Intervalos de amostragem adaptativos inicialmente predefinidos para um risco cumulativo constante

Manuel do Carmo
Universidade Europeia, Laureate International Universities,
CIMA-UE, *manuel.carmo@europeia.pt*

Paulo Infante
CIMA-UE e DMAT, ECT da Universidade de Évora,
pinfante@uevora.pt

Jorge M. Mendes
ISEGI-NOVA,Universidade Nova de Lisboa,
CEAUL-FCUL, *jmm@isegi.unl.pt*

Palavras–chave: Método de amostragem adaptativa e predefinida, risco cumulativo constante, controlo da qualidade

Resumo: Neste trabalho, analisamos a eficiência estatística de um novo método de amostragem, num contexto de controlo da qualidade, que combina dois outros métodos: um método que define os instantes de amostragem em função da estatística amostral (adaptativo), e outro cujos parâmetros são definidos no início do processo, mas que permanecem constantes ao longo do mesmo (predefinido).
Desta forma, os instantes de amostragem, inicialmente calendarizados de acordo com as expectativas de ocorrência de uma alteração, tomando como base a distribuição do tempo de vida do sistema, são adaptados em função do valor da estatística amostral calculada no instante anterior.
Utilizando cartas de controlo para a média do tipo *Shewhart*, efectuamos uma análise do desempenho estatístico do método apresentado, considerando diferentes alterações da média, diferentes valores para a dimensão amostral e dois pesos para os instantes de amostragem.
Os resultados obtidos, nesta fase por simulação, permitem concluir

que este método apresenta um bom desempenho estatístico para diferentes alterações da média (inclusivé grandes alterações) quando comparado com outros esquemas amostrais, em termos do tempo médio de mau funcionamento do sistema.

1 Introdução

Qualquer organização, de produtos ou serviços, deve fazer uma avaliação rigorosa da qualidade dos bens ou serviços que disponibiliza ao consumidor, recorrendo a técnicas estatísticas adequadas. Para monitorizar a qualidade associada a esses bens ou serviços, a carta de controlo é uma das ferramentas mais utilizadas, possibilitando a distinção entre variação intrínseca ao processo e variação com origem em causas externas.

Neste contexto, são vários os estudos que mostram que uma carta de médias com parâmetros adaptativos tem melhor desempenho, em particular, quando as alterações na média são reduzidas e moderadas. Assim, ao longo dos tempos têm sido apresentados, e analisados, diversos métodos de amostragem cujos parâmetros variam em função da estatística amostral (adaptativos) (p.e., [2], [4] e [5]) e outros cujos parâmetros são definidos no início do controlo do processo, mas que permanecem constantes ao longo do mesmo (predefinidos) (p.e., [1] e [6]).

Considerando uma carta de controlo para a média, em [6] foi estudado um método de amostragem cujos instantes são definidos, no início do controlo do processo, de modo a que a taxa cumulativa de risco, definida em 2.1, seja constante entre dois quaisquer instantes consecutivos, denominado PSI (*"Predetermined Sampling Intervals"*). Os autores mostram que o método PSI é sempre mais eficaz que o método periódico clássico, sendo tanto mais eficaz quanto menos amostras são recolhidas no período de controlo, quanto menor for a magnitude da alteração e quanto mais acentuadamente crescente for a taxa de risco do sistema. Quando comparado com outros métodos, revelou-se igualmente eficaz a detectar reduzidas e grandes

alterações da média, em particular para sistemas com taxas de risco crescente.
Em [7], é apresentado um método de amostragem que combina um método adaptativo, no qual os instantes de amostragem são obtidos segundo a função densidade da distribuição normal standard, com o método PSI. Neste método, os instantes de amostragem são definidos pela média ponderada entre os instantes obtidos com o método adaptativo e o método PSI. Considerando o uso simultâneo de carta para médias e carta para amplitudes, os resultados obtidos, em termos de AATS (*"Adjusted Average Time to Signal"*), mostraram um elevado potencial do método, quando comparado com os métodos FSI (*"Fixed Sampling Intervals"*) e VSI (*"Variable Sampling Intervals"*, [5]).
Em [2] foi apresentado e analisado um método de amostragem adaptativo. Neste método, denominado LSI (*"Laplace Sampling Intervals"*), os instantes de amostragem são actualizados ao longo do processo, dependendo da informação recolhida na amostra anterior, segundo a função densidade da distribuição de *Laplace* standard. O método apresenta um bom desempenho, em particular para alterações moderadas da média, quando comparado com os métodos FSI e VSI.
Neste trabalho, utilizando uma carta de controlo para a média, analisamos a eficiência estatística de um novo método que define os instantes de amostragem com base numa média ponderada dos métodos PSI e LSI, dando maior peso ao método LSI para alterações moderadas (onde PSI é menos eficaz) e maior peso ao método PSI nos restantes casos (onde LSI é menos eficaz). Desta forma, os instantes de amostragem, inicialmente calendarizados de acordo com as expectativas de ocorrência de uma alteração tomando como base a distribuição do tempo de vida do sistema, são adaptados em função do valor da estatística amostral calculada no instante anterior.
Quando os métodos envolvem apenas instantes de amostragem adaptativos, o desempenho estatístico é, usualmente, medido pelo tempo médio de mau funcionamento do sistema, AATS, o que se faz neste trabalho. Outras medidas de desempenho estatístico podiam ser

usadas, por exemplo o ANSIC ("*Average Number of Sample In Control"*), apresentada, e utilizada, numa perspectiva económica estatística em [3].
Na secção seguinte, fazemos uma breve descrição dos métodos LSI e PSI e apresentamos algumas propriedades do novo método. Posteriormente, recordamos em que consistem os métodos FSI e VSI e comparamos, em termos de AATS, o desempenho do novo método com o desempenho dos métodos FSI, VSI, PSI e LSI.
Por fim, são efectuadas algumas considerações e apresentadas ideias de trabalho em curso ou a desenvolver no futuro.

2 Novo método de amostragem: CAPSI

Nesta secção descrevem-se algumas das principais características do novo método e dos métodos de amostragem que lhe servem como suporte.
Sejam μ_0 e σ_0, respectivamente, a média e o desvio padrão da característica da qualidade X, que se admite ter distribuição aproximadamente normal.

Seja, no método LSI, t_i, $i = 1,2,\ldots$, o instante de amostragem de ordem i e $\bar{x}_i$ a média da amostra analisada nesse instante. De acordo com o método LSI, o próximo instante de amostragem (ordem *i+1*) é definido por

$$t_{i+1} = t_i + \frac{k \cdot e^{-|u_i|}}{2}, \tag{1}$$

onde $u_i = \frac{\bar{x}_i - \mu_0}{\sigma_0}\sqrt{n}$, $t_0 = 0$, $\bar{x}_0 = \mu_0$ e $-L < u_i < L$, representando n a dimensão da amostra, k uma constante conveniente de escala, dependente, em particular, de custos associados ao processo produtivo e L o múltiplo nos limites de controlo.
Sendo u_i a média amostral reduzida, quando $|u_i| > L$ estamos numa situação de fora de controlo ou de falso alarme. Assim, os intervalos de amostragem, $d_i = t_i - t_{i-1} = k \cdot l(u_{i-1})$, $i = 1,2,3,\ldots$, onde $l(\cdot)$ é a f.d.p. da distribuição de *Laplace* reduzida, são i.i.d. com a mesma

distribuição da uma variável genérica D, definida por

$$D = t_{i+1} - t_i = \frac{k \cdot e^{-|u_i|}}{2}. \tag{2}$$

A ideia implícita ao método, adaptativo, é diminuir a frequência de amostragem quando as médias estão próximas da linha central e aumentá-la quando é maior a probabilidade de alteração da qualidade. Na prática, ao contrário de outros métodos adaptativos, necessitamos apenas de determinar a constante de escala k (considerando os limites de controlo fixos). Considerando os pressupostos para (1) e (2), uma carta para médias, e que, após alteração do processo, μ_0 e σ_0 podem assumir valores $\mu_1 = \mu_0 \pm \lambda\sigma_0$ e $\sigma_1 = \rho\sigma_0$, onde λ e ρ são, respectivamente, os coeficientes da alteração da média e do desvio padrão, obtemos para intervalo médio de amostragem, *E(D)*, a expressão

$$E(D|\lambda,\rho,n) = \frac{k}{2\beta}\left[e^{\lambda\sqrt{n}+\frac{\rho^2}{2}} \cdot A(L,\lambda,\rho,n) + e^{-\lambda\sqrt{n}+\frac{\rho^2}{2}} \cdot B(L,\lambda,\rho,n)\right],$$

onde β é a probabilidade de cometer um erro de tipo II,

$$A(L,\lambda,\rho,n) = \Phi\left(\frac{-\rho^2 - \lambda\sqrt{n}}{\rho}\right) - \Phi\left(\frac{-L-\rho^2 - \lambda\sqrt{n}}{\rho}\right),$$

$$B(L,\lambda,\rho,n) = \Phi\left(\frac{L+\rho^2 - \lambda\sqrt{n}}{\rho}\right) - \Phi\left(\frac{\rho^2 - \lambda\sqrt{n}}{\rho}\right)$$

e $\Phi(u)$ é a função distribuição da normal reduzida. A expressão (3) é função de n, do coeficiente dos limites de controlo L, de λ e de ρ, mas não depende, directamente, dos valores da média nem do desvio padrão da qualidade. Considerando o processo sob controlo, $\lambda = 0$ e $\rho = 1$, e igualando (3) ao intervalo fixo (sem perda de generalidade,

$d = 1$ em FSI), obtemos k dado por

$$k = \frac{\beta}{e^{1/2}\left[\Phi(L+1) - \Phi(1)\right]}, \tag{3}$$

sendo o seu valor igual a 3,8134 quando L=*3* (usuais limites "*3-sigma*") e β = 0,9973. Desta forma o método fica completamente definido, podendo-se consultar a expressão que nos permite obter o $AATS_{LSI}$ em [2].

Considere-se um sistema cujo tempo de vida é uma variável aleatória T com função densidade de probabilidade f(t) contínua e função distribuição F(t).
Define-se taxa cumulativa de risco do sistema H(t) através da relação $H(t) = -lnR(t)$, onde R(t) é a função de fiabilidade do sistema.
De acordo com o método PSI, os instantes de amostragem t_i, i = 0,1,2, ..., com $t_0 = 0$, são determinados pela relação

$$H(t_i) = i\Delta H, \tag{4}$$

obtendo-se $H(t_{i+1}) - H(t_i) = \Delta H$.
Assim, os instantes de amostragem t_i são determinados de modo a que a taxa cumulativa de risco entre quaisquer intervalos de amostragem consecutivos seja constante, ou seja, que a probabilidade de ocorrência de uma falha do processo num intervalo de amostragem, condicionada ao facto de nenhuma falha ter ocorrido até ao início desse intervalo, é constante para todos os intervalos. Considerando a definição de taxa cumulativa de risco e (3), os instantes de amostragem, em PSI, são dados por

$$t_i = R^{-1}\left(e^{-i\Delta H}\right), \tag{5}$$

com $t_0 = 0$. Quando o tempo de vida do sistema segue uma distribuição de *Weibull*, os instantes de inspecção são definidos por

$$t_i = \alpha\left(i\Delta H\right)^{\frac{1}{\delta}}, i = 1,2,\ldots, \tag{6}$$

onde α é parâmetro de escala e δ o parâmetro de forma da distribuição de *Weibull*, sendo os intervalos de amostragem definidos pela expressão

$$\Delta t_i = \left[i^{\frac{1}{\delta}} - (i-1)^{\frac{1}{\delta}} \right] t_1, i = 1{,}2, \ldots, \tag{7}$$

obtida em [1].

Considerando o mesmo número médio de amostras recolhidas, sob controlo, em FSI e em PSI, em [6] foi considerada uma aproximação para o parâmetro ΔH, de modo a que PSI fique completamente definido, dada por

$$\Delta H = \frac{d}{E(T)}, \tag{8}$$

onde d é o intervalo de amostragem em FSI e E(T) o tempo médio de vida do sistema. A expressão para calcular o tempo médio de mau funcionamento do sistema, em PSI, é dada em [6].

O novo método de amostragem, CAPSI, combina os intervalos de amostragem definidos pelos métodos LSI e PSI.

Designem-se por t_i^{LSI} os instantes de amostragem obtidos com o método LSI, dados por (1), e por t_i^{PSI} os instantes de amostragem obtidos com o método PSI, dados por (4).

De acordo com o método combinado proposto, denominado CAPSI (*"Combined Adaptive and Predetermined Sampling Intervals"*), o instante de amostragem de ordem *i+1* é dado por

$$\begin{aligned} t_{i+1} &= \theta\, t_{i+1}^{LSI} + (1-\theta)\, t_{i+1}^{PSI} \\ &= \theta \left[t_i^{LSI} + k\, l\big(u_i\big) \right] + (1-\theta) R^{-1} \left[e^{-\Delta H (i+1)} \right], \end{aligned} \tag{9}$$

com

$$t_0 = 0, t_1 = \theta \frac{k}{2} + (1-\theta)\, R^{-1} \left(e^{-\Delta H} \right),\ 0 \leq \theta \leq 1, \tag{10}$$

onde $l(\cdot)$ é a f.d.p. da distribuição de *Laplace* reduzida e θ o peso atribuído ao instante de amostragem do método LSI.

Então, os intervalos de amostragem são definidos pela expressão

$$\Delta t_i = \theta \, \frac{k\, e^{-|u_i|}}{2} + (1-\theta)\left[i^{\frac{1}{\delta}} - (i-1)^{\frac{1}{\delta}}\right] \alpha\big(\Delta H\big)^{\frac{1}{\delta}}, 0 \le \theta \le 1, \quad (11)$$

com

$$\Delta t_1 = \theta \, \frac{k}{2} + (1-\theta)\, \alpha \left(\Delta H\right)^{\frac{1}{\delta}}, 0 \le \theta \le 1. \quad (12)$$

Assim, o método que propomos permite melhorar as características menos boas de LSI (eficácia em reduzidas e grandes alterações) e de PSI (eficácia em moderadas alterações), tornando-se numa alternativa aos vários métodos existentes na literatura. Pela sua simplicidade, porque só depende dos parâmetros k e ΔH e, em particular, pelos valores obtidos para os menores intervalos de amostragem (valores próximos de 0.1 que é muito utilizado nos métodos de intervalos adaptativos), estamos convictos da mais valia do seu contributo.
Nesta fase, os resultados de $AATS_{CAPSI}$ foram obtidos por simulação, mas estamos a trabalhar na obtenção de expressões algébricas que permitam obter o $AATS_{CAPSI}$, bem como de outras propriedades estatísticas do método.

3 Avaliação do desempenho de CAPSI

3.1 Os métodos FSI e VSI

No método FSI retiram-se amostras em instantes fixos, sendo a dimensão amostral e os múltiplos do desvio padrão, nos limites de controlo, também fixos. Em [6] é apresentada uma aproximação para obter o tempo médio de mau funcionamento deste esquema de amostragem periódico.
Em [5] é proposto o método VSI. Considerando dois intervalos de amostragem d_1 e d_2 ($d_1 < d < d_2$), onde d representa o intervalo de amostragem do método periódico clássico, a região de continuação é dividida em duas sub-regiões, $]-w, w[$ e $]-L, -w] \cup [w, L[$, e o método permite antecipar ou retardar a recolha da amostra seguinte. Quando o intervalo médio de amostragem, em VSI, é igual

a d, sob controlo, [8] apresentam uma expressão para obter w e [5] uma expressão para obter $AATS_{VSI}$. O método VSI é particularmente eficaz em detectar alterações reduzidas da média.

3.2 Comparação do método CAPSI com os métodos FSI, PSI e LSI

Para comparar a eficácia dos métodos, em termos de AATS, consideramos as expressões dadas em [2], [5] e [6] e os valores obtidos, por simulação, para o método CAPSI, tomando os métodos nas mesmas condições sob controlo, com $E(D) = 1$ e $L = 3$. Consideram-se, também, que o tempo de vida do sistema segue uma distribuição de *Weibull* com $E(T) = 1000$, taxas de risco crescente e o rácio $Q_{CAPSI/MB}$ que representa a variação relativa, em %, do $AATS_{CAPSI}$ relativamente ao AATS de um dos outros métodos (MB na expressão pode representar FSI, VSI, PSI ou LSI), dado por

$$Q_{CAPSI/MB} = \frac{AATS_{MB} - AATS_{CAPSI}}{AATS_{MB}} \times 100\%. \qquad (13)$$

Dos resultados obtidos optámos, devido a limitações de espaço, por apenas apresentar duas dimensões amostrais e dois pesos (θ) dos intervalos de LSI.

Assim, da Tabela 1 podemos concluir que: **a)** CAPSI é sempre mais eficaz do que FSI, melhorando a eficácia quando aumenta a taxa de risco do sistema; **b)** quando aumentamos a dimensão amostral (para $n = 9$), o método melhora o desempenho, relativamente a FSI, para $\lambda = 0.5$ e piora para os restantes valores de λ; **c)** quando $n = 5$, o método CAPSI é sempre mais eficaz do que o método PSI para $\lambda \geq 1$; quando $n = 9$, CAPSI é sempre melhor do que PSI para $\lambda \leq 1.5$; a eficácia de CAPSI aumenta quando aumentamos δ até 4, mas decresce para valores superiores; **d)** o método CAPSI é sempre melhor do que o método LSI quando $\delta \geq 3$; quando aumentamos n, os valores do rácio aumentam à medida que a taxa de risco é mais acentuadamente crescente e para $\lambda \geq 1$, mas diminuem quando $\lambda = 0.5$.

$E(T) = 1000$ $\theta = 0.6$		δ 2	3	4	5	δ 2	3	4	5	δ 2	3	4	5
(n, ρ)	λ	$Q_{CAPSI/FSI}$				$Q_{CAPSI/PSI}$				$Q_{CAPSI/LSI}$			
(5, 1)	0,5	27,0	35,4	42,1	45,4	13,8	8,1	2,4	-6,7	3,2	14,3	23,2	27,6
	1,0	40,7	50,4	56,1	60,0	37,0	41,3	41,6	40,6	-19,6	0,0	11,4	19,3
	1,5	30,3	40,2	45,6	48,9	28,2	33,9	34,2	32,8	-0,5	13,8	21,5	26,4
	2,0	9,0	18,1	23,2	26,0	7,4	12,1	11,2	7,3	16,1	24,6	29,3	31,8
(9, 1)	0,5	33,2	43,6	48,7	51,6	28,4	25,6	24,3	18,4	-5,9	10,5	18,5	23,2
	1,0	36,8	46,1	52,0	55,1	34,6	38,4	43,4	39,1	-8,5	7,3	17,6	22,8
	1,5	9,5	17,5	21,6	25,6	7,8	10,7	13,7	10,5	17,1	24,5	28,2	31,9
	2,0	1,4	9,3	15,3	18,6	-1,2	3,7	7,6	-5,4	19,3	25,9	30,7	33,4

Tabela 1: Valores de $Q_{CAPSI/MB}$, em função de λ, com $\theta = 0.6$.

Quando reduzimos o peso dos intervalos de LSI, Tabela 2, podemos concluir que: **a)** CAPSI continua a ser, sempre, mais eficaz do que FSI e os valores do rácio aumentam quando aumenta a taxa de risco do sistema; a eficácia de CAPSI, relativamente a FSI, diminui com o aumento da dimensão amostral para $\lambda \geq 1$ e aumenta para $\lambda = 0.5$;

$E(T) = 1000$ $\theta = 0.4$		δ 2	3	4	5	δ 2	3	4	5	δ 2	3	4	5
(n, ρ)	λ	$Q_{CAPSI/FSI}$				$Q_{CAPSI/PSI}$				$Q_{CAPSI/LSI}$			
(5, 1)	0,5	24,6	36,3	47,3	52,2	10,9	9,4	11,2	6,6	0,0	15,6	30,1	36,6
	1,0	33,0	48,7	55,4	61,6	28,8	39,3	40,7	43,0	-35,1	-3,5	10,0	22,6
	1,5	24,9	38,9	49,8	55,1	22,7	32,5	39,4	40,8	-8,2	11,9	27,6	35,2
	2,0	11,1	23,6	33,1	38,6	9,5	18,0	22,6	23,1	18,1	29,7	38,3	43,4
(9, 1)	0,5	29,1	42,2	51,3	56,5	24,0	23,8	28,2	26,7	-12,5	8,2	22,8	31,0
	1,0	30,3	43,2	50,6	58,3	27,8	35,0	41,6	43,5	-19,8	2,3	15,1	28,3
	1,5	12,0	22,8	34,1	38,4	10,4	16,4	27,5	25,9	19,4	29,3	39,6	43,6
	2,0	6,6	16,7	28,3	33,8	4,1	11,5	21,7	14,3	23,6	31,9	41,3	45,9

Tabela 2: Valores de $Q_{CAPSI/MB}$, em função de λ, com $\theta = 0.4$.

b) o método CAPSI é sempre mais eficaz do que o método PSI; o aumento da dimensão amostral diminui os valores do rácio quando $\lambda \geq 1$, excepto quando $\lambda = 1$ e $\delta = 4$ ou $\delta = 5$, mas aumenta os valores do rácio quando $\lambda = 0.5$; **c)** CAPSI é sempre mais eficaz do que LSI quando $\delta = 4$ ou $\delta = 5$; o aumento da dimensão amostral melhora a eficácia do método CAPSI quando $\lambda \geq 1.5$, mas reduz ligeiramente a sua eficácia quando $\lambda \leq 1$ e $\delta \leq 3$; em geral, a eficácia de CAPSI, relativamente a LSI, aumenta com a dimensão da amostra para $\lambda \geq 1$; **d)** as conclusões retiradas, a partir das duas tabelas, estão de acordo com as expectativas, pois refletem os pressupostos em que assentam os métodos base e o peso atribuído aos intervalos de LSI.

3.3 Comparação do método CAPSI com o método VSI

Na comparação do desempenho de CAPSI com VSI, consideramos quatro pares de intervalos de amostragem em VSI e as mesmas condições das comparações anteriores. Assim, no rácio (12) substituimos MB (método base de comparação) por VSI. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3, a partir da qual podemos concluir que: **a)** a eficácia do método CAPSI, relativamente a VSI, aumenta com a taxa de risco do sistema; **b)** quando $d_1 = 0.5$ em VSI, o método CAPSI é sempre mais eficaz; **c)** em geral, o desempenho de CAPSI melhora, relativamente a VSI, para $\lambda \geq 1.5$ com o aumento da dimensão da amostra.

$E(T) = 1000$		δ				δ				δ				δ			
$\theta = 0.6$		2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
(n, ρ)	λ	$(d_1, d_2) = (0.1, 2)$				$(d_1, d_2) = (0.1, 1.5)$				$(d_1, d_2) = (0.5, 2)$				$(d_1, d_2) = (0.5, 1.5)$			
(5, 1)	0,5	-11,5	1,3	11,5	16,6	-6,0	6,2	15,8	20,7	8,4	18,9	27,3	31,5	9,6	20,0	28,2	32,4
	1,0	-35,7	-13,5	-0,6	8,4	-42,8	-19,5	-5,8	3,6	12,6	26,9	35,2	41,0	9,9	24,6	33,2	39,2
	1,5	26,8	37,2	42,9	46,4	6,8	20,1	27,2	31,8	28,3	38,5	44,0	47,5	18,6	30,2	36,5	40,4
	2,0	45,3	50,8	53,8	55,5	28,5	35,7	39,7	41,8	33,5	40,2	43,9	45,9	20,9	28,9	33,3	35,7
(9, 1)	0,5	-31,3	-11,0	-1,0	4,8	-23,4	-4,3	5,1	10,5	6,5	20,9	28,0	32,2	7,5	21,8	28,8	32,9
	1,0	12,5	25,3	33,6	37,8	-8,0	7,8	18,0	23,2	25,1	36,0	43,1	46,7	17,2	29,3	37,2	41,1
	1,5	45,9	50,8	53,2	55,6	29,4	35,6	38,8	42,0	34,2	40,0	42,9	45,9	21,7	28,7	32,2	35,7
	2,0	48,0	52,2	55,3	57,0	31,8	37,3	41,5	43,7	34,1	39,5	43,4	45,6	21,0	27,4	32,2	34,8

Tabela 3: Valores de $Q_{CAPSI/VSI}$, em função de λ, com $\theta = 0.6$.

Quando reduzimos θ, aumentamos o peso dos intervalos de PSI. Este facto, tal como anteriormente, pode ter alguma influência na eficácia do método CAPSI. Com $\theta = 0.4$, os resultados são apresentados na Tabela 4, a partir dos quais podemos concluir que: **a)** em geral, os valores do rácio diminuem quando diminui d_2 em VSI (tal já acontecia anteriormente); **b)** em todas as situações, os valores do rácio aumentam quando aumenta a taxa de risco do sistema; **c)** em geral, quando aumenta a dimensão amostral a eficácia de CAPSI aumenta; **d)** no geral, a redução do peso dos intervalos de LSI afecta, de forma positiva mas ligeira, o desempenho do método CAPSI, reflectindo-se, em particular, em sistemas com uma taxa de risco acentuadamente crescente ($\delta \geq 4$).

$E(T) = 1000$		δ				δ				δ				δ			
$\theta = 0.4$		2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
(n, ρ)	λ	$(d_1, d_2) = (0.1, 2)$				$(d_1, d_2) = (0.1, 1.5)$				$(d_1, d_2) = (0.5, 2)$				$(d_1, d_2) = (0.5, 1.5)$			
(5, 1)	0,5	-15,2	2,7	19,4	26,9	-9,5	7,5	23,4	30,5	5,3	20,0	33,8	39,9	6,6	21,1	34,7	40,7
	1,0	-53,3	-17,4	-2,1	12,2	-61,4	-23,6	-7,4	7,6	1,2	24,4	34,3	43,5	-1,8	22,0	32,2	41,7
	1,5	21,2	35,9	47,3	52,8	-0,3	18,3	32,9	39,9	22,8	37,2	48,4	53,8	12,4	28,7	41,4	47,5
	2,0	46,5	54,1	59,7	63,1	30,1	40,0	47,4	51,8	35,0	44,2	51,1	55,1	22,8	33,7	41,9	46,7
(9, 1)	0,5	-39,4	-13,8	4,3	14,5	-31,0	-6,9	10,1	19,6	0,7	19,0	31,8	39,1	1,8	19,8	32,5	39,7
	1,0	3,5	21,3	31,6	42,2	-19,2	2,8	15,5	28,6	17,3	32,6	41,4	50,5	8,6	25,5	35,2	45,3
	1,5	47,4	53,9	60,6	63,2	31,3	39,7	48,5	51,9	36,0	43,8	52,0	55,2	23,9	33,2	43,0	46,7
	2,0	50,7	56,1	62,1	65,1	35,4	42,4	50,4	54,2	37,6	44,4	52,1	55,8	25,2	33,3	42,5	47,0

Tabela 4: Valores de $Q_{CAPSI/VSI}$, em função de λ, com $\theta = 0.4$.

4 Considerações finais

Este trabalho apresenta um novo método de amostragem em controlo da qualidade o qual adapta, em função do valor da estatística amostral e baseando-se na função densidade da distribuição de *Laplace*, os instantes previamente calendarizados de forma a que a taxa cumulativa de risco do sistema permaneça constante entre dois quaisquer instantes de amostragem consecutivos. Apenas para alterações moderadas da média o novo método tem menor eficácia do que o método VSI. Para melhorar este aspecto, pensamos considerar o peso (θ), atribuído aos instantes de amostragem do método LSI, como uma função da probabilidade de ocorrência de uma alteração da média (λ) e determinar qual o peso óptimo que minimiza um custo total médio por unidade de tempo.

Pensamos também realizar estudos comparativos com outros esquemas adaptativos, estender a sua aplicação à utilização simultânea de uma carta para a média e de uma carta para o desvio padrão e analisar a robustez deste método quando a característica da qualidade a ser monitorizada se afasta da distribuição normal.

Agradecimentos

Os dois primeiros autores são membros do CIMA-U.E., centro de investigação financiado pelo Programa FEDER e por financiamentos plurianuais da FCT.

Referências

[1] Banerjee, P.K., Rahim, M.A. (1988). Economic design of $\overline{X}$ control charts under Weibull shock models. *Technometrics* 30, 407–414.

[2] Carmo, M., Infante, P., Mendes, J.M. (2013). Alguns resultados da robustez de um método de amostragem adaptativo em controlo de qualidade. In Maia, M., Campos, P. e Silva, P. D. (Eds.), *Estatística: Novos Desenvolvimentos e Inspirações*, SPE, 95–108.

[3] Carmo, M., Infante, P., Mendes, J.M. (2014). A different and simple approach for comparing sampling methods in quality control. *International Journal Quality & Reliability Management* 31, 478–499.

[4] Reynolds, M.R. (1996). Variable sampling interval control charts with sampling at fixed times. *IIE Transactions* 28, 497–510.

[5] Reynolds, M.R., Amin, R.W., Arnold, J.C., Nachlas, J.A. (1988). $\overline{X}$ charts with variables sampling intervals. *Technometrics* 30, 181–192.

[6] Rodrigues Dias, J., Infante P. (2008). Control charts with predetermined sampling intervals. *International Journal of Quality and Reliability Management* 25, 423–435.

[7] Rosmaninho, E., Infante P. (2007). Métodos de Amostragem com Parâmetros Predefinidos Adaptáveis: Uma análise estatística e económica, In Ferrão, M. E., Nunes, C. e Braumann, C. A. (Eds.), *Estatística: Ciência Interdisciplinar*, SPE, 659–708.

[8] Runger, G.C., Pignatiello, J.J. (1991). Adaptive sampling for process control. *Journal of Quality Technology* 23, 133–155.