



SISTEMAS DINÂMICOS DISCRETOS EM ÁLGEBRAS

Alexandra Cristina Ferros dos Santos Nascimento Baptista

Tese apresentada à Universidade de Évora
para obtenção do Grau de Doutor em Matemática

ORIENTADORES: *Carlos Correia Ramos*
Nuno Miguel Matos Ramos Martins

ÉVORA, MAIO DE 2012



Sistemas Dinâmicos Discretos em Álgebras

RESUMO

Neste trabalho é feito o estudo de sistemas dinâmicos discretos em álgebras de matrizes. Este tema é explorado recorrendo a várias ferramentas da álgebra linear, com o objectivo de tirar partido da estrutura algébrica do espaço.

É estudada a aplicação quadrática matricial, tomando uma matriz como parâmetro, aliando as propriedades algébricas à teoria das aplicações quadráticas escalares já existente, no caso real e complexo. São exploradas diversas características da dinâmica, tais como, a existência de ciclos comutativos e não-comutativos, a sua estabilidade, entre outras. São estudadas possíveis generalizações para o caso matricial das noções de conjunto de Mandelbrot e de conjunto de Julia.

Os resultados atingidos são aplicados ao estudo da dinâmica da aplicação quadrática em diferentes álgebras hipercomplexas.

É explorada a iteração quadrática no conjunto das matrizes estocásticas simétricas; as conclusões ilustram o comportamento do sistema dinâmico discreto definido no espaço das cadeias de Markov reversíveis.

PALAVRAS-CHAVE: Dinâmica em álgebras de matrizes, ciclos comutativos, ciclos não-comutativos, conjunto de Mandelbrot matricial, conjunto de Julia matricial, matrizes estocásticas, cadeias de Markov reversíveis

Discrete Dynamical Systems in Algebras

ABSTRACT

In this work we study discrete dynamical systems in matrix algebras. This subject is explored using different tools of linear algebra, in order to take advantage of the algebraic structure of the space.

It is studied the iteration of a quadratic family in the algebra of real matrices, with a parameter matrix, combining the properties of the algebraic theory with the theory of the quadratic map in the real and complex cases. Several characteristics of the dynamics are explored, such as, the existence of commutative and non-commutative cycles, its stability, among others. Possible generalizations of the Mandelbrot set and Julia set are considered and studied.

The results obtained are applied to the study of the quadratic dynamic in different hypercomplex algebras.

Quadratic iteration is explored in the set of symmetric stochastic matrices; the findings illustrate the behavior of the discrete dynamical system on the space of reversible Markov chains.

KEYWORDS: Matrix dynamics, commutative cycles, non-commutative cycles, Mandelbrot set in a matrix algebra, Julia set in a matrix algebra, stochastic matrices, reversible Markov chains