido Proibido?



Resposta: 2



5. Quantos eixos de simetria tem um sinal de trânsito de Cruzamento ou Entroncamento?

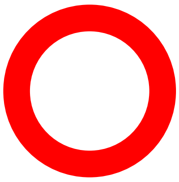


Resposta: 1

6. Quantos eixos de simetria tem um sinal de Curva e Contracurva ?

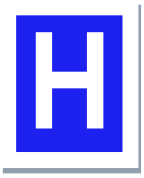
Resposta: Não tem nenhum eixo de simetria.

7. Quantos eixos de simetria tem o sinal de Trânsito Proibido?

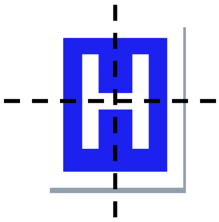


Resposta: Tem um número infinito de eixos de simetria.
São todas as retas que passam pelo centro

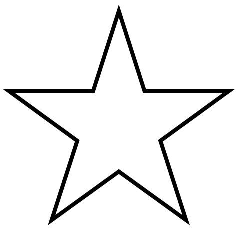
8. Quantos eixos de simetria tem o sinal de trânsito de que indica a proximidade de Hospital?



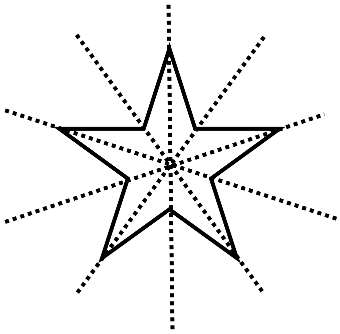
Resposta: 2



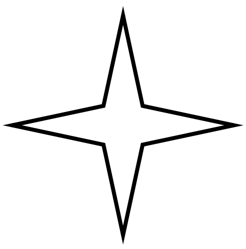
9. Quantos eixos de simetria tem a estrela de cinco pontas?



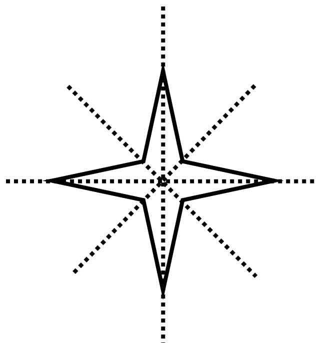
Resposta: 5.



10. Quantos eixos de simetria tem a figura?

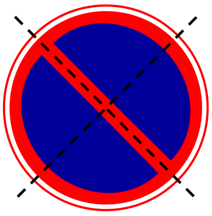


Resposta: 4.

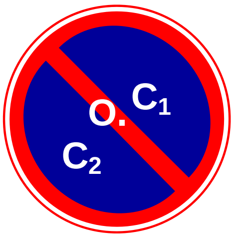


11. Quantos eixos de simetria tem o sinal de Estacionamento Proibido?

Resposta: 2

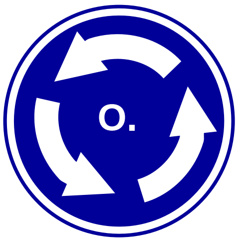


12. No sinal de Estacionamento Proibido da figura qual poderá ser a menor amplitude de uma rotação de centro em O, que transforma a porção de círculo C_1, na porção círculo C_2?



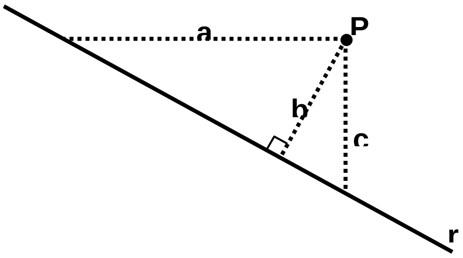
Resposta: 180º.

13. No sinal de Obrigação de Contornar a Rotunda, qual poderá ser a amplitude de uma rotação de centro em O, que transforma uma seta na seta seguinte



Resposta: 120º

14. Qual dos segmentos a, b ou c, nos dá a distância do ponto P à reta r?



Resposta: **b**. Porque a distância mede-se na perpendicular tirada do ponto para a reta.

15. É verdadeira ou falsa a afirmação: “Todos os quadrados são retângulos”?

Resposta: Verdadeira. Todos têm 4 ângulos retos.

16. É verdadeira ou falsa a afirmação: “Um losango pode ser um retângulo”?

Resposta: Verdadeira. Se o losango for um quadrado.

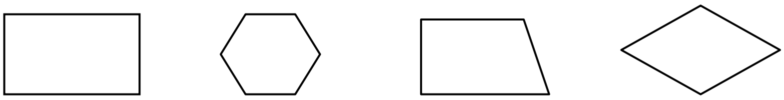
17. É verdadeira ou falsa a afirmação: “Todos os losangos são quadrados”?

Resposta: Falsa. Só os losangos que têm 4 ângulos retos é que são quadrados.

18. É verdadeira ou falsa a afirmação: “Todos os quadrados são losangos”?

Resposta: Verdadeira. Porque todos os quadrados têm os lados todos iguais.

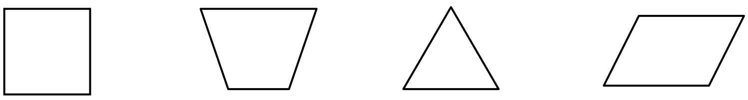
19. Quais das seguintes figuras são trapézios?



A B C D

Resposta: A, C e D. Todos, exceto B, são quadriláteros com pelo menos 2 lados paralelos, logo são trapézios.

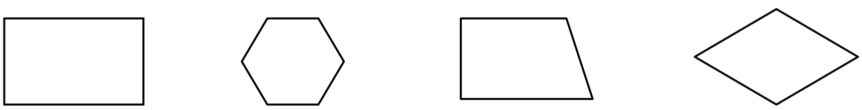
20. Quais das seguintes figuras são trapézios?



A B C D

Resposta: A, B e D. Todos, exceto C, são quadriláteros com pelo menos 2 lados paralelos, logo são trapézios.

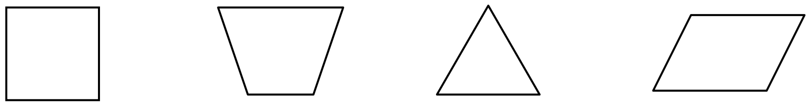
21. Quais das seguintes figuras são paralelogramos?



A B C D

Resposta: A, e D, porque são quadriláteros com os lados opostos paralelos.

22. Quais das seguintes figuras são paralelogramos?



A B C D

Resposta: A, e D, porque são quadriláteros com os lados opostos paralelos.

23. Como se denomina um polígono com todos os lados e todos os ângulos iguais?

Resposta: Regular.

24. Qual a área de quadrado com perímetro 4 cm?

Resposta: 1 cm^2

$P=4\ cm \Rightarrow \ell=1cm \Rightarrow A=1cm \times 1cm=1cm^2$

25. Como se denomina um ângulo com amplitude entre 90º e 180º?

Resposta: Obtuso

26. Sou um prisma hexagonal. Quantas faces tenho?

Resposta: 8. 2 bases e 6 faces laterais.

27. Sou um prisma hexagonal. Quantas arestas tenho?

Resposta: 18. 6 em cada base (2x6=12) e 6 laterais.

28. Sou um prisma hexagonal. Quantos vértices tenho?

Resposta: 12 6 em cada base: 2x6=12

29. Quantas faces tem uma caixa de fósforos com a forma de um paralelepípedo?

Resposta: 6

30. Quantas arestas tem uma caixa de fósforos com a forma de um paralelepípedo?

Resposta: 12

31. Quantos vértices tem uma caixa de fósforos com a forma de um paralelepípedo?

    Resposta: 8

32. O Vasco tem um pisa-papéis com a forma de pirâmide quadrangular. Quantas faces tem o pisa-papéis do Vasco?

    Resposta: 5

33. O Vasco tem um pisa-papéis com a forma de pirâmide quadrangular. Quantas arestas tem o pisa-papéis do Vasco?

    Resposta: 8

34. O Vasco tem um pisa-papéis com a forma de pirâmide quadrangular. Quantos vértices tem o pisa-papéis do Vasco?

    Resposta: 5

35. A Alice vai fazer uma festa de anos e comprou, entre outras coisas, uma caixa de palitos com a forma de um prisma triangular regular. Quantas faces tem a caixa de palitos que a Alice comprou.

    Resposta: 5

36. A Alice vai fazer uma festa de anos e comprou, entre outras coisas, uma caixa de palitos com a forma de um prisma triangular regular. Quantas arestas tem a caixa de palitos que a Alice comprou.

    Resposta: 9

37. A Alice vai fazer uma festa de anos e comprou, entre outras coisas, uma caixa de palitos com a forma de um prisma triangular regular. Quantos vértices tem a caixa de palitos que a Alice comprou.

    Resposta: 6

38. A Alice vai fazer uma festa de anos e comprou, entre outras coisas, algumas caixas de palitos, com a forma de prismas triangulares regulares. Ela agrupou, todas as caixas de palitos que comprou, formando com elas, um prisma hexagonal. Quantas caixas de palitos comprou a Alice, sabendo que eram menos de 10?

    Resposta: 6

39. Quantas faces tem um dodecaedro?

Resposta: 12 faces

40. Quantas faces tem um tetraedro?

Resposta: 4 faces.

41. Quantas arestas tem um tetraedro?

Resposta: 6 arestas.

42. Quantos vértices tem um tetraedro?

Resposta: 4 vértices.

43. Qual é a forma das faces de um tetraedro?

Resposta: Triângulos equiláteros.

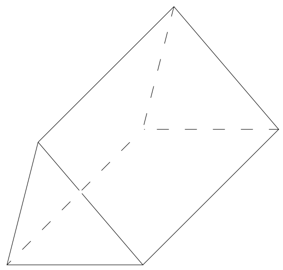
44. Qual é a amplitude de cada ângulo interno de um triângulo equilátero?

Resposta: 60º

45. Uma pirâmide pentagonal tem quantas faces?

Resposta: 6.

46. Quantas faces tem o sólido representado na figura?



Resposta: 5 faces.

47. Um sólido tem 5 faces e 6 vértices. Quantas arestas tem?

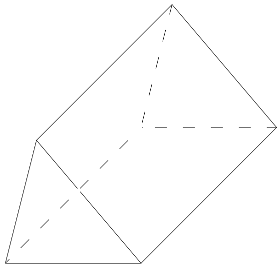
Resposta: 9.

Pela igualdade de Euler: **F + V = A + 2**

F (nº de faces) + **V** (nº de vértices) = **A** (nº de arestas) + 2

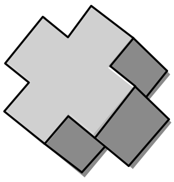
Logo: 5 + 6 = **A** + 2 ⇔ 5 + 6 – 2 = **A** ⇔ **A** = 9.

48. É possível aplicar a Igualdade de Euler ao sólido da figura?



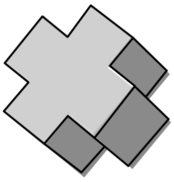
Resposta: Sim. Porque é convexo.

49. O sólido representado na figura é côncavo ou convexo?



Resposta: Côncavo

50. É possível aplicar a Igualdade de Euler ao sólido da figura?

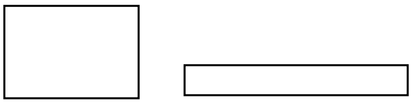


Resposta: Não. Porque não é convexo.

51. Dois retângulos são sempre polígonos semelhantes?

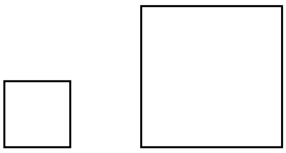
Resposta: Não.

Por exemplo: Nestes 2 retângulos, os lados não são proporcionais. (de um para o outro)



52. Dois quadrados são sempre polígonos semelhantes?

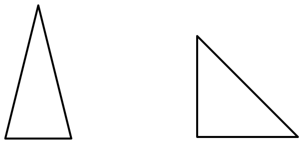
Resposta: Sim. Têm sempre os ângulos iguais e lados proporcionais (de um para o outro).



53. Dois triângulos isósceles são sempre semelhantes?

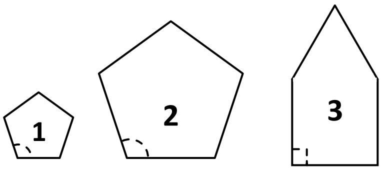
Resposta: Não

Por exemplo: Estes 2 triângulos são isósceles, mas os ângulos (de um para o outro) têm amplitudes diferentes.



54. Dois pentágonos que tenham os lados todos iguais são sempre semelhantes?

Resposta: Nem sempre. Para o serem precisam de ter os ângulos iguais (de um para o outro).
Por exemplo: Os pentágonos 1 e 2 são semelhantes.
O pentágono 3, tem os lados todos iguais, com comprimento igual aos do pentágono 2, mas não é semelhante a ele porque os ângulos de um para o outro, não têm a mesma amplitude.



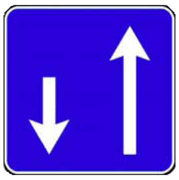
55. Dois triângulos equiláteros são sempre semelhantes?

Resposta: Sim. Têm sempre ângulos iguais e lados proporcionais (de um para o outro).

56. Quantas direções e quantos sentidos estão representados pelas setas deste sinal de trânsito?

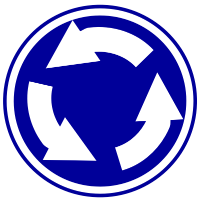
Resposta: 2 direções (vertical e horizontal)
3 sentidos (para a esquerda, para a direita e para cima).

57. Quantas direções e quantos sentidos estão representados pelas setas deste sinal de trânsito?



Resposta: 1 direção e 2 sentidos.

58. As rotundas têm que se contornar em sentido positivo, ou negativo?



Resposta: Positivo

(sentido contrário aos ponteiro de um relógio)

59. Nos sinais de Aproximação de Passagem de Nível, qual é a posição relativas das faixas vermelhas?

Resposta: Paralelas.

60. Para que serve a fórmula? $A = \pi r^2$

Resposta: Serve para calcular a área de um círculo com raio r.

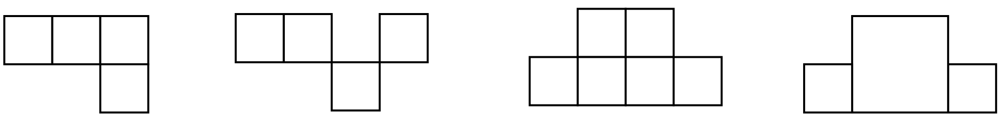
61. Para que serve a fórmula? $P = 2 \pi r$

Resposta: Serve para calcular o perímetro de um círculo com raio r.

62. Qual é a amplitude de um ângulo raso?

Resposta: 180º.

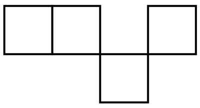
63. Das seguintes figuras, quais são poliminós?



A **B** **C** **D**

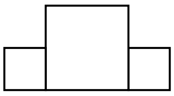
Resposta: A e C

64. A seguinte figura, não é um poliminó. Porquê?



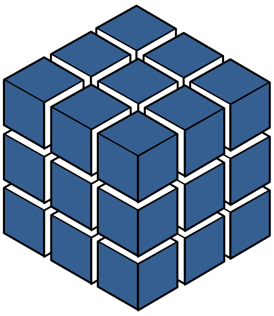
Resposta: Porque nem todos os quadrados estão conectados entre si pelos lados.

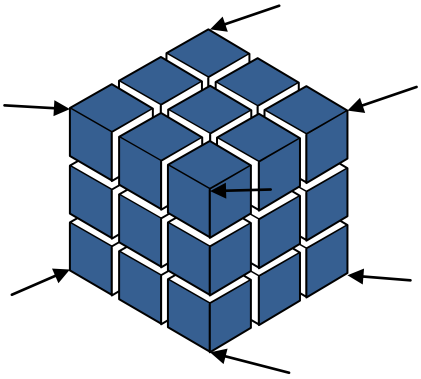
65. A seguinte figura, não é um poliminó. Porquê?



Resposta: Não. Porque os quadrados não são todos congruentes (iguais).

66. Antes de este cubo ter sido dividido em 27 cubinhos, as suas 6 faces foram pintadas de azul. Quantos cubinhos têm 3 faces pintadas? (Townsend, 2004)

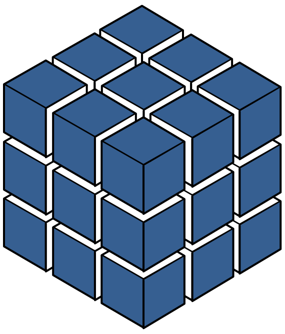


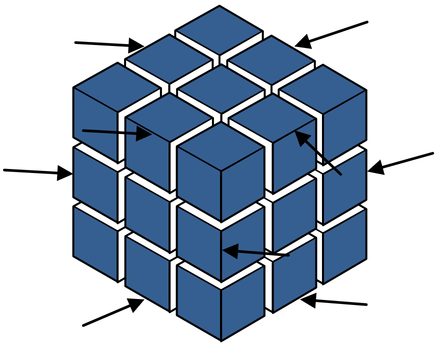


Resposta: 8.

Os que contêm os vértices do cubo grande, um dos quais não é visível na figura.

67. Antes de este cubo ter sido dividido em 27 cubinhos, as suas 6 faces foram pintadas de azul. Quantos cubinhos têm 2 faces pintadas? (Townsend, 2004)

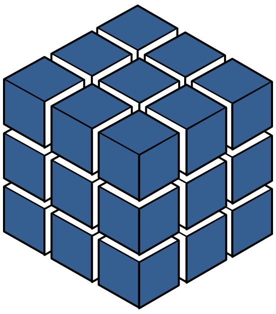


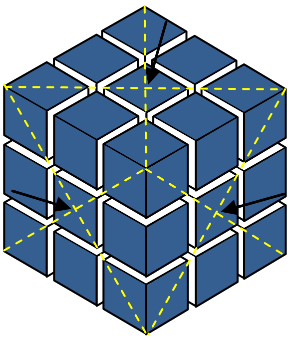


Resposta: 12.

Os que contêm os pontos médios das arestas do cubo grande. (Os 9 assinalados pelas setas e 3 não visíveis)

68. Antes de este cubo ter sido dividido em 27 cubinhos, as suas 6 faces foram pintadas de azul. Quantos cubinhos têm 1 face pintada? (Townsend, 2004)

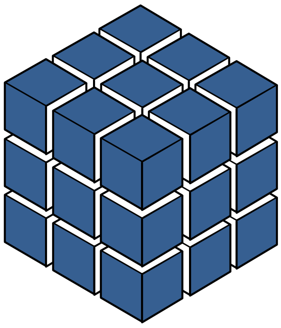




Resposta: 6

Os que contêm os pontos de intersecção das diagonais das faces do cubo grande. (Os 3 assinalados pelas setas e 3 não visíveis)

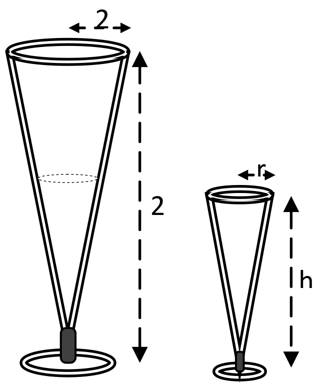
69. Antes de este cubo ter sido dividido em 27 cubinhos, as suas 6 faces foram pintadas de azul. Quantos cubinhos não têm nenhuma face pintada? (Townsend, 2004)



Resposta: 1;

O que contém o centro do cubo grande.

70. A dimensão interna do copo maior é exatamente o dobro da dimensão interna do copo menor. Quantas vezes se tem que encher o copo pequeno para completar o volume do copo maior?

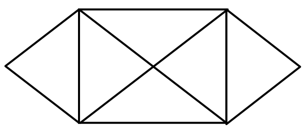


Resposta: 8 vezes

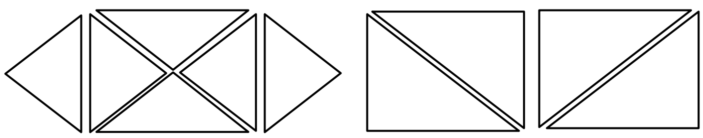
Volume do copo pequeno: $V=\frac{\pi r^2 h}{3}$

Volume do copo grande: $\frac{\pi (2r)^2 (2h)}{3}=\frac{8\pi r^2 h}{3}=8V$

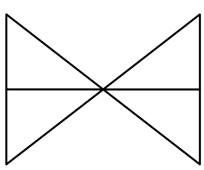
71. Quantos triângulos existem na figura? (Sullivan, 2007)



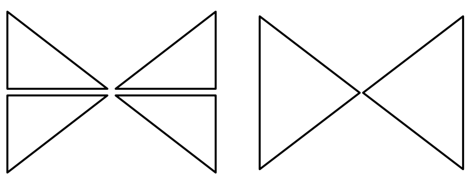
Resposta: 10



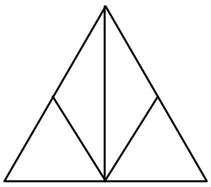
72. Quantos triângulos existem na figura? (Sullivan, 2007)



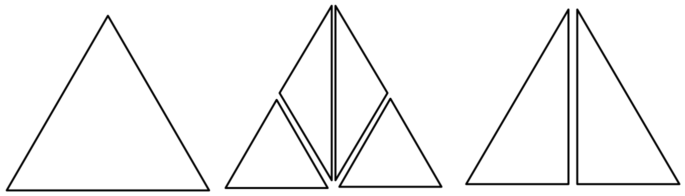
Resposta: 6



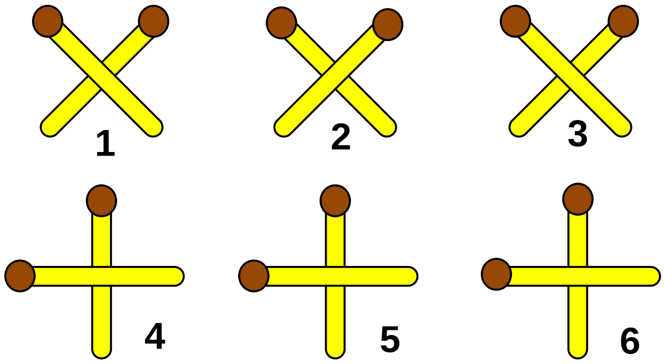
73. Quantos triângulos existem na figura? (Sullivan, 2007)



Resposta: 7



74. Que cruz não está conforme as outras?



Resposta: **2**

Em todas as figuras, exceto na 2, o fósforo que se sobrepõe tem a cabeça virada para a esquerda.

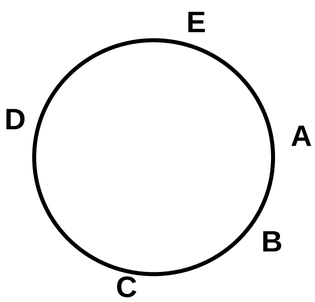
75. Tomás, Luís, Zé, Bruno e João, sentam-se numa mesa redonda. (Sullivan, 2007)

Luís senta-se à esquerda do Zé;

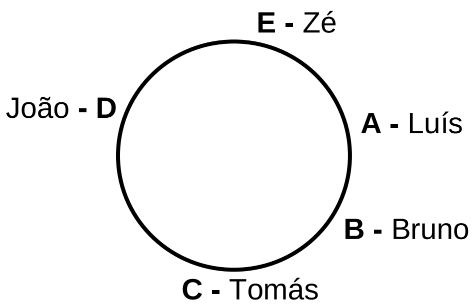
Tomás senta-se à direita do João;

Bruno senta-se à esquerda de Luís

Se o Luís estiver sentado no lugar A, onde estarão os outros sentados?



Resposta:



76. Sou o polígono da base de uma pirâmide com 10 arestas. Quem sou? (htt4)

(A) Um quadrado; (B) Um decágono; (C) Um Pentágono; (D) Um hexágono.

Resposta: (C)

77. Sou o polígono das bases de um prisma com 12 vértices. Quem sou? (htt4)

(A) Um quadrado; (B) Um decágono; (C) Um Pentágono; (D) Um hexágono.

Resposta: (D)

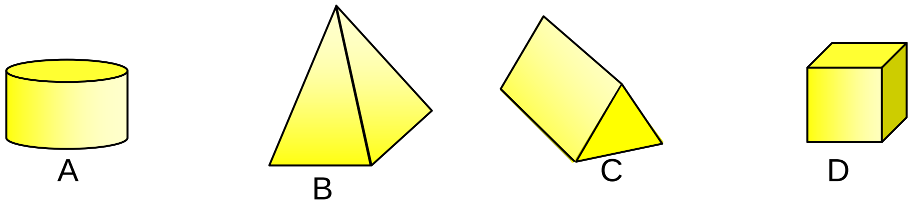
78. Sou uma pirâmide com 5 faces. Quem sou? (htt4)

(A) Um Tetraedro (B) Uma pirâmide quadrangular

(C) Uma pirâmide pentagonal (D) Uma pirâmide triangular.

Resposta: (B)

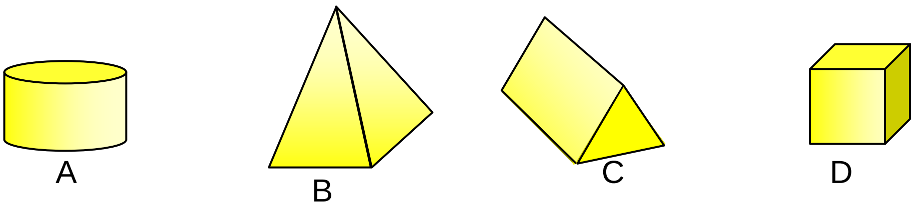
79. Sou um dos sólidos da figura mas não sou um poliedro. Quem sou? Adaptado de (htt4)



(A) Cilindro (B) Pirâmide (C) Prisma (D) Cubo

Resposta: (A). A face lateral não é plana.

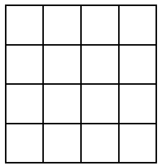
80. Sou um dos sólidos da figura e chamo-me hexaedro. Quem sou?



(A) Cilindro (B) Pirâmide (C) Prisma (D) Cubo

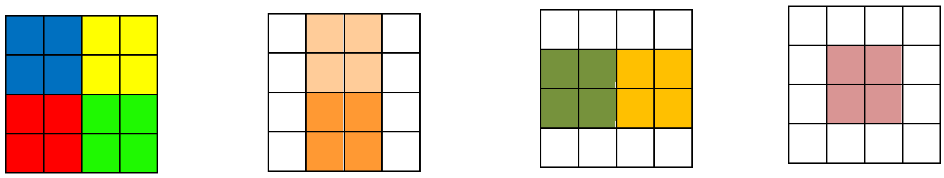
Resposta: (D). O cubo é um hexaedro porque tem seis faces.

81. O Pedro estava deitado e observou que o teto do seu quarto era quadrado, formado por 16 quadrados com $1m^2$ cada um. Quantos quadrados com 2m de lado pode o Pedro contar? (htt5)

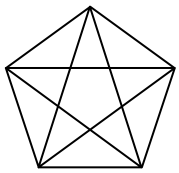


(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9

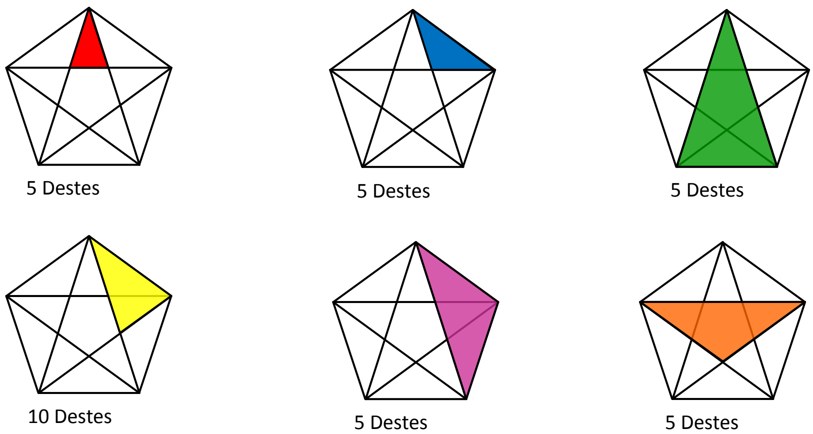
Resposta: (D)



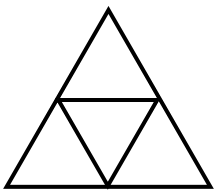
82. Este é o símbolo que os discípulos de Pitágoras utilizavam. Quantos triângulos contém? (htt5)



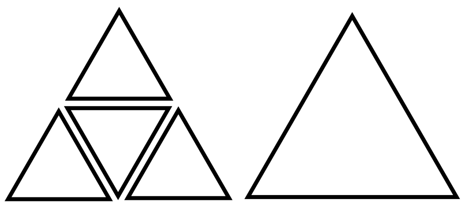
Resposta: 35



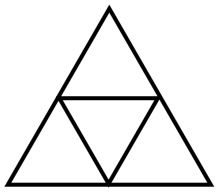
83. Quantos triângulos existem na figura?



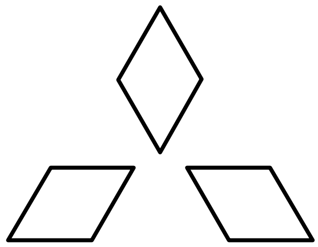
Resposta: 5.
4 pequenos e 1 grande.



84. Quantos losangos existem na figura?

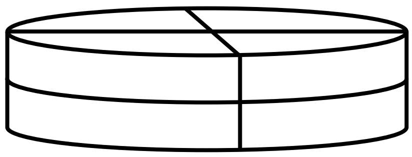


Resposta: 3

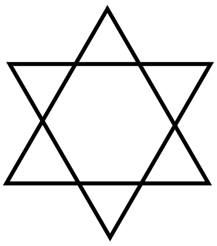


85. Corta um bolo em 8 pedaços, fazendo apenas 3 movimentos (3 cortes).

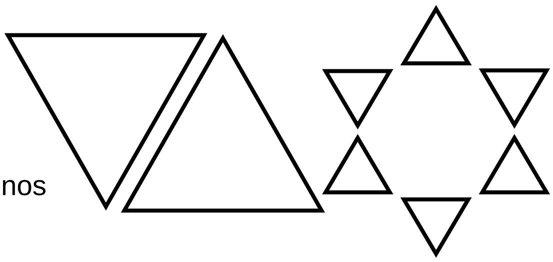
Resposta: Basta fazer dois cortes verticais e um corte horizontal.



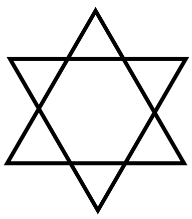
86. Quantos triângulos existem na figura?



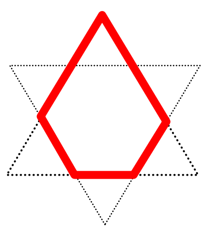
Resposta: 8
2 grandes e 6 pequenos

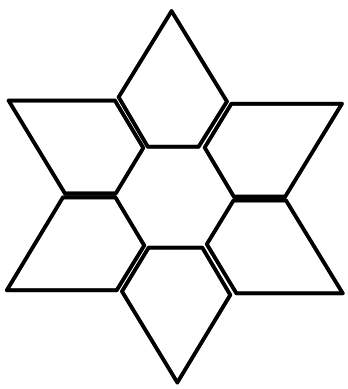


87. Quantos pentágonos convexos existem na figura?

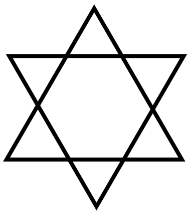


Resposta: 6

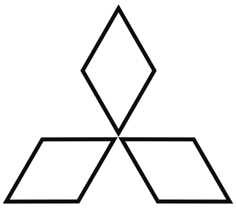




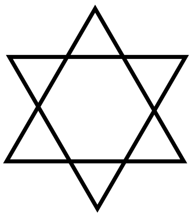
88. Quantos losangos existem na figura?



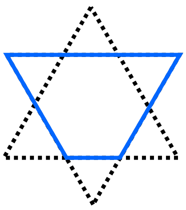
Resposta: 3

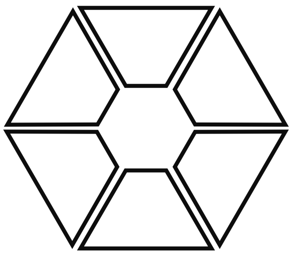


89. Quantos trapézios isósceles existem na figura?

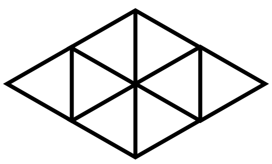


Resposta: 6

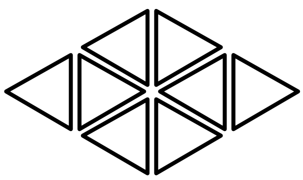


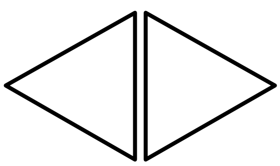


90. Quantos triângulos existem na figura?

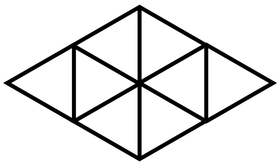


Resposta: 10

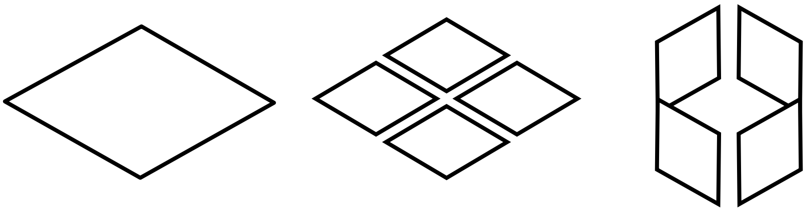




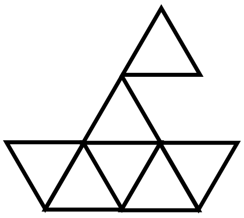
91. Quantos losangos existem na figura?



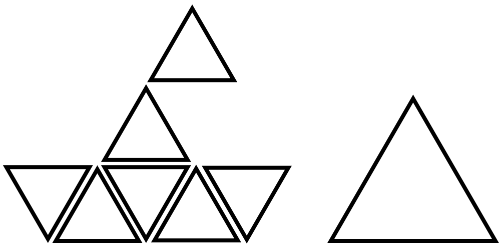
Resposta: 9



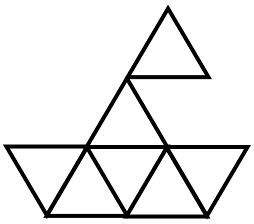
92. Quantos triângulos existem na figura?



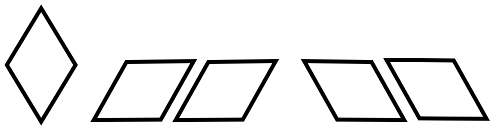
Resposta: 8



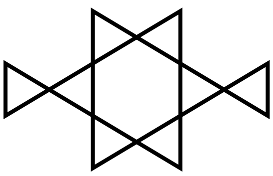
93. Quantos losangos existem na figura?



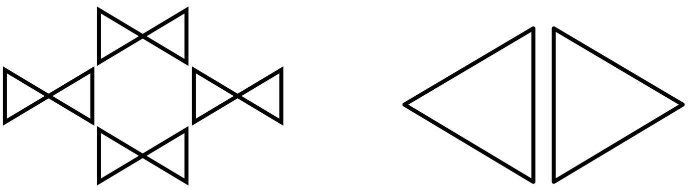
Resposta: 5



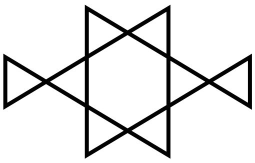
94. Quantos triângulos existem na figura?



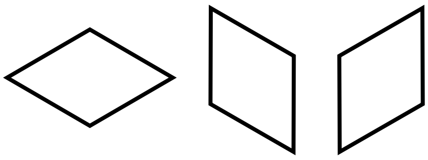
Resposta: 10 (8 pequenos e 2 grandes)



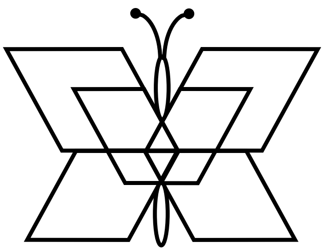
95. Quantos losangos existem na figura?



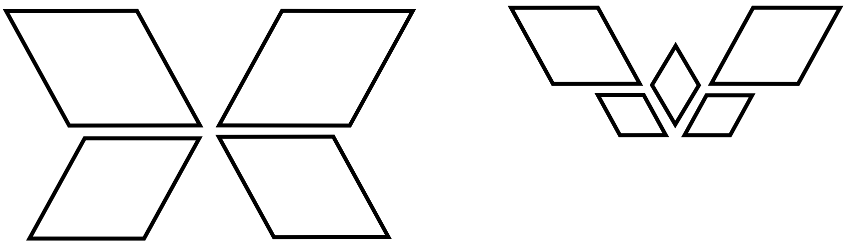
Resposta: 3



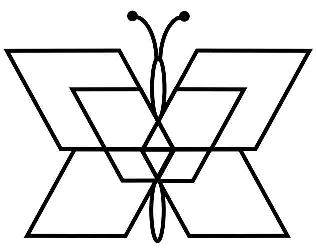
96. Quantos losangos se podem encontrar na borboleta?



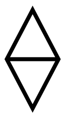
Resposta: 9



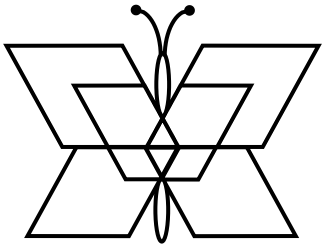
97. Quantos triângulos se podem encontrar na borboleta?



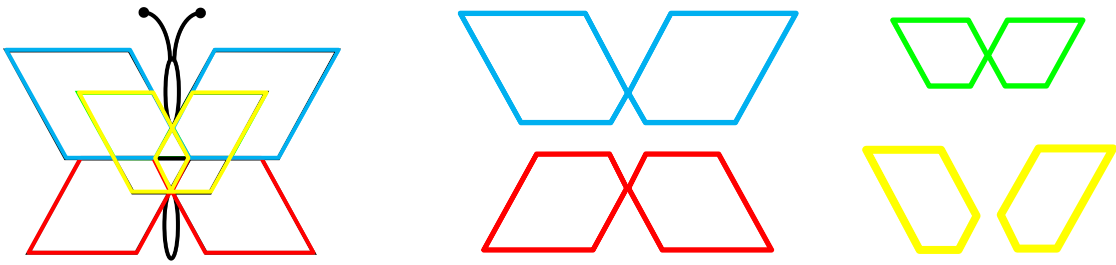
Resposta: 2



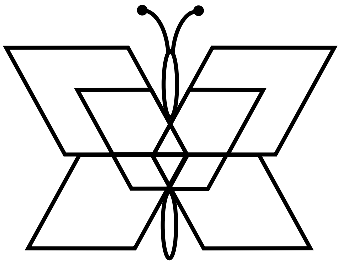
98. Quantos pentágonos se podem encontrar na borboleta?



Resposta: 8

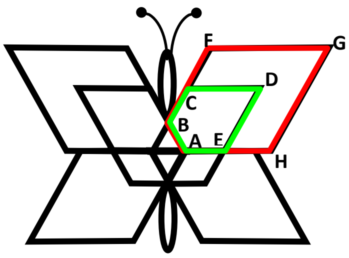


99. Quantas elipses se podem encontrar na borboleta?



Resposta: 2

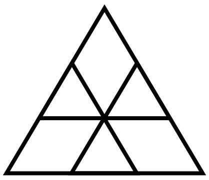
100. Na parte superior da asa da borboleta, os pentágonos [ABCDE] e [ABFGH] são semelhantes?



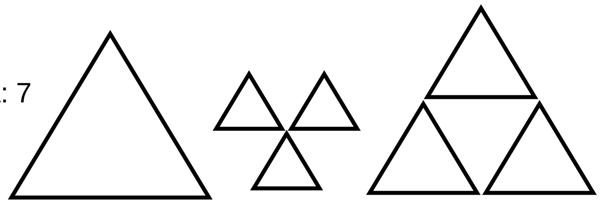
Resposta: Não.

Os lados [BF], [FG], [GH], e [AH], são ampliações de razão 2 dos lados [BC], [CD], [DE] e [AE], respetivamente, mas o lado [AB] é comum aos dois pentágonos, logo os lados não são proporcionais.

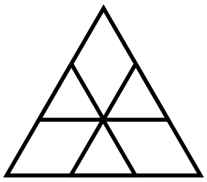
101. Quantos triângulos existem na figura?



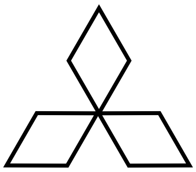
Resposta: 7



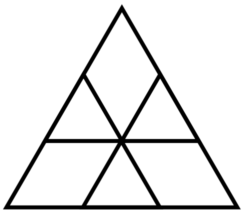
102. Quantos losangos existem na figura?



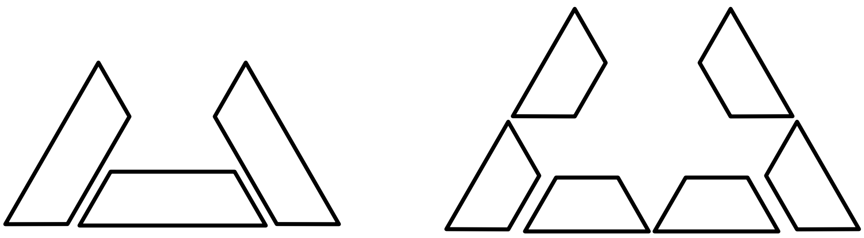
Resposta: 3



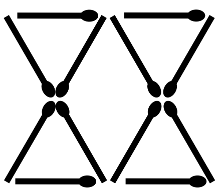
103. Quantos trapézios isósceles existem na figura?



Resposta: 9

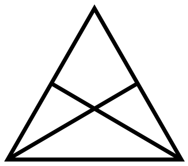


104. Quantos triângulos equiláteros se podem contar na figura? (Bolt, 1987)

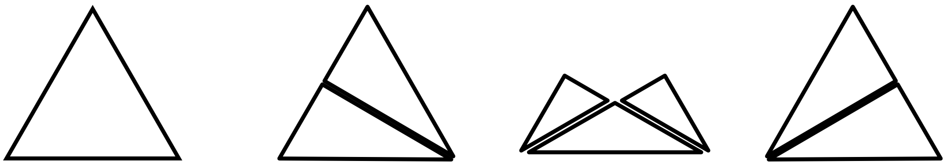


Solução: 6. Quatro pequenos e dois grandes.

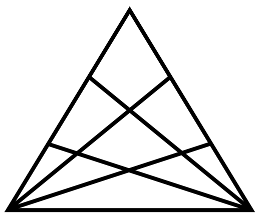
105. Quantos triângulos existem na figura? (Wells, 2000)



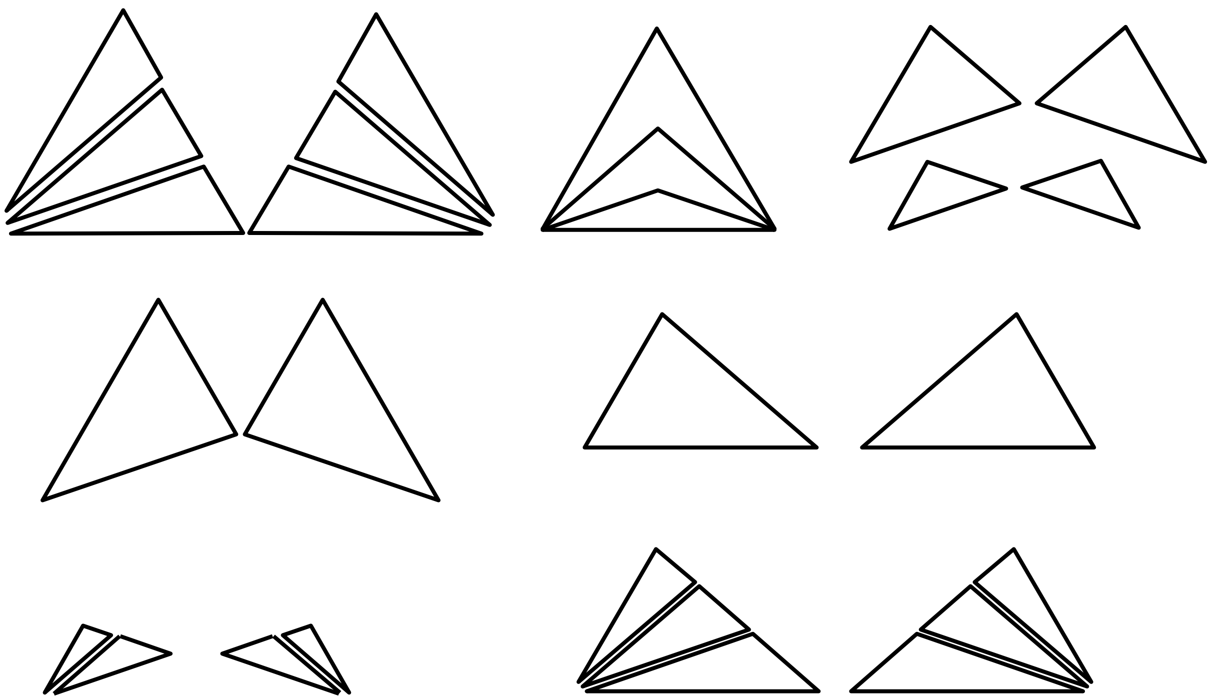
Resposta: 8



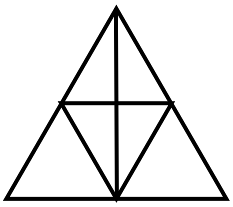
106. Quantos triângulos existem na figura? (Wells, 2000)



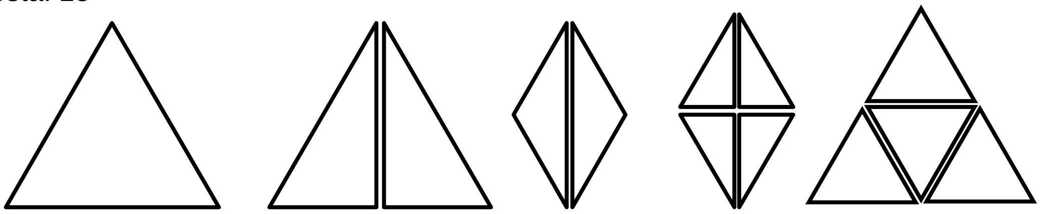
Resposta:27



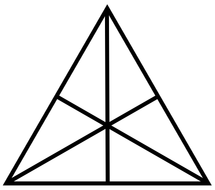
107. Quantos triângulos existem na figura? (Russell e Carter, 1994)



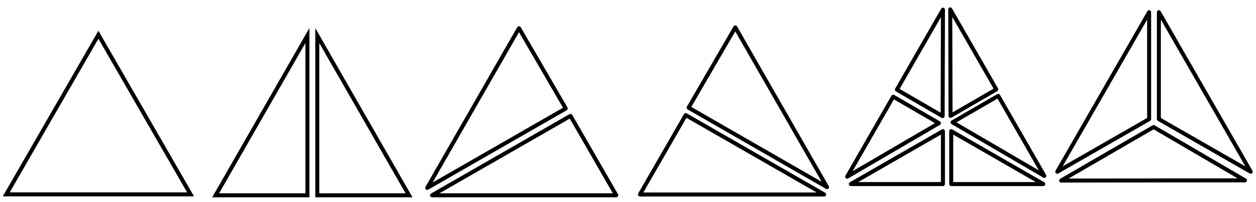
Resposta: 13



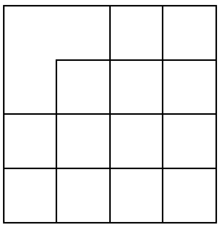
108. Quantos triângulos existem na figura? (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 16



109. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 23

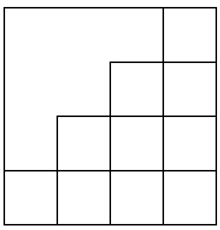
1 de 4x4

2 de 3x3

7 de 2x2

13 de 1x1

110. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 15

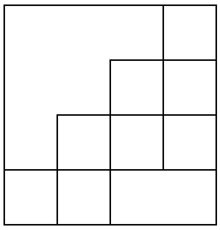
1 de 4x4

1 de 3x3

3 de 2x2

10 de 1x1

111. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter,1994)



Resposta: 12

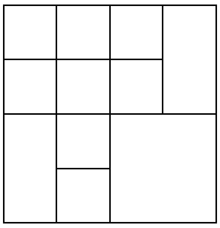
1 de 4x4

1 de 3x3

2 de 2x2

8 de 1x1

112. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



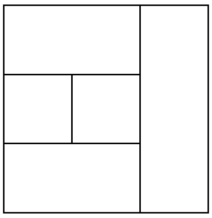
Resposta: 14

1 de 4x4

5 de 2x2

8 de 1x1

113. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



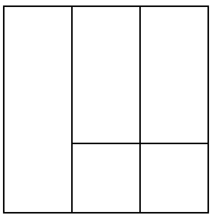
Resposta: 5

1 de 3x3

2 de 2x2

2 de 1x1

114. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 4

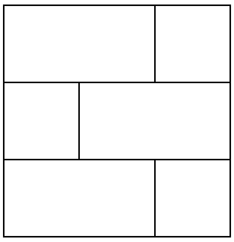
1 de 3x3

2 de 2x2

2 de 1x1

115. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)

.

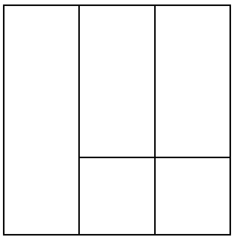


Resposta: 4

1 de 3x3

3 de 1x1

116. Quantos retângulos se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 12

Os quadrados também são retângulos e temos:

1 de 3x3

1 de 2x2

2 de 1x1

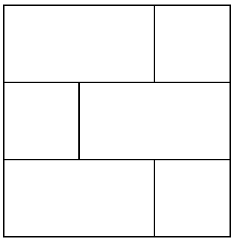
Retângulos que não são quadrados temos:

3 de 1x3

3 de 1x2

2 de 2x3

117. Quantos retângulos se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 12.

Os quadrados também são retângulos e temos:

1 de 3x3

3 de 1x1

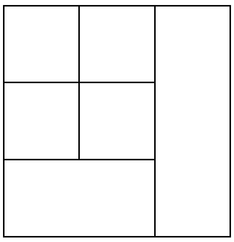
Retângulos que não são quadrados temos:

3 de 3x1

3 de 2x1

2 de 3x2

118. Quantos retângulos se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 14.

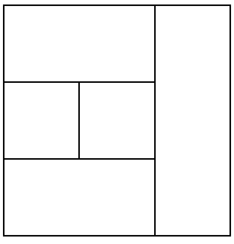
Os quadrados também são retângulos e temos**:**

4 de 1x1
2 de 2x2
1 de 3x3

Retângulos que não são quadrados, temos:

2 de 1x2
1 de 1x3
3 de 2x1
1 de 2x3

119. Quantos retângulos se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



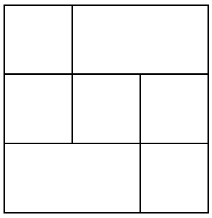
Resposta: 10.

Os quadrados também são retângulos e temos:

2 de 1x1
2 de 2x2
1 de 3x3

Retângulos que não são quadrados, temos:
1 de 1x3
3 de 2x1
1 de 2x3

120. Quantos retângulos se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta : 19.

Os quadrados também são retângulos e temos:

5 de 1x1

2 de 2x2

1 de 3x3

Retângulos que não são quadrados, temos:

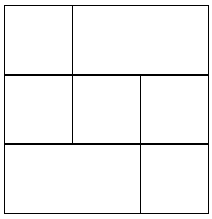
2 de 1x2

4 de 2x1

3 de 3x1

2 de 3x2

121. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



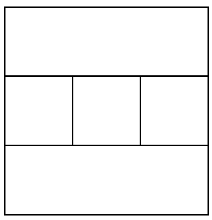
Resposta: 8.

5 de 1x1

2 de 2x2

1 de 3x3

122. Quantos retângulos se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 11.

Os quadrados também são retângulos e temos:

3 de 1x1

1 de 3x3

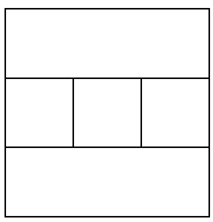
Retângulos que não são quadrados, temos:

2 de 2x1

3 de 3x1

2 de 3x2

123. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)

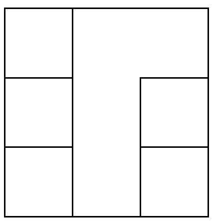


Resposta: 4.

3 de 1x1

1 de 3x3

124. Quantos retângulos se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



Resposta: 11.

Os quadrados também são retângulos e temos:

5 de 1x1

1de 3x3

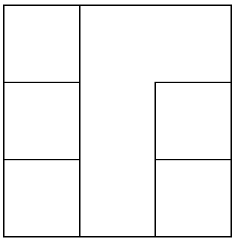
Retângulos que não são quadrados, temos:

3 de 1x2

1 de 1x3

1 de 2x3

125. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)

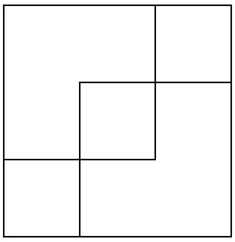


Resposta: 6.

5 de 1x1

1 de 3x3

126. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



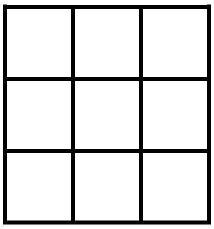
Resposta: 6.

3 de 1x1

2 de 2x2

1 de 3x3

127. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? Adaptado de (htt6)



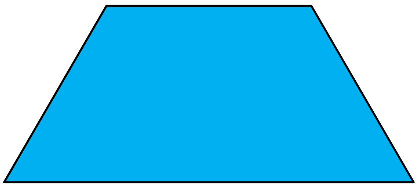
Resposta: 14.

9 de 1x1

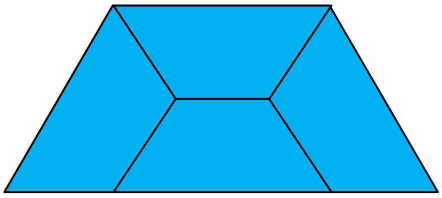
4 de 2x2

1 de 3x3

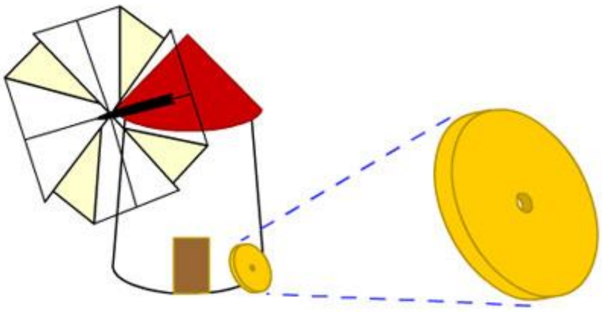
128. Divida este trapézio em 4 partes de igual formato e área. (htt6)



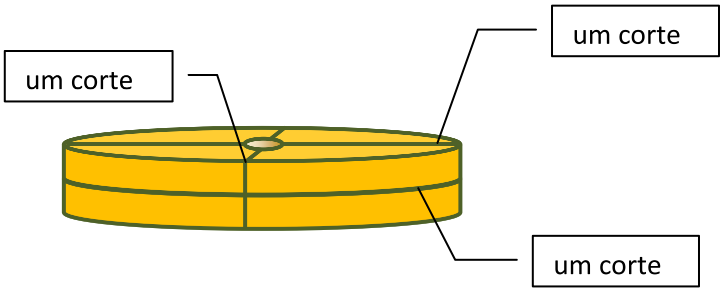
Resposta:



129. Um moleiro deixou como herança uma mó de ouro aos seus 8 filhos, na condição de a conseguirem dividir em partes iguais com apenas 3 cortes.
Como se desenvencilharam os 8 herdeiros? (htt6)

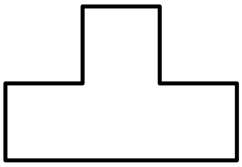


Solução:

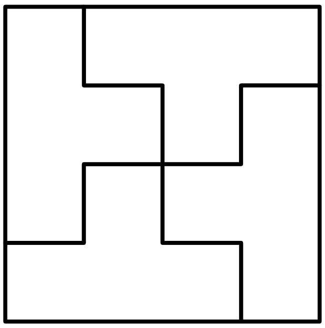


Obtivemos assim oito pedaços iguais com apenas 3 cortes.

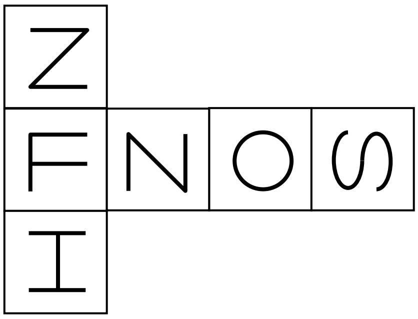
130. Constrói um quadrado usando quatro peças iguais à da figura. (Bolt, 1985)

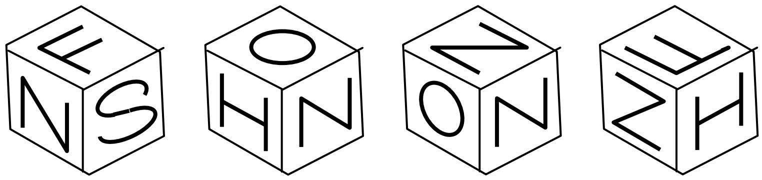


Solução:



131. Quando se monta a planificação para formar um cubo, apenas umas das opções corresponde a figura planificada. (Carter e Russell, 2004)

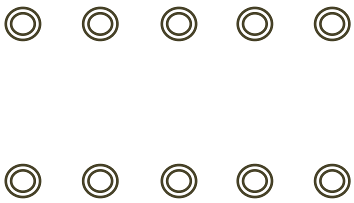




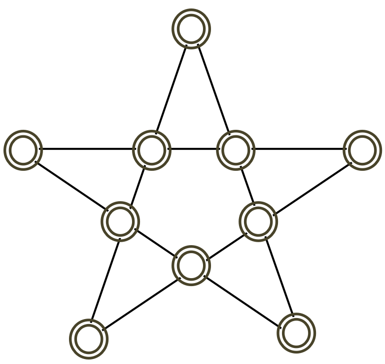
A B C D

Resposta: **C**

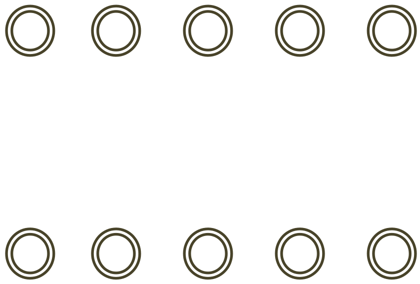
132. Temos aqui duas linhas, cada uma com cinco bolos, igualmente espaçados em cada linha. Dispõe os bolos em **5 linhas** com **4 bolos** em cada linha. (Carroll e Wakeling, 1992)



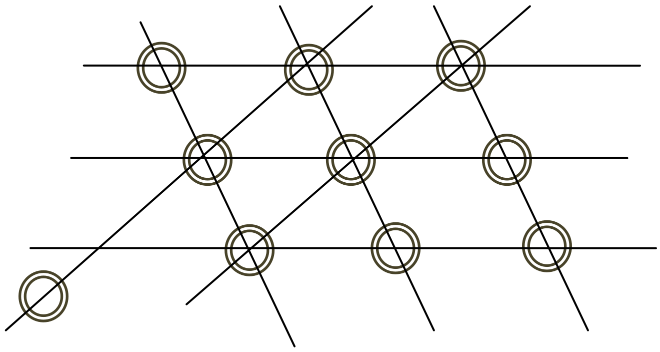
Resposta:



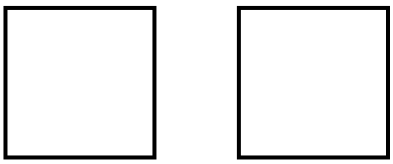
133. Temos aqui duas linhas, cada uma com cinco bolos, igualmente espaçados em cada linha. Disponha os bolos em **8 linhas** com **3 bolos** em cada linha. (Carroll e Wakeling, 1992)



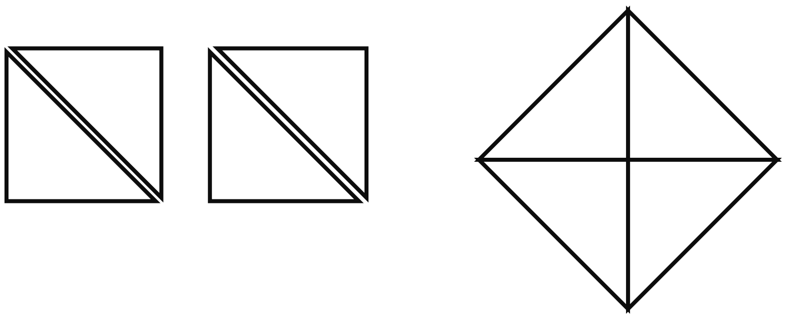
Resposta:



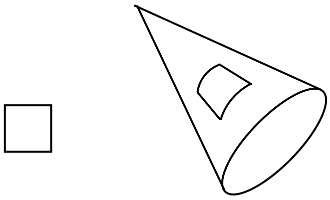
134. Como podem dois quadrados idênticos ser cortados de maneira que os fragmentos possam formar um único quadrado maior? (Wells, 2000)



Resposta:

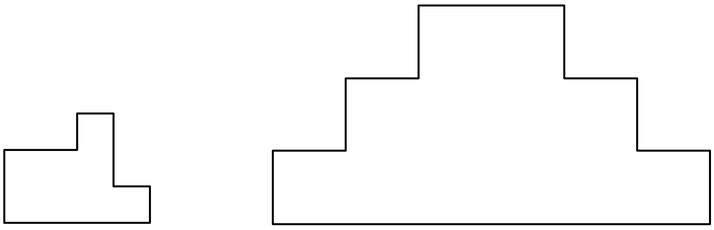


135. Como pode construir um quadrado perfeito na superfície lateral de um cone? (Wells, 2000)

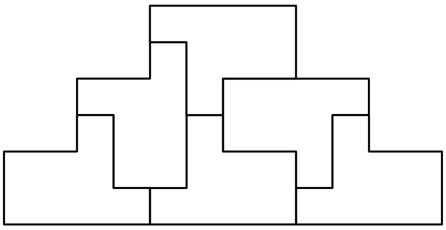


Resposta: A superfície lateral de um cone pode ser desenrolada e aberta de forma a planificá-la. Pode então desenhar-se o quadrado e voltar a enrolar o cone.

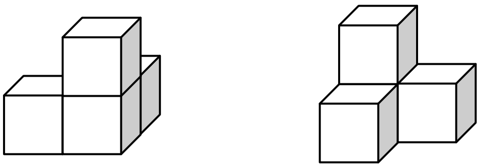
136. Construa a figura do lado direito usando 6 peças idênticas à do lado esquerdo? (Wells, 2000)



Resposta:

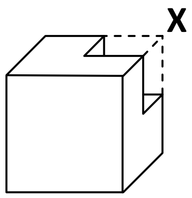


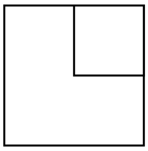
137. A figura seguinte é composta por 4 cubos idênticos, vista em 2 posições diferentes. 3 destes cubos têm uma face comum com o quarto. Será possível preencher todo o espaço com um número infinito destas figuras sem deixar espaços ou fendas? (Wells, 2000)

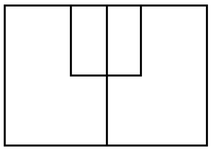


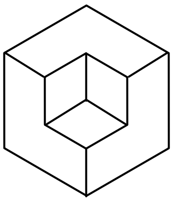
Resposta: Sim. Juntos perfazem um cubo 2x2x2 e com um número infinito de cubos é possível preencher todo o espaço sem deixar espaços ou fendas.

138. Temos aqui um cubo de 2x2x2 de onde retiramos de um canto um cubo de 1x1x1. De que forma se veria se olhasses para o cubo segundo a diagonal que vai do vértice X, que lhe foi retirado, para o vértice oposto. (Wells, 2000)



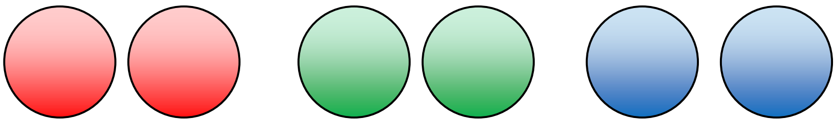

(A)


(B)

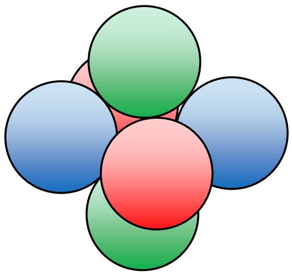

(C)

Resposta: (C)

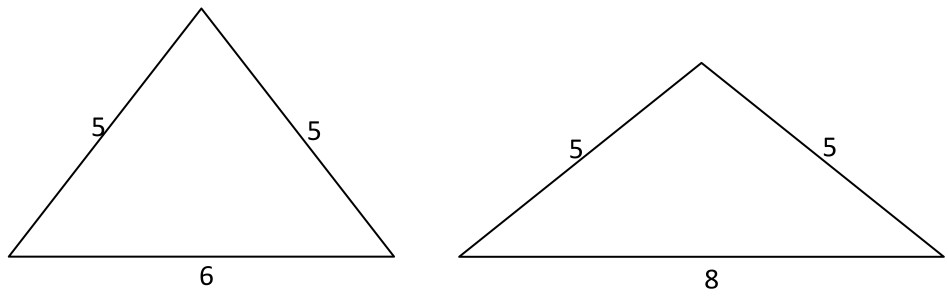
139. Disponha 6 berlindes - 2 vermelhos, 2 verdes e 2 azuis - de forma que cada berlinde toque nos 4, de cor diferente da sua. (Wells, 2000)



Resposta: colocar os berlindes nos vértices de um octaedro

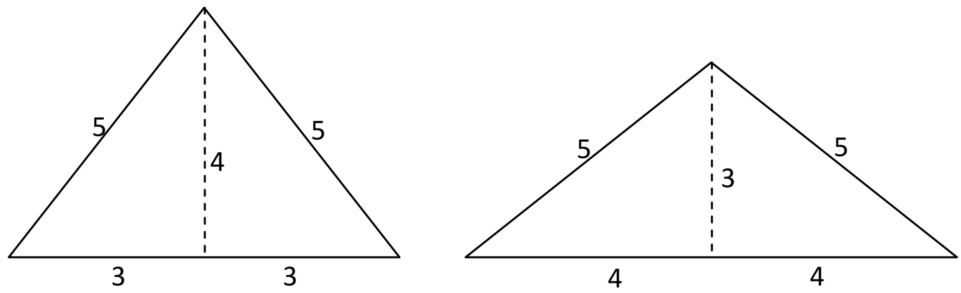


140. O comprimento dos lados destes dois triângulos está indicado na figura. Qual deles tem maior área? (Wells, 2000)



Resposta: Têm a mesma área.

Pelo Teorema de Pitágoras é fácil determinar a altura de cada triângulo e ver que as mesmas dividem cada triângulo em 2 triângulos retângulos, exatamente iguais de lados 3, 4, 5.

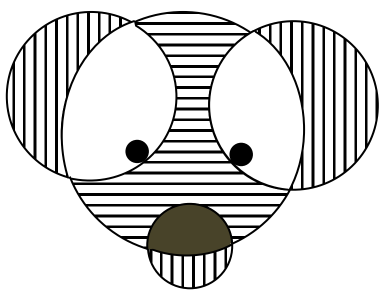


$5^2=3^2+4^2$

141. **O KOALA**

Qual é maior? A área sombreada com linhas verticais ou a área sombreada com linhas horizontais?

Os diâmetros dos círculos são 6 cm, 4 cm, 4 cm e 2 cm. (Wells, 2000)



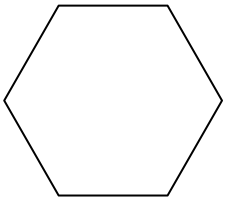
Resposta: São iguais.

Área do círculo maior: 9π

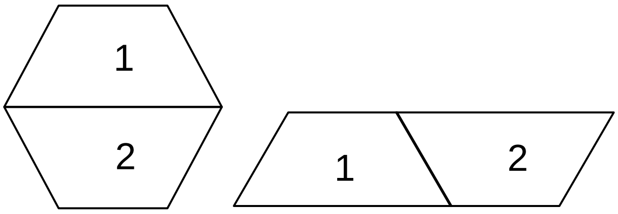
Soma das áreas dos círculos mais pequenos: $4\pi + 4\pi + 1\pi = 9\pi$

Como as áreas de sobreposição tiram exatamente a mesma área do círculo maior, que dos círculos mais pequenos, então as área sombreada com círculos verticais é igual à área sombreada com círculos horizontais.

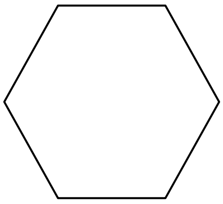
142. Temos aqui um hexágono regular. Como podemos dividi-lo em duas partes que formem um paralelogramo? (Wells, 2000)



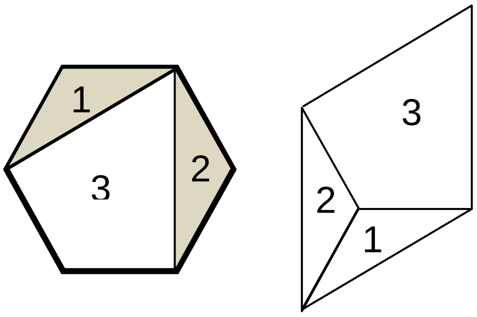
Resposta:



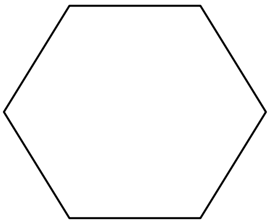
143. Temos aqui um hexágono regular. Como podemos dividi-lo em três partes que formem um losango? (Wells, 2000)



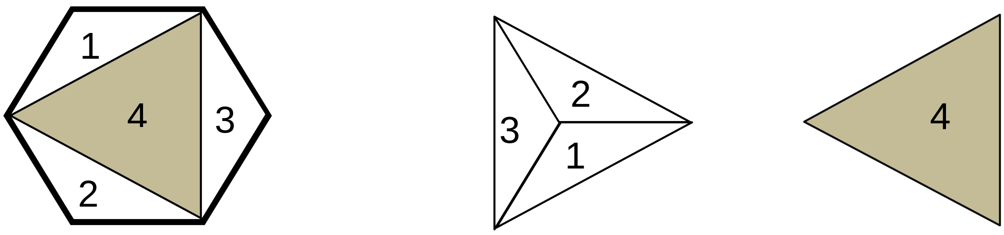
Resposta:



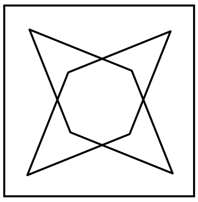
144. Temos aqui um hexágono regular. Como podemos dividi-lo em quatro partes que formem dois triângulos equiláteros? (Wells, 2000)

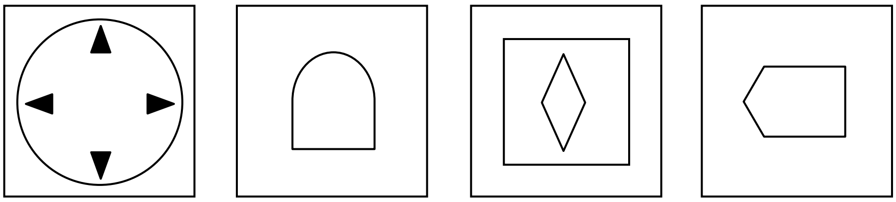


Resposta:



145. Qual das quatro caixas abaixo tem mais em comum com a caixa de cima e o que têm de comum? (Russell e Carter, 2000)





(A) **(B)** **(C)** **(D)**

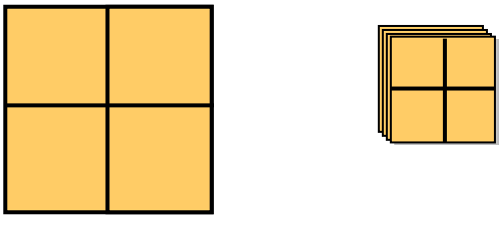
Resposta: (A). É a única figura com 4 eixos de simetria tal como a figura dada.

146. Temos um bolo de laranja com forma quadrangular com uma cobertura de açúcar no topo. Queremos dividi-lo em 16 partes iguais, todas elas com cobertura de açúcar, podendo apenas dar 4 cortes com a faca.

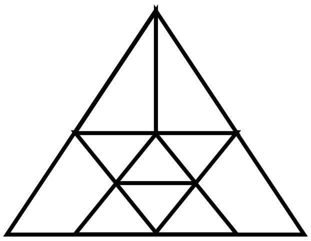
De que maneira devemos efetuar os cortes? (htt11)

Solução:

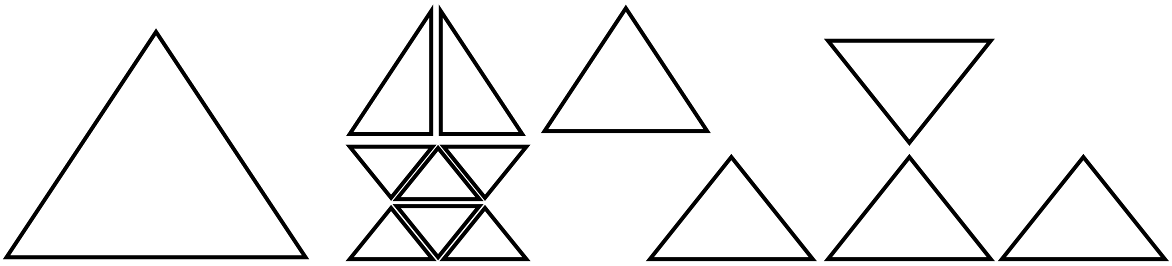
Com 2 cortes dividimos o bolo em 4 partes com cobertura de açúcar. Depois, sobrepondo as 4 partes obtidas e fazendo mais 2 cortes, ficamos com 16 partes iguais e todas com cobertura de açúcar



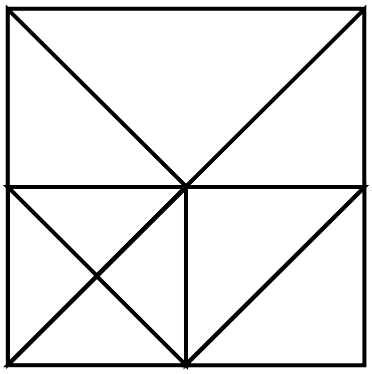
147. Quantos triângulos existem na figura? (Stickels, 2009)



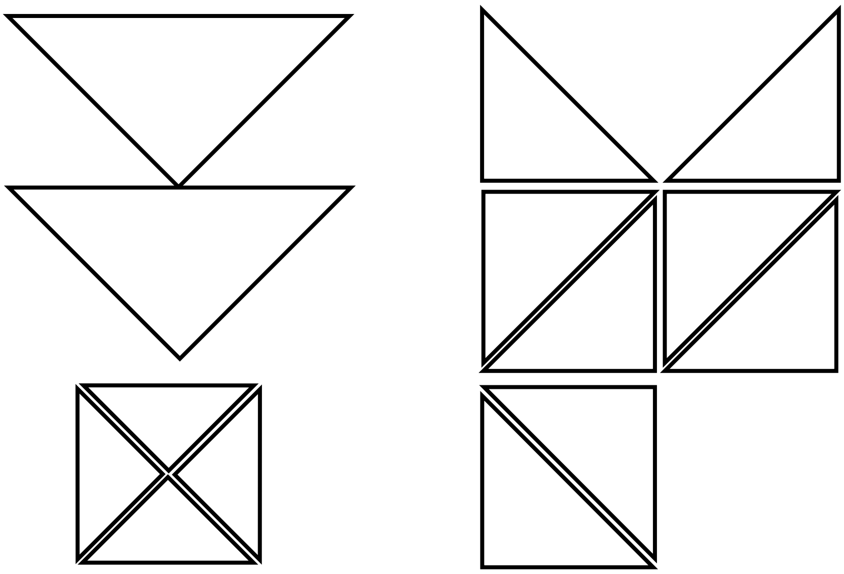
Resposta: 14



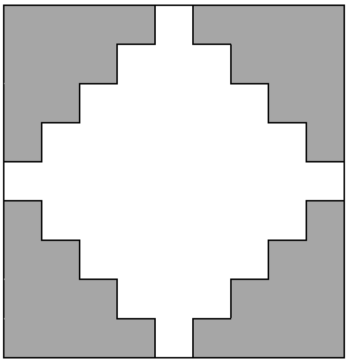
148. Consegues encontrar todos os triângulos escondidos na ilustração abaixo? (Stickels, 2009)



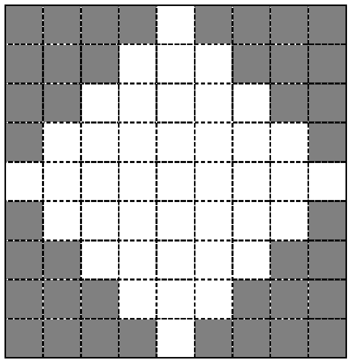
Resposta: São 17.



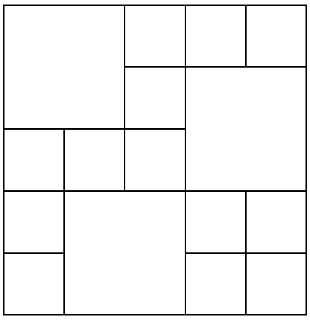
149. Todos os pequenos segmentos de reta fazem 90^{o} com os que os intersectam e têm 1 unidade de comprimento. Qual é a área das 4 regiões sombreadas? (Stickels, 2009)



Resposta:
40 unidades de área.



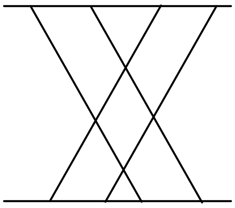
150. Quantos quadrados de cada tamanho se podem encontrar na ilustração abaixo? (Stickels, 2009)



Resposta: 21.

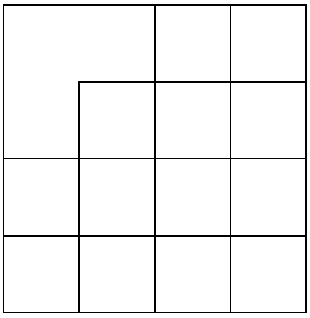
13 de 1x1
4 de 2x2
3 de 3x3
1 de 5x5

151. Quantos triângulos existem na figura? Adaptado de (Gardner, 1983)



Resposta: 8

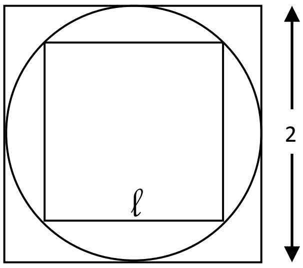
152. Quantos quadrados se conseguem contar nesta figura? (Gardner, 1983)



Resposta: 23.

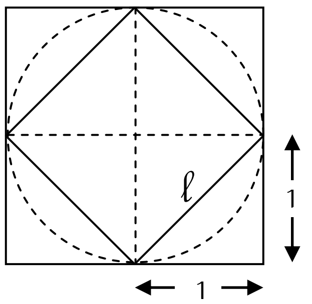
13 de 1x1
7 de 2x2
2 de 3x3
1 de 4x4

153. O quadrado exterior à circunferência tem 2 unidades de lado. Qual é a área do quadrado inscrito na circunferência? (Gardner, 2006)

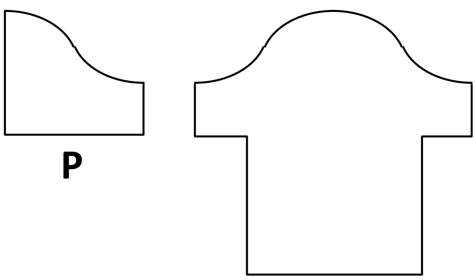


Resposta: 2 unidades quadradas de área.

O quadrado maior tem 2x2=4 unidades quadradas de área. Se rodarmos o quadrado mais pequeno, 45º em torno do centro e traçarmos as suas diagonais, verificamos que o quadrado maior fica dividido em 8 triângulos iguais. O quadrado mais pequeno é formado por quatro triângulos, logo tem metade da área do quadrado maior, ou seja, 2 unidades quadradas de área.

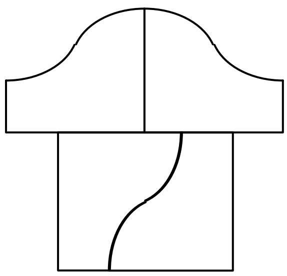


154. Usando 4 peças com o formato de P constrói a figura F. (Russell e Carter, 2000)

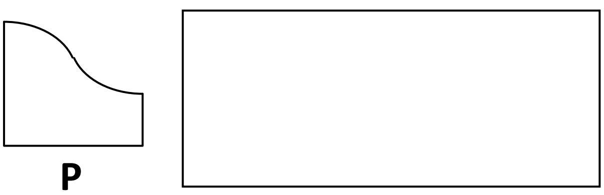


P **F**

Resposta:

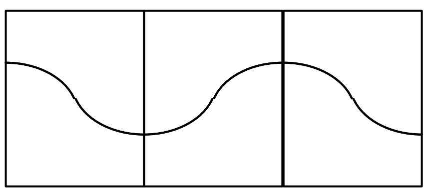


155. Usando 6 peças com o formato de P constrói a figura F. Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



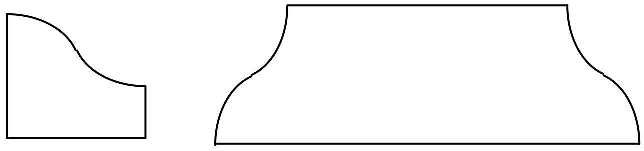
P **F**

Resposta:

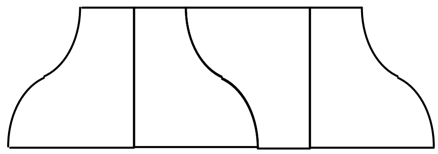


156. Usando 4 peças com o formato de P constrói a figura F. Adaptado de (Russell e Carter, 2000)

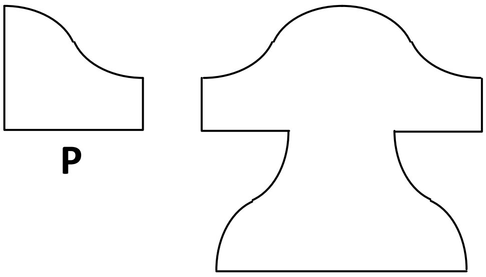
Resposta:



P F



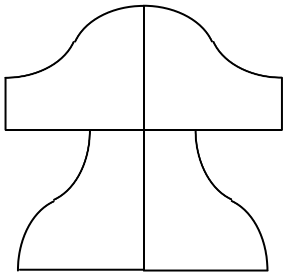
157. Usando 4 peças com o formato de P constrói a figura F. Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



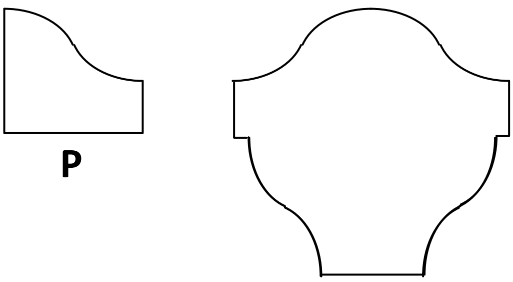
P

F

Resposta:



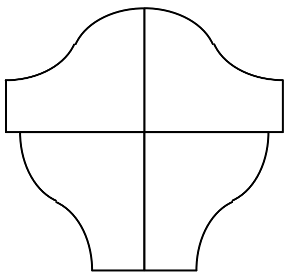
158. Usando 4 peças com o formato de P constrói a figura F. Adaptado de (Russell e Carter, 2000)



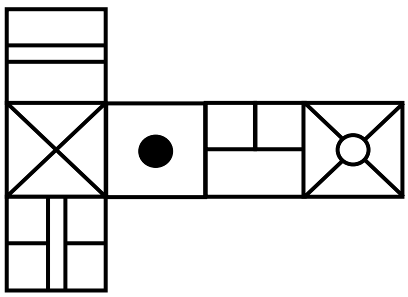
P

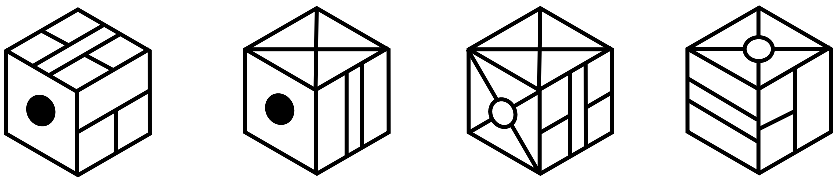
F

Resposta:



159. Quando se monta a planificação para formar um cubo, apenas umas das opções corresponde a figura da planificação (Carter e Russell, 2007)

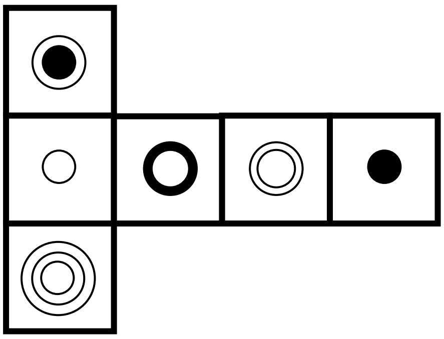


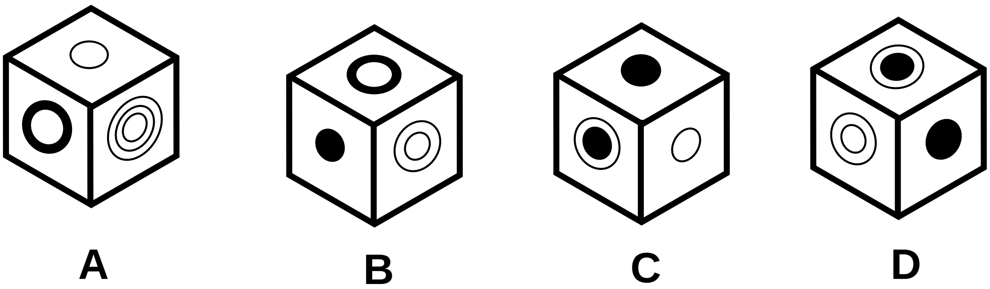


A B C D

Resposta: **C**

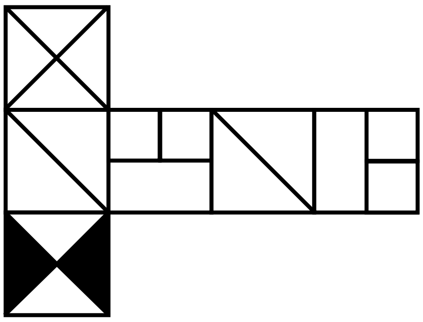
160. Quando se monta a planificação para formar um cubo, apenas umas das opções corresponde a figura da planificação (Carter e Russell, 2007).

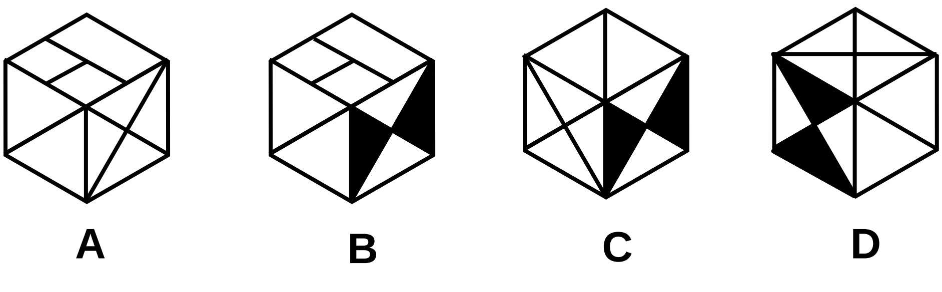




Resposta**: D**

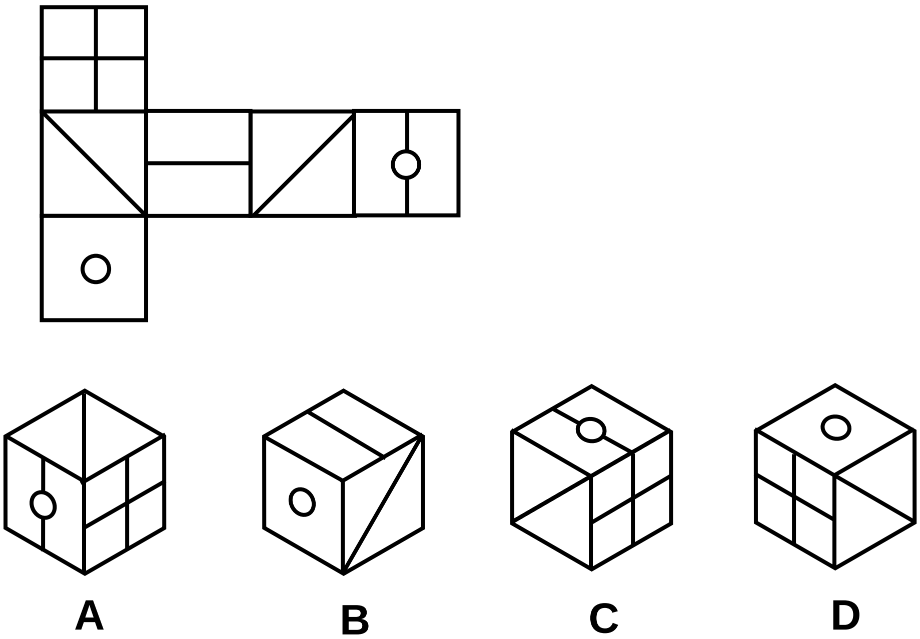
161. Quando se monta a planificação para formar um cubo, apenas umas das opções corresponde a figura da planificação (Carter e Russell, 2007).





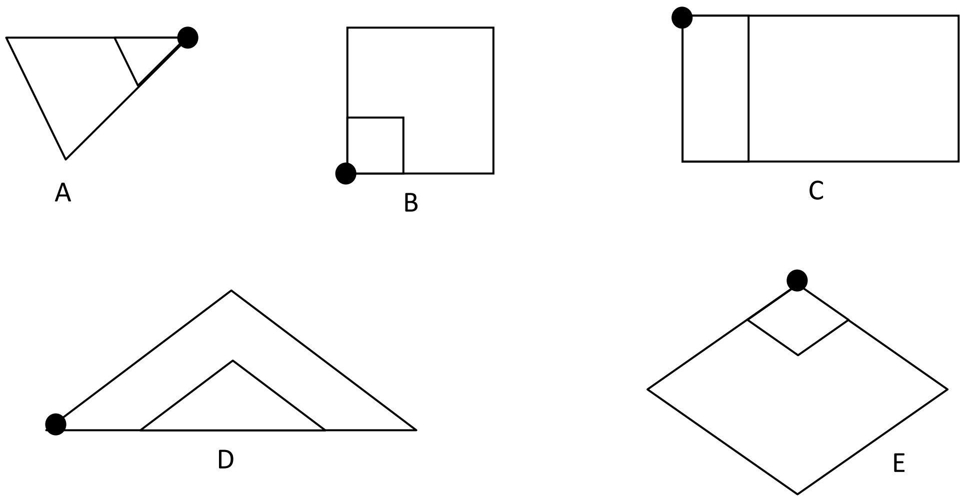
Resposta: **A**

162. Quando se monta a planificação para formar um cubo, apenas umas das opções corresponde a figura da planificação (Carter e Russell, 2007).



Resposta**: C**

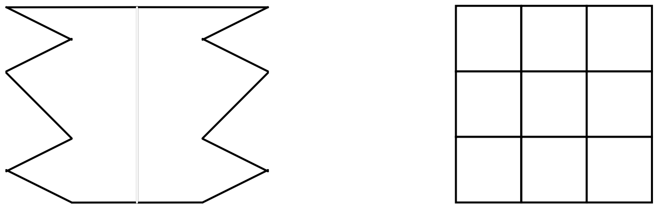
163. Qual é a figura que não faz parte do grupo? (Allen, 1996)



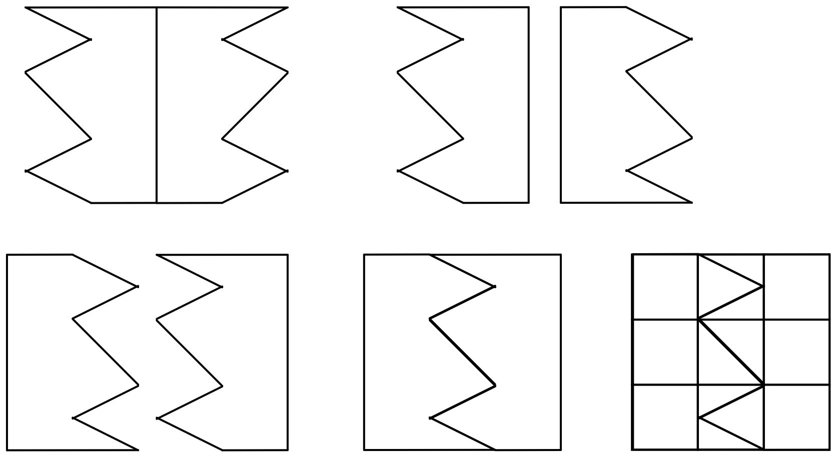
Resposta: D

Em cada um dos outros casos as duas figuras semelhantes têm um vértice comum, o que não acontece na D.

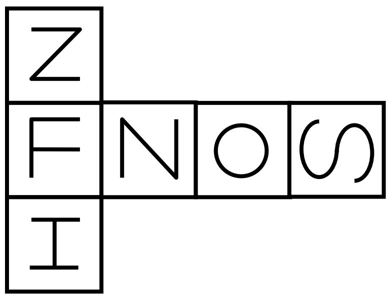
164. Como dividir o vaso em duas peças iguais de modo a formar um quadrado 3x3? Adaptado de (Bolt, 1992)

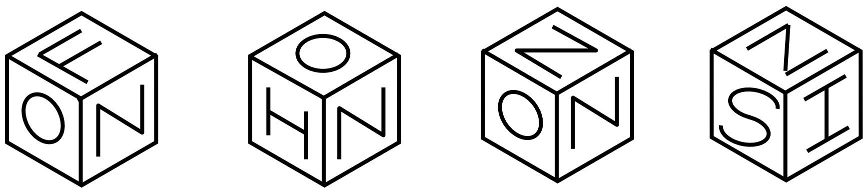


Resposta:



165. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Carter e Russell, 2004)

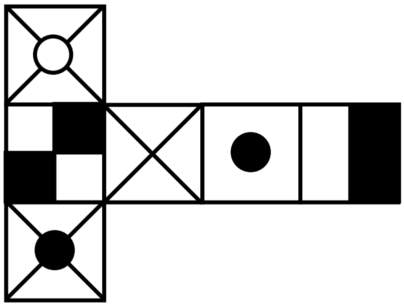


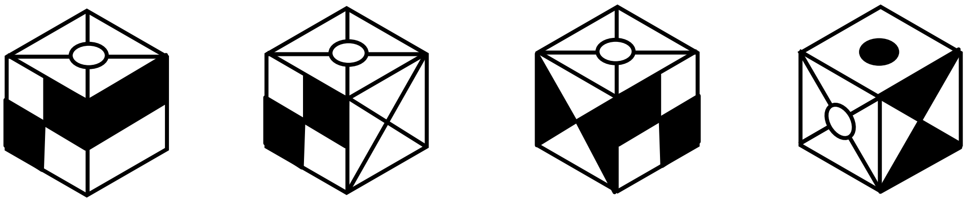


A **B** **C** **D**

Resposta **C**

166. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Russell e Carter, 2007)

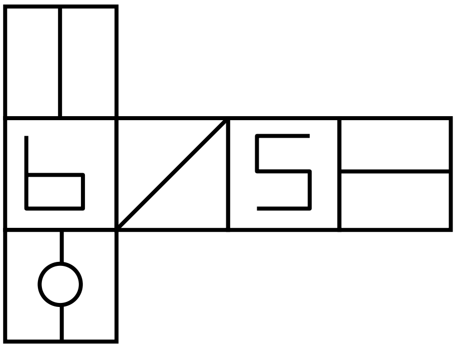


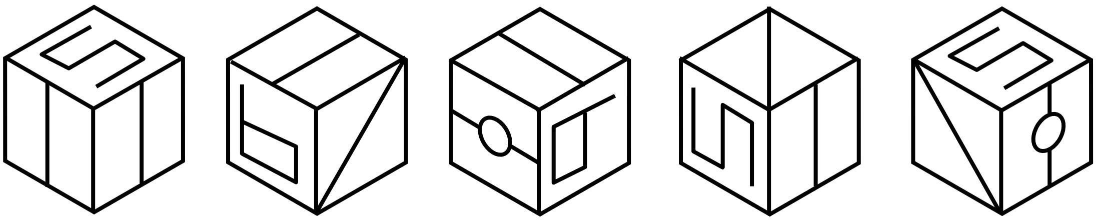


A B C D

Resposta: **B**

167. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras **não** corresponde a esta planificação. Qual? (Russell e Carter, 2007)

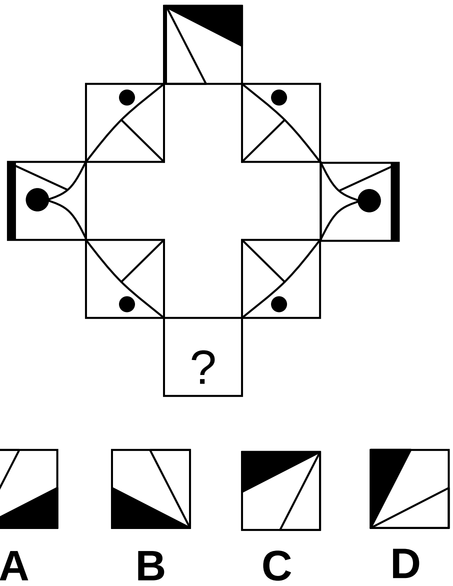




A B C D E

Resposta: **D**

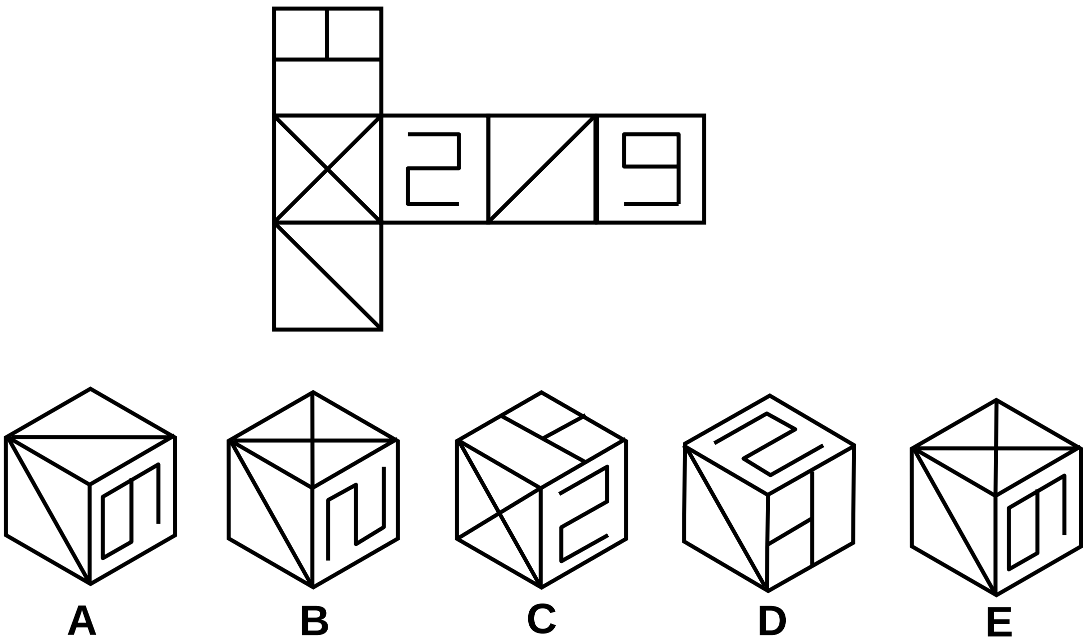
168. Qual dos quadrados abaixo pode substituir o ponto de interrogação? (Russell e Carter, 2007)



Resposta: **A**

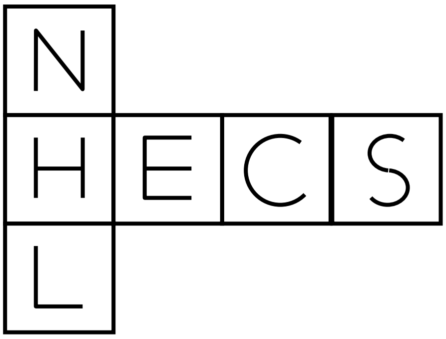
A figura deve ficar simétrica, quer relativamente a um eixo vertical, quer relativamente a um eixo horizontal.

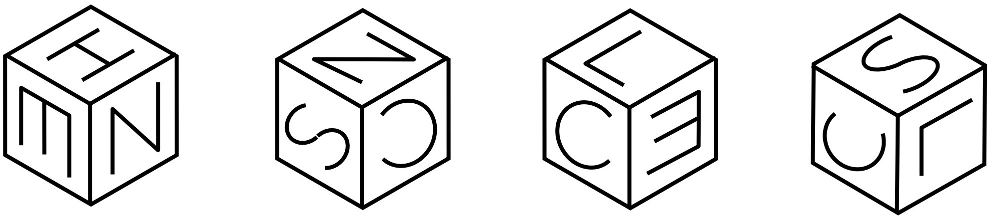
169. Depois de montado o cubo, duas das figuras não correspondem a esta planificação. Quais? (Russell e Carter, 2007)



Resposta: **A** e **E**

170. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Russell e Carter, 2007)

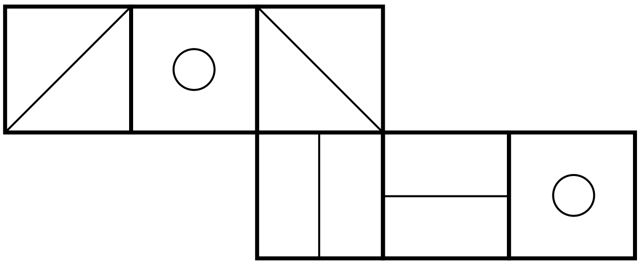


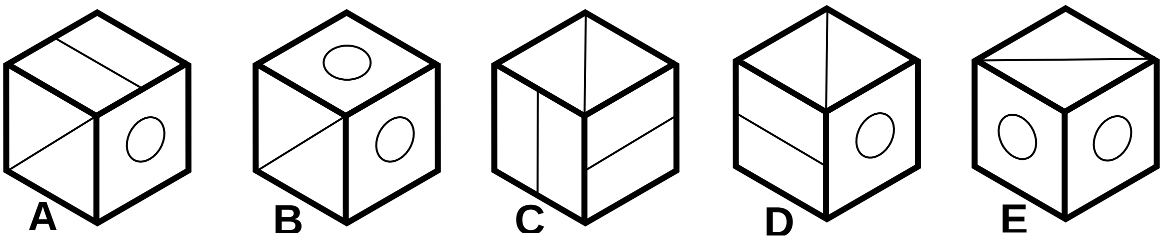


A B C D

Resposta: **D**

171. Quais são as duas únicas figuras que correspondem a esta planificação do cubo? (Carter, 2007)

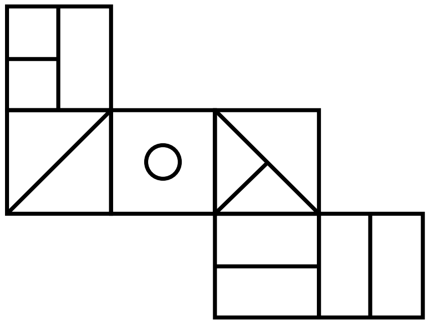


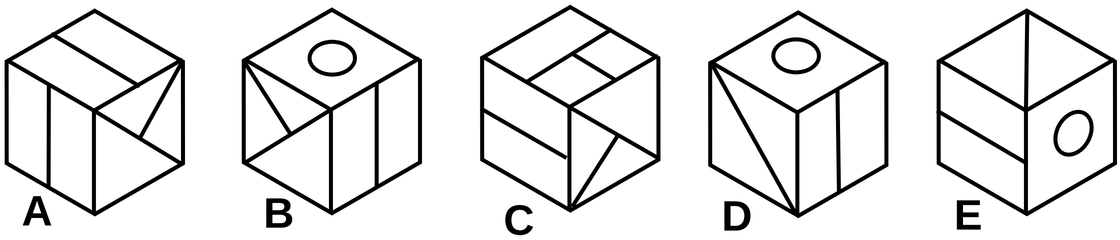


A B C D E

Resposta: **B, C**,

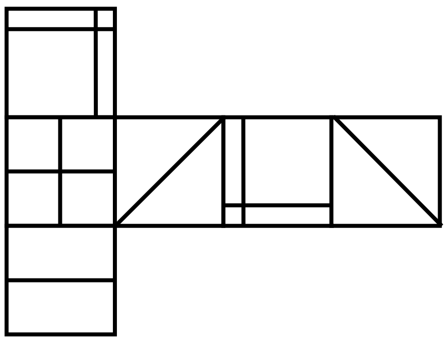
172. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Carter, 2007)

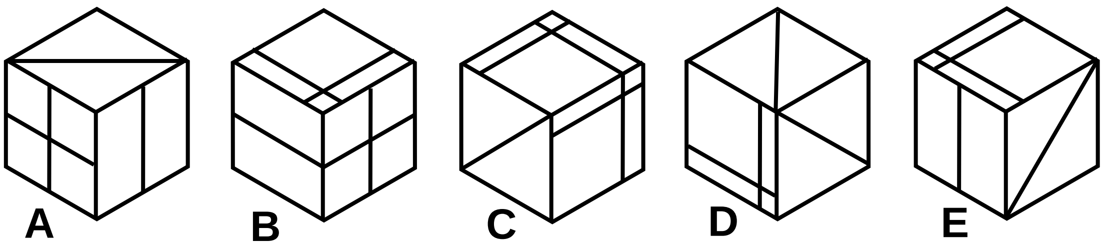




Resposta: **D**

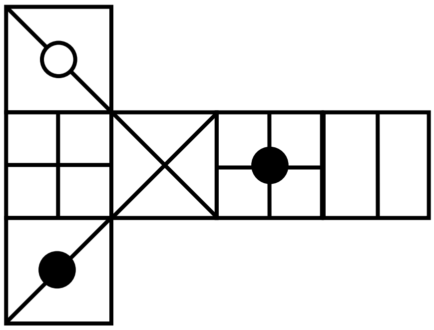
173. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Carter, 2007)

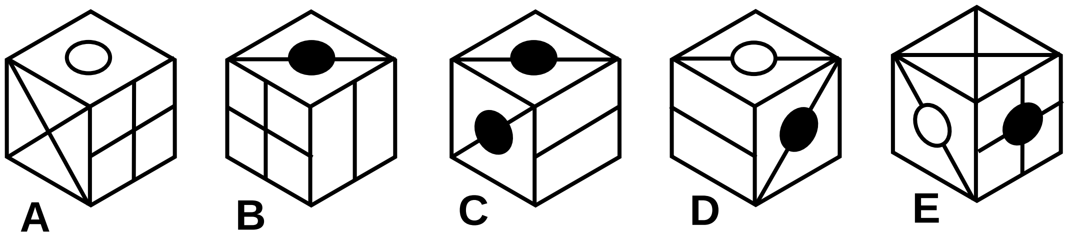




Resposta: **C**

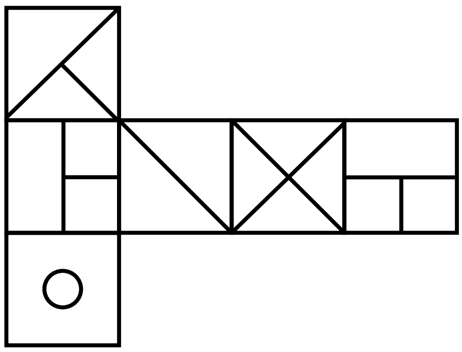
174. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Carter, 2007)

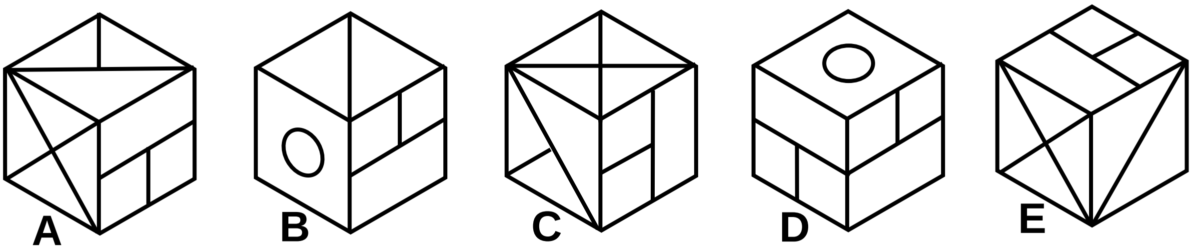




Resposta: **B**

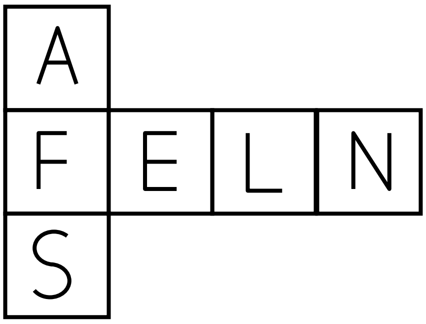
175. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Carter, 2007)

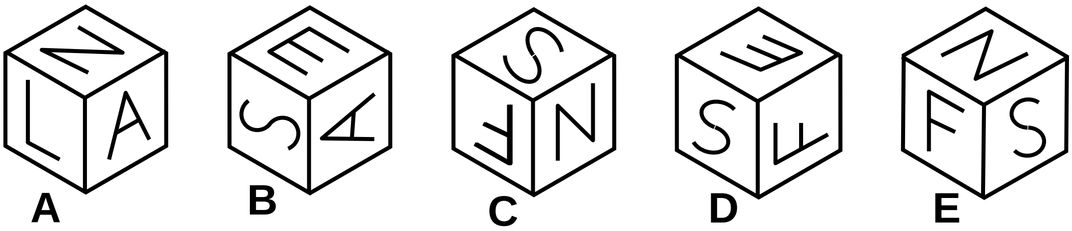




Resposta: **A**

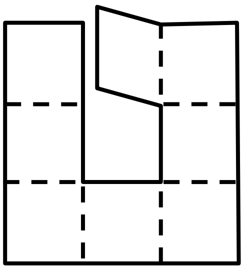
176. Depois de montado o cubo, apenas uma das figuras corresponde a esta planificação. Qual? (Carter, 2007)





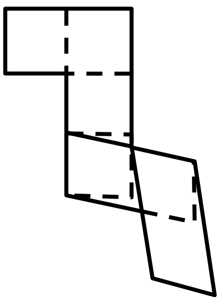
Resposta: **C**

177. Com um quadrado de papel, dividido numa grelha de 3x3 e ao qual se retirou o quadrado central e se cortou uma aresta, como se mostra aqui, ficamos com 8 pequenos quadrados. Efetuando dobragens, constrói um cubo com estes quadrados. Como um cubo só tem 6 faces, vais precisar de sobrepor alguns quadrados. (Yoshigahara, 2003)

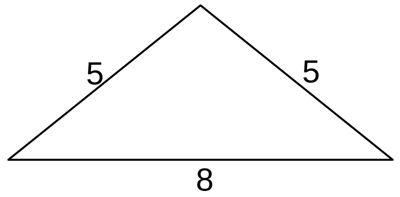


(Puzzle by Edward Hordern).

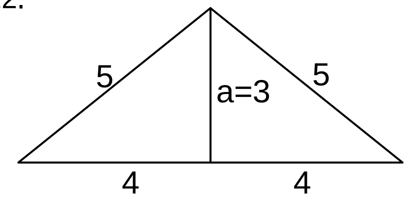
Resposta: A ideia é obter uma das planificações de um cubo. Isso consegue-se sobrepondo 2 quadrados vizinhos, como na figura:



178. O comprimento dos três lados deste triângulo é 5, 5 e 8. Qual é a sua área? (Yoshigahara, 2003)

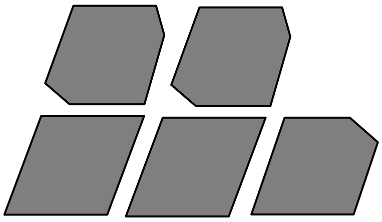


Resposta: A área é 12.

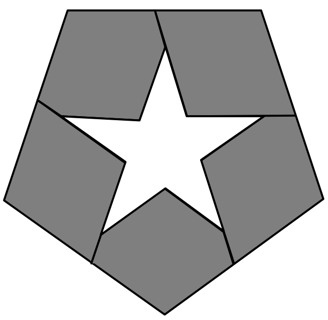


Desenhando a altura a, conforme se vê na figura, ficamos com 2 triângulos rectângulos iguais em que a é um cateto. Pelo teorema de Pitágoras temos: $a^2=5^2-4^2 \Leftrightarrow a^2=9 \Leftrightarrow a=3$. Logo a área do triângulo é (8x3)/2 =12

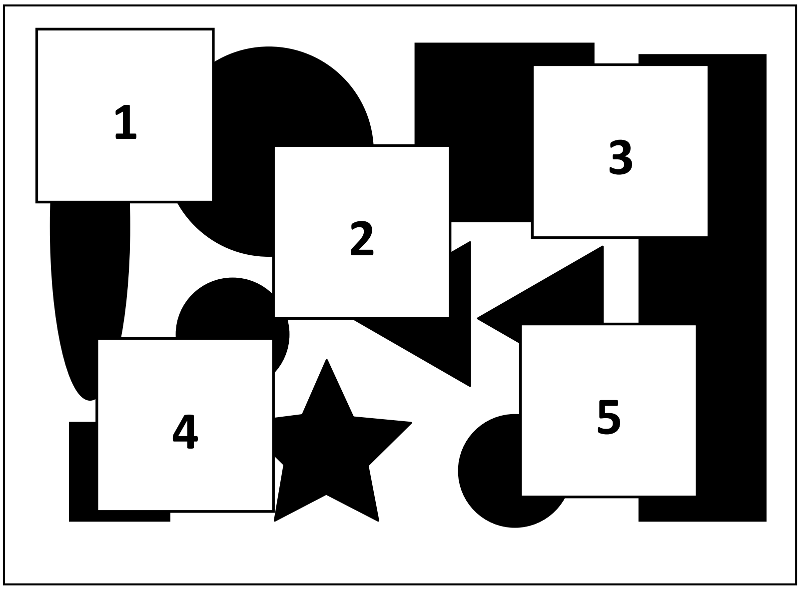
179. Com estas 5 peças constrói uma estrela. (Yoshigahara, 2003)
(Este é um puzzle que apareceu num anúncio do século dezanove)

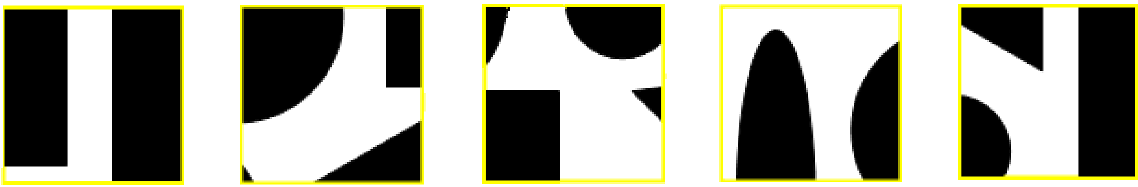


Resposta:



180. Coloca as peças do puzzle na posição correta. (Sobanski, 2002)





A B C D E

Resposta:

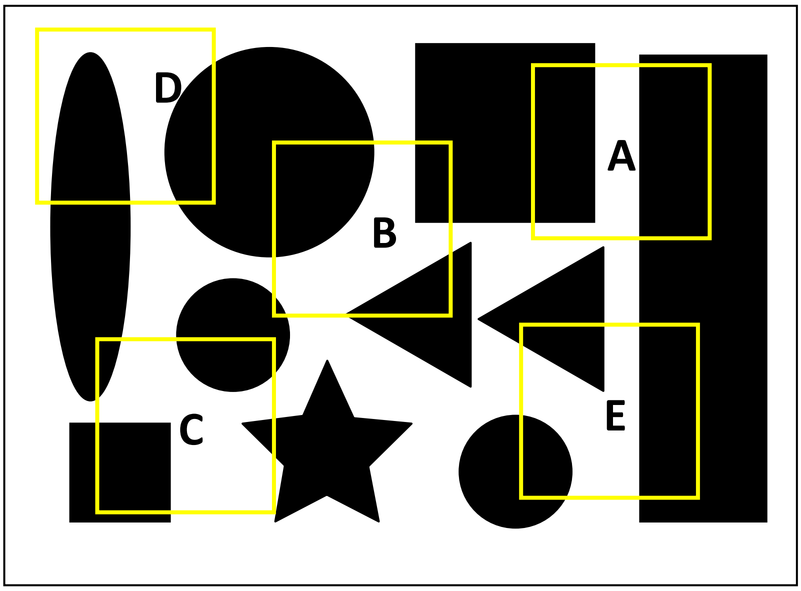
A ----- 3

B ----- 2

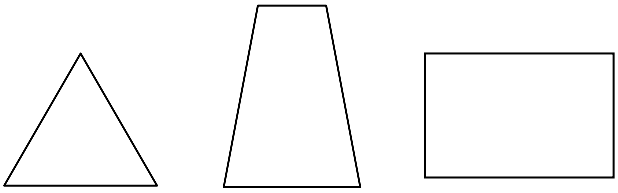
C ----- 4

D ----- 1

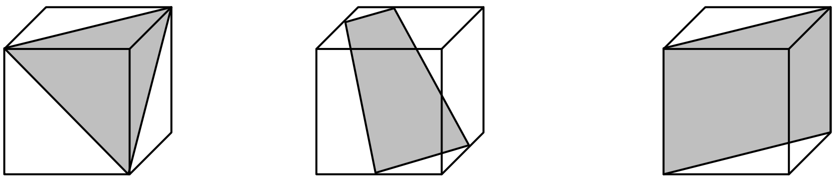
E ----- 5



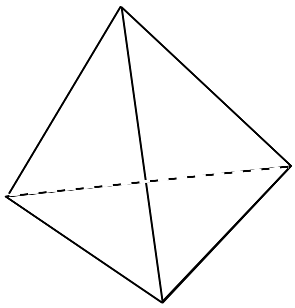
181. Aqui estão 3 secções que obterias fazendo um corte num sólido bem conhecido. Que forma poderá ele ter? (Wells, 2000)



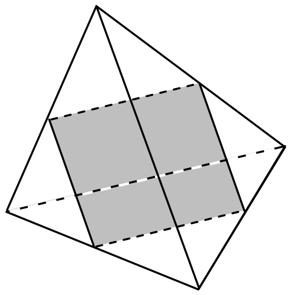
Resposta: Pode ser um cubo.



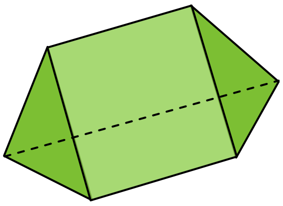
182. Um tetraedro normal, feito de borracha, poderá ser utilizado para tapar um buraco quadrado de tamanho adequado? (Wells, 2000)



Resposta: Não. Embora um dos possíveis cortes de um tetraedro seja um quadrado, este só poderia passar pelo buraco quadrado sendo esmagado ou distorcido.

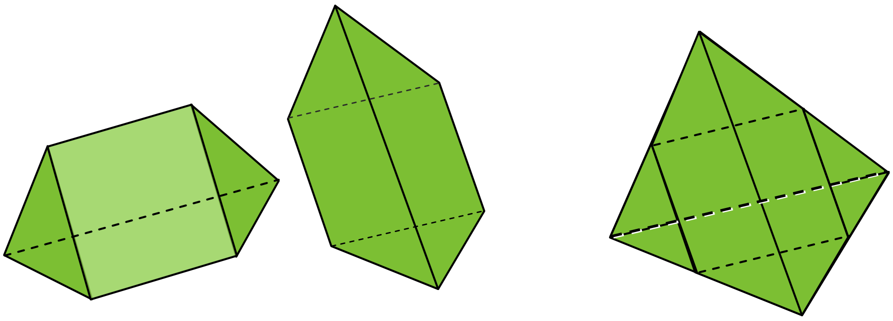


183. Usando 2 sólidos iguais a este, forma um tetraedro.

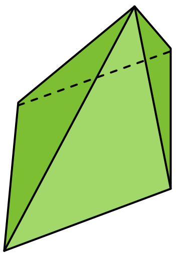


Resposta:

Unir as faces quadradas de cada um dos sólidos. Efetuar uma rotação dos sólidos com o centro no ponto de encontro das diagonais das faces quadradas, até conseguir formar o tetraedro.

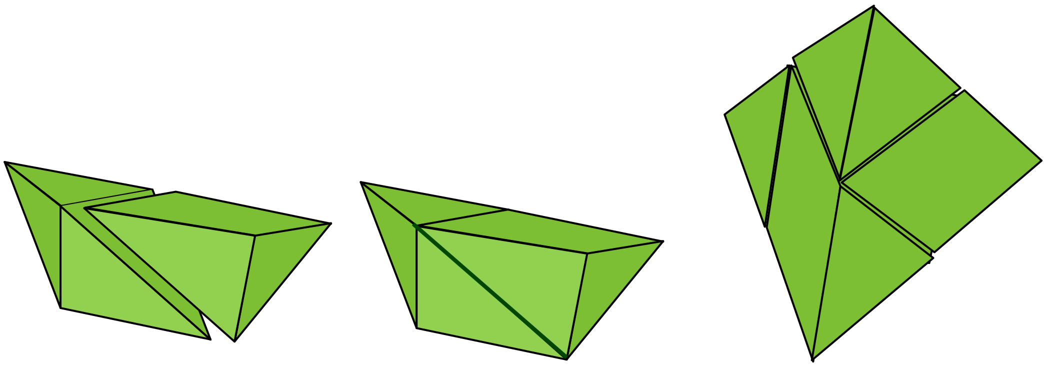


184. Usando 4 sólidos iguais a este, forma um tetraedro.

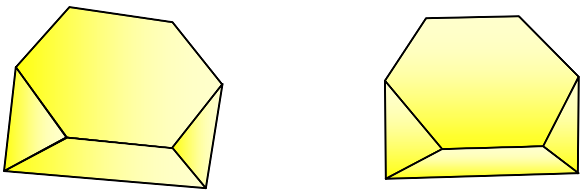


Resposta:

Unem-se os sólidos dois a dois, de modo a formar dois sólidos semelhantes aos da questão 183. Em seguida segue-se o mesmo procedimento desta questão.

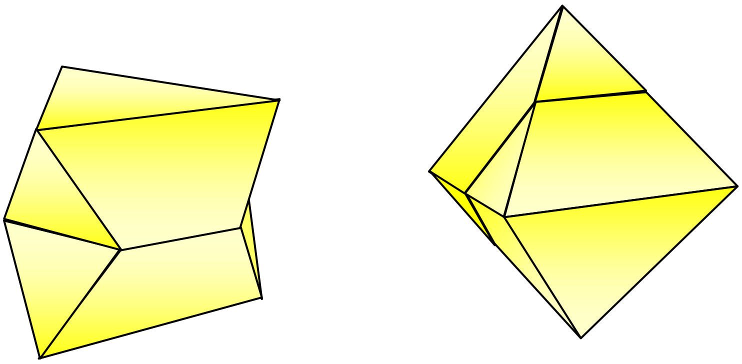


185. Usando estes dois sólidos iguais, forma um octaedro.

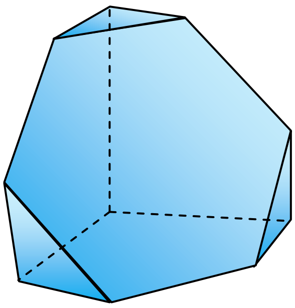


Resposta:

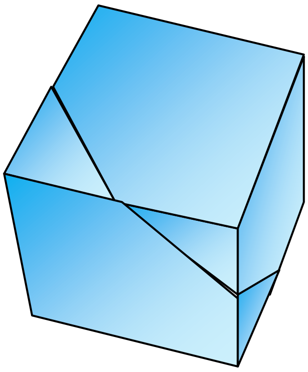
Unir as faces hexagonais e rodar os sólidos segundo uma rotação com centro no ponto de encontro das diagonais destas faces, até obter o octaedro.



186. Usando dois sólidos iguais a este, forma um cubo.



Resposta: Proceder como na questão 185.



Anexo 7

Números e Operações

NÚMEROS E OPERAÇÕES

==

1. Comprei 36 ovos. Quantas dúzias comprei?

   Resposta: 3

2. A Luísa comprou metade de 1/2 dúzia de ovos. Quantos ovos comprou?

   Resposta: 3

3. A régua da Rita mede 1/2 metro. Quantos decímetros tem a régua?

   Resposta: 5 dm

4. A régua da Rita mede 1/2 metro. Quantos milímetros tem a régua?

   Resposta: 500 mm

5. Vou dividir um número por 0,1. Para isso basta multiplicá-lo por quanto?

   Resposta: Por 10

6. A Cristina tem 1/2 centena de CD´s. Quantas dezenas de CD´s tem?

   Resposta: 5.

7. Tenho um livro com 120 folhas. Já li 30%. Quantas folhas li?

   Resposta: 120x0,3=36.

8. Tenho um livro com 120 folhas. Já li 30%. Quantas folhas me faltam ler?

   Resposta: 84

   120x0,7 = 84 Ou então: 120x0,3 =36.

   120 - 36 = 84

9. Eu sou o quadrado da raiz quadrada de 15. Quem sou eu?

   Resposta: 15.

   $$\left(\sqrt{15}\right)^2 = 15$$

10. Eu sou um número negativo e tu também. Vamo-nos multiplicar. Como são os nossos filhos?

    Resposta: São positivos.

11. Tu és um número negativo e eu sou um número positivo, mas não nos conhecemos. Para podermos garantir que a nossa soma é negativa, precisamos de nos conhecer. Porquê?

    Resposta: Porque o sinal do resultado da soma não depende do sinal da soma depende do valor absoluto de cada uma das parcelas.

12. Sou um número diferente de 0, mas vou ser elevado a 0. Vou ficar igual a quanto?
    Resposta: 1.

13. Qual a diferença entre o cubo de 2 e o quadrado de 3?
    Resposta: 2^3-3^2 = 8-9 = -1

14. Somos os dois membros de uma equação. O que nos separa?
    Resposta: O sinal de igual.

15. Eu sou a expressão x+4. Será que sou uma equação?
    Resposta: Não.

16. Sou o número 543. Se eu der a alguém todas as dezenas que tenho com quanto fico?
    Resposta:
    543 – 540 = 3
    O número 543 tem 54 dezenas, que equivalem a 540 unidades.

17. Somos dois. Somos simétricos. A nossa soma é _________?
    Resposta: 0.

18. Sou um número ímpar e tu também. A nossa soma é ímpar. Verdade ou mentira?
    Resposta: mentira.

19. Sou um número par e tu também. A nossa soma é par. Verdade ou mentira?
    Resposta: verdade.

20. Somos ambos números ímpares. Vamo-nos multiplicar. Queremos ter filhos pares. Será que conseguimos?
    Resposta: não.

21. Somos ambos números ímpares. Vamo-nos multiplicar. Os nossos filhos serão como nós?
    Resposta: sim

22. Eu sou par e tu és ímpar. Vamo-nos multiplicar. Como serão os nossos filhos?
    Resposta: pares.

23. Eu sou par e tu és ímpar. Vamo-nos multiplicar. Os nossos filhos vão ser como tu?
    Resposta: Não

24. Eu sou o teu inverso. O que resulta se nos multiplicarmos?
    Resposta: Resulta 1.

25. Nós somos dois números com mesmo valor absoluto e a nossa soma é igual a 0. O que somos um ao outro?
    Resposta: Simétricos.

26. Somos dois números diferentes de 0. Quando nos multiplicamos obtemos o número 1. O que somos um ao outro?
    Resposta: Inversos.

27. O produto do quadrado de 3/5 por 2 é igual a _____?
    Resposta: 18/25

28. Eu sou a fração 3/5 e tu és a fração 10/5. Qual de nós é um número inteiro?
    Resposta: 10/5 = 2

29. Quanto é o quadrado de quatro terços?
    Resposta: 16/9

30. Sou um número diferente de 0. Elevaram-me a 0. O que conseguiram obter?
    Resposta: 1

31. Quanto é a raiz quadrada do quociente de 100 por 4?
    Resposta: 5.

    $$\sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{25} = 5$$

32. Quanto é a raiz quadrada da metade de 50?
    Resposta: 5

    $$\sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

33. Quantas décimas há em metade de uma dezena?

    Resposta: 50

    $$\frac{10}{2} = \frac{50}{10}$$

34. Completa a frase:

    Sou um número divisível por cinco? Então o meu algarismo das unidades é______ ou ______?

    Resposta: 0 ou 5.

35. É verdadeira ou falsa a afirmação: “um número divisível por 5 também é divisível por 10”.

    Resposta: Falsa. Se o número terminar em 5 não é divisível por 10.

36. É verdadeira ou falsa a afirmação: “um número divisível por 10 também é divisível por 5”.

    Resposta: Verdadeira. Porque 10 é divisível por 5.

37. É verdadeira ou falsa a afirmação: “um número divisível por 9 também é divisível por 3”.

    Resposta: Verdadeira. Porque 9 é divisível por 3.

38. Sou um número divisível por 10. O meu algarismo das dezenas pode ser _______ ?

    Resposta: Qualquer algarismo excepto zero.

39. Sou um número divisível por 10. O meu algarismo das unidades só pode ser _______ ?

    Resposta: Zero.

40. Sou um número divisível por 10. O meu algarismo das centenas pode ser _______ ?

    Resposta: Qualquer algarismo.

41. É verdadeira ou falsa a afirmação: Todos os números naturais têm mais do que um divisor.

    Resposta: Falsa. O número 1 só tem 1 divisor.

42. É verdadeira ou falsa a afirmação: Todos os múltiplos de 2 são múltiplos de 4.

    Resposta: Falsa. Por exemplo 6 é múltiplo de 2 e não é múltiplo de 4.

43. É verdadeira ou falsa a afirmação: Todos os múltiplos de quatro são múltiplos de dois.

    Resposta: Verdadeira. 4 é múltiplo de 2.

44. É verdadeira ou falsa a afirmação: Todos os números inteiros são racionais.
    Resposta: Verdadeira

45. É verdadeira ou falsa a afirmação: Apenas os números fracionários são racionais.
    Resposta: Falsa. Os inteiros também são racionais.

46. É verdadeira ou falsa a afirmação: O número π é racional.
    Resposta: Falsa**,** π é uma dízima infinita não periódica logo é irracional.

47. É verdadeira ou falsa a afirmação: O número $\sqrt{6}$ é racional.
    Resposta: Falsa**,** $\sqrt{6}$ é uma dízima infinita não periódica logo é irracional.

48. Qual é o expoente da potência que representa (-5) x (-5) x (-5) x (-5)?
    Resposta: 4

49. Sou divisor de todos os números. Quem sou?
    Resposta: 1.

50. É verdadeira ou falsa a afirmação: “O número 1 é múltiplo de todos os números”.
    Resposta: Falsa. O número 1 só é múltiplo de si próprio.

51. É verdadeira ou falsa a afirmação:” O número 0 é múltiplo de todos os números”.
    Resposta: verdadeira

52. É verdadeira ou falsa a afirmação:” O número 0 não tem múltiplos”.
    Resposta: Falsa. Tem apenas um múltiplo que é ele próprio.

53. É verdadeira ou falsa a afirmação: O número 1 é um número primo.
    Resposta: Falsa. Para ser primo tem que ter dois e só dois divisores **distintos**: O número 1 tem apenas um divisor que é ele próprio.

54. Que fração da hora é um minuto?
    Resposta: 1/60. Um sessenta avos da hora.

55. Quantos minutos há na quarta parte de um dia?
    Resposta: 360 minutos. A quarta parte de um dia é 6h.

56. Quantos minutos há na quarta parte de uma hora?

    Resposta: 15 minutos

57. Quantos minutos há na sexta parte de uma hora?

    Resposta: 10 minutos

58. Sou a raiz cúbica de 27. Quem sou?

    Resposta: 3

59. Quais são os múltiplos de 8 menores que 20?

    Resposta: 0, 8 e 16.

60. Quanto é a raiz quadrada do dobro de 32?

    Resposta: 8.

    $\sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64} = 8$

61. Quanto é a raiz quadrada do triplo de 12?

    Resposta: 6.

    $\sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

62. Qual é o valor numérico de 0,32x100?

    Resposta: 32

63. O valor de $-3x+2$ para $x=4$ é…?

    Resposta: -10

    -3x4+2=-12+2=-10

64. Qual das expressões é uma equação?

    (A) $5x+1-2x$ ou (B) $5x+1=2x$

    Resposta: (B) porque é uma igualdade entre duas expressões onde figura uma incógnita.

65. O Tó tem dúzia e meia de berlindes. Deu metade ao irmão. Com quantos ficou?

    Resposta: 9

    $18 \div 2 = 9$

66. Quantas dezenas há em dúzia e meia?

Resposta: Uma dezena. (dúzia e meia são 18 unidades)

67. Qual é o algarismo das unidades de 0,56?

Resposta: 0

68. Como se chama o resultado de uma subtração?

Resposta: diferença, resto ou excesso.

69. Se 🐈 e 🐈‍⬛ forem dois números reais, qual é a propriedade que permite afirmar que:

🐈 + 🐈‍⬛ = 🐈‍⬛ + 🐈

Resposta: Propriedade Comutativa da Adição

70. Que propriedade permite afirmar que ◈x0=0x◈=0, onde ◈representa um número real?

Resposta: Existência de elemento absorvente que é o zero.

71. Qual é a propriedade da adição que permite afirmar que __+0=0+__=__, sendo __ um número real qualquer?

Resposta: Existência de elemento neutro para a adição, que é o zero.

72. Qual é a propriedade que permite afirmar que l x (s + u) = l x s + l x u, sendo l, s e u números reais quaisquer?

Resposta: Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

73. Se l, s e u forem números reais quaisquer, é verdadeira ou falsa a afirmação:

l + (s x u) = (l + s) x (l + u)

Resposta: Falsa. Não existe propriedade distributiva da adição em relação à multiplicação.

74. O conjunto dos múltiplos de um número é finito ou infinito?

Resposta: infinito

75. O conjunto dos divisores de um número é finito ou infinito?

Resposta: finito

76. Qual a percentagem que corresponde à fração 15/25

Resposta: 60% (15:25=0,6)

77. Paguei uma compra com duas notas, sendo uma de 10 € e outra de 20 €. Deram-me de troco uma de 2 € e outra de 50 cêntimos. Quanto foi o valor da minha compra? (htt6)

Resposta: 27.50€.

(10+20) – (2+0,5)=27,5€

78. Quantas moedas de 0,20 € são necessárias para totalizar 1 €?

Resposta: 5

79. O portão da casa da Joana tem 300cm de largura. Quantos metros tem de largura?

Resposta: 3m

80. O Lúcio nasceu em 1987. Quantos anos tinha em 2004?

Resposta: 2004 – 1987=17

81. Que fração da hora são 5 minutos?

Resposta: 1/12.

82. Que fração da hora são 10 minutos?

Resposta: 1/6

83. Com quantos zeros se escreve um milhão?

Resposta: 6 zeros (1000000)

84. Quanto é o dobro da terça parte de 36?

Resposta: 24.

85. O número 356 tem quantas dezenas?

Resposta: 35

86. Quantas meias centenas tem o número 356?

Resposta: 7

7x50= 350

Tem 7 meias centenas e mais 6 unidades.

87. Sou um número cuja raiz quadrada é 9. Quem sou?

Resposta: 81

88. A soma de dois com o quociente de 6 por 2 é______?

Resposta: 5.

2+6/2=5

89. O número 191 é divisível por 3?

Resposta: Não. A soma dos seus algarismos é 11 que não é divisível por 3.

90. Eu sou **P**, um número primo. Quais são os meus divisores? (htt28)

Resposta: 1 e **P**.

91. Transforma a seguinte adição numa multiplicação: 8+8+8+8?

Resposta: 4x8

92. Quanto é o quadrado da metade de 20?

Resposta: 100.

$$(20 \div 2)^2 = 100$$

93. Qual é o simétrico da soma de três com quatro?

Resposta: –7

– (3+4) = –7

94. Quanto é a diferença entre o cubo de um e o cubo de 0?

Resposta: 1

$$1^3 - 0^3 = 1$$

95. Será verdade que todos os números primos são ímpares?

Resposta: Não. O número 2 é primo e é par.

96. Quanto é o dobro da metade de 11?

Resposta: 11

$$2 \times \frac{11}{2} = 11$$

~

97. Quanto é o triplo da terça parte de 10?

Resposta: 10

$$3 \times \frac{10}{3} = 10$$

98. Quanto é o cubo da raiz cúbica de 12?

Resposta: 12

$$\left(\sqrt[3]{12}\right)^3 = 12$$

99. Quanto é metade do inverso de 2?

Resposta: $\frac{1}{4}$ ou 0.25

$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

100. Quanto é o dobro da metade de 5?

Resposta: 5

$$2 \times \left(5 \div 2\right) = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

101. É verdadeira ou falsa a afirmação: $4^3 x 4^{-1}=16$

Resposta: Verdadeira.

4^3 x 4^{-1}= 4^2 =16. (Dá-se a mesma base e somam-se os expoentes)

102. É verdadeira ou falsa a afirmação: $4^3 \div 4^{-1} = 4^2$

Resposta: Falsa.

$4^3 \div 4^{-1} = 4^{3-(-1)} = 4^{3+1} = 4^4$ (Dá-se a mesma base e subtraem-se os expoentes)

103. É verdadeira ou falsa a afirmação: $6^3 \div 3^3 = 2^0$

Resposta: Falsa. $6^3 \div 3^3 = 2^3 = 8$ (Dá-se o mesmo expoente e dividem-se as bases).

104. É verdadeira ou falsa a afirmação: Todo o número é divisor de si próprio.

Resposta: Falsa. O zero não é divisor de si próprio

105. O denominador de uma fração nunca pode ser igual a __________?
Resposta: Zero

106. É verdadeira ou falsa a afirmação: “Qualquer número é múltiplo de si próprio”.
Resposta: Verdadeira.

107. Sou o valor absoluto de um número. Por que outro nome sou conhecido?
Resposta: Módulo

108. Se colocares sobre uma reta as abcissas dos números -10, -12 e 5, qual é o que fica mais à esquerda?
Resposta: -12.

109. Se colocares sobre uma reta as abcissas dos números -5 e 8, qual é o que fica mais próximo de 3?
Resposta: 8.

110. Eu sou o número 4 e tu és o meu simétrico. A que distância estamos um do outro? (htt29)
Resposta: 8.

111. Quanto é o quádruplo do elemento neutro da adição?
Resposta: 0
4x0=0

112. Quanto é o quádruplo do elemento neutro da multiplicação?
Resposta: 4
4x1=4

113. Qual é o numeral ordinal que corresponde ao cardinal setenta e dois?
Resposta: septuagésimo segundo.

114. Qual é o numeral ordinal que corresponde ao cardinal sessenta e cinco?
Resposta: sexagésimo quinto.

115. Qual é o numeral cardinal que corresponde ao ordinal octogésimo nono?
Resposta: oitenta e nove.

116. Qual é o numeral ordinal que corresponde ao cardinal trinta?
Resposta: trigésimo.

117. Qual é o numeral ordinal que corresponde ao cardinal quarenta e um?
Resposta: quadragésimo primeiro.

118. O Rui nasceu em 1980. Que idade terá em 2025?
Resposta: 45.
2025 –1980 = 45

119. O David nasceu em 2008. Que idade terá em 2020?
Resposta: 12
2020 – 2008 =12

120. É verdadeira ou falsa a afirmação: Um quinto é a média entre um quarto e um sexto. (Wells, 2000)
Resposta: Falsa.
$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)\div 2=\left(\frac{3}{12}+\frac{2}{12}\right)\div 2=\frac{5}{24}$$

121. É verdadeira ou falsa a afirmação: Um terço excede um quarto em um terço de um quarto. (Wells, 2000)
Resposta: Verdadeira.
$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{1}{12}=\frac{1}{12}$$

122. É verdadeira ou falsa a afirmação: Um terço de um quinto é maior que um de quinto de um terço. (Wells, 2000)
Resposta: Falsa, são iguais.
$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{1}{15}=\frac{1}{15}$$

123. Qual é o número maior que é possível escrever usando quatro “1” e sem usar qualquer sinal entre eles. (Perelman, 1979)
Resposta: 11^{11}

124. Qual é o maior número que é possível escrever usando três algarismos “2” e sem usar qualquer sinal entre eles. (Perelman, 1979)
Resposta: 2^{22}

125. Qual é o valor máximo que é possível obter com três algarismos iguais sem usar qualquer sinal entre eles? (Perelman, 1979)

Resposta: 9^{9^9}

126. Qual é o número maior que é possível escrever usando três “3”e sem usar qualquer sinal entre eles. (Perelman, 1979)

Resposta: 3^{33}

127. Qual é o número maior que é possível escrever usando três “4” e sem usar qualquer sinal entre eles. (Perelman, 1979)

Resposta: 4^{4^4}

128. Qual é o número maior que é possível escrever usando três “5” e sem usar qualquer sinal entre eles. (Perelman, 1979)

Resposta: 5^{5^5}

129. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt26)

$2 \quad 2 \quad 2 = 6$

Resposta: Por exemplo: 2+2+2

130. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt26)

$3 \quad 3 \quad 3 = 6$

Resposta: Por exemplo: 3 x 3 – 3 = 6

131. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt26)

$4 \quad 4 \quad 4 = 6$

Resposta: Por exemplo: $4 + 4 - \sqrt{4} = 6$

132. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt26)

$8 \quad 8 \quad 8 = 6$

Resposta: Por exemplo: $\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{8}=6$

133. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt26)

$9 \quad 9 \quad 9 = 6$

Resposta: Por exemplo: $\sqrt{9}\times\sqrt{9}-\sqrt{9}=6$

134. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt26)

$5 \quad 5 \quad 5 = 6$

Resposta: Por exemplo: $5\div5+5=6$

135. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt26)

$6 \quad 6 \quad 6 = 6$

Resposta: Por exemplo: $6+6-6=6$

136. Usa todas as operações matemáticas necessárias $(+\ ;\ -\ ;\ \times\ ;\ \div\ ;\ \sqrt[n]{}\ ....)$ para fazer com que o resultado dê 6. (htt30)

$7 \quad 7 \quad 7 = 6$

Resposta: Por exemplo: $7-7\div7=6$

137. Encontra um par de números inteiros (p, q), que satisfaça a condição: 2p +3q=25 (Wells, 2000)

Resposta: alguns exemplos: (2, 7); (5, 5); (8, 3), (11, 1)

138. Encontra um par de números inteiros (p, q) que satisfaça a condição: $2p+3q=18$ (Wells, 2000)
Resposta: (3, 4), (0, 6)

139. Encontra um par de números inteiros (p, q) que satisfaça a condição: $3p+5q=36$ (Wells, 2000)
Resposta: (7, 3), (2, 6), (12, 0)

140. Uma determinada caixa de chocolates pode ser igualmente dividida, sem ter que cortar os chocolates aos pedaços, por 3, 4 ou 7 pessoas.
Qual o número mínimo de chocolates que a caixa tem que ter? (htt6)

Solução: 84

m.m.c.(3, 4, 7) = 3 x 4 x 7 = 84

141. Sou múltiplo de 6.
Se me somam 1, fico múltiplo de 7.
Estou compreendido entre 30 e 60.
Quem sou? (htt28)
Resposta: 48

142. Sou divisor de 14.
Não sou número par.
Nem sou divisor de todos os números.
Quem sou? (htt28)
Resposta: 7

143. Sou número primo.
Sou número par.
Sou menor que 19.
Quem sou? (htt28)
Resposta: 2

144. Sou divisor de 36.
Não sou múltiplo de 3.
Não sou número primo, nem divisor de 2.
Quem sou? (htt28)
Resposta: 4

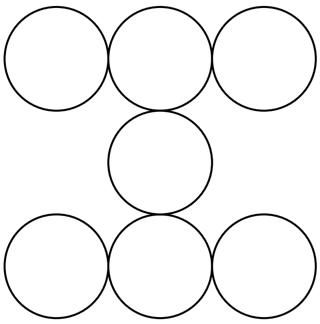
145. Sou número primo.
Sou número par.
Sou menor que 19.
Quem sou? (htt28)
Resposta: 2

146. Sou um número primo de dois algarismos. Trocando a posição dos meus algarismos, continuo primo. Quem sou?
Quantos há como eu? (htt28)

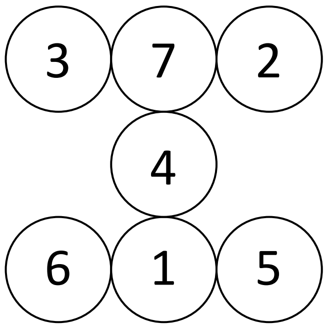
Resposta: 11; 13; 31; 17; 71; 37; 73; 79; 97.

147. O **I** Mágico.

Colocar os números de 1 a 7 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 12, quer nas linhas horizontais, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

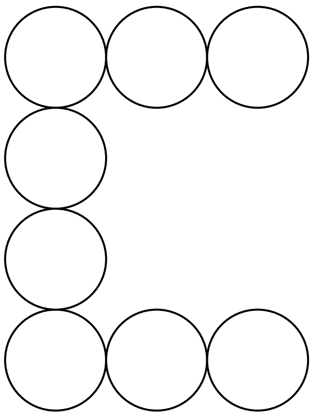


Solução:

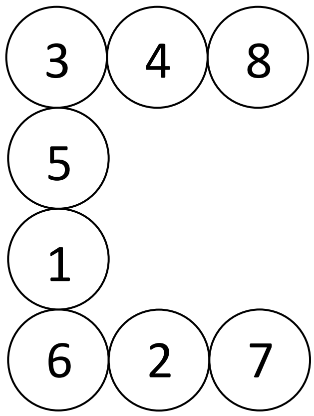


148. O **C** Mágico.

Colocar os números de 1 a 8 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja **15**, quer nas linhas horizontais, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

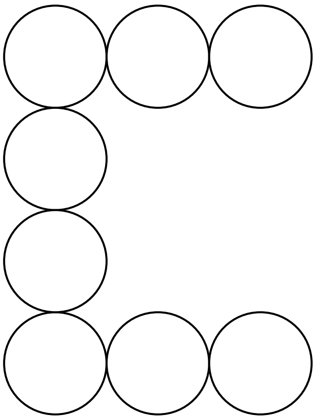


Solução:

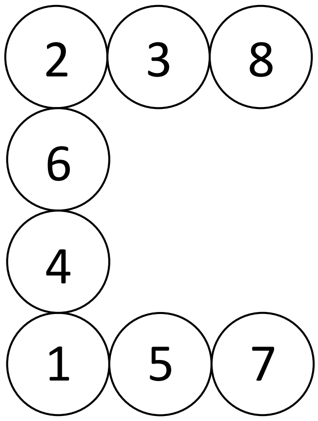


149. O **C** Mágico.

Colocar os números de 1 a 8 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja **13**, quer nas linhas horizontais, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

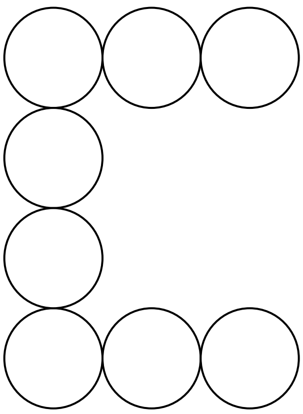


Solução:

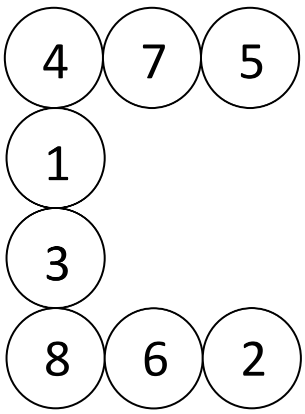


150. O **C** Mágico.

Colocar os números de 1 a 8 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 16 , quer nas linhas horizontais, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

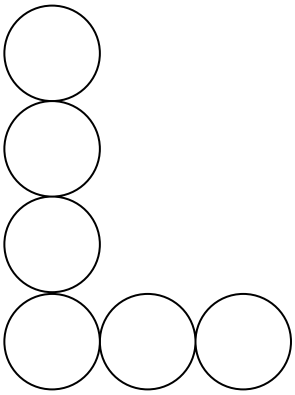


Solução:

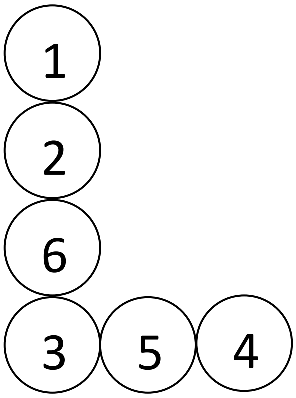


151. O **L** Mágico.

Colocar os números de 1 a 6 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 12, quer na linha horizontal, quer na vertical.

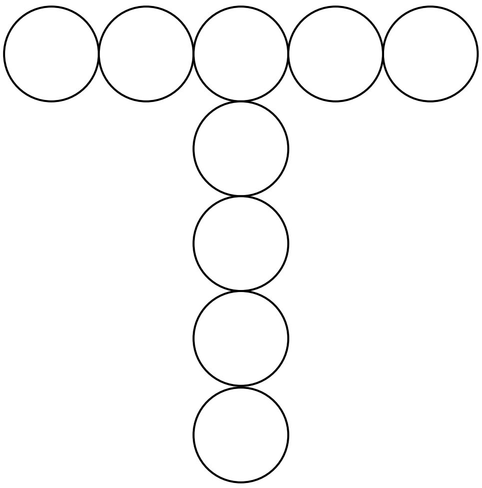


Solução:

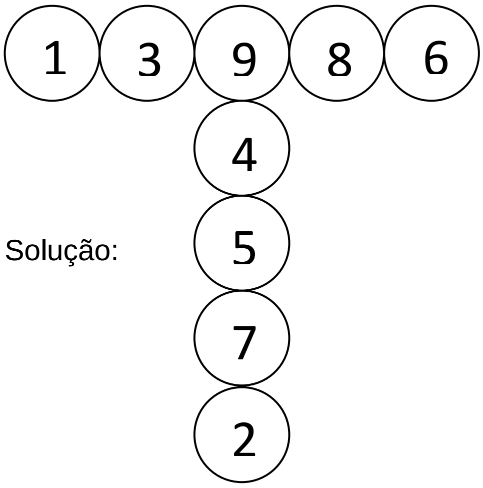


152. O **T** Mágico.

Colocar os números de 1 a 9 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 27, quer na linha horizontal, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

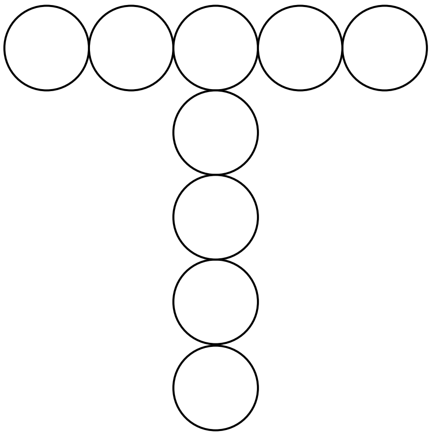


Solução:

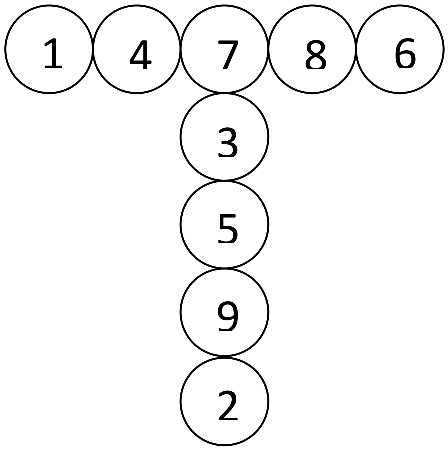


153. O **T** Mágico.

Colocar os números de 1 a 9 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 26, quer na linha horizontal, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

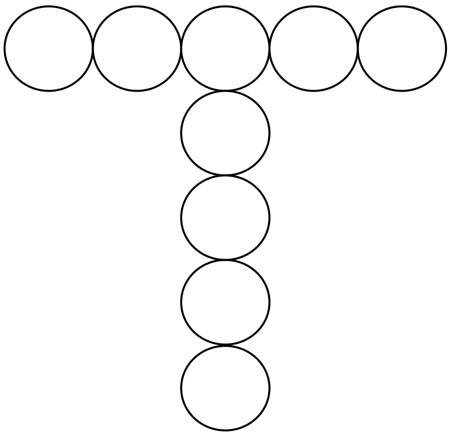


Solução:

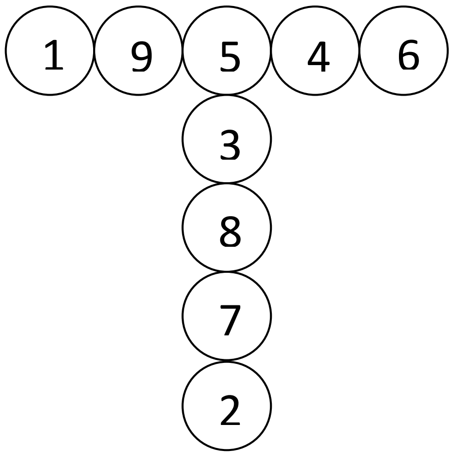


154. O **T** Mágico.

Colocar os números de 1 a 9 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 25, quer na linha horizontal, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

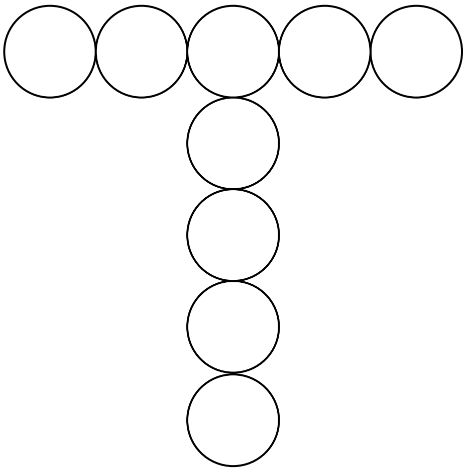


Solução:

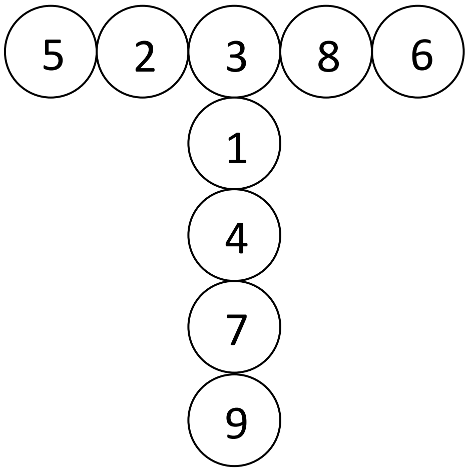


155. O **T** Mágico.

Colocar os números de 1 a 9 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 24, quer na linha horizontal, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)

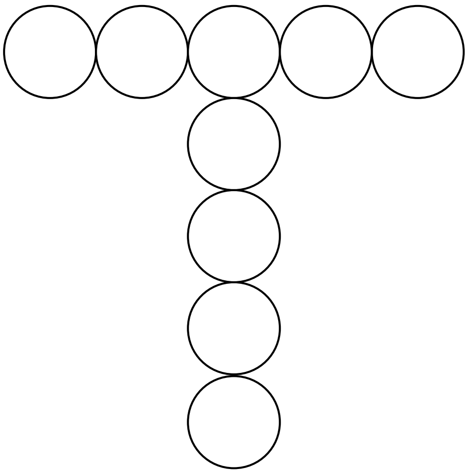


Solução:

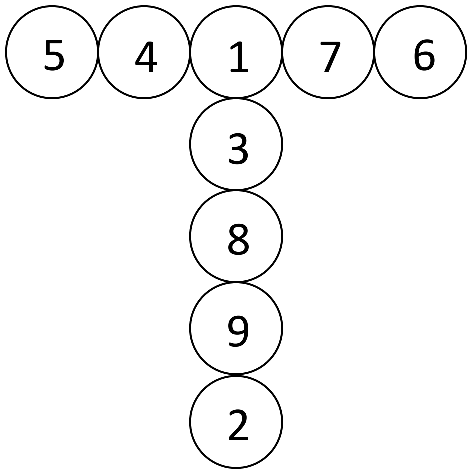


156. O **T** Mágico.

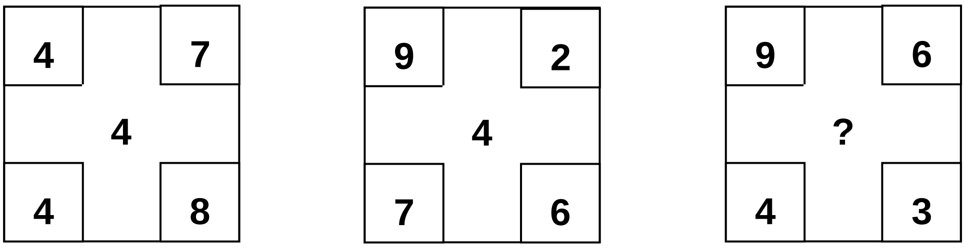
Colocar os números de 1 a 9 dentro dos círculos de forma que a sua soma seja 23, quer na linha horizontal, quer na vertical. (Brumbaugh, 1995)



Solução:



157. Que número deve substituir o ponto de interrogação? (Carter e Russell, 2004)



Resposta: 9x3 - 4x6 = 3

158. Fazendo uma operação aritmética entre dois dos números de cada linha ou coluna obtém-se como resultado o terceiro número. Qual é o número que falta? (htt9)

6	2	12
4	5	20
24	10	?

Resposta: 240

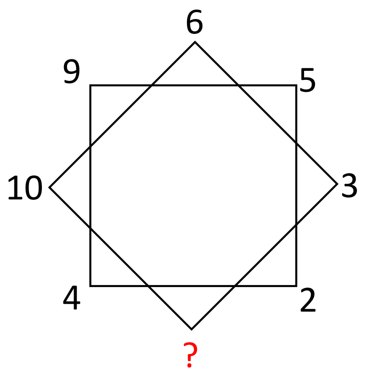
6	x	2	=	12
4	x	5	=	20
24	x	10	=	240

159. Fazendo uma operação aritmética entre dois dos números de cada linha ou coluna vai ter como resultado o terceiro número. Qual é o número que falta? (htt9)

6	2	4
2	?	0
4	0	4

Resposta: 2-0=2

160. Qual é o número que falta? (Ricci, 2000)



Resposta: 1 A soma dos números dos vértices de cada quadrado é igual a 20.

161. Qual é o número que falta? (Ricci, 2000)

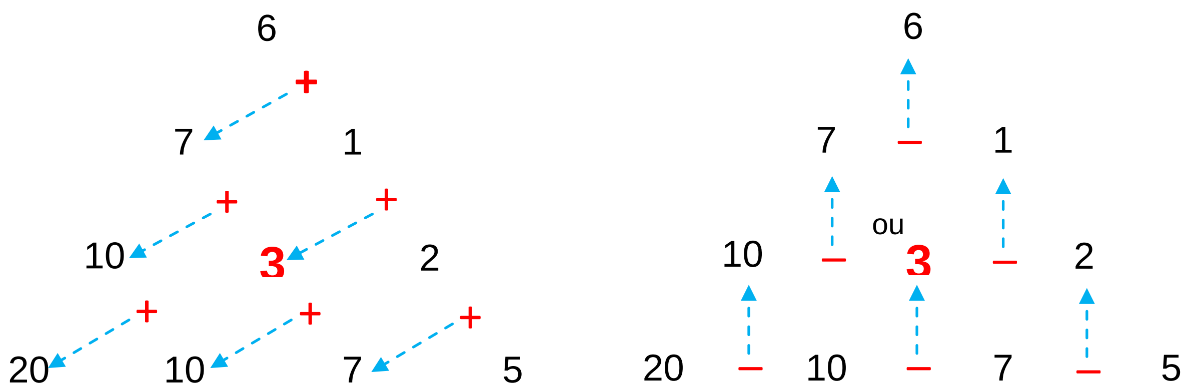
6

7 1

10 ? **2**

20 10 **7** **5**

Resposta: **3**



162. Qual é o número que falta no quadro? (Ricci, 2000)

3	12	8
7	28	24
5	20	?

Resposta: 16

(multiplicando a 1ª coluna por 4, obtém-se a 2ª e subtraindo 4 à 2ª obtém-se a 3ª)

163. Que número completa o quadro? (Ricci, 2000)

7	3	7
5	8	4
6	2	?

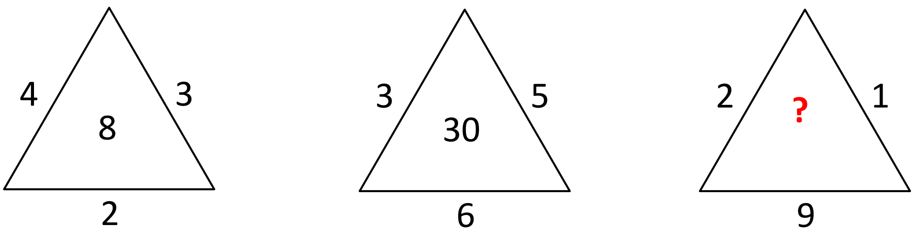
Resposta: **9** (a soma dos números de dada linha é 17)

164. Que número completa o quadro? (Ricci, 2000)

7	9	4
5	6	9
5	?	5

Resposta: 10 (a soma dos números de dada linha é 20)

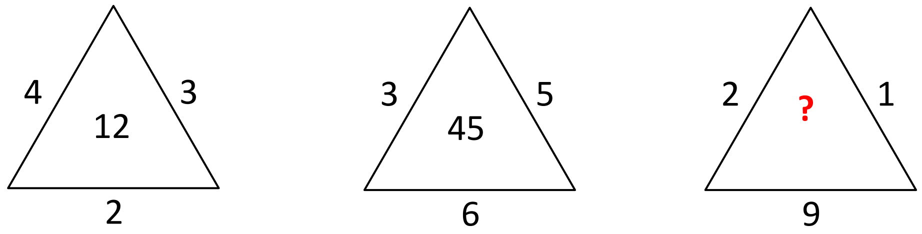
165. Qual o número que falta? (Ricci, 2000)



Resposta: 6

(Multiplicam-se os números exteriores entre si e divide-se o resultado por 3)

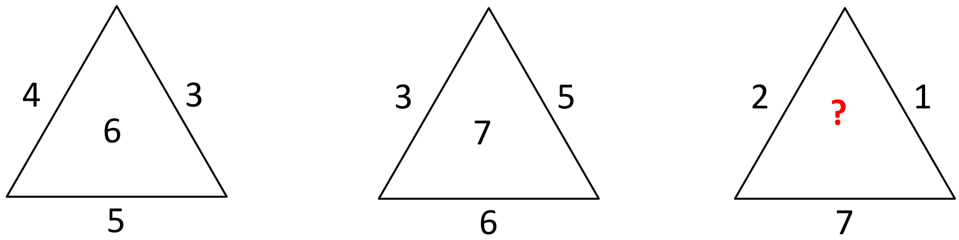
166. Qual o número que falta? (Ricci, 2000)



Resposta: 9

(Multiplicam-se entre si os números exteriores e divide-se o resultado por 2)

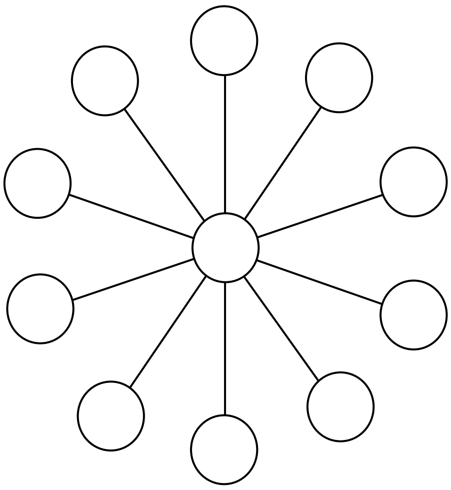
167. Qual o número que falta? (Ricci, 2000)



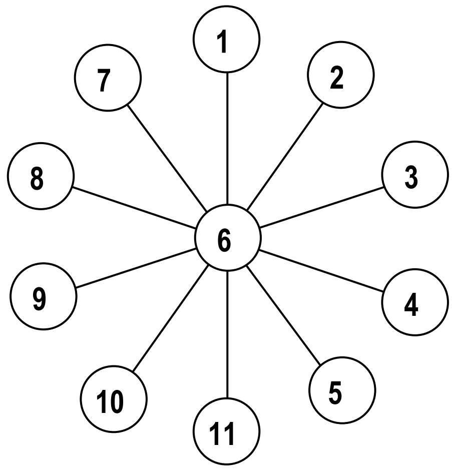
Resposta: 5

(Somam-se os números exteriores e divide-se o resultado por 2)

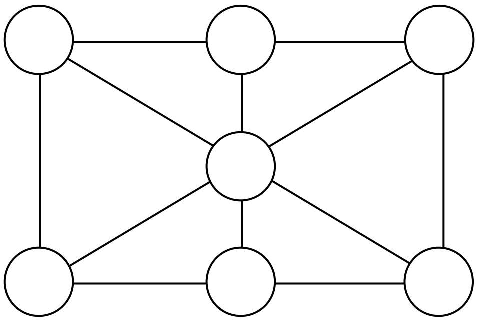
168. Coloca os números de 1 a 11 nos círculos de modo que a soma dos 3 números de cada linha seja igual a 18. (Frohlichstein, 1962)



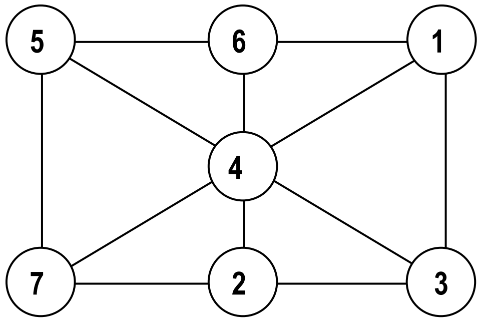
Resposta:



169. Coloca os números de 1 a 7 nos círculos, de modo que as linhas com 3 círculos, perfazem uma soma igual a 12. Deve ser colocado um número diferente em cada círculo. (Frohlichstein, 1962)



Resposta:



170. O Pedro dividiu dois números com um algarismo e obteve 0,6. Quais eram os números? (htt5)

Resposta: 3 e 5 porque $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

171. Uma maçã pesa tanto como 4 ameixas ou como 12 nozes. Quantas nozes pesam tanto como uma ameixa. (htt5)

Resposta:

1 maçã	4 ameixas	12 nozes
	1 ameixa	12/4 =3 nozes

Uma ameixa pesa tanto como 3 nozes.

172. Num quadrado mágico, a soma dos números de cada linha, cada coluna e de cada diagonal é sempre a mesma. Torna mágico o quadrado seguinte, sabendo que a soma de cada linha, cada coluna e cada diagonal deve dar 1,5. (htt25)

0,2		**0,6**
	0,3	

Resposta: Por exemplo:

0,2	**0,7**	**0,6**
0,9	**0,5**	**0,1**
0,4	**0,3**	**0,8**

173. Forme o número 24 usando apenas os números **3, 3**, **7**, **7**, uma vez cada. Você pode usar as operações +, -, *, /, e também os parênteses, se achar necessário. (htt3)

Resposta: 7 * (3/7 + 3)

174. Ache um número que tenha sua raiz quadrada maior do que ele mesmo. (htt3)

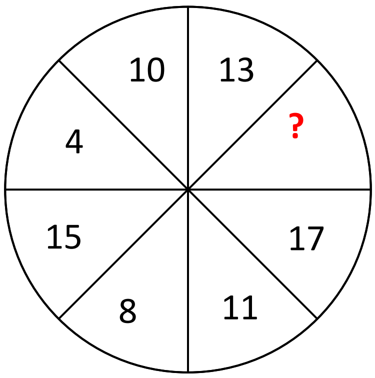
Resposta: Qualquer número entre 0 e 1.

175. Qual é o valor do seguinte produto: (x-a)(x-b)(x-c) ... (x-z) = ?

Resposta: É Zero

Nesta multiplicação, existe um factor que é o (x-x), que é igual a 0.

176. Qual é o número que falta na pizza abaixo? (Stickels, 2009)



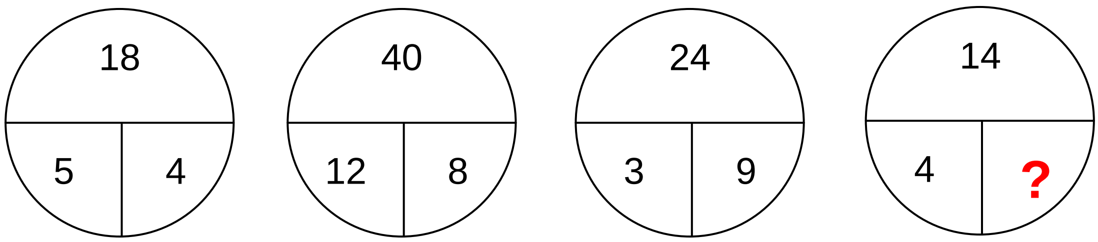
Resposta: 6. A soma de números opostos perfaz 21.

177. Consegues determinar o número que falta na caixa? A regra é a mesma nas três caixas. (Stickels, 2009)

4	5	6
8	10	12
16	20	?
32	40	48

Resposta: 24. Cada número é o dobro do anterior

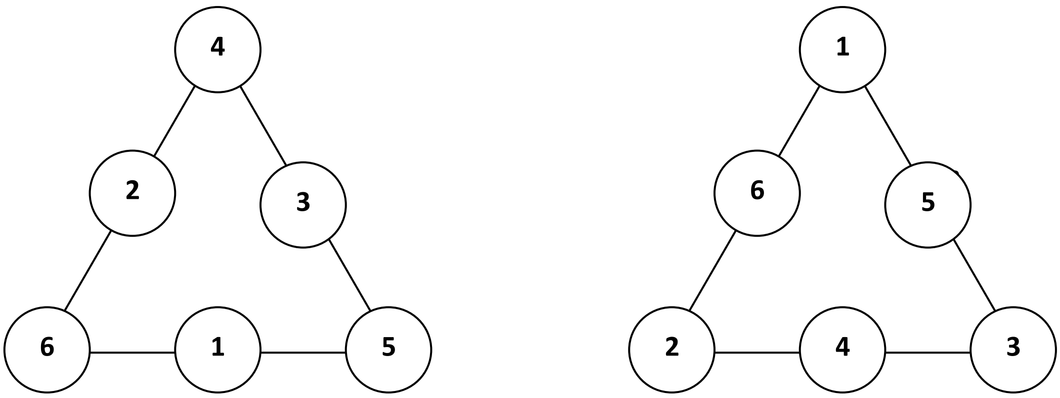
178. Qual é o número que falta no círculo 4º círculo? (Stickels, 2009)



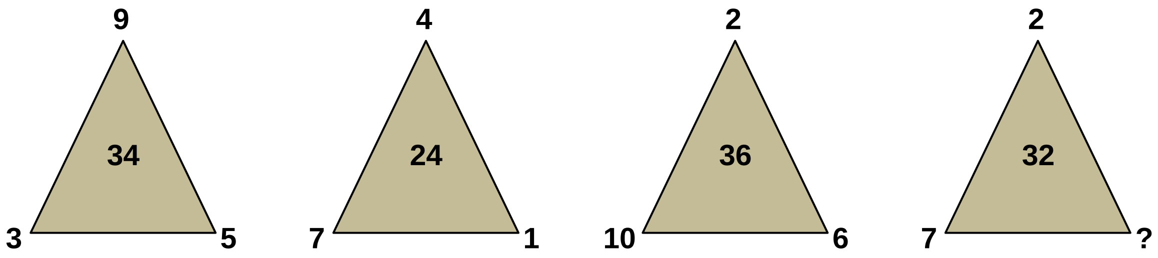
Resposta: 3.

A soma dos dois números inferiores de cada círculo é metade do número da parte superior do círculo.

179. Será possível recolocar os mesmos números no triângulo de modo que a soma seja 9 em cada lado? (Stickels, 2009)



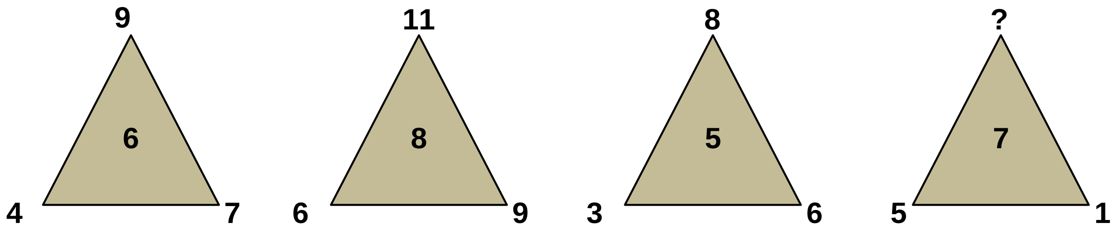
180. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Loyd, 1960)



Resposta: 7

O número que está no interior do triângulo é o dobro da soma dos 3 números exteriores.

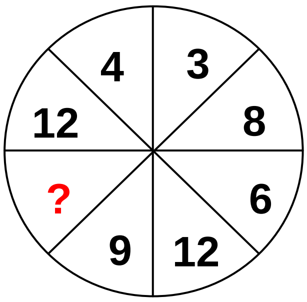
181. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Loyd, 1960)



Resposta: 3

O número que está no interior do triângulo é obtido adicionando o número de cima com o da esquerda e subtraindo o da direita.

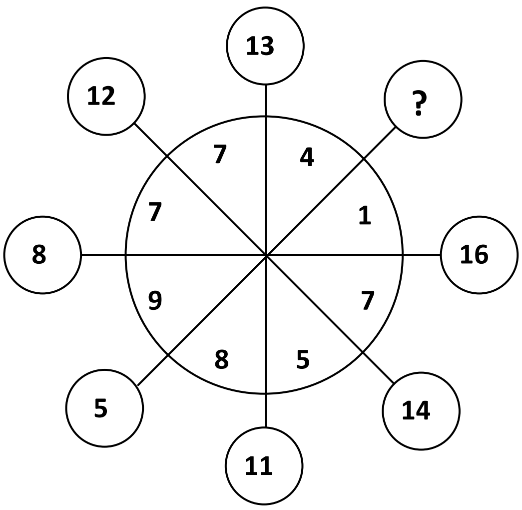
182. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Loyd, 1960)



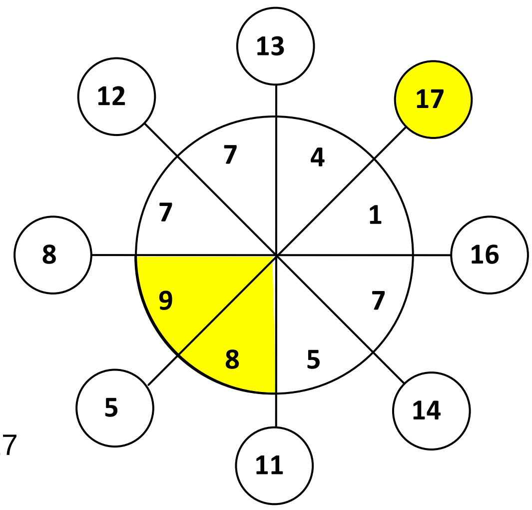
Resposta: 16.

Começando no número mais pequeno temos alternadamente:
3, 6, 9, 12. (de 3 em 3)
4, 8, 12, **16** (de 4 em 4)

183. Que número deve substituir o ponto de interrogação? (Russell e Carter, 2007)



Resposta: 17



Os números de cada círculo pequeno são obtidos somando os números dos dois sectores circulares opostos: 9+8=17

184. Que grupo de números deve substituir os pontos de interrogação? (Russell e Carter, 2007)

20	22	19	21
17	19	16	?
19	21	?	20
16	18	15	?

Resposta: B.

Da 1ª coluna para a 2ª soma-se 2, da 2ª para a 3ª subtrai-se 3 e da 3ª para a 4ª soma-se 2

185. Faz o seguinte cálculo:

Ao número 1.000, soma 40, soma mais 1.000, adiciona 30, adiciona 1.000 novamente, mais 20, mais uma vez 1.000 e mais 10.

Qual é o resultado final? (htt6)

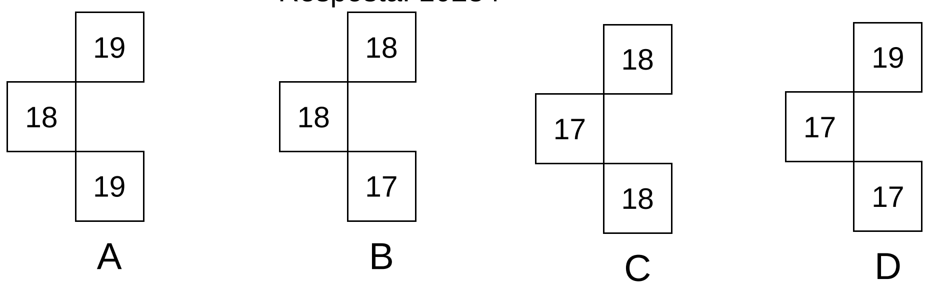
Resposta: 4100

186. Qual é o maior número de 5 algarismos, que tem todos os algarismos diferentes? (htt30)

Resposta: 98765

187. Qual é o menor número de 5 algarismos, que tem todos os algarismos diferentes? (htt30)

Resposta: 10234



188. Um alfaiate tem uma peça de tecido com 20 metros de comprimento. Cada dia ele tira um pedaço de 2 metros. Se o primeiro corte foi feito no dia 11 de Abril, em que dia ele fará o último corte? (htt30)

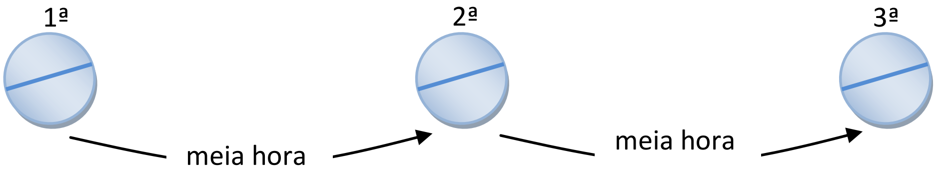
Resposta: Dia 19 de Abril

Se a peça tem 20m, ele vai cortá-la em 10 pedaços de 2m.

Se ele corta o primeiro pedaço no dia 11, então no dia 19 ele deveria cortar o 9º pedaço, mas, ao fazê-lo, o 10º pedaço fica automaticamente cortado.

189. Se um médico te der 3 comprimidos e te pedir para tomar um de meia em meia hora, em quanto tempo tomarás todas as pílulas? (htt30)

Resposta: Ao fim de 1 hora.



190. Disponha 8 ”oitos” de forma que a soma seja 1000. (htt30)

Resposta: 888+88+8+8+8=1000

191. O que fica mais barato: levar dois amigos ao cinema uma vez, ou levar um amigo ao cinema duas vezes? (htt30)

Resposta: É mais barato levar dois amigos porque gasta 3 ingressos. Para levar um amigo duas vezes gasta 4 ingressos.

192. Todos os dias Ana anda 500 m para ir à escola e mais outro tanto para voltar. Quantos metros ela anda por semana? (htt30)

Resposta: 5000m

500x2=1000

1000x5=5000 (5 dias de aulas por semana)

193. Quantas vezes tens de usar o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 99 páginas? (htt30)

Resposta:20

9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99

194. Alguns automóveis estão estacionados na garagem de um prédio. Se contares todas as rodas dos automóveis, o resultado pode ser 46? Porquê? (htt30)

Resposta: Não, porque 46 não é múltiplo de 4.

195. Um fazendeiro tinha 17 ovelhas. Todas, menos 9, morreram. Quantas ovelhas vivas ficaram? (htt30)

Resposta: 9.

196. Onde devemos abrir o livro para que a soma dos dois números das páginas seja 313? (htt30)
Resposta: 156, 157

197. Um gato come um rato em um minuto. Cem gatos comem cem ratos em quantos minutos? (htt30)
Resposta : 1 minuto

198. Um número é formado por dois algarismos cuja soma é 12. Se a esse número acrescentarmos 18, obtemos outro número formado pelos mesmos algarismos, mas invertidos. Qual é o número inicial? (htt30)
Resposta: 57+18= 75. O número é 57

199. Colocar sinais aritméticos e parêntesis de modo a obter o resultado desejado. (htt30)

5 5 5 5 = 4

Resposta: (5 x 5 – 5)**:** 5 = 4

200. Colocar sinais aritméticos de modo a obter o resultado desejado. (htt30)

5 5 5 5 = 0

Resposta: 5 + 5 **–** 5 **–** 5 = 0

201. Colocar sinais aritméticos de modo a obter o resultado desejado. (htt30)

5 5 5 5 = 3

Resposta: (5 + 5 + 5)**:** 5 = 3

202. Colocar sinais aritméticos de modo a obter o resultado desejado. (htt30)

5 5 5 5 = 6

Resposta: (5 x 5 + 5)**:** 5 = 6

203. Colocar sinais aritméticos de modo a obter o resultado desejado. (htt30)

5 5 5 5 = 2

Resposta: (5**:** 5) + (5**:** 5) = 2

204. É verdadeira ou falsa a afirmação: “20% é mais do que 1/8”. (Bryon, 2006)
Resposta: É verdadeira. 1/8 é 12,5%

205. É verdadeira ou falsa a afirmação: “1/3 é menor que 1/4”. (Bryon, 2006)
Resposta: Falsa. 1/3=4/12 e 1/4=3/12

206. É verdadeira ou falsa a afirmação: “6 em 20 é mais do que 30% ”. (Bryon, 2006)
Resposta: Falsa. 6 em 20 é o mesmo que 30%

207. Quantos litros são 1,5 cm^3? (Bryon, 2006)
Resposta: 0,0015 dm^3=0,0015 litros

208. Quais dos seguintes números não são cúbicos? (Bryon, 2006)

8; 27; 64; 94; 125.

Resposta: 94

209. Converte a fração 3/5 numa percentagem. (Bryon, 2006)

Resposta: 3/5=3:5=0,6= 60%

210. Qual é o valor de n para este par de frações equivalentes? (Bryon, 2004)

$$\frac{4}{n} + \frac{20}{15}$$

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 4

Resposta: B

211. Se multiplicares 2/5 por 5/6 o que obténs? (Bryon, 2004)

(A) 1/2 (B) 1/3 (C) 1/6 (D) ¼

Resposta: B

212. Se multiplicares 2/7 por ¾ o que obténs? (Bryon, 2004)

(A) 3/14 (B) 5/7 (C) 3/7 (D) ¼

Resposta: A

213. Um par de sapatos custa 37€. Quanto pagarás se te fizerem 25% de desconto? (Bryon, 2007)

Resposta: 27,75€

37 x 0,75 = 27,75€

214. Uma loja compra relógios a 10€ e vende-os a 16€. Qual é a percentagem de lucro? (Bryon, 2007)

Resposta: 60%. Pode resolver-se com uma regra de três simples

10€ __________100%
6€ ___________ x%

$$x=\frac{6x100}{10}=60\%$$

215. Qual é o número que multiplicado por 5 e dividido por 4,vai dar 5? (Bryon, 2007 b)

Resposta: 4.

$$a\times\frac{5}{4}=5\Leftrightarrow a=4$$

216. Se x+y=4, então 2x+2y é igual a? (Bryon, 2007 b)

(A) 4 (B) 2 (C) 8 (D) 16

Resposta: 8. Porque 2x+2y=2(x+y)=2X4=8

217. Se x>1 e y>2 então:

(A) $\frac{x}{y}>\frac{1}{2}$ (B) $\frac{x}{y}>0$ (C) x-y >0 (D) y-x>1 (Bryon, 2007 b)

Resposta: (B). O quociente, entre dois números positivos, é sempre um número positivo.

218. Se a+b=6 e ab=8 então quanto é $\frac{4}{a}+\frac{4}{b}$? (Bryon, 2007 b)

Resposta: 3

$$\frac{4}{a}+\frac{4}{b}=\frac{4b}{ab}+\frac{4a}{ab}=\frac{4\left(a+b\right)}{ab}=\frac{4\times6}{8}=3$$

219. Quais são os fatores de 13? (Bryon, 2010)

Resposta: 1 e 13.

220. Completa a frase: “Os fatores de 19 são 1 e 19, isso faz com que o 19 seja um número ____”. (Bryon, 2010)

Resposta: primo

221. Qual é o maior fator comum entre 24 e 32? (Bryon, 2010)

Resposta: 8.

222. Quais dos seguintes números são primos? (Bryon, 2010)

4, 5, 7, 12, 17

Resposta: 5, 7 e 17

223. Determina o valor de | 6 | – | –7 | (Davis e outros, 2006)

Resposta: -1.

| 6 | – |–7 | = 6 **–** (+7) = –1

224. Qual é o menor número que é divisível por 4 e que tem 7 e 3 como fatores. (Davis e outros, 2006)

Resposta: 7x3x4=84

225. Se ab é par, qual das seguintes hipóteses não pode ser verdadeira? (Davis e outros, 2006)

i. a ou b é zero
ii. b é ímpar
iii. a e b são ímpares

Resposta: iii não pode ser verdadeira. Se a e b fossem ímpares então ab seria ímpar.

226. Se n e p forem ambos ímpares, qual das seguintes respostas representa um número par?

(A) n+p (B) np (C) np+2 (D) n+p+1 (E) 2n+p

Resposta: (A). A soma de dois números ímpares é sempre um número par.

(Jaffe e Hilbert, 2006)

227. Uma caixa com meia dúzia de ovos custa 0,90€ e os pimentos custam 0,20€ cada um. Uma omelete leva 3 ovos e ¼ de um pimento. Vamos comprar ingredientes para 5 omeletes. Que dinheiro vamos gastar? (Jaffe e Hilbert, 2006)

Resposta: 3,10€

Para as 5 omeletes precisamos de 5x3=15 ovos e 5x1/4=5/4= 1+1/4 de pimento.

Como só nos vendem pimentos inteiros e caixas de ovos completas, então vamos ter que comprar:

- 2 pimentos 2x0,20=0,40€
- 3 caixas de ovos. 3x0,90=2,70€

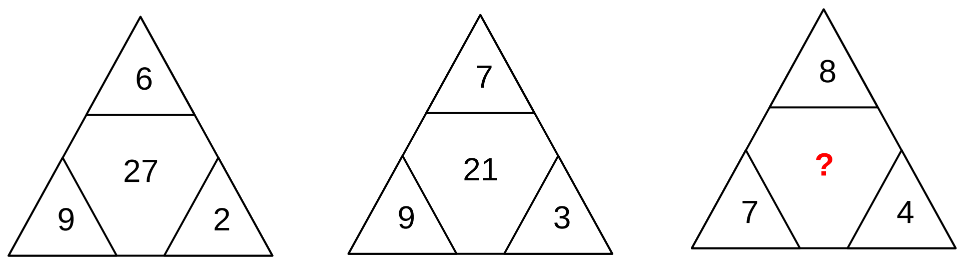
Então vamos gastar 0,40+2,70=3,10€

228. Qual é o número positivo tal que 1/5 dele multiplicado por 1/7 dele é igual a si próprio. (Trigg, 1985)

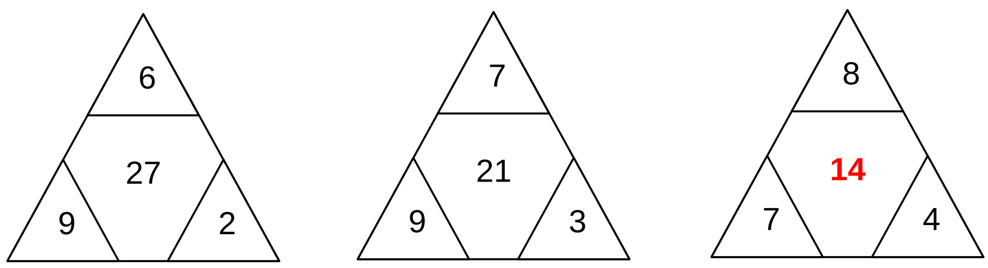
Resposta: 35

$$\frac{1}{5}x\times\frac{1}{7}x = x \Leftrightarrow \frac{1}{35}x^2 = x \Leftrightarrow \frac{1}{35}x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{35}x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee \frac{1}{35}x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 35$$

229. Que número pode substituir o ponto de interrogação? (Carter, 2007)



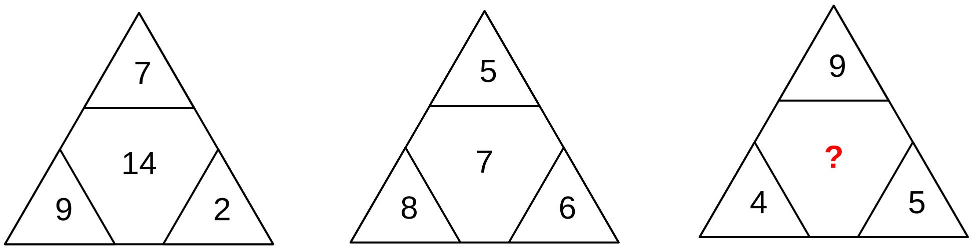
Resposta: 14



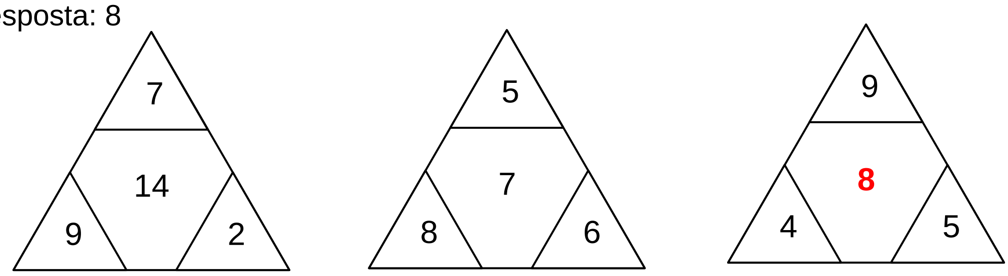
$9\times 6\div 2 = 27$ $9\times 7\div 3 = 21$

$7\times 8\div 4 = 14$

230. Que número pode substituir o ponto de interrogação?

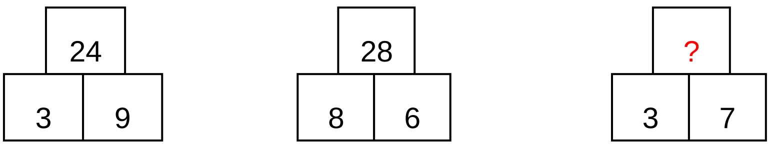


Resposta: 8

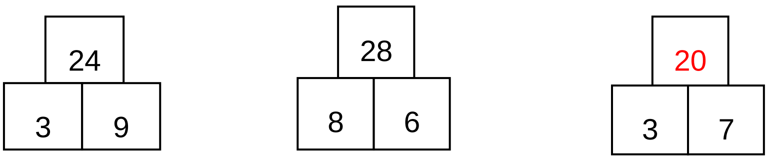


$9 + 7 - 2 = 14$ $5 + 8 - 6 = 7$ $9 + 4 - 5 = 8$

231. Que número pode substituir o ponto de interrogação? (Carter, 2007)

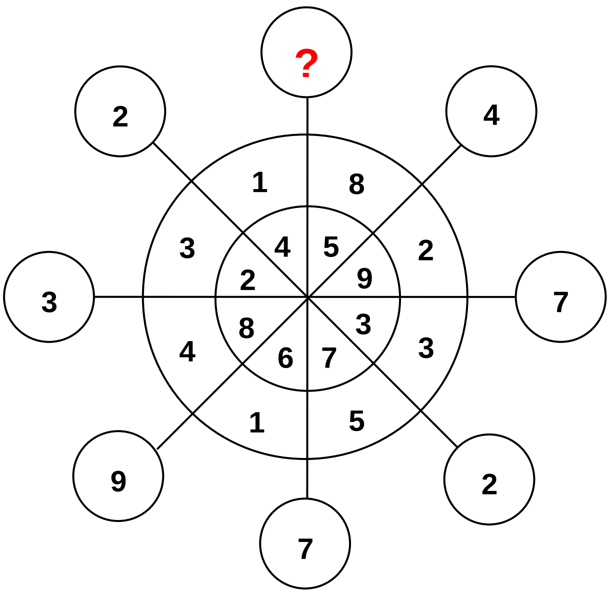


Resposta: 20

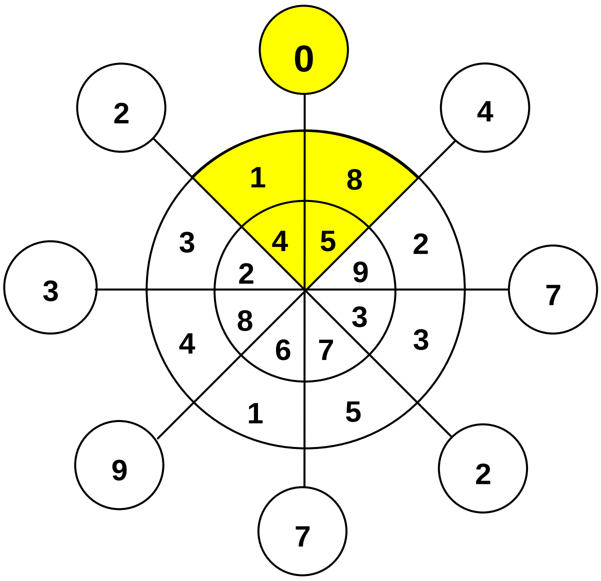


$(3 + 9) \times 2 = 24$ $(8 + 6) \times 2 = 28$ $(3 + 7) \times 2 = 20$

232. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Carter, 2007)

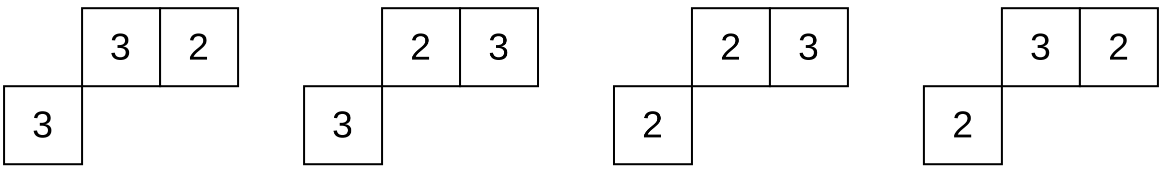


Resposta: (4+5) – (8+1) = 0



233. Qual é a série que completa o quadrado? (Carter, 2007)

3	2	5	4
1	0		
4		6	5
2	1	4	3



A B C D

Resposta: A. Da 1ª linha para a 2ª subtrai-se 2, da 2ª para a 3ª soma-se 3 e da 3ª para a 4ª subtrai-se 2.

234. Quanto é $\frac{3}{8}$ dividido por $\frac{9}{16}$? (Carter, 2007)

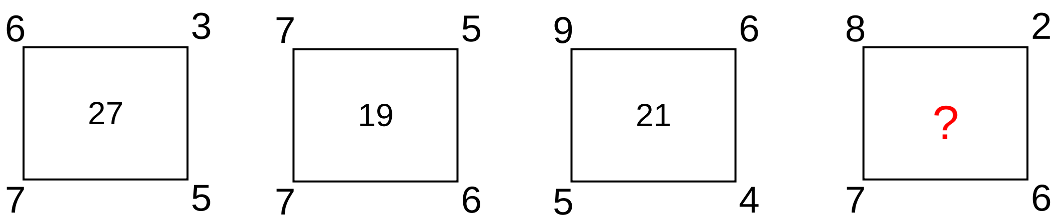
Resposta: $$\frac{3}{8} \div \frac{9}{16} = \frac{3}{8} \times \frac{16}{9} = \frac{3 \times 2 \times 8}{8 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

235. Quanto é $\frac{12}{16}$ expresso em número decimal? (Carter, 2007)

Resposta: 0,75

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

236. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Carter e Russell, 2008)



Resposta: 44.

1º quadrado: 6x7-3x5=27

2º quadrado: 7x7-5x6=19

3º quadrado: 9x5-6x4=21

4º quadrado: 8x7-2x6=44

237. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Carter e Russell, 2008)

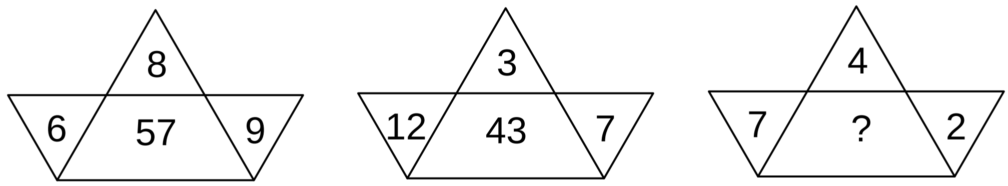
2	9	7
10	?	12
8	13	5

Resposta:22

2	9	7	2+7=9
10	22	12	10+12=22
8	13	5	8+5=13

2+8=10
9+13=22
7+5=12

238. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Carter e Russell, 2008)



Resposta: 30

1º figura: 6x8 + 9 = 57

2º figura: 12x3 + 7 = 43

3º figura: 7x4 + 2 = 30

239. Uma escola tem 200 alunos; 55 alunos têm lições de ginástica. Qual é a percentagem de alunos que têm lições de ginástica? (Williams, 2010)

Resposta: 55: 200 = 0.275= 27,5 %

240. Quanto é $\frac{16}{25}$, em percentagem? (Williams, 2010)

Resposta: $16 \div 25 \times 100 = 64\%$

241. Quanto é $\frac{1}{8}$, em percentagem? (Williams, 2010)

Resposta: 12,5%

242. Se 59 são 25%, quantos são 100%? (Hodgson, 2004)

Resposta: 59:0,25=236

243. Se café é 3, 1, 6, 5, o que é o chá? (Hodgson, 2004)

Resposta: 3, 8,1. Números atribuídos pela ordem das letras do alfabeto.

244. Se $3x$+3=15, quanto é x? (Hodgson, 2004)

Resposta: 4

245. Se $4x - 4 = 20$, quanto é x? (Hodgson, 2004)

Resposta: 6

246. Preenche cada quadrado com um dígito de 1 a 9 de modo que ambas as igualdades fiquem corretas. (Yoshigahara, 2003)

$$\begin{cases} \square\,\square \times \square = \square\,\square \\ \square \times \square = \square\,\square \end{cases}$$

Resposta:

$$\begin{cases} \boxed{2}\,\boxed{7} \times \boxed{3} = \boxed{8}\,\boxed{1} \\ \boxed{6} \times \boxed{9} = \boxed{5}\,\boxed{4} \end{cases}$$

247. Preenche os 5 quadrados com 5 dígitos diferentes. Os 5 dígitos têm que ser consecutivos, por exemplo, de 1a 5, de 2 a 6, de 3 a 7, de 4 a 8 ou de 5 a 9. (Yoshigahara, 2003)

$$\square\,\square = \square + \square + \square$$

Resposta:

$$\boxed{1}\,\boxed{2} = \boxed{3} + \boxed{4} + \boxed{5}$$

248. Preenche os 5 quadrados com 5 dígitos diferentes. Os 5 dígitos têm que ser consecutivos, por exemplo, de 1a 5, de 2 a 6, de 3 a 7, de 4 a 8 ou de 5 a 9. (Yoshigahara, 2003)

$$\square \times \square = \square + \square + \square$$

Resposta:

$$\boxed{2} \times \boxed{6} = \boxed{3} + \boxed{4} + \boxed{5}$$

249. Preenche os 5 quadrados com 5 dígitos diferentes. Os 5 dígitos têm que ser consecutivos, por exemplo, de 1a 5, de 2 a 6, de 3 a 7, de 4 a 8 ou de 5 a 9. (Yoshigahara, 2003)

$$\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{} + \boxed{}\boxed{}$$

Resposta:

$$\boxed{8} \times \boxed{9} = \boxed{7} + \boxed{6}\boxed{5}$$

ou

$$\boxed{8} \times \boxed{9} = \boxed{5} + \boxed{6}\boxed{7}$$

Anexo 8

Sequências

SEQUÊNCIAS

1. Qual o próximo número da seguinte sequência:

   2, 1, 3, 4, 7, 11, …..

   Resposta: 18 (cada termo é a soma dos dois termos imediatamente precedentes)
   Adaptado de (htt7)

2. Qual o próximo número da seguinte sequência:

   – 9, –16, –23, –30, –37, –44, …..

   Resposta: –51 (Cada termo resulta da soma de –7 com o termo precedente)
   Adaptado de (htt7)

3. Qual o próximo número da seguinte sequência:

   1, 4, 9, 16, 25, 36, …..

   Resposta: $7^2 = 49$ (sucessão dos quadrados dos números naturais)
   Adaptado de (htt7)

4. Qual o próximo número da seguinte sequência:

   –2, 4, –8, 16, …..

   Resposta: $(-2)^5 = -32$ (5º termo da sucessão de termo geral $u_n = (-2)^n$).
   Adaptado de (htt7)

5. Qual o próximo número da seguinte sequência:

   3, 5, 7, 9, 11, …..

   Resposta: 13 (Cada termo resulta da soma de 2 com o termo precedente)
   Adaptado de (htt24)

6. Qual o próximo número da seguinte sequência:

   1, 3, 6, 10, 15, …..

   Resposta: 21

   $$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15 \xrightarrow{+6} 21$$

   Adaptado de (htt7)

7. Qual o próximo número da seguinte sequência:

   1, 8, 27, 64,…..

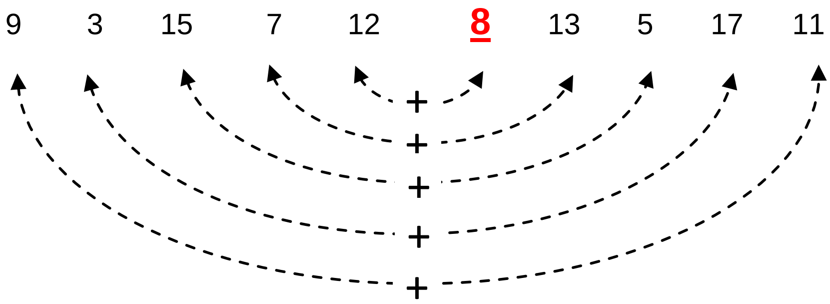
   Resposta: $5^3 = 125$ (sucessão dos cubos de números naturais)
   Adaptado de (htt7)

SEQUÊNCIAS

8. Qual o número que falta nesta sequência?

9 3 15 7 12 **?** 13 5 17 11 (Stickels T. H., 1999)

Resposta: 8. A soma dos termos, como se ilustra a seguir, é sempre igual a 20.

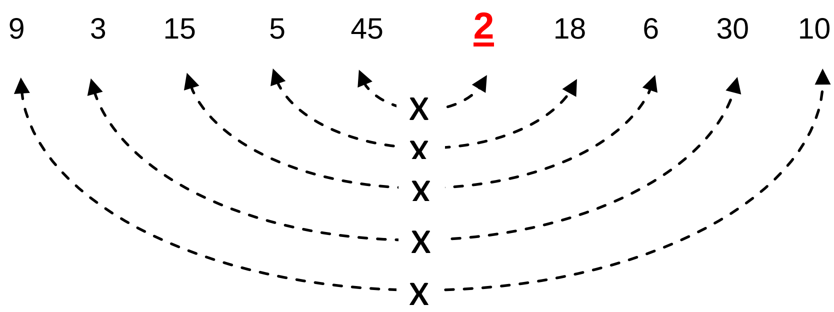


9. Qual o número que falta nesta sequência?

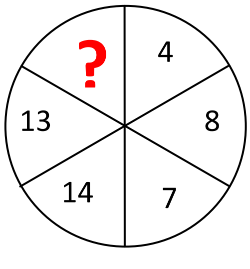
9 3 15 5 45 **?** 18 6 30 10

Adaptado de (Stickels T. H., 1999)

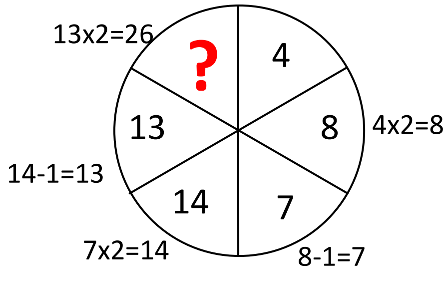
Resposta: 2. O produto dos números, como se ilustra a seguir, é sempre igual a 90.



10. Qual é o número que falta? (Ricci, 2000)



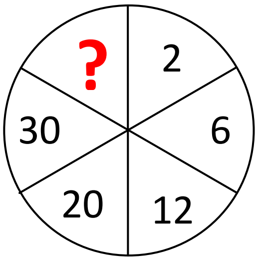
Resposta: 26



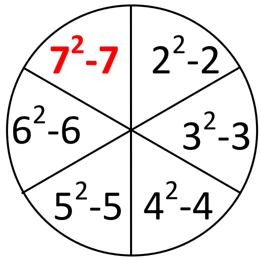
(Alternadamente, no sentido horário, ora se multiplica por 2, ora se subtrai 1 ao termo anterior)

SEQUÊNCIAS

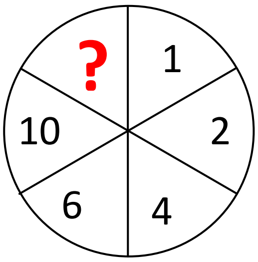
11.Qual é o número que falta? (Ricci, 2000)



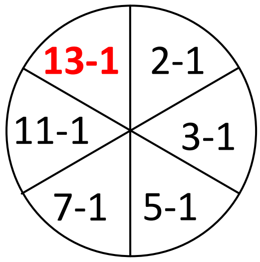
Resposta: 42 $=7^2-7$



12.Qual é o número que falta? (Ricci, 2000)

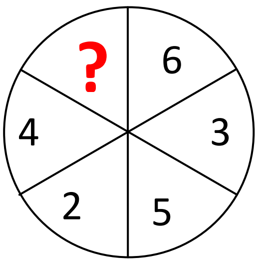


Resposta: 14

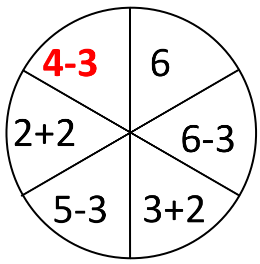


(sucessão dos números primos subtraídos de uma unidade)

13.Qual é o número que falta? (Ricci, 2000)

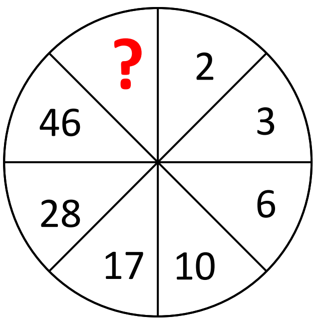


Resposta: 1.



(Alternadamente, no sentido horário, ora se subtrai 3 ora se soma 2 ao termo anterior. Logo temos 4 – 3 = 1)

14.Qual é o número que falta? (Ricci, 2000)

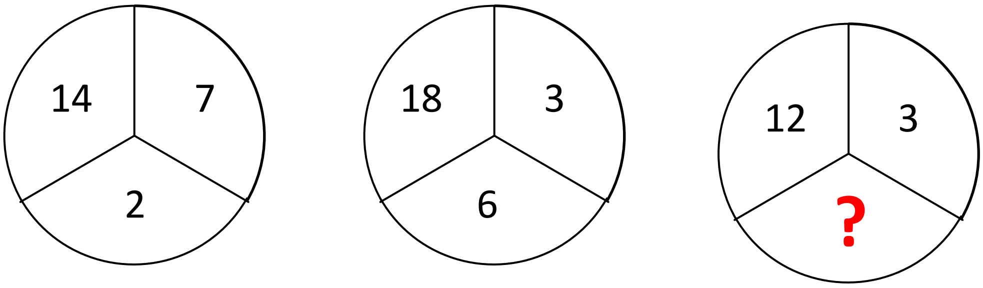


Resposta: 75

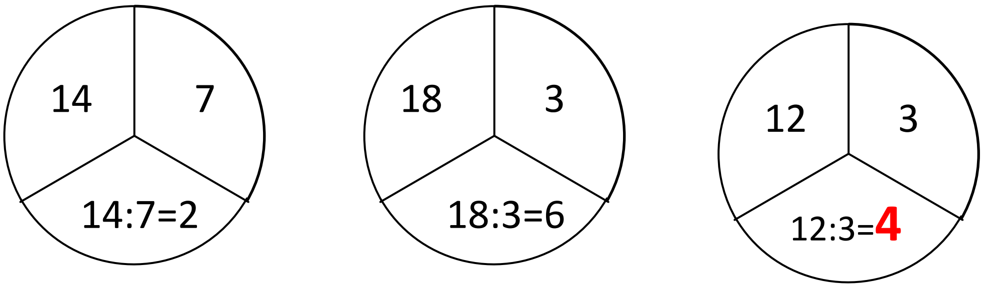
É a soma dos dois números anteriores com 1.
46+28+1=75

SEQUÊNCIAS

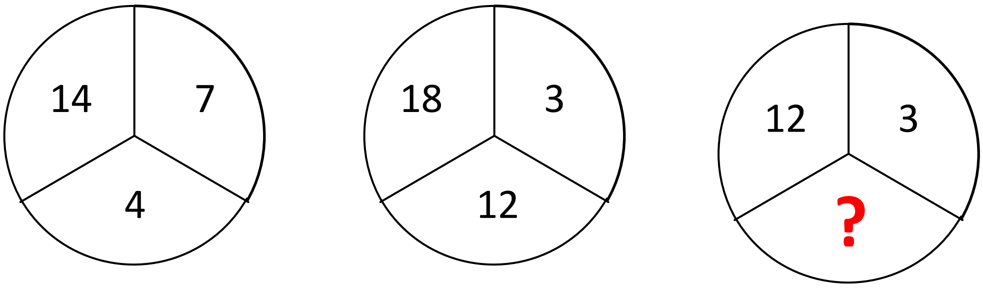
15.Que número completa a sequência? (Ricci, 2000)



Resposta: 12:3=4 (resultado da divisão do número superior da esquerda pelo da direita)

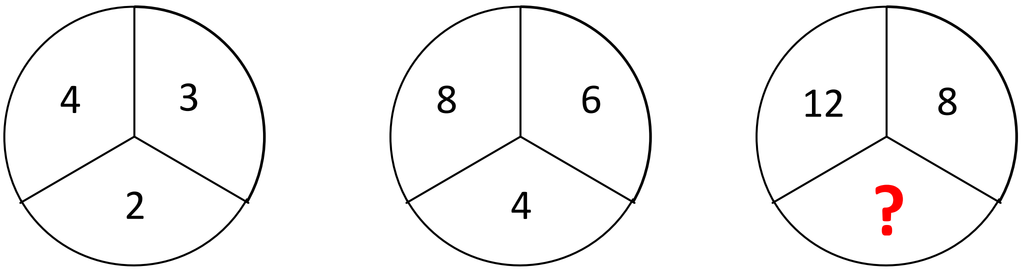


16. Que número completa a sequência? (Ricci, 2000)



Resposta: 8. (dobro da divisão do número superior da esquerda pelo da direita (12:3) x 2 =8)

17. Que número completa a sequência? (Ricci, 2000)



Resposta: 4. Começando à esquerda e andando no sentido dos ponteiros do relógio, subtrai-se a mesma quantidade, ou seja, 4.

SEQUÊNCIAS

18.Quais são os números que faltam? (Ricci, 2000)

1	8	9	64	?	216
1	4	27	16	?	36

25
125

Resposta:

1^2	2^3	3^2	4^3	5^2	6^3
1^3	2^2	3^3	4^2	5^3	6^2

19.Quais são os números que faltam? (Ricci, 2000)

4	12	6	18	?
4	2	6	3	?

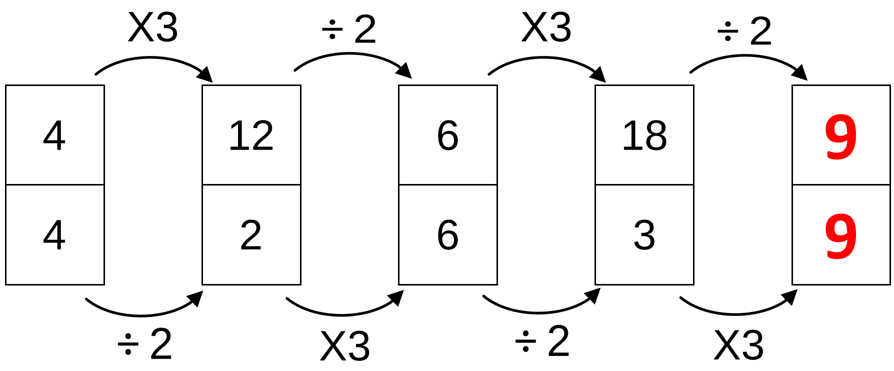
Resposta:

9
9

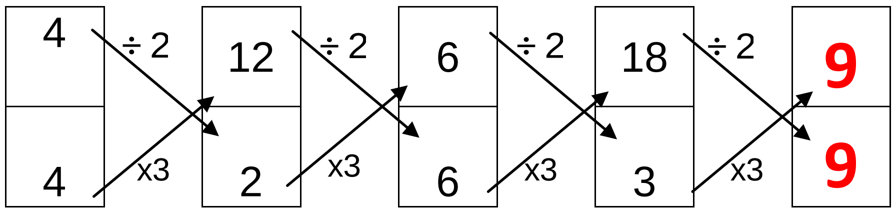
Em cima : Multiplicar por 3 e dividir por 2, alternadamente.

Em baixo: Dividir por e 2 multiplicar por 3, alternadamente.

SEQUÊNCIAS



Ou então:



20. Quais são os números que faltam? (Ricci, 2000)

1	4	9	16	?
1	9	25	49	?

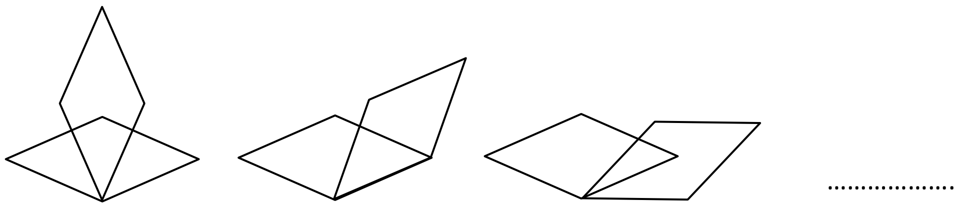
Resposta:

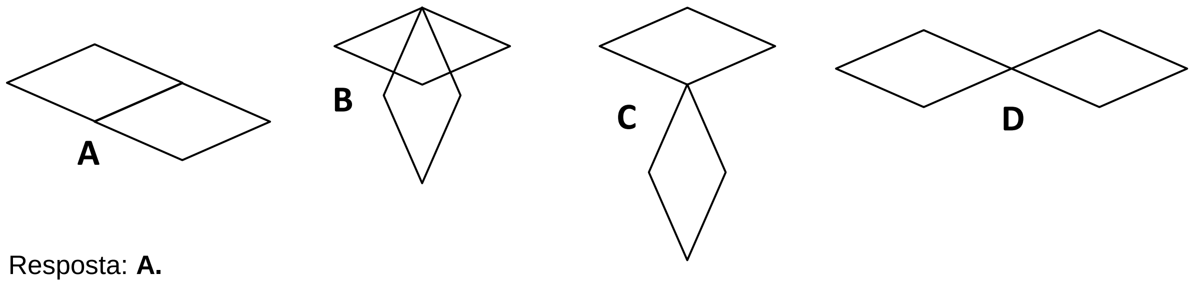
25
81

1^2	2^2	3^2	4^2	5^2
1^3	3^2	5^2	7^2	9^2

SEQUÊNCIAS

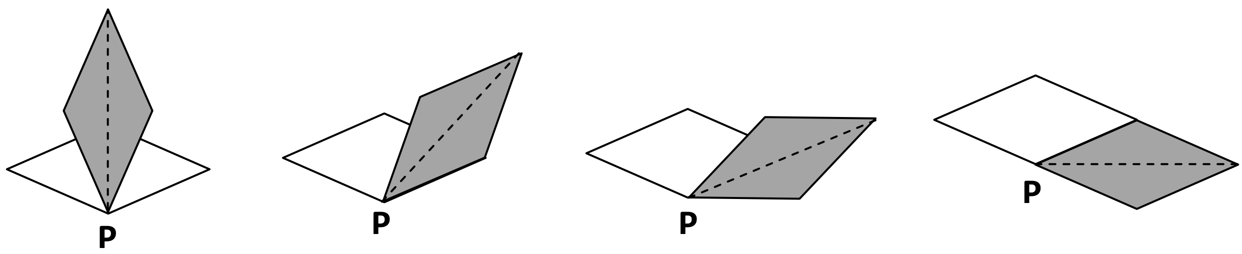
21.Que figura completa a sequência? (Russel e Carter, 2000)



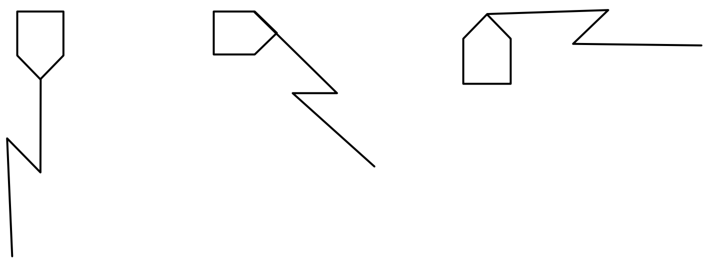


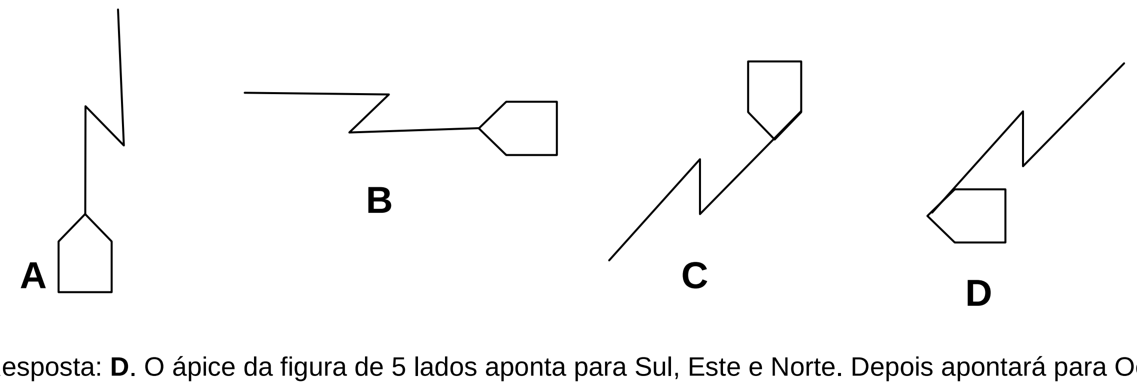
Resposta: **A.**

O losango sombreado vai tendo sucessivas rotações de centro em P, em sentido negativo, com uma amplitude que não excede, em módulo, um ângulo agudo.



22. Que figura completa a sequência de relâmpagos? (Russel e Carter, 2000)

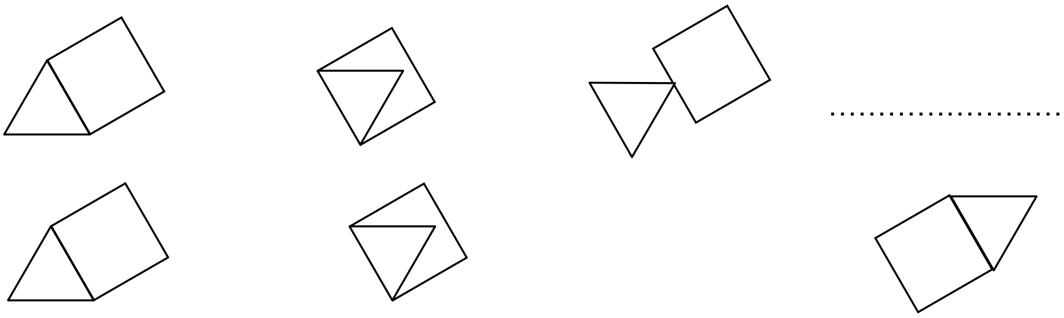




Resposta: **D**. O ápice da figura de 5 lados aponta para Sul, Este e Norte. Depois apontará para Oeste.
O relâmpago está ligado ao ápice e, relativamente a este, roda, de cada vez, 45º no sentido dos ponteiros do relógio.

SEQUÊNCIAS

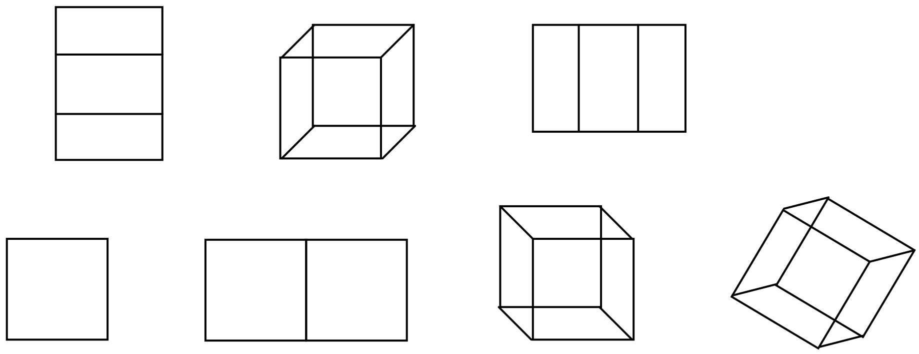
23. Que figura completa a sequência? (Russel e Carter, 2000)



A B D

Resposta: **C.** O triângulo volta para dentro do quadrado invertido verticalmente.

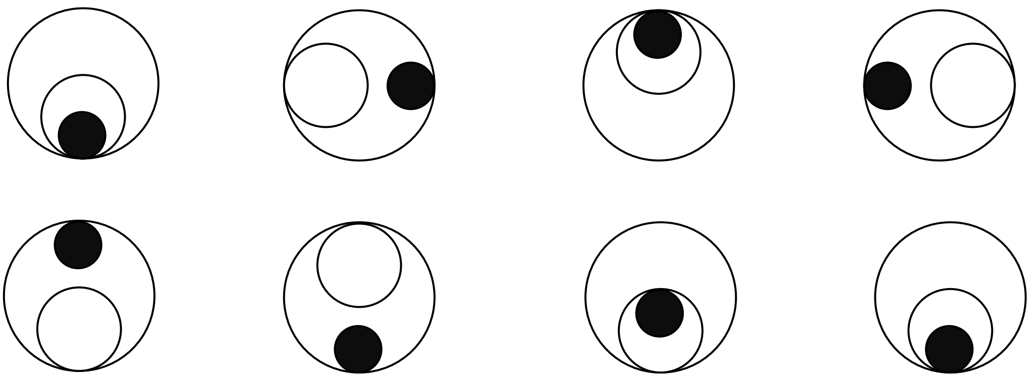
24. Qual das opções abaixo é a continuação da sequência acima? (Russel e Carter, 2000)



A B C D

Resposta: **C**.

25. Que figura completa a sequência? (Russel e Carter, 2000)



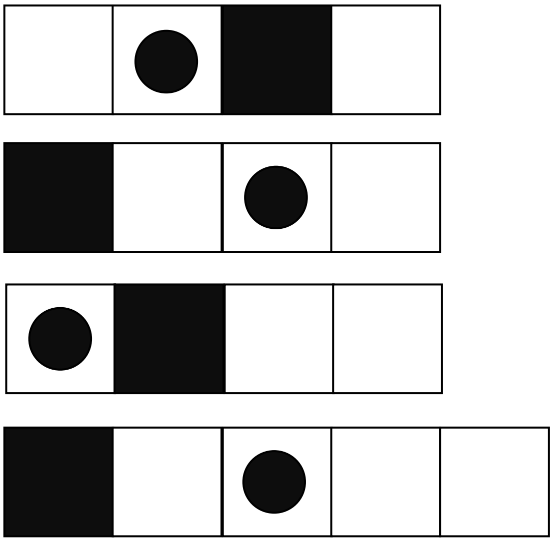
A B C D

Resposta: **D.**

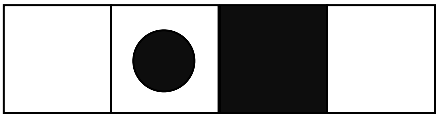
O círculo negro vai rodando sobre o círculo maior no sentido positivo, enquanto o círculo branco vai rodando sobre o círculo maior, no sentido negativo.

SEQUÊNCIAS

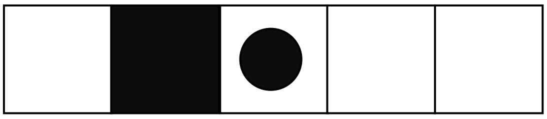
26.Que figura completa a sequência? Adaptado de (Russel e Carter, 2000)



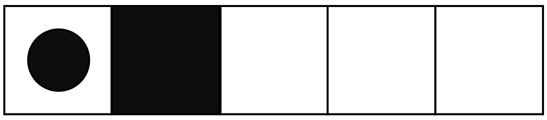
A



B



C



D

Resposta: **C.**

O círculo negro move-se uma casa para a direita, duas para a esquerda, uma para a direita, duas para a esquerda, etc…

O quadrado negro move-se duas casas para a direita, uma para a esquerda, duas para a direita, uma para a esquerda, etc …

SEQUÊNCIAS

27. Quais são os três números seguintes, de cima a baixo, nesta sequência tripla? (Wells D. , 2000)

3	**11**	**-5**	**27**	**?**
8	**1**	**15**	**-13**	**?**
6	**5**	**7**	**3**	**?**

Resposta:

3	**11**	**-5**	**27**	**- 37**
8	**1**	**15**	**-13**	**43**
6	**5**	**7**	**3**	**11**

Pensa-se em cada linha em separado. Faz-se a diferença ente cada número e o anterior. Verifica-se que cada diferença é a partir da inicial, a anterior multiplicada por -2.

28. Quais são os 2 números seguintes, nesta sequência? Adaptado de (Wells D. , 2000)

1 3 7 15 31

Resposta:

A cada termo ordem n somamos o termo da mesma ordem, da sucessão de termo geral 2^n .

$$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+4} 7 \xrightarrow{+8} 15 \xrightarrow{+16} 31 \xrightarrow{+32} 63 \xrightarrow{+64} 127$$

Ou então:

Multiplica-se o termo anterior por 2 e soma-se 1.

29. Quais são os 2 números seguintes, nesta sequência?

0 1 4 10 20 35

Resposta: 56 e 84.

$$+1 \xrightarrow{+2} +3 \xrightarrow{+3} +6 \xrightarrow{+4} +10 \xrightarrow{+5} +15 \xrightarrow{+6} +21 \xrightarrow{+7} +28$$

$$0 \xrightarrow{+1} 1 \xrightarrow{+3} 4 \xrightarrow{+6} 10 \xrightarrow{+10} 20 \xrightarrow{+15} 35 \xrightarrow{+21} 56 \xrightarrow{+28} 74$$

SEQUÊNCIAS

30. Se cada uma das duas sequências se prolongarem indefinidamente, qual delas tem mais números? (Wells D. , 2000)

(A)	1	2	3	4	5	6	7	8 ……….
(B)	1	4	9	16	25	36	49	64 ………

Resposta: Nenhuma. O número de termos é igual em cada sequência porque a cada número de (A) corresponde o seu quadrado em (B).

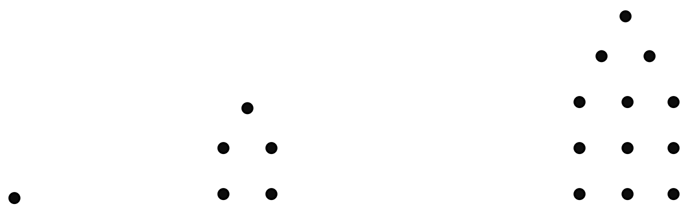
31. A seguinte sequência é a dos Números Pentagonais. Qual o número que vem a seguir? (Kaplan e Kaplan, 2003).

1 5 12 22

Resposta:

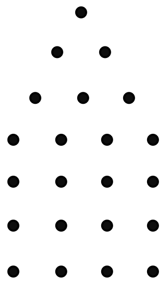
1 + 4 = 5
5 + 7 = 12
12 +10 = 22
22 + 13 =35

32. Qual o número de pontos do próximo termo desta sequência? Adaptado de (Kaplan e Kaplan, 2003).



1   1 + 4 = 5   3 + 9 = 12

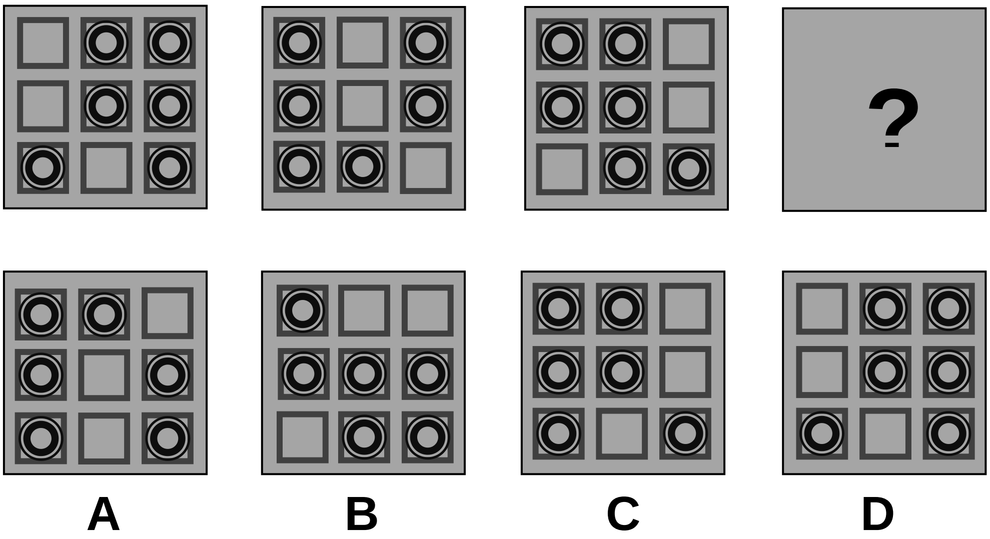
Resposta: 22



6 + 16 = 22

SEQUÊNCIAS

33. Qual é a figura que completa a seguinte sequência? (Haselbauer, 2006)



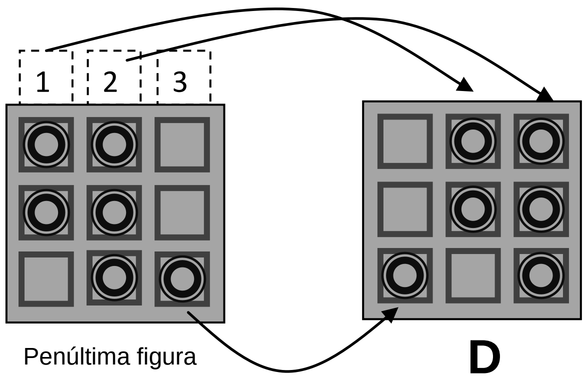
Resposta: D.

A regra é a seguinte:

1ª coluna passa para 2ª coluna;

2ª coluna passa para 3ª coluna;

3ª coluna passa para 1ª coluna;



34. Encontra o número que falta na sequência: (Haselbauer, 2006)

 6000, 3000, …….. , 750, 325

 Resposta: 1500. Cada termo é obtido dividindo o anterior por 2.

35. Qual é próximo número da seguinte sequência: (Haselbauer, 2006)

 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 …..

 Resposta: 21. Cada termo, à exceção do primeiro obtém-se somando os dois termos precedentes

SEQUÊNCIAS

36. Qual é o número que falta na seguinte sequência: (Haselbauer, 2006)

    200, 175, 150, …… 100, 75

    Resposta: 125. Cada termo é obtido subtraindo 25 ao termo precedente

37. Comparação:

    T é 5 vezes maior que G;
    B é 10 vezes maior que T;

    Isso quer dizer que:

    (A) T é 15 vezes maior que B

    (B) B é 15 vezes maior que G

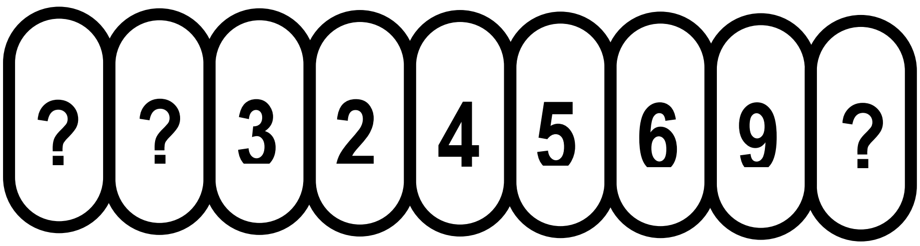
    (C) B é 50 vezes maior que G

    (D) G é 50 vezes maior que B

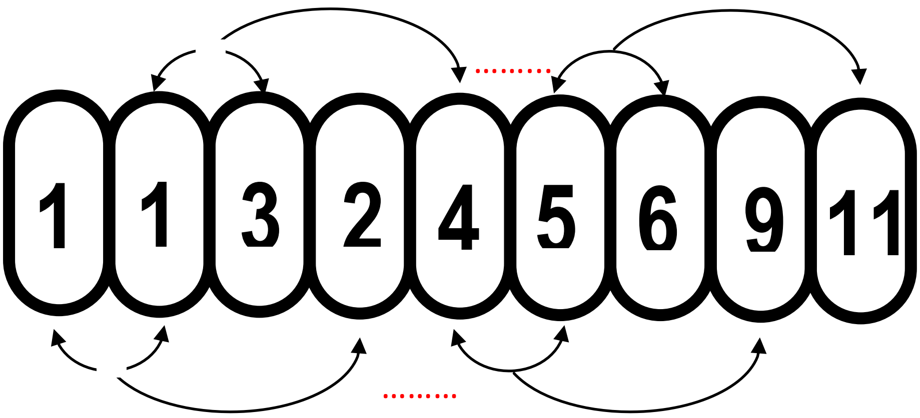
    (Haselbauer, 2006)

    Resposta: (C)

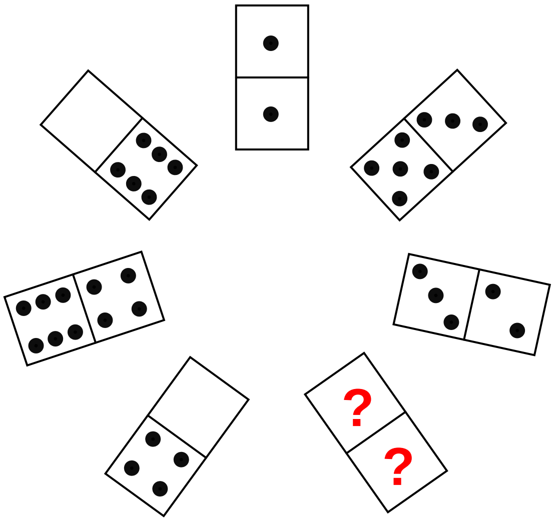
38. Consegues descobrir os três números que faltam para completar a sequência numérica? (Ryan, 1996)



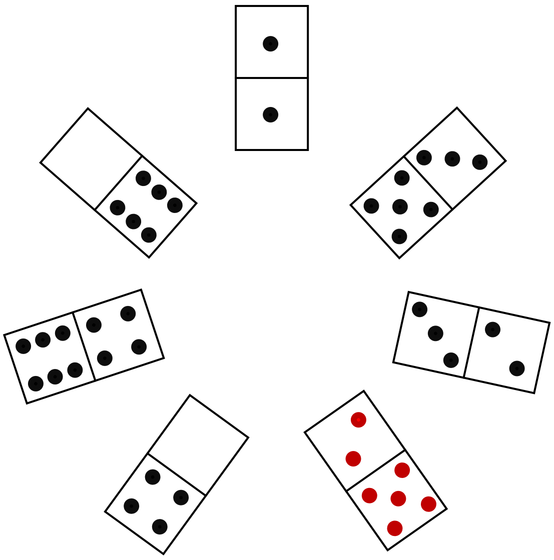
Resposta:



39. Qual a peça que falta neste dominó? (htt8)



Resposta: Nos quadrados exteriores estão todos os números menos o 5, logo é esse que está a faltar. Nos quadrados exteriores estão todos os números menos o 2, logo é esse que está a faltar.



40. Qual o próximo número da seguinte sequência? (htt8)

12 15 21 24 30 33 39 51 57 69 84 96

Resposta:

+3 +6 +3 +6 +3 +6 +12 +6 +12 +15 +12 +15

12 15 21 24 30 33 39 51 57 69 84 96 111

SEQUÊNCIAS

41. Qual o próximo número da sequência: 13, 16, 22, 34, 58, 106,? (htt8)

    Resposta:

    106 x 2 - 10 = 202

    Cada termo é obtido multiplicando o anterior por 2 e subtraindo 10.

    Ou

    $$13 \xrightarrow{+3} 16 \xrightarrow{+6} 22 \xrightarrow{+12} 34 \xrightarrow{+24} 58 \xrightarrow{+48} 106 \xrightarrow{+96} 202$$

    Somar a cada termo o dobro do que se somou anteriormente.

42. Qual é o número seguinte: (htt9)

    9 , 16 , 25 , 36 , ...

    Resposta: $49 = 7^2$

43. Qual é o número seguinte? (htt9)

    2 , 3 , 5 , 9 , 17 , ___

    Resposta: 33.

    A cada termo soma-se sempre o dobro do valor que se somou ao precedente

    $$2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+4} 9 \xrightarrow{+8} 17 \xrightarrow{+16} 33$$

    Ou: O termo seguinte é o dobro do anterior menos 1.

44. Números por letras. (Wells D. , 2000)

    Indique o número seguinte nesta sequência:

    1, 10, 2, 5, …

    Resposta: 4

    1 (um) é o número mais pequeno com duas letras;
    10 (dez) é o número mais pequeno com três letras;
    2 (dois) é o número mais pequeno com quatro letras;
    5 (cinco) é o número mais pequeno com cinco letras
    4 (quatro) é o número mais pequeno com cinco letras

    Se quiséssemos continuar teríamos:

    1, 10, 2, 5, 4, 14, 19, 16, …

SEQUÊNCIAS

45. Indica o número seguinte nesta sequência:

    1, 1, 3, 5, 11, 21, …

    Resposta: 43. Duplique o anterior e subtraia 1, duplique o anterior e some 1, …..

46. Indica o número seguinte nesta sequência:

    3, 6, 12, 24, 48, …

    Resposta: 96. Cada termo é o dobro do anterior.

47. Determina o 5º termo da sequência: (htt10)

    1, 6, 11, 16, ….

    Resposta: 21. Cada termo é obtido somando 5 ao anterior.

48. Determina o 5º termo da sequência: (htt10)

    $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, ...$

    Resposta:

    $\frac{1}{16^2} = \frac{1}{256}$

    $\frac{1}{1^2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{4^2}, \frac{1}{8^2}, \frac{1}{16^2} \; ......$

    Cada termo obtém-se multiplicando o anterior por $\frac{1}{4}$

49. Uma formiga sobe uma parede. Em cada minuto, sobe 1 cm mais que no minuto anterior. No primeiro minuto subiu 3 cm. Ao fim se 6 minutos a que distância se encontra do ponto de partida? (htt10)

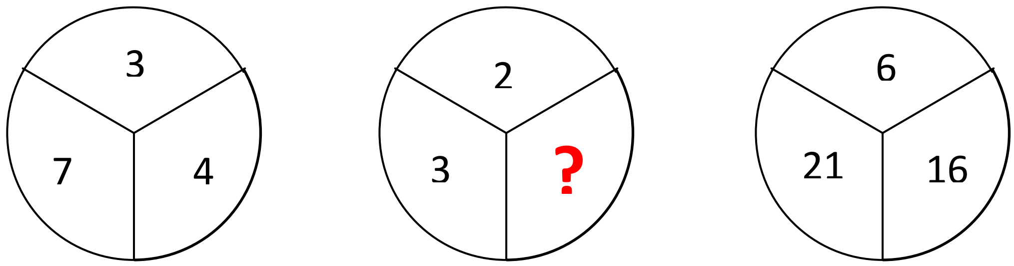
    Resposta:

$$\begin{array}{cccccc} 3 \xrightarrow{+1} & 4 \xrightarrow{+1} & 5 \xrightarrow{+1} & 6 \xrightarrow{+1} & 7 \xrightarrow{+1} & 8 \\ 1^{\text{o}} \text{ min} & 2^{\text{o}} \text{ min} & 3^{\text{o}} \text{ min} & 4^{\text{o}} \text{ min} & 5^{\text{o}} \text{ min} & 6^{\text{o}} \text{ min} \end{array}$$

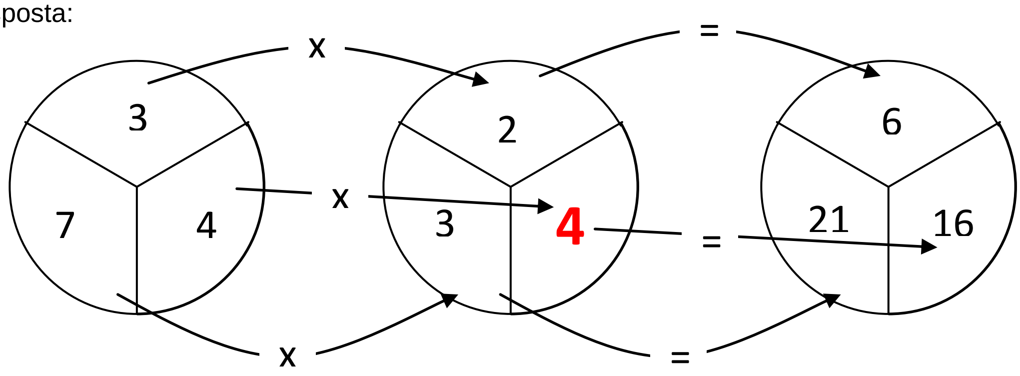
3+4+5+6+7+8=33cm

Ao fim de 6 minutos a formiga encontra-se a 33cm do ponto de partida

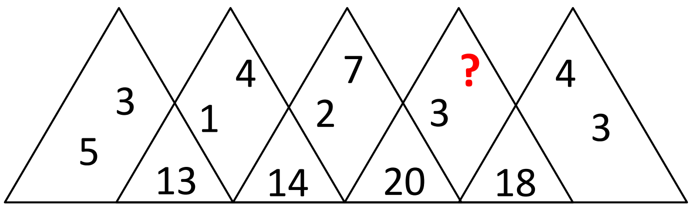
50. Qual é o número que falta? (Carter e Russell, 2007)



Resposta:



51. Qual é o número que falta? (Carter e Russell, 2007)

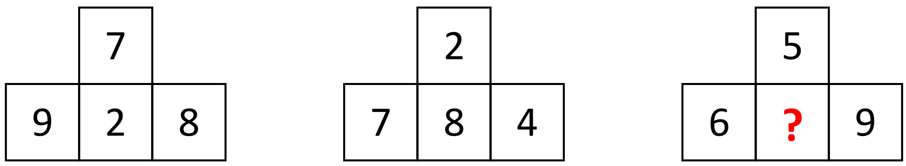


Resposta: 8

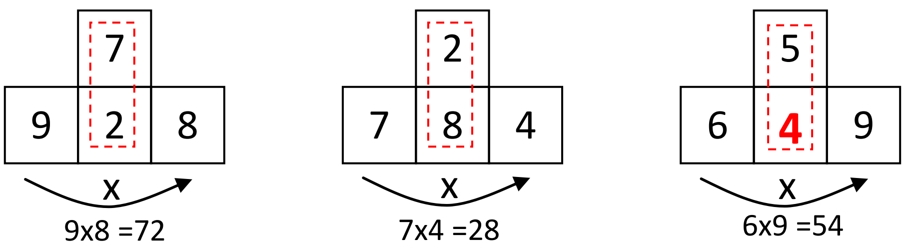
Cada um dos números que está nos triângulos da base é a soma dos que o contornam.

3+**8**+4+3=18

52. Que número pode substituir o ponto de interrogação? (Carter e Russell, 2007)

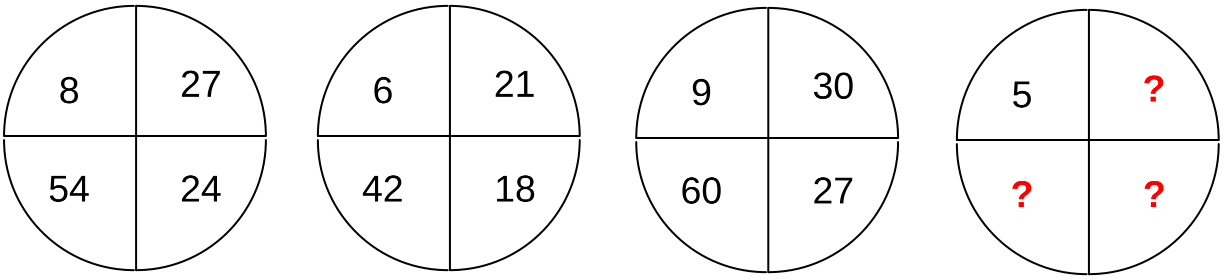


Resposta: 4

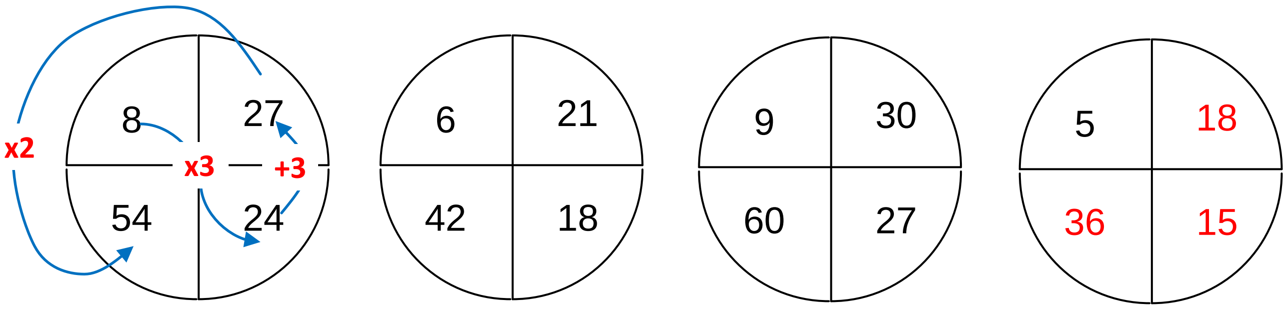


SEQUÊNCIAS

53. Que números podem substituir os pontos de interrogação? (Carter e Russell, 2007)



Resposta:



54. Qual é o próximo número na sequência abaixo? (Stickels T. , 2009)

1 4 9 16 25 36 ?

Resposta: 49. Sucessão dos quadrados perfeitos de nºs inteiros

55. Com os números das caixas da esquerda é possível construir os números das caixas da direita. Determina o número que falta. (Stickels T. , 2009)

1	3	5	7	9
2	4	6	8	10

→ 3, 7, 11, 15, __?__

Resposta: 19. É a soma dos dois números de cada linha.

56. Com os números das caixas da esquerda é possível construir os números das caixas da direita. Determina o número que falta.

25	20	15	10	5
1	2	3	4	5

→ 24, 18, 12, 6, __?__

Resposta: 0. É o número da linha de cima menos o da linha de baixo.

SEQUÊNCIAS

57. Com os números das caixas da esquerda é possível construir os números das caixas da direita. Determina o número que falta. (Stickels T. , 2009)

4	5	10	12	7
12	20	30	36	49

→ 3, 4, 3, 3, _?_

Resposta: 7. É o número da linha de baixo dividido pelo número da linha de cima.

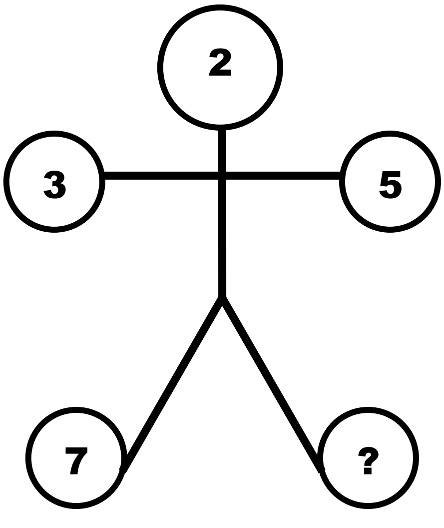
58. Com os números das caixas da esquerda é possível construir os números das caixas da direita. Determina o número que falta. (Stickels T. , 2009)

50	40	30	20	10
2	4	6	8	10

→ 100, 160, 180, 160, _?_

Resposta: 100. Produto dos dois números de cada linha.

59. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Allen, 1996)

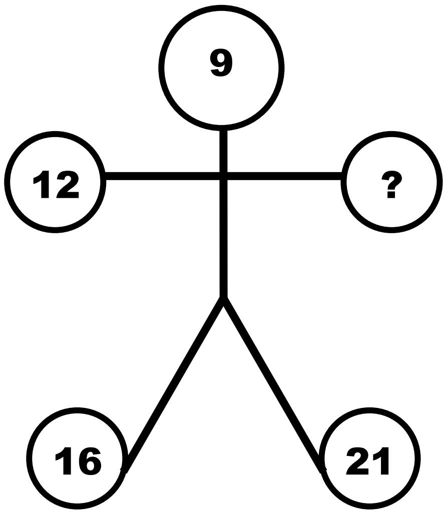


Resposta: 11. É uma sequência de números primos.

Outra solução: 2+5=7 (cabeça + mão direita = pé esquerdo)

2+3=5 (cabeça + mão esquerda = pé direito)

60. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Allen, 1996)



Resposta: ? = 27

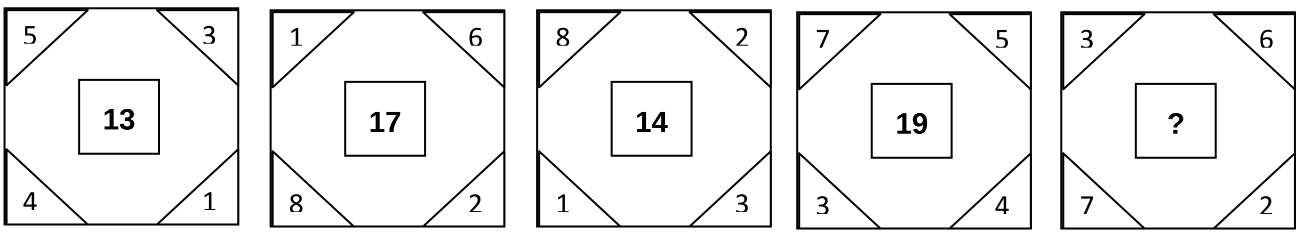
$$9 \xrightarrow{+3} 12 \xrightarrow{+4} 16 \xrightarrow{+5} 21 \xrightarrow{+6} 27$$

Outra solução: ? =7

9+12=21 (cabeça + mão direita = pé esquerdo)

9+7 =16 (cabeça + mão esquerda = pé direito)

61. Qual é o número que pode substituir o ponto de interrogação? (Allen, 1996)

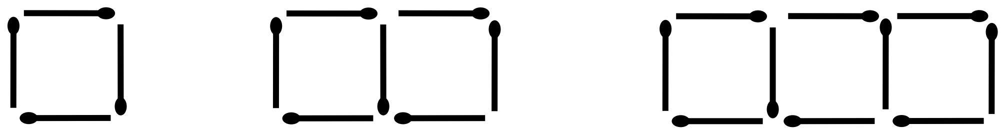


Resposta: 18

É a soma de todos os números contidos nos triângulos.

SEQUÊNCIAS

62. Fomos construindo sucessivas figuras com fósforos. Quantos fósforos são precisos para fazer a 10ª figura? (Bernardes e outros, 2004)

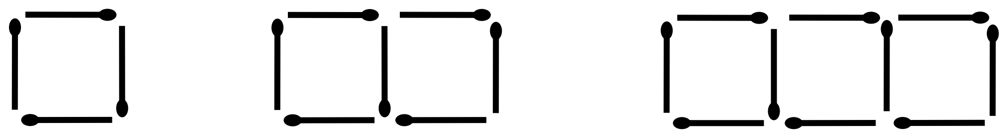


1ª 2ª 3ª

Resposta:

A primeira figura tem 4 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 3 fósforos que a precedente, logo a 10ª figura terá 4 + 9x3 =31 fósforos.

63. Fomos construindo sucessivas figuras com fósforos. Quantos fósforos são precisos para construir a figura de ordem **n**? (Bernardes e outros, 2004)

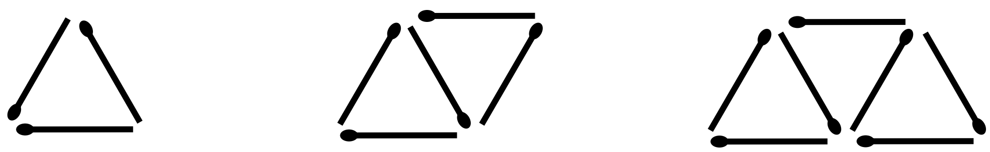


1ª 2ª 3ª

Resposta:

A primeira figura tem 4 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 3 fósforos que a precedente, logo a figura terá 4 + (n-1) x 3 fósforos que é equivalente a 3n+1 fósforos.

64. Nesta série de figuras, quantos fósforos tem a 10ª figura? (Bernardes e outros, 2004)

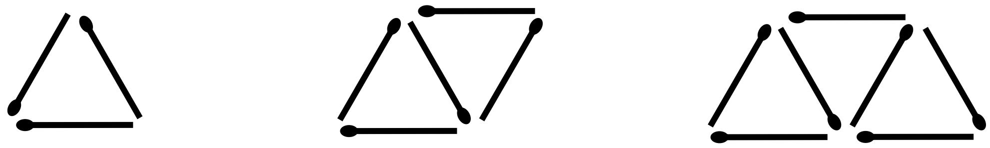


1ª 2ª 3ª

Resposta:

A primeira figura tem 3 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 2 fósforos que a precedente, logo a 10ª figura terá 3 + 9x2 =21 fósforos.

65. Nesta série de figuras, quantos fósforos tem a figura de ordem **n**? (Bernardes e outros, 2004)



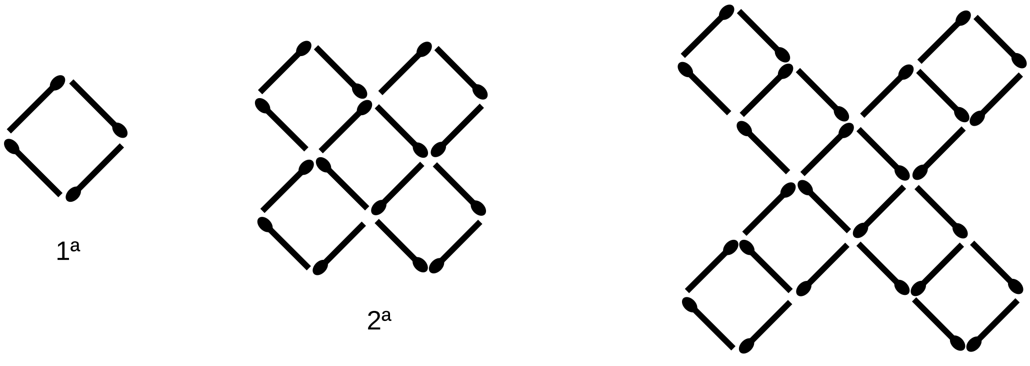
1ª 2ª 3ª

Resposta:

A primeira figura tem 3 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 2 fósforos que a precedente, logo a figura de ordem **n** terá 3 + (n -1) x 2 fósforos ou seja 2n+1 fósforos.

SEQUÊNCIAS

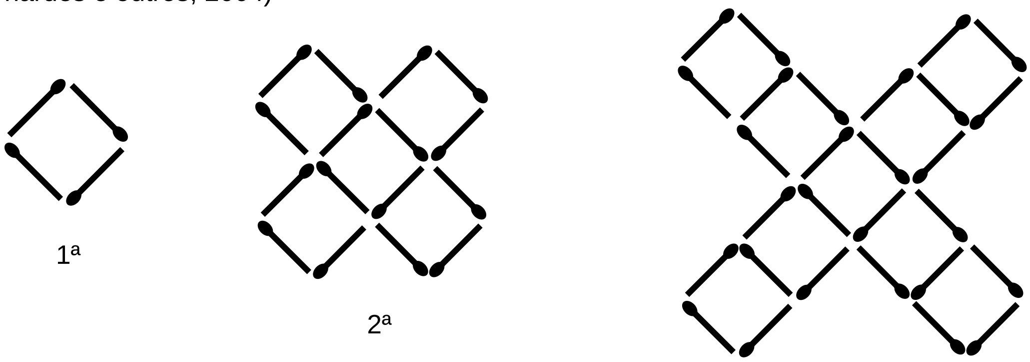
66. Nesta série de figuras, quantos quadrados tem a 10ª figura?
(Bernardes e outros, 2004)



Resposta:

A primeira figura tem 1 quadrado. Cada uma das outras figuras tem mais 4 quadrados que a precedente, logo a 10ª figura terá 1 + 9x4 =37 quadrados.

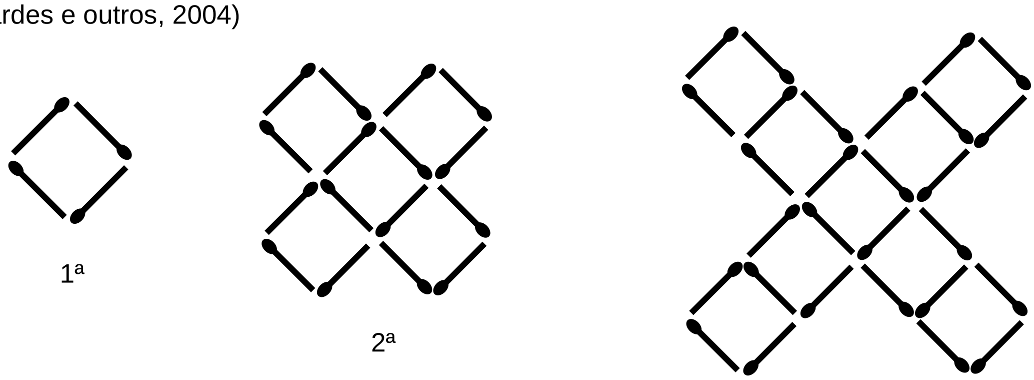
67. Nesta série de figuras, quantos quadrados tem a figura de ordem **n**?
(Bernardes e outros, 2004)



Resposta:

A primeira figura tem 1 quadrado. Cada uma das outras figuras tem mais 4 quadrados que a precedente, logo a figura de ordem **n** terá 1 + (n-1) x 4 quadrados ou seja 4n-3 quadrados.

68. Nesta série de figuras, quantos fósforos tem a 10ª figura?
(Bernardes e outros, 2004)

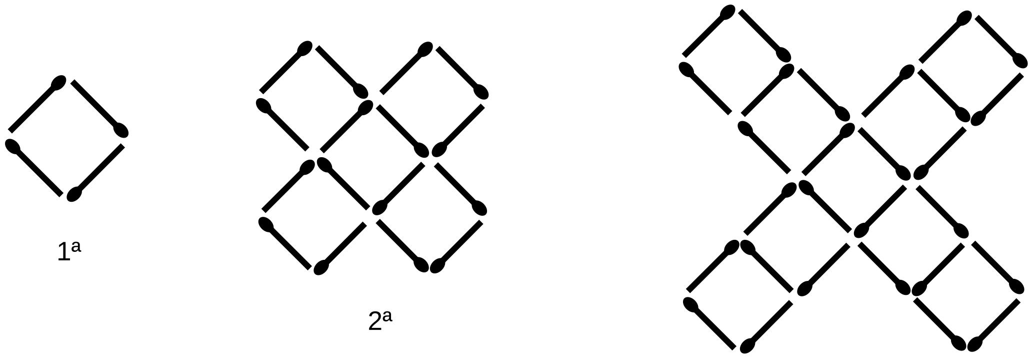


Resposta:

A primeira figura tem 4 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 12 fósforos que a precedente, logo a figura de ordem n terá 4 + 9x12 = 112 fósforos.

SEQUÊNCIAS

69. Nesta série de figuras, quantos fósforos tem a figura de ordem **n**?
 (Bernardes e outros, 2004)

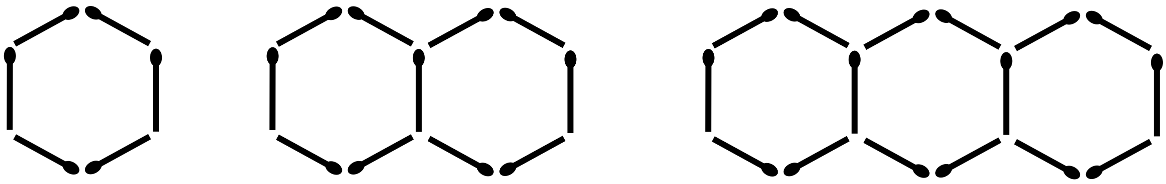


1ª 2ª 3ª

Resposta:

A primeira figura tem 4 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 12 fósforos que a precedente, logo a figura de ordem n terá 4 + (n-1) x 12 fósforos que é equivalente a 12n-8 fósforos.

70. Nesta série de figuras, quantos fósforos tem a 11ª figura?
(Bernardes e outros, 2004)

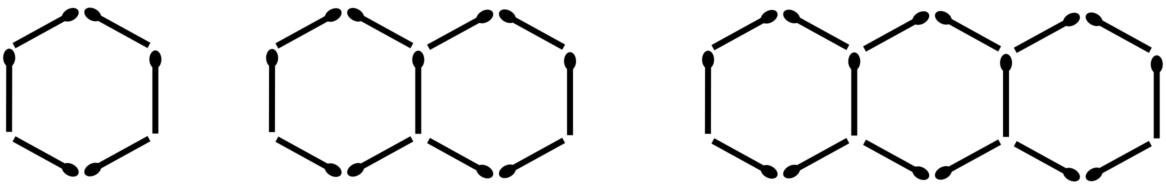


1ª 2ª 3ª

Resposta:

A primeira figura tem 6 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 5 fósforos que a precedente, logo a 11ª figura terá 6 + 10x5 = 56 fósforos.

71. Nesta série de figuras, quantos fósforos tem a figura de ordem n?
(Bernardes e outros, 2004)



1ª 2ª 3ª

Resposta:

A primeira figura tem 6 fósforos. Cada uma das outras figuras tem mais 5 fósforos que a precedente, logo a figura de ordem n terá 6 + (n-1)x5 ou seja 5n+1 fósforos.

SEQUÊNCIAS

72. Indica o número seguinte desta sequência: 1, 3, 5, 7, 9, 11... (htt7)

    Resposta: 13 (Sucessão dos números ímpares)

73. Que número vem a seguir nesta sequência: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8... (htt7)

    Resposta: 13 (Sucessão dos números de Fibonacci)

    0+1=1

    1+1=2

    1+2=3

    2+3=5

    3+5=8

    5+8=13

74. Indica o número seguinte desta sequência: 1, 0, 2, 1, 3, 2... (htt7)

    Resposta: 4

    $1 \xrightarrow{-1} 0 \xrightarrow{+2} 2 \xrightarrow{-1} 1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{-1} 2 \xrightarrow{+2} 4$

75. Que número vem a seguir nesta sequência: 37, 31, 29, 23, 19, 17... (htt7)

    Resposta: 13.
    São todos números primos e estão por ordem decrescente.

76. Que número vem a seguir nesta sequência: 1, 2, 2, 4, 8, ...(htt7)

    Resposta: 32.

    1x2=2

    2x2=4

    2x4=8

    4x8=32

77. Que número vem a seguir nesta sequência: 1, 2, 4, 7, 11... (htt7)

    Resposta 16

    $1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+4} 11 \xrightarrow{+5} 16$

78. Que número vem a seguir nesta sequência: 1, 4, 9, 16... (htt7)

    Resposta: 25. São os quadrados dos números naturais 1^2 2^2 3^2 4^2 5^2 ……

SEQUÊNCIAS

79. Que número vem a seguir nesta sequência: 1, 10, 100, 1000, 10000... (htt7)

    Resposta: 100000

80. Qual é o próximo número desta sequência: 1000, 990, 970, 940, 900, ... (htt7)

    Resposta: 850

    1000-10=990

    990-20 = 970

    970-30 = 940

    940-40 = 900

    900-50 = 850

81. Determine o próximo número da sequência: 2,10,12,16,17,18,19,... (htt3)

    Resposta: 200

    É a sequência de todos os números que começam com a letra **D**.

82. Determine o próximo número da sequência: 5,11,19,29,41,... (htt3)

    Resposta: 55

    Soma-se a cada termo um número par, a partir do 6 inclusive:

    5**+6** ; 11**+8;** 19**+10**; 29**+12;** 41**+14** = 55.

83. Qual o número que falta na seguinte sequência: 0.6 1.2 ? 2.4 3.0 3.6

    (Barrett e Barrett, 2007)

    Resposta: 1.8.

    Cada termo é obtido somando 0.6 ao termo precedente.

84. Qual o número que falta na seguinte sequência: ? 97 93 85 69 37

    (Barrett e Barrett, 2007)

    Resposta: 99

    $99 \xrightarrow{+2} 97 \xrightarrow{+4} 93 \xrightarrow{+8} 85 \xrightarrow{+16} 69 \xrightarrow{+32} 37$

85. Qual o número que falta na seguinte sequência: 7 ½, 6, 4 ½, 3, 1 ½ , …?....

    (Barrett e Barrett, 2007)

    Resposta: 0

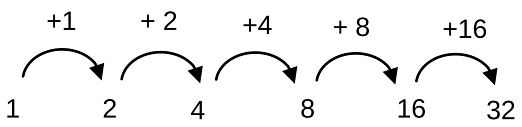
    A cada termo vai-se subtraindo 1 ½ .

SEQUÊNCIAS

86. Qual o número que falta na seguinte sequência: 1 2 4 ? 16 32

(Barrett e Barrett, 2007)

Resposta: 8



Ou cada termo é o dobro do anterior

87. Qual o número que falta na seguinte sequência: 3 ? 9 12 15 18

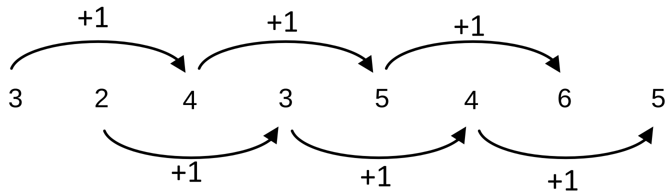
(Barrett e Barrett, 2007)

Resposta: 6. Cada termo é obtido adicionando 3 ao termo precedente.

88. Que número falta na seguinte sequência: 3 2 4 3 5 4 6 ?

(Barrett e Barrett, 2007)

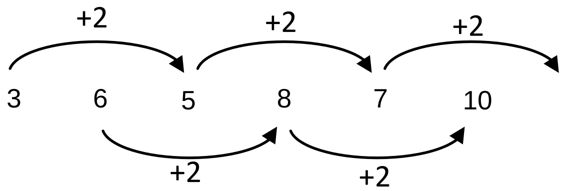
Resposta: 5



89. Qual o número que falta na seguinte sequência: 3 6 5 8 7 ?

(Barrett e Barrett, 2007)

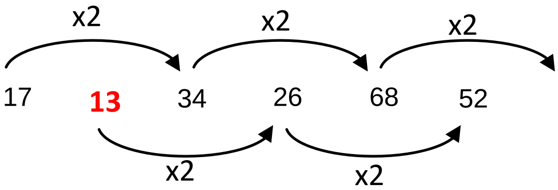
Resposta: 10



90. Qual o número que falta na seguinte sequência: 17 **?** 34 26 68 52

(Barrett e Barrett, 2007)

Resposta: **13**



91. Qual o número que falta na seguinte sequência: 729 243 81 27 9 ?

(Barrett, Barrett e Williams, 2003)

Resposta: 3. Cada termo é obtido dividindo o precedente por 3.

SEQUÊNCIAS

92. Qual o número que falta na seguinte sequência: 3 4 6 9 13 ?
(Barrett, Barrett e Williams, 2003)

Resposta: 18.

$$3 \xrightarrow{+1} 4 \xrightarrow{+\ 2} 6 \xrightarrow{+3} 9 \xrightarrow{+4} 13 \xrightarrow{+5} 18$$

93. Qual o número que falta na seguinte sequência: 12 10 8 6 4 ?
(Barrett, Barrett e Williams, 2003)

Resposta: 2. Cada termo é obtido subtraindo 2 ao anterior.

$$12 \xrightarrow{-2} 10 \xrightarrow{-2} 8 \xrightarrow{-2} 6 \xrightarrow{-2} 4 \xrightarrow{-2} 2$$

94. Qual o número que falta na seguinte sequência: 5 10 15 20 25 ?
(Barrett J. , 2004 b)
Resposta: 30.
Cada termo é obtido somando 5 ao anterior.

95. Qual o número que falta na seguinte sequência: 15 12.5 10 7.5 5 ?
(Barrett J. , 2004 b)
Resposta: 2.5.
Cada termo é obtido subtraindo 2.5 ao anterior.

96. Qual o número que falta na seguinte sequência: 2 5 11 23 **?**
(Barrett J. , 2004 b)
Resposta: 47.
Cada termo é obtido multiplicando o anterior por 2 e adicionando 1.

$$2 \xrightarrow{2x2+1} 5 \xrightarrow{5x2+1} 11 \xrightarrow{11x2+1} 23 \xrightarrow{23x2+1} 47$$

97. Qual o número que falta na seguinte sequência: 1/9 1/3 1 3 9 **?**
(Barrett J. , 2004 b)
Resposta: 27.
Cada termo é obtido multiplicando o anterior por 3.

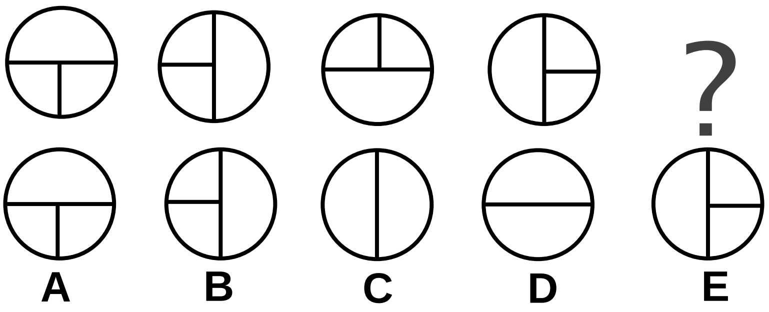
SEQUÊNCIAS

98. Qual o número que falta na seguinte sequência: 4 2 1 ½ ¼ **?**

Resposta: 1/8.

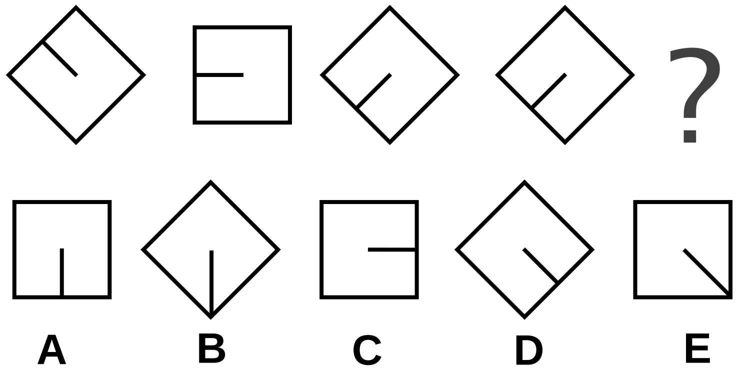
Cada termo é obtido dividindo o anterior por 2.

99. Qual é a figura que vem a seguir? (Barrett J. , 2004)



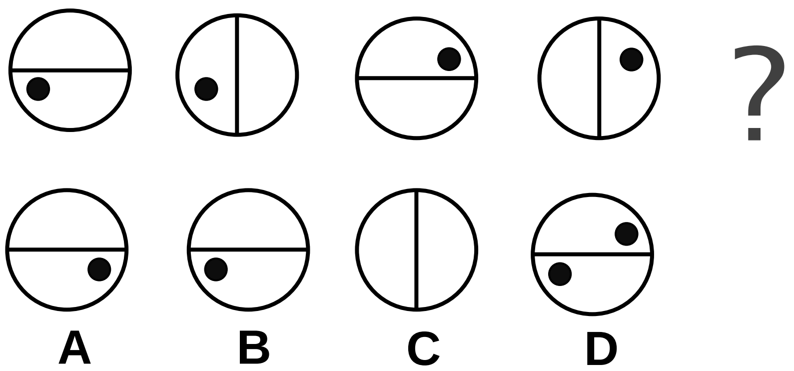
Resposta: **A**. Cada figura resulta da anterior por uma rotação de -90º.

100. Qual é a figura que vem a seguir? (Barrett J. , 2004)



Resposta: **A.** As figuras sofrem rotações de 45º.

101. Qual é a figura que vem a seguir? (Barrett J., 2004)



Resposta: **B.** O diâmetro vai sofrendo rotações de 90ºem cada figura. O círculo preto mantém-se da 1ª figura para a 2ª e da 3ª para a 4ª, mas da 2ª para a 3ª sofre uma rotação de 180º. Logo na próxima figura o diâmetro vai ficar horizontal e o círculo preto sofre uma rotação de 180º

SEQUÊNCIAS

102. Qual é o próximo número da sequência: (Shirali, 2001)

$$1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad ?$$

Resposta: $\frac{1}{6}$ São os inversos dos números naturais.

103. Qual é o próximo número da sequência: 0 2 6 12 20 ?
(Shirali, 2001)
Resposta: 30. São os termos da sucessão $u_n = n^2 - n$

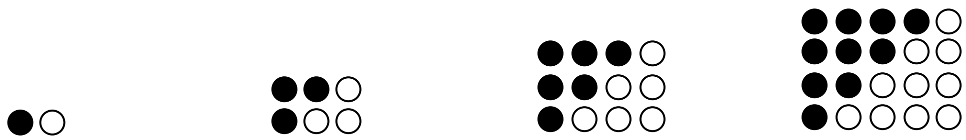
104. Qual é o próximo número da sequência: 0 1 5 19 65 ?
(Shirali, 2001)

Resposta: 211. São os termos da sucessão $u_n = 3^n - 2^n$

105. Qual é o número que falta na seguinte sequência: ¼ ½ 1 2 4 ?
(Shirali, 2001)

Resposta: 8. Cada termo é o dobro do anterior.

106. Observando a seguinte sequência de figuras e seguindo a mesma regularidade, quantos pontos negros terá a décima figura? (htt23)



1ª 2ª 3º 4ª

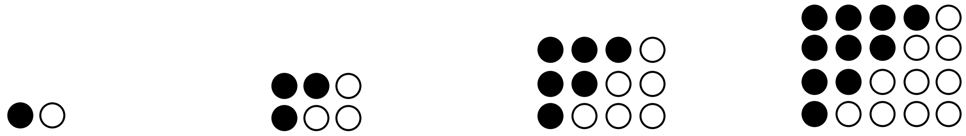
Resposta: 55
Verifica-se que o número de pontos negros em cada figura é igual ao número de pontos brancos. Assim pode-se concluir que o nº de pontos negros é metade do nº de pontos que constituem cada figura.
Pensado nas figuras como sendo retângulos, vemos que as suas dimensões vão ser:

1ª figura: 2x1
2ª figura: 3x2
3ª figura: 4x3
4ª figura: 5x4
……………..
10ª figura: 11x10=110

Logo o número de pontos negros é metade deste valor: 110/2=55

SEQUÊNCIAS

107. Observando a seguinte sequência de figuras e seguindo a mesma regularidade, quantos pontos negros terá a figura de ordem **n**? (htt23)



1ª 2ª 3º 4ª

Resposta:

Verifica-se que o número de pontos negros em cada figura é igual ao número de pontos brancos. Assim pode-se concluir que o nº de pontos negros é metade do nº de pontos que constituem cada figura.

Pensado nas figuras como sendo retângulos, vemos que as suas dimensões vão ser:

1ª figura: 2x1

2ª figura: 3x2

3ª figura: 4x3

4ª figura: 5x4

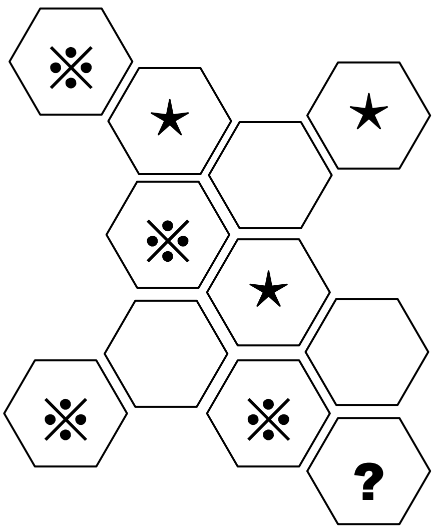
……………..

n-ésima figura: $(n+1)xn = n^2+n$ (números oblongos)

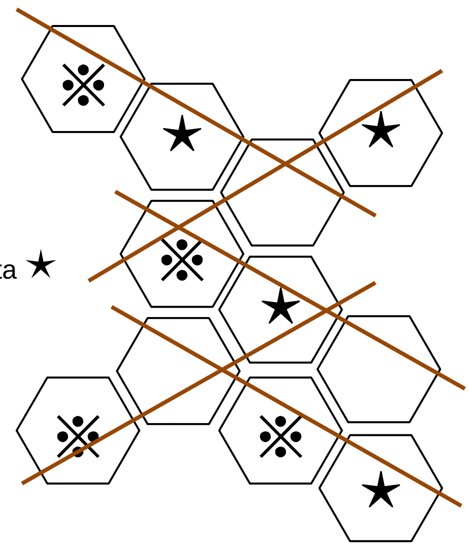
Mas o número de pontos negros é metade do valor dado por esta expressão, ou seja:

$$\frac{n^2+n}{2}$$ (números triangulares)

108. Que símbolo está a faltar na figura? (Carter e Russell, 2007)



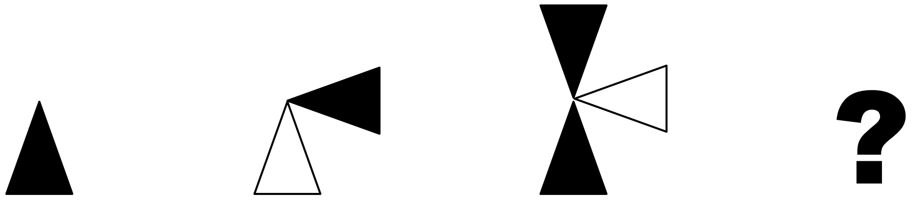
Resposta ★

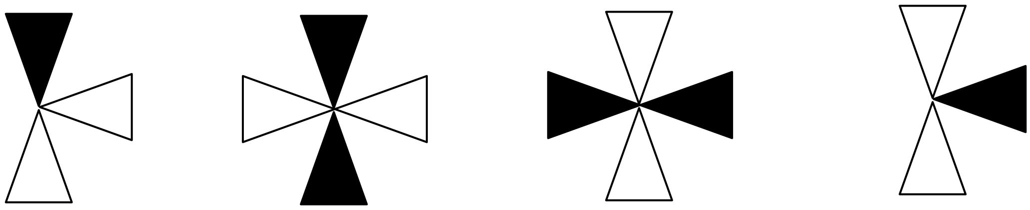


Cada grupo de 3 hexágonos em linha reta contém 3 símbolos diferentes

SEQUÊNCIAS

109. Qual é a figura que continua a sequência? (Carter e Russell, 2007)





A **B** **C** **D**

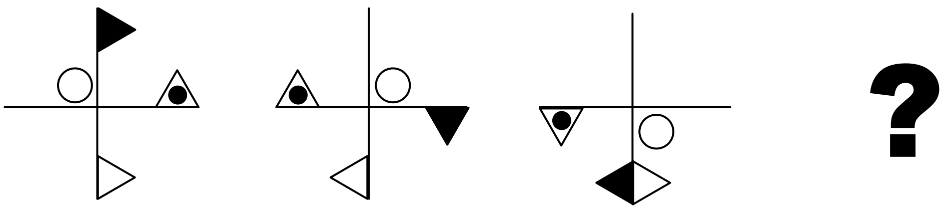
Resposta: **C**

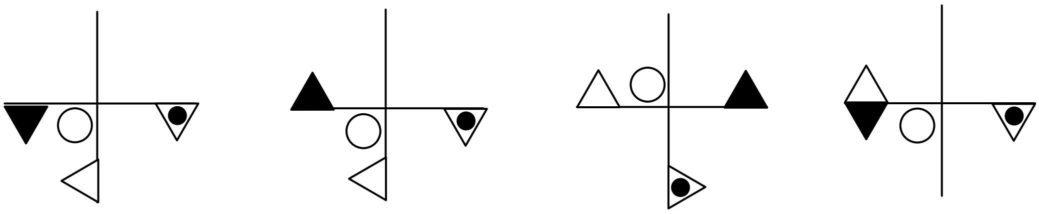
Em cada estádio:

Cada triângulo preto, muda para branco;

Aparece um novo triângulo preto em sentido contrário aos ponteiros de um relógio.

110. Qual é a figura que continua a sequência? (Carter e Russell, 2007)





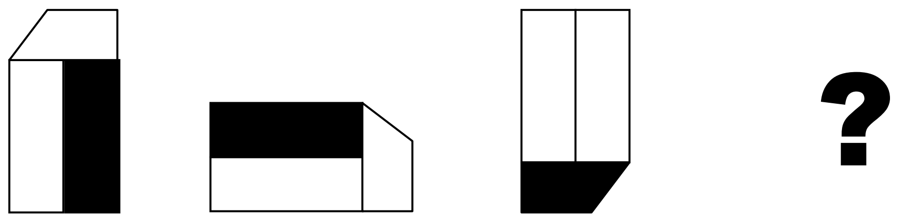
A **B** **C** **D**

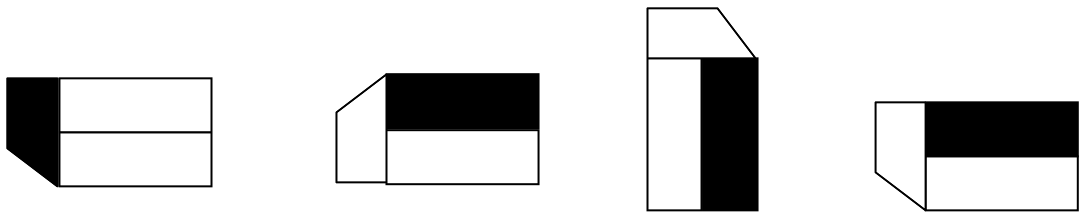
Resposta: B

O triângulo negro sofre rotações de 90º no sentido dos ponteiros do relógio. O círculo percorre, por ordem crescente, cada um dos quatro quadrantes. O triângulo branco inverte-se verticalmente de figura para figura. O triângulo com o ponto negro move-se entre os extremos do segmento de recta, primeiro por cima e depois por baixo do segmento.

SEQUÊNCIAS

111. Qual é a figura que continua a sequência? (Carter e Russell, 2007)





A B C D

Resposta: **D**

A figura roda 90º em cada estádio e o sombreado é rotativo em cada posição.

Anexo 9

Contagem e Probabilidades

CONTAGEM E PROBABILIDADES

1. Num frasco temos 17 rebuçados de limão, 5 de laranja e 10 de mentol. Retiram-se, aleatória e sucessivamente 3 rebuçados, sem os repor. Os dois primeiros que saíram são de limão. Qual a probabilidade do terceiro também ser de limão?

   Adaptação de (Linhares, 2009)

   Resposta:

   ½.

   Inicialmente havia no frasco um total de 32 rebuçados. Se já saíram dois rebuçados de limão restam dentro do frasco, 30 rebuçados, dos quais 15 são de limão. Logo a probabilidade de voltar a sair um de limão é 15/30, ou seja ½.

2. Numa caixa temos 7 bombons de laranja, 5 de café e 10 de morango. Retiram-se, sucessivamente e sem reposição 3 bombons. Sabendo que os dois primeiros são de laranja, qual a probabilidade do terceiro ser também de laranja?

   Adaptação de (Linhares, 2009)

   Resposta:

   ¼ ou 25%.

   Inicialmente havia na caixa um total de 22 bombons. Se já saíram dois bombons de laranja restam dentro do frasco, 20 bombons, dos quais 5 são de laranja. Logo a probabilidade de voltar a sair um de laranja é 5/20, ou seja ¼ .

3. Num frasco temos 4 bombons de amêndoa, 5 de morango e 3 de café. Retiram-se, sucessivamente e sem reposição 3 bombons. Sabendo que saiu um de café, e um de amêndoa, qual a probabilidade do terceiro ser de morango?

   Adaptação de (Linhares, 2009)

   Resposta:

   5/10 ou seja 1/2.

   Inicialmente existiam no frasco 12 bombons. Se já saiu um bombom de café, e outro de amêndoa restam dentro do frasco, 10 bombons, dos quais, 5 são de morango. Logo a probabilidade do terceiro ser de morango é 5/10, ou seja 50%.

4. Num frasco temos 4 bombons de amêndoa, 3 de morango e 3 de café. Retiram-se, simultaneamente 2 bombons. Qual a probabilidade de serem ambos de amêndoa?

   Adaptação de (Linhares, 2009)

   Resposta: $\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{2}{15}$

   É equivalente a tirarmos um bombom de amêndoa seguido de outro de amêndoa.

   Nota: aceita-se a resposta $\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}$, ou equivalente, mesmo sem efetuar os cálculos.

5. Numa caixa temos 5 bombons de morango e 3 de limão. Retiram-se, simultaneamente 2 bombons. Qual a probabilidade de sair um de cada sabor?

   Resposta: $\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{5}{8}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$

   É equivalente a tirarmos um bombom de morango seguido de um de limão, ou um de limão seguido de um de morango.

   Nota: aceita-se a resposta $\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{5}{8}$, ou equivalente, mesmo sem efetuar os cálculos, como por exemplo $2\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}$ ou $2\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}$

6. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Qual é a probabilidade de sair um número primo?

   Resposta: $\frac{3}{6}$ ou seja $\frac{1}{2}$

   Temos 6 faces no total nas quais há 3 faces com números primos: 2, 3 e 5.

7. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Qual é a probabilidade de sair um número maior que 6?

   Resposta:

   0.

   É um acontecimento impossível. Não há números maiores que 6 nas faces do cubo

8. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Qual é a probabilidade de sair um número menor que 7?

   Resposta:

   1.

   É um acontecimento certo. Todas as faces do cubo têm um número menor que 7.

9. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Qual é a probabilidade de sair um número par?

   Resposta:

   $\frac{1}{2}$ ou 50%. O número de faces pares é igual ao número de faces ímpares.

10. Perguntou-se a 200 pessoas se viam telenovelas. Os resultados foram registados na tabela: Adaptação de (Linhares, 2009)

	Sim	Não
Homens	50	30
Mulheres	100	20

Escolhida, ao acaso, uma dessas pessoas, qual a probabilidade de ser mulher e ver telenovelas?

Resposta:

100/200, isto é ½ ou 50%.

11. Perguntou-se a 200 pessoas se viam telenovelas. Os resultados foram registados na tabela: Adaptação de (Linhares, 2009)

	Sim	Não
Homens	50	30
Mulheres	100	20

Resposta:

Escolhida, ao acaso, uma dessas pessoas, qual a probabilidade de ser homem e ver telenovelas?

50/200, ou seja ¼, ou 25%

12. Perguntou-se a 200 pessoas se viam telenovelas. Os resultados foram registados na tabela: Adaptação de (Linhares, 2009)

	Sim	Não
Homens	50	30
Mulheres	100	20

Escolhida, ao acaso, uma dessas pessoas, qual a probabilidade de que veja telenovelas?

Resposta:

150/200, isto é ¾.

13. Perguntou-se a 200 pessoas se viam telenovelas. Os resultados foram registados na tabela: Adaptação de (Linhares, 2009)

	Sim	Não
Homens	50	30
Mulheres	100	20

Escolhida ao acaso uma mulher, qual a probabilidade de ela não ver telenovelas?

Resposta:

20/120. As mulheres são 120 e destas 20 não veem telenovelas.

14. Um grupo de jovens formado por 5 rapazes e 10 raparigas foram acampar para o Gerês. Para fazer hoje o almoço, vão escolher, ao acaso e sucessivamente, duas pessoas.
Qual a probabilidade da primeira pessoa escolhida ser um rapaz.
Adaptação de (Linhares, 2009)

Resposta: 5/15 ou seja 1/3

15. Um grupo de jovens formado por 5 rapazes e 10 raparigas foram acampar para o Gerês. Para fazer hoje o jantar, vão escolher, ao acaso e sucessivamente, duas pessoas.
Qual a probabilidade de serem escolhidas duas raparigas?
Adaptação de (Linhares, 2009)

Resposta: $\frac{10}{15}\times\frac{9}{14}$

16. Retiramos 3 cartas vermelhas e 3 cartas pretas de um baralho de cartas. Depois de as baralharmos, se as retirarmos uma a uma, qual é a probabilidade de sair:
Preta, Preta, Preta, Vermelha, Vermelha, Vermelha. (Wells, 2000)
Resposta:
$\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times 1=\frac{1}{20}$

Nota: aceita-se a resposta $\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times 1$, ou equivalente, mesmo sem efetuar os cálculos.

17. Retiramos 3 cartas vermelhas e 3 cartas pretas de um baralho de cartas. Depois de as baralharmos, se as retirarmos uma a uma, qual é a probabilidade de sair:
Preta, Preta, Vermelha, Preta, Vermelha, Vermelha. (Wells, 2000)

Resposta: $\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{20}$

Nota: aceita-se a resposta $\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times 1$, ou equivalente, mesmo sem efetuar os cálculos.

18. Retiramos 3 cartas vermelhas e 3 cartas pretas de um baralho de cartas. Depois de as baralharmos, se as retirarmos uma a uma, qual é a probabilidade de sair:
Vermelha, Vermelha, Preta, Preta, Vermelha, Preta. (Wells, 2000)

Resposta: $\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{20}$

Nota: aceita-se a resposta $\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1$, ou equivalente, mesmo sem efetuar os cálculos.

19. Retiramos 3 cartas vermelhas e 3 cartas pretas de um baralho de cartas. Depois de as baralharmos, se as retirarmos uma a uma, qual é a probabilidade de sair:

Vermelha, Preta, Vermelha, Preta, Vermelha, Preta. (Wells, 2000)

Resposta: $\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{20}$

Nota: aceita-se a resposta $\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1$, ou equivalente, mesmo sem efetuar os cálculos.

20. Retiramos 3 cartas vermelhas e 3 cartas pretas de um baralho de cartas. Depois de as baralharmos, se as retirarmos uma a uma, qual é a probabilidade de sair:

Preta, Vermelha, Vermelha, Vermelha, Preta, Preta. (Wells, 2000)

Resposta: $\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{20}$

Nota: aceita-se a resposta $\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1$, ou equivalente, mesmo sem efetuar os cálculos.

21. Num saco existem 10 bolas numeradas de 1 a 10, indistinguíveis ao tato.

Um indivíduo vai tirar uma bola à sorte. Qual a probabilidade do número da bola ser 7? (htt2)

Resposta: 1/10 ou seja 0,1.

22. Num saco existem 10 bolas numeradas de 1 a 10, indistinguíveis ao tato.

Um indivíduo vai tirar uma bola à sorte. Qual a probabilidade do número da bola ser par? (htt2)

Resposta: 5/10 ou 1/2 ou 0,5 ou 50%.

23. Num saco existem 10 bolas numeradas de 1 a 10, indistinguíveis ao tato.

Um indivíduo vai tirar uma bola à sorte. Qual a probabilidade do número da bola ser maior que dez? (htt2)

Resposta: 0. Não há nenhum número maior que dez no saco.

24. Num saco existem 10 bolas numeradas de 1 a 10, indistinguíveis ao tato.

Um indivíduo vai tirar uma bola à sorte. Qual a probabilidade do número da bola ser menor que quatro? (htt2)

Resposta: 3/10 ou seja 0,3 ou 30%.

25. Num saco existem 10 bolas numeradas de 1 a 10, indistinguíveis ao tato.

Um indivíduo vai tirar uma bola à sorte. Qual a probabilidade do número da bola ser um natural menor que onze? (htt2)

Resposta: 1. Todos os números que estão no saco são naturais e menores que 11

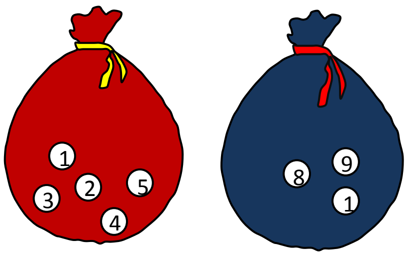
CONTAGEM E PROBABILIDADES

26. Num saco existem 10 bolas numeradas de 1 a 10, indistinguíveis ao tato.
Um indivíduo vai tirar uma bola à sorte. Qual a probabilidade do número da bola ser um divisor de dez? (htt2)
Resposta: 4/10 ou seja 2/5 ou seja 0,4. Os divisores de dez são 1, 2, 5 e 10.

27. Num saco existem 10 bolas numeradas de 1 a 10, indistinguíveis ao tato.
Um indivíduo vai tirar uma bola à sorte. Qual a probabilidade do número da bola ser um múltiplo de 10? (htt2)
Resposta: 1/10 ou seja 0,1. O único múltiplo de dez é o próprio dez.

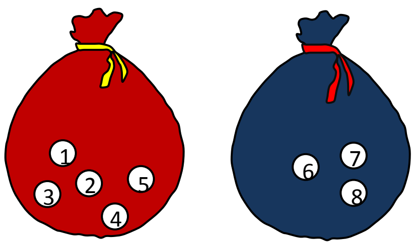
28. Um estojo contém 40 esferográficas todas com o mesmo tamanho e da mesma forma. Existem esferográficas de 3 cores diferentes: azul, encarnado e verde.
Vamos tirar uma esferográfica, ao acaso, sem olhar. Sabendo que todas têm a mesma probabilidade de sair, e que é 0,6 a probabilidade de sair uma esferográfica azul, quantas esferográficas azuis há no estojo? (htt2)
Resposta: 40 x 0,6 = 24 esferográficas azuis

29. Temos dois sacos contendo bolas todas iguais e indistinguíveis ao tato. Um dos sacos contém 5 bolas numeradas de 1 a 5 e o outro contém 3 bolas com os números 8, 9 e 10. (htt2)



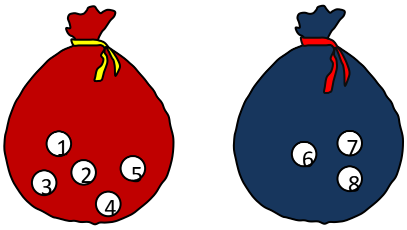
Tiramos simultaneamente e ao acaso uma bola de cada saco.
Qual a probabilidade da soma dos números ser menor que 5?
Resposta: Zero. A soma é sempre maior ou igual a 9.

30. Temos dois sacos contendo bolas todas iguais e indistinguíveis ao tato. Um dos sacos contém 5 bolas numeradas de 1 a 5 e o outro contém 3 bolas com os números 6, 7 e 8. (htt2)



Tiramos simultaneamente e ao acaso, uma bola de cada saco.
Qual a probabilidade da soma dos números ser maior que 14?
Resposta: Zero. A soma é sempre menor ou igual a 13.

31. Temos dois sacos contendo bolas todas iguais e indistinguíveis ao tato. Um dos sacos contém 5 bolas numeradas de 1 a 5 e o outro contém 3 bolas com os números 6, 7 e 8. (htt2)



Tiramos simultaneamente e ao acaso uma bola de cada saco.

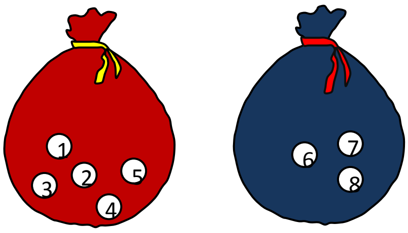
Qual a probabilidade da soma dos números ser igual a 7? (htt2)

Resposta: Casos favoráveis: 1 (bola 1 com bola 6)

Casos possíveis: 5x3 = 15 (porque temos 5 bolas num saco e 3 no outro).

Logo P=1/15

32. Temos dois sacos contendo bolas todas iguais e indistinguíveis ao tato. Um dos sacos contém 5 bolas numeradas de 1 a 5 e o outro contém 3 bolas com os números 6, 7 e 8. (htt2)



Tiramos simultaneamente e ao acaso uma bola de cada saco.

Qual a probabilidade da soma dos números ser igual a 11?

Resposta: Casos favoráveis: 3 (3+8; 4+7; 5+6)

Casos possíveis: 5x3 = 15 (porque temos 5 bolas num saco e 3 no outro).

Logo P= 3/15 =1/5

33. Temos dois sacos contendo bolas todas iguais e indistinguíveis ao tato. Um dos sacos contém 5 bolas numeradas de 1 a 5 e o outro contém 3 bolas com os números 6, 7 e 8.

Tiramos simultaneamente e ao acaso uma bola de cada saco. Qual a probabilidade da soma dos números ser par? (htt2)

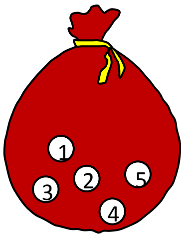
Resposta: Casos favoráveis: 7 (como se pode ver na tabela).

Casos possíveis: 5x3 = 15 (porque temos 5 bolas num saco e 3 no outro).

Logo P=7/15

	6	**7**	**8**
1		8	
2	8		10
3		10	
4	10		12
5		12	

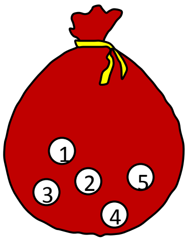
34. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5. (htt2)



Tiramos uma bola, ao acaso. Qual a probabilidade de sair um número ímpar

Resposta: 3/5. Temos 3 números ímpares num total de 5.

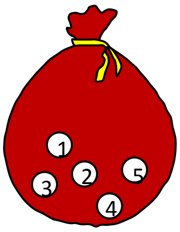
35. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5. (htt2)



Tiramos uma bola, ao acaso. Qual a probabilidade de sair um número par?

Resposta: 2/5. Temos 2 números pares num total de 5.

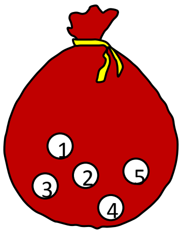
36. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5.



Tiramos uma bola, ao acaso. Qual a probabilidade de sair um número primo?

Resposta: Temos 3 números primos {2, 3, 5}, num total de 5. Logo p=3/5.

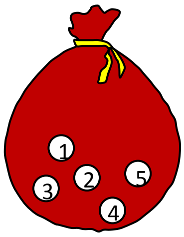
37. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5.



Tiramos uma bola, ao acaso. Qual a probabilidade de sair um número primo e par?

Resposta: O número 2 é o único número primo par. Então temos 1 caso favorável e 5 casos possíveis.
Logo p=1/5.

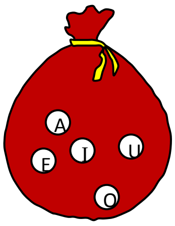
38. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5.



Tiramos uma bola, ao acaso. Qual a probabilidade de sair um número natural?

Resposta: 1
É um acontecimento certo. Todos os números que estão no saco são naturais. Logo p=1

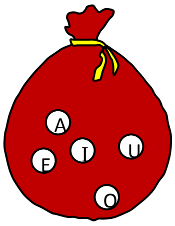
39. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, cada uma com uma das vogais A, E, I, O, U. (htt2)



Tiramos uma bola, ao acaso, **repomo-la** no saco e tiramos outra. Qual a probabilidade de saírem duas letras iguais?

Resposta: Casos favoráveis: 5 (AA, EE, II, OO, UU); Casos possíveis 5x5=25. Logo p=5/25=1/5

40. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, cada uma com uma das vogais A, E, I, O, U.



Tiramos uma bola, ao acaso, **repomo-la** no saco e tiramos outra. Qual a probabilidade de saírem duas letras diferentes?

Resposta:

É o acontecimento contrário de saírem duas letras iguais.

Probabilidade de saírem duas letras iguais:

Casos favoráveis: 5 (AA, EE, II, OO, UU)

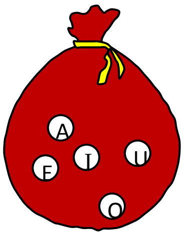
Casos possíveis 5x5=25

Logo p=5/25=1/5

Probabilidade de saírem duas letras diferentes:

1-p=1-1/5=4/5

41. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, cada uma com uma das vogais A, E, I, O, U.

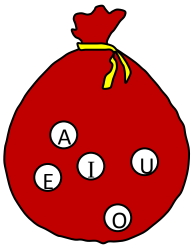


Tiramos uma bola, ao acaso, **repomo-la** no saco e tiramos outra. Qual a probabilidade de saírem duas consoantes diferentes?

Resposta: 0.

Não há consoantes no saco

42. Num saco temos 5 bolas indistinguíveis ao tato, cada uma com uma das vogais A, E, I, O, U.



Tiramos duas bolas, ao acaso, **sem as repor** no saco. Qual a probabilidade de sair o A seguido do E? (htt2)

Resposta: 1/5 x 1/4=1/20

43. O Pancrácio lançou ao acaso e simultaneamente 3 moedas perfeitas.

Calcula a probabilidade de saírem 3 caras.

Resposta: 1/2x1/2x1/2=1/8

44. O Pancrácio lançou 3 vezes, ao acaso, uma moeda perfeita.

Calcula a probabilidade de saírem 2 caras e 1 coroa.

Resposta: 1/2x1/2x1/2x3=3/8

45. O Pancrácio lançou ao acaso e simultaneamente 3 moedas perfeitas.

Calcula a probabilidade de sair pelo menos uma cara. (htt14)

Resposta: É o acontecimento contrário de saírem 3 coroas.

A:"sair 3 coroas"

P(A)= 1/2x1/2x1/2=1/8

$P(\overline{A})$=1-1/2x1/2x1/2=1-1/8=7/8

46. Num aquário estão 20 peixinhos, 15 dos quais são fêmeas. Tiramos um peixinho ao acaso. (htt18)

Qual a probabilidade de sair uma fêmea?

Resposta:

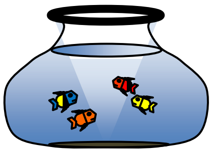
15/20 = ¾

47. Num aquário estão 20 peixinhos, 15 dos quais são fêmeas. Tiramos um peixinho ao acaso.

Qual a probabilidade de sair um macho?

Resposta:

5/20 = ¼



48. Num aquário estão 20 peixinhos, 15 dos quais são fêmeas. Tiramos um peixinho ao acaso.

Qual a probabilidade de sair, ou um macho, ou uma fêmea?

Resposta: 1

É um acontecimento certo

49. Num aquário estão 20 peixinhos, 15 dos quais são fêmeas. Tiramos um peixinho ao acaso.

Qual a probabilidade de não ser fêmea nem macho?

Resposta: 0

É um acontecimento impossível

50. Fizeram-se testes à personalidade de um indivíduo e concluiu-se que, a probabilidade de este ser louco é 0.6, de ser ladrão 0.7 e de não ser louco nem ladrão 0.25. Qual é a probabilidade do indivíduo ser louco e ladrão.

Resposta:

Podemos colocar os dados numa tabela:

A:"ser louco"

B:"ser ladrão"

	A	$\overline{A}$	
B	**?**		**0,7**
$\overline{B}$		**0,25**	
	0,6		**1**

Completando a tabela temos:

	A	$\overline{A}$	
B	**0,55**		0,7
$\overline{B}$	**0,05**	0,25	**0,3**
	0,6		1

Logo $P(A \cap B) = 0,55$

51. Fizeram-se testes à personalidade de um indivíduo e concluiu-se que, a probabilidade de este ser louco é 0.6, de ser ladrão 0.7 e de não ser louco nem ladrão 0.25. Ele será condenado se for ladrão e não for louco. Qual a probabilidade de ser condenado?

Resposta:

Podemos colocar os dados numa tabela:

A:"ser louco"

B:"ser ladrão"

	A	$\overline{A}$	
B		0,15	0,7
$\overline{B}$		0,25	
	0,6	0,40	1

Completando a tabela temos:

	A	$\overline{A}$	
B		?	0,7
$\overline{B}$		0,25	
	0,6		1

Logo a probabilidade de ser condenado é $P\left(B \cap \overline{A}\right) = 0,15$ **=15%**

52. Lançam-se dois dados equilibrados com as faces numeradas de um a seis.

Qual é a probabilidade da soma dos números das faces viradas para cima ser maior do que 12? (htt13)

Resposta: 0.

É um acontecimento impossível.

53. Lançam-se dois dados equilibrados com as faces numeradas de um a seis.

Qual é a probabilidade da soma dos números das faces viradas para cima ser menor do que 15?

Resposta: 1.

É um acontecimento certo. A soma é sempre menor que 15.

54. Lançam-se 2 dados equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6.

Qual é a probabilidade da soma dos números das faces viradas para cima ser igual a um?

Resposta: 0.

É um acontecimento impossível. No mínimo a soma é 2.

55. Lançam-se 2 dados equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6.
Qual é maior: A probabilidade da soma dos números das faces viradas para cima ser um número par, ou ser um número ímpar? (htt2)

Resposta:
É igual.
Há 18 casos em que a soma é par e 18 casos em que a soma é ímpar.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

56. Lançam-se 2 dados equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6.
Qual é maior: A probabilidade do produto dos números das faces viradas para cima ser um número par, ou ser um número ímpar? (htt2)

Resposta:
É maior a probabilidade de ser um número par.
Há 27 casos favoráveis para ser par e apenas 9 para ser ímpar.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

57. Depois de escrever 10 cartas e colocar as moradas nos respectivos envelopes, uma dactilógrafa introduziu as cartas nos envelopes, aleatoriamente. Qual é a probabilidade de ter colocado exatamente 9 cartas nos envelopes correctos? (Trigg, 1985)

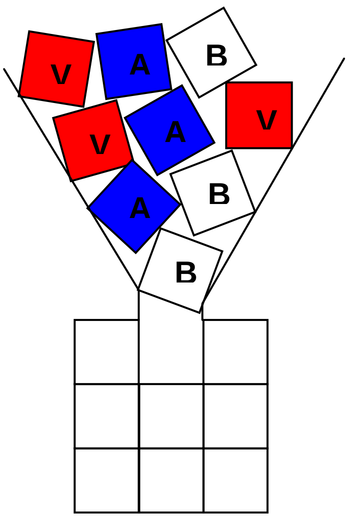
Resposta: A probabilidade é zero.
É impossível colocar corretamente 9 cartas nos respectivos envelopes sem que tenha colocado também a décima carta no envelope correspondente.

58. Estão n jogadores num torneio de ténis de singulares, disputado por eliminatórias. Quantas partidas têm que ser disputadas para determinar o vencedor. (Trigg, 1985)
Resposta: Em cada partida há um jogador eliminado que fica fora da competição, logo, no total, vamos ter n-1 jogadores eliminados e por conseguinte, n-1 partidas.

59. Num pacote com 97 cartões, numerados de 1 a 97, foram desenhados 3, ao acaso. Depois, foram completamente baralhados. Qual é a probabilidade de os números dos cartões desenhados estarem por ordem crescente de grandeza. Adaptado de (Trigg, 1985)

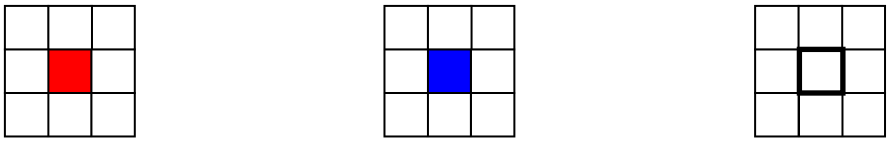
Resposta: Só é necessário ter em conta a ordem dos cartões desenhados. Existem 3!=3x2x1=6, maneiras diferentes de ordenar 3 números e uma única maneira de os colocar por ordem crescente. Logo a probabilidade é 1/6.

60. De quantas maneiras diferentes se podem arrumar 9 quadrados congruentes – 3 vermelhos, 3 brancos e 3 azuis – num quadrado, tal que as 3 cores apareçam em cada coluna e linha? (Trigg, 1985)

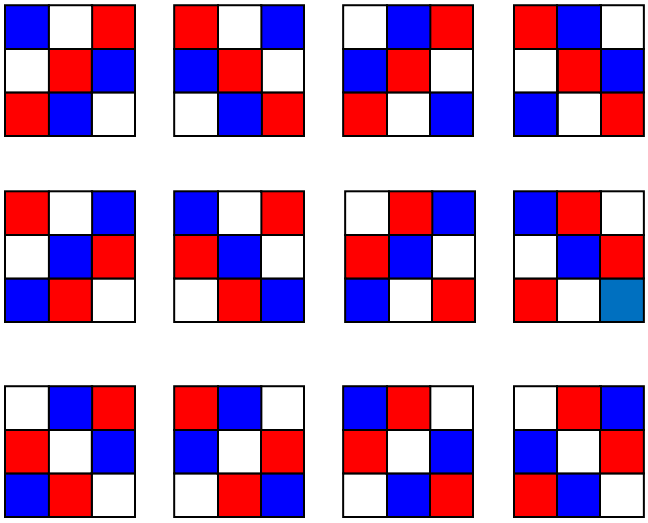


Resposta:

Há 3 maneiras diferentes de colocar cores distintas no quadrado central.

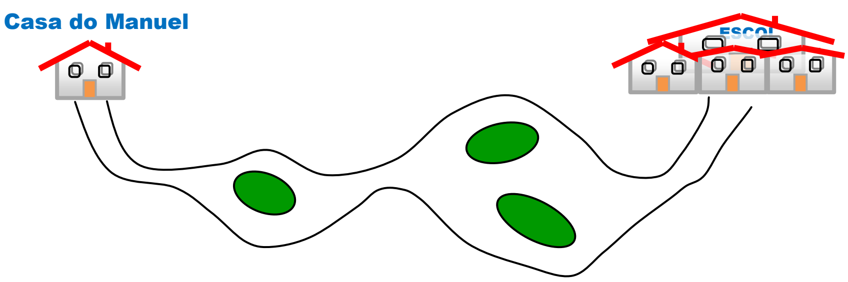


Para cada um destes casos vamos ter 3 maneiras de preencher o quadrado superior esquerdo. Por sua vez vamos ter 2 formas de colorir o quadrado inferior central e, consequentemente, 2 formas de colorir a célula direita da linha central que prefaz um total de 3x2x2=12. Então aparentemente teríamos 12 formas diferentes de colocar os quadrados:

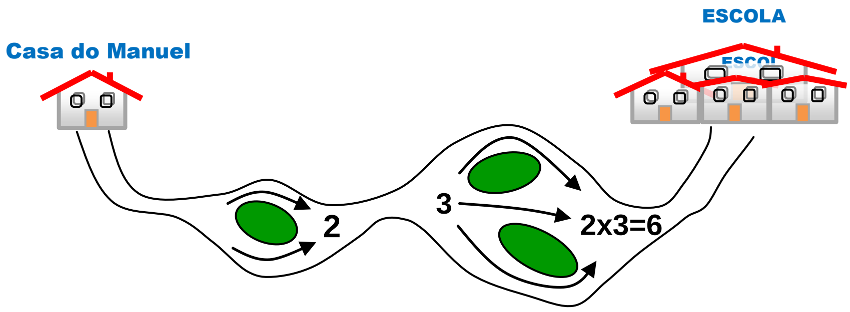


Se repararmos cada um destes arranjos pode ser submetido a uma rotação até coincidir com 3 dos outros. Então temos apenas 3 formas distintas de colorir o quadrado

61. O Manuel desloca-se todos os dias a pé de casa até à Escola. De acordo com o esquema da figura, quantos percursos diferentes pode seguir o Manuel? (htt5)



Resposta: 2x3=6



62. Num autocarro estão 7 raparigas. Cada rapariga tem 7 mochilas, cada mochila tem 7 gatos e cada gato tem 7 gatinhos. Considerando que cada gato tem 4 pernas, quantas pernas estão dentro do autocarro? (htt11)

Resposta: 1582 pernas

7 raparigas têm 7x2=14 pernas

7x7= 49 gatos, que têm 49x4 = 196 pernas

49x7= 343 gatinhos que têm 343x4=1372 pernas

No total existem 14 + 196 + 1372 = 1582 pernas

63. Uma caixa contém 6 bolas iguais que se distinguem apenas pela cor: 3três azuis, 1 branca e 2 vermelhas. Num concurso são retiradas sucessivamente 2 bolas, sem reposição, registando-se as cores obtidas. Indique um acontecimento impossível. Adaptado de (htt15)

Resposta: Por exemplo: Saírem 2 bolas brancas seguidas

64. Uma caixa contém 6 bolas iguais que se distinguem apenas pela cor: 3 azuis, 1 branca e 2 vermelhas. Num concurso são retiradas sucessivamente 2 bolas, sem reposição, registando-se as cores obtidas.

É verdadeira ou falsa a afirmação:

“saírem duas bolas azuis” é tão provável como “saírem duas bolas vermelhas” Adaptado de (htt15)

Resposta: É falsa.

Há mais bolas azuis do que vermelhas logo saírem duas bolas azuis é mais provável do que saírem duas bolas vermelhas.

65. Uma caixa contém 6 bolas iguais que se distinguem apenas pela cor: 3 azuis, 1 branca e 2 vermelhas. Num concurso são retiradas sucessivamente 2 bolas, sem reposição, registando-se as cores obtidas.

Qual a probabilidade de sair a bola branca em primeiro lugar? Adaptado de (htt15)

Resposta: 1/6

66. Uma caixa contém 6 bolas iguais que se distinguem apenas pela cor: 3 azuis, 1 branca e 2 vermelhas. Num concurso são retiradas sucessivamente duas bolas, sem reposição, registando-se as cores obtidas. Qual é a probabilidade do acontecimento «sair uma bola azul e uma bola branca». Adaptado de (htt15)

Resposta: $\frac{3}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}=0,2$

67. Qual a probabilidade de numa família com dois filhos, escolhida ao acaso, serem ambos do sexo feminino. (htt16)

Resposta: 1/4.

M – "ser mulher"

H – "ser homem"

Há 4 casos possíveis: MM, HH, MH, HM.

Há 1 caso favorável: MM

68. Qual a probabilidade de numa família, escolhida ao acaso, com dois filhos, serem ambos do mesmo sexo. (htt16)

Resposta: 1/2.

M – "ser mulher"

H – "ser homem"

Há 4 casos possíveis: MM, HH, MH, HM.

Há 2 casos favoráveis: MM, HH.

69. Qual a probabilidade de numa família, escolhida ao acaso, com dois filhos, estes serem de sexos diferentes. (htt16)

Resposta: 1/2.

M – "ser mulher"

H – "ser homem"

Há 4 casos possíveis: MM, HH, MH, HM.

Há 2 casos favoráveis: MH, HM.

70. Numa reunião especial, toda a gente aperta a mão exatamente uma vez a todas as pessoas presentes. Ao todo há 45 apertos de mão. Quantas pessoas foram à reunião? (Wells, 2000)

Resposta: 10 pessoas. ${}^{n}C_2=45 \Leftrightarrow n=10$

71. Qual é o menor número possível de crianças na família Sousa, se cada criança tiver pelo menos um irmão e pelo menos uma irmã? (Wells, 2000)

Resposta: 4crianças: 2 rapazes e 2 raparigas.

72. Quantos números diferentes se podem escrever com dez dígitos diferentes como por exemplo 2 503 168 794. Números começados por zero são excluídos. (Gardner, 2006)

Resposta: 9x9x8x7x6x5x4x3x2x1=9x9! =3265920

73. O Sr. e a Sra. Zeta querem dar nome sua filha recém-nascida de forma que o seu monograma (primeira, média e última iniciais) esteja por ordem alfabética, sem letras repetidas. Quantos monogramas são possíveis arranjar? (considere o alfabeto A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z). (Andreescu e Feng, 2004)

Resposta:

Como o último nome é Zeta, a última inicial é fixa e é um Z. Restam então as duas primeiras iniciais.

A inicial do meio não pode ser o A.

Se for o B, a primeira só pode ser o A. ……..………………………. 1 Caso;

Se for o C, a primeira só pode ser o A ou o B ……………………… 2 Casos;

……………………………………..

……………………………………..

Se for o Y, a primeira pode ser todas as anteriores ……………….. 24 Casos

1+2+3+4+……………+23+24=300

(1+24)/2 X24= 300

Nota: aceita-se sem cálculo

74. Uma fila tem 9 cadeiras que vão ser ocupadas por 6 estudantes e pelos professores Alfa, Beta e Gama. Os 3 professores chegaram antes dos 6 estudantes e decidiram escolher as suas cadeiras de modo que cada professor ficasse entre dois estudantes. De quantos modos diferentes podem os professores Alfa, Beta e Gama escolher os seus lugares? (Andreescu e Feng, 2004)

Resposta:

A primeira cadeira e a última cadeira têm que ser ocupadas por estudantes.

Das sete cadeiras restantes, os 3 professores só poderão distribuir-se por 5 delas uma vez que têm que deixar sempre um lugar entre eles. Logo os professores Alfa, Beta e Gama terão ${}^{5}A_{3}$=60 maneiras diferentes para se sentar.

75. A Lassie teve 5 cachorrinhos.

Sabendo que se pegares num cachorrinho ao acaso a P("sair macho")=0,4 determina a P("sair fêmea"). (htt2)

Resposta:

P("sair fêmea") = 1-0,4 = 0,6

76. A Lassie teve 5 cachorrinhos.

Sabendo que se pegares num cachorrinho ao acaso a P("sair macho")=0,4 determina quantos machos e quantas fêmeas nasceram. (htt2)

Resposta: Nº de machos: 5x0,4 = 2 ; Nº de fêmeas: 5-2=3

77. Numa taça há 9 caramelos de café. Quantos caramelos de leite devem ser colocados dentro da taça de modo a que a probabilidade de tirar um caramelo de café seja 1? (htt2)

Resposta: Não se deve colocar nenhum caramelo de leite para garantir que todos são de café.

78. Numa taça há 9 caramelos de café. Quantos caramelos de leite devem ser colocados dentro da taça de modo a que a probabilidade de tirar um caramelo de café seja 3/5? (htt2)

Resposta: $\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$

Então, na taça, tem que haver um total de 15 caramelos. Logo temos de lá colocar 6 caramelos de leite.

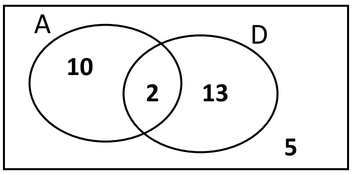
79. Num clube desportivo 30 meninos praticam futebol. 12 treinam para o ataque, 15 para a defesa e 5 para guarda-redes. Qual é a probabilidade de escolhendo um desportista ao acaso ele treinar para a defesa e para o ataque? (htt2)

Resposta:

30 - 5 = 25 não treinam para guarda redes

12 + 15 = 27 treinam para a defesa ou ataque

27 – 25 =2 treinam para a defesa e ataque



Casos favoráveis: 2

Casos possíveis: 30

P= 2/30 = 1/5

80. Colocaram-se os cartões da figura seguinte numa caixa.

Vão extrair-se, ao acaso, sucessivamente, cada um dos 4 cartões. Qual a probabilidade de saírem por ordem as letras da palavra AMOR? (htt2)

Resposta: 1ª resolução

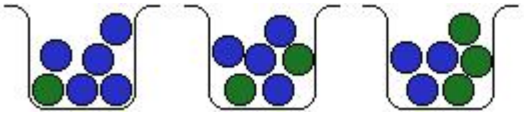
$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$$

2ª resolução

Casos favoráveis: 1

Casos possíveis: 4! =24 P= $\frac{1}{24}$

81. Existem três urnas que contém bolas iguais, azuis e verdes, segundo o esquema:



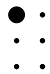
Escolhe-se ao acaso uma urna e retira-se uma bola dessa urna, ao acaso. (htt2)

Qual a probabilidade de sair bola azul?

Resposta:

$$\frac{1}{3}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{6}=\frac{5}{18}+\frac{4}{18}+\frac{3}{18}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$$

82. A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada carácter é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais, pelo menos um se destaca (alto relevo) em relação aos demais. Por exemplo a letra “a” é representada por:



Qual é o número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile? (htt18)
Resposta:

$$C_1^6+C_2^6+C_3^6+C_4^6+C_5^6+C_6^6 = 63$$

6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63

83. Dispondo de 4 cores distintas temos que colorir o mapa dos países P, Q, R e S, de modo que países cuja fronteira é uma linha, não podem ser coloridos com a mesma cor. De quantas maneiras diferentes é possível colorir o mapa se os países P e S forem coloridos com cores distintas? (htt18)

P	Q
R	S

Resposta:
Para pintar P e S temos 4x3=12 maneiras possíveis.
R e Q não podem ser pintados da mesma cor que P e S. logo, restam 2 cores para pintá-los, que podem trocar entre si, ou então podem ser ambos pintados da mesma cor. Temos assim 4 maneiras possíveis de os colorir.
No total vamos ter 12x4 = 48 maneiras diferentes de colorir o mapa.

84. Dispondo de 4 cores distintas temos que colorir o mapa com os países P, Q, R e S, de modo que países cuja fronteira é uma linha, não podem ser coloridos com a mesma cor. De quantas maneiras diferentes é possível colorir o mapa se os países P e S forem coloridos com a mesma cor? (htt18)

P	Q
R	S

Resposta:

Se P e S forem coloridos da mesma cor, temos 4 casos possíveis para os colorir. Restam então 3 cores para colorir R e Q, os quais podem ficar ambos com a mesma cor ou serem pintados com cores diferentes, logo, para os colorir vamos ter $^{3}A'_{2} = 3^{2} = 9$ maneiras diferentes de o fazer.

No total vamos ter 4x9 = 36 maneiras diferentes de colorir o mapa.

85. Uma senha de uma rede de computadores é formada por 5 letras escolhidas entre as 5 vogais do alfabeto. Quantas senhas existem com todas as letras distintas e que comecem pela letra A? (htt18)

Resposta: 4! = 4x3x2x1=24

A letra A fica fixa. As restantes 4 permutam entre si.

86. Uma senha de uma rede de computadores é formada por 5 letras escolhidas entre as 5 vogais do alfabeto. Quantas senhas existem com todas as letras distintas e que comecem pela letra A e acabem com a letra U? (htt18)

Resposta: 3! = 3x2x1 = 3x2x1= 6

As letras A e U ficam fixas. As restantes 3 permutam entre si.

87. Uma senha de uma rede de computadores é formada por 5 letras escolhidas entre as 5 vogais do alfabeto. Quantas senhas existem, com pelo menos duas letras iguais? (htt18)

Resposta:

5^{5}- 5! = 5x5x5x5x5-5x4x3x2x1= 3125-120=3005

5^{5} é o número total de senhas constituídas por letras iguais ou diferentes. 5! É o número de senhas com todas as letras diferentes. A diferença entre estes valores dá o número de senhas com pelo menos duas letras iguais.

88. Pedro, Luísa, João e Rita, vão ao cinema sentando-se em lugares consecutivos na mesma fila. De quantas maneiras diferentes se podem sentar, de forma que o Pedro e a Luísa fiquem sempre juntos, e o João e a Rita também fiquem juntos. (htt18)

Resposta: 2!x2!x2! =8

PL JR	LP JR	JR PL	RJ PL
PL RJ	LP RJ	JR LP	RJ LP

89. Uma loja de geladaria permite escolher 1 sabor (baunilha, morango, limão, cereja ou pêssego), um acompanhamento, (raspas de chocolate, pistácio ou caju) e uma calda (creme batido ou coco ralado).Quantas sobremesas diferentes se podem fazer? (htt19)

Resposta: 5x3x2=30

90. Uma senha de usuário de computador de grande porte consiste em 3 letras seguidas de 2 dígitos. Quantas senhas diferentes podem existir? (Considere o alfabeto com 26 letras). (htt19)
Resposta: $26^3 x 10^2 = 1757600$

91. Uma senha de usuário de computador de grande porte consiste em 3 letras seguidas de 2 dígitos. Quantas senhas diferentes são possíveis, se diferenciarmos as letras maiúsculas das minúsculas? (Considere o alfabeto com 26 letras). (htt19)
Resposta: $52^3 x 10^2$

92. Quanto números de 3 dígitos, menores que 600, podem ser construídos usando os dígitos 8, 6, 4 e 2? (htt19)

Resposta:

Os números só podem começar por 2 ou por 4.

Começados por 2 temos: ${}^4A'_2 = 4^2 = 16$

Começados por 3 temos: ${}^4A'_2 = 4^2 = 16$

O total será 16+16=32

93. Dos números inteiros com 3 dígitos, quantos são divisíveis por 5? (htt19)

Resposta:

O algarismo das unidades tem de ser 0 ou 5.
O número não pode começar por 0.
Logo temos:

- 9 possibilidades para o algarismo das centenas;
- 10 possibilidades para o das dezenas;
- 2 possibilidades para o das unidades.

9x10x2 = 180

94. Dos números inteiros com 3 dígitos, quantos não são divisíveis por 5? (htt19)

Resposta:

O algarismo das unidades não pode ser 0 nem 5.

O número não pode começar por 0.

Logo temos:

- 9 possibilidades para o algarismo das centenas;
- 10 possibilidades para o das dezenas;
- 8 possibilidades para o das unidades.

9x10x8 = 720

95. Dos números inteiros com 3 dígitos, quantos são divisíveis por 2? Adaptado de (htt19)

Resposta:

O algarismo das unidades tem que ser par.
O número não pode começar por 0.

Logo temos:

- 9 possibilidades para o algarismo das centenas;
- 10 possibilidades para o das dezenas;
- 5 possibilidades para o das unidades.

9x10x5 = 720

96. Dos números inteiros com 3 dígitos, quantos são ímpares? Adaptado de (htt19)

Resposta:

O algarismo das unidades tem que ser ímpar.
O número não pode começar por 0.

Logo temos:

- 9 possibilidades para o algarismo das centenas;
- 10 possibilidades para o das dezenas;
- 5 possibilidades para o das unidades.

9x10x5 = 720 números ímpares

97. Um serviço de empregados contém uma lista no computador com 50 homens e 50 mulheres. São selecionados nomes aleatoriamente. Quantos nomes têm que ser selecionados para se garantir que apareçam nomes de uma pessoa de cada sexo. (htt19)

Resposta: 51

98. Um serviço de empregados contém uma lista no computador com 50 homens e 50 mulheres. São selecionados nomes aleatoriamente. Quantos nomes têm que ser selecionados para se garantir que apareçam nomes de duas pessoas do mesmo sexo. (htt19)

Resposta: 3

99. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Considera os acontecimentos:
A:" sair figura" B:" sair paus"
C: "sair uma carta preta" D: "sair uma carta vermelha"
Indica dois acontecimentos contrários.
Resposta: C e D

100. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Considera os acontecimentos:
A:" sair figura" B:" sair paus" C: "sair figura ou ás" D: "sair vermelho"
Indica dois acontecimentos incompatíveis.
Resposta: B e D

101. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Considera os acontecimentos:
A:" sair figura" B:" sair paus" C: "sair figura ou ás" D: "sair vermelho"
Indica dois acontecimentos X e Y tais que $X \subset Y$
Resposta: $A \subset C$

102. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Considera o acontecimento: B:" sair paus"
Qual é a probabilidade de B?
Resposta: P(B) = 1/4

103. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Considera o acontecimento: V:" sair uma carta vermelha"
Qual é a probabilidade de V?
Resposta: P(V) = 1/2

104. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Qual é a probabilidade do acontecimento F:" sair figura"?
Resposta: P(F) = 12/52

105. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Qual é a probabilidade do acontecimento A:" sair figura ou ás"?
Resposta: P(F) = 16/52

106. De um baralho de 52 cartas retira-se uma carta ao acaso. Adaptado de (htt21)
Qual é a probabilidade do acontecimento S:" sair figura vermelha"?
Resposta: P(S) = 6/52

107. De um baralho de 40 cartas retiram-se duas cartas ao acaso, sem repor a primeira carta. Qual a probabilidade de ambas as cartas serem “ases”?. Adaptado de (htt21)

Reposta: $\frac{4}{40} \times \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$

108. Abre-se um livro ao acaso, ficando à vista 2 páginas numeradas. A probabilidade da soma dos números dessas duas páginas ser ímpar é? Adaptado de (htt21)

Resposta:

A probabilidade é 1.

A soma é sempre um número ímpar, logo é um acontecimento certo.

109. Abre-se um livro ao acaso, ficando à vista 2 páginas numeradas. A probabilidade da soma dos números dessas duas páginas ser par é? Adaptado de (htt21)

Resposta:

A probabilidade é 0.

A soma é sempre um número ímpar, logo é um acontecimento impossível.

110. Quantos anagramas existem da palavra AMOR? Adaptado de (htt21)

Resposta: 4!= 4x3x2x1= 24

111. Por quantas ordens diferentes se podem ler 5 os livros de uma estante? Adaptado de (htt21)

Resposta: 5!= 5x4x3x2x1= 120

112. De quantas maneiras diferentes se podem colocar, em fila, os 30 elementos de uma turma? (htt21)

Resposta: 30!

113. De quantas maneiras diferentes se podem sentar 5 amigos em 5 lugares no cinema, de modo que 2 deles, o João e a Joana, fiquem juntos numa das pontas? Adaptado de (htt21)

Resolução :

Se o João e a Joana ficarem na ponta esquerda teremos

João Joana X X X

Joana João X X X

2 x 3! =12

Mas se eles ficarem na ponta direita temos o mesmo número de casos.

Então, no total teremos 2x12 = 24 maneiras diferentes de eles ficarem juntos numa das pontas.

114. Lançam-se, em simultâneo, um dado cúbico e um rapa onde estão marcadas as letras R, P, T, D (rapa, põe, tira e deixa). Indica um acontecimento associado ao conjunto A={ (2, R), (4, R), (6, R)} Adaptado de (htt21)

Resposta: A: “sai número par no dado e ´rapa´ no rapa”

115. O João está a responder a um teste onde tem que indicar o valor lógico de 3 proposições. De quantas maneiras diferentes pode fazê-lo? Adaptado de (htt21)

Resposta: # {(1,V), (1,F), (2,V), (2,F), (3,V), (3,F)}= 6

Ou então: L={V, F}   P={1, 2, 3}

L x # P = 2x3=6

116. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os "8", os "9" e os "10") retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: "sair copas" Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 1/4

117. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os "8", os "9" e os "10") retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: "sair figura" Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 12/40 =3/10

118. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os "8", os "9" e os "10") retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: "sair dama" Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 4/40=1/10

119. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os "8", os "9" e os "10") retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: "sair 10" Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 0

120. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os "8", os "9" e os "10") retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: "sair dama de copas" Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 1/40

121. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os "8", os "9" e os "10") retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: "sair rei ou copas" Adaptado de (htt21)

Resposta:

As cartas de copas são 10 e já incluem o rei de copas. Os restantes reis são 3, logo:

P(A)= (3+10)/40 = 13/40

122. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os "8", os "9" e os "10") retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: "não sair rei" Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= (40-4)/40 =36/40 =9/10

123. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os “8”, os “9” e os “10”) retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: “não sair figura nem copas” Adaptado de (htt21)

Resposta:

É o acontecimento contrário de sair figura ou copas. Então vamos calcular a probabilidade de $\overline{A}$.

As cartas de copas são 10 e já incluem as figuras de copas. Os restantes figuras são 3 de cada um dos outros 3 naipes. Então temos 10+3x3=19 casos favoráveis. Logo P($\overline{A}$)= 19/40.

P(A) = 1 - P($\overline{A}$) = 1-19/40 = 21/40

Ou então:

Temos 30 cartas que não são de copas e destas 9 são figuras. Logo temos 30-9=21 casos favoráveis. Então P(A)= 21/40

124. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os “8”, os “9” e os “10”) retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: “sair figura ou ás”. Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 16/40 =2/5

125. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os “8”, os “9” e os “10”) retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: “sair o ás de ouros”. Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 1/40

126. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os “8”, os “9” e os “10”) retira-se, ao acaso, uma carta. Indica a probabilidade do acontecimento A: “sair uma carta vermelha ou uma carta preta”. Adaptado de (htt21)

Resposta: P(A)= 1. É um acontecimento certo

127. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os “8”, os “9” e os “10”) retira-se, ao acaso, uma carta. Nesta experiência aleatória define um acontecimento impossível. Adaptado de (htt21)

Resposta: Por exemplo A:”sair um 8”

128. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os “8”, os “9” e os “10”) retira-se, ao acaso, uma carta. Nesta experiência aleatória define dois acontecimentos contrários. Adaptado de (htt21)

Resposta:

Por exemplo A:”sair carta vermelha” e B:”sair carta preta”

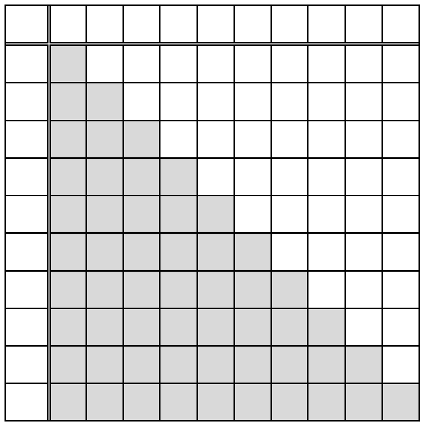
129. De um baralho de 40 cartas (baralho ao qual se retiram os “8”, os “9” e os “10”) retira-se, ao acaso, uma carta. Nesta experiência aleatória define dois acontecimentos incompatíveis mas não contrários. Adaptado de (htt21)

Resposta:

Por exemplo A:”sair uma carta de copas” e B:”sair carta de ouros”

130. Temos 10 cartões, cada um com um número escrito. 5 dos números são positivos e 5 são negativos. Retirando ao acaso dois desses cartões, qual é a probabilidade do seu produto ser positivo? Adaptado de (htt21)

Resposta: 20/45 = 4/9 (por observação da tabela)



Ou então:

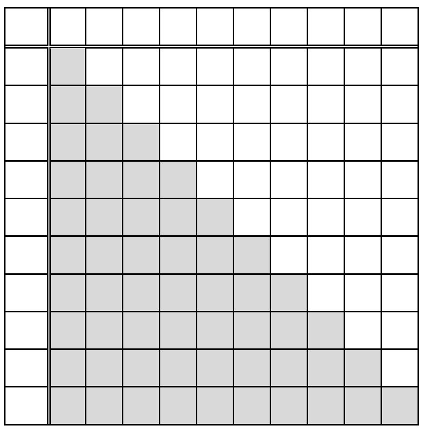
Casos possíveis $^{10}C_2$= 45

Casos favoráveis: $^{5}C_2$ + $^{5}C_2$ = 10+10=20 (n^{os} positivos x n^{os} positivos + n^{os} negativos x n^{os} negativos)

P= 20/45= 4/9

131. Temos 10 cartões, cada um com um número escrito. 5 dos números são positivos e 5 são negativos. Retirando ao acaso dois desses cartões, qual é a probabilidade do seu produto ser negativo? Adaptado de (htt21)

Resposta: 25/45 = 5/9



Ou então:

Casos possíveis $^{10}C_2$= 45

Casos favoráveis: 5x5=25 (5 positivos x 5 negativos) P= 25/45= 5/9

132. Cinco amigos vão ao bar da sua escola comer um bolo. Sabendo que no bar há 12 variedades de bolos, de quantas maneiras diferentes podem fazer a escolha? Adaptado de (htt21)
Resposta: $12x12x12x12x12 = {}^{12}A'_5$

133. Numa turma com 27 alunos, há 12 rapazes. Quantas comissões de 3 elementos se podem formar com 2 raparigas e 1 rapaz? Adaptado de (htt21)
Resposta: ${}^{15}C_2 \times {}^{12}C_1 = 105 \times 12 = 1260$

134. Numa turma com 27 alunos, há 12 rapazes. Quantas comissões de 3 elementos se podem formar com 2 rapazes e 1 rapariga Adaptado de (htt21)
Resposta: ${}^{12}C_2 \times {}^{15}C_1 = 66 \times 15 = 990$

135. Numa turma com 27 alunos, há 12 rapazes. Quantas comissões de 3 elementos se podem formar só com rapazes? Adaptado de (htt21)
Resposta: ${}^{12}C_3 = 220$

136. Numa turma com 27 alunos, há 12 rapazes. Quantas comissões de 3 elementos se podem formar só com raparigas? Adaptado de (htt21)
Resposta: ${}^{15}C_3 = 455$

137. Numa turma com 27 alunos, há 12 rapazes. Quantas comissões de 3 elementos se podem formar sabendo que o delegado de turma tem que fazer parte da comissão obrigatoriamente? (htt21)
Resposta: ${}^{26}C_2 = 325$

138. Numa turma com 27 alunos, há 12 rapazes. Quantas comissões de 3 elementos se podem formar sabendo que a delegada de turma tem que fazer parte da comissão obrigatoriamente e os outros 2 elementos são rapazes? Adaptado de (htt21)
Resposta: ${}^{12}C_2 = 66$

139. Numa turma com 27 alunos, há 12 rapazes. Quantas comissões de 3 elementos se podem formar sabendo que a comissão é constituída só por raparigas e a delegada de turma tem que fazer parte da comissão obrigatoriamente? Adaptado de (htt21)
Resposta: ${}^{15}C_2 = 105$

140. Quantos números com 2 dígitos existem que não contenham dígitos repetidos? Adaptado de (htt22)
Resposta:
9x9 =81 (o primeiro dígito não pode ser 0 e o 2º não pode ser igual ao primeiro, logo há 9 possibilidades para cada um deles)
Outra resolução:
${}^{10}A_2 - 9 = 10x9 - 9 = 81$ (todas as sequências de dois elementos que é possível formar com dez dígitos exceto as 9 que começam por 0)

141. Pilhas de uma certa marca são acondicionadas de modo casual em embalagens de 4 pilhas. O produtor dessa marca opera com uma probabilidade de 0,04 de uma pilha ser defeituosa. Qual é a probabilidade de que uma embalagem, tomada ao acaso, tenha somente pilhas perfeitas? Adaptado de (htt22)

Resposta: $(1-0{,}04)^4 = (0{,}96)^4$

142. Pilhas de uma certa marca são acondicionadas de modo casual em embalagens de 4 pilhas. O produtor desta marca opera com uma probabilidade de 0,04 de uma pilha ser defeituosa. Qual é a probabilidade de que uma embalagem, tomada ao acaso, tenha somente pilhas defeituosas? Adaptado de (htt22)

Resposta: $(0{,}04)^4$

143. O Jonas sabe que 30% dos seus colegas de turma não gostam de cinema de qualquer tipo. Dos que gostam de cinema, 28% só gostam de comédias e 10% só gostam de dramas. Qual a probabilidade de, ao escolher um aluno desta turma, ele só gostar de dramas? (htt20)

Resposta:
100% - 30% = 70% gostam de cinema.
0,10x0,70= 0,07 só gostam de dramas
Logo a probabilidade de, ao escolher um aluno desta turma, ele só gostar de dramas, é 7%

144. O Jonas sabe que 30% dos seus colegas de turma não gostam de cinema de qualquer tipo. Dos que gostam de cinema, 28% só gostam de comédias e 10% só gostam de dramas. Qual a probabilidade de, ao escolher um aluno desta turma, ele só gostar de comédias? (htt20)

Resposta:
100% - 30% = 70% gostam de cinema.
0,28x0,70= 0,196 só gostam de dramas
Logo a probabilidade de, ao escolher um aluno desta turma, ele só gostar de dramas, é 19,6%

145. Uma carta enviada por correio azul tem uma probabilidade de 0,98 de chegar no dia seguinte ao seu destinatário. Uma empresa enviou 250 cartas por correio azul. Quantas delas se espera que cheguem no dia seguinte aos seus destinatários? (htt20)

Resposta: 250 x 0,98 = 245

146. Uma carta enviada por correio azul tem uma probabilidade de 0,98 de chegar no dia seguinte ao seu destinatário. Uma empresa enviou 250 cartas por correio azul. Quantas delas se espera que não cheguem no dia seguinte aos seus destinatários? (htt20)

Resposta: 250 x 0,98 = 245 então 250-245= 5 ou então 0,02x 250=5

147. Lançou-se uma moeda e saiu cara. Se voltarmos a lançar a moeda, qual a opção correta: (htt20)

(A) É mais provável sair cara do que coroa.
(B) É tão provável sair cara como coroa.
(C) É mais provável sair coroa do que cara.
(D) A probabilidade de sair cara é 1.

Resposta: (B)

148. A avó Maria comprou as prendas para os seus 5 netos, mas esqueceu-se de as identificar por fora. Na noite de Natal, distribuiu-as, ao acaso, pelos netos. Qual a probabilidade de o mais novo receber a sua prenda? (Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: P=1/5. Casos possíveis: 5 (há cinco prendas para distribuir)
Casos favoráveis 1. (só uma prenda é a que pertence ao neto mais novo)

149. De quantas maneiras diferentes podem entrar em fila, numa discoteca, 4 rapazes e 3 raparigas, supondo que as rapariga entram primeiro? (Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: 3!x4!

150. Uma escola tem 5 turmas do 12º ano. Chegaram 3 novos alunos à escola. De quantas maneiras podem ser incluídos nessas turmas, não ficando 2 na mesma turma? (Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: ${}^{5}A_{3}$=5x4x3=60

151. O número de retas que se podem definir com os vértices de um hexágono é? (Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: ${}^{6}C_{2}$= 15

152. O número de retas que se podem definir com os vértices de um quadrado é? (Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: 6. 4 lados e 2 diagonais

153. Quantos códigos de multibanco começam por 2? (Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: O 2 é fixo. 2 __ __ __
Os restantes 3 dígitos, podem ser preenchidos com os algarismos de 0 a 9. Logo vão existir 10x10x10 = 1000 códigos de multibanco começados por 2.

154. Quantos códigos de multibanco começam por 2 e não têm mais nenhum algarismo 2?
(Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: O 2 é fixo. 2 __ __ __

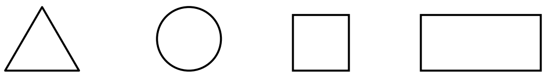
Os restantes 3 dígitos, podem ser preenchidos com os algarismos de 0 a 9 exceto com o 2. Logo vão existir 9x9x9 = 729 códigos de multibanco nestas condições.

155. Quantos códigos de multibanco têm exatamente 3 algarismos 2? (Gomes e Viegas, 2005)
Resposta: O 2 pode tomar a seguintes posições:

2 2 2 __
2 2 __ 2
2 __ 2 2
__ 2 2 2

O dígito que falta, podem ser preenchido com os algarismos de 0 a 9 exceto com o 2. Logo vão existir 4x9 = 36 códigos de multibanco nestas condições.

156. Um jogo educativo tem peças de madeira com as formas: (Gomes e Viegas, 2005)



Cada forma apresenta-se em 3 cores (azul, branco e vermelho) e em 2 tamanhos (grande e pequeno). Tirando uma peça ao acaso, qual a probabilidade de ser um círculo vermelho?

Resposta:

Ao todo há 4x3x2=24 peças diferentes, porque temos 4 formas, 3 cores e 2 tamanhos.

Círculos vermelhos há 2.

Logo a probabilidade pedia é 2/24 =1/12

157. No conjunto dos vértices de um cubo, escolhem-se 2 ao acaso. Qual a probabilidade dos pontos escolhidos serem extremos da mesma aresta do cubo. (Gomes e Viegas, 2005)

Resposta:

Casos favoráveis: Nº de arestas =12

Casos possíveis: $^{8}C_{2}$=28

P=12/28= 3/7

158. No conjunto dos vértices de um cubo, escolhem-se 2 ao acaso. Qual a probabilidade dos pontos escolhidos serem extremos de uma aresta do cubo. (Gomes e Viegas, 2005)

Resposta: 1

Anexo 10

Bónus

1. Bónus

Matemáticos Portugueses.

Pedro Nunes (1502-1578) – Nasceu em Alcácer do Sal. Estudou Medicina e Matemática na Universidade de Lisboa. Foi professor na Universidade de Lisboa e de Coimbra. Em 1529 foi nomeado cosmógrafo do rei D. João III. Publicou, em 1537, os seguintes textos: 1.º *Tratado da Esfera* de Sacrobosco; 2.° *Teoria do movimento do Sol e da Lua* de Purbáquio; 3.° *Cosmografia, Livro primeiro de Ptolomeu*; 4.° *Tratado de Certas Dúvidas da navegação*; 5.° *Tratado da Defensão da Carta de Marear*. Contudo, é a obra *De Crepusculis* que o torna mais conhecido, pois nesta obra ele patenteia a teoria do instrumento designado "nónio" (de Nunes), destinado a medir frações da menor divisão na leitura de réguas ou círculos graduados. (Struik, 1948)

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda.
(Struik, 1948)

2. Bónus

Matemáticos Portugueses

José Anastácio da Cunha (1744-1787) – Nasceu em Lisboa. Em 1773 foi nomeado, pelo Marquês de Pombal, Lente de Geometria da Universidade de Coimbra. Escreveu os *Princípios Matemáticos*, para a instrução dos alunos do Colégio de S. Lucas, da Real Casa Pia do Castelo de S. Jorge, onde foi professor. A ele se deve o *Ensaio sobre Princípios da Mecânica*, publicado em Londres, em 1807.

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda.
(Struik, 1948)

3. Bónus

Matemáticos Portugueses

Daniel Augusto da Silva (1814-1878) – Nasceu em Lisboa e formou-se em Matemática, na Universidade de Coimbra. É autor de duas investigações que publicou nas Memórias da Academia Real das Ciências: Sobre a Rotação das Forças em Torno dos Pontos de Aplicação e Propriedades Gerais e Resolução Direta das Congruências Binómias, ficando esta última incompleta por motivos de grave doença que o prostrou.

Foi vítima do isolamento em que se encontrava a ciência portuguesa, no séc. XIX. Só muito mais tarde, é que o nome deste matemático português começou a ser conhecido, sendo citado o seu papel genial e decisivo em tratados de Mecânica Racional. Alguns dos seus resultados originais foram atribuídos ao matemático irlandês H. J. Smith, que os obteve 9 anos mais tarde.

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda.
(Struik, 1948)
http://vitorantao.no.sapo.pt/daniel.htm (htt38)

4. Bónus

Matemáticos Portugueses

Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) – Nasceu no distrito de Viseu. Doutorou-se com 20 valores na Universidade de Coimbra, onde foi professor. Em 1883 foi nomeado para a academia Politécnica do Porto. É autor de mais de 140 trabalhos de investigação em Análise Matemática, publicados em revistas como o Jornal de Crelle, o Jornal de Liouville, o Jornal de Ciências Matemáticas e Astronómicas, entre outros.

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva Publicações Lda. (Struik, 1948)

5. Bónus

Matemáticos Portugueses

António Aniceto Monteiro (1907-1980) – Português, nascido em Angola, licenciou-se em Ciências Matemáticas na Faculdade de Ciências de Lisboa, como bolseiro da Junta de Educação Nacional e doutorou-se na Universidade de Paris. A obra científica deste matemático compreende mais de 50 trabalhos de investigação, a maioria na área das álgebras de lógicas não clássicas. Quase no fim da sua vida, publica, na Argentina, *Portugaliæ Mathematica* e a memória Sur les Algèbres de Heyting Symétriques, premiada em 1978, pela Fundação Calouste Gulbenkian.

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda. (Struik, 1948)

6. Bónus

Matemáticos Portugueses

José Sebastião e Silva (1914-1972) – Nascido em Mértola e falecido em Lisboa, é o matemático português mais conhecido internacionalmente. Licenciado em Ciências Matemáticas, foi estudar para Roma, como bolseiro, onde se especializou em Análise Funcional. Doutorou-se em Lisboa com uma inovadora dissertação: As Funções Analíticas e a Análise Funcional. Os seus 47 trabalhos de investigação foram reunidos em 3 volumes de Obras de José Sebastião e Silva.

Publica, em 1954, na Revista da Faculdade de Ciências de Lisboa o trabalho: «Sur une construction axiomatique de la théorie des distributions», no seguimento das investigações de S. L. Sobolev e L. Schwartz. Por fim, publica 3 trabalhos:

- Sobre a equação de difusão dos neutrões (1966);
- La théorie des ultradistributions et les séries de multipôles des physiciens (1967);
- Sur l'Intervention du Calcul Symbolique et des Distributions dans l'Étude de l'Équation de Boltzmann.

É José Sebastião e Silva que, pela primeira vez, funda uma escola de investigação na sua especialidade, da qual foi discípulo Santos Guerreiro

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda. (Struik, 1948)

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm34/sebastiaosilva.htm (htt39)

7. Bónus

Matemáticos Portugueses

Bento de Jesus Caraça (1901-1948) – Nasceu em Vila Viçosa e morreu em Lisboa vítima de doença cardíaca. Licenciou-se em 1923, no Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (atual ISEG). Em 1936, fundou o **Núcleo de Matemática, Física e Química**.

Em 1940, com os professores António Monteiro, Hugo Ribeiro, José da Silva Paulo e Manuel Zaluar, criou a *Gazeta de Matemática*.

Em 1941, cria a *Biblioteca Cosmos*, para edição de livros de divulgação científica e cultural, a qual publicou 114 livros entre os quais se encontram a *Interpolação e Integração Numérica*; *A Cultura Integral do Indivíduo - Problema central do nosso tempo*; *Lições da Álgebra e Análise*; *Cálculo Vectorial*; *Conceitos Fundamentais da Matemática*; *As Funções Beta e Gama, Funções Octogonais*

Em 1943, torna-se presidente da Sociedade Portuguesa de Matemática.

Foi um resistente antifascista, pelo que depois de ter sido demitido em 1946, pela ditadura salazarista, veio a falecer em 1948.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Bento_de_Jesus_Cara%C3%A7a (htt40)
http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm11/matematicos.htm (htt41)
http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/bento-jesus-caraca.htm (htt42)

8. Bónus

Matemáticos Portugueses

José Vicente Gonçalves (1886-1985) – Nasceu no Funchal e formou-se em Matemática na Universidade de Coimbra. Estudou Análise Matemática e elaborou 5 compêndios de Matemática Elementar. Criou também vários cursos em matemáticas específicas.

Em 1950, fundou a revista da Faculdade de Ciências de Lisboa que durou até 1974.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm11/matematicos.htm (htt41)

9. Bónus

Matemáticos Portugueses

Aureliano Mira Fernandes (1884-1958) – Nasceu em Mértola e faleceu em Lisboa. Estudou na Universidade de Coimbra e, de seguida, obteve o grau de doutor, com 20 valores. Foi então nomeado professor catedrático da Universidade Técnica de Lisboa. As suas mais importantes investigações são no âmbito da Geometria Diferencial, tendo dando um grande contributo para o desenvolvimento do ensino.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm11/matematicos.htm (htt41)

10. Bónus

Matemáticos Portugueses

Ruy Luís Gomes (1905-1984) – Nasceu e morreu na cidade do Porto. Doutorou-se, com 20 valores, em Ciências Matemáticas na Universidade de Coimbra. Participou, juntamente com outros matemáticos, no lançamento das revistas *Gazeta de Matemática e Portugaliæ Mathematica*. Foi professor Catedrático na Universidade do Porto, tendo sido afastado do ensino universitário em 1947, por motivos políticos. A partir de 1958, leccionou nas universidades da Argentina e do Brasil. Regressou a Portugal após a revolução de 25 de Abril e tornou-se reitor da Universidade do Porto.

Publicou dezenas de estudos, dos quais se destaca *Integral de Riemann, Sobre a Relação entre Integral de Riemann e Integral de Lebesgue,* que mereceu-lhe o Prémio Artur Malheiro, da Academia das Ciências de Lisboa.

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda. (Struik, 1948)

11. Bónus

Matemáticos Portugueses

Pedro Hispano (1205-1277) – Filósofo e médico, nasceu em Lisboa, foi prior de Mafra e cónego da Sé de Lisboa. Famoso em diversas ciências, deixou muitos escritos. Entre eles encontra-se o *Tractatus*, que foi depois denominado *Summulae Logicales,* manual pelo qual se procedeu ao ensino da lógica nas mais prestigiadas universidades europeias, até ao século XVI. Aquando da reforma da Universidade de Lisboa, realizada durante o reinado de D. Manuel, a sua obra ainda fazia parte dos planos de estudos. Como estudioso de Medicina, escreveu um livro de divulgação de conhecimentos denominado *Tesouro dos Pobres*.

Foi eleito Papa em Setembro de 1276, tendo adotado o nome de João XXI. Porém, o seu pontificado durou apenas oito meses, pois sobreviveu poucos dias aos ferimentos provocados pela derrocada da Loggia do Palácio dos Papas.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/pedro-hispano.htm (htt44)

12. Bónus

Matemáticos Portugueses

Hugo Ribeiro (1910-1988) – Nasceu em Lisboa. Licenciou-se em Ciências Matemáticas na Faculdade de Ciências de Lisboa. Participou ativamente no lançamento das revistas *Gazeta de Matemática e Portugaliæ Mathematica*. Em 1947 é afastado pelo regime e, para poder continuar a exercer Matemática, aceita um lugar na Universidade de Berkeley, na Califórnia.

Regressou a Portugal somente depois de 25 de Abril de 1974, para ainda lecionar na Universidade do Porto, juntamente com sua mulher, Pilar Ribeiro.

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda. (Struik, 1948)

13. Bónus

Matemáticos Portugueses

Rómulo de Carvalho (1906-1997) – Nasceu e morreu em Lisboa. Embora seja mais conhecido como poeta, licenciou-se em Ciências Físico-químicas na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto e dedicou grande parte da sua vida ao ensino. Publicou diversos estudos sobre diferentes áreas da ciência e, sob o pseudónimo de **António Gedeão**, publicou a obra *Movimento Perpétuo,* em 1959. Ganhou diversos prémios quer como cientista, quer como poeta.
http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/romulo-de-carvalho.htm (htt45)

14. Bónus

Matemáticos Portugueses

António Almeida Costa (1903-1978) – Nasceu em Celorico da Beira e estudou na Faculdade de Ciências do Porto.. Os seus primeiros trabalhos foram sobre o cálculo vetorial e sistemas de equações às derivadas parciais. Depois dedicou-se à álgebra durante quatro décadas, fundou a "Escola de Álgebra" de Lisboa que ainda hoje prossegue no Centro de Álgebra da Universidade de Lisboa.
http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/p42.html (htt46)

15. Bónus

Matemáticos Portugueses

Sidónio Pais (1872-1918) – Nasceu em Coimbra. Fez o curso de Artilharia na Escola do Exército e, em 1898, concluiu o curso de Matemática na Universidade de Coimbra, onde foi professor catedrático.

Assumiu a pasta das Finanças em Novembro de 1911 e, entre 1912 e 1916, foi ministro de Portugal em Berlim. Foi eleito Presidente da República em 1918, na primeira eleição por sufrágio universal.

Foi abatido a tiro por um fanático, na estação do Rossio, quando se preparava para embarcar para o Porto na procura de apoio para as suas reformas.
http://www.vidaslusofonas.pt/sidonio_pais.htm(htt47)

16. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Hipócrates de Chios (430 a.C.) foi o primeiro matemático a estudar as relações entre o arco de circunferência e a corda correspondente, pelo que criou a primeira antecessora das tábuas trigonométricas.
http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

17. Bónus

Matemáticos Portugueses

Bernardino Machado (1851-1944) – Apesar de ter nascido no Rio de Janeiro, veio para Portugal em criança, tendo optado pela nacionalidade portuguesa quando atingiu a maioridade. Licenciou-se em Matemática na Universidade de Coimbra, com o estudo "*Teoria mecânica na reflexão e na refração da luz*", e doutorou-se em 1875, com "*Dedução das leis dos pequenos movimentos periódicos da força elástica*". Concorreu a professor com "Teoria matemática das interferências", tornando-se catedrático em 1879.

Proclamada a República, foi eleito presidente da República em Agosto de 1915 e deposto, pela revolução sidonista, em Dezembro de 1917, sendo reeleito em Dezembro de 1925 e, novamente, destituído do cargo com o golpe militar de 28 de Maio de 1926.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/bernardino-machado.htm (htt48)

18. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Pitágoras, (séc. VI a. C.) filósofo e matemático grego, nascido em Samos, fundador de uma escola em Crotona (colónia grega na península itálica), cujos princípios foram fundamentais para progresso da matemática e da filosofia ocidental. O resultado (ou dos seus discípulos) que o tornou célebre foi o teorema, conhecido de todos nós, que afirma que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa (Teorema de Pitágoras). A descoberta dos "irracionais" por meio de segmentos de recta incomensuráveis, talvez tenha sido a teve maior contributo para o desenvolvimento da matemática. [2] (Struik, 1948)

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

Struik, D. J. (1948). *História Concisa das Matemáticas.* (S. Guerreiro, Trad.) Gradiva – Publicações Lda. (Struik, 1948)

19. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Thales de Mileto (séc. VI a. C) foi quem determinou a altura das pirâmides do Egipto. Discípulo dos egípcios e dos caldeus, auferiu o título de "primeiro matemático verdadeiro", com a tentativa de organizar a Geometria de forma dedutiva. Um dos resultados mais importantes dos seus estudos é o *"Teorema de Thales"*, segundo o qual "um feixe de retas paralelas determina em duas transversais, segmentos correspondentes, diretamente proporcionais". Thales é mencionado com um dos sete sábios da Grécia Antiga e considerado por muitos o pai filosofia grega.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

http://www.euniverso.com.br/Psyche/Filosofia/Tales_de_Mileto.htm (htt50)

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/Tales.htm (htt66)

20. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Georg Purback (1423 -1461) matemático alemão nascido na Baviera. Construiu a primeira tábua trigonométrica.
http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

21. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Roberval (1602-1675) enuncia problemas relacionados com o seno, os quais dão uma notável informação de que a Trigonometria não se cinge apenas a cálculo. É ele que elabora o primeiro gráfico de uma curva de seno.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

22. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Arquimedes (séc. III a.C.) viveu em Sicarusa, (colónia grega situada na Sicília, Sul da Itália). Descobriu as leis da alavanca e da roldana e, também, descobriu a lei do peso específico dos corpos. Além disso, encontrou um meio de determinar um valor mais exato para o número π.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

23. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Karl Marx (1818 – 1883) o tão célebre alemão fundador do Socialismo Científico, embora quase desconhecido como matemático. Dedicou-se à Matemática para poder aprofundar as suas investigações ao nível da economia, onde mostra uma preocupação em evitar erros de cálculo. É autor de um livro denominado *Manuscritos Matemáticos*, que só é publicado 100 anos após a sua morte.

http://en.wikipedia.org/wiki/Karl_Marx(htt51)

Gerdes, Paulus. *Os Manuscritos Filosófico-matemáticos de Karl Marx Sobre O Cálculo Diferencial. .* Copyright by Paulus Gerdes, 2008. (Gerdes, 2008)

24. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Albert Einstein (1879-1955) físico alemão, desenvolveu um conjunto de teorias que estabeleceram a equivalência entre massa e energia. Em 1905, publicou 5 artigos nos *Anais de Física* que revolucionaram a física newtoniana. Através da teoria da relatividade espacial, Einstein estabelece uma conexão espaço-tempo, onde estas variáveis são dependentes entre si. Nesta perspetiva, também a massa é uma grandeza relativa, variando com o movimento e sendo equivalente à energia.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/albert-einstein.htm (htt52)

25. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Isaac Newton (1642 -1727) físico e matemático inglês, conhecido pela formulação das três leis do movimento, encaradas como os princípios da física moderna, que originou a formulação da lei da gravitação. Na sua obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, (1687), Newton mostra que a lei da gravitação é universal. Com a sua obra *Nova Teoria sobre a Luz e a Cor,* define que a luz branca é composta por muitas cores, tendo chegado a este resultado através de um prisma óptico. As suas investigações sobre a luz e a cor foram todas reunidas na obra *Óptica.*

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/isaac-newton.htm (htt53)

26. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Leonardo de Pisa (1170-1250), mais conhecido por **Fibonacci,** nasceu em Itália e foi, sem dúvida, o maior matemático europeu da idade média.

Ficou conhecido pela descoberta da sequência de Fibonacci e pelo seu papel na introdução dos algarismos arábicos na Europa.

A Sequência de Fibonacci consiste numa sucessão de números tais que, definindo os dois primeiros números da sequência como 0 e 1, os números seguintes serão obtidos por meio da soma dos seus dois antecessores. Portanto, os números são: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,...

http://pt.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci (htt54)

27. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

George Polya (1887-1985) nasceu em Budapeste, na Hungria. Em 1940, foi para os Estados Unidos, onde lecionou na Universidade de Stanford até 1953, ano em que deixou o ensino. Durante este período, publicou um dos seus livros mais conhecidos *How to solve it*, onde estabelece uma metodologia para a resolução de problemas, área na qual ele mais se notabiliza.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/george-polya.htm (htt55)

28. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Pierre Simon Laplace (1749 – 1827) nasceu na Normandia. O seu trabalho mais importante foi a obra, em cinco volumes, intitulada *Mécanique Céleste*. No domínio da matemática, Laplace criou a teoria das funções esféricas e desenvolveu o cálculo das probabilidades (*Equação de Laplace, Leis de Laplace e Transformada de Laplace*).

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/escher.htm (htt56)

29. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Manitus Cornelis Escher (1898 - 1972) foi um artista gráfico de origem holandesa. As suas obras ficaram conhecidas pelos seus desenhos impossíveis, pelas ilusões espaciais que concebeu e pelos padrões que desenvolveu. Foi péssimo aluno a Matemática, mas conseguiu cativar os mais reputados Matemáticos, através da sua arte, e, em particular, os geómetras. Observando atentamente os seus trabalhos, apercebemo-nos da complexidade criada, quer geometricamente, quer pelas ilusões imaginadas, os quais requerem várias observações até serem compreendidos.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/escher.htm (htt56)

30. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) cientista alemão, estudou e ensinou na Universidade de Gotinga, onde foi diretor do Observatório Astronómico. Obteve inúmeros resultados nos domínios da Astronomia, da Física e da Matemática. Demonstrou a *lei fundamental da álgebra*, segundo a qual uma equação do segundo grau tem duas soluções, uma do terceiro tem três e assim sucessivamente. Desenvolveu o chamado *método dos mínimos quadrados,* para trabalhar com medidas astronómicas, conseguindo calcular em pouco tempo e com grande exatidão, as órbitas dos corpos celestes. Na estatística, criou a *curva de Gauss* para a distribuição normal; Na análise numérica usou o *método de eliminação de Gauss,* para resolver sistemas de equações lineares; Criou o *plano de Gauss,* para a números representação dos complexos.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/carl-friedrich-gauss.htm (htt58)

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm14/Gauss.htm (htt59)

31. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos

August Ferdinand Möbius (1790 - 1868) foi um matemático e astrónomo alemão. Foi o primeiro matemático a introduzir coordenadas homogéneas na geometria projetiva. A ele se devem a banda de Möbius, a função de Möbius, as transformações de Möbius, a fórmula de inversão de Möbius e a rede de Möbius.

http://pt.wikipedia.org/wiki/August_Ferdinand_M%C3%B6bius (htt60)

32. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Eratóstenes, (285 a.C. – 194 a. C.) matemático grego, foi o terceiro bibliotecário chefe da Biblioteca de Alexandria. Segundo a tradição, criou um método simples e prático para encontrar números primos até um certo valor limite - O Crivo de Eratóstenes. Conseguiu calcular a medida do raio da Terra.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

33. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Euclides de Alexandria (360 a.C. - 300 a.C.) é o mais notável matemático da antiguidade. É conhecido pelo seu Tratado sobre matemática *Os Elementos*. A natureza duradoura desta obra fez de Euclides o principal professor de matemática de todos os tempos.

Pouco se sabe da vida de Euclides, exepto que ele ensinou em Alexandria, no Egipto. É, por muitos, considerado o pai da Geometria.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm14/Euclid.htm (htt62)

34. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos

René Descartes (1596-1650) nascido em Estocolmo foi filósofo, físico e matemático. Notabilizou-se sobretudo por seu trabalho revolucionário na filosofia e na ciência, mas também obteve reconhecimento matemático por sugerir a fusão da álgebra com a geometria, o que deu origem à geometria analítica e ao sistema de coordenadas.

Descartes é, por vezes, chamado de "o fundador da filosofia moderna" e "pai da matemática moderna".

Em 1637, publicou três pequenos tratados científicos: *A Dióptrica*, *Os Meteoros* e *A Geometria*, mas é o prefácio dessas obras, o *Discurso sobre o método,* que faz seu futuro reconhecimento.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes (htt61)

35. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Leonard Euler (1707-1783) nasceu na cidade de Basileia, na Suíça. Publicou diversos trabalhos sobre curvas, séries, cálculos de variações, cálculo infinitesimal, geometria, álgebra, engenharia mecânica, óptica e astronomia.

Uma das suas descobertas importantes foi a denominada **fórmula de Euler**, em que afirma que, para qualquer número real φ, a função exponencial complexa satisfaz $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\, sen\varphi$.

Em 1752, descobriu que num poliedro, o número de faces mais o número de vértices é igual ao número de arestas mais dois. A esta relação chama-se **igualdade de Euler**.

Em 1757, publicou um importante conjunto de equações para o fluxo viscoso denominadas **equações de Euler**.

Euler, ao usar sistematicamente o círculo trigonométrico de raio um, introduziu o conceito de seno, co-seno e de tangente como números ou razões ou coordenadas de pontos e as notações atualmente utilizadas. Na sua obra *Introductio*, em 1748, estabeleceu o tratado analítico das funções trigonométricas

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

36. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Lewis Carroll (1832 – 1898) foi um mestre em jogos de linguagem e paradoxos semânticos. Ensinou matemática a três gerações de estudantes de Oxford, de 1855 a 1881. As suas obras mais notáveis foram *Alice no País das Maravilhas, de* 1865, e *Alice do outro lado do espelho*, de 1872. Nestas obras, apesar de serem contos infantis, são bem percetíveis quão profundos são os seus conhecimentos matemáticos.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Lewis_Carroll (htt63)

37. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Martin Gardner (1914 – 2010) natural de Oklahoma, foi uma das personalidades mais importantes na área da matemática recreativa. A influência de sua obra é imensurável.

Autor de mais de 65 livros e de inúmeros artigos, nos mais diversos campos com, por exemplo, ciência, matemática, filosofia, literatura e magia. Assinou a coluna "Mathematical Games", na revista *Scientific American, entre 1956 e 1981*. Foi o criador de um matemático e numerólogo fictício, o Dr. Irving Joshua Matrix, que se tornou um dos seus personagens mais importantes.

www.gamepuzzles.com/martin.htm (www1)

38. Bónus

Matemáticos: Biografia e feitos.

Dennis Gabor (1900 – 1979) engenheiro eletricista húngaro-britânico, ficou notavelmente conhecido pela invenção e aperfeiçoamento da **Holografia** (forma de se registar ou apresentar uma imagem em três dimensões), pela qual recebeu o Nobel de Física de 1971.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Dennis_Gabor (htt64)

39. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Martin Gardner

"A ciência moderna realmente deve estimular em todos nós uma humildade perante a imensidão do inexplorado e a tolerância por hipóteses malucas."

http://pt.wikipedia.org/wiki/Martin_Gardner (htt65)

40. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Manitus Cornelis Escher

"É esquisito que eu pareça abordar teorias matemáticas, sem que eu próprio as conheça."

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/matematicos/escher.htm (htt56)

41. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Arquimedes

" Dêem-me um ponto de apoio e eu moverei o mundo".

Esta frase reflete o facto de uma alavanca permitir que um homem possa mover objetos muito mais pesados do que ele.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/ (htt49)

42. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Arquimedes

“Eureka” (encontrei) proferiu ao descobrir a lei do peso específico dos corpos.

Cabral, António. O mundo fascinante do jogo. Editorial Notícias. Lisboa. Setembro 2002. (Cabral, 2002)

43. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Jean D'Alembert

“A Álgebra é generosa; ela geralmente dá mais do que aquilo que lhe é pedido**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

44. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Albert Einstein

"É mais fácil destruir um átomo do que um prejuízo**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

45. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Georg Cantor

"A essência da Matemática reside na sua liberdade**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

46. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Leonardo da Vinci

"Quem desprezar a grande sabedoria da Matemática ilude-se a si próprio e nunca acalmará as ciências sofisticas cujo único propósito é o eterno tumulto**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

47. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Augusto Comte

"Toda educação científica que não se inicia com a Matemática é naturalmente imperfeita na sua base**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

48. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Karl Weirstrass

"Um matemático que não tenha algo de poeta, nunca será um matemático completo**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

49. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Pitágoras de Samos

"Tudo é número**..."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

50. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Fernando Pessoa (poeta e escritor)

"O binómio de Newton é tão belo como a Vénus de Milo. O que há é pouca gente a dar por isso."

Álvaro de Campos

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

BÓNUS

51. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Galileu Galilei

"A Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o mundo**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

52. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

René Descartes

"Cada problema que resolvi, tornou-se numa regra, que serviu depois para resolver outros problemas**."**

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_frontpage&Itemid (htt67)

53. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

René Descartes

"Comigo, tudo se torna Matemática"**.**

http://www.esaas.com/grupos/matematica/estagios/Paginas/Frases.htm (htt68)

54. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Descartes

“A matemática apresenta invenções tão subtis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos como, também para auxiliar as artes e poupar trabalho aos homens”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

55. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dennis Gabor

“O futuro não pode ser previsto, mas pode ser inventado. É a nossa habilidade de inventar o futuro que nos dá esperança para fazer de nós o que somos.”

http://www.esaas.com/grupos/matematica/estagios/Paginas/Frases.htm (htt68)

56. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Blaise Pascal

“O homem está sempre disposto a negar tudo aquilo que não compreende.”

http://www.esaas.com/grupos/matematica/estagios/Paginas/Frases.htm (htt68)

57. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Blaise Pascal

“Para quem queira ver, há luz suficiente; para quem não quer, há bastante obscuridade.”

http://www.esaas.com/grupos/matematica/estagios/Paginas/Frases.htm (htt68)

58. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Blaise Pascal

“Entre dois espíritos iguais, postos nas mesmas condições, aquele que sabe geometria é superior ao outro e adquire um vigor especial”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

59. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Henri Poincaré

“A Geometria é a arte de raciocinar sobre as figuras mal desenhadas”.

http://www.prof2000.pt/users/folhalcino/activmat/frasemat.htm (htt70)

60. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Henri Poincaré

“O espaço é o objeto que o geómetra deve estudar”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

61. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Galileu Galilei

Galileo Galilei, certa vez, começou assim uma aula:

"Vamos estudar uma ciência recente que trata de um assunto antigo. Talvez nada no Universo seja mais antigo que o movimento.".

http://br.answers.yahoo.com/question/index?qid=20061120093143AAWrBct (htt71)

62. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Galileu Galilei

"O livro da natureza foi escrito exclusivamente com figuras e símbolos matemáticos".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

63. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Kant

A geometria é uma ciência de todas as espécies possíveis de espaços.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

64. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Platão

"Os números governam o mundo".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

65. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Aristóteles

"O céu deve ser necessariamente esférico, pois a esfera, sendo gerada pela rotação do círculo, é, de todos os corpos, o mais perfeito"

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

66. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Faraday

"A Matemática é como um moinho de café que mói admiravelmente o que se lhe dá para moer, mas não devolve outra coisa senão o que se lhe deu".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

67. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Santo Agostinho

“Sem os recursos da Matemática não nos seria possível compreender muitas passagens da Santa Escritura”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

68. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

São Jerónimo

“A Matemática possui uma força maravilhosa capaz de nos fazer compreender muitos mistérios de nossa fé”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

69. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Jacques Bernoulli

“A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

70. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Gottfried Leibniz

“A Matemática é a honra do espírito humano”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

71. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Gottfried Leibniz

“Deus é o Geómetra Omnipotente para quem o mundo é imenso problema matemático”.

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

BÓNUS

72. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

James Jeans

"O grande arquiteto do Universo começa a parecer-nos um puro matemático".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

73. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

David Hilbert

"Nas questões matemáticas não se compreende a incerteza nem a dúvida, assim como tampouco se podem estabelecer distinções entre verdades médias e verdades de grau superior".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

74. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Augustin Louis Cauchy

"Os sinais + e - modificam a quantidade diante da qual são colocados como o adjetivo modifica o substantivo".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

75. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Francisco Gomes Teixeira

"Os números são as regras dos seres e a Matemática é o Regulamento do Mundo".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

76. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Charles-Ange Laisant

"Zero, esse nada que é tudo".

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/frasesmatematicos.htm (htt69)

77. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"Ajuda teus semelhantes a levantar sua carga, mas não a carregues".

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

78. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"Educai as crianças e não será preciso punir os homens".

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

79. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"O que fala, semeia - o que escuta, recolhe".

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

80. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"Com ordem e com tempo encontra-se o segredo de fazer tudo e tudo fazer bem".

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

81. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"A Evolução é a Lei da Vida, o Número é a Lei do Universo, a Unidade é a Lei de Deus."

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

82. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"A vida é como uma sala de espetáculos: entra-se, vê-se e sai-se."

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

83. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"A melhor maneira que o homem dispõe para se aperfeiçoar, é aproximar-se de Deus."

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

84. Bónus

Frases Célebres de Matemáticos

Dito Pitagórico:

"Anima-te por teres de suportar as injustiças; a verdadeira desgraça consiste em cometê-las."

http://matematica.com.sapo.pt/ (htt9)

85. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes quem usou pela 1ª vez o símbolo de infinito ∞?

Foi o matemático inglês John Wallis (1616-1703), no seu livro "Aritmetica Infinitorum".

http://matematicananet.com/joomla/ (htt72)

86. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes porque é que se designa por Z o conjunto dos números inteiros relativos?

A letra Z é a abreviatura da palavra alemã "Zahlen", cujo significado é "número".

http://matematicananet.com/joomla/ (htt72)

87. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes qual é a origem da palavra trigonometria?

A palavra "trigonometria" tem origem grega. Significa "medida de triângulos" ("trigono" - "triângulo ou triangular"; "metria" - "medida").

http://matematicananet.com/joomla/ (htt72)

88. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes qual é a origem da palavra matemática?

A palavra "Matemática" teve origem na Antiga Grécia. A palavra é constituída por dois vocábulos "matema", que significa "aprendizagem", "ciência", "conhecimento"; e "tica", que significa "habilidade", "técnica", "capacidade".

http://matematicananet.com/joomla/ (htt72)

BÓNUS

89. Bónus

Curiosidades Matemáticas

As abelhas constroem os seus alvéolos com a forma de um prisma hexagonal. Sabes porquê?

As formas que permitem a pavimentação são os triângulos equiláteros, os quadrados e os hexágonos. Destas, são os hexágonos que têm maior área. Com a maior área da base e altura constante, os prismas têm o maior volume.

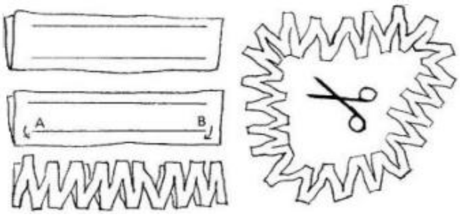
http://ensinarevt.com/conteudos/estrutura/index.html (htt73)
http://www.educacao.te.pt/jovem/index.jsp?p=115&idArtigo=5067 (htt74)

90. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Acreditas que é possível fazer passar uma pessoa através de um cartão postal?

Basta que o dobres e cortes como se mostra na figura:



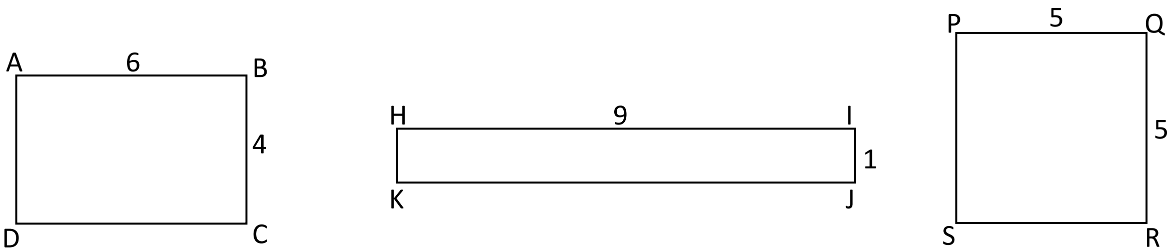
Perelman, Yakov. *Problemas y Experimentos Recreativos.* Montagem por Preparado por Patrício Barros e António Bravo. IberLibro, 2010. (Perelman, 2010)

91. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabias que de todos os retângulos com o mesmo perímetro, tem maior área, aquele que tem os lados todos iguais, ou seja, um quadrado?

Por exemplo: Todos os retângulos têm perímetro 20:



ABCD tem área 24 HIJK tem área 9 PQRS tem área 25

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_simplefaq&task=display&Itemid=38&catid=62&page=1#FAQ23 (htt75)

92. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes o que é um hectógono?

Ou hectágono é um polígono de 100 lados.

http://trazoide.com/wiki/index.php?title=Hect%C3%B3gono (htt76)

93. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Aristóteles (384-322 a. C.), Ptolomeu (100-170 d. C.), Kepler (1571-1630) e Descartes (1596-1650), achavam que a luz se propagava instantaneamente a velocidade infinita.

Foi Galileu Galilei (1564-1642) que conjeturou sobre a velocidade finita da luz. No entanto, foi Roemer (1644-1710) que estimou em 11 minutos o tempo que a luz gasta para se propagar do Sol à Terra.

Newton, I., Óptico - Tradução de André Koch Torres Assis, Editora da Universidade de São Paulo, 2002 (Newton, 2002)

94. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes o que é a **razão áurea**?

Também chamada **número de ouro**, ou **proporção de ouro** é uma constante real algébrica irracional representada pela letra grega **φ** (PHI) (em homenagem ao escultor **Phideas**, que a utilizou para conceber o Parthenon) e com o valor aproximado de 1,618 arredondado a três casas decimais.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Propor%C3%A7%C3%A3o_%C3%A1urea (htt77)

95. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes onde podes encontrar o **número de ouro**?

Pode ser encontrado na proporção das conchas (o náutilos, por exemplo), nos seres humanos (o tamanho das falanges, ossos dos dedos, …), nas colmeias e em incontáveis outros exemplos que envolvem a ordem do crescimento.

Giotto, Leonardo Da Vince e outros pintores do renascimento, utilizaram-no na arte.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Propor%C3%A7%C3%A3o_%C3%A1urea (htt77)

BÓNUS

96. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabias que uma fita pode ter um só lado?

Foi **Möbius** que fez esta descoberta que passou a chamar-se **tira de Möbius.**

A **Tira de Möbius** pode ser obtida unindo os dois lados opostos AB e CD de um retângulo.

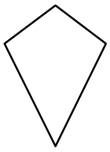
http://www.google.pt/search?sourceid=navclient&hl=pt-PT&ie=UTF-8&rlz=1T4ADFA_pt-PTPT384PT388&q=tira+de+M%c3%b6bius (htt78)

97. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes o que é um deltóide?

É um quadrilátero com dois pares disjuntos de lados adjacentes congruentes.



http://pt.wikipedia.org/wiki/Deltoide (htt79)

98. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Galileu, além de matemático foi astrónomo e descobriu as Luas de Júpiter

http://rachacuca.com.br/quiz/3559/matematicos-e-a-matematica/ (htt80)

99. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Não há memória de ter existido um matemático que se tivesse notabilizado tão novo como Albert Einstein. Estudou cálculo diferencial e integral desde os doze (idade em que ganhou de seu tio um livrinho de geometria euclidiana) aos dezasseis anos de idade. Frequentou o Luitpold Gymnasium (equivalente à escola secundária) em Munique até aos quinze anos.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein(htt81)
http://rachacuca.com.br/quiz/3559/matematicos-e-a-matematica/ (htt80)

100. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Arquimedes estimou que o número de grãos de areia no universo é 1×10^{63} (10 elevado a 63).

http://rachacuca.com.br/quiz/3559/matematicos-e-a-matematica/ (htt80)

101. Bónus

Curiosidades Matemáticas

806 pode ser decomposto no seguinte produto

806 = 31 x 26;
806 = 62 x 13.

Repara que os fatores podem ler-se da mesma maneira de frente para trás e de trás para a frente.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/curiosidades.htm (htt82)

102. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Repara no produto do número 37 pelos primeiros múltiplos de 3. Se sentires curiosidade podes continuar as multiplicações para ver o que acontece.

37 x 3 = 111
37 x 6 = 222
37 x 9 = 333
37 x 12 = 444
37 x 15 = 555
37 x 18 = 666
37 x 21 = 777
37 x 24 = 888
37 x 27 = 999
.
.
.

http://www.eb23-guifoes.rcts.pt/NetMate/sitio/curiosidades.htm (htt82)

103. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Repara nesta curiosa pirâmide. Se sentires curiosidade podes continuá-la para ver o que acontece.

$$0 \times 9 + 1 = 1$$
$$1 \times 9 + 2 = 11$$
$$12 \times 9 + 3 = 111$$
$$123 \times 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$
$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

.
.
.
.
.

Os dois números		O seu produto	A sua soma
9	9	81	18
3	24	72	27
2	47	94	49
2	497	994	499

http://matematicananet.com/joomla/index.php?option=com_simplefaq&task=display&Itemid=38&catid=62&page=1#FAQ23 (htt75)

104. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Repara nesta curiosa pirâmide. Se sentires curiosidade podes continuá-la para ver o que acontece.

$$8 \times 8 + 13 = 77$$

$$88 \times 8 + 13 = 717$$

$$888 \times 8 + 13 = 7117$$

$$8888 \times 8 + 13 = 71117$$

$$88888 \times 8 + 13 = 711117$$

Bolt, Brian. (1996). Puzzles de Matemática. Editora Terramar (Bolt, 1996)

105. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Repara nesta curiosa pirâmide. Se sentires curiosidade podes continuá-la para ver o que acontece.

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

Bolt, Brian. (1996). Puzzles de Matemática. Editora Terramar (Bolt, 1996)

106. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Repara nesta curiosa pirâmide. Se sentires curiosidade podes continuá-la para ver o que acontece (Bolt, 1996).

$$9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$

$$987 \times 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$

.
.
.

107. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Repara nesta curiosa pirâmide. Se sentires curiosidade podes continuá-la para ver o que acontece (Bolt, 1996).

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

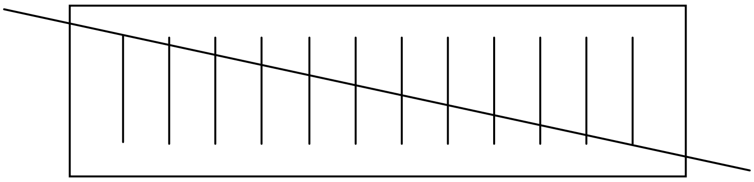
$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$

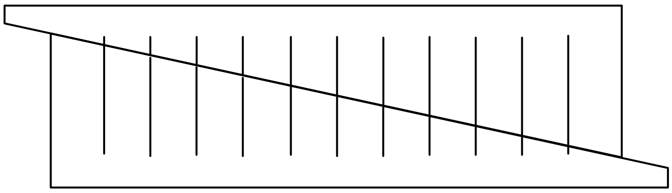
108. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Número de ilusionismo

Temos uma folha de papel com 12 segmentos de reta paralelos de 3 cm de comprimento e distando entre si 2 cm. Cortando com cuidado segundo o segmento [AB] que une a extremidade superior do primeiro segmento com a extremidade inferior do último e fazendo deslizar as duas partes da folha segundo a linha de corte até que as linhas existentes em cada uma coincidam, acontece uma coisa curiosa! Conta o número de segmentos. O que aconteceu?





Agora só tens 11 segmentos mas o seu comprimento aumentou. Na figura inicial o comprimento de cada segmento era 3 cm, o que perfazia um total de 3 x 12 = 36 cm. Este valor dividido por 11 dá aproximadamente 3,27 cm.

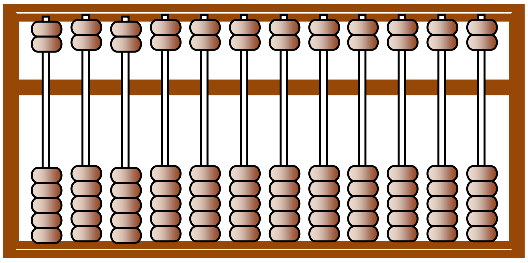
Bolt, Brian. (1996). Puzzles de Matemática. Editora Terramar (Bolt, 1996)

109. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes o que é um **ábaco**?

Talvez tenha sido a primeira "máquina de calcular". Consiste, num quadro de madeira com arames transversais, correspondentes cada um a uma posição digital (unidades, dezenas,...) e nos quais estão os elementos de contagem (fichas, bolas, contas,...) que podem fazer-se deslizar livremente.



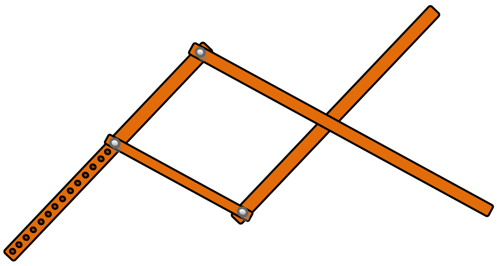
http://matematica.com.sapo.pt/abaco.htm (htt9)

110. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes o que é um **pantógrafo**?

É um aparelho utilizado para fazer transferência de figuras, podendo ser regulado de modo a executar ampliações e reduções nas proporções desejadas.



http://pt.wikipedia.org/wiki/Pant%C3%B3grafo (htt83)

111. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabes o homem levou milhares de anos para chegar aos primeiros conceitos numéricos? No entanto, há evidências de contagens datadas de 50 mil anos, embora esses assuntos só passassem a ser história muito mais tarde.

Contador, P. R., (2008). *Matemática - Uma Breve Historia* Editora Livraria da Física, São Paulo. (Contador, 2008)

112. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabias que só existem 5 sólidos geométricos regulares?

São os chamados Sólidos Platónicos e foi Platão que provou a impossibilidade da existência de um sexto sólido regular.

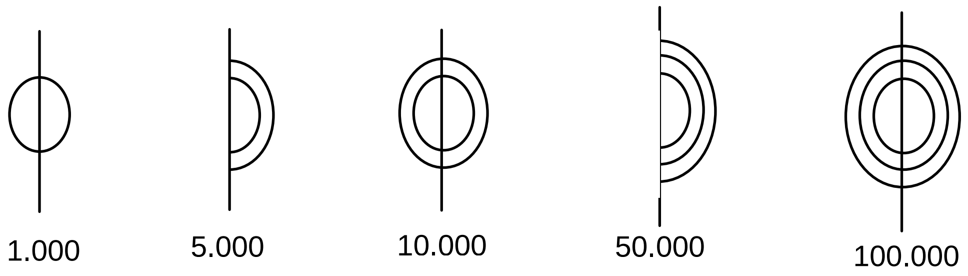
Contador, P. R., (2008). *Matemática - Uma Breve Historia* Editora Livraria da Física, São Paulo. (Contador, 2008)

BÓNUS

113. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabias que os Romanos tinham símbolos com círculos para representar números grandes como:



Contador, P. R., (2008). *Matemática - Uma Breve Historia* Editora Livraria da Física, São Paulo. (Contador, 2008)

114. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabias que o valor de π foi variando de acordo com a conceção que se tinha deste número?

Por exemplo:

Os babilónios (2000 a. C.) usavam π = 356/81 = 3,1605;

Os chineses (1100 a. C.) usavam π = 3;

Brahmagupta (650 d. C.) usava $\pi = \sqrt{10}$

Blatner, David. (1997). *O Encanto do π*. Editora Replicação, Lda. Lisboa. (Blatner, 1997)

115. Bónus

Curiosidades Matemáticas

Sabias que a irracionalidade de π só foi demonstrada, em 1761, por Johann Heinrich Lambert?

Blatner, David. (1997). *O Encanto do π*. Editora Replicação, Lda. Lisboa. (Blatner, 1997)

116. Bónus

Curiosidades Matemáticas

“ A altura de um elefante, da pata ao ombro, é igual a 2 x π x diâmetro da pata”

Blatner, David. (1997). *O Encanto do π*. Editora Replicação, Lda. Lisboa. (Blatner, 1997)