UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver o cálculo mental

Ana Inês Reis Amante

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Relatório de Estágio

Évora, 2015

UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver o cálculo mental

Ana Inês Reis Amante

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Relatório de Estágio

Évora, 2015

Agradecimentos

Nesta fase, é fundamental relembrar pessoas que contribuíram para a construção deste relatório, contributo esse que quero agradecer:

À Professora Doutora Ana Paula Canavarro, pela sua orientação, apoio, e incentivo ao longo de todo o relatório. Por me dar ânimo, força e por me aconselhar em todas decisões, pela sua confiança e amizade demonstrada ao longo de todo o percurso.

A todos os docentes que me acompanharam nesta caminhada, pelos seus ensinamentos e por me fazerem acreditar que há futuro nesta profissão.

À minha educadora cooperante Lourdes e auxiliar Antónia, e à professora cooperante Conceição pelos seus ensinamentos, pelo ótimo exemplo que me deram, e por me ajudarem a crescer profissionalmente.

A todas as crianças da Sala C e do 4.º ano de escolaridade por todo o carinho que me demonstraram, pela sua amizade e por todas as aprendizagens que me proporcionaram, assim como a sua disponibilidade em me ajudarem.

À Cláudia por caminhar ao meu lado, por me incentivar, animar, encorajar, por todos estes anos lado a lado, pela sua enorme amizade, por me ouvir reclamar, pelas horas a fio ao telefone, pelas mensagens de apoio trocadas durante a realização do relatório.

Aos meus pais por tudo o que fazem por mim, por me ajudarem na construção do meu futuro, sem eles nada era possível. Agradecer estarem sempre presentes, por me fazerem sorrir, e por me ajudarem a tornar os meus sonhos realidade.

Ao meu irmão por todo o seu apoio, por me chamar a atenção sempre que era necessário, e por me relembrar vezes sem conta que havia um relatório a fazer, não me deixando desanimar.

Ao André, por me fazer acreditar que era possível, por ter estado sempre a meu lado, e por me incentivar a fazer sempre melhor.

À Joana B. pela sua presença constante, amizade, apoio e por me ouvir tendo sempre uma palavra reconfortante para me dar.

Ao padrinho Luís e à madrinha Elsa pela preciosa ajuda no inglês e revisão do trabalho.

À minha família por todo o apoio, força e incentivo que me foram dando ao longo de todo este percurso.

A todos o meu muito obrigado, sem vocês não era possível.

Agradecer também a Deus pela vida de todas estas pessoas, por nunca me desamparar, nem desistir de mim, pela força quando apetecia desistir e por me levar a mim e a minha família ao colo quando o chão parecia desabar.

Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver o cálculo mental

Resumo

O presente relatório de estágio diz respeito à investigação realizada no âmbito das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico, integrantes do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Universidade de Évora. As práticas foram realizadas no Jardim-de-Infância da Cruz da Picada e na Escola Básica do Bairro Senhora da Glória, com uma turma de 4.º ano.

A investigação pretendeu compreender, analisar e refletir relativamente ao desenvolvimento do cálculo mental por parte das crianças, tendo como orientação responder às seguintes questões: Que nível de cálculo exibem as crianças? Que tipos de relações numéricas estabelecem as crianças? Que estratégias de cálculo é que elas demonstram? Que representações adotam as crianças? Que dificuldades revelam?

A investigação a que este relatório se refere desenvolveu-se no segundo semestre do ano letivo de 2013/2014 em contexto de Pré-escolar e no primeiro semestre do ano letivo de 2014/2015 em contexto de 1.º Ciclo, dando oportunidade de recolher dados relativamente ao desenvolvimento do cálculo mental nas crianças nos dois contextos. Nesta recolha foram utilizadas as diversas técnicas, com destaque para a observação e análise documental.

Os resultados obtidos permitem confirmar que: i) o cálculo mental pode ser desenvolvido com as crianças desde os primeiros anos; ii) as crianças são capazes de utilizar estratégias de partição e decomposição em contextos diversificados; iii) conseguem estabelecer diferentes relações numéricas através de tarefas pensadas para esse fim e, iv) sabem utilizar representações pictográficas para a resolução. É importante realçar que foram algumas as dificuldades sentidas pelas crianças na utilização das estratégias e na interpretação da tarefa. Para isso, é fundamental facilitar o diálogo com as crianças e alunos, propor contextos significativos e tarefas diversificadas.

Palavras-chave: Cálculo mental; Pré-Escolar; 1.º Ciclo do Ensino Básico; Matemática.

Supervised Teaching Practice in Pre-School Education and Teaching of the 1st Cycle of Basic Education: Developing the mental computation

Summary

This training course report concerns the research carried out in the context of curricular units of Supervised Teaching Practice in Pre-School Education and in the 1st Cycle of Primary Education, which are part of the Master's Degree in Preschool Education and Teaching of the 1st Cycle of Basic Education of the University of Évora. Practices were performed with a 4th grade class held in the Cruz da Picada kindergarten and in the Bairro Senhora da Glória Basic School.

The research sought to understand, analyze and discuss the development of children's mental computation, requiring as guidelines to answer the following questions: What level of calculation do children display? What kinds of numeric relationships are establish by the children? What calculation strategies do they use? What representations do children adopt? What difficulties do children reveal?

The investigation discussed in this report was developed in the second semester of the 2013/2014 school year, in kindergarten context, and also in the first half of the 2014/2015 school year, in 1st cycle context, giving opportunity to collect data regarding children mental computation development in both contexts. Diverse techniques were used, with emphasis on observation and document analysis.

The achieved results allows to confirm that: i) mental computation can be developed with the children since early ages; ii) they are able to use partition and decomposition strategies in diversified contexts; iii) children can, establish different numeric relationships through specific purpose tasks and to use pictographic representations for the resolution. It is important to emphasize that some difficulties were experienced by children in the use of the strategies and in the task interpretation. Regarding this, it is essential to facilitate dialogue with children and scholars, suggest signified contexts and varied tasks.

Keywords: Mental Computation; Pre-school; 1st Cycle of Basic Education; Mathematics.

Índice geral

Capítulo I – Introdução 1

Contextos educativos da investigação 1

Motivações para a escolha do tema 3

Objetivos e questões da investigação 4

Pertinência e relevância da investigação 4

Capítulo II – Revisão de Literatura 7

O sentido do número 7

Experiências precoces com números 8

Contagem 11

O cálculo mental 13

Definição de cálculo mental 13

Níveis de cálculo mental 14

Estratégias de cálculo mental 16

Como desenvolver o cálculo mental 21

Estabelecer relações numéricas 21

Trabalho continuado 22

Comunicação oral 23

Contextos significativos 24

Diversidade de tarefas 25

Materiais de apoio ao cálculo mental 26

Representações de apoio ao cálculo mental 27

Cálculo mental no currículo de Matemática 28

Capítulo III – Metodologia 33

Opções metodológicas 33

Caracterização dos contextos de investigação 34

Pré-Escolar...35

1.º Ciclo 36

Fundamentos da intervenção didática 38

Pré-Escolar...39

1.º Ciclo 40

Descrição e intencionalidade das tarefas...43

Pré-Escolar...43

1.º Ciclo 46

Recolha e análise de dados..51

Capítulo IV – Resultados 55

Pré-Escolar 56

Tarefa: “Pratos de pontos” 56

Síntese...60

Tarefa: “Parte-parte-todo: Números 5, 6 e 7” 61

Síntese...67

Tarefa: “Molduras de 10”...69

Síntese...75

Tarefa: “Colar de contas”...76

Síntese...81

1.º Ciclo 82

Tarefa: "Partição e Decomposição" 82

Síntese 87

Tarefa: "O jantar do rei" 89

Síntese 96

Tarefa: "A promoção da loja de desporto" 98

Síntese 105

Tarefa: "O almoço na cantina" 106

Síntese 114

Capítulo V – Conclusão 117

Síntese de investigação 117

Conclusões da investigação 119

Que nível de cálculo exibem as crianças? 120

Pré-Escolar 120

1.º Ciclo 121

Que tipo de relações numéricas estabelecem as crianças? 122

Pré-Escolar 122

1.º Ciclo 123

Que estratégias de cálculo demonstram as crianças? 124

Pré-Escolar 124

1.º Ciclo 124

Que representações adotam as crianças? 124

Pré-Escolar 124

1.º Ciclo 125

Que dificuldades revelam as crianças? 126

Pré-Escolar 126

1.º Ciclo 127

Considerações finais 128

Referências bibliográficas 131

Apêndices 133

Índice de figuras

Figura 1: Estratégia de partição utilizando “saltos” para a frente 16

Figura 2: Estratégia de partição utilizando “saltos” para trás..16

Figura 3: Estratégia de partição repetidamente para a frente 17

Figura 4: Estratégia de partição repetidamente para trás...17

Figura 5: Estratégia de decomposição 18

Figura 6: Estratégia de compensação 18

Figura 7: Estratégia de adicionar ou subtrair partições da segunda parcela 18

Figura 8: Estratégia de adicionar ou subtrair para chegar à dezena mais próxima da primeira parcela 19

Figura 9: Estratégia de subtrair adicionando 19

Figura 10: Estratégia de decomposição decimal 19

Figura 11: Estratégia de saltar de 10 em 10 e compensar 19

Figura 12: Estratégia de adicionar ou subtrair o número de dezenas mais próximo e compensar 20

Figura 13: Estratégias de dobro e quase dobro 20

Figura 14: Estratégia de manter a diferença constante 20

Figura 15: M. combina 3+2=5 62

Figura 16: M. ajuda a M.T na combinação 3+2=5 63

Figura 17: R. conta pelos dedos...64

Figura 18: O M.Â mostra a sua combinação 2+4 = 6 65

Figura 19: O M.Â conta as tampas de garrafas da combinação da L. 66

Figura 20: As 7 canetas dispostas sobre a folha branca 67

Figura 21: A combinação 2+5 = 7 67

Figura 22: Grupo com o qual foi realizada a atividade 69

Figura 23: M.T verifica que 4+1 = 5 70

Figura 24: M.T com a moldura de 10 72

Figura 25: Crianças exploram o colar de contas..77

Figura 26: Combinação do número 7 78

Figura 27: I. resolve no quadro estratégias de decomposição 84

Figura 28: A V. verbaliza a estratégia de partição 85

Figura 29: Estratégia de partição com números maiores..86

Figura 30: Registo escrito do F..87

Figura 31: Apresentação do primeiro grupo na tarefa “O jantar do rei” 91

Figura 32: Apresentação do segundo grupo na tarefa “O jantar do rei”..........................92

Figura 33: Apresentação do terceiro grupo na tarefa “O jantar do rei”...........................93

Figura 34: Apresentação do quarto grupo na tarefa “O jantar do rei”.............................94

Figura 35: Orientações a seguir no desenvolvimento da tarefa......................................99

Figura 36: Apresentação do primeiro grupo na tarefa “A promoção da loja de desporto”...102

Figura 37: Apresentação do segundo grupo na tarefa “A promoção da loja de desporto”...102

Figura 38: Apresentação do terceiro grupo na tarefa “A promoção da loja de desporto”...103

Figura 39: Apresentação do quarto grupo na tarefa “A promoção da loja de desporto”...104

Figura 40: Apresentação do quinto grupo na tarefa “A promoção da loja de desporto”...105

Figura 41: Apresentação do primeiro grupo na tarefa “O almoço na cantina” 110

Figura 42: Apresentação do segundo grupo na tarefa “O almoço na cantina”..............111

Figura 43: Apresentação do terceiro grupo na tarefa “O almoço na cantina”...............112

Figura 44: Apresentação do quarto grupo na tarefa “O almoço na cantina”................113

Índice de Quadros

Quadro 1: Quadro de géneros e idades das crianças em contexto de Pré-escolar 35

Quadro 2: Quadro de géneros e idades dos alunos de 4.º ano 37

Quadro 3: Quadro de tarefas desenvolvidas em Pré-escolar 43

Quadro 4: Quadro de tarefas desenvolvidas em 1.º Ciclo 48

Índice de apêndices

Apêndice A: Cronograma – Relatório “Desenvolver o cálculo mental”......................135

Apêndice B: Exercícios de cálculo mental..137

Apêndice C: Tarefa “O jantar do rei”...141

Apêndice D: Tarefa “A promoção da loja de desporto”...143

Apêndice E: Tarefa “O almoço na cantina” 147

Capítulo I

Introdução

O presente relatório corresponde ao que é necessário apresentar para a obtenção do grau de mestre no âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Universidade de Évora. Nele descrevo e reflito sobre a investigação que realizei sobre a minha própria prática, numa lógica de investigação-ação, no contexto das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e também em 1.º Ciclo do Ensino Básico, focada no desenvolvimento do cálculo mental.

Este primeiro capítulo irá iniciar-se com uma breve caracterização dos contextos educativos onde realizei a investigação. Seguir-se-á a apresentação do objetivo dessa mesma investigação e das questões específicas que o orientaram, e uma justificação da escolha do tema, assim como a discussão da sua pertinência. Serão abordados tópicos como o desenvolvimento do sentido de número, do cálculo mental e da sua importância, diversas estratégias de cálculo mental, assim como uma breve avaliação do cálculo mental no currículo da Matemática.

Contextos educativos da investigação

Caracterizo nesta secção, de forma breve, os dois contextos em que desenvolvi a Prática de Ensino Supervisionada (PES), pois o contexto é uma dimensão importante para a compreensão de qualquer prática profissional.

Relativamente à PES em Educação Pré-Escolar, esta foi realizada entre fevereiro e maio de 2014, no Jardim de Infância da Cruz da Picada, tendo como responsável a educadora Lourdes Ramalho.

O Jardim de Infância da Cruz da Picada é uma instituição da rede pública, situado em Évora mais propriamente no bairro da Cruz da Picada, pertencendo ao Agrupamento n.º 1 de Évora. Nesta instituição era bastante visível o trabalho em equipa pelas educadoras, através das planificações elaboradas em conjunto e da partilha de informações acerca de processos de aprendizagem.

A educadora Lourdes tinha como princípio as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE), as metas de aprendizagem para educação pré-escolar e o projeto educativo do agrupamento, promovendo assim um desenvolvimento global e harmonioso de cada uma das crianças, e na sua prática mostrava especial atenção ao domínio da Matemática, o qual era visível pelo contexto educativo e pela à vontade que as crianças mostravam pelo tema.

O grupo era constituído por 24 crianças entre os 3 e os 6 anos de idade, e continha 14 crianças do sexo feminino e 10 do sexo masculino. No que diz respeito às idades, 8 crianças tinham 3 anos de idade, 8 tinham 4 anos, 7 crianças tinham cinco anos e apenas 1 criança tinha já 6 anos de idade. O grupo caracterizava-se por ser, em geral, bastante empenhado e interessado nas atividades que lhe eram propostas.

A PES no 1.º Ciclo do Ensino Básico foi realizada entre setembro e dezembro de 2014, com uma turma de 4.º ano de escolaridade, na Escola Básica do Bairro Senhora da Glória, em Évora, pertencendo esta ao Agrupamento de Escolas Manuel Ferreira Patrício (Agrupamento n.º1 de Évora), situado no bairro da Malagueira. A turma tinha como responsável a professora Conceição Lopes. A professora Conceição baseava a sua ação no Movimento da Escola Moderna (MEM), sendo observáveis elementos de pilotagem na sala de aula.

A turma era constituída por 22 alunos, 15 rapazes e 7 raparigas, tendo um rapaz com 11 anos e dois com 10 anos, e os restantes alunos com 9 anos de idade. Relativamente ao ano de escolaridade, 21 alunos frequentam pela primeira vez o 4.º ano, e um aluno do ensino especial frequentava pela primeira vez o 3.º ano de escolaridade. A turma era interessada, participativa e recetiva a novos conteúdos programáticos e, no que diz respeito ao processo de aprendizagem, era bastante heterogénea, apresentando assim diversos ritmos e níveis de aprendizagem.

Durante toda a minha prática foi-me possível refletir sobre ações pedagógicas, assim como refletir e observar diferentes organizações do ambiente educativo, aspetos que foram essenciais à minha investigação relativamente ao desenvolvimento do cálculo mental nas crianças, bem como aspetos relevantes no papel do educador e professor relativamente à sua dimensão cívica, social, ética e deontológica, e à relação entre crianças e educador/professor, e também com a restante comunidade educativa.

Ao longo da minha prática nos dois contextos, todas as atividades por mim planificadas foram realizadas de acordo com as necessidades das crianças, permitindo sempre o seu desenvolvimento, e a aquisição de aprendizagens significativas.

Motivações para a escolha do tema

O tema da presente investigação, "Desenvolver o cálculo mental", teve como ponto de partida a prática de ensino supervisionada em pré-escolar, onde através de momentos da rotina diária me apercebi da facilidade que crianças, de 3 a 6 anos, tinham em operar mentalmente respondendo a questões da educadora Lourdes como "Somos 18, mas se a L. e o R. tivessem vindo à escola, quantos seríamos?". Foram perguntas como esta que suscitaram o meu interesse e captaram a minha atenção, esperando a todo o momento que as crianças mostrassem as suas capacidades de cálculo mental. Esta ideia de que os alunos no primeiro ciclo devem adquirir "fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações" (ME, 2013, p. 6), tendo como princípio que esta fluência "não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental" (ME, 2013, p. 6) fascinou-me e aguçou a minha curiosidade.

Também durante todo o meu percurso académico, tanto na LEB (Licenciatura em Educação Básica), como no Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, as disciplinas que me despertavam mais interesse e gosto pertenciam à área curricular da Matemática, havendo um especial interesse na disciplina da Didática da Matemática onde o cálculo mental foi abordado, sendo também uma mais-valia para a escolha do tema. Toda a teoria aprendida durante o meu percurso académico viu-se aplicada na prática de ensino supervisionada em pré-escolar, no confronto com a possibilidade de realização de cálculo mental pelas crianças, dando-me motivação para querer compreender como essa facilidade de cálculo se desenvolve e se pode promover.

Objetivos e questões da investigação

A investigação a que este relatório se refere tem como principais objetivos analisar de que forma as crianças utilizam o cálculo mental e compreender de que modo lidam com diferentes estratégias de cálculo e em que representações se apoiam, relativamente às diversas operações aritméticas envolvidas, no contexto da exploração de atividades que promovem o desenvolvimento da fluência de cálculo mental numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número.

Deste modo, de forma a orientar a investigação, foram estabelecidas as seguintes questões que concretizam o objetivo do estudo no que diz respeito à compreensão do desenvolvimento do cálculo mental pelas crianças dos diferentes níveis etários:

Que nível de cálculo exibem as crianças?

Que tipo de relações numéricas estabelecem as crianças?

Que estratégias de cálculo demonstram as crianças?

Que representações adotam as crianças?

Que dificuldades revelam as crianças?

Pertinência e relevância da investigação

É facilmente observável a presença da Matemática em tudo o que nos rodeia atualmente, sendo desta forma, a área curricular da Matemática, crucial para o desenvolvimento das crianças. É importante que se incuta nas crianças o gosto pela Matemática desde cedo, pois é "neste níveis iniciais que é moldada a predisposição para a aprendizagem e uso da Matemática (…)" (Baroody, 2010, p. 333), deixando de parte a conceção de que a Matemática é "um bicho de sete cabeças". Atualmente ainda é observável o ensino tradicional em algumas salas de sala, sendo fundamental mudar as metodologias de alguns educadores/professores, é necessário passar de “dar matéria (…) para uma prática em que o professor facilita a aprendizagem dos alunos.” (Brocardo et al., 2005, p. 8), é importante que o professor facilite a aprendizagem matemática nas crianças, para que os alunos se familiarizem com a área curricular, tendo gosto pela mesma.

Para facilitar as aprendizagens, é necessário que os educadores/professores dêem voz às crianças, é essencial ouvir os alunos e permitir que os próprios explicitem os seus raciocínios, para que haja perceção das dificuldades dos alunos “é fundamental perceber o que a criança pensa para a poder ajudar a progredir na aprendizagem” (Brocardo et al., 2005, p. 8). O cálculo mental traz essa facilidade na aprendizagem da Matemática pois permite às crianças criar as suas próprias estratégias de cálculo, pois as crianças “confiam nos processos de cálculo por elas inventados” Baroody (2010, p. 338). É por isso que é essencial que os professores promovam o desenvolvimento do cálculo mental, em que Brocardo, Serrazina e Rocha (2008) defendem que há que saber como ensinar as crianças a calcular mentalmente, de forma lógica e organizada.

Para um bom desenvolvimento do cálculo mental, é essencial que hajam três aspetos: i) facilitar o diálogo, ii) propor contextos, iii) diversificar tarefas. Estes três aspetos constituem as bases fundamentais para que as crianças desenvolvam estratégias de cálculo como “o facto de se lidar com os números como um todo e não com os dígitos separados” (Brocardo et al., 2005, p. 21), dando-lhes a capacidade de saber quando e como utiliza-lás. Há então, desta forma, um desenvolvimento de destrezas de cálculo que requerem um “bom conhecimento e compreensão dos números e das relações entre eles” (Brocardo et al., 2005, p. 18).

O cálculo mental vai acompanhar a criança ao longo da vida, tanto no que diz respeito à sua vida profissional, no emprego, como na sua vida pessoal, numa ida ao hipermercado, sendo mais uma vez necessário que a criança possua destreza de cálculo, de forma a facilitar as suas operações.

Cabe ao educador/professor o papel de encorajar e promover a Matemática nos alunos, e para isso é essencial que também os educadores/professores gostem de Matemática de forma a conseguirem transparecer isso aos seus alunos, contagiando-os no gosto pela Matemática.

Desta forma, e segundo a presente investigação, com a minha ação pretendi desenvolver uma boa pratica educativa indo ao encontro do supracitado, onde tentei incutir nas crianças o gosto pela Matemática, desmistificando a ideia da Matemática como "bicho de sete cabeças", permitindo ao mesmo tempo o desenvolvimento do cálculo mental através de tarefas diversificadas.

Capítulo II

Revisão de literatura

No presente capítulo é apresentada uma revisão de literatura, baseada em aspetos teóricos relevantes para a investigação. Pretendo, assim, seguidamente apresentar como se desenvolve o cálculo mental nos primeiros anos de escolaridade, nomeadamente a importância do desenvolvimento do sentido de número, referenciando o cálculo mental como sua destreza fundamental, conterá ainda uma definição de cálculo mental por diversos autores, como deverá ser o seu desenvolvimento, a importância do estabelecimento de relações numéricas e os níveis de cálculo da criança, assim como a importância da verbalização dos alunos, sendo fundamental facilitar-lhes o diálogo, propor-lhes contextos significativos e tarefas diversificadas, será ainda apresentada a importância das representações para as aprendizagens das crianças. Sendo também feita uma referência às diversas estratégias que apoiam o cálculo, e a importância do cálculo mental no curriculo nacional e internacional da Matemática.

O sentido do número

Os conceitos e as capacidades relacionados com os números e as operações constituem uma parte fundamental no ensino da Matemática. Nos primeiros anos de escolaridade a compreensão dos números desenvolve-se significativamente, e os professores deverão ajudar os alunos a desenvolver/fortalecer o sentido de número, ajudando desta forma os alunos a passarem do nível de contagem, e encorajando-os a mostrar e a aprofundar os seus conhecimentos dos números e operações.

Experiências precoces com números

Todas as experiências informais efetuadas nos primeiros anos de aprendizagens, constituem bases fundamentais para aprendizagens posteriores mais complexas. Nos anos seguintes, o sentido do número deverá continuar a ser desenvolvido porém com ênfase na multiplicação e divisão, desenvolvendo além das propriedades das operações também assim "destreza no cálculo com números inteiros" (NCTM, 2007, p. 173). Baroody (2010, p. 333) defende que "…é nestes níveis iniciais que é moldada a predisposição para a aprendizagem e uso da matemática e, em muitos casos, fixada para sempre".

Segundo o NCTM (2007, p. 91), a contagem constitui a base para o trabalho primário com números. "É através das suas experiências de contagem que as crianças descobrem como os números mudam" (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 124). É sabido que as crianças estão muito predispostas para a contagem, começam desde cedo a contar tudo os que as rodeia, e é essa contagem repetida que ajuda a criança a desenvolver conceitos numéricos. Nos primeiros anos de escolaridade os professores deverão proporcionar aos alunos, de forma regular, oportunidades de desenvolver a contagem de objetos, e também a realização de problemas matemáticos, encorajando as crianças, ao longo do tempo, a realizarem problemas através do cálculo mental ou usando lápis e papel para registar o seu raciocínio. É através do registo que os alunos inventam as suas próprias estratégias e usam métodos de cálculo que lhes façam mais sentido.

Os educadores da educação pré-escolar deverão desde cedo ajudar os alunos a desenvolver conceitos numéricos, a partir de pequenas situações do dia-a-dia. Há crianças que poderão desde logo conseguir identificar o número total de objetos presentes num conjunto até seis elementos, porém poderão ter a necessidade de realizar a contagem termo a termo para conjuntos com dez ou doze elementos, ajudando assim ao desenvolvimento do agrupamento visual, calculando quantidades por estimativa.

Segundo Steffe e Cobb, citados por NCTM (2007, p. 92) "nestes primeiros anos, os alunos desenvolvem a capacidade de lidar mentalmente com os números e de pensar sobre eles, sem recorrer a um modelo físico", estando esta capacidade já adquirida pelos alunos, ou sendo adquirida nestes primeiros anos de escolaridade, os alunos desenvolvem progressivamente uma flexibilidade no pensamento com os números, sendo esta uma característica importante no desenvolvimento do sentido do número que se trata de algo que é feito de forma gradual num processo evolutivo que se inicia muito antes da entrada para o jardim de infância, pois "é importante que as crianças pequenas (…) se envolvam nos *processos* matemáticos: procurando padrões, raciocinando acerca dos dados, resolvendo problemas e comunicando as suas ideias e resultados" (Baroody, 2010, p. 334)

Segundo Van de Walle (1988, p. 1), o sentido de número envolve o desenvolvimento de relações numéricas, e quanto mais relações numéricas a criança tiver conhecimento, maior é o seu sentido do número. "O sentido do número desenvolve-se à medida que os alunos compreendem a sua ordem de grandeza, desenvolvem variadas formas de pensar sobre ele e de representá-lo (…) desenvolvem uma percepção exacta acerca do modo como as operações os afectam" (Sowder, citado por NCTM, 2007, p. 92-93)

O NCTM (2007, p. 93) afirma que o sentido de número poderá ser utilizado pelos alunos mais novos para raciocinar com números de formas mais complexas. O NCTM (2007) afirma também que os modelos concretos irão ajudar os alunos a desenvolver o sentido de número, porém usados de forma mecanizada não promovem a sua compreensão. Van de Walle (1988, p. 2) diz que não se pode mostrar os números às crianças, pois eles são um "conjunto complexo de relações, cada uma interagindo com a outra de várias formas".

As tecnologias poderão também ajudar os alunos a desenvolver o sentido de número, especialmente a alunos que se sintam desconfortáveis na interação com os outros, ou a alunos que não são capazes de manipular objetos. O uso da calculadora também se pode revelar útil no desenvolvimento do número, promovendo nos alunos os conceitos relativos de posição. Quando os cálculos são mais complexos a criança poderá também ser incentivada ao uso da calculadora, a fim de promover estratégias de cálculo próprias.

Nos primeiros anos, os alunos trabalham tarefas mais complexas de forma a desenvolver a compreensão do modo como as operações afectam os números, estas tarefas poderão surgir através de interesses e necessidades dos próprios alunos, e através de pequenos momentos de interação.

Quando os alunos possuem conhecimentos como, por exemplo: "adicionar e subtrair o mesmo número num determinado cálculo é equivalente a adicionar 0" (NCTM 2007, p. 97), ou "a adição do mesmo número (…) a ambos os termos de uma diferença (…) não produz alterações no resultado" (NCTM, 2007, p. 97), isto indica-nos que há um desenvolvimento no sentido do número. Há que salientar porém, de que cada criança tem o seu ritmo de aprendizagem, e de desenvolvimento. Nas primeiras aprendizagens os alunos poderão desde logo utilizar e tomar conhecimento de estratégias para a multiplicação e para a divisão, embora o cumprimento desses conteúdos programáticos esteja estabelecido para anos escolares posteriores.

Do Pré-escolar ao segundo ano, um dos objetivos principais refere-se ao desenvolvimento de uma destreza nas combinações de números mais simples, ajudando a que os alunos sejam capazes de efetuar cálculos eficazes e precisos, essa destreza de cálculo é demonstrada através da flexibilidade nos métodos utilizados.

A prática de cálculo deverá ser sistemática e estimulante de forma a permitir ao aluno desenvolver destreza de cálculo, quer mental, quer através de lápis e papel, ou com materiais manipuláveis. Esta prática deverá ter um propósito e deverá centrar-se no desenvolvimento de estratégias de raciocínio e no conhecimento de relações numéricas, desta forma desenvolver-se-á o sentido de número.

Nos seguintes anos de escolaridade também se verifica uma atenção para o sentido de número, embora os alunos desenvolvam estratégias no que diz respeito à multiplicação e à divisão "os algoritmos convencionais da multiplicação e da divisão devem ser explorados e considerados como uma maneira eficiente de calcular." (NCTM, 2007, p. 180), os alunos deverão também ter oportunidade de consolidar e praticar algoritmos de cálculo para todas as operações (adição, subtração, divisão e multiplicação), para que se familiarizem com eles, habituando-se à sua utilização.

Nestes anos os alunos deverão alargar os métodos de modo a adicionarem e subtraírem números maiores, e aprender a registar o seu raciocínio de forma clara e sistematizada, desenvolvendo o sentido de número. No que diz respeito ao uso de calculadoras, o NCTM (2007, p. 180) defende que os alunos deverão recorrer às mesmas para resolver cálculos mais complexos que abranjam números maiores de forma a permitir a exploração de um dito problema, criando assim soluções que tenham como base o sentido de número e as propriedades das operações, utilizando vários modelos e representações.

De acordo com Castro e Rodrigues (2008) para o desenvolvimento do sentido do número é necessário criar contextos de aprendizagem significativos que são muito úteis para que o aluno se predisponha para o desenvolvimento do sentido do número, os números devem assim assumir um papel importante e com significado, para que a criança seja estimulada a compreender a presença dos números no mundo, discutindo-os com os outros, pois desde cedo as crianças notam a sua presença.

A compreensão dos aspetos do número envolve uma abordagem ao sentido de número e uma construção de relações numéricas, havendo aspetos relevantes dos momentos de aprendizagem. A construção de relações numéricas que a criança faz, através da perceção de valores pequenos sem utilizar a contagem é também muito importante para o desenvolvimento do conceito de número, dado que possibilita uma construção de relações entre números.

Assim de acordo com Castro e Rodrigues (2008), entende-se por sentido de número a:

> compreensão global e flexível dos números e das operações, com o intuito de compreender os números e as suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para cada um os utilizar no seu dia-a-dia, na sua vida profissional ou enquanto cidadão activo (p. 11)

Inclui-se também a capacidade de perceber que o número poderá ter vários significados e que estes podem ser usados em diferentes contextos.

A contagem

A **contagem oral** ajuda, como referido na secção anterior, as crianças nos primeiros anos a desenvolver o sentido de número. “As crianças gostam de decorar sequências numéricas como desafios” (Castro & Rodrigues, 2008, p. 13) criando assim as suas próprias sequências. É importante que nos primeiros anos o educador/professor crie contextos propícios a esta contagem, através de pequenos momentos diários tais como a entrada na sala, a formação da fila para o almoço ou a ida à casa de banho, a marcação de presenças entre outras atividades. É importante ter também em atenção a contagem decrescente, que é muitas vezes desvalorizada em favor da contagem crescente, pois segundo Baroody (2010, p. 350) as crianças têm dificuldade em dizer o número que vem antes de um determinado número, pois têm que pensar no sentido inverso à sequência de contagem “a dificuldade em contar para trás pode, por sua vez, atrasar o desenvolvimento da contagem decrescente”, também a contagem de termos dois a dois, cinco a cinco, dez a dez ou mesmo de cem a cem tem que ter importância na aprendizagem. Realçando que nem todas as crianças possuem o mesmo conhecimento da sequência numérica, porém “é desejável que crianças de cinco anos não se enganem na sequência das palavras para quantidades inferiores a 10.” (Castro & Rodrigues, 2008, p. 15), no entanto verifica-se algumas dificuldades no que diz respeito à sequência entre os números 7 e 15 (Castro & Rodrigues, 2008, p. 15), pois há “irregularidades na sequência dos números até 16” (Castro & Rodrigues, 2008, p. 15), precisando as crianças de experiências repetidas até dominarem a sequência. No entanto Van de Walle (1980, p. 13) afirma que por si só a contagem “é um veículo insuficiente para o desenvolvimento de um verdadeiramente rico conjunto de relações para os números”.

Segundo Castro e Rodrigues (2008, p. 16), a contagem oral desenvolve: o “conhecimento da sequência de números com um só dígito”; o “conhecimento das irregularidades entre 10 e 20”; a “compreensão de que o nove implica transição os termos de transição para uma nova série (…) e as regras para gerar uma nova série.”

Relativamente à contagem de objetos, Castro e Rodrigues (2008, p. 17) referem que se revela muito importante para o desenvolvimento do sentido do número, pois não basta decorar os termos da sequência numérica, é fundamental a contagem de objetos para que a criança sinta a necessidade de relacionar a contagem oral com os números. É importante conjugar a contagem oral com a contagem de objetos, pois há crianças que não conseguem estabelecer uma correspondência um a um, pois dizem o número mais rápido do que o ato de apontar para o objeto; A criança tem que compreender que cada termo corresponde a um só objeto, e para isso tem que dominar várias capacidades: “cada objecto corresponde um e um só termo da contagem; como não perder nem repetir nenhum objecto; o conceito da cardinalidade (o último termo dito corresponde ao número total de objectos contados); que a contagem não depende da ordem pela qual os objectos são contados” (Castro & Rodrigues, 2008, p. 18). Segundo as mesmas autoras, quando os objetos são numerosos ou desorganizados, alguns são esquecidos ou repetidos na contagem, defendendo assim que a disposição dos objetos facilita a contagem, podendo as crianças desta forma fazer a separação dos objetos contados e os que faltam contar; Estas estratégias de contagem, por exemplo, quando os objetos se encontram dispostos em círculo e em qual objeto se inicia e termina a contagem, são aprendidas pelas crianças também através da experimentação e observação (adulto-criança) tendo as mesmas alguma dificuldade.

No entanto também o sentido ordinal do número é importante para o desenvolvimento do sentido de número, é subsequente à contagem e abarca capacidades mais complexas, este sentido ordinal do número permite “compreender que a sequência numérica está organizada de acordo com uma ordem (…) cada número ocupa um lugar bem definido, que não pode ser alterado” (Castro & Rodrigues, 2008, p. 19).

O princípio da cardinalidade é um pouco mais complexo para as crianças, sendo construído gradualmente e com recurso a situações de contagem, para que as crianças compreendam que “contar os objetos nos permite determinar o total” (Castro & Rodrigues, 2008, p. 20), ou seja o ultimo termo da contagem corresponde ao número total de objetos. Este princípio deve ter como base contextos significativos e familiares às crianças, para que se torne mais fácil compreender, o “contexto pode facilitar o desenvolvimento de competências numéricas” (Castro & Rodrigues, 2008, p. 20).

Ao longo de todo este processo a criança começa também a desenvolver capacidades de contagem mais complexas, como por exemplo a contagem a partir de uma determinada ordem, exigindo alguma abstração por parte desta.

O cálculo mental

Definição de cálculo mental

Segundo Buys, citado por Brocardo, Serrazina e Rocha (2008, p. 106) o cálculo mental é definido do seguinte modo: “Opera-se sobre os números e não sobre os dígitos; Usam-se relações numéricas e propriedades das operações; embora se calcule “de cabeça”, é possível recorrer a registos de papel.”

Noteboom, Boklove e Nelissem, citados por Brocardo, Serrazina e Rocha (2008, p. 106) também definem cálculo mental como:

> É um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números. Envolve o uso de factos de propriedades dos números ou das operações e das relações entre os números e as operações. Não é calcular na cabeça mas sim

> calcular com a cabeça e fazer alguns registos escritos, se necessário. Neste sentido, não deve ser visto como oposto ao cálculo escrito.

O cálculo mental é também visto por Menezes et al., (2008) como "… um conjunto de procedimentos que se articulam entre si, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido, para encontrar resposta a uma determinada situação". Guimarães (2009, p. 28) esclarece que o cálculo mental "...contribui para um maior domínio do cálculo escrito", permitindo que o aluno entenda algumas propriedades numéricas.

Carvalho (2011, p. 2), sustenta que "o cálculo mental não se deve restringir ao operar 'de cabeça' mas que a utilização de papel e lápis para cálculos intermédios pode ser útil". A mesma autora ressalva que o conceito de cálculo mental não é unânime embora a ideia de "operar com cabeça" seja mais forte que "operar de cabeça", reforçando a ideia de que o registo de cálculo com recurso ao lápis e papel é importante para o desenvolvimento do cálculo mental. A criança poderá desenvolver raciocínios próprios e chegar às suas próprias resoluções pois as crianças, segundo Baroody (2010, p. 338) "confiam nos processos de cálculo por elas inventados". Pode então definir-se por cálculo mental, a capacidade de operar sobre os números e não sobre os algarismos, possuindo a capacidade de ver o número como um todo.

Níveis de cálculo mental

Há que referir também que o cálculo mental se divide por três níveis que se vão desenvolvendo desde a educação pré-escolar, e que orientam a aprendizagem dos números sendo eles: i) cálculo por contagem, ii) cálculo por estruturação e iii) cálculo formal. O primeiro nível diz respeito ao cálculo por contagem apoiado em materiais que permitam a contagem. Este é o primeiro nível da adição e da subtração, segundo Brocardo, Serrazina e Rocha (2008, p. 136) "os alunos têm uma grande tendência para resolver os problemas recorrendo à contagem apoiando-se nos dedos das mãos". É então necessário que se proponha aos alunos exercícios de contagem mais complexos, ou seja, com números maiores, para que eles próprios tenham necessidade de encontrar outro tipo de estratégias, como por exemplo: "a linha numérica poderá ser uma ajuda para os alunos" (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 137), pois sem o auxílio da linha numérica, no que diz respeito a números maiores, os alunos incorrem a erros dado que são necessários dois procedimentos em simultâneo “a contagem propriamente dita e a memorização da quantidade de números que já foram adicionados ou subtraídos” (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 137). Com a introdução de novas estratégias, como a linha numérica, transita-se assim para o segundo nível de cálculo: o cálculo por estruturação.

O cálculo por estruturação, consiste em não recorrer à contagem tendo as crianças o apoio de modelos adequados, sendo o caso das molduras de 10, do colar de contas (de 20 e de 100), e da recta numérica vazia. Tal como referido, neste nivel os alunos já não recorrem à contagem de um a um termo e podem usar estratégias como “os saltos de dez, os saltos atraves do dez e a decomposição das parcelas.” (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 137). As estratégias do salto de dez e do salto atraves do dez consistem num “cálculo em linha” (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 137). No que diz respeito à “linha numérica” cada aluno constrói a sua conforme o que achar mais apropriado á explicitação dos seus procedimentos de cálculo. As autoras afirmam que “alguns alunos o cálculo está mais abreviado (…) o que demonstra uma maior flexibilidade e destreza com os números, conseguindo desenvolver estratégias mais eficientes” (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 139). Neste nível os alunos podem também fazer outras estratégias como é o caso da decomposição dos números em dezenas, no entanto esta estratégia necessitará de muita atenção “ao nível da subtracção quando o número representado pelo algarismo das unidades do aditivo é menor que o do subtractivo” (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 140).

O terceiro e último nível de cálculo, denomina-se cálculo formal caracterizando-se pela utilização dos números como objectos mentais, sem haver a necessidade de recorrer a materiais estruturados, como se verificou anteriormente. Neste nível, os alunos já não necessitam de materiais para proceder aos cálculos, conseguindo efetua-los mentalmente, fazendo apenas registo de alguns passos intermédios. A transição para este nível é feita ao longo do tempo, pois depende do aluno, segundo Brocardo, Serrazina e Rocha (2008, p. 141) são as proprias crianças que têm necessidade de criar as suas proprias estratégias de cálculo conforme os números que operam, sendo pouco esta aptidão pouco observável no 2.º ano.

Estratégias de cálculo mental

No que diz respeito às operações de adição e subtração com números compreendidos entre 20 e 100, há três processos básicos nos quais as crianças apoiam os seus cálculos: partição, decomposição e compensação.

A primeira estratégia referenciada, partição, as “dezenas e as unidades são operadas separadamente (…)” (Mendes, 2012, p. 64), nesta estratégias as crianças visualizam os números como objetos sobre uma linha de contagem onde as crianças realizam as operações, dando “saltos” para a frente (fig. 1) ou para trás (fig. 2).

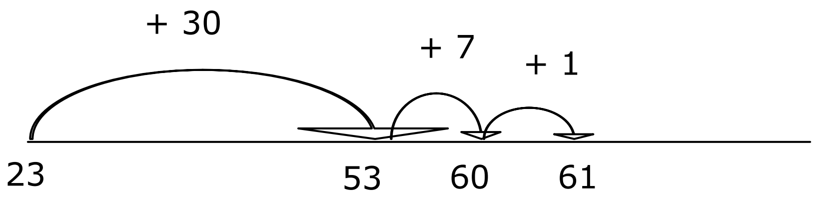


Fig. 1 – Estratégia de partição utilizando “saltos” para a frente

Na estratégia acima representada (partição com “saltos” para a frente), as crianças realizam a operação 23+38 sobre a linha de contagem, na qual há uma partição do número 38 em dezenas e unidades, seguidamente e partindo do número 23 as crianças somam as dezenas (30), dando um total de 53, aos quais somam 7 de forma a chegar à dezena mais próxima, porém as unidades são 8, sendo que ainda terá que haver a adição de mais 1 unidade.

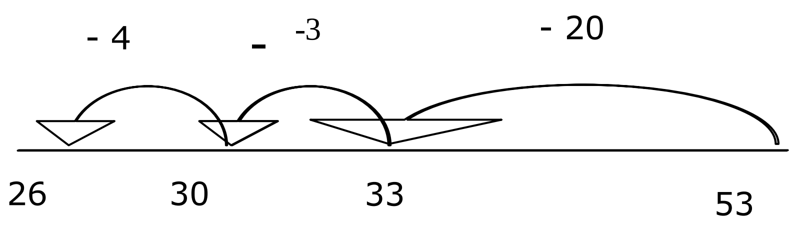


Fig. 2 – Estratégia de partição utilizando “saltos” para trás.

No caso da estratégia acima (partição com “saltos” para trás) as crianças realizam a operação 53-27 sobre a linha de contagem, onde mais uma vez realizam a partição da segunda parcela (27) e partindo do 53 subtraem as dezenas (20), ficando assim com 33, seguidamente subtraem 3 unidades de forma a chegar à dezena mais próxima que seria o 30, faltando ainda 4 unidades para subtrair, resultando assim 26. Sendo o resultado da operação 53-27=26.

A estratégia de partição pode ainda ser realizada através repetidamente para a frente (fig. 3) como no caso da multiplicação, onde a operação 4x12 poderá ser realizada em somar repetidamente o número 12, partindo do 0, chegando assim ao resultado pretendido.

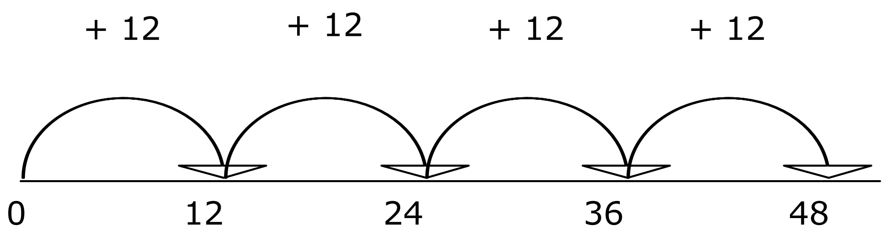


Fig. 3 – Estratégia de partição repetidamente para a frente

Também poderá ser ainda utilizada repetidamente para trás como no caso da divisão, onde recorrendo ao mesmo processo, se poderá dividir 92:15 (Fig. 4). Utilizando de igual forma a linha de contagem, as crianças a partir do 92 utilizaram o processo inverso a cima, ou seja, a partir do 92 irão subtrair o 15 até chegar a um número inferior a 15, neste caso o 2.

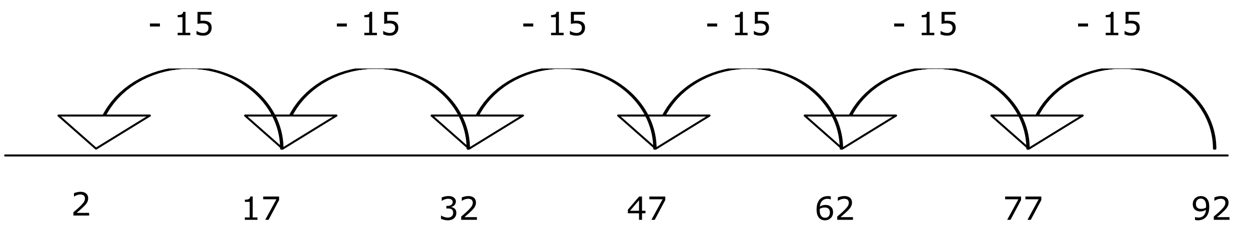


Fig. 4 – Estratégia de partição repetidamente para trás.

A decomposição (Fig. 5) é também uma estratégia básica de cálculo mental, em que consiste em, mais uma vez, ver os números como objetos com uma "estrutura decimal e em que as operações são realizadas por decomposição de números baseados nesta estrutura". Para realizar a operação 23+38, os alunos decompõe as duas parcelas em dezenas e unidades; neste caso há uma decomposição do 23 como 20+3 e do 38 como 30+8, onde primeira se somam as dezenas e posteriormente as unidadesm neste caso 20+30 = 50 e 3 +8 =11, logo 50+11 = 61; Desta forma 23+38=61.

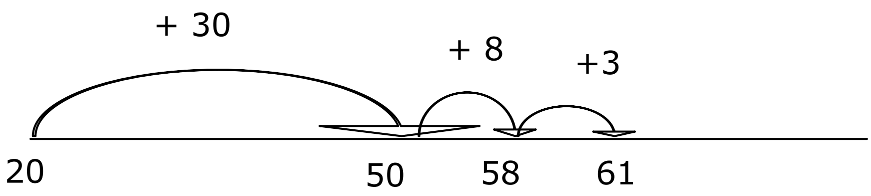


Fig. 5 – Estratégia de decomposição

A última estratégia básica de cálculo mental, denomina-se compensação (fig. 6), caracterizando-se por ser baseado em “propriedades aritméticas em que os números são vistos como objectos que podem ser estruturados de diferentes maneiras e em que as operações são efectuadas com recurso às propriedades apropriadas” (Canavarro, 2012, p. 9). No caso seguinte, para realizar a subtração 37-19, os alunos optam por subtrair 20, sendo a dezena mais próxima, ao 37 ao qual posteriormente adicionarão 1 unidade (unidade essa que teria sido acrescentada para chegar à dezena mais próxima).

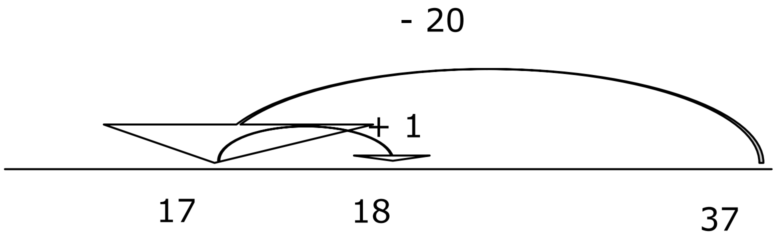


Fig. 6 - Estratégia de compensação

Há porém outras estratégias que surgem de apoio ao cálculo mental como:

- adicionar ou subtrair partições da segunda parcela (fig. 7).

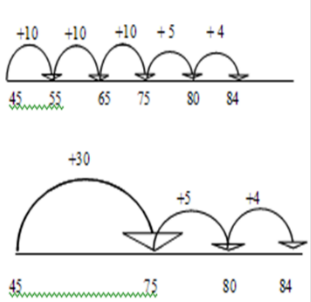
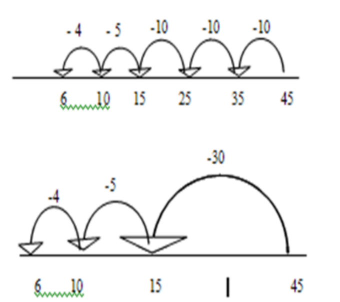
	Adição	**Subtracção**
Adicionar/subtrair partições da segunda parcela	45+39= 	45-39= 

Fig. 7 – Estratégia de adicionar ou subtrair partições da segunda parcela

- adicionar ou subtrair para chegar à dezena mais próxima da primeira parcela (fig. 8).

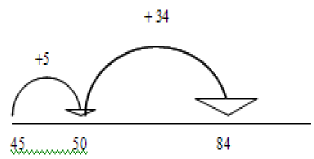
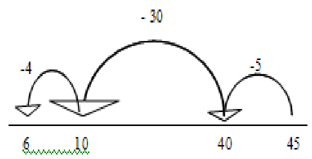
Adicionar/subtrair para chegar à dezena mais próxima da primeira parcela	45+39= 	45-39= 

Fig. 8 – Estratégia de adicionar ou subtrair para chegar à dezena mais próxima da primeira parcela

- Estratégia de subtrair adicionando (fig. 9), utilizanda apenas na subtração;

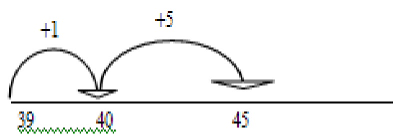
Subtrair adicionando		45-39= 

Fig. 9 – Estratégia de subtrair adicionando

- A decomposição decimal (fig. 10)

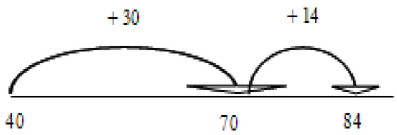
Decomposição decimal	45+39= 	45-39= 40-30=10 10+5=15 15-9=6

Fig. 10 – Estratégia de decomposição decimal

- Saltar de 10 em 10 e compensar (fig. 11).

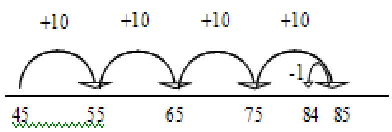
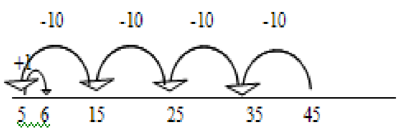
Saltar de 10 em 10 e compensar	45+39= 	45-39= 

Fig. 11 – Estratégia de saltar de 10 em 10 e compensar

- adicionar ou subtrair o número de dezenas mais próximo e compensar (fig. 12)

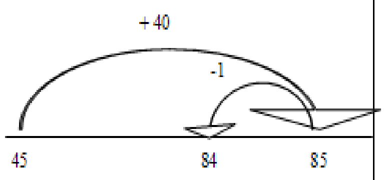
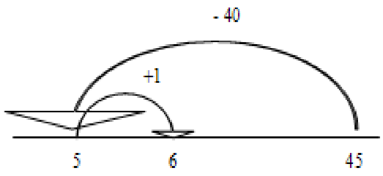
Adicionar/ subtrair o número de dezenas mais próximo e compensar	45+39= 	45-39= 

Fig. 12 – Estratégia de adicionar ou subtrair o número de dezenas mais próximo e compensar

- Dobro e quase dobro (fig. 13)

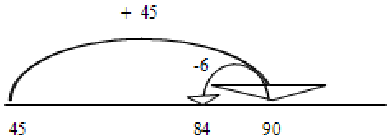
Dobro e quase dobro	45+39= 45+45=90 Como 39 é menos 6 que 45, então 90-6=84 	90-45= 45 Como 90 é o dobro de 45 se tirarmos uma das partes ficamos com a outra

Fig. 13 – Estratégia de dobro e quase dobro

- Manter a diferença constante (fig. 14)

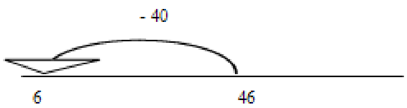
Manter a diferença constante		45-39= $45^{+1}-39^{+1}=$ 46-40=6 

Fig. 14 – Estratégia de manter a diferença constante

As estratégias anteriormente referidas devem ser alvo de treino e compreensão por parte dos alunos, para que seja facilitada a sua utilização "na medida em que os alunos já têm um bom conhecimento da posição dos números ate cem e das estratégias que tornam o cálculo mais rápido e eficaz." (Brocardo et al., 2005, p. 27)

Como desenvolver o cálculo mental

De acordo com Brocardo, Serrazina e Rocha (2008) há que saber como ensinar as crianças a calcular mentalmente, de forma lógica e organizada, sendo que o cálculo mental surge de uma forma natural através da prática dos professores, dando mais atenção ao cálculo mental como resposta às tarefas realizadas com os alunos, sem se antecipar a introdução dos algoritmos. Segundo as mesmas autoras, "para que os professores trabalhem de modo sistemático o cálculo mental, é importante clarificar como este trabalho deve ser feito e o que é de esperar que os alunos consigam fazer" (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 107).

Estabelecer relações numéricas

O cálculo mental inicia-se através do estabelecimento de relações numéricas que as crianças constroem com ajuda do educador e professor; "relações numéricas – desenvolvem-se em simultâneo com a capacidade de contagem de objetos" (Brocardo et al., 2005, p. 14). Conforme Van de Walle (1988, p. 2) podemos ajudar as crianças a construir estas relações oferecendo uma variedade de atividades com auxílio de materiais. Tal como já foi referido, a contagem ajuda as crianças a desenvolver o seu sentido de número, porém é uma atividade estreita e limitada dentro da qual apenas se identificam os números de forma integral. Van de Walle (1988, p. 2) separa as relações numéricas em três características, sendo estas:

> i) Relações contidas em arranjos padronizados de objetos, ii) as relações entre duas ou mais partes de um número constituem o número inteiro; As combinações podem ser conceptualizadas como mais do que factos sobre os números, iii) as relações de cada número com outros determinados números. Nesta categoria estão incluídas as seguites relações: i) mais um que e menos um que, ii) mais dois que e menos dois que, iii) a relação com as marcas especiais que são os números cinco e dez. (p. 2)

As relações i) e ii) segundo Castro e Rodrigues (2008, p. 24) são diferentes de "contar dois a seguir" ou "contar dois antes", segundo as autoras ao dar ênfase a estas relações as crianças relacionam-se com os números em si e não com o processo de contagem, ou seja, "a relação entre as quantidades é de dois/um a mais ou a menos"

(Castro & Rodrigues, 2008, p. 24). Na categoria iii) também as autoras defendem que as crianças usam o número 5 e 10 como números de referência, relacionando esses com quantidades entre 1 e 5, neste caso também os dedos das mãos poderão servir para construir relações numéricas.

As categorias pelas quais Van de Walle (1988, p. 3) separa as relações nem sempre são distintas, e à medida que as crianças aumentam o conhecimento de cada número, também as relações se tornam cada vez mais ligadas, quanto maior for o número de relações que uma criança tem de um determinado número, mais significativas serão as relações para os números seguintes. Van de Walle (1988, p. 13) defende também que na educação pré-escolar e no 1.º e 2.º ano de escolaridade os professores deveriam por parte de parte as operações concretas (neste caso a adição e a subtração) e dar atenção e tempo ao desenvolvimento de relações numéricas. Estas relações numéricas segundo Baroody (2010) vão sendo construídas pelas crianças, através da comparação entre números. “Infelizmente, esta importante competência é muitas vezes ignorada ou não recebe a ênfase adequada, quer na avaliação quer na prática educativa” (Baroody, 2010, p. 351). Este estabelecimento de relações e descoberta dos números diz, segundo o mesmo autor, respeito à aprendizagem significativa.

Trabalho continuado

É necessário que o cálculo mental seja trabalhado de forma sistemática e rotineira para que os alunos, desenvolvam as suas próprias estratégias. Este desenvolvimento de estratégias de cálculo mental requer alguma atenção por parte do professor, sendo necessário método e persistência. Segundo Taton (1969), citado por Carvalho (2011, p. 3) “o ensino do cálculo mental sem método é de fraca utilidade”, defendendo também que o cálculo mental deve ser “ensinado metodicamente e com regularidade (…) para que as aptidões de cálculo se mantenham”. Este desenvolvimento do cálculo mental, ajuda o aluno a “operar com números cada vez maiores com rapidez e segurança” (Carvalho, 2011, p. 3).

Carvalho (2011, p. 3) afirma que o cálculo mental deve ser trabalhado regularmente, dando oportunidade ao aluno de ser mais flexível no trabalho com números, fazendo ainda referência que no cálculo mental em sala de aula há o deliberar de conexões de aprendizagens matemáticas. O autor refere que a discussão de resultados é também importante para o desenvolvimento do cálculo mental.

No que diz respeito ao desenvolvimento do cálculo mental, não se trata de uma tarefa fácil e, segundo Carvalho (2011, p. 3), requer três aspetos fundamentais como "intenção, método e persistência". Taton citado pela mesma autora afirma que o cálculo mental sem método é ineficaz, e que se trata de um complemento ao cálculo escrito, tendo assim que ser trabalhado de forma metódica e sistematizada, mantendo a aptidão de cálculo, defendendo que a prática do cálculo mental não se poderá estender a mais que 10 minutos pois obriga a uma grande concentração por parte dos alunos, podendo assim causar fadiga. Também Fosnot e Dolk, citados por Brocardo, Serrazina e Rocha (2008, p. 108) defendem o conceito de *minilesson* sendo um espaço de 10 a 15 minutos "centrado no desenvolvimento de estratégias de cálculo".

Van de Walle (1988, p. 12) afirma que "um tempo considerável e oportunidades são necessários para que as crianças interajam com os materiais para que essas relações variadas se desenvolvam", afirma também que as atividades frequentes ajudam a melhorar mais que um aspeto numérico.

Trabalhar o cálculo de forma regular permite ao aluno ser mais flexível na mudança do registo dos números, sendo que no cálculo mental em sala de aula "compara-se procedimentos, reflecte-se, pensa-se, conjectura-se, analisam-se os erros, desenvolve-se o sentido crítico e promove-se intenso debate, fundamental para o estabelecimento de conexões entre aprendizagens matemáticas" (Carvalho, 2011, p. 3).

Comunicação oral

Castro e Rodrigues (2008, p. 33) afirmam que a comunicação oral é "um excelente meio de desenvolvimento da linguagem, da criatividade, da organização reflexiva de ideias e dos vários tipos de raciocínios e é uma competência fundamental no desenvolvimento matemático das crianças". Esta discussão de resultados/comunicação dos mesmos, permite ao mesmo tempo, que o aluno construa relações entre números e desenvolva o sentido de número. Segundo Castro e Rodrigues (2008, p. 33) o professor deve incentivar a comunicação por parte dos alunos de modo a que sejam explicitados os seus raciocínios, e para que as suas estratégias sejam compreendidas por todo o grupo desenvolvendo assim novas estratégias de cálculo mental pois de acordo com Castro e Rodrigues (2008, p. 27) “a comunicação de descobertas é fulcral para o desenvolvimento de outras relações”, onde Carvalho (2011, p. 4) também defende que “a discussão de ideias é fundamental para a ampliação de conhecimentos sobre os números.”

No que diz respeito à comunicação dos alunos, o papel do professor centrar-se-á no encorajamento da mesma ao restante grupo, apoiando o aluno nas suas representações “É muito importante que o professor peça aos alunos que justifiquem as suas respostas” (Brocardo et al., 2005, p. 8), tornando-se necessário que o professor mantenha “…um clima positivo e de genuíno interesse na discussão, tentado garantir a participação de todos os alunos” (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012, p. 257), o professor deve também solicitar ao grande grupo uma outra forma de raciocínio pois “além de clarificar o que foi dito, ajuda igualmente a ouvir os outros e atribuir importância ao que cada um diz (…)” (Brocardo et al., 2005, p. 9).

A comunicação de resultados de forma informal é também muito importante para o desenvolvimento do cálculo mental “A comunicação, enquanto partilha e debate de ideias, é essencial não só para exprimir e clarificar o próprio pensamento, mas também para a construção significativa de conhecimento” (Wood, Merkel & Uerkwitz, citados por Morais, 2011, p. 32), aproveitando o professor todos os momentos para “propor vários tipos de actividades que facilitem o debate de ideias e processos matemáticos” (Brocardo et al., 2005, p. 9), desta forma o professor terá oportunidade de “aperceber-se de dificuldades e raciocínios dos alunos” (Brocardo et al., 2005, p. 8).

Contextos significativos

No entanto é de referir que para o desenvolvimento do cálculo mental, também o contexto é promotor desse desenvolvimento, conforme Carvalho (2011, p. 4) “Para além de se poder dedicar um momento específico da aula ao desenvolvimento de estratégias de cálculo mental é importante não esquecer que toda a aula é um contexto propício ao desenvolvimento do cálculo mental”, o trabalho de desenvolvimento embora não deva exceder os 10 minutos (Carvalho, 2011, p. 3), poderá ser desenvolvido a partir de pequenos momentos em contexto sala de aula. Fosnot e Dolk (2001), citados por Morais (2011, p. 27) afirmam que "é provável que um determinado contexto afecte os modelos e estratégias utilizados pelas crianças", Brocardo et al. (2005, pp. 9-10) afirmam que "as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas, dependerão, não só, das suas opções pessoais como também do contexto que lhe é apresentado.", é observável "a importância que o contexto assume na resolução de problemas" (Morais, 2011, p. 28). É importante que o contexto das tarefas propostas seja familiar aos alunos, para que eles compreendam e se sintam motivados à resolução da mesma pois, conforme Brocardo et al. (2005, p. 9), "o trabalho em torno de contextos conhecidos dos alunos facilita a sua aprendizagem". Morais (2011, p. 28) afirma mesmo:

> É através do contexto que as crianças se relacionam e envolvem na resolução de problemas. Nos primeiros anos o contexto é fundamental, uma vez que se constitui como uma base concreta para o cálculo e como suporte ao pensamento dos alunos mais novos.

Quando o professor propõe atividades ou tarefas que sejam familiares às crianças, ou "coloca uma questão a propósito de uma situação que os alunos conhecem bem (…) entusiasmam-se, falam sobre o contexto apresentado, propõem estratégias para abordar a questão colocada" (Brocardo et al., 2005, p. 9) São exemplos de contextos familiares às crianças, tirados do seu dia-a-dia: "(…) tamanhos de roupas e sapatos, números de páginas, resultados de jogos, números em calendários e datas (…)" (Brocardo et al., 2005, p. 11) que funcionam muito bem como "ponto de partida e como fonte de aprendizagem matemática" (Brocardo et al., 2005, p. 10), no entanto caso o contexto não seja familiar às crianças "As situações de contextos menos conhecidos precisam de ser devidamente explicadas, de modo a não se constituírem como obstáculos à aprendizagem." (ME, 2007, p. 9)

Diversidade de tarefas

Além da comunicação e dos contextos familiares, é importante para o desenvolvimento do cálculo mental, ter também em atenção a diversidade de tarefas, fazendo então assim parte do papel do educador/professor adaptar ou criar tarefas para propor aos alunos; A tarefa proposta deve ser "intencionalmente diferente" (Brocardo et al., 2005, p. 11), pois é importante que o educador/professor tenha consciência que "nem todas as tarefas se destinam a todas as crianças" (Castro & Rodrigues, 2005, p. 38). Cabe mais uma vez ao professor "analisar as que mais se adequam à sua turma e a cada criança em particular" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 38). Poderão ser realizadas com os alunos tarefas como: problemas, tarefas com base em ensino exploratório, sequências numéricas e cálculo em cadeia que ajudam os alunos a desenvolverem o cálculo mental.

Materiais de apoio ao cálculo mental

Os materiais e as representações realizadas pelos alunos também constituem um elemento importante para o desenvolvimento do cálculo mental. Os materiais para o 1.º ciclo são encarados como "suporte de aprendizagem" de modo a "(…) ajudar as crianças a construir o seu raciocínio (…) dando suporte físico para explicar como os alunos pensam" (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, pp. 109-110). É importante que a criança use materiais estruturados ou não estruturados calculando com eles, no entanto segundo Brocardo, Serrazina e Rocha (2008, p. 111) "os materiais ajudam a ultrapassar uma dificuldade mas não substituem o raciocínio.". É assim aconselhável que o educador/professor tenha disponível na sua sala diversos tipos de materiais, incluindo materiais que ostentem numerais, como por exemplo o calendário "(…) e que deles faça uso, de modo a permitir que as crianças se apropriem e compreendam o seu significado e os comece a utilizar" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 37). Para números inferiores a dez, os dedos das mãos constituem uma excelente forma de representação, e são conforme Castro e Rodrigues (2008, p. 37) "um precioso auxiliar aquando dos primeiros cálculos com quantidades não visíveis." No entanto, no que diz respeito a números superiores a dez, é necessário que os alunos utilizem o material disponível que deve estar "acessível e as crianças devem ser incentivadas a utilizá-lo" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 37), há diversos materiais que o educador/professor poderá utilizar para desenvolver o cálculo mental, podendo estes ser agrupados em materiais estruturados e não estruturados. O material não estruturado aquele que é "manipulado pelos alunos mas que não foi elaborado, tendo em conta uma finalidade ou um conceito matemático (…)"(Ribeiro citado por Pinto 2012, p. 19), como exemplo: tampas de garrafa, botões e feijões. O material estruturado designa-se como "todo aquele que é pensado e elaborado de acordo com os conteúdos matemáticos e que pode ser manipulado" (Ribeiro citado por Pinto 2012, p. 19), sendo exemplo destes materiais o colar de contas, as molduras de 10 e de 6, o ábaco horizontal, e os pratos de pontos.

Os materiais devem, conforme Caldeira, citado por Morais (2012, p. 25), ser selecionados pelo educador/professor de modo a promover:

> Diversificação de actividades; realização de experiências em torno de situações problemáticas; representação de ideias abstractas; análise sensorial de dados necessários à formação de conceitos; oportunidade de descoberta de relações e formulação de generalizações por parte dos alunos; envolvimento activo dos alunos na aprendizagem; respeito pelas diferenças individuais; aumento da motivação.

Representações usadas pelos alunos

As "representações" constituem "um importante meio de registo e comunicação de ideias, estratégias e raciocínios." (Castro & Rodrigues, 2008, p. 33). Assim, as representações elaboradas pelos alunos constituem também um apoio ao desenvolvimento do cálculo mental, e também " (…) um importante meio de registo e comunicação de ideias, estratégias e raciocínios" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 33). O educador/professor deve encorajar as crianças na realização das representações "cada criança tem a sua forma de ler, interpretar e representar" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 33), e deve também enquadrar as crianças com novas representações, sendo o seu papel o de "apoiar, incentivar e compreender essas representações, confrontando as crianças com a nova representação utilizando numerais e levando-as a utilizá-la quando as crianças as compreendem" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 34). Estas representações nem sempre são assimiladas por todas as crianças, e podem ter diferentes níveis de desenvolvimento: "umas apelando ao concreto (…), outra mais abstracta (…) e recorrendo apenas a numerais" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 35). Há também representações pictográficas, iconográficos e simbólicas, segundo Castro e Rodrigues (2008, p. 35). As representações pictográficas "estão ligadas ao real e representam-no com pormenores que não podem ser eliminados", as iconográficas "(…) substituindo os elementos por riscos ou bolas", as representações simbólicas utilizam os numerais. Resumindo, é importante perceber as "potencialidades de cada tipo de material, como e quando devem ser utilizados (…) é importante, sobretudo clarificar de que modo cada tipo de material apoia os alunos a ultrapassar dificuldades (…)” (Brocardo et al., 2005, p. 112).

Cálculo mental no currículo da Matemática

O Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 tem como propósito principal de ensino desenvolver nos alunos a capacidade de cálculo mental, e como objetivo geral desenvolver destrezas de cálculo numérico mental.

O currículo de Matemática de 2007 valoriza o desenvolvimento do cálculo mental “O desenvolvimento do cálculo mental, da capacidade de estimação e do uso de valores aproximados são objectivos igualmente valorizados.” (ME, 2007, p. 7), o programa de matemática defende que o aluno deve ter “diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos” (ME, 2007, p. 8) apoiando desta forma o desenvolvimento do cálculo mental por parte dos alunos através de tarefas diversificadas, consumando com confronto de resultados e discussão de estratégias. O programa de matemática em questão (PMEB 2007) apresenta como indicações metodológicas que “(…) devem ser trabalhadas diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre números e entre as operações e implementadas na aula rotinas de cálculo mental” (Canavarro, 2012, p. 7), defendendo também que o cálculo mental poderá ser sustentado com registos escritos, para que os alunos se capacitem para utilizar as suas estratégias de forma flexível e eficaz, adaptando-as a cada situação, afirma também que é importante estimular os alunos a calcularem por estimativa e que estes operem através da utilização de estratégias de cálculo e do conhecimento que têm do próprio número, acabando por realizar algoritmos.

No que diz respeito ao Programa de Matemática do Ensino Básico homologado em 2013, destacam-se três grandes finalidades para o ensino da matemática sendo elas: i) estruturação do pensamento; ii) análise do mundo natural e iii) interpretação da sociedade.

No programa de matemática do ensino básico (2013) o domínio Números e Operações faz referência às quatro operações sobre os números naturais, sendo essencial que os alunos adquiram facilidade de cálculo e agilidade na aplicação dos quatro algoritmos "Esta afluência não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência do cálculo mental" (ME, 2013, p. 6). Desta forma os professores são assim encorajados a trabalhar com os alunos esta competência, propondo atividades que sejam convenientes para esse efeito, sendo aumentada a sua complexidade ao longo do ciclo.

No programa (PMEB 2013), verifica-se que o conteúdo relativo ao cálculo mental está sempre presente no domínio Números e Operações.

No 1.º ano de escolaridade, o cálculo mental surge, tal como supra referido no domínio Números e Operações no conteúdo referente à adição – "Adições cuja soma seja inferior a 100 por cálculo mental, métodos informais e tirando partido do sistema decimal de posição" (ME, 2013, p. 7), estando no 2.º ano de escolaridade presente no conteúdo da adição e subtração "Cálculo mental: somas de números de um algarismo, diferenças de números até 20, adições e subtrações de 10 e 100 a números de três algarismos" (ME, 2013, p. 7); No 3.º ano de escolaridade, o cálculo mental é referido em dois dos conteúdos sendo estes: "multiplicação de números naturais – Cálculo mental: produto por 10, 100, 1000, etc.; produto de um número de um algarismo por um número de dois algarismos" e "divisão inteira - Cálculo mental: divisões inteiras com divisores e quocientes inferiores a 10"; No 4.º ano não há uma alusão direta ao cálculo mental, a não ser no conteúdo de tratamento de dados onde se refere a "Problemas envolvendo o cálculo (…)" (ME, 2013, p. 13), devendo este cálculo ser realizado através de estratégias de cálculo mental.

Quanto ao uso da calculadora, o programa defende que o seu uso deve ser feito de forma precavida, para que "não comprometa a aquisição de procedimentos e o treino do cálculo mental e, consequentemente, a eficácia do próprio processo de aprendizagem." (ME, 2013, p. 28).

Relativamente o NCTM (Princípios e Normas para a Matemática Escolar) estas colocam um enfoque nos conceitos das operações, em vez de esse enfoque ser apenas no cálculo. Quanto aos programas do pré-escolar ao 2.º ano de escolaridade, apresentam como objetivos gerais: "Compreender os números, formas de representação dos números, relações entre números e sistemas numéricos; Compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam entre si" e por último "(…) calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis." (NCTM, 2007, p. 90)

O NCTM afirmam que nestes primeiros anos, a que o programa se refere (pré-escolar até 2.º ano), os alunos "(…) desenvolvem a capacidade de lidar mentalmente com os números e de pensar sobre eles (…)" (Steffe e Cobb, citados por NCTM, 2007, p. 92), os autores afirmam ainda que algumas crianças adquirem esta capacidade antes da sua entrada na escola, sendo que muitas desenvolvem esta capacidade durante a escola.

Relativamente às operações de adição e subtração, o NCTM (1997, p. 96) referem que as crianças compreenderão melhor a adição através da resolução de problemas e a subtração através de situações com conjuntos, o "desenvolvimento do significado da adição e da subtração com números inteiros, os alunos poderão deparar-se com as propriedades das operações" (NCTM, 2007, p. 96).

Os professores deverão também encorajar as crianças "a transitar, ao longo do tempo, para a resolução de problemas através do cálculo mental, ou recorrendo ao papel e ao lápis para registar o seu raciocínio." (NCTM, 2007, p. 97), os alunos deverão ainda desenvolver estratégias a fim de conhecer combinações numéricas fundamentais pois "A destreza nas combinações de números mais simples para a adição e a subtracção constitui um objectivo do pré-escolar ao 2.º ano." (NCTM, 2007, p. 97), é também fundamental que os professores encorajem as crianças a debater/discutir as suas ideias e raciocínios. O NCTM (2007) defende também o desenvolvimento de estratégias de cálculo através dos contextos significativos, onde a sua aprendizagem se tornará mais sólida, estas estratégias "(…) aproximar-se-ão dos algoritmos convencionais". (NCTM, 2007, p. 98).

O NCTM (2007) sustenta ainda que os professores se devem familiarizar com as estratégias dos alunos, de forma a perceber a sua forma de raciocinar e de relacionar os números; a prática destas estratégias deverá ser estimulante e sistemática para que "os alunos desenvolvam destreza de cálculo" (NTCM, 1997, p. 100), entende-se então por destreza de cálculo, a capacidade que os alunos têm "(…) de proceder a cálculos eficazes e precisos com números de um único algarismo" (NTCM, 1997, p. 97).

Relativamente aos anos seguintes, ou seja, do 3.º ao 5.º ano ainda para o domínio dos Números e Operações, as normas para a matemática escolar (NCTM) recaem sobre objetivos gerais como “Compreender os números, formas de representação dos números, relações entre os números e sistemas numéricos; Compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam entre si; Calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis” (NCTM, 2007, p. 172) remetendo-nos para a compreensão das operações matemática, dos números e para a utilização de estratégias de cálculo, ou seja para o desenvolvimento do sentido de número, com mais ênfase na multiplicação e na divisão, aprendendo as propriedades destas operações e continuando o desenvolvimento das destrezas de cálculo. O primeiro objetivo geral que se apresenta diz respeito às “explorações com números inteiros recorrendo a uma diversidade de modelos e contextos” (NCTM, 2007, p. 173), sustentando que os alunos compreendem os números, trabalhando facilmente e de forma flexível com eles, necessitando assim os alunos de ter experiencia com diversas estratégias de cálculo mental. Nestes anos de escolaridade os alunos tomam contacto com as frações, desenvolvendo a sua compreensão, iniciando a utilização de números decimais e também de números inteiros negativos, conhecendo os diferentes tipos de números e as suas características particulares.

O segundo objetivo geral refere que os alunos deverão centrar-se nas operações da multiplicação e da divisão, no seu significado e nas suas relações. Os alunos deverão reconhecer a multiplicação e a divisão como operações inversas, e através do uso de estratégias reconhecerem as suas propriedades.

O terceiro, e último, objetivo geral diz respeito ao “calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis”, neste último objetivo há um enfoque na destreza de cálculo com números inteiros e também nos métodos de cálculo usados pelos alunos, tendo estes que ser baseados em noções matemáticas, incluindo todas as relações numéricas existentes. Neste objetivo refere-se que a importância deverá ser dada aos números decimais e frações, pois a destreza de cálculo com números racionais será trabalhada entre o 6.º e o 8.º ano. “A destreza de cálculo com números inteiros depende, em grande parte, da destreza com as combinações numéricas elementares” (NCTM, 2007, p. 177), e estas combinações numéricas desenvolvem-se com base na compreensão das quatro operações, e estratégias de raciocínio na resolução de problemas. A investigação sugere que, ao resolverem problemas que exigem cálculos, os alunos desenvolvem métodos de cálculo e também aprendem mais sobre as operações e as suas propriedades (NCTM, 2007, p. 178). Mais uma vez aqui se defende que os professores devem encorajar os seus alunos na discussão e debate das suas ideias e estratégias de raciocínio, pois "quando lhes é dada oportunidade para tal, os alunos inventam, naturalmente, métodos de cálculo que fazem sentido para eles (NCTM, 2007, p. 178).

Neste nível de ensino, os alunos deverão "(…) consolidar e praticar um número reduzido de algoritmos de cálculo para a adição, subtração, multiplicação e divisão, que compreendam bem e possam utilizar de forma rotineira" (NCTM, 2007, p. 179), no que diz respeito ao uso da calculadora também nestes anos de escolaridade, as normas defendem que os alunos deverão "(…) com alguma frequência, recorrer às calculadoras para resolverem cálculos complexos, envolvendo números grandes, ou para explorarem, o alargamento de um determinado problema." (NCTM, 2007, p. 180). Relativamente à estimação, esta "constitui uma ferramenta para avaliar a plausibilidade dos cálculos" (NCTM, 2007, p. 180), independentemente de esses cálculos serem realizados com lápis e papel ou mentalmente. Os professores desempenham um papel importante "(…) ao ajudar os alunos a desenvolverem e a seleccionarem uma ferramenta de cálculo adequada (…)" (NCTM, 2007, p. 181) e em cnfrontarem sempre esta com estimativas prévias ao cálculo.

Capítulo III

Metodologia

O presente capítulo é dedicado à explicação da metodologia usada durante a presente investigação, iniciando-se com a identificação das opções metodológicas a nível da abordagem. Seguir-se-á uma breve apresentação de toda a metodologia usada durante a prática, assim como uma caracterização dos contextos no que diz respeito à relação dos alunos com a Matemática onde se realizaram as intervenções em pré-escolar e em 1.º ciclo do ensino básico, bem como as tarefas realizadas em cada contexto. Por último, referem-se os métodos de recolha de dados usados para obter evidências, bem como para os analisar.

Opções metodológicas

A presente investigação a que este relatório diz respeito e a qual foi realizada sob a Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, teve como base uma reflexão sobre a ação educativa, assim como uma pesquisa relativamente à temática do relatório, ou seja, relativamente ao desenvolvimento do cálculo mental por parte das crianças.

Esta investigação é fundamental para que o professor, enquanto investigador, oriente conhecimentos profissionais, sendo considerado um professor investigador aquele que "está interessado em melhorar o ensino e a aprendizagem na sala de aula (…)" (Serrazina & Oliveira, 2001, p. 286). É essencial nos dias de hoje que o professor questione a sua prática, de forma a melhorar a aprendizagem dos alunos e a poder tomar decisões relativamente à sua prática educativa, a reflexão acerca da prática aumenta o conhecimento do professor acerca da educação. “Os professores estão na melhor posição para colocar questões acerca da aprendizagem, para recolher dados e interpretá-los e tomar decisões relativamente ao ensino”, afirmam Serrazina e Oliveira (2001, p. 286).

A investigação-ação tem em vista melhorar a ação educativa, defendo que o professor deve reconstruir o currículo “Exige-se hoje ao professor que seja ele a instituir o currículo, vivificando-o e co-construindo-o com os seus colegas e os seus alunos, no respeito, é certo, pelos princípios e objectivos nacionais e transnacionais” (Alarcão, 2001, p. 2). É importante que os professores sejam inovadores na sua prática, ajudando ao seu desenvolvimento profissional e ao desenvolvimento de aprendizagens dos alunos, é importante que os professores se identifiquem como “investigadores da sua acção, como inovadores, como autodirigidos, como observadores participantes.” (Alarcão, 2001, p. 2)

A investigação-ação baseia-se na análise, compreensão e reflexão sobre a prática, neste caso, sobre o desenvolvimento do cálculo mental nas crianças. Essa investigação procura uma aquisição e aumento de conhecimentos que, por sua vez, ajudam ao aumento do desenvolvimento profissional do professor, bem como das aprendizagens das crianças.

Ao longo da presente investigação pretendi tomar uma atitude de autoquestionamento acerca de processos e de observações realizadas de forma a avaliar a minha prática, para a puder melhorar em tarefas posteriores, de forma a, tal como supracitado, haja promoção das aprendizagens das crianças. “Ser professor-investigador é, pois, primeiro que tudo ter uma atitude de estar na profissão como intelectual que criticamente questiona e se questiona” (Alarcão, 2001, p. 6).

Caracterização dos contextos da investigação

Seguir-se-á uma caracterização dos contextos no que diz respeito à relação dos alunos com a Matemática, onde a Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-

Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico se realizaram e que serviram de apoio à presente investigação.

A investigação realizou-se no Jardim de Infância da Cruz da Picada, com um grupo de crianças entre os 3 e os 6 anos de idade, e na Escola Básica do Bairro Senhora da Glória, com crianças entre os 9 e os 11 anos de idade. As seguintes caracterizações serão baseadas em conversas informais com a educadora Lourdes Ramalho e com a professora Conceição Lopes, assim como os projetos educativos de cada grupo.

Pré-Escolar

A Prática Supervisionada em Pré-Escolar realizou-se entre fevereiro e maio de 2014 no Jardim-de-infância da Cruz da Picada, em Évora. A sala onde foi realizada a prática apresentava uma grande área do domínio da Matemática, visível no mapa de presenças onde cada dia da semana correspondia a uma forma geométrica (quadrados, triângulos, círculos e retângulos, sendo que este último representava através de cores diferentes, dois dias na semana), a Matemática estava também visível no quadro branco que era decorado com imagens de galinhas com ovos, onde o número total de ovos representava os números de 0 a 9, a área da Matemática também incidia na sala através de jogos de mesa, e de encaixe.

O grupo com o qual foi realizada a Prática de Ensino Supervisionada era constituído por 24 crianças, com idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos de idade, sendo 14 crianças do sexo feminino, e 10 crianças do sexo masculino (Quadro 1).

Quadro 1 – Quadro de géneros e idades das crianças em contexto de pré-escolar

Género/Idade	3	4	5	6	Total
Feminino	4	5	5	0	14
Masculino	3	3	3	1	10
Total	7	8	8	1	24

O grupo caracterizava-se como tendo bastante autonomia e independência a nível da elaboração de tarefas e na realização da sua higiene pessoal, assim como no cumprimento de regras dada a sua frequência no ano anterior O grupo mostrava bastante interesse e empenho nas tarefas propostas.

Relativamente à área do domínio da matemática, esta estava presente nos jogos de mesa, onde a criança os explorava conforme o seu interesse e vontade, sendo verificado que algumas crianças não estavam ainda muita à vontade neste domínio, pois apresentavam alguma dificuldade na escrita dos números (muitas vezes escritos em espelho). No entanto, o domínio da matemática estava muito presente na rotina da sala, desde a contagem de crianças no início da manhã, onde era escolhida uma criança para realizar a contagem e após a contagem a criança ia ao quadro escrever o número corretamente (muitas vezes já sem a ajuda da educadora), após a contagem de crianças presentes na sala a educadora Lourdes promovia situações que permitiam às crianças o estabelecimento de relações numéricas de "mais 1 que…" ou "mais 2 que…" como por exemplo "Mas ainda faltam dois meninos na sala, quantos somos?" ou "Mas a I. ainda não chegou, se ela vier quantos somos?", após as questões colocadas as crianças respondiam corretamente tendo bastante à vontade com o domínio da matemática, também a marcação de presenças proporcionava aprendizagens matemáticas às crianças, pois eram marcadas atraves de figuras geométricas, através desdes pequenos momentos foi possível notar que a educadora Lourdes tinha uma grande atenção e preocupação para este domínio. Durante a investigação foram escolhidas 5 crianças para a realização das atividades: a M.T (5:8), a M.I (5:6), a C (5:4), o R (6:5) e o M.Â (5:11), o A (5:9), sendo que o número de crianças poderia variar de atividade para a atividade pois teria que ter sempre em conta o interesse das crianças podendo neste caso a atividade ter mais ou menos crianças que 5, podendo a atividade ser realizada por outras crianças não pré-selecionadas. A seleção pela qual se baseou a escolha das crianças recaiu sobre a sua entrada para o 1.º Ciclo, sendo desta forma escolhidas crianças que estariam a frequentar o último ano da educação pré-escolar.

1.º Ciclo

A Prática Supervisionada em 1.º Ciclo do Ensino Básico foi realizada entre setembro e dezembro de 2014 na Escola Básica do Bairro Senhora da Glória. A sala de aula onde realizei a investigação apresentava uma área do domínio da matemática que continha sólidos geométricos de madeira, duas molduras de dez, ficheiros com desafios matemáticos, o jogo da centena (jogo elaborado e planificado por mim) e o jogo do 24. Os alunos tinham oportunidade de realizar todas as atividades durante a hora do P.I.T, sendo que o "jogo da centena" e o "jogo do 24" serviram de apoio a planificações elaboradas para mim de forma a promover o desenvolvimento do cálculo mental. Os alunos mostravam mais aptidão e interesse pelo jogo da centena, sendo este o jogo mais solicitado por parte dos alunos.

A turma com a qual realizei a minha prática de Ensino Supervisionada em 1.º Ciclo, é constituída por 22 alunos, 15 rapazes e 7 raparigas, tendo a turma um rapaz com 11 anos, e dois com 10 anos, sendo que os restantes alunos têm 9 anos de idade (Quadro 2).

Quadro 2 – Quadro de géneros e idades dos alunos de 4.º ano

Género/idade	**9**	**10**	**11**	**Total**
Feminino	7	0	0	7
Masculino	12	2	1	15
Total	19	2	1	22

No que diz respeito ao comportamento da turma, este é regular, sendo que há alunos que se apresentam como conversadores, desatentos nas aulas e conflituosos nos intervalos, estando desde modo a ser tomadas medidas de forma a evitar este tipo de comportamento, junto aos encarregados de educação, pelo que se tem vindo a notar alguma melhoria no comportamento dos alunos, havendo ainda conversas fora do contexto ou pequenos conflitos entre os colegas. Comparativamente à sala de aula, os alunos são interessados, participativos e recetivos a novos conteúdos programáticos, revelando uma boa relação afetiva com os professores e auxiliares. No que diz respeito ao processo de aprendizagem, a turma é bastante heterogénea pois apresenta diversos ritmos e níveis de aprendizagem, devido ao facto de a turma apresentar alguns elementos perturbadores (como já foi supra referido), sendo por isso necessário chamar frequentemente a atenção dos alunos, e desenvolver diversas estratégias de regulação de comportamentos.

No que diz respeito à área curricular da matemática, os alunos mostravam-se bastante empenhados em todas as tarefas propostas, sendo no entanto notado alguma dificuldade no que diz respeito ao estabelecimento de relações numéricas e ao desenvolvimento do cálculo mental. Os alunos não apresentavam costumes de cálculo mental, sendo que fazia parte da rotina diária a realização de operações, os alunos mostravam a necessidade de realizar todos os procedimentos, pois era a isso que tinham sido habituados. No início da investigação aquando a introdução de estratégias de cálculo para a multiplicação, um dos alunos afirmou "assim é como nós fazíamos no 2º ano", mostrando que relativamente ao cálculo mental os alunos tinham vindo a regredir, sendo por isso necessário agir e arranjar novas formas de resolução das operações.

Fundamentos da intervenção didática

De seguida são apresentados os fundamentos da intervenção didática ao nível da organização do trabalho desenvolvido e da conceção das tarefas a realizar. A prática ocorreu em dois contextos diferentes, sendo o primeiro em Educação Pré-Escolar e o segundo no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo assim a investigação realizada em duas fases. A primeira fase ocorreu numa sala do Pré-Escolar, entre fevereiro e maio de 2014, e a segunda fase desenvolveu-se numa turma do 4.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, entre setembro e dezembro de 2014.

A prática nos dois contextos referidos iniciou-se com uma observação do contexto educativo, assim como a sua análise para que me fosse possível basear a minha ação educativa assim como todas as tarefas propostas, tendo sempre como referência as necessidades e os interesses dos grupos de crianças e alunos, assim como os recursos disponíveis. Todas as observações e notas de campo retiradas ao longo da minha prática foram bastante úteis, tornando a minha ação pedagógica mais consistente no que diz respeito às aprendizagens realizadas pelas crianças e alunos, e também à minha atitude perante os diferentes grupos (pré-escolar e 1.º ciclo), conseguindo desta forma proporcionar aprendizagens significativas e de interesse para as crianças e alunos, especialmente no âmbito da Matemática.

Todas as tarefas planificadas e propostas às crianças e alunos tiveram sempre como base uma conversa informal com a educadora e professora, responsável pelos diferentes grupos, relativamente à viabilidade da tarefa, assim como uma adequação dos objetivos ao grupo, e o respetivo desenvolvimento da mesma, relativamente ao seu procedimento. A conversa informal com as cooperantes (educadora Lourdes e professora Conceição) contribuiu para o meu desenvolvimento enquanto futura docente, assim como para o sucesso das tarefas, ajudando as aprendizagens dos alunos, colaborando também para uma melhor relação entre mim e as cooperantes.

Pré-Escolar

Todas as atividades propostas no grupo de pré-escolar foram pensadas e planificadas indo ao encontro das necessidades, motivações interesses e bem-estar das crianças, de forma a promover o seu desenvolvimento a nível de aprendizagens como a nível pessoal, dando oportunidade às crianças de escolherem as atividades que querem ou preferem trabalhar. Todas as atividades realizadas foram planificadas, podendo sofrer alterações, de forma a explorar saberes introduzidos nas OCEPE (Orientação Curriculares para a Educação Pré-Escolar), e também nas metas de aprendizagem, promovendo a interação adulto-criança e criança-criança, desenvolvendo e promovendo, mais uma vez, aprendizagens.

As atividades planificadas no domínio da matemática não foram realizadas em grande grupo, mas apenas com um pequeno grupo de crianças, pois o grupo era bastante heterogéneo relativamente à idade, tornando assim as atividades de difícil resolução, sendo que as atividades no domínio da matemática requerem atenção e empenho. O critério de escolha, que permitiu identificar quais os alunos que iriam realizar as tarefas, baseou-se na idade e na breve futura entrada para o 1.º ciclo, permitindo que todas as crianças envolvidas se encontrassem no mesmo patamar de interesses, conhecimentos e emoções.

As tarefas eram realizadas com o pequeno grupo de alunos tanto num espaço fora da sala, de forma a promover a atenção na tarefa, como no espaço da sala com o restante grupo. As crianças, à medida que a tarefa ia decorrendo, tinham a oportunidade de partilhar com a educadora Lourdes os seus feitios e descobertas, assim como ao grande grupo através da escrita no quadro presente na sala. A motivação das crianças participantes na tarefa, levou a que alguns elementos do restante grupo se mostrassem interessados em cooperar na tarefa, o qual foi muitas vezes concedido.

As tarefas deram assim oportunidade de promover o trabalho em equipa e a partilha de conhecimentos, contribuindo assim para o desenvolvimento de relações pessoais e de aprendizagens promotoras do desenvolvimento do cálculo mental.

1.º Ciclo

Também as atividades realizadas com o 4.º ano de escolaridade do 1.º ciclo, tiveram como base a observação prévia do contexto e dos alunos. Esta observação permitiu-me perceber que os alunos apresentavam dificuldades a nível do cálculo mental, embora a professora Conceição mostrasse interesse no tema, os alunos não eram estimulados a operar mentalmente, realizando as operações com pequenos estratagemas que barravam e limitavam o cálculo aos alunos.

Por isto, a minha investigação começou por tentar desmitificar as operações pretendendo que os alunos as realizassem de forma mais fácil através das estratégias de cálculo, fazendo-os comprovar que através das estratégias as operações se tornavam mais acessíveis, pois "para que os professores trabalhem de modo sistemático o cálculo mental, é importante clarificar como este trabalho deve ser feito e o que é de esperar que os alunos consigam fazer" (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008, p. 107). Ao longo da prática foi possível verificar que os alunos percebiam a utilização das estratégias, mostrando interesse na utilização das mesmas, sendo esse um ponto fulcral da minha investigação.

É fundamental para o desenvolvimento dos alunos que o professor lhes facilite o diálogo, ou seja, é importante que os alunos justifiquem as suas respostas, pois é através da verbalização dos seus raciocínios que os alunos estabelecem relações numéricas e desenvolvem o sentido de número. É essencial que os alunos clarifiquem as suas representações à turma, promovendo aprendizagens significativas. A verbalização de raciocínios por parte dos alunos, permite também ao professor tomar consciência das suas dificuldades e também das suas aprendizagens, quanto ao professor o seu papel limita-se a encorajar e apoiar os alunos nas suas representações. Para o desenvolvimento do aluno é também necessário propor-lhes contextos significativos, pois contextos conhecidos facilitam a aprendizagem das crianças, caso contrário os contextos desconhecidos podem também prejudicar a sua aprendizagem na medida em que o aluno não se sente motivado/desafiado a resolver a tarefa que lhe é proposta. Através de contextos significativos os alunos entusiasmam-se na sua realização descobrindo estratégias novas e formas de resolução diversificadas contribuindo mais tarde para uma discussão rica em aprendizagens matemáticas. Também é necessário propor aos alunos tarefas diversificadas de forma a motivar e entusiasmar o aluno na sua realização, sendo por isso fundamental que o professor crie, recrie e adapte tarefas aos seus alunos, adequando-as ao grupo às quais são apresentadas. O professor deverá ter atenção às necessidades e interesses dos alunos, de forma a propor tarefas adequadas e que consigam desenvolver no aluno aprendizagens matemáticas significativas.

Assim, pelas razões referidas, as tarefas realizadas com os alunos do 1.º Ciclo tiveram como base a prática de ensino exploratório (Canavarro, 2011; Ponte, 2005). Neste modelo a aula organiza-se em quatro fases: Introdução, desenvolvimento, discussão e sistematização de ideias. Pretendendo dar oportunidade aos alunos para a realização de tarefas significativas, para que os alunos raciocinem matematicamente sobre assuntos importantes. Nesta prática é fundamental que o professor "equacione como explorar as suas potencialidades (…) e se prepare para lidar com a complexidade dessa exploração na sala de aula" (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012, p. 256).

Na primeira fase da tarefa apresento aos alunos o enunciado, o qual por norma é uma tarefa que precisa de ser interpretada pelos alunos. Nesta fase é solicitado aos alunos que expliquem por palavras próprias o enunciado e o que é pedido com a tarefa, certificando-me que todos os alunos compreendem o que é pedido, nesta fase também pretendo que os alunos se sintam desafiados e empenhados a resolver o problema. Esta fase da tarefa é crucial para o desenvolvimento da tarefa, requerendo muita atenção e cuidado por parte do professor pois se os alunos não compreendem o que é pretendido vão criar confusões e têm dificuldades na sua resolução, pondo em risco o sucesso da tarefa. Após receber feedback positivo em relação à compreensão da tarefa, escrevo no quadro algumas orientações que os alunos deverão seguir, pois veio-se verificar que apresentam uma grande apetência por usar representação em tabela; As orientações que no início eram dadas aos alunos pretendiam também que estes sentissem necessidade de utilizar estratégias de cálculo usadas na aula, tentando desta forma evitar a utilização da divisão como forma rápida de resolução, tendo os alunos que utilizar a estratégia inversa (multiplicação) e consequentemente as estratégias de cálculo mental. Nesta primeira fase são ainda estipulados todos os tempos das restantes tarefas, sendo o tempo de aula dividido pelas quatro fases. A introdução decorreria durante 10 minutos, sendo que a segunda e terceira fase demorariam 35 minutos e a ultima fase também teria cerca de 10 minutos de duração.

Na segunda fase, o desenvolvimento da tarefa, o papel do professor é o de procurar dar apoio a todos os grupos, incentivando os alunos nos seus raciocínios e encorajando-os a participar na resolução da tarefa. É importante que o professor deixe que os alunos explorem livremente a tarefa, sem interferir na sua resolução de modo a que haja uma discussão com estratégias variadas. Nesta fase o professor deve circular pelos grupos de forma a verificar a potencialidade de cada resolução para que consiga selecionar as resoluções a serem apresentadas e a sua ordem, de forma a escolher as estratégias mais claras para compreensão dos alunos.

A terceira fase denominada discussão, é caracterizada pela discussão e debate das resoluções elaboradas pelos grupos, tentando que os alunos clarifiquem e argumentem os seus raciocínios, esclarecendo também as questões que a turma possa fazer, promovendo desta forma a compreensão de todos, para que haja uma discussão de ideias rica, é fundamental que todos os alunos participem na discussão para permitir aprendizagens ricas à turma.

Na última fase da tarefa, a sistematização de aprendizagens, os grupos já têm retornado aos seus lugares, e o papel é centrado no professor. Nesta fase pretendo sistematizar todas as aprendizagens efetuadas, clarificando novamente a tarefa, realizando um resumo do trabalho de todos os grupos.

No que diz respeito à realização de tarefas matemáticas envolvendo o ensino exploratório, teve que existir da minha parte um cuidado redobrado, pois havia alunos que não trabalhavam bem em equipa, embora a professora afirmasse que o grupo estava habituado a trabalhar em grupo. Esta situação tornou a realização de tarefas um pouco mais complicada, fazendo-me arranjar formas de ultrapassar a situação, passando por ser eu própria a criar os grupos de trabalho, a deixar que fossem os próprios alunos a escolher com quem trabalhar, embora as alternativas nem sempre funcionassem tendo que a metodologia ser alterada durante a tarefa, como por exemplo formar dois grupos a partir de um só. Este trabalho em equipa teve como objetivo promover a cooperação entre os alunos, e o espírito de equipa.

Descrição e intencionalidade das tarefas

De seguida serão apresentadas todas as tarefas propostas nos dois contextos, com especial destaque para os seus objetivos. Todas as atividades tinham como propósito geral o desenvolvimento do cálculo mental através da resolução de problemas, e da utilização de estratégias.

Todas as tarefas permitiram trabalhar diversos objetivos, assim como promover o trabalho em equipa, a interajuda e o raciocínio matemático. Tanto em pré-escolar como no 1.º ciclo as tarefas pretendiam que as crianças clarificassem o seu raciocínio, explicando-os ao restante grupo, assim como promover a manipulação com diversos materiais como: colar de contas, molduras de dez e tampas de garrafas. Tudo isto pretendia dar as crianças aprendizagens diferentes e significativas, e que fossem eles próprios os promotores da sua aprendizagem na construção do seu conhecimento.

Seguidamente serão distintamente apresentadas todas as tarefas realizadas nos dois contextos: Pré-Escolar e 1.º Ciclo, assim como os seus objetivos e procedimentos.

Pré-Escolar

As tarefas propostas às crianças foram pensadas e planificadas de acordo com os seus interesses, visando o desenvolvimento do cálculo mental. No quadro que se segue (quadro 3), serão apresentadas as tarefas associadas à investigação no contexto pré-escolar, assim como a data da sua realização.

Quadro 3 – Quadro de tarefas desenvolvidas na educação Pré-Escolar

Tarefa/ Data	Descrição	Objetivos específicos relativos ao cálculo mental
Pratos de Pontos 9/05/2014	▪ São mostrados os vários pratos feitos com os pontos, onde elas terão que contar os pontos presentes em cada prato, num momento seguinte são mostrados dois pratos de cada vez, e as crianças terão que realizar o cálculo dos pontos. As perguntas do género “Quantos pontos são?” são feitas em grande grupo, e depois	▪ Desenvolver a memorização visual; ▪ Desenvolver a contagem; ▪ Promover o cálculo numérico na adição e subtração; ▪ Promover o raciocínio lógico; ▪ Promover o convívio entre crianças; ▪ Promover a capacidade de atenção

	individualmente, permitindo que todas as crianças participem	
Parte-parte-todo – números 5, 6 e 7 **20/05/2014**	▪ É pedido às crianças que através das tampas de garrafas, mostrem na folha branca os diferentes números 5,6 e 7. Após encontrarem uma composição do número trabalho, as crianças vão ao quadro escrever a composição em forma de operação, ex: 5+2 = 7	▪ Estabelecer relações numéricas para os números 5, 6 e 7; ▪ Compreender o significado da adição; ▪ Contar com correção ate 10; ▪ Reconhecer os números como identificação do número de objetos de um conjunto; ▪ Relacionar a adição com o combinar dois grupos de objetos;
Parte-parte-todo – desenvolvimento do número 6,7 e 8 **21/05/2014**	É pedido às crianças que através das tampas de garrafas, mostrem na folha branca os diferentes números 6, 7 e 8. Após encontrarem uma composição do número trabalho, as crianças vão ao quadro escrever a composição em forma de operação, ex: 4+4=8	▪ Estabelecer relações numéricas para os números 6, 7 e 8; ▪ Compreender o significado da adição; ▪ Contar com correção ate 10; ▪ Reconhecer os números como identificação do número de objetos de um conjunto; ▪ Relacionar a adição com o combinar dois grupos de objetos;
Parte-parte-todo – desenvolvimento do número 8,9 e 10 **22/05/2014**	É pedido às crianças que através das tampas de garrafas, mostrem na folha branca os diferentes números 8,9 e 10. Após encontrarem uma composição do número trabalho, as crianças vão ao quadro escrever a composição em forma de operação, ex:4+5=9	▪ Estabelecer relações numéricas para os números 8, 9 e 10 ▪ Compreender o significado da adição; ▪ Contar com correção ate 10; ▪ Reconhecer os números como identificação do número de objetos de um conjunto; ▪ Relacionar a adição com o combinar dois grupos de objetos;
Molduras de 10 – subitizing **23/05/2014**	É mostrado às crianças diversas molduras de 10, e solicita-se que as crianças digam qual o número representado na moldura, e pede-se que expliquem o seu raciocínio. O tempo de exposição das molduras vai diminuindo, e o tempo de resposta das crianças deve também ir diminuindo	▪ Utilização do 5 como número de referência; ▪ Estabelecer relações numéricas ate 10; ▪ Contar com correção até 10;
Molduras de 10 – Questões **26/05/2014**	É mostrado às crianças diversas molduras de 10, e solicita-se que as crianças digam qual o número representado na moldura, seguindo-se questões como "E se fosse mais um número que o mostrado?" ou "Quantos números faltam para o 10?" ou ainda	▪ Utilização do 5 como número de referência; ▪ Desenvolver o raciocínio matemático; ▪ Estabelecer relações numéricas ate 10; ▪ Contar com correção ate 10; ▪ Estabelecer relações numéricas

	"Quantos números são a mais/menos que o 5?". O tempo de exposição das molduras vai diminuindo.	para os números 5, 6 e 7; ▪ Compreender o significado da adição; ▪ Compreender o significado da subtração;
Colar de Contas – Números até 10	Distribuem-se pelas crianças os colares de contas, e após um espaço de tempo de exploração livre, solicita-se aos alunos, por exemplo: "Mostrem-me o número 7", as crianças a partir do colar de contas identificarão o número 7	▪ Desenvolver a contagem; ▪ Estabelecer relações numéricas; ▪ Desenvolver o cálculo; ▪ Utilização do 5 como número de referência; ▪ Desenvolver o raciocínio matemático; ▪ Contar com correção ate 10; ▪ Identificar o número 5 em diferentes zonas do colar; ▪ Saber marcar diferentes números no colar;
Colar de Contas – Números até 20	Distribuem-se pelas crianças os colares de contas, e após um espaço de tempo de exploração livre, solicita-se aos alunos, por exemplo: "Mostrem-me o número 16", as crianças a partir do colar de contas identificarão o número 16	▪ Desenvolver a contagem; ▪ Estabelecer relações numéricas; ▪ Desenvolver o cálculo; ▪ Utilização do 5 como número de referência; ▪ Utilização do 10 como número de referência; ▪ Desenvolver o raciocínio matemático; ▪ Contar com correção ate 20; ▪ Identificar o número 5 em diferentes zonas do colar; ▪ Identificar o número 10 em diferentes zonas do colar ▪ Saber marcar diferentes números no colar;

Das tarefas supra referidas, apenas quatro foram alvo de análise aprofundada para o presente relatório, sendo selecionadas pela relevância que apresentam tendo em conta os objetivos da investigação. A tarefa *"pratos de pontos"* é uma situação problemática na qual, através de material estruturado, as crianças terão oportunidade de responder a questões como "Quantos pontos estão aqui?", através de atividades de *subitizing* nas quais o tempo diminuía à medida que as crianças mostrassem à vontade com a metodologia utilizada e com a interpretação do que era pedido. Posteriormente seriam conjugados dois pratos de pontos, nos quais as crianças terão que estabelecer relações de parte-parte-todo entre os pratos, compreendendo que cada número poderia apresentar uma disposição diferente, sendo assim esta atividade, segundo Van de Walle (1988) uma atividade de reconhecimento de conjuntos padronizados.

A tarefa *"parte-parte-todo"* é também ela uma situação problemática, na qual se exploram relações parte-parte-todo (de Walle, 1988). São distribuídas pelas crianças tampas e folhas brancas divididas ao meio por um risco, pedindo posteriormente às crianças que mostrem um determinado número, onde as crianças terão que dispor o número de tampas (igual ao número que foi pedido) pelos dois conjuntos presentes na folha; Após a formação dos conjuntos, as crianças verbalizavam as combinações por elas formadas, como por exemplo "3+3=6" ou "2+5=7".

A tarefa *"molduras de 10"* também se categoriza como sendo uma situação problemática. São mostradas às crianças, através de *subitizing,* diversas molduras de 10 representando os mais diversos números, no qual as crianças terão que identificar qual o número que está decomposto em cada uma das molduras, verbalizando as partes que o constituem. A tarefa vai complexificando através da diminuição do tempo de espera. Van de Walle categoriza esta tarefa como permitindo explorar relações de um dado número com os números de referência 5 e 10.

O *"colar de contas"* , que pode ser explorado dando ênfase às relações de parte-parte-todo (Van de Walle, 1988), onde são dadas oportunidades aos alunos de exploração de material estruturado de apoio ao cálculo, o colar de contas, e onde através do colar as crianças terão que identificar diversos números após serem questionadas com, por exemplo: "Mostra-me o número 7". As crianças terão assim que estabelecer relações numéricas de "mais um que…", "menos um que…", "mais dois que…" ou "menos dois que…", partindo dos números de referência 5 e 10. No momento posterior, as crianças terão que identificar qual o número ostentado no meu colar. A tarefa é categorizada como uma situação problemática.

1.º Ciclo

As tarefas propostas aos alunos do 4.º ano de escolaridade foram previamente pensadas e planificadas de forma a desenvolver o cálculo mental, sendo divididas por dois tipos de trabalho distintos estabelecidos num cronograma (apêndice A). O trabalho que incidia sobre o desenvolvimento da fluência com estratégias de cálculo específicas, realizava-se durante a semana (segundas, terças, quartas e quintas), e consistia em pequenos momentos em que o foco era o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental na multiplicação, através de partição e composição. O outro tipo de trabalho decorria nas sextas-feiras, e tinha como base a resolução de problemas que apelavam a quantidades significativas de cálculo, que eram realizados segundo o ensino exploratório da Matemática.

Nos exercícios de desenvolvimento de estratégias de cálculo na multiplicação, este iniciavam-se logo pela manhã, após a escrita da data no quadro e faziam parte da rotina diária, alterando as estratégias de partição e decomposição. Primeiramente os alunos realizavam-nas no caderno, e depois ia apenas um aluno ao quadro explicar o seu raciocínio ao quadro.

Quanto às tarefas resolução de problemas, estas eram desenvolvidas em aulas estruturadas de acordo com o modelo de ensino exploratório. Iniciavam-se pelas 9h00 com a apresentação da tarefa matemática. Os grupos de alunos eram compostos por mim e pela professora Conceição, de forma a evitar conflitos por parte dos alunos na construção dos mesmos (o que se vinha a verificar).

Após os grupos formados e prontos a trabalhar, distribuía-se por aluno o enunciado da tarefa matemática, sendo feita de seguida a sua introdução, onde primeiramente eu esclarecia a tarefa, e onde os alunos esclarecia o problema usando palavras próprias e onde eram esclarecidas algumas duvidas que poderiam surgir após a primeira leitura do enunciado, a primeira fase da tarefa era dirigida por mim. Depois de todas as dúvidas esclarecidas, os alunos começariam então a juntar-se por grupos e era então iniciada a segunda fase da tarefa: Desenvolvimento da tarefa. Nesta fase pretendia-se que os alunos trabalhassem autonomamente, sendo o meu papel apenas o de apoiar e encorajar os alunos com o seu próprio raciocínio, começando desde logo a selecionar a ordem de trabalhos pela qual iriam ser apresentados. Após todos os alunos terem realizado a tarefa, e a sua apresentação, dava-se início à terceira fase da tarefa: Discussão. Nesta terceira fase, era dada oportunidade aos alunos de aprendizagem em sala de aula, onde os próprios apresentavam as suas soluções, clarificando o seu raciocínio e as aprendizagens efetuadas. Após a terceira fase, dava-se início à quarta fase, sendo ela: sistematização das aprendizagens. Esta fase seria novamente dirigida por mim, onde pretendia resumir todas as aprendizagens matemáticas efetuadas através do problema, resolvendo o problema para que houvesse uma fácil compreensão, esclarecendo todas as questões que poderiam estar ainda por clarificar.

No quadro que se segue (quadro 4), serão apresentadas todas as tarefas realizadas no contexto desta investigação no 1.º Ciclo, assim como a sua calendarização, o procedimento e os seus objetivos.

Quadro 4 – Quadro de tarefas desenvolvidas em 1.º Ciclo

Tarefa	Descrição	Objetivos
Estratégias de Partição **13/11/2014;** **14/11/2014;** **18/11//2014;** **20/11/2014;** **25/11/2014;** **27/11/2014;** **02/12/2014;** **04/12/2014;** **09/12/2014;** **11/12/2014;**	No início da aula, escrevia-se no quadro todas as informações já habituais (data, nome, estação do ano, dia da semana e o alfabeto), e posteriormente eram feitos alguns exercícios de desenvolvimento de estratégias de cálculo mental para a multiplicação, envolvendo processos de partição. Os alunos realizavam os exercícios no caderno e posteriormente iriam realizá-los ao quadro, onde explicariam todo o seu raciocínio.	▪ Contactar com estratégias de multiplicação; ▪ Desenvolver estratégias de cálculo; ▪ Multiplicar utilizando a representação horizontal; ▪ Desenvolver a partição como estratégia de cálculo;
Estratégias de Decomposição **10/11/2014;** **11/11/2014;** **17/11/2014;** **19/11/2014;** **24/11/2014;** **26/11/2014;** **01/12/2014;** **03/12/2014;** **08/12/2014;** **10/12/2014;**	No início da aula, escrevia-se no quadro todas as informações já habituais (data, nome, estação do ano, dia da semana e o alfabeto), e posteriormente eram feitos alguns exercícios de desenvolvimento de estratégias de cálculo mental para a multiplicação, envolvendo processos de decomposição. Os alunos realizavam os exercícios no caderno e posteriormente iriam realizá-los ao quadro, onde explicariam todo o seu raciocínio.	▪ Contactar com estratégias de multiplicação; ▪ Desenvolver estratégias de cálculo; ▪ Multiplicar utilizando a representação horizontal; ▪ Desenvolver a decomposição como estratégia de cálculo;

A Joana e as moedas **31/10/2014**	Na tarefa “A Joana e as moedas”, os alunos tinham que descobrir quanto dinheiro é que a Joana tinha, partindo apenas do número de moedas e do seu valor.	▪ Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações; ▪ Desenvolver o cálculo mental; ▪ Desenvolver o raciocínio; ▪ Trabalhar com dinheiro; ▪ Desenvolver a capacidade de resolver problemas; ▪ Desenvolver a linguagem matemática; ▪ Desenvolver o poder da argumentação;
Repartindo Castanhas **07/11/2014**	Na tarefa “Repartindo Castanhas”, os alunos teriam que saber quantas castanhas havia na mesa no início, a partir de relações entre as quantidades que cada pessoa tinha comido.	▪ Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações; ▪ Desenvolver o cálculo mental; ▪ Desenvolver a capacidade de resolver problemas; ▪ Utilizar operações inversas; ▪ Compreender o significado de 1/3;
O jantar do rei **14/11/2014**	Na tarefa “O jantar do rei”, era pretendido que os alunos descobrissem quantas travessas teriam sido servidas no jantar, partindo do princípio que “Para cada 4 convidados havia uma travessa com carne, para cada 3 convidados havia uma travessa de batatas e para cada 2 convidados havia uma travessa de salada.”	▪ Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações; ▪ Desenvolver o cálculo mental; ▪ Estabelecer relações numéricas entre o número de travessas e o número de convidados; ▪ Conhecer os múltiplos de 2, 3 e 4:
O banco alimentar **21/11/2014**	Nesta tarefa, pretendia-se que os alunos descobrissem quantos alunos tinha a turma, a partir do conhecimento de que cada aluno recolhia 6 pacotes de bolachas, 5 latas de salsichas e 3 latas de atum, sendo recolhidas um total de 168 latas.	▪ Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações; ▪ Desenvolver o cálculo mental; ▪ Desenvolver a capacidade de resolver problemas; ▪ Conhecer os múltiplos de 3, 5, 6 e 8;
A promoção da loja de desporto **28/11/2014**	A tarefa “A promoção da loja de desporto” pretendia que os alunos descobrissem quantas caixas teria o clube de ténis comprado e qual o valor das caixas oferecidas, sabendo que cada caixa teria o custo	▪ Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações; ▪ Desenvolver o cálculo mental; ▪ Desenvolver a capacidade de resolver problemas; ▪ Estabelecer relações entre o

	de 3€ e que na compra de seis caixas ofereciam mais uma.	número de caixas compradas e as caixas oferecidas; ▪ Conhecer os múltiplos de 6;
O almoço na cantina **05/12/2014**	Esta tarefa requeria que os alunos conseguissem arranjar estratégias de sentar 72 alunos, de duas formas: com as mesas unidas pelo lado mais curto, e pelo lado mais comprido, descobrindo quantas mesas seriam precisas para ambas as situações.	▪ Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações; ▪ Desenvolver o cálculo mental; ▪ Desenvolver a capacidade de resolver problemas; ▪ Estabelecer relações entre o número de lugar e o número de mesas; ▪ Compreender a disposição das mesas;
Os bombons da Luísa **12/12/2014**	A tarefa “Os bombons da Luísa” pretendia que através do peso de uma caixa com 20 bombons, e posteriormente com 15 bombons, se descobrisse quanto pesava a caixa vazia.	▪ Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações; ▪ Desenvolver o cálculo mental; ▪ Desenvolver a capacidade de resolver problemas; ▪ Estabelecer relações entre o peso da caixa cheia e vazia; ▪ Compreender o peso de cada bombom

De entre as tarefas supra referidas, apenas quatro foram alvo de análise para a presente investigação. A tarefa *“partição e decomposição”* (apêndice B) trata-se de exercícios de cálculo mental, realizados como momento da rotina diária, onde são apresentadas aos alunos três multiplicações, as quais os alunos terão que resolver através de estratégias de cálculo mental, sendo alternadas em cada dia estratégias de partição e decomposição. Após os exercícios realizados no caderno, um aluno selecionado dirige-se ao quadro para verbalizar o seu raciocínio. Segundo Van de Walle (1988) estas tarefas são categorizadas como relações com outros números.

A tarefa *“O jantar do rei”* (apêndice C) é um problema, onde os alunos em grupo e com a metodologia de ensino exploratório terão que descobrir quantos convidados estariam presentes no jantar do rei, tendo como dados o número total de travessas e quantas travessas dariam para cada convidado. Durante o desenvolvimento da tarefa os alunos terão que recorrer a diversas cálculos para conseguir resolver o problema, podendo utilizar qualquer forma de representação, posteriormente o grupo irá ao quadro a fim de verbalizar o seu raciocínio, clarificando os seus cálculos para a turma. Estes problemas são categorizados, segundo Van de Walle (1988), como relações com outros números.

A tarefa *"A promoção da loja de desporto"* (apêndice D) é também categorizada como um problema, sendo realizada com base na prática de ensino exploratório, onde os alunos são desafiados a descobrir quantas caixas de bolas o clube de ténis do bairro da Maria terá comprado com 216€ e quantas caixas terão sido oferecidas. Os alunos terão também que recorrer à estratégias de cálculo, que lhe parecerem mais úteis, para resolver o problema, após conseguirem resolver o problema, irão apresentá-lo à turma onde serão verbalizados todos os cálculos efetuados, assim como as estratégias utilizadas. Os problemas são categorizados segundo Van de Walle (1988) como relações com outros números.

A tarefa *"O almoço na cantina"* (apêndice E) é um problema e também foi realizado com base na metodologia de ensino exploratório onde, também em grupo, os alunos através de diversas disposições de mesas e lugares terão que sentar 72 e 224 alunos, descobrindo o número de mesas que seriam precisas para esse feito. Os alunos poderão utilizar todos os cálculos que lhe parecem pertinentes, após chegarem à resolução do problema, começam por apresentá-lo à turma conforme a ordem pelo qual a sua representação foi selecionada, clarificando todos os cálculos efetuados. Van de Walle (1988) reconhece a estes problemas potencialidades para explorar relações com outros números.

Recolha e análise de dados

Durante toda a minha prática nos contextos de pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico foi, ao longo do tempo, possível compreender a metodologia que estava a ser utilizada para que pudesse obter feedback relativamente ao seu proveito para a investigação, para que pudesse recolher variados dados de como as crianças e alunos desenvolviam o seu cálculo mental.

É fundamental que o processo de recolha de dados não se restrinja apenas a uma técnica, pois quanto mais variadas forem as técnicas utilizadas mais ricos e variados serão os dados, permitindo desta forma uma melhor e mais viável investigação.

Na presente investigação utilizei duas técnicas, a de observação e a de análise documental, do seguinte modo:

- Observação direta – apoiada com registo por vídeos, fotografias, gravações áudio, e notas de campo
- Análise documental – relativamente às produções matemáticas dos alunos na sua resposta às tarefas e reflexões escritas incluídas no meu dossiê de estágio, bem como todas as notas de campo registas diariamente.

As observações diretas permitiram-me observar o trabalho desenvolvido pelas crianças relativamente às suas facilidades/sucessos e também as dificuldades, foi-me também possível obter informações sobre os comportamentos das crianças e alunos, a sua cooperação e empenho perante as tarefas propostas. A partir desta observação pude interagir com as crianças e alunos quando verificava dificuldades no desenvolvimento das tarefas, ou quando havia necessidade de solicitar às crianças que explicassem o seu raciocínio.

As fotografias e vídeos das tarefas propostas permitiram-me registar os procedimentos das tarefas, assim como o trabalho das crianças e alunos, incluindo a sua reação e o empenho à mesma. No entanto o uso destas técnicas tornou-se complexo pois além de dificultarem a interação com as crianças, nos primeiros momentos de utilização do tablet para fotografar e filmar, as crianças mostravam-se envergonhadas e muitas das vezes perdiam a atenção na tarefa, focando-se no tablet.

As notas de campo, através de um caderno (em ambos os contextos), permitiram-me ir registando na altura os momentos que me pareciam pertinentes, apontando raciocínios das crianças ou falas que tivessem como base o desenvolvimento do cálculo mental, no entanto, e dado que este registo no caderno nem sempre era possível, utilizei um gravador de áudio de forma a gravar fielmente as intervenções dos alunos, assim como o seu raciocínio, sem perder informação na transcrição.

Relativamente à análise documental das produções dos alunos, esta também se revelou fundamentais para a recolha de dados, pois através dela pude compreender os raciocínios das crianças e alunos relativamente às tarefas propostas.

As reflexões por mim realizadas ao longo da prática de ensino supervisionada em educação pré-escolar e ensino do 1.º ciclo do ensino básico, permitiram-me descrever e refletir sobre a prática, realizando assim avaliação da minha ação, e também me possibilitou a projeção de ações futuras de forma a promover e desenvolver as aprendizagens das crianças e alunos.

Para analisar os dados recolhidos, e tendo em conta as questões da investigação e o que apurei sobre as mesmas na revisão de literatura, elegi categorias. Para responder à primeira questão da investigação, sobre o nível de cálculo que exibem as crianças e alunos, as categorias usadas foram os três níveis de cálculo: cálculo por contagem, cálculo por estruturação e cálculo formal; para a segunda questão, sobre as relações numéricas estabelecidas pelas crianças e alunos, utilizei as relações contidas em arranjos padronizados de objetos, as relações entre duas ou mais partes de um número constituem o número inteiro e as relações de cada número com outros determinados números, incluíndo relações *mais um que* e *menos um que*, *mais dois que* e *menos dois que*, e a relação com as referencias especiais que são os números cinco e dez; na terceira questão, relativamente às estratégias usadas pelos alunos, utilizei duas estratégias partição e decomposição para analisar a questão; na quarta questão, sobre as representações dos alunos, as categorias selecionadas foi em relação às representações pictográficas, iconográficas e simbólicas. A última questão onde foram abordadas as dificuldades dos alunos pretendi analisar cada dificuldade que a criança e aluno sentia no que diz respeito à interpretação do enunciado, à exploração dos materiais, e ao estabelecimento de relações numéricas.

A análise dos dados recolhidos permitiu a promoção das aprendizagens das crianças e alunos, tornando-as significativas e gratificantes, assim como proporcionar às crianças e alunos condições necessárias ao desenvolvimento do seu cálculo mental, dado o conhecimento das suas necessidades e interesses pela temática. A análise dos dados permitiu ainda uma reflexão informada com vista à regulação da minha ação educativa.

Capítulo IV

Resultados

De seguida será apresentada, relativamente a uma seleção criteriosa das tarefas realizadas no contexto de Educação Pré-escolar e de 1.º ciclo do Ensino Básico, os dados recolhidos junto aos alunos na realização das tarefas, devidamente organizados e interpretados, tendo em vista os objetivos da investigação.

Foram selecionadas quatro tarefas em cada contexto para alvo de apresentação detalhada neste relatório. Esta seleção teve como orientação a sua importância e relevo para a investigação, sendo selecionadas as que melhor traduzem e refletem o desenvolvimento do cálculo mental nos alunos.

As tarefas que se apresentam incluem uma breve introdução, descrição, análise e reflexão relativamente à importância do desenvolvimento do cálculo mental. Como base a essa análise e reflexão, estão os vídeos e gravações áudio criados durante a resolução das tarefas, assim como as fotografias tiradas durante as mesmas.

Todas as descrições apresentadas neste capítulo, conterão a palavra *Eu* quando se referem a citações minhas, e as inicias do nome dos alunos, quando diz respeito às intervenções feitas com os alunos, todos os algarismos dentro de parêntesis, dirão respeito à idade das crianças do contexto em pré-escolar.

Ainda neste capítulo, a informação será dividida em duas secções, sendo a primeira referente ao contexto em pré-escolar e a segunda secção referente ao contexto do 1.º ciclo, dentro destas secções, há ainda divisões por tarefas, onde por cada uma é apresentada a tarefa, a descrição, os dados e a sua análise.

Pré-Escolar

No contexto de pré-escolar são apresentadas quatro tarefas, as quais se integravam no domínio dos números e operações, tendo sempre como objetivo geral o desenvolvimento do cálculo mental.

Tarefa: Pratos de pontos

A tarefa "Pratos de pontos", decorreu no dia 9 de maio de 2014, tendo como objetivo geral o estabelecimento de relações numéricas e o reconhecimento de conjuntos padronizados. Sendo a tarefa realizada com um grupo de 5 alunos que mostraram interesse na participação da tarefa.

Os pratos de pontos foram feitos com pratos de papel, nos quais foram colocados círculos. Cada prato representava um número com uma cor: vermelho, verde, amarelo ou azul. Havia vários pratos onde os números se encontravam dispostos de diversas formas.

A atividade foi composta por três momentos, sendo o primeiro relacionado com os pratos com números até 5, o segundo momento com números entre o 5 e o 10, e o terceiro e último momento diz respeito à utilização de dois pratos para atividades de parte-parte-todo, a atividade foi iniciada através de uma explicação da mesma e também do material estruturado de apoio ao cálculo que era apresentado.

> Eu: Então temos aqui estes pratos que têm vários pontos, e por isso chamam-se pratos de pontos, estão a ver? E vocês vão ter que me dizer quantos pontos é que há nestes pratos, mas eu vou mostrar muito rápido e vocês têm que me dizer, pode ser?
> Todos: siiim.

Demos então início à atividade, e comecei por mostrar às crianças pratos com pontos inferiores a 5, para que as crianças começassem a perceber o objetivo da atividade.

> Eu: Então quantos pontos temos aqui?
> R (6:5): essa é fácil…
> Todos: 1.

Eu: Certo, e aqui?
C (5:4): Aí estão duas pintinhas.
Eu: Sim, estão dois pontos. E agora?
M.T (5:8): Estão… hum… 4.
Eu: E aqui?
M.I (5:6): são 5.

Entendi que as crianças estavam a compreender o que era pedido, e diminui o tempo de mostrar os pratos utilizando os mesmos, ao que as crianças corresponderam ao tempo de resposta.

Eu: e aqui?
M.T (5:8): 4
Eu: e aqui?
C: 3
Eu: e aqui?
M.Â: 2.

As crianças conseguiram realizar o subitizing de forma rápida e correta, pelo que demos início aos números entre 5 e 10, voltando ao tempo estipulado inicialmente.

Eu: Quantos pontos estão aqui?
M.T (5:8): Ai assim não sei sem contar.
Eu: Então como é que estão?
C (5:4): São três assim, e três assim.
Eu: Então dá quanto?
R (6:5): São 6 pontos.
Eu: muito bem R. é isso mesmo. Então e assim?
M.I (5:6): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8… são 8 pontos.
Eu: Sim são 8 pontos, e como é que estavam?
R (6:5): 4 assim e 4 assim.
Eu: Então quer dizer o que?
O R. recorre à contagem pelos dedos.
M.T (5:8): que 4 mais 4 dá 8.
Eu: Exatamente, vocês já sabem isto muito bem.

Notei que as crianças não conseguiam identificar o total de pontos apenas a olhar para os pratos, as crianças só depois de verbalizar quantos pontos estavam e como estavam dispostos é que conseguiam, recorrendo à contagem, dizer quantos pontos havia no total.

Este procedimento foi efetuado diversas vezes, com os mais variados números de pontos, sendo notada uma proporcionalidade direta entre o número de pontos mostrados e a rapidez com que respondiam às questões colocadas. Quantas mais oportunidades eram dadas às crianças, menor era o tempo de resposta às questões de “Quantos pontos estão aqui?”, no entanto notou-se uma certa dificuldade nos números superiores a 5.

Eu: Quantos estão aqui neste prato?
M.T (5:8): Sem contar não sei.
C (5:4): Eu já estou baralhada com tantos pontos.
R (6:5): Então são 7.
Eu: E aqui?´
M.T (5:6): Foi muito rápido Inês, não consigo.

Com números superiores a 5, o tempo de resposta por parte das crianças aumentava, e embora as incentivasse a não contar, as crianças contavam sem verbalizar. Entretanto, com o aumento das oportunidades dadas às crianças, elas começavam a associar o número representado às cores:

Eu: Quantos estão neste prato?
M.T (5:8): São 8.
Eu: Porquê?
M.T (5:8): Porque são pintinhas verdes.
Eu: E aqui?
R (6:5): Então aí são amarelas é o 7.

As crianças fizeram estas associações embora os números tivessem representados em diferentes cores e disposições, utilizando a sua memória visual, que pensei ser útil para a fase seguinte, a qual consistia na visualização de dois pratos e na combinação entre os mesmos. Este momento foi realizado com os pratos com pontos mais pequenos, para que as combinações entre os dois pratos não fosse superior a 10 pontos.

Eu: Então agora vou mostrar dois pratos e vocês têm que ver quantos pontinhos há no total. Pode ser?
C (5:4): Ai vai ser muito difícil.
Eu: Então não vai nada ser difícil. Eu sei que vocês conseguem.
R (6:5) então e contar os pontinhos de um prato mais os outros.
Eu: Exatamente. Vamos lá tentar. Quantos pontinhos há aqui?
R (6:5): Olha 3 mais 3, é 6.
Eu: Muito bem R. é assim mesmo. E se for assim?
M.T (5:8): É o 1 e o 3.
Eu: Que é quanto?
R (6:4): É 1 + 3 que é 4.
Eu: Exatamente, e assim?

C(5:4): Esse é o 2 e o outro é o 3.
Eu: Então 2 mais 3 é?
C (5:4): ora 3… 4, 5. É 5. (recorre à contagem pelos dedos)
Eu: e assim?
R (6:5): é igual só que é primeiro o 3 e depois o 2.
C(5:4): É 5?
Eu: É isso mesmo, 2 + 3 ou 3 + 2 é igual a 5.

Nesta situação as crianças mostram compreender que reconhecem a relação parte-parte-todo no contexto dos pratos de pontos, apresentando no entanto alguma dificuldade no compreensão do todo, mostram ainda conseguir compreender a relação simétrica das operações como 2+3 = 3+2.

Posteriormente passámos para o momento em que a soma dos pratos de pontos seria entre 5 e 10.

Eu: Se eu somar este prato a este, vai dar quanto?
M.T (5:8): Isso já não consigo bem.
Eu: Então vamos lá com calma. Quantos pontos há em cada prato?
M.T (5:8): Então temos 4…
C (5:4): e o outro tem 3.
R (6:5): hum… dá 7.
Eu: Muito bem. Não é assim muito difícil. Quem sabe esta?
M.T (5:8): Só se contar.
Eu: Vamos tentar.
M.T (5:8): São 4.
Eu: Sim e neste?
M.T (5:8): hum… 5?
Eu: Sim, então 4 + 5 igual a?
M.T (5:8): 5 mais 1, 2, 3, 4,… 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. São 9.

As crianças mostraram mais dificuldade em conseguir estabelecer relações numéricas, recorrendo mais vezes à contagem pelos dedos. Embora se verificasse esta dificuldade por parte dos alunos, tentei ainda passar ao momento seguinte, ou seja, atividades de subitizing com a combinação dos pratos de pontos.

Eu: Agora vamos tentar mais rápido.
M.T (5:8): Ai eu não consigo.
Eu: Consegues sim.
R (6:5): Vá Inês faz lá.
Eu: Então 1, 2, 3… quantos eram?
M.T (5:8): Eu vi um 2.
R (6:5): Devia ser 5, eu vi um 3.
Eu: Afinal vocês conseguem. Muito bem. E estes dois?

M.T (5:8): Eu já não me lembro.
Eu: Eu mostro outra vez.
R (6:5): Era o 2 e o 4… portanto eram… hum… 6?
Eu: Muito bem.

As crianças mostraram mais uma vez dificuldade em memorizar os números existentes nos pratos de pontos, no entanto mostraram que conseguiam estabelecer relações entre o todo e as partes, pois o R. (6:5) visualizou um 3, e sabendo que a M.T (5:8) visualizou um 2, a criança conseguiu descodificar que o total de pontos seria 5.

Síntese

Na atividade supra referida, foi possível verificar que as crianças exibiam um nível de cálculo por contagem, recorrendo por diversas vezes à contagem pelos dedos para determinar o todo, embora tenham mostrado que conseguem relacionar alguns números, sabendo a combinação resultante de ambas as partes, como é o caso de 3+2 = 5 ou 3+3=6.

Relativamente às representações, as crianças utilizaram os pratos de pontos assim como os dedos das mãos e a oralidade, verbalizando assim as relações encontradas, as quais foram possíveis de estabelecer através desta atividade, como por exemplo relações com parte-parte-todo, conseguindo chegar ao todo a partir de uma das partes, conseguindo também decompor o todo em partes, utilizando desta forma estratégias de decomposição. As crianças conseguiram ainda compreender que o mesmo número poderia ser apresentado obtendo várias disposições, e estabelecer também relações de simetria de a+b = b+a.

Foram sentidas algumas dificuldades por parte das crianças no que diz respeito à memória visual de conjuntos de pontos superiores a 5, assim como a verbalizavam de ambas as partes, apresentando dificuldades na descoberta do todo. Em relação ao *subitizing* também foram sentidas muitas dificuldades; as crianças afirmaram que não tinham tempo para contar, sendo que mais vez se verificou a importância da contagem pelas crianças, mais tarde veio-se a verificar que as crianças começavam a decorar a disposição pelas quais se encontravam os pontos respondendo de imediato. Porém sempre que o número se apresentava numa disposição diferente, as crianças ficavam confusas e não conseguiam responder, tendo que mais uma vez recorrer à contagem.

Tarefa: Parte-parte-todo: Números 5, 6 e 7

A tarefa de Parte-parte-todo para os números 5, 6, e 7 teve a sua realização no dia 20 de maio de 2014, com um pequeno grupo de alunos dado requerer de muita atenção por parte dos alunos, tendo essa seleção como princípio a entrada das crianças no pré-escolar, porém no decorrer da tarefa alguns dos restantes alunos mostravam interesse na realização das tarefas, sendo assim permitida a sua participação.

Nas atividades de parte-parte-todo são trabalhadas as composições dos números, neste caso do número 5, do 6 e do 7. Estes números são apresentados em dois conjuntos, sendo que depois as crianças verbalizam a sua composição. Esta tarefa tinha como objetivos o estabelecimento de relações numéricas, como também a associação da adição ao combinar de dois conjuntos.

Nesta tarefa é distribuído por cada criança uma folha branca, dividida em duas partes através de um risco, assim como 10 tampas de garrafas. Porém, apenas são utilizadas o número de tampas de garrafas igual ao número que está a ser trabalhado, por exemplo, o número de trabalho é o 5, apenas estarão 5 tampas de garrafas em cima da folha branca, inicialmente distribuída.

Depois as crianças fazem a separação das tampas em dois conjuntos, consoante o número a ser trabalho, e após esta divisão cada criança comunica ao restante grupo a composição por si realizada. Desta forma são exploradas todas as combinações possíveis.

A tarefa apresentava desta forma três momentos, sendo cada momento relativo a um número (5, 6 e 7). Primeiramente, foi sugerido aos alunos que "mostrassem" o número 5, onde foi notório os alunos a contarem as tampas, deixando apenas cinco em cima da folha para puderem trabalhar. A M. depressa realizou a sua combinação, ao que chamei a atenção do restante grupo (Fig. 15).

> Eu: "Quem é que tem mais ideias? M., como é que fizeste?
> M. (4:3): "3 e 2 dá cinco"

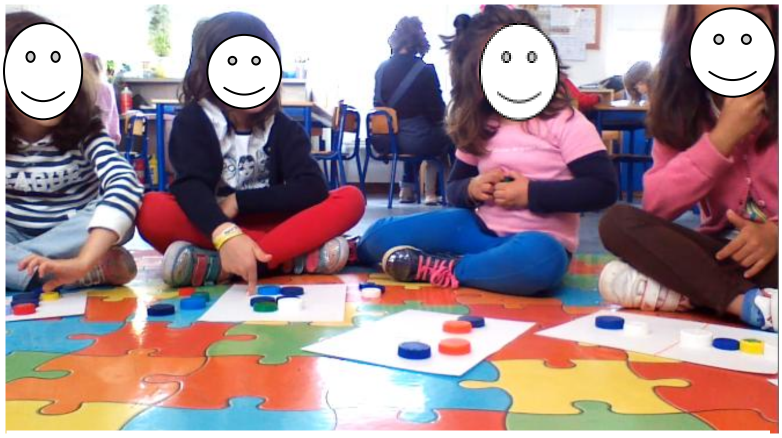


Fig. 15 – M. combina 3 + 2 = 5

Nesta altura congratulei a M. (4:3), por ter conseguido em tão pouco tempo realizar uma combinação, sendo a mais nova de todos os elementos do grupo. Após esse momento, a maioria das crianças começou a descobrir combinações.

M. T: (5:8) "1 e 4 é cinco."
M. I. (5:6): "e 4 e 1 também é cinco."
R. (6:5): "2 e 3 …"
Eu: "Dá quanto?"
R (6:5): "Dá cinco."

À medida que as crianças iam verbalizando as suas combinações, eu ia apontando no quadro branco todas as operações por eles ditas, de forma a promover o contacto dos alunos com os sinais das operações, neste caso o mais (+) e o igual (=), para que os alunos entendessem que o que estavam a verbalizar se transformava numa operação matemática.

Dando espaço aos alunos para que descobrissem mais combinações, verifiquei que a M.T (5:8) se encontrava um pouco perdida com as tampas de forma a arranjar mais uma combinação, até que a M. (4:3) que se encontrava ao seu lado lhe deu uma pequena ajuda (fig. 16)

M (4:3): "Tens que por duas aqui, e três aqui, olha… fica cinco."

Fig. 16– M. ajuda a M.T na combinação 3 + 2 = 5

Após todas as combinações verbalizadas e transcritas para o quadro, chamei a atenção das crianças, questionando-as:

> Eu: “Então 3 mais 2 é igual a cinco, é isso?”
> Todas as crianças: “Sim.”
> Eu: Então e se eu fizer 2 mais 3, será que dá quanto?”
> R (6:5): “Ora dá igual porque os números são os mesmos. Dá cinco a mesma”
> Eu: “Todos concordam?”
> As crianças: Sim.

Com este tipo de afirmação foi-me possível verificar que as crianças estavam a compreender o sentido da operação, o que me permitiu ir um pouco mais longe, questionando:

> Eu: “Mas agora estou com uma dúvida. Se eu tiver cinco tampas neste lado, quantas vou ter no outro lado?”
> A (5:9): “Eu acho que é nenhuma.”
> Eu: “Porque A.?”
> A (5:9): “Hum… não sei”
> R. (6:5): “Porque já não temos tampinhas. Já são cinco”
> Eu: “Muito bem, e como será que vamos escrever no quadro?”
> C. (5:4) “Ai eu não sei”
> D. (5:7) “ O 5 e o 0?”

Com a introdução do zero, pareceu-me pertinente ajudar as crianças a clarificar ideias, pois havia alguma confusão com o mesmo.

De seguida solicitei às crianças que me mostrassem o número 6 através das tampas das garrafas, e novamente a M. (4:3) foi a primeira a fazer uma combinação, chamando-me logo a atenção para isso, mas dado a sua timidez a M. (4:3) não quis explicar o que tinha feito.

Eu: Agora experimentem lá para o 6.
M. (4:3): Inês olha...
Eu: Olha a Madalena arranjou uma forma. Como é que a M. tem?
M. Â (5:11): 1, 2, 3, 4, 5, 6…
D. (5:7): Não, não… três mais três dá 6.

Como as crianças estavam empenhadas na descoberta de relações numéricas para o número 6, aguardei um pouco e encorajei as crianças nessa descoberta.

R. (6:5): Inês 4 + 3 dá seis.
Eu: Tens a certeza? Vê lá melhor.
R. (6:5): Inês, 2 mais 4… dá seis. (o R.recorre à contagem pelos dedos para se certificar (fig. 17))

Fig. 17 – R. conta pelos dedos

Entretanto o M. Â (5:11) mostra a sua combinação (Fig. 18), e é a própria criança a identificar que é idêntica a do R. (6:5).

Eu: Olhem, a combinação do M.Â …
M.Â (5:11): é primeiro o quatro, e depois o dois.

A criança conseguiu identificar que a sua combinação era idêntica a do R. (6:5), mudando apenas a posição das parcelas. Durante a tarefa, voltei a fazer referência à combinação da M. (4:3), chamando a atenção das crianças.

Eu: "Então e a combinação da M.? Está como? Estão quantas tampinhas de cada lado?"
Todos: "3 e 3"

Eu: “Por isso…”
A: (5:9): “3 mais 3 igual a 6.”

Fig. 18 – O M.Â mostra a sua combinação 2+4 = 6

Entretanto o R. (6:5) mostra-se entusiasmado com a tarefa e pede para a realizar com o número 9, revelando assim um enorme interesse e empenho na tarefa realizada, assim como uma compreensão de que teriam que saltar números para o 9, afirmando “Não podemos já passar para o 9?”.

Posteriormente, pretendia que as crianças adquirissem que o zero também é um número, e que pode ser usado nas operações, não alterando o resultado final, chamando mais uma vez a atenção:

Eu: “Lembram-se de nós termos dito que 0+5 e 5+0 era igual a 5? Como é que será para o número 6?”
M.T (5:8): “hum… é 6”
Eu: “Sim, explica lá”
D. (5:7): “É o 6 e o 0”
R. (6:5): “Então… 6 mais 0 é igual a 6”.
Eu: “Exato, então e 0+6?”
M.I (5:6): “É também 6.”

Após ter mais uma vez frisado a introdução do 0, como possibilidade de combinação e relação numérica.

Demos início ao trabalho com o número 7, solicitando mais uma vez aos alunos que estabelecessem as relações numéricas, ao que a L. (5:1) automaticamente realizou logo a contagem de 7 tampas de garrafas e colocou as restantes 3 de lado. Neste momento da tarefa as crianças mostraram uma mais facilidade e rapidez na construção de combinações:

D. (5:7): Olha 4 + 3 são 7.
Eu: Muito bem, é isso mesmo. E olhem para a L., como e que ela tem? Quantas tampinhas há de um lado e do outro?
M. Â. (5:11): 1,2,3,4,5,6,7…
Eu: "Sim, e como e que será que escrevemos no quadro?"

As crianças ficam hesitantes na resposta, e o R. (6:5) aproxima-se e após olhar para a folha apressa-se a responder (Fig. 19):

R. (6:5): "É 6 mais 1".Eu: "Então 6+1 é?"
R. (6:5): "É 7. 6+1 é igual a 7"

Fig.19 – O M.Â conta as tampas de garrafas da combinação da L.

De seguida houve novamente espaço para que as crianças descobrissem as restantes relações numéricas existentes para o número 7.

R. (6:5): "Inês… 5 +2 dá 6…"
Eu: "Tens a certeza? Vai lá ver outra vez"

Enquanto o R. (6:5) voltou para observar a sua folha branca, a fim de verificar a sua combinação, o D. (5:7) disse-me "7 mais 0 é igual a 7", esta afirmação do D. (5:7) permitiu-me ter feedback positivo relativamente à apreensão do zero como número, e como parte integrante das relações numéricas.

As crianças continuaram o estabelecimento das relações numéricas, e o R. (6:5) depois de analisar a sua folha branca, aproximou-se novamente de mim:

R. (6:5): 4+2 é 7…
Eu: Tens a certeza? Faz lá aqui com as canetas. (Estavam 7 canetas sobre a folha, ao que o R. ele faz 2 mais 4, e retira uma caneta do segundo conjunto (Fig. 20))
Eu: Porque é que tiraste essa caneta? Conta lá todas.
R. (6:5): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7… Ah… 2+5 dá 7 (Fig. 21).

Fig. 20 – As 7 canetas dispostas sobre a folha branca

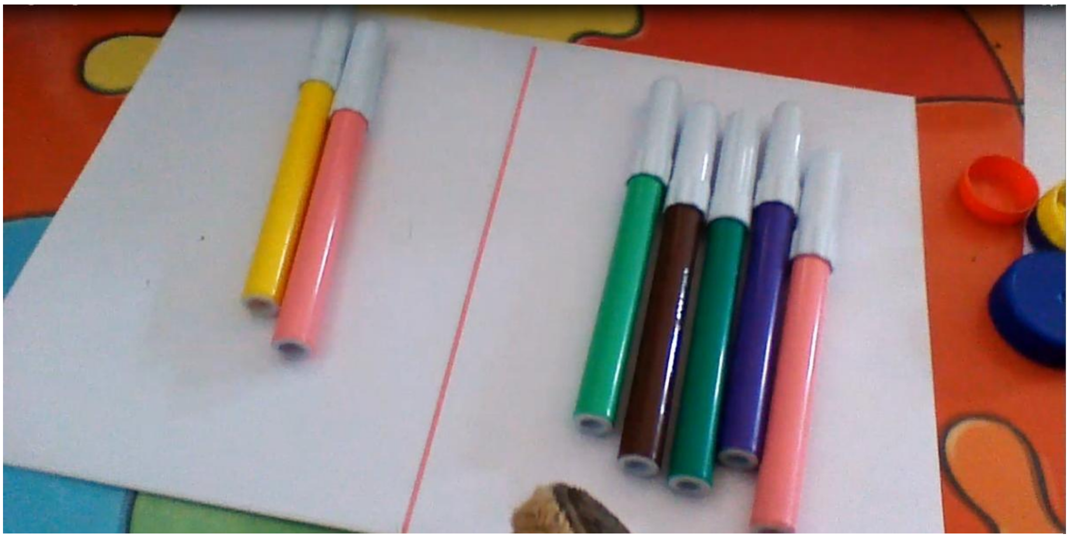


Fig. 21 – A combinação 2 + 5 = 7

Síntese

Durante a realização da tarefa "parte-parte-todo" pude constatar que as crianças se encontravam ainda no nível de contagem, pois recorriam frequentemente à contagem pelos dedos da mão e também pelos objetos que tinham à sua disposição, nomeadamente tampas e canetas. Essas eram as representações usadas pelas crianças de auxílio ao cálculo, quando eram questionadas "Então conta lá como fizeste?" recorriam à contagem dos objetos para conseguir responder. No caso da M. (4:3) que era a primeira a formar as combinações, sempre que lhe era pedido para verbalizar, ela empurrava a folha para a frente para que eu visse e falava muito baixinho, sendo aqui retratada a importância das representações para as crianças.

A atividade proporcionou às crianças o estabelecimento de algumas relações numéricas como é o caso das relações parte-parte-todo onde as crianças começavam a compreender o sentido da tarefa usando os termos matemáticos como “mais” e “igual” quando verbalizavam as suas combinações, referindo as partes e o todo. Durante as combinações para o número 7, as crianças verbalizaram a combinação “7+0”, mostrando assim a apreensão de conhecimentos, assumindo o 0 como número, sendo clara o desenvolvimento do sentido de número.

Ao longo da tarefa de parte-parte-todo para os números 5, 6 e 7 foi possível verificar uma evolução, onde as crianças mostraram mais rapidez e consistência na formação de combinações, assim como a utilização de linguagem matemática, adquirindo conhecimentos como a aquisição do zero como número, e das operações idênticas como por exemplo: 5+2 é igual a 2+5, reconhecendo a simetria a+b = b+a. Foi também observável o interesse e empenho das crianças na atividade, através de comentários como “Eu quero fazer com o número 9”.

Relativamente às estratégias de cálculo mental, as crianças utilizaram estratégias de decomposição, decompondo os números a serem trabalhados em duas partes, através do número total de tampas em dois conjuntos.

No entanto, durante esta atividade foram também sentidas algumas dificuldades por parte dos alunos, pois no início da atividade apercebi-me que as crianças estavam um pouco perdidas com o que era pretendido, embora percebessem que para iniciar a tarefa teriam que contar o número de tampas igual ao número a ser trabalhado; Ao longo da tarefa também me apercebi que havia crianças que apresentavam alguma dificuldade em formar os dois conjuntos, colocando elementos a mais ou a menos nos conjuntos. Também na verbalização das combinações foram notadas dificuldades, pois quando solicitava “Então conta lá como fizeste?”, algumas das crianças limitavam-se a contar o total de elementos do conjunto, não identificando as partes.

Nas relações numéricas com os números 5 e o 6, notei que havia uma certa dificuldade em assumir o 0 como número, pois havia necessidade por parte das crianças de colocarem elementos em ambos os conjuntos, não assumindo que o zero poderia constar do número total de elementos de um dos conjuntos, e que a sua adição (neste caso) a um número, não o iria alterar.

Molduras de 10

A tarefa “Molduras de 10”, decorreu no dia 23 de maio de 2014, tendo como objetivo geral a utilização do 5 como número de referência assim como estabelecer relações numéricas até ao 10. Sendo a tarefa realizada com um grupo de 4 alunos (Fig. 22) que mostraram interesse na participação da tarefa.

Fig. 22 - Grupo com o qual foi realizada a atividade

A moldura de 10 trata-se de um material estruturado de apoio ao cálculo, que consiste num retângulo de 2 por 5 nos quais são colocados símbolos (neste caso círculos). Estes símbolos são colocados da esquerda para a direita na fila superior (1 a 5) e na inferior (6 a 10), permitindo estabelecer relações numéricas com os números de referência 5 e 10.

Introduzi a atividade explicando aos alunos o que se iria passar, familiarizando-os com o material estruturado que ia ser usado:

> Eu: Como vos disse vamos fazer um jogo de matemática. Tenho aqui uns cartões, estão a ver? Chamam-se Molduras de 10, porque será que se chama assim?
> R (6:5): Porque têm 10.
> Eu: Exato, então eu vou mostrar esses cartões e vocês sem contar, só a olhar, têm que me dizer quantas pintinhas é que estão aqui.
> C (5:4): Essa aí só tem 5.

A partir deste momento, as crianças puderam compreender o porque de o material se chamar “molduras de 10” onde houve oportunidade de se estabelecer desde logo a relação numérica 5 + 5 = 10, o que se pode comprovar através da afirmação do R. (6:5):

Eu: Então vocês lembram-se quantos quadradinhos havia?
M.T (5:8): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10…
R (6:5): Eu sei que é 10, porque sei que 5+5 dá 10.
Eu: Exatamente.
R (6:5): Aqui dá 5 quadradinhos em baixo, mais 5 quadradinhos em cima dá 10.

A interpretação das molduras de 10 (fig. 23) parecia clara por parte das crianças, começando a mostrar os cartões com os mais variados números, onde primeiramente perguntava unicamente aos alunos qual o número que era mostrado, porém percebi que as crianças conseguiam responder prontamente à questão “E aqui quantos são?”, introduzindo logo a questão das relações numéricas:

Eu: Então e se eu mostrar assim, sem contarem, só a olhar quantas pintinhas estão?
Todos: 1.
Eu: muito bem, e assim?
M.T (5:8): hum 4.
Eu: Porque 4?
M.T (5:8): Porque tem 4 pintinhas.
Eu: Então e faltam quantas para as 5?
C (5:4): 1.

Fig. 23 - M.T verifica que 4 + 1= 5

No início apenas foram abordadas as relações numéricas para o número 5, para que as crianças se familiarizassem com o processo, e para que posteriormente tivessem bases para se introduzir o número 10. As crianças mostraram um grande à vontade em tomar o 5 como número de referência, que se deve talvez pelo mapa de presenças com os dias da semana (5) onde eles por vezes realizam a contagem, ou talvez pela contagem realiza em vários momentos da rotina diária. Ao questionar as crianças, estas mostravam-se contentes por conseguirem responder, e quando eu dizia que o cartão seguinte era mais difícil e conseguiam responder à primeira, começavam a rir à gargalhada dizendo “Oh Inês isso era super fácil.”. Este tipo de intervenção permitiu que as crianças tivessem autoestima e tivessem interesse para novas questões e para aumentar o grau de dificuldade, passando desta forma para o estabelecimento de relações numéricas para o 10.

Eu: então e se for assim?
M.T (5:8): ah… 5 mais 3
Eu: São quantas?
C (5:4): São uma…duas….três…
M.T (5:8): Opá não sei Inês, sem contar não sei.
R (6:5): São 8 (recorre à contagem pelos dedos)
Eu: 5 + 3 são…
Todos: 8.

Após a iniciação com o número 10, notou-se que o grau de dificuldade acresceu, tendo o R. (6:5) que ter recorrido à contagem pelos dedos, e a M.T (5:8) ter afirmado logo que não conseguia responder sem contar, mostrando que se sente segura com a contagem pelos dedos. Coloquei então a questão relativamente ao 10:

Eu: 8… quantas faltam para o 10?
R (6:5): 2…
Eu: Exatamente, então e agora…?
Todos: 3.
Eu: Quantas faltam para o 10?
M.T (5:8): Ah… 2 mais 5

O R. (6:5) conseguiu responder prontamente que faltavam 2 quadrados para serem 10, baseando-se na sua memória visual e tendo consciência que as duas filas completas seriam 10, logo tendo 8 para completar a fila apenas faltavam 2 quadrados. Depois, quando mostrei uma moldura referente ao número 3, a M.T (5:8) consegue perceber que para o 10 faltam 2+5, no entanto não me consegue responder que são 7, apenas o R. (6:5) me responde 7 depois de ter contado pelos dedos. Após ter reparado que havia alguma dificuldade nas relações dos números de 5 a 10, através da mesma moldura questionei:

Eu: Então aqui e se estivessem mais duas, eram quantas?
C (5:4): Eram 3.
M.T (5:8): Não, eram 5 oh C.

Eu: Então quer dizer que faltam quantas para o 5?
M.T (5:8): faltam duas, que 3 + 2 é 5.

Após esta afirmação tive a certeza que a M.T (5:8) tinha apenas dificuldade nas relações com números superiores a 5 (fig. 24), conseguindo realizar operações com resultados inferiores ou iguais a 5, dando-me assim um feedback que deveriam ser mais trabalhados os números de 5 a 10.

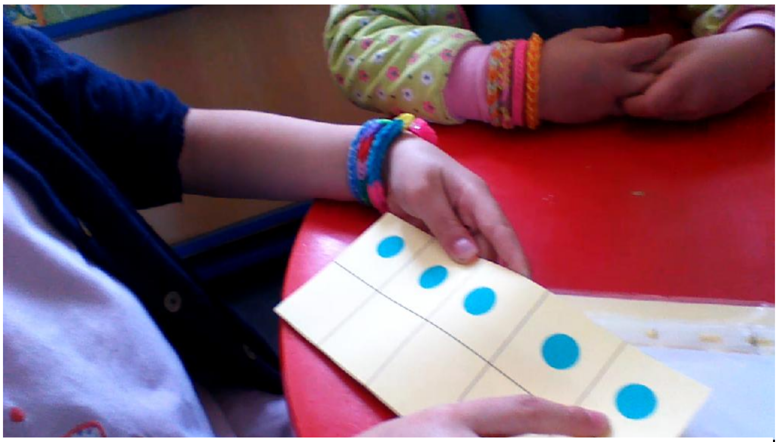


Fig. 24 – M.T com a moldura de 10

Comecei então a trabalhar mais os números entre 5 e 10, para que os alunos conseguissem familiarizar-se com as suas relações numéricas. Comecei então por mostrar relações que me pareciam ser fáceis para as crianças:

Eu: Aqui estão quantos pontinhos?
C (5:4): 1.
Eu: faltam quantos para o 10?
R (6:5): 9.

Após ter verificado que as crianças conseguiam trabalhar as relações mais simples, passámos às seguintes:

Eu: muito bem, e aqui estão quantos?
M.T (5:8): Ah…6…
Eu: Porque?
R (6:5): Porque tem 1 pontinho e 5 bolinhas.
C (5:4): hum pois.
Eu: Então são 5 mais 1…
R (6:5): são 7.
Eu: vocês acabaram de dizer…
R (6:5): São 6…6…6…

A M.T (5:8) mostrou que compreendia o sentido das molduras de 10, enquanto o R. (6:5) mostrou interesse em querer diferenciar o 1 e o 5 denominando "pontinho" e "bolinhas", demonstrando conhecimentos da estratégia de decomposição, onde mostrou que compreendia que as duas partes eram necessárias para formar o todo.

Ao informar as crianças de que o tempo de respostas ia diminuindo, aumentando assim o grau de dificuldade, reparei que as crianças começavam a responder números soltos sem terem antes raciocinado, querendo responder primeiro. Chamei a atenção das mesmas de que as respostas teriam que ser pensadas, o que se veio a verificar:

> Eu: porque e que dizem que e 5?
> R (6:5): porque tem 5 em cima.
> Eu: e aqui?
> Todos: 2.
> R (6:5): é super fácil…
> Eu: quantos faltam para o 10?
> C (5:4):7.
> R (6:5): 8.
> Eu: e agora?
> Todos: 3.
> Eu: Quantas faltam para o 10?
> R (6:5): 7.

Era notório que os alunos começavam a conseguir compreender, e responder com rapidez. As crianças começaram também a usar a memória visual para responder:

> Eu: agora vou mostrar muito rápido…
> Todos: ahhhh…
> R (6:5): 8 (recorre a contagem pelos dedos)
> Eu: o R. esteve a contar…
> R (6:5): eu fiz 5 mais 3
> Todos: dá 8.
> Eu: e agora?
> Todos: 4.
> Eu: porque?
> R (6:5): porque tem 4 pintinhas.
> Eu: mas vocês conseguiram contar tão rápido?
> C (5:4): eu já sabia q era 4.

O R. (6:5) embora já consiga recorrer ao cálculo formal para cálculos com números mais pequenos, sente-se mais seguro em recorrer à contagem pelos dedos de forma a ter a certeza que irá responder corretamente.

No fim da atividade tive a certeza de que as crianças tinham conseguido estabelecer as relações numéricas pretendidas, tomando o 5 e o 10 como números de referência:

> Eu: Quantas estão aqui?
> Todos: 9.
> Eu: porque 9? Vocês não tiveram tempo de contar…
> R (6:5): faltava 1.
> Eu: e esta?
> M.T (5:8): 8.
> Eu: como e q sabes?
> M.T (5:8): Adivinhei…
> Eu: Explica lá como
> M.T (5:8): então fiz 5 + 3.
> Eu: é quanto?
> M.T (5:8): é 7.
> Eu: porque?
> M.T (5:8): tem 7 pintinhas.
> Eu: mas tiveste tempo de contar?
> M.T (5:8): Não, foi rápido.
> Eu: então como sabias que eram 7?
> M.T (5:8): porque eu ouvi o R. dizer no outro dia que 5 + 3 era 7, e por isso eu lembrei-me

As crianças ao responderem que eram 9 círculos e justificarem a sua resposta por "faltar 1" demonstra claramente que utilizaram o número 10 como número de referência, conseguindo ter compreendido o que era pedido, também a M.T (5:8) que no início da atividade se mostrava insegura nas suas respostas querendo sempre recorrer à contagem pelos dedos, conseguiu responder corretamente sem contagem lembrando-se que o R (6:5) tinha dito anteriormente que 5 + 3 era igual a 8, dando-me feedback positivo relativamente às atividades realizadas em grupo, pois as crianças aprendem umas com as outras e em conjunto, tornando as aprendizagens mais significativas e fáceis.

Síntese

Com a atividade realizada foi facilmente verificado que as crianças se encontravam em transição do nível de cálculo de contagem para o nível de cálculo por estruturação. Embora por vezes já consigam responder às questões partindo de relações numéricas estabelecidas, as crianças recorrem muitas vezes ao cálculo através dos dedos das mãos, sentindo-se mais seguras nas suas respostas. Porém quando se sentem à vontade no que diz respeito às relações numéricas estabelecidas, respondem prontamente, caso a resposta não seja correta recorrem novamente aos dedos das mãos.

Relativamente às representações usadas, as crianças usam os dedos das mãos para representar as partes e por fim para conseguir descobrir o todo, recorrendo à contagem. As molduras de 10, usadas na atividade e sendo um material estruturado também se mostraram importantes para desenvolver na criança o estabelecimento de relações que apoiam o cálculo, substituindo muitas vezes nas crianças a contagem pelos dedos, embora esta também seja muito importante para o desenvolvimento das crianças no nível inicial. A representação mais usada foi também a palavra oral, através da qual as crianças verbalizavam o seu raciocínio e a forma como calculavam, ainda que depois usam-se as representações supra referidas.

Esta atividade permitiu que as crianças estabelecessem relações numéricas, tendo como números de referência o 5 e 10, onde as relações que as crianças conseguiam estabelecer com o número 5 serviam de alicerce às relações com o número 10 como referência, sendo por isso dada grande relevância ao número 5. As crianças estabeleceram também relações de parte-parte-todo, percebendo que cada linha presente na moldura de 10, corresponderia a uma parte, e que somadas iria dar o todo, como no caso do R. (6:5) que mostrou preocupação em diferenciar as duas partes denominando-as de formas diferentes, no entanto também conseguiram realizar subtrações através do todo, sabendo quantos números faltariam para o dito número de referência (quer fosse o 5 ou o 10), foram também usadas pelas crianças estratégias de decomposição dos números de referência como por exemplo ($2 + 3 = 5$ ou $5 + 5 = 10$).

No que diz respeito às dificuldades sentidas reparei que as crianças mostravam algumas nas relações com números entre o 5 e 10, tendo que recorrer à contagem pelos dedos para calcular, também a diminuição do tempo de resposta causou nas crianças muita agitação o que dificultou o seu raciocínio e a sua capacidade para o estabelecimento de relações, também foi observado que as crianças tinham dificuldades em realizar um *subitizing* conceptual, ou seja, que conseguissem reconhecer nas molduras de dez as partes e o todo, realizando assim um *subitizing* percetivo, reconhecendo o número de elementos sem usar conhecimentos matemáticos.

Colar de contas

A tarefa "Colar de contas", decorreu no dia 27 de maio de 2014, tendo como objetivo geral a utilização do 5 e do 10 como número de referência assim como estabelecer relações numéricas até ao 20, e ainda conseguir identificar em cada parte do colar diversos números. Sendo a tarefa realizada com um grupo de 5 alunos que mostraram interesse na participação da tarefa.

O colar de contas é um material estruturado de apoio ao cálculo que apoia a contagem estruturada permitindo em simultâneo o estabelecimento de relações numéricas, utilizando como número de referência o 5, 10, 15 e 20, permitindo à criança identifica-los rapidamente devido às cores utilizadas em grupos 5 elementos.

No início da aula, expliquei às crianças o que era o colar de contas e como se encontrava organizado, pois elas afirmaram nunca ter contactado com nenhum:

> Eu: O R. disse que isto era um colar certo? Este colar chama-se colar de contas. É um colar muito especial porque dá para fazer matemática. Então temos aqui quantas bolinhas?
> Todos: 1, 2, 3, 4, 5…
> Eu: 5… mais
> Todos: 1, 2, 3, 4, 5…
> Eu: Então aqui temos 5 + 5
> M.T (5:8): Dá 10.
> Eu: mais estas 5, temos… 11, 12, 13, 14, 15 sim? 15 + 5 temos
> Todos: 16, 17, 18, 19, 20
> M.T (5:8): É um colar muito bonito.

Após as crianças tomarem assim conhecimento que o colar possuía 20 contas (fig. 25) que eram agrupadas em elementos de 5, distribuí um colar por cada criança, para que o pudessem explorar livremente, familiarizando-se com ele, depois questionei as crianças:

Eu: Agora quero que vocês me mostrem nesse colar o número 5… 5 continhas.
C (5:4): 1, 2, 3, 4, 5…
R (6:5): Eu já tenho aqui 5.
C (5:4): Eu também tenho 5 nas vermelhas.
L (5:1): Eu tenho 5 nas amarelas.
M.T. (5:8): Eu tenho nas verdes.

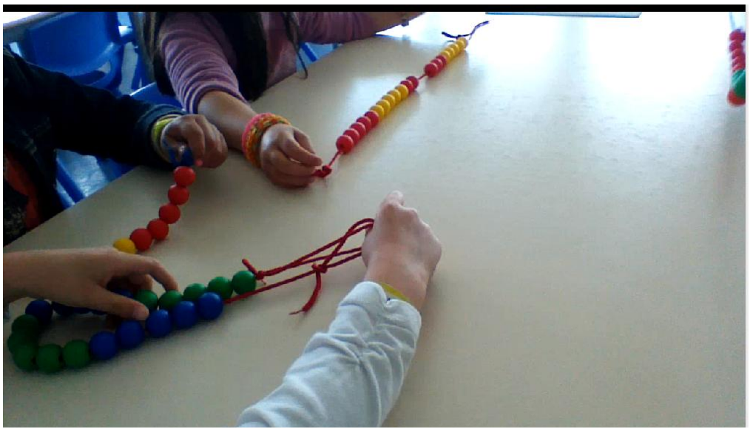


Fig. 25 - Crianças exploram o colar de contas

Tive então *feedback* de que as crianças tinham compreendido que cada cor correspondia a 5 contas, e então comecei a sua exploração:

Eu: Muito bem, agora quero que me mostrem o número 7.
Todos: 1, 2, 3…
M.T (5:8): É este. Já está Ines.
Eu: Estão 7 porque?
R (6:5): Porque tem assim…
C (5:4): Eu não percebo porque é que isto não dá para contar.
M.T (5:8): Eu também não…
C (5:4): Dá até ao 5.
Eu: Então, cada cor são 5 bolinhas, certo?
R (6:5): sim, claro.
Eu: Então mostrem-me lá o 9. Sem contar.
M.T (5:8): Ai pá já me baralhei.

Ao pedir que me mostrassem o número 7 (fig. 26) as crianças conseguiram identificar as 7 contas, porém com recurso à contagem termo a termo, não realizando a combinação 5 + 2, ou seja, sem utilizar o 5 como número de referência, experimentei então pedir às crianças que me mostrassem o número 9 com expectativa de chegarem à solução através do 10, mas as crianças mostraram-se confusas e baralhadas com a utilização do colar de contas.

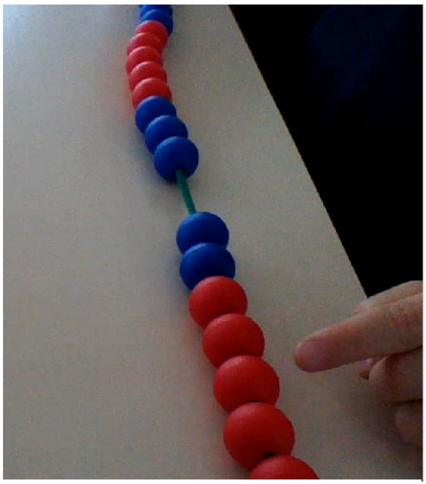


Fig. 26 – Combinação do número 7

Dado as crianças estarem a realizar o colar de contas com a contagem termo a termo foi necessário arranjar uma estratégia. Pedi então às crianças que guardassem o seu colar de contas, utilizando apenas um:

> Eu: Meninos, vamos fazer diferente. Guardem os vossos colares, e vamos ver aqui pelo meu. Quantos é que tenho aqui?
> M.T (5:8): São 7
> Eu: Porque 7?
> M.T (5:8): Porque tem 7 bolas.
> Eu: Contaste?
> M.T (5:8): Não.
> Eu: Como é que sabes que são 7?
> M.T (5:8): porque eu já tinha feito aqui.
> Eu: E assim?
> M.T (5:8): 9
> Eu: Como é que sabem?
> M.T (5:8): Porque tem 9.
> Eu: Conseguiram contar as bolinhas?
> M.T (5:8): Eu não porque tu mostraste muito rápido.
> Eu: Então porque é que dizes que são 9?
> M.T (5:8): Porque eu já tinha feito.

Utilizando apenas o meu colar para realizar a atividade inversa, ou seja, mostrando o número no colar para que fossem eles a dizer-me quantas contas seriam, as crianças começaram a responder corretamente ao pedido. No entanto, quando as questionava sobre o porquê, pedindo-lhes desta forma que verbalizassem o seu raciocínio, responderam-me que sabiam porque já tinham feito, demonstrando assim que as crianças utilizaram o *subitizing* percetivo reconhecendo o número de elementos sem utilizar conhecimentos matemáticos. Utilizei então outros números a fim de verificar se as crianças utilizariam a mesma estratégia:

> Eu: Então e se for assim…
>
> R (6:5): São 4.
> Eu: então e assim? C. sem contar.
> Eu: Muito bem, agora mostra-me o 8.
> O R. olha muito atento.
> Eu: É o 8.
> M.T (5:8): 3… mais…5 é igual a 8.
> Silêncio.
> Eu: 5 + 3?
> R (6:5): 8. São 8.
> Eu: R. aqui mostra-me o 6… sem contar.
> O R. passa as mãos pelo colar.
> Eu: 6, mostra-me 6.
> R. (6:5): Já está.
> Eu: Então é igual a quê?
> R: (6:5): 5 + 1.

Nas questões colocadas já foi possível verificar que as crianças utilizavam a decomposição e os números de referência, respondendo às questões através da estratégia de parte-parte-todo.

O mesmo foi verificado nas questões seguintes, tendo as crianças sempre respondido com a estratégia parte-parte-todo, conseguindo justificar:

> Eu: Muito bem, agora mostra-me o 8.
> O R. olha muito atento.
> Eu: É o 8.
> M.T (5:8): 3… mais…5 é igual a 8.
> Eu: M.T agora mostras-me o 9.
> M.T (5:8): Já está.
> Eu: Então porque é que aqui estão 9?
> M.T (5:8): Porque estão 9.
> Eu: Mas como?
> M.T (5:8): Então 5 + 4 dá 9.
> Eu: Agora eu quero o 10.
> M.T (5:8): 5 mais 5 dá 10.

Quando pedi à M.T (5:8) que me justificasse como teria chegado à conclusão de que o 9 era ali, ela justificou utilizando o 5 como número de referência (5 + 4 = 9), em vez de utilizar o 10 (10 – 1 = 9) mostrando alguma dificuldade em realizar a operação inversa, ou seja, a subtração. Fui então verificar se as crianças conseguiriam responder com questões acerca das relações numéricas "mais 1" e "menos 1", de forma a evitar o subitizing percetivo:

> Eu: Muito bem. Agora quero o número 4.
> Eu: Exato, quantas faltam para o 5?
> M.T (5:8): Falta esta… 1.
> Eu: Agora é a C. mostra-me o número 8, sem contar.
> M.T (5:8): Não não, assim são 9… C. já tens aqui 5.
> Eu: Meninos quantas faltam para o 10?
> M.T (5:8): Só duas Inês, só duas.

A C. (5:4) mostrava-se confusa com o colar de contas, e então direcionei-me para ela para que conseguisse perceber se as suas dúvidas eram relativas à utilização do colar ou ao estabelecimento de relações numéricas:

> Eu: Agora eu quero o número 9.
> C (5:4): Ai já não sei.
> M.T (5:8): Eu sei fazer o nove.
> C (5:4): Eh tu estas a contar.
> Eu: Quantas faltam para o 10?
> C (5:4): 1.
> Eu: E para o 5? Estão quantas bolinhas a mais?
> C (5:4): 4
> Eu: E quantas faltam para o 10?
> C (5:4): 1.
> Eu: Então o 9 é?
> R (6:5): 5 + 4

A C. (5:4) revela que as suas dúvidas residem na utilização do colar, fazendo-lhe confusão as cores, pois conseguiu responder corretamente a todas as questões colocadas relativamente às relações numéricas de "mais 1" ou "menos 1".

Questionei novamente os alunos:

> Eu: Então aqui estão quantas?
> M.T (5:8): Aqui estão 5, e aqui fazem 10.
> Eu: Portanto 6, é…
> M.T (5:8): Assim todas menos 1 é 19.

Para minha admiração, observei que a M.T (5:8) enquanto se encontrava perdida e confusa com o estabelecimento de relações numéricas, conseguiu estabelecer a relação numérica de 20 – 1 = 19, revelando que compreendeu que o total de contas do colar eram 20, e que esse total menos 1 dava 19 contas. Embora tivesse alguma dificuldade com números mais pequenos, chegando a afirmar que estava baralhada, conseguiu estabelecer uma relação numérica com números superiores como o 20, sendo que esta não havia sido trabalhada em grupo.

Síntese

Ao longo da tarefa tive oportunidade de compreender que as crianças primeiramente exibiam um nível de cálculo de contagem, utilizando a contagem termo a termo para responder às questões que lhes eram colocadas relativamente ao colar. No entanto, para evitar a contagem termo a termo, embora fosse igualmente muito importante, mudei a estratégia e fui pedindo às crianças que apenas me dissessem qual o número que estava a ser ostentado no meu colar, as crianças começaram a responder corretamente às questões embora me justificassem as respostas com "porque eu já tinha feito". As crianças usaram nesta atividade representações como o colar de contas e os dedos das mãos recorrendo muitas vezes a eles para responder às questões acerca do todo, como também a palavra oral ao justificarem a sua escolha.

A atividade "colar de contas" permitiu às crianças o estabelecimento de algumas relações numéricas como o caso de reconhecer os números 5 e 10 como números de referência, e reconhecer que o todo é composto por duas partes, onde as crianças afirmaram "Então 5 + 4 = 9" e também estabelecer relações de "*mais 1 que…*" e "*menos 1 que…*", sendo que as crianças tiveram mais apetência para estabelecer relações para *"mais 1 que…"*, demonstrando assim estratégias de calculo como a decomposição numérica oral, onde as crianças conseguiam decompor o todo em duas partes.

Foram também sentidas algumas dificuldades por parte das crianças inicialmente na utilização do colar de contas, tendo dificuldade em associá-lo a um material estruturado de apoio ao cálculo, afirmando: "Eu não percebo porque é que isto não dá para contar", tendo posteriormente sido esta dificuldade ultrapassada através das múltiplas oportunidades de exploração do colar. Também surgiram dificuldades relativamente ao todo, pois as crianças conseguiam identificar as partes presentes no colar de contas utilizando termos matemáticos como o mais (+), no entanto sempre que lhe perguntava "Que número tenho aqui?", elas respondiam com as partes "está 5+3", não me respondendo que era o número 8. Foi também observável a dificuldade que as crianças apresentavam relativamente à utilização dos números de referência levando as crianças a recorrer à contagem termo a termo, embora inicialmente conseguissem entender que cada cor correspondia a um agrupamento de 5 contas, sempre que pedia para que me mostrassem um número estas recorria à contagem termo a termo. Por último foram observadas dificuldades relativamente ao estabelecimento de relações numéricas de "*menos 1 que…*" tendo as crianças usado maioritariamente estratégias de "mais 1 que…", quando pedi à M.T (5:8) que me mostrasse o número 9, esperei que a M.T (5:8) utilizasse o número de referência 10 estabelecendo uma relação numérica de "*menos 1 que…*", ao contrário do que era esperado a M.T (5:8) utilizou o 5 como número de referência fazendo "5 + 4 = 9".

1.º Ciclo

No contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico são também apresentadas tarefas selecionadas, que se integravam no domínio de organização e tratamento de dados, mais propriamente na resolução de problemas usando o cálculo, tendo sempre como objetivo geral o desenvolvimento do cálculo mental por parte dos alunos.

Partição e decomposição

As tarefas de "decomposição e partição" (apêndice B) foram realizadas diariamente de segunda a quinta como momentos da rotina diária com o objetivo geral de desenvolver nos alunos estratégias de cálculo relativamente à multiplicação, sendo as estratégias de "decomposição" e "partição" alternadas ao longo da semana.

Após a escrita da data no quadro de giz no início da manhã, as crianças tinham como rotina diária a realização de quatro operações matemáticas as quais eram realizadas com algoritmos, e após conversa com a professora Conceição foram introduzidas nesse momento três multiplicações as quais os alunos teriam que resolver com recurso às estratégias, sendo dado cerca de quinze minutos para a sua resolução, enquanto os alunos resolviam as operações eu circulava pela turma para esclarecer dúvidas que pudessem surgir. Depois de todos terem resolvido as operações, um aluno escolhido aleatoriamente iria ao quadro explicar como fez.

As tarefas de decomposição tiveram início dia 10 de novembro, onde foram exemplificadas para aos alunos, primeiramente a estratégia de decomposição, onde foi realizado “6x45”:

> Eu: Então é assim meninos, vamos resolver 6x45 com a estratégia de decomposição. Então pegamos aqui no primeiro número que é qual?
> Todos: o 6.
> Eu: Exatamente, agora vamos pensar na tabuada onde é que dá 6.
> J: 2x3 é 6.
> Eu: Exatamente, então em vez do 6 vamos escrever 2x3, e fica 2x3x45. E agora como é que vamos resolver?
> D.A: 2x3 e depois o 45.
> Eu: Mas assim iríamos ficar à mesma com 6x45. Então vamos multiplicar primeiro o número das pontas, ou seja, 2x45 é quanto?
> J: É o dobro.
> Eu: Exato, que é quanto?
> D.M: É 90.
> Eu: Exatamente, e agora 3x90 é quanto?
> M: Então… 3 x 9 é 27, e acrescentamos o 0, fica 270.
> Eu: É isso mesmo, dá 270.

Os alunos pareciam compreender como consistia a estratégia da decomposição, afirmando que:

> I: É sempre ir ver à tabuada onde está o primeiro número?
> J: E depois fazer as pontas.

Após estas afirmações deixei os alunos realizar as operações seguintes sozinhos, sendo: 10x35, 8x15 e 12x20, dando oportunidade aos alunos de experimentarem com números pequenos e de fácil decomposição. Passando ao longo do tempo para números de decomposição mais complexa. Quando todos os alunos tinham resolvido as operações, a I. foi ao quadro (fig. 27):

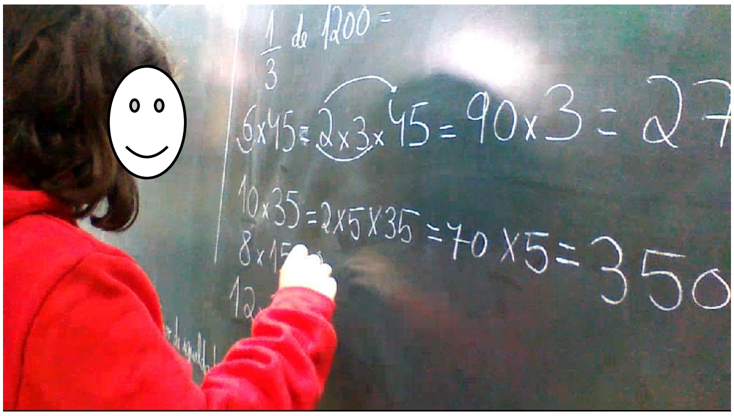


Fig. 27 – I. resolve no quadro estratégias de decomposição

> I: Então 2x5 é 10, porque fomos decompor o 10, depois vezes 35. Agora 2x35 é 70, e agora é 70x5 que é 350, depois é 4x2 que é 8 vezes 15, e é 2 vezes 15 que é 30 e vezes 4 que é 120, por fim é 6x2 que é 12, 2x30 é 40, vezes 6 que é 240.

As estratégias de decomposição e partição na primeira semana em que foram introduzidas, foram realizadas dois dias consecutivos (não havendo alternância) para dar oportunidade aos alunos de se familiarizarem com as estratégias.

Na introdução da estratégia de partição 3x35, também clarifiquei aos alunos como se executava a tarefa:

> Eu: Então ao contrário da decomposição, vamos trabalhar com o segundo número que é o 35. E sabem o que faz fazer? Vamos parti-lo, como será que vamos fazer isso?
> D.A: Partir o número? É o 3 para um lado e o 5 para o outro.
> Eu: Mas o 3 vale quanto?
> M: Então será 30+5.
> Eu: Exatamente, então no caso da partição vamos fazer 3x30+3x5, que é igual a…
> M: então 90 + 15 que é … 105.

Os alunos pareciam também ter compreendido como utilizar a estratégia de partição, deixando desta forma os alunos realizar as próximas sozinhos, de forma a compreender o seu procedimento.

Foi a vez de a V. ir ao quadro (fig. 28) explicar como tinha feito, e à medida que realizava a partição do segundo número, utilizava a mão para se notar a separação entre dezenas e unidades.

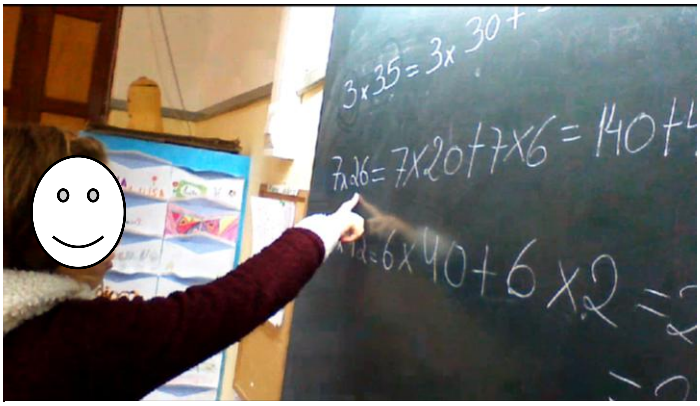


Fig. 28 – A V. verbaliza a estratégia de partição

V: Então 7 x 26 é igual a 7x20 mais 7x6, e 7x20 é igual a 140 e 7x6 é 42, pois isso dá 182. Depois é 6x42 que é 6x40 que é 240 mais 6x2 que é 12 dá 252.

Estas tarefas eram realizadas todos os dias, exceto à sexta-feira que era o dia dedicado à realização da tarefa de ensino exploratório. Com o passar dos dias foi-me possível verificar que os alunos tinham preferência nas tarefas de partição, pois enquanto escrevia no quadro os alunos questionaram-me:

P: É por partição?
Eu: é sim.
P: Mas ontem foi por partição…
A.L: pshiu.
M.C: Por partição é mais fácil.

Através destas afirmações, foi notório que os alunos preferiam realizar estratégias de partição em vez de estratégias de decomposição, achando mais fácil a sua realização. Esta preferência dos alunos talvez se deva ao facto de que a estratégia de decomposição requeira dos alunos conhecimento relativamente às tabuadas, e os alunos sentem-se pouco à vontade tendo até uma tabela da tabuada numa das paredes da sala, prejudicando assim o seu raciocínio, pois bastava aos alunos olhar para as paredes da sala, para terem acesso a todas as tabuadas.

A ida dos alunos ao quadro verbalizar o seu raciocínio, trouxe para a sala aprendizagens significativas, proporcionando à turma conhecimentos variados, como no caso em que a I. foi ao quadro:

I: Então 20x5 é igual a 2x10x5 que é igual a 10x10 que é 100.
J: Eu tenho diferente.
Eu: Então diz lá como fizeste.
J: Eu fiz 4x5x5…
Eu: Sim… continua.
J: Então fiz as pontas que é 4x5x5.. que é 20x5.

Eu: Então mas vamos lá pensar, assim vais voltar ao início certo?
J: Sim sim…mas podia ser 5x4x5 já dava 25x4.
Eu: Sim, assim já faria mais sentido.

A estratégia de decomposição proporciona aos alunos as mais variadas formas de realização da tarefa, pois torna-se possível decompor um número de várias formas. Da mesma forma que o número pode ser decomposto de várias formas, também a estratégia de decomposição poderá conter estratégias de partição, como no caso do J.:

J: Então aqui eu fiz de duas maneiras. É 27x9, então vi que o 27 aparecia na tabuada do 9x3, e então ficou 9x3x9, 9x9 era 81, e vezes 3, eu fui fazer a partição porque separei o 81 e fiz 80x3 que é 240 porque 8x3 é 24 e juntei o 0, e depois 3x1 é 3, por isso faz 243.

O J. ao utilizar a partição a partir da estratégia de decomposição demonstra que compreende as estratégias e o seu sentido, além de decorar procedimentos o J. demonstrou que as estratégias tornavam os cálculos mais fáceis e soube utilizá-las nesse sentido. Mais tarde, quando notei que os alunos se sentiam à vontade na realização das tarefas, comecei a introduzir números maiores (fig. 29) para a incursão das estratégias.

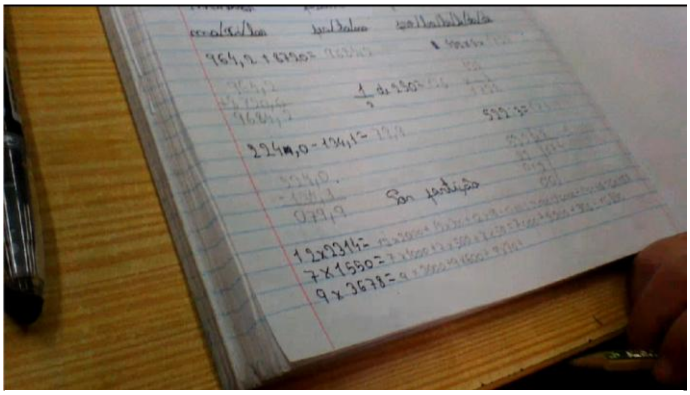


Fig. 29 – estratégia de partição com números maiores

Os alunos teriam que resolver 12x2314 através de estratégias de partição, no entanto, havia alunos que não compreendiam como fazer:

D.D: Eu não consigo.
Eu: Consegues sim, então na partição vamos partir o segundo número, ou seja, vamos fazer 12x quanto?
D.D: 2?
Eu:Sim, que vale quanto? 2000.
D.D: Já percebi. É sempre assim com os zeros.
Eu: Exatamente tenta lá.

Enquanto o D.D realizava a operação, o D.M que se encontrava ao lado chamou-me:

D.M: Eu fiz 12x2 e depois acrescentei os zeros.
Eu: sim, assim torna-se mais fácil.

Depois, também o F. me chamou ao lugar (fig. 30):

F: 12x2000, como é que eu faço para descobrir os números?

Eu: Experimenta 12 x 2 e acrescentas os zeros.

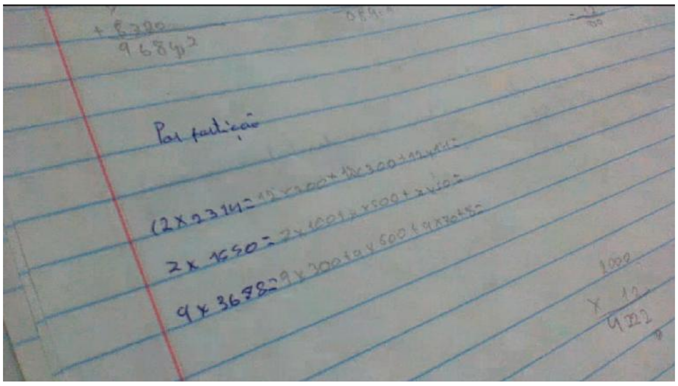


Fig. 30 - Registo escrito do F.

Ao lado estava o J. que tinha apenas registo escrito dos passos intermédios:

Eu: J. não será melhor escreveres tudo?
J: Oh Inês, deixa lá fazer assim, eu faço de cabeça.
Eu: Então vá, força. Mas depois verifica se está tudo bem.

Os alunos mostraram-se empenhados e interessados na realização das estratégias com números maiores, e mostraram claramente sinais de que se encontram no nível de cálculo formal, conseguindo realizar cálculos sem registo escrito, conseguindo também estabelecer relações numéricas em que ao multiplicar um número por um número que termine com o algarismo 0, apenas têm que acrescentar os zeros que estão no número ao total.

Síntese

Ao longo da tarefa, foi possível verificar que os alunos exibiam um nível de transição entre o cálculo por estruturação e o cálculo formal, onde utilizaram apenas cálculos intermédios para chegar à resolução, sendo por vezes verificado o cálculo mental realizado pelos alunos. Relativamente ao estabelecimento de relações numéricas era pretendido que os alunos conseguissem realizar as decomposições dos números através do produto, podendo estabelecer relações de dobros e quase dobros, os alunos também conseguiram perceber que 5x200 seria o mesmo que multiplicar 5 por 2, acrescentado os zeros no resultado final. As estratégias de cálculo demonstradas pelos alunos, foram consoante o que era pedido no início da manhã, havendo uma alternância entre partição e decomposição de forma a familiarizar os alunos com as estratégias a serem trabalhadas nesse momento, no entanto foi notório que com o passar do tempo, os alunos começaram a integrar a estratégia de partição na estratégia de decomposição, sendo notado que os alunos compreendiam o sentido das estratégias e a sua utilização como facilitadoras do cálculo. As representações adotadas residiam nas representações com numerais, pois as crianças usavam o caderno para realizar os registos escritos dos cálculos apresentados.

Relativamente às dificuldades, também foram algumas aquelas que foram sentidas, sendo que de um modo geral os alunos mostravam-se confusos na distinção entre a partição e a decomposição, misturando muitas vezes as duas estratégias, onde por vezes os alunos decompunham o segundo número da operação, ou realizariam a partição do primeiro número, dificuldade essa que foi combatida com as inúmeras oportunidades dadas aos alunos de realizarem as diferentes estratégias, podendo explorá-las livremente, conseguindo perceber a diferença entre ambas, conseguindo afirmar posteriormente que a estratégia da partição era “a que tinha o mais”.

A realização destas tarefas ao longo da prática educativa, mostrou-se muito enriquecedora no desenvolvimento do cálculo mental dos alunos. O facto de ter sido realizada diariamente tornou-se uma mais-valia, pois para o desenvolvimento do cálculo mental é necessário que este tenha um trabalho consistente e diário.

O jantar do rei

A tarefa “O jantar do rei” (apêndice C) realizou-se no dia 14 de novembro de 2014, sendo a sua realização com prática de ensino exploratório.

> Num jantar sentaram-se os convidados numa grande mesa. Para cada 4 convidados havia uma travessa com carne, para cada 3 convidados havia uma travessa de batatas e para cada 2 convidados havia uma travessa de salada. Ao todo havia em cima da mesa 39 travessas. Quantos eram os convidados?

A aula iniciou-se com a primeira fase da tarefa, onde os alunos traduziram o enunciado por palavras próprias, dando oportunidade assim de todas as duvidas terem sido esclarecidas, sendo dada especial atenção à expressão “uma travessa para cada x convidados” onde foi realizada uma breve dramatização com 6 alunos e com folhas brancas que serviram de travessas, para que os alunos percebessem o significado da expressão e para visualizarem que apesar de as travessas darem para 6 convidados (sendo 1 de carne, duas de batatas e 3 de salada), não eram as 39 travessas, e por isso o jantar não poderia ser com apenas 6 convidados, que poderia suscitar nos alunos uma série de dúvidas e que poderia por em risco o sucesso da tarefa. Após todas as dúvidas esclarecidas, os alunos formaram 4 grupos de 5 elementos, e deram início à segunda fase da tarefa, o desenvolvimento.

Enquanto esta fase decorria fui circulando pelos grupos supervisionando o seu trabalho, ajudando os alunos sempre que necessário sem nunca limitar o seu raciocínio, deixando que fossem eles próprios a conseguir chegar ao resultado que era pretendido. Enquanto circulava reparei que os alunos estavam com alguma dificuldade com a organização dos dados, não sabendo como começar o raciocínio. Perante as dificuldades dos alunos tentei que eles verbalizassem o raciocínio para que fosse mais fácil arranjar uma forma de resolução. Questionei então um dos grupos que me parecia estar com dificuldade na resolução, embora a mesma me parecesse ir no caminho correto:

> Eu: Então o que estão a fazer?
> J: Eu e o D.M estivemos a tentar fazer umas megas contas a ver se dava… Eh pá, não dá…
> Eu: Calma. Aqui vão só fazer para as travessas de quê?

> J: Já percebi! Tem que ser um número que dê para dividir por 2, 3 e 4 e que vezes 3 tenha que dar para dar 39 travessas.

O grupo começou então a elaborar uma tabela, onde fazia a relação entre o número necessário de travessas e um número de convidados:

> J: Vou pensar num número que dê.
> D.M: Tem que ser da tabuada do 3.
> I: Do 3? E o 4?
> T.F: sim, 3 vezes 4 dá 12, e dá para dividir, fica 3.

Enquanto continuava a ronda pela sala, a resolução de um outro grupo chamou-me a atenção, pois o grupo tinha desenhado muitos bonecos na folha A3, repleta de curiosidade perguntei:

> Eu: Então o que estão a pensar?
> F: Os 36 já estão.
> M: 36?
> G: Sim, já temos os 36… agora temos que fazer aquelas coisinhas das travessas.
> F: 1, 2, 3,4,5, 6….
> G: Olha cada cor é uma travessa
> Eu: Mas porque 36?
> M: Nós fizemos até dar as 39 travessas, fizemos risquinhos, e íamos acrescentando bonecos.

O grupo tinha então chegado à resolução através da experimentação com bonecos, sendo que iam acrescentando bonecos à medida que o número de travessas ia aumentando, utilizando diferentes cores para cada tipo de travessa.

Verifiquei que os grupos mantinham a mesma forma de resolução, optando sempre pela tabela, tendo ainda assim diversificado na sua apresentação, dificultando um pouco a seleção para a terceira fase.

Após todos os grupos terem dado por terminado a tarefa, deu-se início à terceira fase: a discussão. Onde os grupos apresentam e clarificam o seu raciocínio perante o resto da turma. O primeiro grupo a apresentar foi o grupo que me pareceu ter a resolução mais clara (Fig. 31).

Fig. 31 - Apresentação do primeiro grupo na tarefa "O Jantar do Rei"

O grupo resolveu a tarefa a partir de um esquema, onde cada convidado era representado por um boneco e onde cada tipo de travessa era identificado com diversos tipos de traços, sendo notório a diferença de travessas no esquema dos alunos, pois a travessa de carne para cada 4 convidados era representada por um círculo que unia 4 bonecos pelo meio; A travessa de batatas era representada por um círculo em cima de 3 bonecos para os quais a travessa era válida, e no que diz respeito à travessa de salada esta era representada através de um círculo no meio de cada dois bonecos. Pedi então ao grupo que explicasse o seu raciocínio:

> Eu: Então expliquem lá…
>
> M: então fomos desenhando bonequinhos até que não sobrasse nenhuma travessa e que não sobrasse nenhum convidado, ou seja, fomos fazendo convidados e mais convidados até chegar as 39 travessas. Então chegamos à conclusão que eram 36 convidados.
>
> Eu: Então e foi fácil?
>
> M: Foi.
>
> Eu: Então?
>
> M: Fomos fazendo bonequinhos até chegar as 39 travessas.

No entanto a escolha dos símbolos para o esquema, parecia não ser clara para todas as crianças:

> I: Podiam ter feito risquinhos.
>
> M: Pois mas fizemos bonequinhos.
>
> Eu: Fizeram bonequinhos porque?
>
> M: Porque eram os convidados, eram pessoas.

Pareceu-me bastante clara (para mim e para a turma) a justificação do M., passando assim ao segundo grupo a apresentar, o qual utilizou como forma de representação uma tabela (fig. 32).

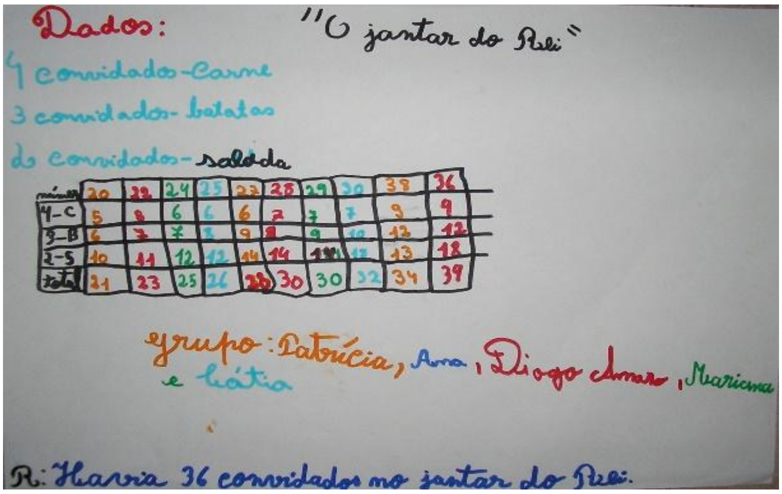


Fig. 32 - Apresentação do segundo grupo na tarefa "O Jantar do Rei"

Esta representação pareceu-me um pouco confusa, pois apresentava na parte superior da tabela resultados desordenados, relevando assim uma grande confusão por parte das crianças, ainda que durante o seu desenvolvimento eu lhe tivesse dado alguma orientação, levando-me a pensar que não teria sido clara, pedi assim durante a sua apresentação, que os alunos explicassem melhor a sua forma de raciocínio:

> Eu: Porque é que vocês começaram logo no 20?
> P: Porque nós já sabíamos que do 20 para trás não dava.
> Eu: Ninguém está a ouvir.
> P: Nós já sabíamos que do 20 para trás não podia dar 39 travessas, então fizemos para a frente…o 22, o 24, o25, o 26, o 27, o 28, o 29 e o 30…. Passamos logo para o 38 para vermos.
> Eu: E porque é que passaram logo para o 38?
> P: Porque vimos que até ao 35 não dava, experimentámos logo para o 38… e depois pensámos, pensámos e vimos que era o 36.

A apresentação não me pareceu clara, e percebi que os alunos não entenderam bem o que era pedido, embora a sua resolução estivesse correta, a sua forma de raciocínio era confusa e desorganizada, levando-me a pensar que o meu papel enquanto decorria a tarefa não tenha sido bem desempenhado. No entanto os alunos conseguiram entender que, segundo os dados da tarefa, para 39 travessas os convidados não poderiam ser menos que 20, sendo os primeiros valores da tabela pares, e só depois são introduzidos os números ímpares, tendo depois um erro quando apresentam que para cada 38 convidados são precisas 13 travessas de salada (cada travessa de salada dá para duas pessoas):

> Eu: Meninos, quando dizem que para os 38 convidados são precisas 13 travessas de salada… expliquem lá.
> M.C: Está mal… não são só 13.
> Eu: Então porquê?
> M.C: Porque para 30 convidados também são 13.
> Eu: São mesmo 13? Então mas cada travessa dá para dois convidados…
> (alunos fizeram silêncio)
> M.V: Nós metemos que eram 15.

Apesar dos erros encontrados na representação, a M.C mostra que compreende que a relação do número de travessas de salada para 30 convidados e para 38 não poderia ser o mesmo, pois há uma diferente de 8 convidados, e que para cada dois convidados há uma travessa de salada, a diferença entre os dois números de convidados deveria ser de 4 travessas, logo para 30 convidados deveria haver 15 travessas de salada, e para 38 convidados deveria haver 19 travessas.

Depois de esclarecer o grupo de todas as dúvidas que me pareciam existir, demos continuação à apresentação, seguindo-se assim outro grupo, o qual optou novamente por usar uma tabela como forma de representação (Fig. 33).

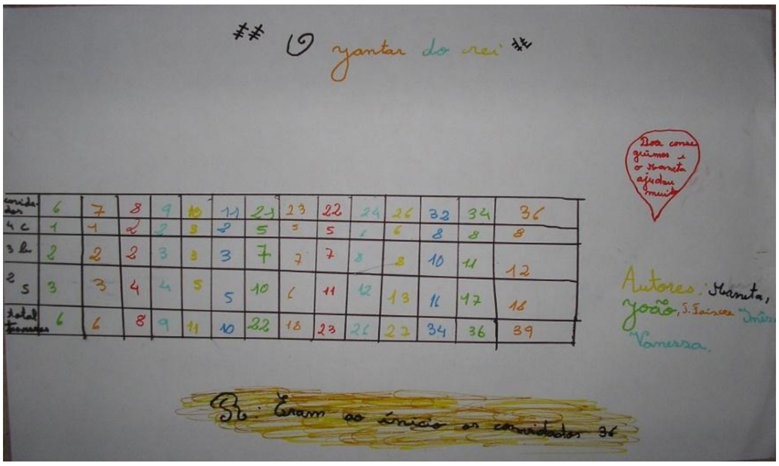


Fig. 33 - Apresentação do terceiro grupo na tarefa “O Jantar do Rei”

Durante a apresentação o grupo mostrou algumas dificuldades na interpretação da tabela:

> I: 5 travessas de carne…hum…7… Ai! 3 Convidados comem 7 travessas de carne, 11 convidados… 11 convidados nada, 2 convidados comem 11 travessas de salada.
>
> Eu: Imaginem que eu e o J. somos convidados, e só nós comemos 11 travessas de salada.
>
> G: Já estavam gordos.
>
> V: Ela enganou-se.
>
> Eu: Então, é 22 convidados comem 11 travessas de salada, nós já sabemos que há uma travessa para cada 2 convidados.

Os alunos mostraram compreender, no entanto a situação voltou a repetir-se e os alunos mostraram-se confusos na interpretação:

> T.F: 4 convidados comem 8 travessas de carne, 3 convidados comem 10 travessas de carne, 2 convidados….
>
> J: 16 convidados…
>
> T.F: Não…
>
> J: Sim, 16 convidados.
>
> V: Comem 8 travessas de salada.

Após estas intervenções, pareceu-me pertinente esclarecer os alunos relativamente à interpretação da tabela, onde interpretei e expliquei o significado de cada coluna e linha que a tabela apresentava, esclarecendo novamente a expressão "uma travessa para cada X convidado", perguntei então os alunos se tinha percebido o sentido da tabela, ao que me responderam que sim.

Passando assim para o último grupo a apresentar, este último grupo representava novamente uma tabela, porém mais clara e organizada. (Fig. 34)

Fig. 34 - Apresentação do quarto grupo na tarefa "O jantar do rei"

Enquanto apresentava o grupo começou por ler toda a tabela à turma, porém como estávamos com pouco tempo e a representação me parecia muito rica em aprendizagens, propôs aos alunos:

> Eu: Meninos posso dar uma sugestão? Em vez de estarem a ler os valores, podiam explicar como pensaram, porque aí na tabela não têm os valores todos pois não? Expliquem lá como é que pensaram, porque é que escolheram esses números?
>
> L: Nós usámos um mais baixo que é o 12, depois usámos o 24.
>
> D.N: Porque 12 mais 12 é 24, é o dobro.
>
> M.V: As travessas também eram o dobro.
>
> L: Depois é com 48 convidados.
>
> D.S: Que é o dobro de 24.
>
> L: Depois usámos o 30 porque estava perto, estava no meio dos dois, e depois fizemos o 36.

A explicação que o grupo deu à turma era bastante clara e eficaz, conseguindo o grupo uma tabela mais sucinta e completa dos restantes grupos, utilizando apenas os dobros. Esta forma de resolução, despertou nos alunos algum interesse:

> M: Mas também podia dar errado por causa de outras coisas. Nós podíamos só meter 1 travessa de salada e 1 travessa de batatas e de resto metíamos tudo de carne. E dava à mesma 39 travessas.
>
> Eu: Mas tu sabes que uma travessa de carne dá para 4, uma de batatas dá para 3 pessoas…
>
> M: Sim, mas também podíamos meter 1 de 3 e 1 de 2 e na de 4 também metíamos.

O M. tentou arranjar uma outra forma de resolução, à qual lhe disse que um dia mais tarde poderíamos experimentar e ver se resultaria, pois é essencial cativar as crianças o seu interesse.

A representação deste grupo mostrou-se bastante completa e de fácil compreensão, onde o grupo mostrou compreender as relações existentes entre os dobros tanto no número de convidados, como no número de travessas, tendo registado à parte (como dado) os valores inicialmente falados a partir da dramatização para 6 convidados, tornando-se assim a resolução mais fácil. O grupo fez questão ainda de registar a verificação de resultados, onde frisaram que o produto do número de pessoas para que cada travessa dava com o número de travessas (4x9, 3x12 e 2x18) era 36 (número de convidados) assim como que o número de travessas dava mesmo as 39 travessas (9+12+18 = 39).

Depois da explicação da tabela dada pelo grupo, utilizei a mesma para a quarta fase: sistematização de aprendizagens. Onde reforcei o que o último grupo tinha dito relativamente aos dobros partindo do exemplo inicial de 6 convidados, e onde frisei mais uma vez a interpretação da tabela.

Síntese

Durante a análise da presente tarefa, foi possível verificar que apesar de alguns alunos já se encontrarem num nível de cálculo formal, há alunos que possuem ainda dificuldades, recorrendo desta forma a representações simbólicas onde baseiam a sua contagem, pois não conseguem realizar a contagem mentalmente sem a visualização dos objetos, neste caso do esquema, sendo notadas na realização desta tarefa alguns erros de cálculo por parte dos alunos, embora existam alunos que conseguem realizar facilmente o cálculo formal, sem registo escrito.

Relativamente às representações usadas, foi notória a utilização de tabelas para a resolução de tarefas, no entanto algumas encontravam-se desorganizadas e confusas, pois alguns dos grupos resolveram o problema através da experimentação de valores, demorando algum tempo a conseguir estabelecer relações numéricas entre os valores. Houve um grupo que conseguiu fazê-lo apresentando, assim, uma tabela clara e sucinta, servindo depois para a sistematização das aprendizagens. Foi ainda notória a representação usada por um dos grupos que, fugindo à regra, utilizou um esquema para representar o número de convidados e o respetivo número de travessas, tendo sido a representação bem conseguida e de fácil perceção. No entanto é observado que nas folhas onde os alunos registavam o seu raciocínio (folhas de rascunho) todos os grupos seguiram a linha da representação por esquema, utilizando bonecos e riscos, unindo os bonecos por travessas.

Nesta tarefa os alunos estabeleceram também alguns tipos de relações, sendo que a maior parte dos alunos não conseguiu chegar a essas mesmas relações, onde o produto entre o número de travessas para cada x convidados e o número de travessas iria dar o total de convidados presentes, assim como a representação de um dos outros que realizou a tabela com os dobros relativamente aos convidados, onde também o número de travessas aumentava o dobro. Houve também um grupo que compreendeu que os valores da tabela teriam que ser divisíveis por 2, 3 e 4, sendo estes o número de convidados para os quais daria, respetivamente, uma travessa de salada, batatas e de carne. Um dos elementos de um dos grupos chegou rapidamente à conclusão que teria que ser um resultado que estivesse presente na tabuada do 3, levando alguns elementos a discordar pois afirmavam que o 4 não era múltiplo de 3, porém um outro elemento rapidamente afirmou que “3x4=12” e que o 12 dava para dividir pelo três, mostrando desta forma que os alunos conseguem facilmente estabelecer relações em grupo, ou seja, ao verbalizarem o raciocínio em grupo conseguem obter resultados muito positivos pois os elementos completam o raciocínio um dos outros.

No que diz respeito às estratégias de cálculo mental, os alunos mostraram uma grande dificuldade na sua utilização, acabando por optar por resolver a tarefa a partir da utilização de esquemas onde agrupavam os bonecos (desenhos) por travessas passando depois do esquema para uma tabela, onde tentavam depois organizar os valores que lhes eram dados através das representações pictográficas.

Os alunos mostraram alguma dificuldade na tarefa, afirmando serem números “muito grandes” pois nas suas representações iconográficas ou mesmo pictográficas, estas tornavam-se confusas, o que iria complicar a transição dos valores para a tabela, contribuindo assim para que os alunos colocassem valores errados dada a falta de organização nas representações iconográficas ou pictográficas por serem valores elevados, como o caso do número de convidados e do número e tipo de travessas existentes. No entanto a expressão “uma travessa para cada x convidados” também se mostrou um entrave à resolução do problema, pois apesar de ter sido clarificado aos alunos o significado da expressão, os alunos mostraram muita dificuldade na interpretação da tarefa, ficando confusas também com a interpretação da tabela.

A promoção da loja de desporto

A tarefa "A promoção da loja de desporto" (apêndice D) realizou-se no dia 28 de novembro de 2014, teve por base a prática de ensino exploratório, e foi realizada em pequenos grupos constituídos por 4 a 5 elementos.

> O tio da Maria tem uma loja de desporto e está a fazer a seguinte promoção na venda de bolas de ténis:
> Cada caixa de bolas de ténis custa 3 euros Na compra de seis caixas oferta de mais uma.
> O clube de ténis do bairro da Maria gastou 216 euros numa encomenda dessas bolas.
> Com quantas caixas de bolas de ténis é que ficou o clube?
> Qual o valor das caixas oferecidas

Na fase de introdução da tarefa, apresento a tarefa à turma, e peço que expliquem por palavras próprias o significado do enunciado a fim de que todos os alunos compreendam o que é pedido, fazendo referência à relação numérica entre o número de caixas compradas e o número de caixas oferecidas para que tenham em atenção que apenas na compra de 6 caixas de bolas, o clube oferece 1 caixa. Após receber feedback positivo em relação à compreensão da tarefa, escrevo no quadro algumas orientações que os alunos devem seguir (fig. 35), pedindo aos alunos para não usarem a divisão pelo algoritmo, promovendo assim o desenvolvimento de diversas estratégias de cálculo e variados procedimentos. Peço aos alunos que evitem usar uma tabela como forma de resolução, para que a discussão seja mais rica e diversificada no que diz respeito a resoluções, pois tem se vindo a observar uma grande utilização da tabela como forma de resolução, posto isto escrevo também no quadro "Partição e decomposição" para lembrar aos alunos as estratégias de multiplicação que usamos na aula, dando a hipótese de as utilizarem caso achem desnecessário. A primeira fase teve a duração de aproximadamente 10 minutos.

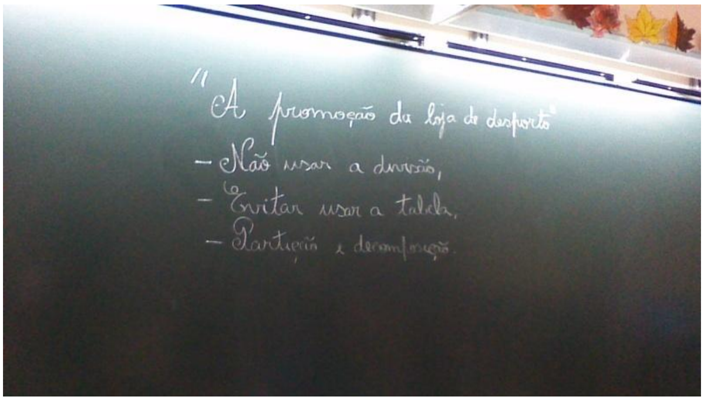


Fig. 35 – Orientações a seguir no desenvolvimento da tarefa

Depois de todas as dúvidas esclarecidas, os alunos juntam-se então por grupos e dá-se início à segunda fase da tarefa, mais propriamente ao desenvolvimento da tarefa. Nesta fase, enquanto me dirigia a cada grupo para compreender os seus raciocínios, pude verificar que alguns se encontravam confusos com o que era solicitado no enunciado, pelo que tentei clarificar o seu raciocínio à medida que o verbalizavam:

Eu: com 25 caixas oferecem-te alguma grátis?
J: Não… mas com 26 sim.
I: É aí que tá o problema.
J: Não, mas ofereciam com 24.

É notório que os alunos compreendem o que é pedido, no entanto ficam perdidos quando tentam colocar por escrito os seus raciocínios, precisando de alguém que clarifique o que eles próprios estão a dizer, para que se orientem e consigam continuar a resolução.

Durante esta fase foi também observável a importância da verbalização dos raciocínios, pois ao verbalizar alguns dos alunos compreendiam que o seu raciocínio não estava correto, retificando de imediato à medida que o verbalizavam:

Eu: Como é que chegaram ao 72?
V: Eh pá, fizemos contas de cabeça
M: Como eu tava a dizer…
M.V: Então…
M: bem, fizemos da coincidência de 7+7, ou 7x2 era 14… e 14 mais 2 era 16 e juntava-se o 0, e ficava 216… Ai não "pera"… ficava-se com mais 2 e juntava-se o 2 cá para trás, e ficou o 216.

Foi também importante o encorajamento da verbalização de forma a promover nos alunos a compreensão do seu raciocínio, assim como do que era pedido, pois enquanto tentavam resolver o exercício apenas por escrito havia confusão nos raciocínios, e aquando a sua verbalização era notório a facilidade com que resolviam a tarefa.

> Eu: Então se eu comprar seis caixas…
> I: Damos-te uma
> Eu: Fico com 7 caixas…se eu comprar sete caixas…
> T. F: Não oferecem nenhuma.
> Eu: Fico com…
> J: com 8...
> Eu: Porque tenho uma que me ofereceram… certo?
> T.F: Se comprar 8, fica com 9…
> I: Se comprar 9, fica com 10.

Também durante esta fase de desenvolvimento da tarefa, houve um grupo que mostrou facilidade em realizar estimativas de forma a tentar resolver a tarefa, dado que apresentavam dificuldades na sua resolução, os alunos tentaram arranjar uma forma de conseguir chegar ao resultado, utilizando casas decimais:

> J: Isto é 36 não é? Exatamente. 12 caixas são 36.., 18 caixas…18 caixas… são 72.
> I: 27 caixas…
> J: Dá 300..
> I: Já passa… Mete 26 e meio.

É notório a capacidade de resolução de problemas dos alunos, utilizando estratégias que lhes parecem adequadas de forma a conseguirem a chegar a um resultado que pensam ser o correto. Neste caso, a I. sabe que com 27 caixas já passa do resultado esperado, porém não ultrapassa muito o valor, por isso sugere ao restante grupo que experimenta a resolução com 26,5, tentando desta forma baixar um pouco o resultado.

Ao longo do desenvolvimento da tarefa deu-me uma enorme satisfação perceber que havia alunos que compreendiam a importância das estratégias de cálculo aquando o desenvolvimento da tarefa, compreendendo que através das estratégias de cálculo, este se tornava mais fácil de realizar:

> G: Porque aqui eram 6 caixas… por cada 6 caixas davam uma de oferta… Eu quero saber quantas caixas é que foram oferecidas.
> M.C: tão podemos fazer duzentos e…
> A.L: vamos fazer uma decomposição ou partição é mais fácil…

M.C: Faz la por partição…
G: Ok… então a partição é… 6 x 40..
M.C: mais 6 x 5…
G: igual… então…
M.C: 6 x 40… 6 x 4…
G: 6 x 4 é 24
M.C: com o 0 é 240…
A.L: mais 6 x 5... 30.
G: 270..

Foi também nesta fase que alguns alunos me surpreenderam a mostrarem que se encontravam no nível de cálculo formal, não precisando de registos escritos para calcularem mentalmente, conseguindo operar mentalmente usando as estratégias de multiplicação trabalhadas na aula:

M.C: Cada caixa custa três euros… 3 x 84…
Eu: das caixas oferecidas…
M.C: tão é 12 vezes 3
Eu: sim..
M.C: que é… 2 vezes 3…6…
G: É 12 vezes 3…
Eu: Deixa lá a M.C pensar
M.C: E 3 vezes 1 é 3… dá 36.

Nesta fase enquanto circulava pelos grupos de forma a compreender os seus raciocínios e encorajá-los nos mesmos, ou esclarecendo duvidas que me pareciam pertinentes para o sucesso da resolução, ia verificando a potencialidade de cada resolução para que conseguisse selecionar as resoluções a serem apresentadas e a sua ordem, de forma a escolher as estratégias mais claras para a compreensão dos alunos.

Dá-se assim início à terceira fase da tarefa: a discussão. Nesta tarefa o primeiro grupo (Fig. 36) a apresentar, utilizou a divisão pois não se encontrava na sala quando as orientações foram escritas no quadro, no entanto chamei a atenção do restante grupo para que a resolução também seria possível através da utilização da divisão; Este grupo utilizou uma das forma mais diretas de resolução, começando por dividir o total de dinheiro gasto pelo preço de cada bola de ténis, sabendo quantas bolas teria o clube comprado, depois desse total de bolas que o clube comprou, os alunos dividiram por 6 (por cada seis bolas, o clube oferecia uma bola), de forma a saber quantas bolas tinham sido oferecidas; Para a primeira questão “Com quantas caixas de bolas de ténis é que ficou o clube?", os alunos somou os dois resultados obtidos pelas divisões efetuadas, já para a segunda questão "qual o valor das caixas oferecidas?", o grupo multiplicou o número de caixas oferecidas (12) pelo preço de cada caixa (3euros).

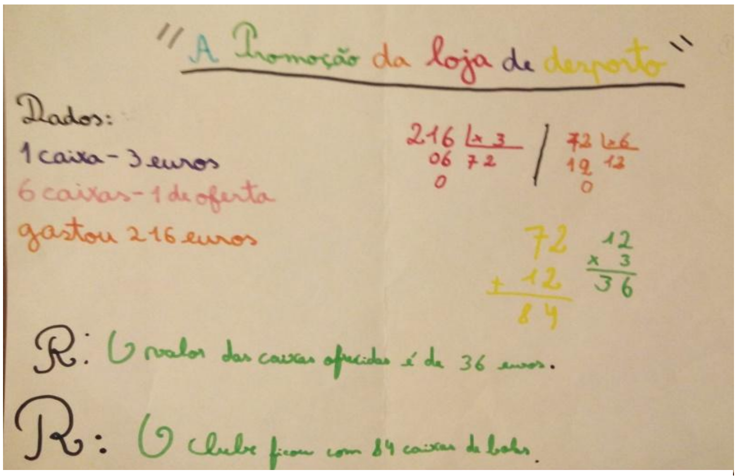


Fig. 36 – Apresentação do primeiro grupo na tarefa "A promoção da loja de desporto"

O segundo grupo a apresentar (Fig. 37) utilizou a tabuada do 6, encaixando-a numa tabela.

> J. "Nós utilizamos a tabuada do 6, pois por cada 6 caixas o clube oferecia uma caixa. Por isso, fizemos 6 e por baixo as que são grátis"
> I. "Por isso, 12 caixas ofereciam 2"
> I. "Vimos que cá em cima ia sempre de 6 em 6, e cá em baixo ia de 1 em 1"
> J. "Depois fizemos aqui a partição de 12 vezes 3"

Este grupo percebeu a regularidade existente na tabela, compreendendo a relação que havia entre o número de caixas compradas e o número de caixas oferecidas, conseguindo responder ao que era pedido no enunciado.

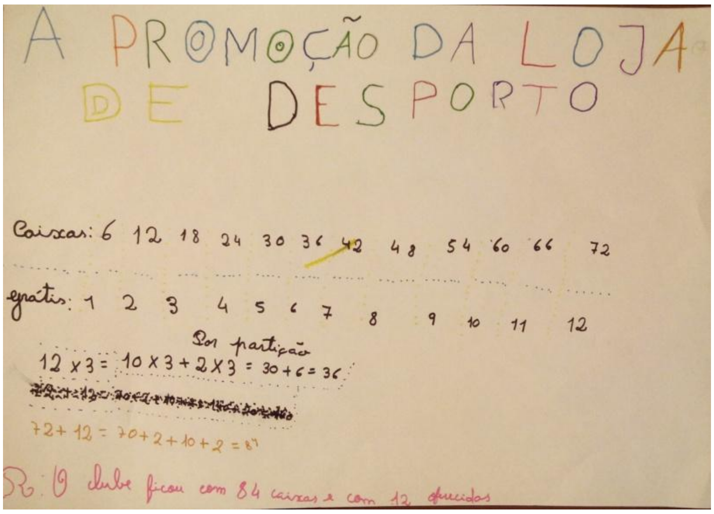


Fig. 37 – Apresentação do segundo grupo na tarefa "A promoção da loja de desporto".

O terceiro grupo (Fig. 38) realizou a tarefa com base em estimativas de cálculo e por tentativa e erro.

> D.M: “Então nós fizemos contas para chegar ao resultado.”
> D.S: “Então 6 caixas, mais uma de oferta, davam 18 euros”
> P: “12 caixas mais 2 de oferta davam 36 euros.”
> D.A: “18 caixas mais 3 de oferta davam 54 euros”
> D.M: “Nós não estamos a contar o preço das caixas oferecidas.”
> P: “78 caixas mais 13 oferecidas davam 234 euros.”
> D.M: “Nós só fizemos esta para vermos que já passava.”
> D.A: “Nós fizemos por partição para saber o preço das caixas oferecidas.”

Este grupo utilizou desde o princípio uma relação entre as caixas compradas e as caixas oferecidas, conseguindo saber logo o preço total, e quantas caixas havia compradas e oferecidas, tendo obtido desde logo os dados todos para conseguir responder às duas questões do enunciado, acabando no fim por realizar por partição “3 x 12” a fim de saber qual o preço das caixas que tinham sido oferecidas. É de realçar também o facto de o grupo ter utilizado a relação “78 + 13 = 234€” para se certificar e demonstrar de que o número seguinte de caixas de bolas de ténis já passaria do total gasto.

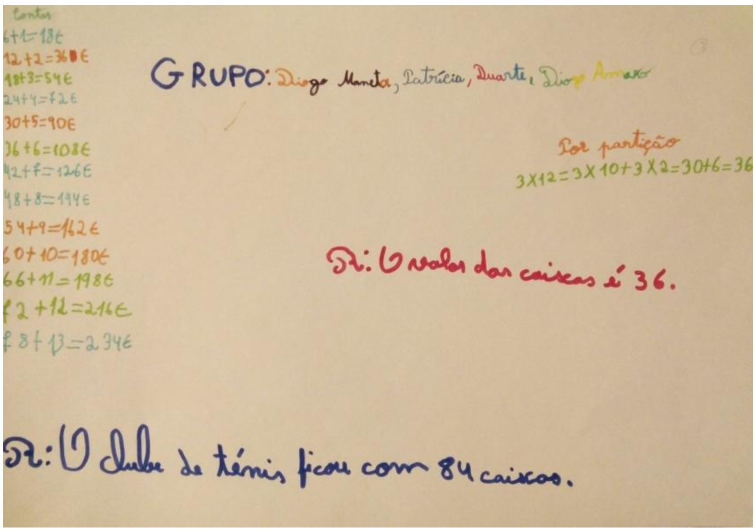


Fig. 38 – Apresentação do terceiro grupo na tarefa “A promoção da loja de desporto”.

O seguinte grupo (fig. 39) resolveu a tarefa a partir de estimativas de cálculo, começando por utilizar o número “65”, ao resolver a multiplicação de 3x65 observavam que se encontravam perto do resultado que esperavam, que era 216.

G: “Nós fizemos o 65 para experimentar, vimos que dava 195, depois somámos mais 5, e já deu 210, e como já só faltavam 6, juntámos mais 2 ao 70, porque 2 x 3 era 6.”
M.C. “As 12 caixas oferecidas, e por causa do 72 na tabuada do 6.”

O grupo utilizou a partição para a realização de todas as multiplicações, conseguindo resolver a tarefa através de estimativas e de operações mentais.

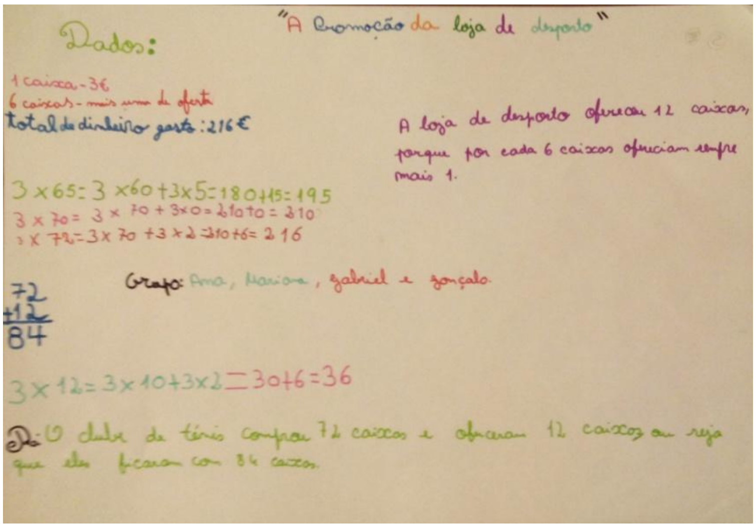


Fig. 39 – Apresentação do quarto grupo na tarefa “A promoção da loja de desporto”.

O último grupo a apresentar (fig. 40) utilizou todas as contas necessárias para a realização do problema, omitindo na sua apresentação as contas pelas quais tinham chegado aos resultados. O grupo frisou que sabia que o clube tinha comprado 72 caixas, por estimativa de forma a dar os 216 euros, chegando depois à conclusão que seriam 12 caixas as oferecidas, pois por cada 6 caixas o clube ofereceria uma caixa. Restava-lhe saber qual o valor das caixas oferecidas, operação para a qual foi utilizada a decomposição “12 x 3 = 2 x 6 x 3”, chegando ao resultado de 36 euros, enquanto para o valor das caixas comprados utilizaram a partição “72 x 3 = 70 x 3 + 2 x 3”. O grupo apresentou todo o procedimento à restante turma, mencionando todos os cálculos, assim como todos os dados que utilizaram para a sua resolução.

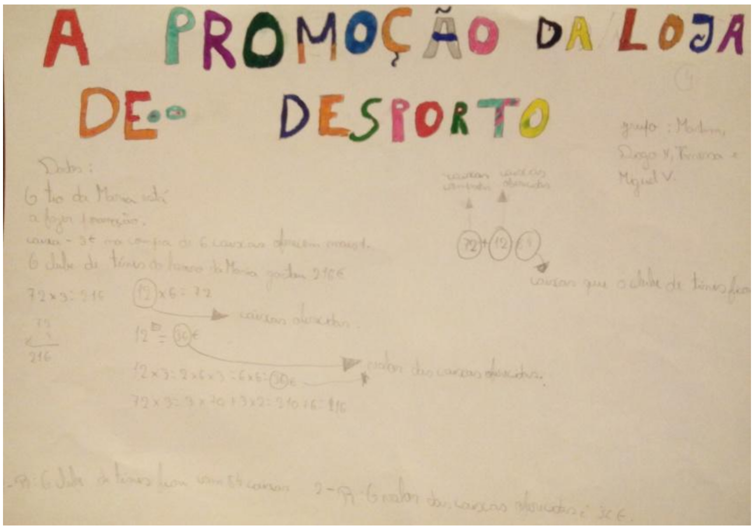


Fig. 40– Apresentação do quinto grupo na tarefa "A promoção da loja de desporto".

Após todos os grupos terem apresentado, estes tornam ao lugar e dou início à quarta fase onde pretendo sistematizar todas as aprendizagens efetuadas, clarificando novamente a tarefa, realizando um resumo do trabalho de todos os grupos; Primeiramente chamei a atenção dos alunos para a relação entre o número de caixas compradas e o número de caixas oferecidas, sendo sempre uma relação de 6 para 1: para cada 6 caixas compradas há 1 de oferta, onde realcei também o facto de uma caixa de bolas de ténis custar 3 euros; tendo assim todos os dados necessários à realização da tarefa. Fiz então uma tabela no quadro, onde coloquei as caixas compradas e as caixas oferecidas, estabelecendo a sua relação, e onde também identifiquei o dinheiro gasto.

Esta tarefa permitiu aos alunos estabelecerem relações entre as duas variáveis (numero de caixas compradas e numero de caixas oferecidas), e também permitiu que os alunos criassem várias formas de resolução, conseguindo criar um debate de ideias com estratégias diversificados.

Síntese

Após esta tarefa foi facilmente observável que alguns dos alunos da turma já se encontra num nível de cálculo formal, não precisando de recorrer a registos escritos para a resolução de operações, conseguindo operar mentalmente em alguns dos procedimentos na resolução da tarefa. Durante a tarefa pude notar que cada grupo utilizou uma estratégia diferente, desde tabelas a representações pictográficas, contribuindo assim para uma discussão diversificada, promovendo desta forma aprendizagens significativas, pois cada criança adquiria diversas formas de resolução de uma única tarefa.

Esta tarefa permitiu também o estabelecimento de muitas relações numéricas, facilmente observáveis no grupo que recorreu à tabela como forma de representação, onde na linha superior da tabela se encontrava facilmente a tabuada do 6, dado que cada caixa possuía 6 bolas, e na parte inferior da tabela o valor ia variando de 1 em 1, sendo que o produto dos valores da linha superior e inferior da tabela coincidia com os valores da tabuada do 6.

A tarefa permitiu ainda reparar que alguns dos grupos utilizaram algumas estratégias de cálculo para a multiplicação na sua resolução, sendo mais vezes utilizada a partição do que a decomposição, pois os alunos mostram tornar-se mais fácil de aplicar. Alguns grupos utilizam as duas estratégias (partição e decomposição), sem nunca utilizarem unicamente a decomposição, e usando sempre primeiro a partição.

Relativamente às dificuldades nesta tarefa, pude aperceber-me que os alunos apresentavam alguma dificuldade em tornar escrito o seu raciocínio, dificuldade essa que era combatida com a verbalização dos raciocínios. Era verificado que os alunos, ao verbalizarem o seu pensamento, o mesmo se tornava mais claro, tornando-se mais fácil o seu registo escrito.

O almoço na cantina

A tarefa "O almoço cantina" realizou-se no dia 5 de dezembro de 2014, tendo sido realizada com a prática de ensino exploratório.

> As mesas da cantina da escola têm 8 lugares, sendo que têm 3 lugares de cada lado, e dois às pontas.
>
> Quantas mesas encostadas umas às outras pelo lado mais comprimido serão necessários para se sentarem 72 alunos?
>
> De que forma se podem sentar os 72 alunos, unindo mesas iguais às da figura, mas usando o menor número possível de mesas?
>
> E para 224 alunos?

A aula iniciou com a explicação e clarificação do enunciado da tarefa, onde foi esclarecida com os alunos a questão da disposição das mesas, diferenciando as mesas unidas pelo lado mais comprido e a questão de se utilizar o menor número de mesas possíveis promovendo assim o sucesso da tarefa, para clarificar a questão recorri ao quadro de giz onde desenhei a mesa na horizontal, questionando os alunos:

> Eu: O que acham que quer dizer "utilizando o menor de mesas possível?
> F: É usar menos mesas
> Eu: E como é que isso seria possível?
> M: Viramos as mesas ao contrário, assim para cima.

Após a intervenção do M. desenhei as mesas verticalmente no quadro, unidas pelo lado mais curto ou seja, pelo lado onde apenas havia um lugar. Quando tive feedback de que todos os alunos, através de questões, tinham compreendido o que era pedido, formei os grupos de trabalho, permitindo assim que todos os alunos interajam, dando assim início à segunda fase.

Nesta fase rondei os grupos de trabalho a fim de perceber os seus procedimentos e se estavam a agir de forma correta, tentando esclarecer todas as dúvidas e dando-lhe alguma orientação na execução da tarefa, caso fosse necessário:

> Eu: Então o que estão a fazer?
> D.M: Aqui ficam 3 deste lado e 3 deste, no fim são 3 de cada lado… aqui agora…
> P: Estão aí 46.
> D.M: Então aqui 33… hum… 23.
> Eu: Se calhar é melhor voltarem a contar.
> D.M: São 23.
> Eu: E os alunos?
> P: Eu já tinha dito… 23+23=46.
> D.M: Mais os do lado
> P: 49…
> D.M: 52… ainda faltam 20.
> Eu: 20 quê?
> D.M: 20 alunos, logo são 10 mesas.
> P: Mas não te esqueças de meter aqui as três.

A P. mostra que consegue rapidamente calcular que há 46 lugares, enquanto o D.M realiza a contagem de símbolos presentes na folha e que representam as mesas. O grupo estava bem encaminhado, realizando esquemas pictográficos através de mesas com os respetivos lugares, conseguindo compreender que o número de mesas que havia no meio era sempre metade do número de lugares que iriam existir, sendo que para 20 alunos iriam ser 10 mesas, não esquecendo as mesas que iriam ser colocadas às pontas e que levariam 3 lugares cada uma, sendo um total de 6 lugares.

Após ter visto o grupo encaminhado na sua resolução, avancei para outro grupo, e questionei-os sobre o que estavam a fazer:

> J: Eu já dei a resposta.
>
> Eu: E qual é a resposta?
>
> J: Temos que ir contar as mesas porque quando chegarmos… bem o T.R está a fazer agora para 53 alunos, e quando der 69 com dois alunos, metemos os outros 3 la para cima, e depois vimos quantas mesas são, e assim é a forma mais comprida.

O grupo do J. decidiu resolver a tarefa através também de um esquema, chegando assim à solução através da experimentação, onde já iam com 53 lugares, tendo compreendido que assim que tivessem 69 lugares na sua representação, essa seria a penúltima mesa a colocar, pois a última já teria os 3 lugares, perfazendo assim os 72 lugares. O J. ao afirmar "e assim é a forma mais comprida" transmite que tem conhecimento que haverá alguma forma para resolver o problema sem demorar tanto tempo no desenho, tendo conhecimento que existirá uma formula para facilmente descobrir o numero de mesas precisas.

Entretanto o grupo tinha-me voltado a chamar, pois descobriram outra forma de resolução, o grupo tinha resolvido a tarefa através de uma fórmula:

> D.M: O último são 37 mesas não é? São 37, a gente aqui primeiro estávamos a pensar mal, porque estávamos a fazer os da segunda pergunta.
>
> P: Com a terceira.
>
> Eu: Mas viram que é diferente?
>
> A: Eu disse para eles trocarem aqui.
>
> P: Depois fizemos esta conta aqui para ver quanto é que dava, e deu 224.
>
> Eu: Sobrou algum lugar?
>
> D.M: Na segunda e que sobram 2. Sobram 2 lugares.
>
> Eu: Para a segunda pergunta?
>
> P: Diz assim "De que forma se podem sentar os 72 alunos, unindo as mesas iguais as da figura, mas usando o menor número possível de mesas?"
>
> Eu: Então vamos verificar…
>
> D.M: Então 7 lugares…
>
> Eu: Sim…
>
> D.M: mais 6 lugares e 11 mesas… é 6x11
>
> Eu: Que dá?
>
> P: 66
>
> D.M: Mais 14… dá 80.
>
> Eu: Queremos?
>
> D.M: 72, sobram 8

P: Tiramos uma mesa.
D.M: Então é o que a gente tinha: 12 mesas e sobram 2 lugares.

O grupo ia no caminho certo, conseguindo estabelecer a relação entre o número de alunos e o número de mesas, chegando facilmente à conclusão através da fórmula matemática (7+(6x11)+7), conseguindo interpretar os resultados de forma a concluir que iriam sobrar 2 lugares na disposição das mesas. Ao ver que estavam no bom caminho incentivei os alunos a resolver a questão para os 224 alunos, ao que a A. respondeu:

A: Vamos aproveitar este esquema.

Neste caso a A. mostra que consegue perceber o sentido da fórmula matemática, compreendendo que a mesma poderá ser utilizada para diversos valores, neste caso a mesma poderá ser aplicada aos 224 alunos, sendo apenas necessário alterar valores:

Eu: Já têm aí tudo.
P: 224 – 14…
D.M: 210 a dividir por 6, e depois somam-se os outros 14.
Eu: 14?
D.S: As mesas.
D.M: Pois porque já temos os alunos, somam-se duas mesas. O quociente é o número de mesas, mas depois temos que juntar mais 2.

O D.M mostra que mais uma vez compreendeu bem a formula para a resolução de tarefas, quando afirma que o quociente é o número de mesas, tendo consciência do sentido da operação e do significado de cada parte da fórmula.

Quando todos os grupos deram por terminado a sua resolução da tarefa e a respetiva apresentação, deu-se início à discussão.

O primeiro grupo a apresentar (fig. 41) conseguiu responder às questões colocadas, no entanto os cálculos eram confusos, tendo o grupo apresentado dois cálculos com recurso à partição. O grupo embora tivesse no caminho certo durante o desenvolvimento da tarefa, durante a discussão o grupo não conseguiu tornar claro o seu raciocínio:

I: “Nós fomos buscar respostas à folha que tínhamos para chegarmos à conclusão. A Inês tinha desenhado aqui uma mesa no quadro, e como estava na folha. Nós pensámos que o lado maior, e como dizia que elas se juntavam pelo lado maior,

nós fizemos assim (A I. desenhou no quadro de giz uma mesa) e fomos acrescentando mesas aqui.
V: Para chegar ao resultado tivemos que contar as mesas todas, e eram 33 mesas.
(silêncio)
V: Nós depois fizemos 214 a dividir por 2 que era igual a 107, e depois somámos mais 2 e deu 109.

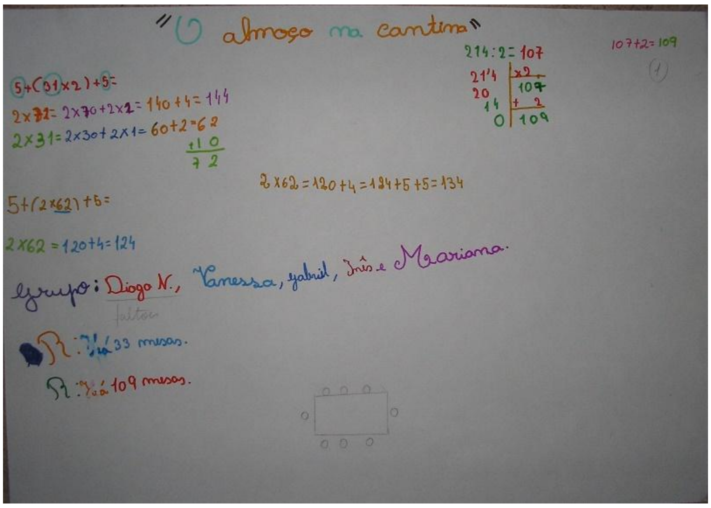


Fig. 41 - Apresentação do primeiro grupo na tarefa "O almoço na cantina"

O grupo tinha a resolução da tarefa correta, no entanto não soube verbalizar o seu raciocínio de forma clara o que acabou por prejudicar um pouco a sua apresentação, no entanto é notório que o grupo entendeu o que era pedido, tendo tido dificuldade em passar o seu raciocínio para um registo escrito.

O grupo que se seguiu (fig.42), apresentou cálculos esses suportados pela estratégia da partição, tendo como recurso a esses cálculos um esquema representativo de cada tipo de disposição das mesas. No entanto, na sua explicação foram um pouco mais longe, quando os incentivei:

D.A: Então, por partição 12x22 é igual a 10x20 +10x2 + 2x20 + 2x2 = 200+20+40+4 = 264
Eu: Eu quero saber como é que chegaram a esses valores…
G: Nós quando estivemos a fazer, eu pensei assim, então se 12x6 era 72, nós queríamos saber quantas vezes é que eram 224 alunos, então pensei: Será que do 12 conseguimos chegar a 224? Então fui fazendo 12+12+12+12…
D.A: Deu-nos 18.
G: mas dava 228, por isso tivemos que tirar 4.

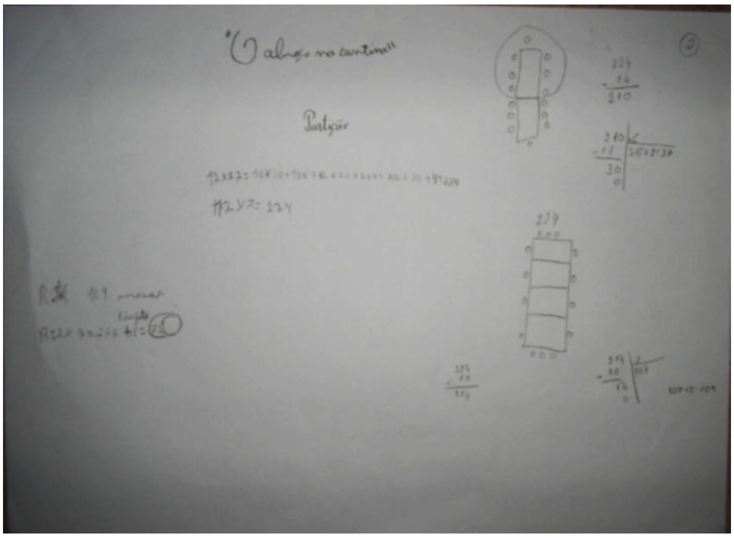


Fig. 42 - Apresentação do segundo grupo na tarefa "O almoço na cantina"

O G. demonstrou conseguir estabelecer relações numéricas entre 72 e 224, conseguindo compreender que apenas o 72 era múltiplo de 12, partindo da multiplicação de 12x6. Posto isto, incentivei a L.

> Eu: L. consegues explicar?
>
> L: Já sabia que as mesas estavam juntas pelo lado mais pequeno que era onde havia só 1, então 1 mesa dá 7 lugares, uma mesa junta com outra dá 7, mais outra dá 7 que é igual a 14, então fiz 224-14 que dá 210…
>
> D.A: Depois 210 a dividir por 6.
>
> L: Então 210 a dividir por 6, deu-me 35 e resto 0, e depois fui acrescentar mais 2.
>
> M: Que eram as da ponta
>
> L: Sim, que é igual a 37. Depois aos 224 tirei 10 alunos, e foi 214. Depois a dividir por 2 deu 107 e depois fiz 107+2 que eram as da ponta e deu 109. E são 109 mesas.

Quando solicitei que clarificasse o raciocínio a L. conseguiu verbalizar todo o raciocínio, deixando de parte o raciocínio do G. focando-se na visualização do desenho das mesas, conseguindo primeiro operar mentalmente acabando depois por conseguir realizar o registo escrito do seu raciocínio.

O grupo que se seguiu (fig. 43) utilizou uma representação pictográfica como forma de resolução da tarefa, apresentando todas as mesas necessárias para os alunos que eram referenciados nas várias alíneas. Inicialmente o grupo começou por dizer as mesas que iam aumentando e consequentemente o número de lugares que iam ficando disponíveis para os alunos:

P: Na primeira mesa havia 2 lugares, mas estavam cá em cima também, na segunda mesa havia 4, na terceira ficavam 6, na quarta ficavam 8 (…) na décima ficavam 20 e sempre assim de dois em dois.

D.M: E no fim somámos as 3 de uma ponta mais as 3 de outra ponta que dava 6, para fazer os 72 alunos.

P: E a resposta serão necessárias 33 mesas.

A: Na outra fizemos: na primeira tinham 6, na segunda tinham 12, na terceira tinham 18, na quarta tinham 24 (…) na décima primeira tinham 66.

D.S: Depois juntámos as da ponta que deu 74, tivemos que tirar 2 lugares.

C.C: Fizemos as contas 224-14, que é dos lugares das pontas.

D.M: Depois é 210 a dividir por 6 que é 35.

A: E resto 0

D.M: Depois temos que juntar as duas mesas que tirámos e dá 37.

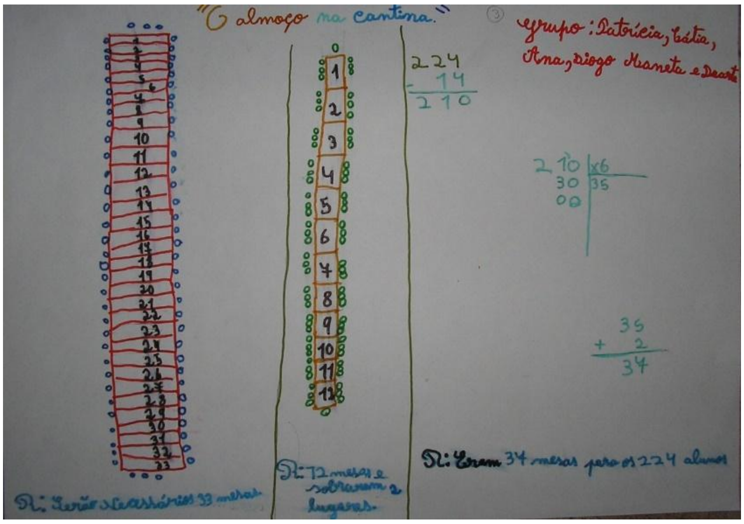


Fig. 43 - Apresentação do terceiro grupo na tarefa "O almoço na cantina"

O grupo utilizando uma representação pictográfica conseguiu chegar à resolução da tarefa, conseguindo estabelecer relações numéricas entre o número de mesas e o número de lugares que se iam acrescentando, afirmando que quando as mesas se unem pelo lado mais comprido, os lugares vão variando de 2 em 2, sendo esses os lugares disponíveis, e no caso de as mesas serem unidas pelo lado mais pequeno, os lugares disponíveis nas mesas que se vão acrescentando variam de 6 em 6, onde o grupo não se esqueceu, em ambos os casos, de acrescentar os lugares disponíveis nas mesas das pontas.

O último grupo a apresentar (fig. 44) utilizou também um esquema pictográfico para responder à primeira questão, para a segunda questão utilizaram uma fórmula com a estratégia de partição, e utilizaram uma divisão para responder à terceira questão:

T.F: Na primeira fizemos da maneira mais comprida até chegar aos 72 alunos. Serão necessárias 72 mesas.

J: Pronto é assim, a primeira mesa tinha 5 alunos, por isso depois fomos fazendo 7, 9, 11, 13 … e depois vimos que a tabuada ia logo, como era 5 ia sempre somando mais 2, por isso ia dar número ímpar, que ia dar 33, na tabuada do 33 por causa que era número ímpar, Atão fomos sempre, sempre, sempre e sabíamos que… e na última muitos grupos meteram lá logo o 3, e nós não, só metemos aqui as duas até ao 33 porque seria mais confuso, porque se era número ímpar não era preciso irmos fazer… pergunta 2: nós fizemos na 2, se primeiro dava 33, fizemos 2 x 33 mais 6 que é igual a 2x30 + 2 x3 + 6 é igual a 72, por isso dava 72 mesas.

Eu: dava quantas mesas?

J: 72.

Eu: Mesas?

J: Ai! Alunos… e 33 mesas.

T.R: Aqui fizemos uma conta de menos: 224 alunos - 10 e deu 214 alunos.

J: Então agora nós fizemos diferente, então depois somámos esta mesa aqui, fingimos que está aqui, não estava então esta mesa e esta são as duas mesas, tirámos e fizemos 210 a dividir por 2.

Eu: Porque?

J: Porque tirámos as 10 que eram destas mesas.

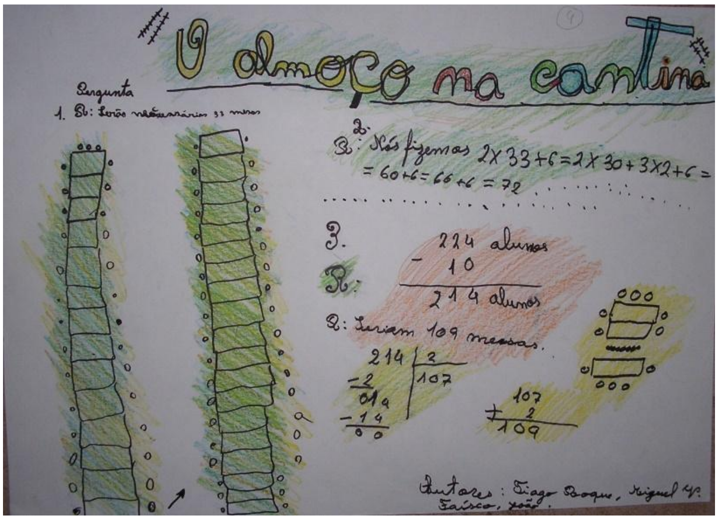


Fig. 44 - Apresentação do quarto grupo na tarefa "O almoço na cantina"

O grupo teve uma apresentação coerente, conseguindo explicar todos os passos e estabelecer todas as relações numéricas pretendidas. A apresentação foi muito diversificada pois o grupo conseguiu apresentar para cada questão um tipo de representação diferente; Primeiramente utilizou a representação pictográfica, e depois recorreu à divisão para dar resposta à questão. O grupo conseguiu estabelecer relações numéricas entre os números ímpares, e que apesar de ir sempre somando mais 2, o resultado ia sempre ser ímpar pois número ímpar mais número par dá número ímpar, conseguindo também utilizar a fórmula em diferentes contextos, compreendendo assim o significado da mesma.

Síntese

Durante a realização desta tarefa os alunos recorreram muitas vezes a representações pictográficas para registar o seu raciocínio, no entanto houve grupos que embora as tivessem utilizado conseguiram realizar os cálculos referentes à tarefa, sendo notado que muitos dos alunos não só se encontram no nível de cálculo formal, não precisando de registos escritos, como também conseguem utilizar fórmulas para resolver a tarefa, conseguindo generalizar a fórmula utilizando-a para diversas alíneas, mostrando que compreendiam a fórmula e o que era pedido em cada uma das alienas.

No que diz respeito às representações usadas pelos alunos, é notória a grande utilização de representações pictográficas pelos alunos, tanto em folhas de rascunho como na sua apresentação havendo, no entanto, alunos que utilizaram representações recorrendo apenas a numerais, conseguindo através delas clarificar o seu raciocínio e resolver a tarefa, no entanto para todos os grupos foi importante a representação visual da disposição das mesas e dos respetivos lugares tendo os alunos uma maior perceção do que era pedido, contribuindo para o sucesso da tarefa.

A tarefa ainda permitiu aos alunos o estabelecimento de relações numéricas como é o caso da relação entre o número de alunos/lugares e número de mesas conseguindo chegar à fórmula (lugares da primeira mesa + (n.º de lugares x mesas do meio) + lugares da última mesa). Um grupo conseguiu ainda estabelecer uma relação entre 72 e 224 alunos, pensando que ambos seriam múltiplos de 12 a partir de 6x12=72, no entanto chegaram à conclusão que o 228 é que era múltiplo de 12, tendo que subtrair 4 para conseguir o resultado pretendido. Um outro grupo demonstrou compreender que número ímpar mais um número par iria dar sempre número ímpar, pois partindo do número 5 e adicionando sempre 2, iria dar sempre número ímpar conseguindo dessa forma chegar ao número 33.

Mais uma vez os alunos demonstraram uma maior apetência para utilizar a estratégia de partição, mostrando ser mais fácil pelos alunos, apenas um dos grupos usou a decomposição ao tentar chegar ao 224 a partir do número 72, chegando à conclusão que 72 era composto por 6 vezes o número 12, e que apenas o 228 era composto por 19 vezes o 12.

Relativamente às dificuldades sentidas pelos alunos, os alunos mostraram alguma relativamente à disposição dos lugares, havendo alguma confusão relativamente aos lugares do meio e aos das pontas. Os alunos teriam que pensar que as mesas que ficariam nas pontas não teriam os mesmos lugares que as mesas que iam ficar no meio, pois ao serem unidas perderiam alguns lugares, o que gerou alguma confusão pois os alunos normalmente esqueciam os lugares que havia a mais nas mesas das pontas. Também o facto de as perguntas serem direcionadas para 72 e para 224 alunos trouxe dificuldades, pois para eles a forma mais fácil de resolução era a representação pictográfica e dado o número elevado de alunos tornaria complexa e trabalhosa a representação, gerando por vezes alguma confusão nos alunos, pois quando a questão era relativa a 224 alunos, teriam que sobrar nas mesas 2 lugares, sendo que muitos alunos não frisaram isso.

Capítulo V

Conclusão

No último capítulo do presente relatório, pretende-se sistematizar os pontos fulcrais da investigação que decorreu no contexto educativo de Pré-Escolar e de 1.º Ciclo do Ensino Básico, assim como expor as principais conclusões resultantes da investigação de forma a dar resposta às questões a que me propus inicialmente, no âmbito da investigação ao nível do desenvolvimento do cálculo mental.

O capítulo contará com uma secção onde será feita uma sistematização de ideias e onde serão apresentadas as conclusões da investigação como auxílio à realização das considerações finais, pretendendo-se dessa forma uma análise transversal dos objetivos traçados para a investigação em Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, assim como criar uma comparação entre os dois contextos supra referidos relativamente à investigação, às aprendizagens realizadas, às dificuldades sentidas ao longo de toda a prática educativa, e à importância do desenvolvimento do cálculo mental nas crianças.

Síntese da investigação

Na presente secção do capítulo V seguir-se-á uma síntese relativamente à investigação realizada, focando os objetivos, as questões iniciais, a metodologia, a data em que os dados foram realizados bem como o processo de análise dos dados. Procura-se desta forma compreender como a investigação terá decorrido, nomeadamente o desenvolvimento do cálculo mental nas crianças durante a realização das tarefas.

Tal como mencionado anteriormente, os objetivos da presente investigação recaem sobre compreender, analisar e refletir a forma como as crianças de pré-escolar e de 1.º Ciclo do Ensino Básico desenvolvem o cálculo mental com base em tarefas que lhes eram propostas.

Assim sendo, a investigação pretende dar resposta às cinco questões orientadoras:

- Que nível de cálculo exibem as crianças?
- Que tipo de relações numéricas estabelecem as crianças?
- Que estratégias de cálculo demonstram as crianças?
- Que representações adotam as crianças?
- Que dificuldades revelam as crianças?

Ao longo da presente investigação pretendeu-se sempre ter em conta os objetivos definidos inicialmente assim como as questões supra referidas, coocorrendo também a procura da fundamentação da investigação com base nas referências teóricas relativas ao tema a investigar.

A revisão da literatura considera a importância do desenvolvimento do sentido de número no desenvolvimento do cálculo mental nos primeiros anos de escolaridade, onde é referido o cálculo mental como destreza de cálculo fundamental que faz parte do desenvolvimento do sentido de número, assim como estratégias para o desenvolvimento do cálculo mental e a sua importância no currículo da matemática nacional e internacional nas aprendizagens das crianças. O presente relatório faz ainda referência à importância das tarefas realizadas em sala de aula no desenvolvimento de estratégias de cálculo, assim como a metodologia usada para a recolha de dados.

A investigação foi realizada com base na metodologia da investigação-ação, permitindo assim compreender, analisar, refletir e orientar toda a minha ação educativa. Foi também possível conhecer e perceber os dois contextos educativos, onde foi realizada a minha prática de ensino supervisionada de pré-escolar e de 1.º ciclo do ensino básico, permitindo compreender o desenvolvimento do cálculo mental das crianças e alunos, conseguindo assim dar resposta às questões estabelecidas inicialmente para orientar a investigação. Após uma análise de toda a investigação pode classificar-se como sendo de natureza qualitativa.

A presente investigação decorreu em dois contextos diferentes e em períodos igualmente diferentes, sendo em ambos os contextos realizadas tarefas diversificadas, tendo apenas um objetivo em comum: o desenvolvimento do cálculo mental, porém no 1.º Ciclo do Ensino Básico foi sugerida a metodologia de ensino exploratório, pois é essencial para o desenvolvimento dos alunos facilitar-lhes o diálogo, propor contextos significativos e tarefas diversificadas. Desta forma o desenvolvimento da investigação decorreu em contexto sala de aula no 2.º semestre de 2013/2014 e no 1.º semestre de 2014/2015, respetivamente numa sala do Jardim-de-Infância da Cruz da Picada e numa turma de 4.º ano de escolaridade da Escola Básica do Bairro Senhora da Glória.

Durante este tempo em que a investigação se desenvolveu foi imprescindível efetuar uma recolha de dados, usando técnicas como: observação direta, vídeos, fotografias, gravações áudio, reflexões, notas de campo e representações utilizadas pelos alunos. Todos os dados recolhidos foram seguidos de uma análise dos mesmos, a fim de compreender como as crianças e alunos resolviam as tarefas: quais as estratégias e representações utilizadas, qual o seu nível de cálculo, as relações numéricas que estabeleciam e as dificuldades sentidas, toda a análise efetuada permitiu ainda melhorar a minha ação educativa. Os dados recolhidos pretendiam ter uma análise a fim de dar resposta às questões colocadas assim como terem por base toda a fundamentação teórica presente na revisão de literatura.

A recolha e análise de dados permitiram uma seleção das tarefas realizadas no que diz respeito à relevância para o desenvolvimento do cálculo mental das crianças e alunos, selecionando-se para uma análise mais pormenorizada, quatro tarefas realizadas em contexto Pré-Escolar e quatro de contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, que revelaram evidências pertinentes para esta investigação, sendo apresentadas e analisadas no presente relatório no capítulo 4.

Conclusões da investigação

Na secção seguinte serão apresentadas as respostas às questões estabelecidas inicialmente, sendo separadas por questões e por contextos.

Que nível de cálculo exibem as crianças?

Pré-Escolar

Ao longo das tarefas realizadas em contexto pré-escolar foi possível verificar em que nível de cálculo se encontravam as crianças. Sendo as tarefas realizadas muito úteis para o desenvolvimento desse nível de cálculo, pois estes níveis não estão estagnados e é importante ajudar os alunos na sua evolução, sendo notados alguns momentos de evolução do nível de contagem para o nível de cálculo por estruturação, embora as crianças se sentissem mais seguras através do cálculo por contagem. Esta evolução de níveis de cálculo foram baseados em materiais de apoio ao cálculo estruturados e não estruturados, mostrando-se fundamentais para essa evolução. De seguida são apresentadas as tarefas realizadas pelas crianças, e os níveis de cálculo exibidos por elas, estando as crianças maioritariamente no nível de cálculo por contagem, sendo este o "primeiro nível da adição e subtração" (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008), o primeiro método que as crianças utilizam para resolver problemas.

As crianças exibiram um nível de cálculo por contagem, recorrendo por diversas vezes à contagem pelos dedos, embora algumas crianças mostrassem conhecimento de resultados de algumas relações numéricas.

As crianças revelaram sinal de transição para o nível de cálculo por estruturação, pois as crianças conseguiam responder às questões através de relações numéricas estabelecidas, recorrendo ainda ao cálculo por contagem a fim de verificar a correção das respostas, sentindo-se dessa forma mais seguras dos cálculos por elas efetuados. As crianças numa outra tarefa, voltaram a exibir um nível de cálculo por contagem, recorrendo à contagem termo a termo para dar resposta às questões por mim colocadas, sendo por vezes essa contagem realizada em silêncio.

1.º Ciclo

No contexto de 1.º ciclo também foram realizadas tarefas que permitiram compreender em que nível de cálculo se encontravam os alunos, sendo para isso fundamental acompanha-los durante o desenvolvimento das tarefas que tinham por base a prática de ensino exploratório, a fim de compreender os seus raciocínios. Sendo esperado que os alunos, frequentando o 4.º ano de escolaridade, se encontrassem já num nível formal, ou seja, não precisassem de auxílio na contagem, efetuando cálculos mentalmente, no entanto após análise das tarefas, verificou-se que alguns elementos da turma ainda se encontravam em transição do nível de cálculo por estruturação para o nível de cálculo formal.

No decorrer das tarefas foi notado que alguns alunos exibiam um nível de transição do cálculo por contagem para o cálculo por estruturação, registando os passos intermédios para chegar ao resultado; no entanto é visível que alguns cálculos efetuados pelos alunos não se basearam em registo escritos mas apenas em cálculo mental.

Alguns alunos exibiam o nível de cálculo formal não necessitando de auxílio visual no cálculo, ou seja não necessitam de registos escritos, no entanto, havia também alunos que mostravam alguma dificuldade, necessitando de recorrer a representações simbólicas para basear a sua contagem. Nota-se facilmente o momento de transição do cálculo de estruturação para o cálculo formal, sendo essencial criar oportunidades aos alunos que realizem essa elaboração.

Alguns ainda recorreram à representação para dar resposta às questões, outros alunos conseguiram ainda chegar a uma fórmula matemática que deu resposta às questões colocadas no enunciado, conseguindo utiliza-la com diversos valores.

Que tipo de relações numéricas estabelecem as crianças?

Pré-Escolar

As tarefas realizadas proporcionaram às crianças o estabelecimento de relações numéricas, as quais se tornam importantes para o desenvolvimento do número que por sua vez as ajudará a desenvolver o cálculo mental nas crianças. Através das tarefas realizadas foram estabelecidas variadíssimas relações, as quais serão seguidamente apresentadas.

As crianças tiveram oportunidade de estabelecer diversas relações numéricas, como por exemplo relações de parte-parte-todo, conseguindo as crianças chegar ao todo através de uma das partes, conseguindo também decompor o todo em duas partes, memorizando essas combinação começando posteriormente a utilizar essas combinações noutras atividades, as crianças começaram também por compreender que na presente atividade os diversos números poderiam ser apresentados nas mais variadas disposições e cores, assim como estabelecer relações de simetria como a+b = b+a. também utilizaram termos matemáticos como “mais” e “igual”, assim como a apreensão do 0 como número e mais uma vez o estabelecimento das relações de simetria de a+b=b+a.

Houve ainda oportunidade de as crianças estabelecerem algumas relações relativamente ao 5 e 10 como números de referência, servindo as relações com o número 5 de alicerce às relações estabelecidas para o número 10. Foram estabelecidas relações de parte-parte-todo, utilizando também a subtração através do todo com questões como (“Quantos números faltam para o 10?”), onde as crianças tomaram consciência da diferença das partes, tentando diferencia-las através da sua denominação.

As crianças estabeleceram ainda relações numéricas de *“mais 1 que…”* e *“menos 1 que…”*, tendo as crianças mostrado mais apetência para a relação “*mais 1 que…”*

1.º Ciclo

Nas tarefas de 1.º Ciclo do Ensino Básico com base em práticas de ensino exploratório, também foi dada aos alunos a oportunidade de estabelecerem relações numéricas essenciais para o seu desenvolvimento do sentido de número. As diversas tarefas realizadas, permitiram assim o estabelecimento de também variadas relações numéricas.

Nas tarefas realizadas diariamente, os alunos estabeleceram relações de adicionar partições da segunda parcela e de dobro e quase dobro, também são estabelecidas relações de decomposição dos números, os alunos também conseguiram perceber que 5x200 seria o mesmo que multiplicar 5 por 2, acrescentando os zeros no resultado final.

Os alunos estabeleceram ainda, nas restantes tarefas, relações de dobros, assim como relações entre um número divisível por 2, 3 e 4 e a tabuada do 3. A última tarefa proposta aos alunos permitiu estabelecer relações entre o número de alunos e o número de mesas, utilizando os alunos a fórmula (lugares da primeira mesa + (n.º de lugares x mesas do meio) + lugares da última mesa); alguns alunos estabeleceram ainda uma relação entre 72 e 224, pensando que eram ambos múltiplos de 12, chegando à conclusão que apenas 228 era múltiplo. Houve ainda também uma relação numérica entre número ímpar e número par, sendo que ímpar + par iria sempre dar número ímpar, pois partindo do número 5 e somando sempre 2, iria sempre dar ímpar, chegando assim ao número 33.

Que estratégias de cálculo demonstram as crianças?

Pré-Escolar

As tarefas realizadas neste contexto permitiram que as crianças utilizassem estratégias de cálculo, sendo que em todas as tarefas realizadas foi usada a estratégia de decomposição, onde as crianças procederam à decomposição do todo em duas partes, usando material estruturado de apoio ao cálculo (pratos de pontos, tampas de garrafas, molduras de 10 e colar de contas).

1.º Ciclo

Neste contexto os alunos, através das tarefas realizadas, também tiveram oportunidade de utilizar estratégias de cálculo, sendo a partição a mais observada, notando-se que os alunos demonstram maior facilidade em usá-la. Na tarefa realizada diariamente, os alunos utilizaram as estratégias de decomposição e partição conforme o que era solicitado no início da manhã, porém nas restantes tarefas, notou-se uma maior utilização da estratégia de partição, notando-se que a estratégia de decomposição nunca foi observada individualmente, sendo sempre antecidada da estratégia de partição.

Que representações adotam as crianças?

Pré-Escolar

As crianças no contexto pré-escolar exibiam claramente o nível de cálculo de contagem, recorrendo a diversas representações para auxiliar essa mesma contagem, sendo comum em todas as tarefas os dedos das mãos como auxílio à contagem, assim como a palavra oral através da qual as crianças expressavam os seus raciocínios. As crianças recorriam ainda a tampas de garrafas e canetas para estabelecer relações numéricas, e ainda ao material estruturado de apoio ao cálculo como os pratos de pontos, as molduras de 10 e ainda o colar de contas para representar as várias relações numéricas.

1.º Ciclo

Nas tarefas de 1.º Ciclo muitas foram as representações usadas pelas crianças como forma de resolução das tarefas propostas, no momento das discussões da tarefa, onde cada grupo apresentava uma forma de representação. Os alunos, na tarefa realizada diariamente, utilizaram representações com numerais, utilizando o caderno para o registo escritos dos cálculos.

Nas restantes tarefas foi possível verificar uma grande utilização de tabelas como forma de representação, embora grande parte dos alunos tenha utilizado nas suas folhas de rascunho representações pictográficas para chegar à resolução, revelando assim que os alunos necessitam ainda de estruturas que apoiem os seus raciocínios, sendo fundamental proporcionar essas oportunidades aos alunos.

Que dificuldades revelam as crianças?

Pré-Escolar

No que diz respeito às tarefas realizadas neste contexto, foram notadas por mim e sentidas pelas crianças algumas dificuldades, nomeadamente no que diz respeito à compreensão do que era pedido em cada tarefa.

Ao longo da realização das tarefas, foram sentidas algumas dificuldades no que diz respeito à memória visual das crianças nomeadamente no *subitizing* com números superiores a 5, onde as crianças afirmaram que não tinham "tempo para contar", as crianças mostraram também dificuldade na verbalização das partes e do todo, havendo dificuldades na compreensão do todo como a soma de ambas as partes, houve ainda dificuldade em formar conjuntos, colocando elementos a mais nas partes, ou seja, dificuldades na decomposição do todo. Também na identificação do todo como a soma das duas partes, pois ao questionar as crianças "Então como é que fizeste?" as crianças limitavam-se a contar o total de objetos em vez de contarem cada conjunto associando-o a uma adição; Foi possível verificar que havia muita dificuldade em assumir o 0 como número, pois as crianças tinham necessidade de colocar elementos em ambas as partes e assumir o 0 torna-se difícil pois não dá para contar e a sua adição a um qualquer número não o vai alterar, o que baralhava um pouco as crianças.

As crianças sentiram dificuldades também nos números entre 5 e 10 tendo que recorrer à contagem pelos dedos para responder às questões que eram colocadas como "Que número temos aqui?", mais uma vez a diminuição do tempo de subitizing trouxe às crianças uma grande agitação prejudicando-lhes o raciocínio e a capacidade de estabelecer relações pois queriam responder à pressa. As crianças tinham dificuldade em realizar um subitizing conceptual (reconhecer nas molduras de 10 as partes e o todo), realizando assim um subitizing percetivo onde as crianças reconheciam o número de elementos sem utilizar conhecimentos matemáticos. Na última tarefa, as dificuldades sentidas residiram na utilização do colar de contas como material estruturado de apoio ao cálculo, onde as crianças afirmaram "Eu não percebo porque é que isto não dá para contar", dificuldade essa combatida com as múltiplas oportunidades de exploração do colar por parte das crianças. Quando eram colocadas questões relativamente ao número apresentado no colar, as crianças apresentavam dificuldades na verbalização do todo, respondendo apenas as partes, também a utilização dos números de referência se revelou uma dificuldade pois as crianças recorriam à contagem termo a termo em vez de se basearem na utilização dos números de referência. O estabelecimento de relações numéricas como "menos 1 que…" também se revelou uma dificuldade sendo que as crianças recorriam sempre a relações de "mais", nomeadamente na demonstração do 9, onde era esperado que as crianças utilizassem a relação 10-1, as crianças utilizaram a relação 5+4.

1.º Ciclo

No 1.º Ciclo os alunos também sentiram dificuldades na resolução das tarefas, nomeadamente em passar os seus raciocínios para registos escritos, sendo fundamental a verbalização dos raciocínios de forma a facilitar esse registo escrito. Na realização da tarefa *"partição e decomposição"* foram sentidas algumas dificuldades na distinção entre as duas estratégias, onde os alunos por vezes misturavam as estratégias, começando por realizar a decomposição do segundo número ou a partição do primeiro número, a dificuldade foi combatida através de inúmeras oportunidade de exploração das estratégias. Os alunos sentiram dificuldades por afirmarem serem números muito grandes, pois a sua forma de resolução baseava-se em representações icónicas o que dificultava a sua perceção e transição de valores para a tabela; a expressão "uma travessa para cada x convidados" na tarefa "O jantar do rei" também se mostrou um entrave à resolução do problema, apesar de inicialmente ter sido feita uma pequena dramatização a fim de clarificar a mesma expressão, a interpretação das tabelas efetuadas também se mostrou uma dificuldade por parte dos alunos, pois encontravam-se baralhados com o número de convidados e o número de travessas. Os alunos, na última tarefa mostraram dificuldade na disposição de lugares, nomeadamente no número de lugares de cada mesa, onde as mesas das pontas teriam mais lugares que as mesas que seriam colocadas no meio; os alunos sentiam dificuldade na visualização das mesas e consequentemente dos lugares, o facto de serem pedidos lugares para um elevado número de alunos (72 e 224) também trouxe aos alunos dificuldades pois os alunos realizariam a tarefa através da representação icónica e o elevado número de alunos dificultaria essa mesma representação, pois no que diz respeito aos 224 alunos, iriam sobrar dois lugares.

Considerações finais

Ao longo de todo este trabalho, e após uma reflexão sobre o mesmo, é notório o grande contributo que para mim teve a nível académico, profissional e também pessoal, pois toda a prática educativa e questões da investigação me fizeram crescer a esses níveis, pudendo compreender e analisar a forma como as crianças de Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico em contexto sala de aula desenvolvem o cálculo mental através de situações pensadas para esse fim. Tomei consciência da importância da verbalização das crianças e alunos, facilitando-lhes o diálogo, propondo-lhes contextos significativos e ainda tarefas diversificadas.

A presente investigação, surgiu como forma de desmitificar a Matemática como "bicho de sete cabeças", mostrando que a nova ideia de que as crianças devem adquirir "fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos…" (ME, 2013, p. 6) não poderá ser possível "sem uma sólida proficiência no cálculo mental" (ME, 2013, p. 6). A investigação pretendeu ainda motivar as crianças a desenvolverem competências matemáticas, criando as suas próprias estratégias de cálculo que lhe irão ser úteis no seu dia-a-dia.

Durante a PES em Pré-Escolar foi observado desde o início que as crianças mostravam um grande à vontade no domínio da Matemática, conseguindo estabelecer relações numéricas através de pequenos momentos da rotina diária, desde a contagem de crianças na área do tapete à formação da fila para o almoço, até no mapa de presenças se observou a presença da matemática através de formas geométricas. Ao longo do desenvolvimento das tarefas foi também notado o entusiasmo e empenho das crianças através de pequenas afirmações como "Podemos já fazer com o número 9?" ou "Inês hoje quero fazer matemática contigo.", eram comentários como estes que me faziam querer propor atividades significativas às crianças contribuindo para o seu desenvolvimento escolar e pessoal.

Na PES de 1.º Ciclo do Ensino Básico, com a turma de 4.º ano de escolaridade, os alunos também se mostraram empenhados em tudo o que lhes era proposto. No entanto, não estavam familiarizados com as estratégias de cálculo, nem com a metodologia de ensino exploratório. Os alunos estavam "presos" ao uso de algoritmos, afirmando, no início da exploração de estratégias, “Assim as contas deitadas era como nós fazíamos no 2.º ano.”, revelando o desuso do cálculo mental.

Após cativar os alunos, notou-se uma grande evolução no seu à-vontade com a metodologia de ensino exploratório. Sempre que a rotina da aula tinha que ser alterada, os alunos mostravam-se preocupados “Inês, mas hoje é dia de tarefa, como é que vamos fazer?” ou “Vamos fazer isso rápido para termos tempo para a tarefa”. Os alunos familiarizaram-se rapidamente com a metodologia de ensino exploratório, notando-se evolução no que diz respeito ao desenvolvimento do sentido de número.

Realizando uma comparação entre a investigação realizada nos dois contextos, notou-se que as crianças em contexto pré-escolar mostravam um maior desenvolvimento do cálculo mental, relativamente às estratégias usadas e às relações numéricas estabelecidas, encontrando-se em transição do nível de cálculo por contagem para o nível de cálculo por estruturação. Também as dificuldades sentidas inicialmente residiram na compreensão da relação parte-parte-todo, sendo facilmente combatida com as oportunidades constantes que foram proporcionadas às crianças. Em relação ao 1.º Ciclo, os alunos mostraram maior dificuldade na utilização de cálculo mental, pois já se encontravam no 4.º ano e havia uma grande habituação ao uso de algoritmos dificultando assim a aquisição de estratégias, no entanto foi visível por parte dos alunos uma evolução no desenvolvimento do cálculo mental. Também a introdução da prática de ensino exploratório se revelou uma dificuldade da minha parte, pois os alunos mostravam-se reticentes no trabalho em grupo, havendo sempre alguma confusão, no entanto ao longo do tempo essa dificuldade foi combatida com novas estratégias de formação de grupos.

Resumidamente e tendo em atenção toda a investigação assim como a sua análise e reflexão, pode-se afirmar que as crianças e alunos conseguiram ultrapassar todas as dificuldades que foram sentindo ao longo do desenvolvimento das tarefas propostas, assim como a evolução visível pelas criança e alunos no que diz respeito ao desenvolvimento do sentido de número, nomeadamente do cálculo mental e das suas estratégias de cálculo.

A investigação desenvolvida no âmbito das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada no Pré-Escolar e no 1.º Ciclo, mais propriamente durante o segundo semestre do ano letivo 2013/2014 e o primeiro semestre do ano letivo 2014/2015, mostrou-se crucial para a compreensão do desenvolvimento do cálculo mental nas crianças de Pré-Escolar e de 1.º Ciclo do Ensino Básico. Embora tenha sido pouco tempo, conseguiu observar-se um desenvolvimento do cálculo mental, porém se as práticas educativas tivessem sido prolongadas por mais tempo, o desenvolvimento do cálculo mental poderia ter sido mais acentuado.

Referências bibliográficas

Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? In B. P. Campos (Org.), *Formação Profissional de Professores do Ensino Superior*, vol. I (pp. 21-31). Porto: Porto Editora.

Baroody, A. J. (2010). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças. In B. Spodeck (Ed.), *Manual de Investigação em Educação de Infância* (pp. 333-390),. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. Lisboa.

Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Rocha, I., Castro, J., Serrazina, L. & Rodrigues, M. (2005). *Desenvolvendo o sentido de número – Perspectivas e exigências curriculares.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (Orgs.), (2008). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora.

Canavarro, A.P., (2011). *Ensino exploratório da matemática: práticas e desafios*, Novembro/Dezembro 2011, 11-17

Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: O caso de Célia. In L. Santos, A. P. Canavarro, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Eds.), *Investigação em educação matemática 2012 -Práticas de ensino da matemática* (pp. 255-266). Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Canavarro, A.P., (2012). Cálculo mental [Power-Point]. Évora: Universidade de Évora

Carvalho, R., (2011). *Calcular de cabeça ou com a cabeça?*. Torres Vedras: Escola Básica Integrada Padre Vítor Melícias. In *Atas do ProfMat 2011*. Lisboa: APM.

Castro, J., & Rodrigues M., (2008). *Sentido de número e organização de dados.* Lisboa: Ministério da Educação – Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Guimarães, S. D. (2009). *A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental* (Tese de doutoramento, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – Centro de Ciências Humanas e Sociais). Disponível em: https://sistemas.ufms.br/sigpos/portal/trabalhos/listar~

Mendes, M. F., (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de Desenvolvimento do sentido de número: Um estudo com alunos do 1.º ciclo* (tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa: Instituto de Educação). Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/5893/1/ulsd062295_td_Maria_Mendes.pdf

Menezes, L., Rodrigues, C., & Novo. S. (2008/2009). *Cálculo mental uma aposta forte*. Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos. Viseu: Escola Superior de Educação.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial M.E

Ministério da Educação (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico*. Lisboa: Editorial M.E.

Morais, C. M. (2011). *O cálculo mental na resolução de problemas: Um estudo no 1.º ano de escolaridade.* (tese de Mestrado, Instituto Politécnico de Lisboa - Escola Superior de Educação de Lisboa). Disponível em: http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/1211/1/O%20c%C3%A1lculo%20mental%20na%20resolu%C3%A7%C3%A3o%20de%20problemas.pdf

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: APM

Pinto, S. (2012). *Materiais estruturados: Qual o seu papel na aprendizagem dos primeiros números?.* (tese de Mestrado, Instituto Politécnico de Lisboa - Escola Superior de Educação de Lisboa). Disponível em: http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/2380/1/Materiais%20estruturados.pdf

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM

Serrazina, L., & Oliveira, I. (2001). O professor como investigador: Leitura crítica de investigações em educação matemática. Conferência apresentada no XII Seminário de Investigação em Educação Matemática em Vila Real. Retirado de: http://www.researchgate.net/publication/228460160_O_professor_como_investigador_Leitura_crtica_de_investigaes_em_educao_matemtica.

Van de Walle, J.A. (1988). *Iniciação ao desenvolvimento das relações numéricas* [The early development of number relations]. The aritmetic Teacher, 35(6), 15-21. doi:10.2307/41193345

Apêndices

Apêndice A - Cronograma – Relatório "Desenvolver o cálculo mental"

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
27/10/2014 a 31/10/2014	A	A	A	A	B A Joana e as moedas
3/11/2014 a 7/11/2014	A	A	A	A	B Repartindo castanhas..
10/11/2014 a 14/11/2014	A Decomposição	A Decomposição	A Partição	A Partição	B O jantar do rei
17/11/2014 a 21/11/2014	A Decomposição	A Partição	A Decomposição	A Partição	B O Banco alimentar
24/11/2014 a 28/11/2014	A Decomposição	A Partição	A Decomposição	A Partição	B A Promoção da loja de desporto
1/12/2014 a 5/12/2014	A Decomposição	A Partição	A Decomposição	A Partição	B O almoço na cantina
8/12/2014 a 12/12/2014	A Decomposição	A Partição	A Decomposição	A Partição	B Os bombons da Luísa

Legenda:

A – Regularidades numéricas
B – Resolução de problemas sem uso do algoritmo

Apêndice B – Tarefas “Partição e decomposição”

<u>Dia 10/11 – Decomposição</u>

6 x 45 = 2 x 3 x 45 = 90 x 3 = 270

10 x 35 = 2 x 5 x 35 = 70 x 5 = 350

8 x 15 = 4 x 2 x 15 = 60 x 2 = 120

12 x 20 = 2 x 6 x 20 = 40 x 6 = 240

<u>Dia 11/11 – Decomposição</u>

16 x 50 = 2 x 8 x 50 = 100 x 8 = 800

4 x 12 = 2 x 2 x 12 = 24 x 2 = 48

14 x 5 = 2 x 7 x 5 = 10 x 7 = 70

<u>Dia 12/11 – Partição</u>

3 x 35 = 3 x 30 + 3 x 5 = 90 + 15 = 105

7 x 26 = 7 x 20 + 7 x 6 = 140 + 42 = 182

6 x 42 = 6 x 40 + 6 x 2 = 240 + 12 = 252

<u>Dia 13/11 – Partição</u>

4 x 83 = 4 x 80 + 4 x 3 = 320 + 12 = 332

5 x 63 = 5 x 60 + 5 x 3 = 300 + 15 = 315

3 x 59 = 3 x 50 + 3 x 9 = 150 + 27 = 177

<u>Dia 17/11 - Decomposição</u>

18 x 4 = 2 x 6 x 4 = 8 x 6 = 48

21 x 5 = 7 x 3 x 5 = 35 x 3 = 105

24 x 8 = 4 x 6 x 8 = 31 x 6 = 186

Dia 18/11 - Partição:

4 x 56 = 4 x 50 + 4 x 6 = 100 + 24 = 124

8 x 34 = 8 x 30 + 8 x 4 = 240 + 32 = 272

7 x 62 = 7 x 60 + 7 x 2 = 420 + 14 = 434

Dia 19/11 - Decomposição

6 x 20 = 3 x 2 x 20 = 60 x 2 = 120

12 x 7 = 2 x 6 x 7 = 14 x 6 = 84

20 x 5 = 5 x 4 x 5 = 25 x 4 = 100

Dia 20/11 - Partição:

9 x 14 = 9 x 10 + 9 x 4 = 90 + 36 = 126

7 x 31 = 7 x 30 + 7 x 1 = 210 + 7 = 217

8 x 56 = 8 x 50 + 8 x 6 = 400 + 48 = 448

Dia 24/11 - Decomposição

12 x 3 = 2 x 6 x 3 = 6 x 6 = 36

16 x 9 = 4 x 4 x 9 = 36 x 4 = 144

14 x 6 = 2 x 7 x 6 = 12 x 7 = 84

Dia 25/11 – Partição

5 x 42 = 5 x 40 + 5 x 2 = 200 + 10 = 210

3 x 79 = 3 x 70 + 3 x 9 = 210 + 27 = 237

4 x 37 = 4 x 30 + 4 x 7 = 120 + 28 = 148

Dia 26/11 – Decomposição

50 x 15 = 5 x 10 x 15 = 75 x 10 = 750

27 x 4 = 3 x 9 x 4 = 12 x 9 = 108

18 x 6 = 6 x 3 x 6 = 36 x 3 = 108

Dia 27/11 – Partição

9 x 34 = 9 x 30 + 9 x 4 = 270 + 36 = 306

4 x 56 = 4 x 50 + 4 x 6 = 200 + 30 = 230

7 x 94 = 7 x 90 + 7 x 4 = 630 + 28 = 658

Dia 1/12 – Decomposição

18 x 14 = 9 x 2 x 14 = 126 x 2 = 252

24 x 9 = 4 x 6 x 9 = 36 x 6 = 216

21 x 16 = 7 x 3 x 16 = 112 x 3 = 336

Dia 2/12 – Partição

3 x 123 = 3 x 100 + 3 x 20 + 3 x 3 = 300 + 60 + 9 =369

6 x 472 = 6 x 400 + 6 x 70 + 6 x 2 = 2400 + 420 + 12 = 2832

8 x 359 = 8 x 300 + 8 x 50 + 8 x 9 = 2400 + 400 + 72 = 2872

Dia 3/12 – Decomposição

49 x 8 = 7 x 7 x 8 = 56 x 7 = 392

42 x 12 = 6 x 7 x 12 = 72 x 7 = 504

21 x 14 = 7 x 3 x 14 = 98 x 3 = 294

Dia 4/12 - Partição

7 x 452 = 7 x 400 + 7 x 50 + 7 x 2 = 2800 + 350 + 14 = 3164

12 x 321 = 12 x 300 + 12 x 20 + 12 x 1 = 3600 + 240 + 12 = 2852

14 x 176 = 14 x 100 + 14 x 70 + 14 x 6 = 1400 + 980 + 84 = 2464

Dia 5/12 – Partição

8 x 420 = 8 x 400 + 8 x 20 = 3200 + 160 = 3360

12 x 781 = 12 x 700 + 12 x 80 + 12 x 1 = 8400 + 960 + 12 = 9372

14 x 413 = 14 x 400 + 14 x 10 + 14 x 3 = 5600 + 140 + 42 = 5782

<u>Dia 10/12 – Decomposição</u>

81 x 3 = 9 x 9 x 3 = 27 x 9 = 243

54 x 6 = 6 x 9 x 6 = 36 x 9 = 324

48 x 7 = 8 x 6 x 7 = 56 x 6 = 336

<u>Dia 11/12 – Partição</u>

12 x 2314 = 12 x 2000 + 12 x 300 + 12 x 10 + 12 x 4 = 24000 + 3600 + 120 + 48 = 27768

7 x 1550 = 7 x 1000 + 7 x 500 + 7 x 50 = 7000 + 3500 + 350 = 10850

9 x 3678 = 9 x 3000 + 9 x 600 + 9 x 70 + 9 x 8 = 27000 + 5400 + 630 + 72 = 33102

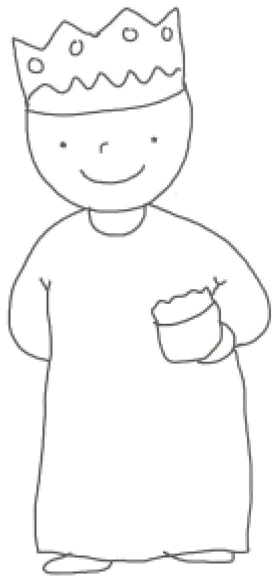
Apêndice C – tarefa "O jantar do rei"

O jantar do rei

Num jantar sentaram-se os convidados numa grande mesa. Para cada 4 convidados havia uma travessa com carne, para cada 3 convidados havia uma travessa de batatas e para cada 2 convidados havia uma travessa de salada. Ao todo havia em cima da mesa 39 travessas.

Quantos eram os convidados?

Bom trabalho ☺



Apêndice D – tarefa "A promoção da loja de desporto"

A promoção da loja de desporto

O tio da Maria tem uma loja de desporto e está a fazer a seguinte promoção na venda de bolas de ténis:

Cada caixa de bolas de ténis custa 3 euros Na compra de seis caixas oferta de mais uma.

O clube de ténis do bairro da Maria gastou 216 euros numa encomenda dessas bolas.

Com quantas caixas de bolas de ténis é que ficou o clube?

Bom trabalho ☺

Apêndice E – tarefa “O almoço na cantina”

O almoço na cantina

As mesas da cantina da escola têm 8 lugares, sendo que têm 3 lugares de cada lado, e dois às pontas.

Quantas mesas encostadas umas às outras pelo lado mais comprimido serão necessários para se sentarem 72 alunos?

De que forma se podem sentar os 72 alunos, unindo mesas iguais às da figura, mas usando o menor número possível de mesas?

E se forem 224 alunos?

Bom trabalho ☺