



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**Prática de Ensino Supervisionada do
Mestrado em Ensino da Matemática para o 3º
ciclo e Secundário de Pedro Miguel Alves
Gonçalves**

Pedro Miguel Alves Gonçalves

Orientação: António Manuel Borralho

**Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico
e no Secundário**

Relatório de Estágio

Évora, 2014

UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em
Ensino da Matemática para o 3º ciclo e Secundário de
Pedro Miguel Alves Gonçalves**

Pedro Miguel Alves Gonçalves

Orientação: António Manuel Borralho

Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Relatório de Estágio

Évora, 2014

Resumo

Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Ensino de Matemática para 3.º Ciclo e Secundário de Pedro Miguel Alves Gonçalves

O objetivo do presente relatório é apresentar o trabalho desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada refletindo as experiências e aprendizagens adquiridas enquanto professor. Uma reflexão de evolução e de valorização pessoal e profissional. É também um espaço de reflexão crítica sobre as práticas, sobre o trabalho em sala de aula e sobre as aprendizagens matemáticas dos alunos.

O relatório apresenta uma sequência de aulas baseadas em tarefas de exploração onde foram utilizadas diferentes dinâmicas que potenciam a motivação dos alunos, a construção do conhecimento, a conexão da matemática com a realidade, a argumentação matemática e a crítica. No decorrer destas aulas foram também abrangidos os vários momentos da aplicação da tarefa: introdução, trabalho autónomo dos alunos, discussão e síntese.

Abstract

Supervised Teaching Practice of the Master on Mathematics Teaching on 3rd Cycle and Secondary levels of Pedro Miguel Alves Gonçalves

The objective of this report is to present the work developed during the Supervised Teaching Practice of the Master on Mathematics Teaching reflecting on the experiences and learning acquired as a teacher. A reflection of evolution and of personal and professional appreciation. It will also be a space to critically reflect over the practices, the work in the classroom and the mathematical learning of students.

The report presents a sequence of classes based on exploration tasks where different dynamic techniques were used to improve student motivation, knowledge construction, the connection between mathematics and reality, mathematical argumentation and critic. During these classes the several moments of the task application were also covered: introduction, the student autonomous work, discussion and synthesis.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Doutor António Borrvalho por todo apoio prestado ao longo deste mestrado e em particular pelo apoio incondicional na prática de ensino supervisionada.

À Professora Doutora Ana Paula Canavarro pela amizade e pela partilha de conhecimento especialmente na área das novas tecnologias direcionadas para a Matemática.

Ao Professor Orientador Cooperante Gonçalo Espadeiro por todo o apoio prestado e acima de tudo pela forma como me recebeu perante as turmas.

Ao professor António Ricardo Mira pelo exemplo.

À Dina pelo companheirismo ao longo deste mestrado.

À Ana, pela amizade, pelas palavras motivadoras, pelas críticas e sugestões.

À Graça, à Rita e ao Zé.

ÍNDICE

1. Introdução.....	1
2. Caracterização do Contexto Escolar	3
2.1. Escola Sede – E.B. 2,3/ Sec. Dr. Hernâni Cidade	4
3. O Conhecimento e o Desenvolvimento Profissional.....	10
3.1. A Matemática	10
3.2. O Currículo.....	10
3.3. Os Alunos e Sua Aprendizagem Matemática.....	13
4. Atividade letiva desenvolvida	15
4.1. Planificação, Condução das Aulas e Avaliação das Aprendizagens	15
4.1.1. Planificação e Condução das Aulas	15
4.1.2. Avaliação das Aprendizagens	17
4.2. Tarefas aplicadas	18
4.2.1. Tarefas aplicadas no 7º D	18
4.2.2. Tarefas mais significativas	20
4.2.3. Tarefas aplicadas no 10º A	38
4.2.4. Tarefas mais significativas	39
4.3. Tecnologias utilizadas.....	54
5. Reflexão da Prática	55
6. Participação na escola	57
7. Desenvolvimento Profissional.....	59
7.1. Contexto	59
7.2. Conteúdo	60
7.3. Currículo	60
7.4. Alunos e aprendizagem.....	61
7.5. Processo de Ensino	61
7.6. Eu próprio	63

8. Conclusão	66
9. Bibliografia.....	67

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Dr. Hernâni Cidade	4
Figura 2: Antiga escola E.B. 2,3 /Sec. Dr. Hernâni Cidade	5
Figura 3: Monoblocos a funcionar como sala de aula	6
Figura 4: Escola intervencionada pela Parque Escolar	6
Figura 5: Bloco B – Sala de aula	6
Figura 6: Bloco B - Corredor de acesso às salas de aula	6
Figura 7: Construção com a plasticina.....	21
Figura 8: Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV)	22
Figura 9: Resolução do 3º ponto da tarefa (Grupo IV)	23
Figura 10: Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV)	24
Figura 11: Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV)	24
Figura 12. Resolução do 5º ponto da tarefa (Grupo IV)	25
Figura 13. Resolução do 5º ponto da tarefa (Grupo II).....	25
Figura 15. Resolução do 1º ponto da tarefa (Grupo I)	31
Figura 14. Resolução do 1º ponto da tarefa (Grupo IV)	31
Figura 16 - Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV).....	32
Figura 17. Resolução do 3º ponto da tarefa (Grupo IV)	33
Figura 18. Resolução do 4º ponto da tarefa (Grupo IV)	33
Figura 19. Cubo do Sr. José	34
Figura 20. Cubinhos do Sr. José	35
Figura 21. Construções no Geogebra.....	40
Figura 22. Estratégia do Grupo IV.....	41
Figura 23. Construção no Geogebra	42
Figura 24. O Teorema de Pitágoras utilizando o Geogebra	44
Figura 25. Imagem que descreve o problema.....	47
Figura 26. O referencial escolhido pelo Grupo I.....	47
Figura 27. Planeta Halley	48
Figura 28. Planeta Halley	49
Figura 29. Referencial utilizado	49

1. INTRODUÇÃO

Atualmente vive-se numa sociedade em que não gostar de matemática é o denominador comum. Vivenciam-se situações em que os Encarregados de Educação consideravam normal os alunos detestarem matemática, e afirmarem “Eu também era mau a matemática e os meus pais também”. Eu próprio assisti em grande parte do meu percurso escolar a aulas desinteressantes, monótonas, só com resolução de exercícios rotineiros que nem os próprios professores sabiam a aplicabilidade dos mesmos. Penso que um dos grandes problemas do insucesso da Matemática é este. Professores cada vez desinteressados no ensino e resultando em aulas aborrecidas e monótonas. Não há poções mágicas mas cabe-nos a nós futuros professores de matemática dar um murro em cima da mesa e fazer algo para contrariar estes factos.

Dizer a um aluno que o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos é bem diferente que ser o aluno a construir o seu próprio conhecimento com a ajuda do professor e concluir realmente que o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos. É desta forma que a matemática se torna interessante para os alunos... “Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (Freire, 2002, p. 21), sendo esta estratégia um incentivo ao estudo e motivação da disciplina, e também um estímulo ao aumento da responsabilização de cada aluno.

O professor deve preocupar-se tanto com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos propriamente ditos como com o desenvolvimento da capacidade geral de aprender dos alunos. Tem de ser capaz de equilibrar os momentos de ação com os momentos de reflexão ajudando os alunos a estimular o seu raciocínio para que assim possam construir o seu próprio conhecimento matemático.

É neste sentido que vivi o “ser professor de Matemática” durante a PES e no decorrer deste mestrado, adquirindo diferentes formas de abordagem e de técnicas de ensino, várias formas de gerir a aula e a sala de aula, analisar os pontos fracos e os pontos fortes dos alunos. Compreendi que não basta a um professor dominar os conteúdos mas sim, é necessário ir mais além, é essencial conhecer-se a si próprio enquanto pessoa e enquanto professor, é necessário conhecer a escola e todo o contexto que a rodeia, é fundamental compreender o currículo e todo o processo de ensino-aprendizagem. Só assim existirão bons professores.

Deste modo e contrariando a maioria das escolas na qual a Matemática é abordada como sendo uma ciência formal, rigorosa e repetitiva na qual os alunos não têm margem para experimentar e investigar, este mestrado permitiu-me experienciar uma visão completamente diferente na qual os alunos conhecem uma Matemática motivadora e passível de ser investigada, abrindo novos horizontes para os alunos.

Organização do relatório

Início o relatório com a caracterização do contexto em que realizei a PES onde apresento uma breve descrição da escola, já que é com base neste contexto que é efetuado todo o trabalho ao longo do ano letivo.

De seguida realizo uma breve referência ao conhecimento e desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

No capítulo Atividade Letiva Desenvolvida abordo a forma como planeei as aulas que lecionei, assim como a respetiva condução e avaliação. Apresento ainda algumas tarefas que considerei mais enriquecedoras onde apresento a justificação da sua escolha, os progressos alcançados e por conseguinte reflexões conscientes de toda ação, tanto por parte dos alunos como da parte do professor.

Continuamente realizo a reflexão da prática onde identifico pontos fortes e pontos fracos na minha atuação enquanto professor de Matemática.

O trabalho continua com a descrição das atividades desenvolvidas em contexto escolar e termina com a reflexão geral da minha ação durante a PES no capítulo Desenvolvimento Profissional.

2. CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO ESCOLAR

Para ser possível a caracterização da escola, recorri a alguns dados cedidos gentilmente pela Diretora Adjunta da Escola.

O agrupamento é constituído por uma escola básica de 2º, 3º ciclos e secundário – E.B.2,3/Sec. Dr. Hernâni Cidade (escola sede), 7 escolas de 1º ciclo e 6 estabelecimentos de educação pré-escolar espalhadas por todo o concelho, possuindo 967 alunos distribuídos da seguinte forma:

- 116 alunos frequentam o pré-escolar;
- 261 alunos frequentam o 1º ciclo;
- 477 alunos frequentam 2º, 3º ciclo e secundário;
- 84 alunos do curso de educação e formação de adultos
- 29 alunos do curso de educação e formação.

Verifica-se o aumento de alunos do pré-escolar para o primeiro ciclo, situação que se explica através da condição socioeconómica do concelho ou da falta de capacidade de recursos físicos para englobar todas as crianças.

Quer no nível do pré-escolar, quer a nível do 1º ciclo verifica-se que é na sede do concelho, que existe maior número de alunos. Relativamente aos restantes níveis de ensino existe uma diminuição de alunos do 3º ciclo para o ensino secundário. Nos cursos de educação e formação de nível secundário que verifica-se um aumento significativo de alunos.

Devido ao facto, de em 2009 ter havido concurso de professores, 80% destes neste ano letivo são novos nas diversas escolas do agrupamento oriundos dos diferentes pontos do país. Quanto ao pessoal auxiliar, no início do ano, estava em quantidade deficitária, tendo sido colmatado com o concurso anual de tarefas e com as que são encaminhadas pelo Centro de Emprego.

Relativamente às instalações o agrupamento está a ser intervencionado pelo parque escolar, estando neste momento concluído o centro escolar de Montoito, e o centro escolar de Redondo, integrando jardim-de-infância e 1º ciclo.

2.1. ESCOLA SEDE – E.B. 2,3/ SEC. DR. HERNÂNI CIDADE

Dr. Hernâni Cidade

Professor, ensaísta, historiador, crítico literário, Hernâni António Cidade (1887-1975) era natural do Redondo, distrito de Évora. Seu pai, António Cidade, era carpinteiro de carros e foi ao som da “orquestra da serra e do malho” que Hernâni cidade disse ter aprendido a exatidão do trabalho, o valor do esforço, o sagrado cumprimento das tarefas. António Cidade, para além de artífice, cantava baladas e histórias, recitava versos de Augusto Gil, Guerra Junqueiro, António Nobre: à noite, ao serão, envolvia os filhos e os netos naquele universalismo alentejano, onde ressoava ainda a estepe, há pouco desaparecida.



Figura 1: Dr. Hernâni Cidade

Hernâni Cidade, sem jeito para as artes do ferro, franzino demais para as tarefas do campo, dado mais às letras e à Escola foi aceite no Seminário de Évora, onde se mostraria aluno brilhante.

Acabada no Seminário de Évora a primeira etapa da sua formação, foi escolhido para seguir estudos na Universidade Gregoriana de Roma; mas, abalado intelectualmente na sua fé pelas leituras mais recentes (o pequeno caixote de livros que trouxe do Seminário continha Bakunine, Marx, Engels, Pestalozzi, Gorki), dividido entre um crescente agnosticismo intelectual, uma sensibilidade religiosa que o acompanhou até à morte e uma gratidão imensa ao Seminário que gratuitamente lhe dera a possibilidade de estudar, escolheu o caminho da lealdade, expondo ao arcebispo, D. José Eduardo Nunes, o seu desejo de frequentar a Universidade e seguir a vida laica. Também aí o Seminário o respeitou como Homem e generosamente lhe concedeu que ficasse os meses necessários para obter a equivalência ao ensino secundário oficial.

Foi como Prefeito do Colégio Calipolense e como explicador particular que fez o Curso Superior de Letras e obteve, com distinção, a habilitação para o Magistério Secundário.

Na semana do aniversário do seu nascimento desenvolvem-se diversas atividades de carácter cultural, educativo e desportivo. A iniciativa mobiliza a comunidade escolar a homenagear a memória do escritor e professor redondense, Dr. Hernâni Cidade.

Pelo 6º ano consecutivo, realiza-se em Redondo a Semana Científico-Cultural Dr. Hernâni Cidade, organizada pela Escola Básica 2,3/Sec. Dr. Hernâni Cidade e à qual a autarquia se associa desde a 1ª edição. A iniciativa tem como finalidade de envolver a comunidade escolar em atividades coletivas que estimulem o interesse pela aprendizagem e promovam o conhecimento e valorização do património local. O programa de atividades inclui conferências, workshops, ciclos de cinema, visitas de estudo, debates, espetáculos musicais, apresentações de trabalhos e atividades desportivas.

Caracterização física

É uma escola com cerca de 30 anos, que neste momento está a ser intervencionada pela Parque Escolar para a demolição e a respetiva construção de uma nova estrutura escolar. Esta escola não possuía as características físicas necessárias para as atividades letivas e oferta formativa para o mundo tecnológico em que vivemos. As imagens abaixo mostram a escola ante, durante e depois de ser intervencionada pela Parque Escolar:



Figura 2: Antiga escola E.B. 2,3 /Sec. Dr. Hernâni Cidade



Figura 3: Monoblocos a funcionar como sala de aula



Figura 4: Escola intervencionada pela Parque Escolar

Em baixo, imagens do Bloco B onde decorreram todas as aulas que lecionei (de salientar que este bloco da escola não foi demolido pela Parque Escolar).



Figura 6: Bloco B - Corredor de acesso às salas de aula

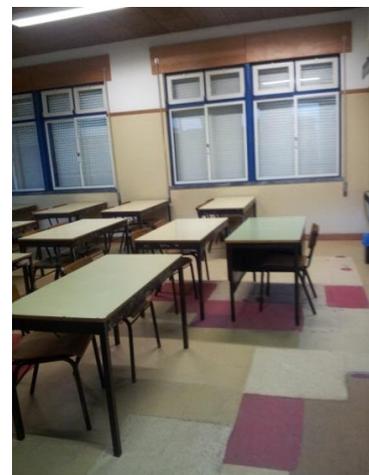


Figura 5: Bloco B – Sala de aula

A escola exteriormente tinha espaços verdes, campo desportivo onde promove jogos tradicionais, atividades como, tiro ao arco, rappel, trekking, baseball, muro para escalada e hip-hop.

A escola era constituída por dois blocos de salas e um pavilhão desportivo.

No bloco A (atualmente demolido), tinha:

- A biblioteca, que está inserida na rede de bibliotecas escolares, que dispõe mais de 15 000 exemplares catalogados em base de dados, computadores com acesso à internet, material audiovisual, fotocopiadora, jogos didáticos e espaço com mesas para trabalhos em grupo.
- Refeitório, sala de convívio, bar de alunos e professores, sala de professores, sala TIC, laboratório de informática, laboratórios de físico-química e ciências da natureza / biologia, salas de educação visual, educação tecnológica e educação musical, reprografia, papelaria, secretaria, gabinete da direção, e algumas salas de aula.

No bloco B tem:

- Sala de desenho, gabinete de apoio à família, sala de multideficiência, sala de informática e algumas salas de aula.

No pavilhão gimnodesportivo temos:

- Balneários, gabinete dos docentes, sala de aula, sala de ginástica e o campo de jogos: futebol, basquetebol, andebol, ...

Oferta Formativa

A escola oferece diferentes níveis de ensino:

- 2º Ciclo;
- 3º Ciclo;
 - Ensino regular
 - Cursos de Educação e Formação
 - Eletricista de Instalações
 - Instalação e Reparação de Computadores

- Secundário
 - Ciências e Tecnologias
 - Línguas e Humanidades
 - Cursos Profissionais
 - Técnico de Turismo
 - Técnico de Higiene e Segurança no Trabalho
 - Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos
 - Técnico de Viticultura
 - Técnico de Informática de Gestão
 - Técnico de Turismo Ambiental e Rural

Ao contrário de anos anteriores a escola não oferece ensino noturno (EFA).

Formações Complementares e Atividades Extra Curriculares

- Sala de estudo
- Ocupação dos tempos dos alunos
- Apoios pedagógicos
 - Serviços de psicologia e orientação
 - Gabinete de apoio educativo
- Projetos de âmbito curricular
 - Turma Mais
 - Plano Nacional de Leitura
 - Novo Programa de Português
 - Plano de Intervenção para a Matemática
 - Português Língua não Materna
 - Observatório de Trajetos dos Estudantes do Ensino Secundário (**OTES**)
- Projetos Extra Curriculares
 - Clube de Artes
 - Clube de Musica
 - Clube de Matemática
 - Desporto Escolar

Órgãos de Gestão da Escola

- Conselho geral – Constituído por 7 docentes, 2 alunos, 4 não docentes, 3 representantes da Autarquia local, 2 encarregados de educação e 3 membros de associações locais.
- Direção da Escola – Constituída por: Diretora, subdiretora e duas adjuntas.
- Conselho pedagógico – Presidente do Conselho Pedagógico (Diretora), coordenadores de departamento, coordenador da biblioteca, coordenadores de estabelecimento, coordenador da oferta formativa, coordenador de projetos em desenvolvimento, coordenador do ensino básico, coordenador do ensino secundário, coordenador do apoio educativo, representante dos encarregados de educação e presidente da associação de estudantes.

A nível de segurança é uma escola segura, não havendo roubos, nem agressões. Os estudantes e funcionários dispõem de serviços de papelaria, reprografia, bar e cantina utilizando cartões magnéticos informatizados que tornam possível o controlo da entrada e saída da escola por parte dos alunos, bem como a divulgação de informação, como por exemplo notas e faltas dos mesmos através do ponto de acesso que se localiza junto ao PBX.

3. O CONHECIMENTO E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR

3.1. A MATEMÁTICA

Nos meus tempos de escola enquanto aluno, o ensino de Matemática era entendido como a transmissão de conteúdos matemáticos do professor para o aluno. As aulas eram maioritariamente expositivas ou então a resolver exercícios rotineiros e a comunicação matemática era restrita às perguntas que o professor e nós respondíamos.

Na PES, descobri que o ensino da Matemática é muito mais que conteúdos e conhecimento, é uma ação conjunta entre professor-aluno e aluno-aluno em constante interação social. Aqui, o professor deixou de se limitar à transmissão de conhecimento e passou a organizar

“um conjunto de tarefas diversificadas e não rotineiras que promovam uma variedade de estratégias de resolução de problemas pelos alunos e os levem a partilhar as suas ideias, com vista à negociação de conceitos matemáticos e à construção de novos conhecimentos.” (Ponte, et al., 2007, p. 43)

O conhecimento dos conteúdos e respetivos procedimentos matemáticos, bem como a atividade de fazer Matemática na procura de novas ideias e generalizações perfaz um conjunto essencial no ensino-aprendizagem da Matemática.

A Matemática deixa assim, de ser ensinada como algo fixo e independente de quem a ensina, para depender “do trabalho que o professor realiza na sala de aula, da interação que promove na turma, das formas de trabalho que utiliza, dos papéis que atribui aos alunos e a si mesmo.” (Canavarro, 2003, p. 4)

3.2. O CURRÍCULO

O currículo de Matemática apresenta vários princípios, entre os quais a historicidade, a flexibilidade e o equilíbrio. “Nenhum currículo pode ser concebido como definitivo” (Associação de Professores de Matemática, 2009, p. 19) mas sim como passível de ser adequado à sociedade atual, com os seus avanços e evoluções, que tem fortes repercussões na escola. Simultaneamente, o currículo deve “permitir

concretizações específicas diferenciadas, quer em relação a regiões, quer em relação aos alunos e aos professores” (Associação de Professores de Matemática, 2009, p. 19) disponibilizando um vasto leque de metodologias e orientações. Equilibrado na medida em que “todos devem ter oportunidade de aprender Matemática” (Associação de Professores de Matemática, 2009, p. 22) dando a possibilidade a todos os alunos de explorar e investigar a Matemática.

O Programa de 7º ano

As aulas da turma do 7.º ano seguiram por base o Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico que tem como principais finalidades a promoção da “aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados” e o desenvolvimento de “atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.” (Ministério da Educação, 2007, p. 3). Este documento faz também referência aos objetivos gerais do ensino da Matemática: conhecer procedimentos e factos básicos da Matemática, compreender afinal o que é a Matemática, utilizar diferentes representações, comunicar e interpretar ideias, raciocinar matematicamente, resolver problemas, estabelecer conexões e relações matemáticas, fazer Matemática autonomamente e apreciar a Matemática.

Relativamente aos conteúdos, o Novo Programa do Ensino Básico divide-se em quatro grandes temas: Números e Operações, Álgebra, Geometria e Organização e Tratamento de Dados. O primeiro tema, Números e Operações Básicas, tem como ideias principais “promover a compreensão dos números e operações, desenvolver o sentido de número e desenvolver a fluência no cálculo”. (Ministério da Educação, 2007, p. 7) A Álgebra tem como propósito principal o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico e a Geometria tem como ideia fundamental o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos. O último tema, Organização e Tratamento de Dados pretende desenvolver a capacidade de compreender e originar informação estatística.

Adicionalmente, este programa destaca três capacidades igualmente importantes a ter em conta: a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Estes tópicos devem ser abordados nas aulas transversalmente aos quatro grandes temas.

No que respeita às orientações metodológicas, o Novo Programa de Matemático do Ensino Básico salienta a importância de possibilitar ao aluno o contato com

diferentes tipos de experiências matemáticas como a resolução de problemas e de exercícios, a exploração de atividades investigativas, o desenvolvimento de projetos e a participação em jogos, envolvendo contextos matemáticos e não matemáticos, com recurso a diversos materiais e tecnologias.

Sobre a avaliação, deve “fornecer informações relevantes e substantivas sobre o estado das aprendizagens dos alunos, no sentido de ajudar o professor a gerir o processo de ensino-aprendizagem.” (Ministério da Educação, 2007, p. 12) Assim, defende-se a aplicação de uma avaliação contínua que faça o balanço entre o aprendido e o esperado com o objetivo de ajudar o professor a orientar o seu trabalho.

O Programa de 10º ano

Na preparação das aulas de nível secundário recorri ao Programa de Matemática para o 10.º ano que tem como finalidades

“desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade; promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico tanto para o prosseguimento de estudos como para a inserção na vida activa; contribuir para uma atitude positiva face à Ciência; promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade; contribuir para o desenvolvimento da existência de uma consciência crítica e interventiva em áreas como o ambiente, a saúde e a economia entre outras, formando para uma cidadania ativa e participativa”. (Ministério da Educação, 2001b, p. 3)

As principais áreas da Matemática abordadas neste ano englobam a Geometria no Plano e no Espaço; Funções e Gráficos, Funções Polinomiais e Função Módulo; e Estatística. Como Tema Transversais definem-se a comunicação matemática, a história da Matemática, a resolução de problemas e atividades investigativas, aplicações e modelação matemática, lógica e raciocínio matemático e tecnologia.

As orientações metodológicas apontam para a realização de trabalhos individuais, trabalhos a pares, trabalhos de grupo, trabalhos de projeto e atividades investigativas. A análise de situações da vida quotidiana assim como a aplicação de

modelos matemáticos à vida real devem ser utilizados, além de se realizarem conexões com outros ramos exteriores à Matemática como a Física, a Economia, entre outros.

Em relação à avaliação, a mesma deve ser utilizada pelo professor e pelo aluno, tornando este último um “elemento activo, reflexivo e responsável da sua aprendizagem” (Ministério da Educação, 2001b, p. 13) e avaliando todo o processo de aprendizagem, não se limitando apenas ao produto final.

3.3. OS ALUNOS E SUA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

De uma forma geral, em ambas as turmas predominava a falta de confiança relativamente aos conteúdos e procedimentos matemáticos, assim como ausência de autonomia para exploração matemática. Partindo destes fatos, decidi encaminhar a minha PES de modo a reforçar a autoconfiança dos alunos quanto aos seus conhecimentos e capacidades e desenvolver a autonomia na sua utilização.

Outro facto que constatei ao analisar as turmas foi a falta de motivação assim como a desconsideração da importância da Matemática. Tentei então envolver os alunos em atividades que tivessem de lidar com situações da vida real e quotidiana, assim como estabelecer conexões com outras áreas dos seus interesses.

A turma do 7º D

A turma é constituída por 20 alunos, 50% deles do sexo masculino e 50% do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11 e os 14 anos, sendo que a maioria se situa na faixa etária dos 12 anos e reside em Redondo. De realçar que 25% dos alunos está a repetir novamente o 7º ano e 35 % dos alunos já teve uma ou mais retenções.

A habilitação académica dos pais é baixa, repartindo-se entre o 1º, 2º e 3º ciclos, havendo apenas dois com o ensino secundário. Os alunos que não responderam ao item referem que os pais se encontram separados e um deles que o pai faleceu. No que diz respeito às mães, a situação é idêntica, embora haja 2 mães com o ensino secundário e 1 com licenciatura. No que diz respeito às profissões, tanto as dos pais como as das mães são muito diversificadas.

Uma parte significativa dos alunos da turma não respondeu ao item Atividades complementares, pressupondo-se assim que não realizam qualquer atividade

extraescolar. Os que respondem dedicam-se a atividades muito díspares, ainda que a maioria tenha respondido dedicar-se ao desporto.

O programa preferido é a série juvenil Morangos com Açúcar e a grande maioria prefere ler livros de aventura e de BD. O desporto de eleição para os alunos da turma é o futebol. Os seus grupos preferidos são muito diversificados, assim como as preferências musicais, embora a música pop tenha sido a mais referida.

A disciplina que preferem é Educação Física e a que menos apreciam é Matemática. Apenas 4 alunos referem não gostar de estudar, repartindo-se as restantes respostas entre o Sim e o Às vezes. Apenas 3 afirmam não gostar da sua escola e a maioria pretende prosseguir estudos até ao ensino Superior.

Os principais fatores causadores de insucesso são, segundo a maioria dos alunos, a falta de atenção e concentração, a falta de hábitos de estudo e o desinteresse pela disciplina.

A turma do 10º A

A turma é constituída por 15 alunos, 60% deles do sexo masculino e 40% do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 16 e os 18 anos, sendo que a maioria se situa na faixa etária dos 17 anos e reside em Redondo.

A habilitação académica dos pais na maioria dos casos está entre o 9º e 12º anos. Um dos alunos vive com os avós tendo escolaridades mais baixas. No que diz respeito às mães, a situação é idêntica, embora haja uma mãe com licenciatura. No que diz respeito às profissões, tanto as dos pais como as das mães são muito diversificadas.

Os desportos favoritos dos rapazes são futebol e andebol enquanto os das raparigas é a Natação.

A disciplina preferida da maior parte dos alunos é Matemática e as que sentem mais dificuldades são Matemática e Física/Química. Segundo os dados, 50% dos alunos estuda frequentemente, 30% estudam nas vésperas dos testes e os restantes 20% estudam diariamente. Sabemos ainda que 90% dos alunos pretende prosseguir estudos até ao ensino superior e os restantes 10% responderam que ainda não sabiam.

Os principais fatores escolhidos como causadores de insucesso são as matérias difíceis e a falta de estudo.

4. ATIVIDADE LETIVA DESENVOLVIDA

4.1. PLANIFICAÇÃO, CONDUÇÃO DAS AULAS E AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS

4.1.1. Planificação e Condução das Aulas

Planificar “não se reduz à selecção de umas tantas tarefas” (Ponte, 2005, p. 12). Ao planificar uma aula de Matemática, o professor pode seleccionar, adaptar ou elaborar uma tarefa de forma a servir os objetivos pretendidos e, não esquecendo, as características dos alunos que a vão explorar.

Na escolha das tarefas tive em conta o modo como os alunos iriam trabalhar, os vários materiais a serem utilizados e os conteúdos que iriam ser abordados. Tentei ainda que as tarefas seleccionadas fossem de encontro às diversas capacidades transversais, onde os alunos tivessem de explorar e comparar as diferentes estratégias e soluções.

Aquando da planificação, também me preocupei em antever possíveis resoluções dos alunos e representações utilizadas (esquemas/desenhos, linguagem natural, linguagem matemática...) e analisar eventuais dificuldades que os mesmos poderiam manifestar. Na definição de elipse lembrei-os da definição de circunferência para mais facilmente poderem construir a definição de elipse.

Outra preocupação que tive foi pensar em questões que pudesse colocar de modo a motivar e estimular a atividade dos alunos *O que acontece quando se faz um corte na tábua? Tarefa os cubos do Sr. José*. A utilização de diferentes materiais foi outro dos pontos que considerei ao preparar as aulas que lecionei. A utilização da plasticina de cores variadas, a utilização de cubos. Por vezes, senti a necessidade de alterar o enunciado, e outras até, voltar a colocá-lo como estava inicialmente.

Na condução da aula, preocupei-me em abranger os vários momentos da aplicação da tarefa: introdução, trabalho dos alunos, discussão e síntese.

A fase de introdução da tarefa pode influenciar o sucesso ou insucesso da atividade dos alunos. Segundo Fonseca, Brunheira & Ponte (1999), o modo como a tarefa é apresentada aos alunos é determinante para o decorrer do trabalho posterior dos mesmos e pode ser feita de várias formas, seja com a entrega de um enunciado escrito

ou com a apresentação da proposta de trabalho apenas oralmente. Nesta fase, tentei que os alunos compreendessem o que lhes estava a ser pedido. Para isso, realizava uma interpretação coletiva e, perante algumas dificuldades evidenciadas, intervinha individualmente.

Após a introdução, os alunos começavam a trabalhar em grupo, a pares ou individualmente. Na fase de desenvolvimento “pretende-se que os alunos adquiram uma atitude investigativa, devendo por isso haver a preocupação em centrar a aula na actividade dos alunos, nas suas ideias e na sua pesquisa” (Fonseca, Brunheira, & Ponte, 1999, p. 6). No decorrer desta fase, tentei assumir um papel de orientador, colocando questões mais ou menos diretas que apoiassem o trabalho dos alunos. A minha ajuda era solicitada pelos alunos várias vezes, principalmente quando pretendiam que eu confirmasse o que eles estavam a fazer ao que tentava sempre atender com questões que desencadeassem a validação dos seus raciocínios ou incentivando-os a fazer mais. Também quando tinham dúvidas a minha ajuda era solicitada, ao que tentava esclarecer as mesmas sem responder aos vários aspetos da tarefa. Durante esta parte, ia percorrendo a sala e analisando o trabalho dos alunos e, por vezes, quando observava que algum aluno estava estagnado fazia-lhe algumas perguntas para desenvolver o raciocínio do mesmo.

Na fase de discussão, além de orientador, o professor assume também o papel de moderador da comunicação entre os alunos na qual “os alunos são confrontados com hipóteses, estratégias e justificações diferentes das que tinham pensado, são estimulados a explicitar as suas ideias, a argumentar em defesa das suas afirmações e a questionar os colegas” (Fonseca, Brunheira, & Ponte, 1999, p. 8). Na fase de discussão com a turma em grande grupo, tentei sempre estimular o diálogo entre os alunos ao tentar que explicassem os raciocínios seguidos e comentassem os dos colegas de forma a compreenderem que existiam outras estratégias igualmente válidas. Nesta fase, tentei assim desenvolver a comunicação matemática pois observei que os alunos apresentavam muitas dificuldades sobre esta capacidade, principalmente quando tinham de explicar o raciocínio que tinham realizado. Também a utilização de uma linguagem mais formal foi um cuidado que tive pois, também aqui, os alunos apresentavam algum embaraço.

4.1.2. Avaliação das Aprendizagens

Ao longo da prática de ensino tive oportunidade de realizar um teste sobre estatística. Tive também a oportunidade de construir a respetiva grelha de correção com as respetivas cotações bem como a correção do mesmo. Em todas as aulas que lecionei utilizei sempre uma grelha de avaliação (Anexo 1).

Realizei ainda a planificação anual e de unidade.

4.2. TAREFAS APLICADAS

Neste subcapítulo indico as aulas que lecionei em ambas as turmas e respectivas tarefas que apliquei. De seguida apresento algumas tarefas que muito contribuíram para o meu desenvolvimento profissional, impulsionando aprendizagens muito significativas nos seus vários domínios.

4.2.1. Tarefas aplicadas no 7º D

Na turma do 7.º ano lecionei 9 aulas sobre os temas “Números Inteiros” e “Tratamento de Dados”, como apresentado na tabela seguinte:

Data	Tópico	Subtópico	Tarefa
31-10-2011	Números Inteiros	Raiz Quadrada	Raiz quadrada
02-11-2011	Números Inteiros	Raiz cúbica	Raiz cúbica
04-11-2012	Números Inteiros	Raiz cúbica	Cubos do Sr. José
12-03-2012	Tratamento de Dados	Análise e Interpretação de Dados	Análise e Interpretação de dados
14-03-2012	Tratamento de Dados	Medidas de localização e dispersão	Organização e interpretação de dados
16-03-2012	Tratamento de Dados	Medidas de localização e dispersão	Resolução de exercícios
11-04-2012	Tratamento de Dados	Medidas de localização e dispersão	Altura dos alunos da turma do 7º D
13-04-2012	Tratamento de Dados	Medidas de localização e dispersão	Resolução de exercícios
16-04-2012	Tratamento de Dados	Medidas de localização e dispersão	Resistência da média

O tópico Números Inteiros faz parte do tema Números e Operações. Este tema tem como propósito “desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de

utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.” (Ministério da Educação, 2007, p. 48). Com este intuito, o Programa de Matemática para o Ensino Básico aponta a resolução de problemas e a exploração e investigação de regularidades numéricas que reforcem o sentido de número e a compreensão das operações, a resolução de exercícios destinados a consolidar aspetos mais rotineiros e o desenvolvimento da capacidade de cálculo numérico. É aconselhado o recurso à calculadora para permitir ao aluno concentrar-se nos aspetos estratégicos do pensamento matemático ao resolver problemas e investigar regularidades numéricas.

O tópico Tratamento de Dados insere-se no tema Organização e Tratamento de Dados que tem como propósito “desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas, e ainda desenvolver a compreensão da noção de probabilidade.” (Ministério da Educação, 2007, p. 59). Neste tema, o Programa de Matemática do Ensino Básico menciona a realização de investigações estatísticas baseadas em situações reais nas quais os alunos devem formular questões, planear o estudo estatístico, selecionar amostras adequadas, recolher dados sobre os elementos das amostras e representá-los e interpretá-los. Sempre que possível, é aconselhável os alunos trabalharem em grupo e utilizarem diversos recursos tecnológicos como a calculadora gráfica ou a folha de cálculo.

4.2.2. Tarefas mais significativas

Tarefa “Raiz quadrada”

Escolha da tarefa

A raiz quadrada e a raiz cúbica inserem-se no tópico Números Inteiros do tema Números e Operações e surgem após a abordagem das potências. Os objetivos específicos a serem atingidos são “calcular a raiz quadrada e a raiz cúbica de quadrados e cubos perfeitos e relacionar potências e raízes.” (Ministério da Educação, 2007, p. 49)

Escolhi esta tarefa (Anexo 2) pois penso que é a que melhor se enquadra nesta fase para que os alunos possam relacionar potências e raízes utilizando a plasticina para auxiliar na visualização:

“Materiais manipuláveis são (...) um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos.” (Ministério da Educação, 2001a, p. 71)

Com esta tarefa pretende-se que os alunos cheguem ao conceito de raiz quadrada e que compreendam o seu significado, concebam que a raiz quadrada de um número é a operação inversa de elevar esse mesmo número ao quadrado, calculem a raiz quadrada de quadrados perfeitos e concluam que qualquer quadrado perfeito pode ser construído a partir das somas das sequências dos números ímpares.

Para exploração da tarefa, escolhi que os alunos se juntassem em grupos para os motivar a expor e discutir ideias matemáticas, e mais tarde, apresenta-las em grande grupo, confrontando processos e raciocínios.

Condução da tarefa

Iniciei a aula com a apresentação da tarefa e, de seguida, distribuí por todos os grupos palitos e plasticina de várias cores para que pudessem iniciar a tarefa. De salientar que no segundo ponto indiquei aos alunos que fossem construindo os quadrados de cores diferentes, ou seja: O primeiro quadrado perfeito teria uma bola de uma determinada cor, e para construir o segundo quadrado perfeito precisaria de mais três bolas e que as colocassem de outra cor e assim sucessivamente.

Relativamente ao primeiro ponto, os vários grupos não revelaram dificuldades em preencher a tabela que lhes era pedida.

O ponto da tarefa que se tornou mais interessante ao explorar esteve relacionado com a questão “A partir de uma bola de plasticina como poderias obter todos os quadrados perfeitos da alínea anterior.

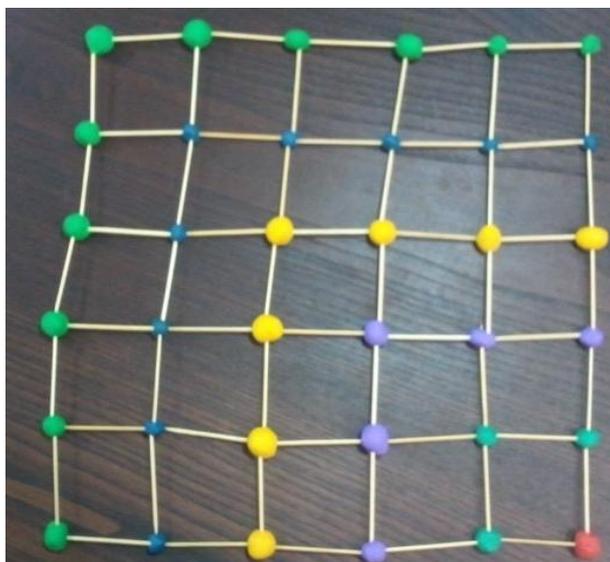


Figura 7: Construção com a plasticina

Ao preparar a tarefa tentei procurar uma forma de facilitar a construção dos quadrados perfeitos o que me levou a optar por usar plasticinas de diferentes cores, tendo outro impacto na exploração da tarefa já que facilita a visualização por parte dos alunos. De encontro com o que considerei ao planificar a tarefa, este ponto foi o qual onde os alunos apresentaram mais dificuldades. Um dos grupos (Grupo V) até conseguiu construir todos os quadrados perfeitos com as cores semelhantes ao da figura acima, contudo o grande problema foi retirar conclusões das construções encontradas.

À medida que ia passando pelos grupos ia, sempre que possível, dando sugestões relativas à construção pedida mas sem dar indicações diretas que os conduzissem à conclusão esperada.

Um dos grupos (Grupo IV) ao terminar a respetiva construção, exclamou: *Professor, partimos de um número ímpar de bolas e estamos sempre a acrescentar números ímpares*, ao que felicitei e incitei a continuarem: *Muito bem! Estão no bom caminho... mas conseguem ser ainda mais concretos no que estão a afirmar? Ou seja como podem construir o primeiro quadrado perfeito? E o segundo? E o terceiro? E por*

aí adiante.... Deixei-os pensar mais um pouco pois sabia que estavam prestes a chegar lá.

Os restantes grupos não chegaram a estas conclusões tão facilmente... Sempre que possível tentava interrogá-los... *Pensem no que construíram... Começaram com uma bola de plasticina, depois foram acrescentando bolas de plasticina para construírem quadrados perfeitos, pensem melhor nesses números que foram adicionando....* O Grupo I também chegou à conclusão *Todos os quadrados se obtêm somando números ímpares*, o que foi muito proveitoso.

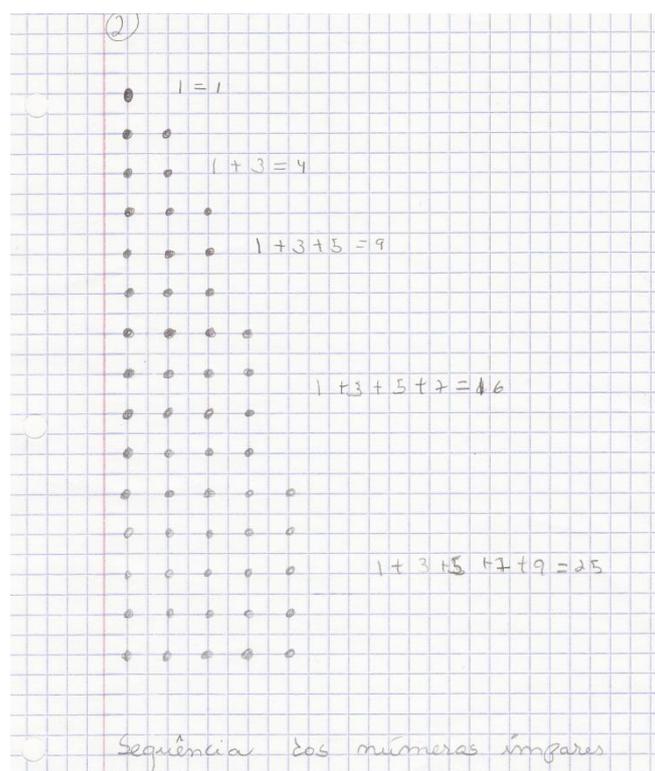


Figura 8: Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV)

Relativamente ao terceiro ponto da tarefa: “Quantas bolas seriam necessárias para construir os próximos três quadrados perfeitos desta sequência?”, a maior parte dos grupos optou por usar a estratégia anterior. Apenas o Grupo II utilizou outra estratégia, colocar bolas de plasticina à volta do último quadrado feito e assim sucessivamente e, no final, contavam o número de bolas.

3

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64$$

$$36 + 49 + 64 = 149$$

Serão necessárias 149 bolas

Figura 9: Resolução do 3º ponto da tarefa (Grupo IV)

Quanto ao ponto quatro da tarefa: “O Aristides tem 256 bolas de plasticina ligadas por palitos, conseguirá construir mais um quadrado?”, à medida que ia passando pelos grupos notava que estavam sem progredir, com exceção do grupo IV que me questionaram *Professor, se for sempre adicionando números ímpares até que a soma deles dê 256 conseguimos descobrir qual o quadrado que dá, certo?*, ao que continuei a insistir *Muito bem... façam cálculos... esquemas... estão no bom caminho...* para tentar que fossem mais além do que já tinham conseguido. Quanto aos outros grupos revelaram muita dificuldade, pelo que decidi fazer uma breve pausa, pedindo um minuto de atenção a todos os grupos para fazer um esquema relativo ao exercício 1 e questioná-los *Será que existe alguma relação entre o número de bolas usadas e a forma de potência?*. Após a minha intervenção o Grupo II chegou à conclusão esperada, seguido dos restantes grupos que continuaram a apresentar algumas dificuldades.

4

$$64 + 17 = 81$$

$$81 + 19$$

$$100 + 21$$

$$121 + 23$$

$$144 + 25 = 169$$

$$169 + 27 = 196$$

$$196 + 29 = 225$$

$$225 + 31 = 256$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	+3	+5	+7	+9	+11	+13	+15	+17	+19	+21	+23	+25
+27 + 29 + 31 = 256												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169

6 Anistides consegue fazer mais 1 quadrado com 16 bolas de laticão.

Figura 10: Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV)

4

$$5^2 = 25$$

$$6^2 = 36$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

$$9^2 = 81$$

$$10^2 = 100$$

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$13^2 = 169$$

6 Anistides conseguiu fazer mais 1 quadrado.

Figura 11: Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV)

Relativamente ao quinto ponto da tarefa: “A Inês tem 140 bolas e vários palitos. Conseguirá ela com todas as bolas obter um quadrado? Caso não consiga quantas bolas irá necessitar para construir o próximo quadrado perfeito?”, à medida que ia passando

pelos grupos deparava que o grupo IV e o grupo II seguiam as mesmas estratégias que usaram no ponto anterior. O mesmo se passava com os restantes grupos apesar de irem desenvolvendo o seu trabalho com mais dificuldade.

③

$$100 + 21 = 121$$
$$121 + 23 = 144$$
$$144 - 140 = 4$$

Necessita de 4 bolas

Figura 12. Resolução do 5º ponto da tarefa (Grupo IV)

③

$$11^2 = 121$$
$$12^2 = 144$$
$$144 - 140 = 4$$

Necessita de 4 bolas.

Figura 13. Resolução do 5º ponto da tarefa (Grupo II)

De seguida passámos à apresentação e discussão das resoluções. Os grupos, tal como planeado, foram ao quadro apresentar e argumentar os seus raciocínios. Foram apresentadas as estratégias de resolução dos grupos II e IV por terem processos interessantes para confrontar com a turma. No final da aula, reforcei as conclusões que pretendia.

Por falta de tempo, não foram apresentados nem discutidos os pontos seis, sete, oito e nove da tarefa, tendo ficado como trabalho para casa a sua resolução e a discussão para a aula seguinte.

Reflexão

Estou certo de que esta tarefa motivou muito os alunos que a consideraram muito interessante e bastante adequada pois envolveram-se ativamente na tarefa. Notou-se claramente que dois dos grupos se destacaram perante os restantes devido ao seu empenho contínuo e à forma como se empenharam na resolução da tarefa, permitiu-me concluir que os conceitos de raiz quadrada foram bem compreendidos pela maior parte dos alunos. Além do mais, a abordagem que escolhi vai de encontro com o referido no Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007) que indica a investigação de regularidades numéricas como uma das principais atividades na didática dos números para o 3.º ciclo. Considero ainda que a tarefa desafiou matematicamente os alunos ao requerer a conceção e utilização de estratégias, assim como posterior discussão e confronto de ideias.

No decorrer da aula dominei os vários conceitos matemáticos, bem como os respetivos procedimentos pois trata-se de um conteúdo com o qual trabalho com alguma frequência. Senti-me confiante ao colocar questões que tinha preparado aquando da planificação da aula e ao promover a comunicação matemática dos alunos durante a discussão.

Ao elaborar e preparar a tarefa lembrei conhecimentos que já tinha pouco presentes. Como exemplo, qualquer quadrado perfeito se pode obter através da soma da sequência de números ímpares. Aprendi ainda a forma como os alunos resolveram a tarefa de um modo diferente daquele que eu esperava que resolvessem.

O facto de ter distribuído pelos grupos plasticinas de cores diferentes facilitou a conexão entre o número de bolas que se tinha e o número de bolas que se vai acrescentando, revelando ser um excelente recurso que criou dinâmica à aula. A utilização da plasticina de variadas cores facilitou a escolha da estratégia escolhida pelos grupos pois através da visualização os alunos conseguiam aperceber-se que à medida que ia adicionando bolas de cores diferentes surgindo assim a ideia de que qualquer quadrado se pode escrever como a soma de números ímpares.

No segundo ponto da tarefa fiquei bastante surpreendido com as conclusões dos grupos. Não obstante de defender que devemos elevar as expectativas relativamente aos nossos alunos, neste ponto em concreto não as tinha tão elevadas, pois achava que não

conseguiriam tirar conclusões se não tivessem sugestões que os conduzissem à conclusão.

Relativamente ao terceiro ponto da tarefa “Quantas bolas seriam necessárias para construir os próximos três quadrados desta sequência?”, fiquei também muito surpreendido com a exploração realizada. Estava à espera que grande parte dos grupos tivesse uma resolução do seguinte género

$$6^2 = 36$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

sendo necessárias $36+49+64=149$ bolas, contudo, os vários grupos recorreram à soma dos números ímpares. Estou certo que o facto de ter colocado o ponto dois antes deste condicionou os alunos na resolução. Penso que se tivesse colocado o ponto dois a seguir ao ponto cinco as estratégias deles fossem completamente diferentes, pois assim as resoluções seriam todas do género do ponto um.

Uma fase importante nesta aula foi a minha intervenção a meio do ponto quatro da tarefa. É sempre difícil saber se deveremos intervir ou não perante a turma numa fase destas pois podemos correr o risco de aniquilar ideias brilhantes que possam surgir dos alunos, mas achei que tinha mesmo que fazê-lo pois, caso não o fizesse, toda a turma iria resolver a tarefa adotando sempre a sequência de números ímpares para calcular os quadrados perfeitos. A meu ver destaco esta intervenção como positiva pois contribuiu para os alunos assimilarem melhor o que foi feito no ponto um, ou seja, relacionar o número de bolas usadas com a forma de potência.

Relativamente aos pontos seis, sete, oito e nove da tarefa, resolvi deixar como trabalho de casa. Estes pontos deveriam estar à parte desta tarefa ou poderiam ser aplicados na aula seguinte como tarefas complementares.

Conduzi a aula de forma a contemplar quatro momentos distintos: apresentação da tarefa, trabalho autónomo pelos alunos, discussão e síntese de resultados. A fase da discussão foi a mais enriquecedora pois as estratégias mais significativas elaboradas pelos grupos foram apresentadas pelos mesmos. Aqui, os alunos estão no papel de autênticos comunicadores matemáticos, treinando o raciocínio e a argumentação matemática o que faz com que cada vez mais adquiram o gosto por esta disciplina.

Relativamente ao conhecimento didático aprendi que a ordem pela qual as perguntas surgem na tarefa influenciam a atividade dos alunos ou seja as estratégias de resolução da tarefa.

Escolha da tarefa

Doyle (1988, citado por Stein e Smith, 1998, p. 2) é um dos autores que defende que “as tarefas usadas na sala de aula constituem a base para a aprendizagem dos alunos...”. A tarefa “Os Cubos do Sr. Zé”, pretendia que os alunos tivessem oportunidade de raciocinar e fazer conexões e não apenas aplicar os conceitos de forma rotineira.

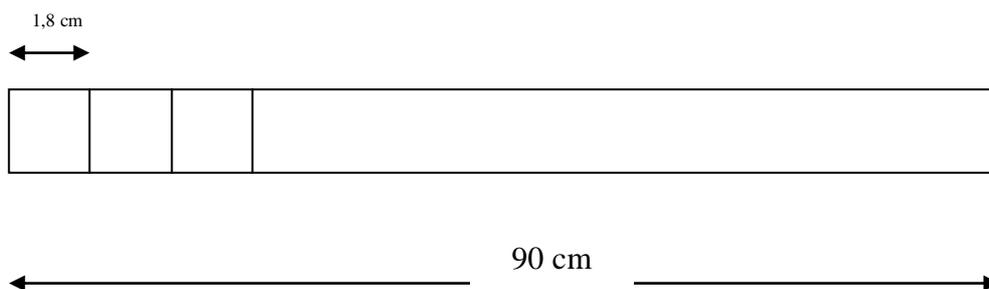
A tarefa “Os cubos do Sr. José” (Anexo 3) foi pensada em três momentos que considero cruciais: apresentação da tarefa, trabalho dos alunos e discussão final.

Na elaboração da tarefa idealizei uma situação real, para que os alunos pudessem aplicar a matemática na resolução de problemas do dia-a-dia.

Condução da tarefa

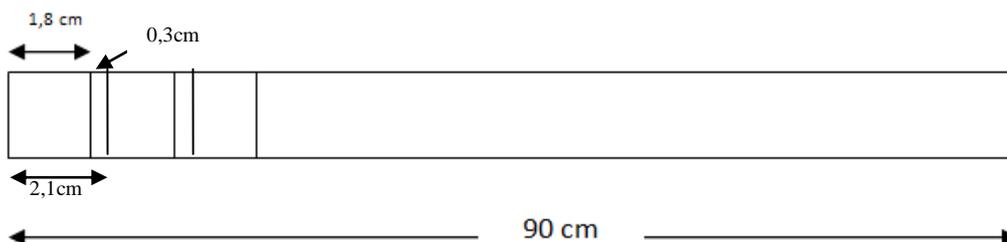
Esta tarefa foi apresentada aos alunos como se duma situação real se tratasse. No primeiro momento expliquei aos alunos minuciosamente todos os pontos da tarefa. Recordo perfeitamente que no primeiro ponto da tarefa, que tratava de dividir uma tábua de 90 cm de comprimento por vários quadrados de lado 1,8 cm, percebi que os alunos acharam esta questão muito fácil, à primeira vista. Um dos alunos de um grupo respondeu prontamente: “É só dividir o comprimento da tábua por 1,8 cm “. Eu sorri, e perguntei-lhes de seguida: O que acontece quando cortamos uma tábua com um serrote? Alguns dos alunos disseram logo que haveria “serradura”, ao que voltei a perguntar “Então o que acontece à tábua?”, aí eles mudaram de expressão: o que parecia tão claro tornou-se, de um momento para o outro, muito núbio.

Ao explorarem a situação, alguns grupos (Grupo V) começaram por dividir o comprimento da tábua pelo lado do quadrado, o que daria um total de 50 cubinhos.



À medida que ia passando pelos grupos, ia colocando questões pertinentes como “Então e a transformação da tábua em serradura? Será que a serradura cai do céu?” para os fazer raciocinar sem lhes dar resposta a coisa alguma.

O grupo IV já tinha percebido que para se obter um cubo precisava de 2,1 cm, ou seja, cada cubo que o Sr. José cortasse precisava de 2,1 cm de madeira. “*Professor, se dividirmos o comprimento da tábua por 2,1 cm obtemos 42,8571. Obtemos 42 cubos e sobra qualquer coisa*”, nesta altura nem sequer poderiam imaginar que essa qualquer coisa era exatamente o valor da aresta do cubo, 1,8 cm.



O grupo I estava a adotar uma estratégia diferente: relacionar o número de cubos com o número de cortes. Quanto ao grupo II a estratégia adotada foi medir no tampo da mesa, os 90 cm, e fazer as marcações da aresta do cubo e do desperdício. O grupo III seguiu a mesma estratégia do grupo IV. Dividindo os 90 cm do comprimento da tábua por os 2,1 cm que iria precisar para obter cada cubo.

O primeiro grupo a tirar as conclusões foi o grupo IV. Conseguir provar que o Sr. José em cada tábua conseguia fazer 43 cubos, mostrando que o tal bocadinho que sobrava era exatamente um cubo. Como eram 12 tábuas conseguiria fazer 516 cubos.

$90 : 2,1 \approx 42$
 $42 \times 2,1 = 88,2$
 $90 - 88,2 = 1,8$
 $1,8 = 1 \text{ cubo}$
 $42 \text{ cubos} + 1 \text{ cubo} = 43 \text{ cubos}$
 R: O sr. José obteve 516 cubos

Figura 14. Resolução do 1º ponto da tarefa (Grupo IV)

Quanto ao grupo I, conseguiu concluir que precisariam de ter 2,1 cm de madeira para construir cada cubo e que o número de cortes seria igual ao número de cubos menos um. Por tentativas conseguiram obter o número de cubos que o senhor José conseguiu fazer.

Ficha de Trabalho
 Tarefa - OS cubos do Sr. José

1. 90 cm (board length)
 $1,8 \text{ cm}$ (cube side)

$3 \text{ mm} = 0,3 \text{ cm}$
 $1,8 + 0,3 = 2,1$
 $\frac{90}{2,1} = 42,85$

1ª tentativa: $1,8 \times 42 = 75,6$
 $61 \times 0,3 = 12,3$
 $75,6 + 12,3 = 87,9$
 $90 - 87,9 = 2,1$ } 42 Cubos

2ª tentativa: $1,8 \times 43 = 77,4$
 $62 \times 0,3 = 12,6$
 $77,4 + 12,6 = 90,0$ } 43 Cubos

$43 \times 12 = 516$

Figura 15. Resolução do 1º ponto da tarefa (Grupo I)

Relativamente ao ponto dois da tarefa: “Qual o cubo máximo que o Sr. José conseguia construir com todos os seus cubinhos?” não houve nenhum grupo que calculasse diretamente a raiz cúbica de 516 (o que seria esperado uma vez que na aula anterior tinha sido abordado e explorado o conceito de raiz cúbica (Anexo 4)). Todas as resoluções foram por tentativas recorrendo à calculadora:

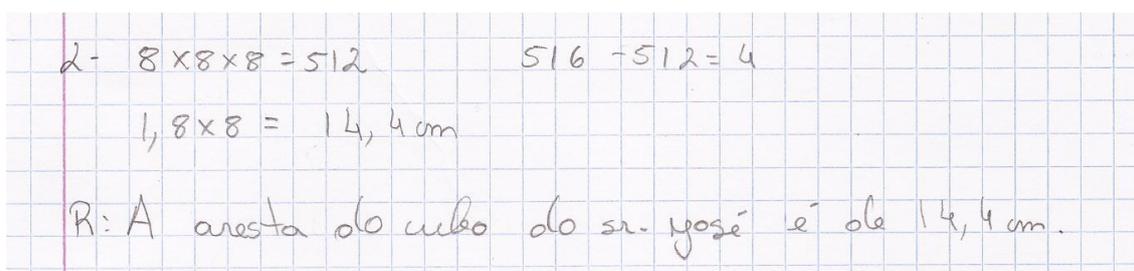
$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$7 \times 7 \times 7 = 343$$

$$8 \times 8 \times 8 = 512$$

$$9 \times 9 \times 9 = 729$$

Concluíram, assim, que o cubo máximo que o Sr. José poderia fazer tinha 8 cubinhos de aresta. Uma vez que cada cubinho media 1,8 cm obtiveram 14,4 cm para o valor da aresta do cubo. Apesar de não ser pedido houve grupos que responderam o número de cubinhos que sobraram ao Sr. José.



Handwritten student work on grid paper showing calculations for the cube problem. The work is written in blue ink and includes the following steps:

$$2 - 8 \times 8 \times 8 = 512 \qquad 516 - 512 = 4$$
$$1,8 \times 8 = 14,4 \text{ cm}$$

R: A aresta do cubo do sr. José é de 14,4 cm.

Figura 16 - Resolução do 2º ponto da tarefa (Grupo IV)

Relativamente ao ponto três da tarefa: “A que altura o topo do retrato do famoso matemático se encontrava do chão?”, os grupos começaram por calcular as dimensões do baú e, de seguida, o valor do lado do retrato, depois somaram esses resultados, como poderemos ver a resolução do grupo IV. De salientar que neste ponto da tarefa vários grupos aplicaram diretamente o conceito de raiz cúbica para calcular as dimensões do baú e de raiz quadrada para calcular as dimensões do retrato.

3- Bau - $\sqrt[3]{3345} = 15$ $15 + 14,4 = 29,4$
Moldura - $\sqrt{1600} = 40$ $29,4 + 4 = 33,4 \text{ cm}$
R: O senhor está a 33,4 cm de altura

Figura 17. Resolução do 3º ponto da tarefa (Grupo IV)

Relativamente ao ponto quatro da tarefa: “Quais as dimensões do reservatório sabendo que este estava cheio, e ainda ficou com 60 litros de água?”, apenas o grupo IV me chamou ao lugar para apresentar os seus raciocínios, como se ilustra abaixo:

4- $60 \text{ l} = 60 \text{ dm}^3$ $60 \text{ l} + 4 \text{ l} = 64 \text{ l}$
 $64 \text{ l} = 64 \text{ dm}^3$ $\sqrt[3]{64} = 4 \text{ dm}^3$
R: As dimensões do depósito é de 4 dm^3

Figura 18. Resolução do 4º ponto da tarefa (Grupo IV)

De seguida passámos à Apresentação e discussão das resoluções. Os grupos, tal como planeado, foram ao quadro apresentar e argumentar os seus raciocínios. Sempre que necessário foram discutidas e apresentadas diversas resoluções. Aqui os alunos foram estimulados a desenvolver a comunicação matemática. Por falta de tempo, não foi apresentado nem discutido o ponto quatro da tarefa, tendo ficado como trabalho para casa a sua resolução e a discussão para a aula seguinte.

Nos pontos mais pertinentes da tarefa elaborei uma apresentação em *Google SketchUp* (Anexo 5) para poder ilustrar de uma forma completamente diferente, os resultados a que os alunos chegaram: as figuras 18 e 19 simulam respetivamente um serrote a cortar a tábua de madeira obtendo-se os 43 cubinhos, e o cubo que o Sr. José conseguiu construir com as doze tábuas.

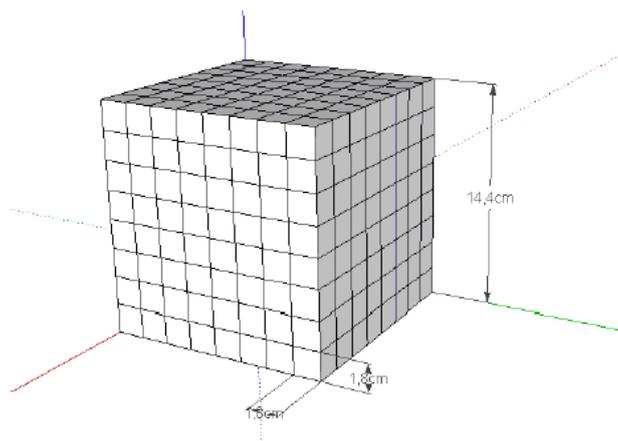


Figura 19. Cubo do Sr. José

Reflexão

Segundo o projeto QUASAR, o quadro das Tarefas Matemáticas distingue três fases distintas: “Como as tarefas aparecem nos manuais, como as tarefas são apresentadas pelos professores e como as tarefas são realizadas pelos alunos.” Todas as fases são de extrema importância mas, para mim, a mais importante é como as tarefas são adaptadas e apresentadas pelos professores pois influencia diretamente a forma como os alunos se envolvem nas tarefas.

Estou certo de que esta tarefa motivou muito os alunos, talvez por se tratar de uma situação real se tratar. Quando sentimos o que estamos a partilhar mais motivado fica quem nos está a ouvir. Um dos motivos para o sucesso desta tarefa, a meu ver, deveu-se ao facto de com a simples resposta de um aluno, “basta dividir o comprimento da tábua por 1,8 cm” tudo tão simples, tão óbvio, desinteressante... até que... surge a pergunta da minha parte: “ O que acontece quando cortamos a tábua com um serrote? “ ao que alguns alunos responderam que havia serradura. Este foi um dos grandes momentos desta aula a meu ver. Foi aqui que despertei a curiosidade deles, e que senti que já estavam motivados para resolver a tarefa.

A forma como os alunos se empenharam na resolução da tarefa, permitiu-me concluir que os conceitos de raiz quadrada e raiz cúbica foram bem compreendidos pela maior parte dos alunos.

Algo que gostaria de salientar foi um lapso da minha parte. Por vezes sentimo-nos tão confiantes que acabamos por cometer erros desnecessários. Quando resolvi esta tarefa em casa, fi-lo de uma forma cuidadosa (pensei eu). Ao resolver o 1º ponto da tarefa, “Quantos cubos obteve o sr. José?” uma vez que a aresta de cada cubinho seria de 1,8 cm e a largura da lâmina do serrote com que será feito o corte seria de 3 mm obtive:

$$1,8 + 0,3 = 2,1 \text{ cm}$$

$$90 : 2,1 = 42,8 \text{ cm}$$

O meu pensamento foi imediatamente que com cada tábua o Sr. José conseguiria fazer 42 cubinhos e sobrava qualquer coisa, longe de saber que essa qualquer coisa era exatamente um cubinho. Uma vez que tenho gosto na utilização das tecnologias resolvi simular este problema usando um *software Sketch Up* como demonstro abaixo.

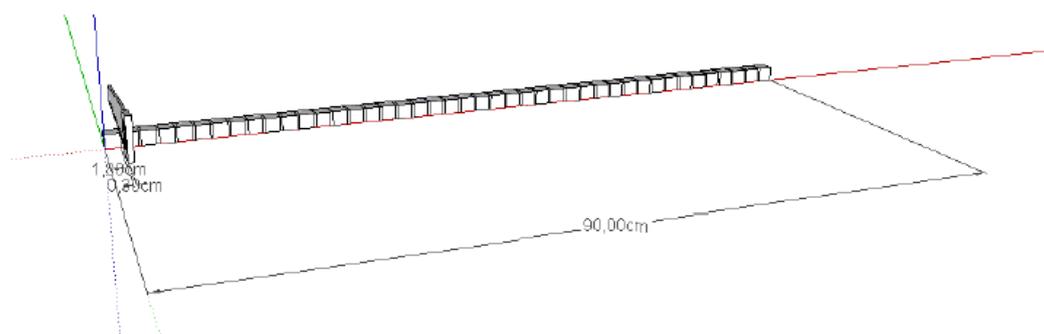


Figura 20. Cubinhos do Sr. José

Ao resolver o problema através deste *software* deparei-me que obtinha um número inteiro de cubinhos, mais propriamente 43. Fiquei perplexo. Fui então verificar ao tal pedaço de madeira que sobrava:

$$42 \times 2,1 = 88,2 \text{ cm}$$

$$90 - 88,2 = 1,8 \text{ cm}$$

que é exatamente a medida da aresta do cubo, ou seja, em cada tábua temos sempre um número inteiro de cubinhos. Logo, no total, o Sr. José obteve 516 cubinhos.

Relativamente ao ponto dois da tarefa “Qual o cubo máximo que o Sr. José conseguia construir com todos os seus cubinhos?”, fiquei um pouco intrigado com a resolução dos alunos, uma vez que na aula anterior tinha sido realizada uma tarefa sobre

a raiz cúbica na qual os alunos, além de outros conceitos, interiorizaram a relação entre o número total de cubinhos e o número de cubinhos de cada aresta associados a cada cubo. Estava à espera de uma resolução imediata, do género $\sqrt[3]{516} = 8,021$, ou seja, que o cubo máximo teria 8 cubinhos de aresta. Momentaneamente pensei que não teriam ficado bem assimiladas as conclusões da tarefa anterior e que teria que reforçar essas mesmas conclusões no final desta aula.

Nesta fase, considerei que era imprescindível falar com os alunos sobre as conclusões da tarefa da aula anterior. Por um lado não o queria fazer pois sei que condicionaria a resolução dos alunos mas, por outro, sabia que se não o fizesse as resoluções dos alunos poderiam ser do género da anterior, por tentativas. Optei por fazê-lo: *Ilustres matemáticos, lembrem-se das conclusões que tirámos nas aulas anteriores sobre as relações entre a área do quadrado e a medida do seu lado e do cubo com a medida da sua aresta, pensem nisso*, notei que os alunos ficaram pensativos e alguns deles foram ver a tarefa da aula anterior. Talvez por isso, tivesse influenciado a resolução deste ponto da tarefa. À medida que ia passando pelos grupos notei que grande parte deles aplicaram diretamente o conceito de raiz quadrada e de raiz cúbica. Ou seja, com as dimensões do baú de forma cúbica com de 3375 cm^3 de volume, os alunos aplicaram diretamente $\sqrt[3]{3375} = 15 \text{ cm}$ concluindo que a altura do baú era de 15 cm. O mesmo aconteceu, com a moldura do famoso Matemático. Uma vez que a área da moldura era 16 cm^2 , aplicaram diretamente $\sqrt{16} = 4 \text{ cm}$ e obtiveram 4 cm de altura para a moldura. Estou certo que a minha intervenção fez com que os alunos acabassem por resolver este ponto da tarefa de outra forma mas, na minha opinião, foi uma decisão que beneficiou a aprendizagem dos alunos.

Relativamente ao ponto quatro da tarefa, resolvi deixar como trabalho de casa. Considero que o trabalho de casa é uma fase também importante e imprescindível às aprendizagens, pois reforça o trabalho realizado pelo professor e pelos alunos.

A gestão do tempo é sempre condicionada, tanto pelo ritmo de trabalho dos alunos como pelo trabalho produzido pelos mesmos. Os alunos estiveram a trabalhar, os resultados foram produtivos o que levou a uma maior utilização do tempo nas questões iniciais, o que se tornou escasso para a discussão da última questão. Mas o imprevisto não impediu que o essencial da tarefa fosse cumprido.

A fase da discussão poderia ter sido mais proveitosa, a meu ver. Senti que precisaria de mais uns minutos para que a aula fosse quase perfeita. É essencial a fase

em que os alunos apresentam os seus raciocínios, os seus esquemas, as suas estratégias, e não menos importante é a discussão matemática que se gera por outros grupos em torno dos raciocínios apresentados por um determinado grupo. É aqui que os grupos justificam os raciocínios, que elaboram as conclusões a que chegam, que desenvolvem e discutem com argumentos matemáticos. Esta fase é imprescindível para a comunicação matemática.

4.2.3. Tarefas aplicadas no 10º A

Na turma do 10.º ano lecionei 8 aulas sobre os temas “Geometria no plano e no espaço”, “Funções” e “Estatística”, como apresentado na tabela seguinte:

Data	Tema	Tópico	Tarefa
28/11/2011	Geometria no plano e no espaço I	Elipse	Elipses
30/11/2011	Geometria no plano e no espaço I	Elipse	Resolução de exercícios
02/12/2011	Geometria no plano e no espaço I	Elipse	Resolução de problemas – Física e Engenharia
06/01/2012	Funções	Estudo Intuitivo de Funções e Gráficos	As Marés
08/02/2012	Funções	Estudo Intuitivo de Funções e Gráficos	Resolução de exercícios
10/02/2012	Funções	Estudo Intuitivo de Funções e Gráficos	Resolução de exercícios – Calculadora gráfica
05/05/2012	Estatística	Distribuições Bidimensionais	Regressão Linear – Mínimos quadrados
08/06/2012	Estatística	Distribuições Bidimensionais	Relação entre as medidas do nosso corpo

O ensino de Geometria pretende desenvolver no aluno

“Uma intuição geométrica e um raciocínio espacial assim como capacidades para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, usar e aplicar a Matemática, formular e resolver problemas abstractos ou numa perspectiva de modelação matemática. Deve ainda desenvolver no estudante capacidades de organização e de comunicação quer oral quer escrita.” (Ministério da Educação, 2001b, p. 24)

Neste nível escolar, é essencial que os alunos compreendam as Funções como algo indispensável para a compreensão do mundo em que vivemos, particularizando-se o estudo de algumas funções polinomiais e da função módulo.

Quanto à Estatística, tem como objetivos ensinar o aluno a “organizar, representar e tratar dados recolhidos em bruto (ou tabelados) para daí tirar conclusões numa análise sempre crítica e sempre consciente dos limites do processo de matematização da situação”. (Ministério da Educação, 2001b, p. 29)

4.2.4. Tarefas mais significativas

Tarefa “Elipse”

Escolha da tarefa

Em relação ao estudo da elipse, o mesmo deve ser abordado como deformação da circunferência, ou seja, “a equação da elipse deve aparecer a partir da circunferência por meio de uma mudança afim de uma das coordenadas.” (Ministério da Educação, 2001b, p. 26). Com base nesta orientação, escolhi esta tarefa (Anexo 6) que pretende que os alunos definam, caracterizem e encontrem as propriedades das elipses recorrendo a um AGD. Ainda sobre esta matéria, apliquei também uma tarefa que apresento no anexo 7 que pretende que os alunos cheguem à definição de elipse a partir da definição de circunferência.

Condução da tarefa

Iniciei a aula com um pouco de história sobre as elipses pois considero que é importante mostrarmos aos alunos onde estas se encontram com o objetivo de os conseguir motivar. Começámos o primeiro ponto da tarefa com a construção da elipse, selecionando dois focos $(-2,0)$ e $(2,0)$, ao que, alguns dos grupos perguntaram: *O que é uma elipse professor?* outros alunos *O que são os focos?* Considero que foi um bom ponto de partida ao qual lhes respondi: *Essas respostas quero eu ouvir da vossa parte no final desta tarefa, pode ser?*

Uma vez que o professor titular da turma tinha um tempo por semana dedicado ao Geogebra com alguns destes alunos, senti que tive a minha tarefa um pouco facilitada, no entanto, não foi o que aconteceu pois, à medida que ia passando pelos grupos notei que havia quem nunca tivesse visto o *Geogebra* e que estivessem com muitas dificuldades. Tanto eu como o professor titular estávamos sempre prontos para ajudar na respetiva construção.

Até ao ponto cinco da tarefa basicamente foram só construções. O primeiro ponto essencial da tarefa era o ponto seis que pedia para se retirarem conclusões à medida que se manipulava o ponto P da elipse.

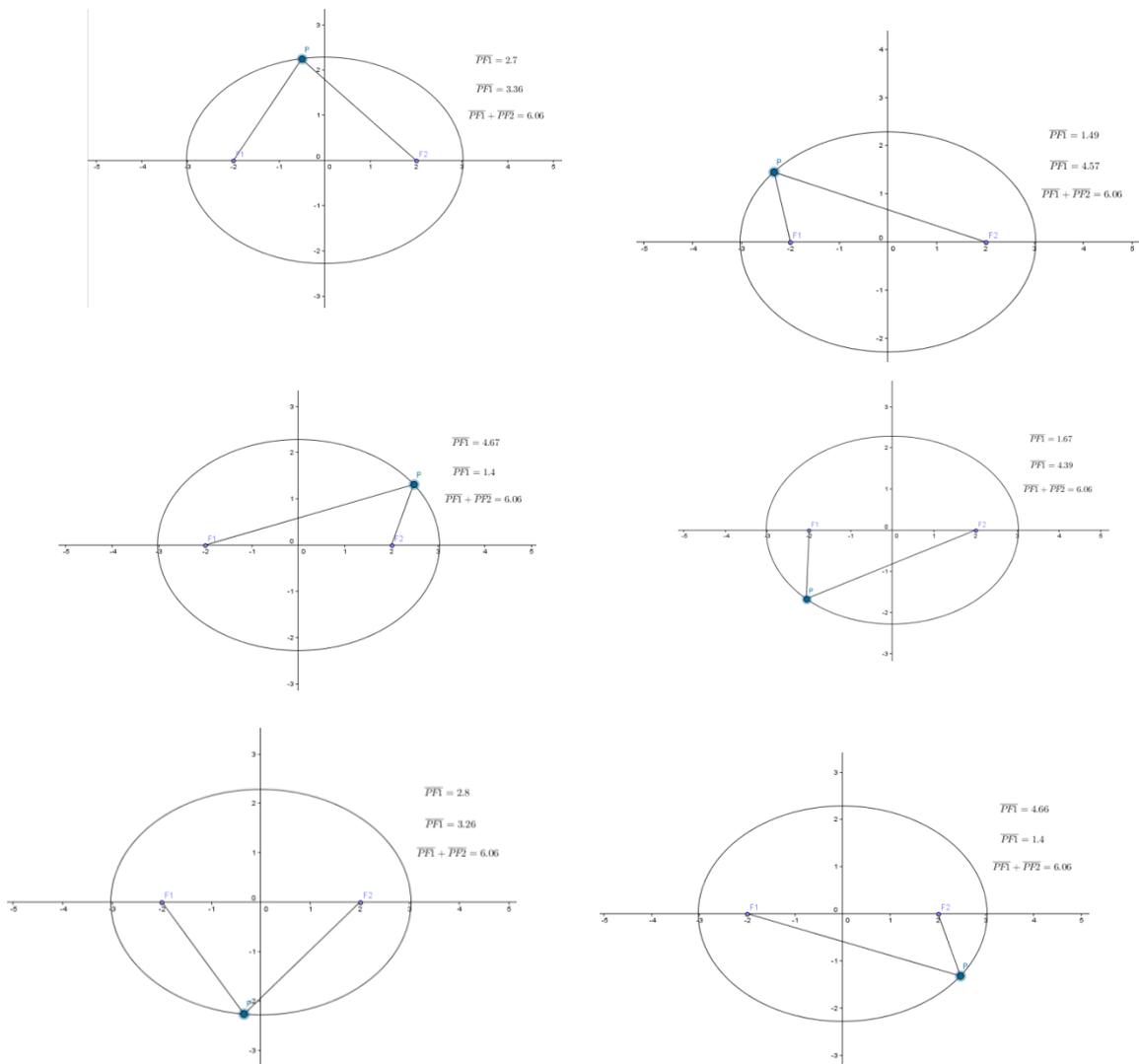


Figura 21. Construções no Geogebra

Após estas construções estarem concluídas, os grupos concluíram que à medida que manipulavam o ponto P as distâncias deste ponto a F_1 e a F_2 iam variando e, que além disso, a soma destas distâncias era fixa.

Grupo II: *Professor, à medida que manipulo o ponto P , a soma das distâncias do ponto P a cada um focos é constante.*

Eu: *Muito bem! Mas será que me conseguem então dar uma definição para a Elipse? Pensem...*

Os outros grupos tinham as mesmas conclusões, mas escrever a definição de elipse era mais difícil. Nesta fase fiz uma pausa e escrevi no quadro a definição de circunferência: “A circunferência é o conjunto dos pontos do plano cuja distância a um ponto fixo (centro) é constante.” Após esta intervenção os grupos adaptaram a definição da circunferência e baseando-se nas conclusões que tinham tirado atrás facilmente concluíram que a elipse é o lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a dois pontos fixos é constante.

Relativamente ao ponto nove “Se F_1 e F_2 coincidirem, o que obténs?”, os grupos concluíram que quando os focos coincidem estamos perante uma circunferência.

Na alínea seguinte da tarefa: “Através da manipulação do ponto P consegues obter a relação entre $\overline{PF_1} + \overline{PF_2}$ com o comprimento do eixo maior?”, um dos grupos (Grupo IV) optou por medir a distância do eixo maior da elipse e conclui que coincide com a soma das distâncias do ponto P a cada um dos focos.

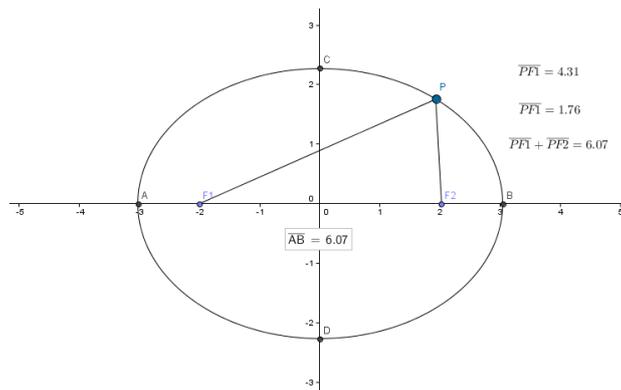


Figura 22. Estratégia do Grupo IV

Os restantes grupos acabaram também por chegar a estas conclusões adotando a mesma estratégia.

O ponto 11 “Qual a relação entre a, b e c” foi onde os grupos revelaram mais dificuldades. À medida que ia passando pelos grupos notava que pareciam que estavam bloqueados, era notório que não desenvolviam trabalho. Optei por dar-lhes sugestões com o objetivo de os ajudar a desbloquear. *Manipulem o ponto P e coloquem-no num local onde acham que seja mais fácil tirar conclusões.* Mesmo assim, notava que o tempo passava e eles não avançavam, o que me deixavam um pouco embaraçado devido ao pouco tempo que restava, optando por lhe dizer diretamente para colocarem o ponto P no vértice C da elipse, no entanto, apenas o grupo IV é que conseguiu tirar as

conclusões pretendidas: *Professor, como a soma das distâncias do ponto P aos focos é 2a então quando o ponto P coincide com o ponto C a distância de qualquer foco ao ponto c é igual a a. Podemos aplicar o Teorema de Pitágoras. A relação é que $a^2 = b^2 + c^2$.*

Nesta fase e uma vez que não haveria mais tempo optei por resolver este ponto da tarefa perante a turma, pois houve grupos que não o chegaram a concluir, pedindo a intervenção do grupo IV para partilhar estratégia que tinham utilizado. Com as palavras deles construí e expliquei minuciosamente a seguinte figura:

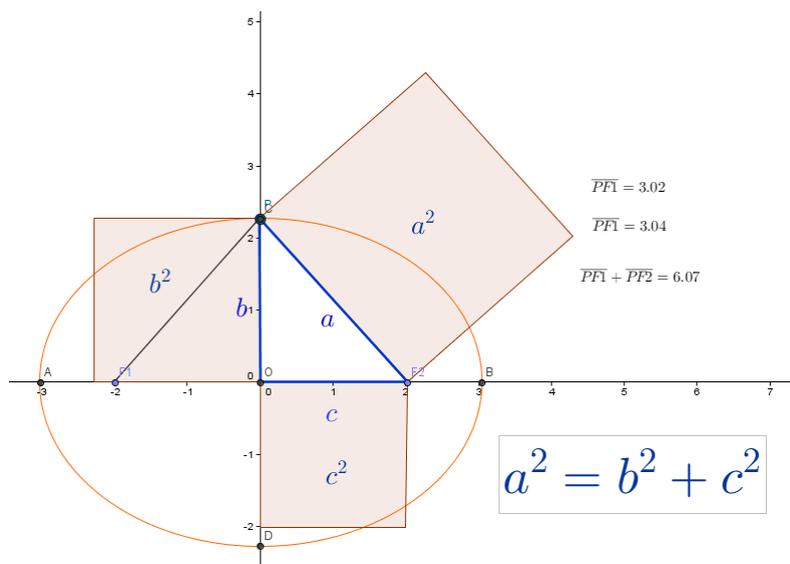


Figura 23. Construção no Geogebra

Foi feita uma síntese com as ideias principais da tarefa.

Por falta de tempo, não foi apresentado nem discutido o ponto quatro da tarefa, tendo ficado como trabalho para casa a sua resolução e a discussão para a aula seguinte.

Reflexão

Acho que a forma como iniciei a proposta da tarefa foi a adequada fazendo referência a alguns factos da História da Matemática, em particular da Geometria, como indica o Programa de Matemática para o 10.º ano:

“Será também conveniente dar a conhecer um pouco da História da Geometria à qual estão ligados os nomes dos maiores matemáticos de todos os tempos (Euclides, Arquimedes, Newton, Descartes, Euler, Hilbert, entre muitos outros).” (Ministério da Educação, 2001b, p. 24)

A primeira fase da tarefa foi a construção da elipse no *Geogebra*. A exploração de *software* apropriado “pode ajudar eficazmente o estudante a desenvolver a percepção dos objectos do plano e do espaço e a fazer conjecturas acerca das relações ou acerca de propriedades de objectos geométricos.” (Ministério da Educação, 2001b, p. 24). A estratégia de ter adotado um AGD para que os alunos descobrissem a definição e as características da elipse foi a ideal, poderia ter optado por uma aula expositiva em que se baseava em desenhos, definições e mais mecanizações mas seria de maior dificuldade de compreensão para os alunos. Desta forma considero que ter utilizado um ADG foi a estratégia perfeita.

A construção da elipse foi planificada de modo que os alunos ao manipular os pontos construídos pudessem tirar conclusões sobre as características da elipse. Foi notório que certos alunos da turma já tinham alguma sensibilidade a trabalhar com o *Geogebra* o que facilitou a parte de construção da elipse, porém alguns alunos nunca tinham usado este *software* e que apresentaram muitas dificuldades. A ajuda do Professor Orientador Cooperante foi preciosa pois além de ser experiente com o uso do *Geogebra* esteve sempre disponível para ajudar os grupos.

Após as construções estarem concluídas os grupos, na generalidade, concluíram que à medida que manipulavam o ponto P as distâncias deste ponto a F1 e a F2 iam variando e que a soma destas distâncias era fixa. Estas conclusões seriam muito difíceis de perceber se não tivessem recorrido a um AGD.

Apesar de a maioria dos grupos ter percebido o que estava a acontecer “ a soma das distâncias do ponto P a cada foco era constante” não estava tão linear como encontrar a definição para a elipse. Uma vez que não vi os grupos a escrever uma definição precisa para a elipse decidi fazer uma pausa e apresentar o exemplo da circunferência apresentando também a definição de circunferência. Esta intervenção foi importante pois desta forma permitiu que todos os grupos conseguissem adaptar a definição de circunferência para a elipse.

O décimo primeiro ponto foi o onde os grupos mostraram mais dificuldade. Não estavam a ser capazes de relacionar o semieixo maior com o semieixo menor e com a semi-distância focal, sentia que os alunos estavam bloqueados, sem ideias que os pudessem conduzir a generalização. Optei por dar-lhes sugestões com o objetivo de os ajudar a desbloquear: *Manipulem o ponto P e coloquem-no num local onde acham que seja mais fácil tirar conclusões*, mesmo assim e passados alguns minutos, os alunos

ainda tinham muita dificuldade em tirar conclusões. Uma vez que estava a ficar condicionado pelo tempo optei por lhes dizer que colocassem o ponto P sobre o vértice C da elipse. Por um lado considero que não foi benéfico ter-lhes dado esta sugestão, pois poderia tê-los feito pensar mais mas, por outro, estava condicionado pelo tempo. Mas mesmo assim só um grupo conseguiu chegar as conclusões pretendidas.

Uma vez que restavam poucos minutos para o fim da aula, optei por resolver este ponto perante a turma pedindo a colaboração do grupo IV e, com as suas estratégias construí e expliquei minuciosamente a seguinte figura aproveitando para frisar todos os pontos importantes da tarefa. Aproveitei também para relembrar o Teorema de Pitágoras pois, por incrível que parecesse, nenhum dos alunos relacionou as áreas do triângulo retângulo com este teorema.

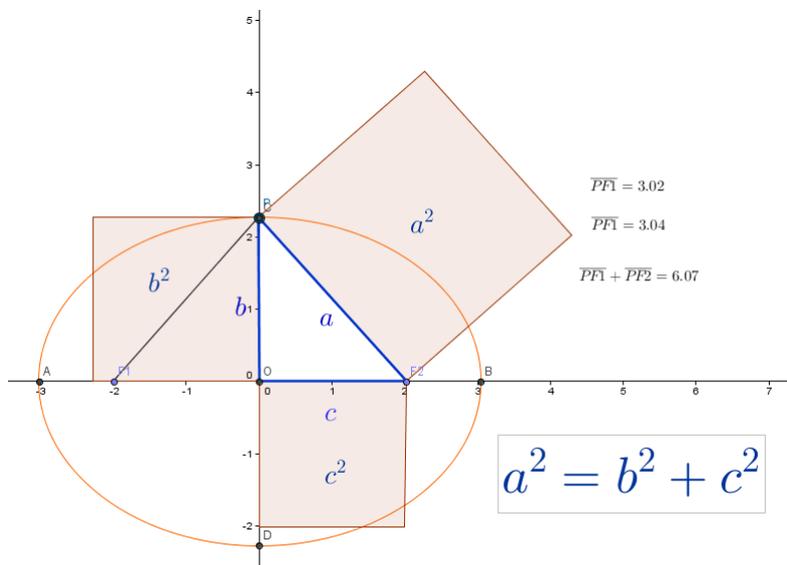


Figura 24. O Teorema de Pitágoras utilizando o Geogebra

Algo que poderia ter alterado na tarefa era em vez de serem os alunos a construírem as elipses e os respetivos pontos, o que demorou algum tempo, seria dar-lhes a tarefa já com essas construções e os alunos através da manipulação dos pontos poderiam retirar conclusões. Por um lado os alunos teriam mais tempo para poder tirar as conclusões pedidas mas, por outro, não ficavam tão familiarizados com o AGD.

Da forma como a tarefa foi realizada pelos alunos permiti-me concluir que todos eles perceberam o conceito de elipse: a relação entre os focos e o ponto sobre a elipse, a relação entre a soma das distâncias do ponto da elipse e a o eixo maior e a relação entre o semieixo maior, o semieixo menor e a semi-distância focal.

A gestão do tempo foi algo contra na realização desta tarefa. Apesar de os computadores já estarem todos ligados e com o *Geogebra* instalado quando os alunos entraram na sala de aula senti que são tarefas que são muito difíceis de concluir em 90 minutos. Contudo o essencial foi realizado.

Escolha da tarefa

Uma vez que o tema a abordar foi Elipses, a sequência de aulas foi planejada da seguinte forma:

1ª Sessão – Um pouco de história sobre elipses, exploração da elipse, caracterização e propriedades recorrendo a um *software* de geometria dinâmica *Geogebra* tendo como finalidade os alunos poderem chegar à definição de elipse e conjeturarem as suas principais propriedades.

2ª Sessão – Obtenção da equação da elipse como deformação ou alongamento da circunferência sobre os eixos dos x e y e resolução de exercícios.

3ª Sessão – Resolução de Problemas aplicados noutras áreas do saber, nomeadamente na Física e na Engenharia Civil.

Uma vez que esta reflexão incide na terceira sessão, achei de extrema importância uma sessão inteiramente direcionada à resolução de problemas, que constitui um contexto universal de aprendizagem e deve, por isso, estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas aprendizagens letivas.

Condução da tarefa

A tarefa (Anexo 8) foi pensada em três momentos que considero cruciais: apresentação da tarefa, trabalho dos alunos e discussão final. Na elaboração da tarefa tentei idealizar situações reais aplicadas à Física e à Engenharia Civil.

No primeiro momento expliquei minuciosamente aos alunos todos os pontos da tarefa. As caras deles não eram as mais simpáticas pois não se tratavam de problemas de resolução imediata como possivelmente estariam à espera.

No primeiro problema era pedido aos alunos para determinarem a altura do arco da ponte a dois metros do centro da base. Neste ponto houve alguma discussão entre os elementos dos grupos.

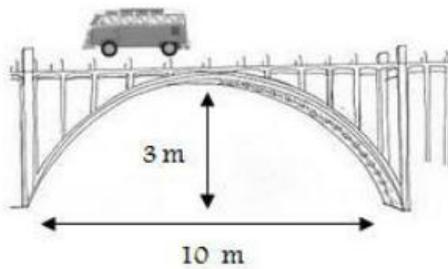


Figura 25. Imagem que descreve o problema

Alguns dos grupos chamaram-me no sentido de dizer que não estavam a perceber o que era pedido, mas penso que a questão deles era mesmo como começar, “como atacar o problema.” Disse-lhes para encontrarem alguma ligação desta ponte com a matéria abordada na aula anterior.

Um dos grupos, grupo I (Adelino e Miguel Salvador) começou por representar a origem do referencial, como ilustra a figura abaixo.

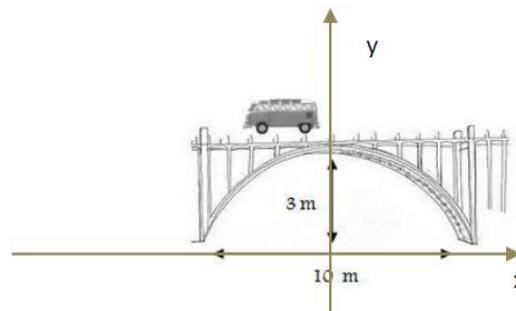


Figura 26. O referencial escolhido pelo Grupo I

À medida que ia passando pelos grupos ia observando que alguns, com mais ou menos dificuldade, iam conseguindo transpor para o papel a equação que representava a ponte semi-elíptica.

O primeiro grupo a apresentar a equação da elipse foi o grupo II (Adelino e Miguel). *Professor uma vez que o comprimento da ponte mede 10 metros podemos concluir que $2 \times a = 10 \Rightarrow a = 5m$ e uma vez que a altura da ponte mede 3 metros podemos concluir que $b = 3m$.*

Ao qual eu respondi *Muito bem. E o que representa o comprimento e a altura da ponte?*, eles prontamente responderam: *o comprimento corresponde ao eixo maior da*

elipse e a altura corresponde ao semi-eixo menor. E a equação da elipse que representa a ponte é a seguinte

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

Os outros grupos com um pouco mais de ajuda da minha parte chegaram às mesmas conclusões.

A questão mais complicada foi: “Qual será a altura da ponte a dois metros do centro da base?”. Aqui notei perfeitamente que os grupos que tinham colocado um referencial como ilustra a figura 25, tiveram mais facilidade em dar resposta ao problema, como foi o caso do grupo do Grupo I (David, Miguel e Rodrigo) e do grupo II. Os outros grupos demoraram mais tempo a compreender que se colocassem um referencial apropriado a pergunta tornar-se-ia mais intuitiva.

Quando estive com o grupo I, o Rodrigo perguntou-me: *Professor, o que é pedido aqui é qual é o valor de y tal que o x é igual a 3 certo? Basta substituírmos o x por 3 e resolver em ordem a y?* Eu respondi-lhe por outras palavras: *Sim, qual o valor da ordenada que tem de abcissa 2?*, estavam no caminho certo...

O grupo II já tinha chegado a essas conclusões, e apresentou o seguinte resultado

$$\frac{2^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 7,56 \Rightarrow y \approx 2,75 \text{ m}$$

A altura do arco a dois metros do centro da base é aproximadamente igual a 2,75 m. Os restantes grupos após terem colocado o referencial também rumavam no caminho certo. Convidei o Grupo II para expor e argumentar, no quadro, a resolução do problema.

Relativamente ao segundo problema: O cometa Halley tem uma órbita elíptica com excentricidade $e=0,967$. A menor distância do cometa de Halley ao Sol é 0,587 UA. Calcula a distância máxima do cometa ao Sol com uma aproximação a menos de 0,1 UA.
Nota: (1UA=148 800 000 km)

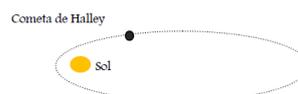


Figura 27. Planeta Halley

Os alunos estavam em pânico, este tipo de problema pareciam ser de nível superior ao de 10º ano mas o que é certo é que eles já possuíam todas as ferramentas

para o poder resolver. À medida que ia passando pelos grupos não estava a ver um único grupo a ter qualquer ideia para a resolução do problema. Passados uns minutos, o grupo II, já com um referencial traçado semelhante ao ilustrado na figura 26, começou por representar um dos focos e o comprimento do eixo maior, uma vez que a elipse estava sobre o eixo das abcissas, ao qual eu perguntei: *Porque acham que se trata de uma elipse?*, *Então porque se trata de uma orbita planetária e as órbitas planetárias são elípticas*, fiquei com um sorriso e disse-lhes que estavam no bom caminho...

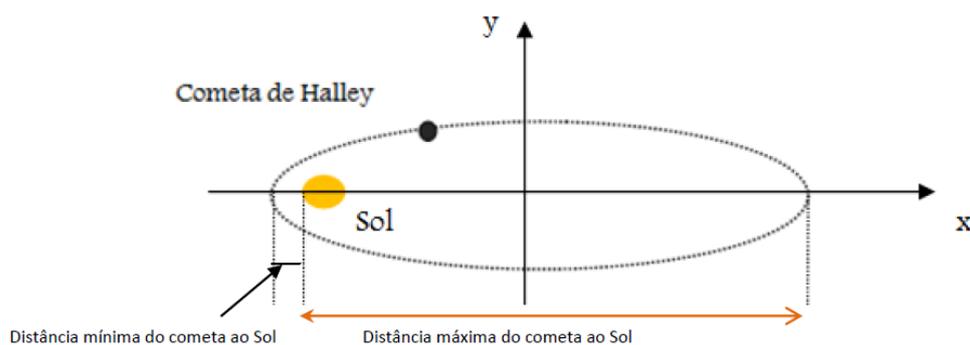


Figura 28. Planeta Halley

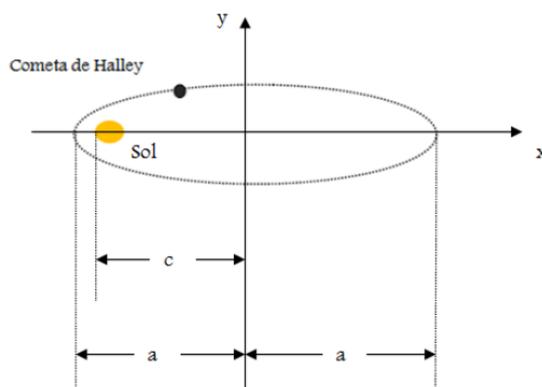


Figura 29. Referencial utilizado

Quanto aos outros grupos tive que tentar ajudar nas representações pois estavam com muitas dificuldades, mas pouco a pouco foram-se superando. Não se tratava de um problema em que basta só aplicar a receita, era mesmo necessário pôr os “neurónios” a funcionar.

O grupo II, após algum tempo chegou à seguinte conclusão: “ A distância mínima entre O cometa e o Sol é dada por $a-c$, e sabemos que $a-c=0,587$ (*). Por outro lado sabemos a excentricidade da elipse, logo $e = \frac{c}{a} = 0,967(**)$ ”. Após alguns cálculos chegaram à conclusão que a distância máxima do Sol ao cometa é $a+c \approx 17,8+17,2$, ou seja, $a+c \approx 35$ UA. De salientar que os restantes grupos conseguiram chegar às duas expressões (*) e (**), mas depararam-se com muitas dificuldades para calcularem os valores de a e c . Tiveram que recorrer à ajuda dos professores.

Desta vez convidei o Grupo I para expor e argumentar, no quadro, a resolução do problema 2. Neste ponto os alunos foram estimulados a desenvolver a comunicação matemática.

Por falta de tempo não foi apresentado nem discutido o problema 3, tendo ficado para trabalho de casa a sua resolução e a discussão para a aula seguinte. De salientar que o grupo II, com a minha “colaboração”, o resolveu dentro da sala de aula.

No final da aula foi entregue uma síntese do conteúdo das três sessões abordadas (Anexo 9).

Reflexão

Iniciei a aula com a correção dos trabalhos de casa em plenário com os alunos. Neste ponto dediquei mais tempo do que o planeado uma vez que os alunos tiveram muita dificuldade em resolvê-los. Tinha previsto resolver duas alíneas da questão 4, que tratavam de identificar os vértices, os focos, e a excentricidade das elipses conhecida a sua equação. Na questão 5, era precisamente o inverso, conhecendo alguns dos dados da elipse os alunos teriam que encontrar a sua equação. Nesta questão os alunos tiveram muitas dificuldades e decidi então resolver, em grande grupo, todas as alíneas associadas para que não ficassem quaisquer dúvidas e desta forma fosse mais fácil para eles realizarem a tarefa que tinha para propor. Estou certo que deste modo condicionei o tempo que tinha previsto para as várias fases da realização da tarefa, uma vez que se iria tratar de uma tarefa em que os alunos após perceberem o problema, o identificarem e o passarem para linguagem matemática, teriam que finalmente resolvê-lo. Mas se estavam com dúvidas na identificação dos vários parâmetros da elipse, como o poderiam resolver? Talvez estes conceitos não ficassem bem enraizados na sessão anterior, por isso penso que foi extremamente positivo dedicar mais uns minutos até que senti que os

alunos já se sentissem confortáveis com as matérias. Com isto demoramos mais uns minutos do que o planeado, não restando desta forma tempo para poder discutir o terceiro problema proposto para a aula.

Os alunos trabalharam em tríade, com exceção de dois grupos em que um deles trabalhou em pares e o outro só com um elemento. Os grupos trabalharam autonomamente no lugar. O trabalho em grupo estimula o trabalho colaborativo entre os alunos, isto é, todos os alunos participam na construção conjunta de um mesmo objetivo, que neste caso é a resolução de problemas. A tarefa é desenvolvida recorrendo primeiramente à discussão, depois à execução e finalmente à concretização dos objetivos propostos. Os alunos são colocados no centro das aprendizagens, são colocados no papel dos matemáticos e a aprendizagem é mais definida e mais duradoura pois, normalmente há um trabalho mais dedicado por parte dos alunos.

À medida que lhes ia explicando todos os pontos da tarefa, parecia que não estávamos a falar na mesma linguagem. As caras deles não eram as mais simpáticas, pois não se tratavam de problemas de resolução imediata como possivelmente estariam à espera. Penso que, infelizmente, ainda hoje, muitos professores apresentam exercícios em que as suas resoluções são de forma rotineira, o que não cria nos alunos o hábito de raciocinar e estabelecer relações entre a realidade e a matemática.

A fase de introdução da tarefa é bastante importante pois tem uma dinâmica própria que poderá influenciar decisivamente o sucesso do trabalho, daí a leitura inicial da atividade antes da sua iniciação, para que o máximo de dúvidas seja retirada à priori e os alunos possam ter um trabalho mais autónomo.

No primeiro problema, achei importante alertar os alunos de que se fizessem um referencial talvez fosse mais fácil perceber o problema.

À medida que ia passando pelos grupos ia observando que alguns com mais ou menos dificuldade iam conseguindo transpor para o papel a equação que representava a ponte semi-elíptica. Notei claramente, que os alunos não estavam habituados a este tipo de tarefas, pois estavam sempre a solicitar-me por pormenores. Estou certo de que se lhes colocasse um referencial e uma elipse sobreposta à ponte que facilmente chegassem à solução, no entanto, desta forma tenho a certeza que eles tiveram que pensar para poder arranjar uma estratégia adequada para resolver o problema.

Os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução e não exercícios, geralmente de resolução mecânica e repetitiva, em que apenas se aplica um algoritmo que conduz diretamente à solução. No ensino da Matemática, os problemas são imprescindíveis e permitem aos alunos “adquirir modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança perante situações desconhecidas, que lhes serão muito úteis fora da aula de Matemática.” (NCTM, 2008)

Foi notório nesta tarefa que há grupos que têm um ritmo de trabalho superior a outros. Não obstante do ritmo de trabalho dos grupos ser diferente, especialmente na compreensão do problema, todos eles conseguiram chegar a bom porto. Após a conexão da realidade para a matemática (através de um referencial) resolveram o problema com mais ou menos esforço o que evidenciou que eles aprendessem os conceitos que tinha previsto.

Ao verificar que os alunos não estão a conseguir iniciar o trabalho, é a fase mais complicada para mim, pois fico sempre com receio que os alunos não consigam resolver o problema. Tento sempre ser o mais cauteloso possível com as sugestões que lhes dou, para não os conduzir à solução do problema. Uma vez que não via grandes progressos, e via o tempo a passar, sugeri-lhes que adotassem um determinado referencial.

Agradou-me a resposta de um dos alunos *Então porque se trata de uma órbita planetária e as órbitas planetárias são elípticas*, pelo conhecimento de história da Matemática/ Física ligada a este tema. O professor deve sempre que possível motivar os alunos com um pouco de História, alargando os horizontes culturais dos alunos. Foi o que fiz na sessão que introduzi o tema da Elipse.

Quanto aos outros grupos tive que tentar ajudar nas representações pois estavam com muitas dificuldades, mas pouco a pouco foram-se superando. Não se tratava de um problema em que basta só aplicar a receita, era mesmo necessário por os “neurónios” a funcionar. Desta forma penso que fui de encontro ao desenvolvimento do raciocínio dos alunos.

O grupo II correspondeu na íntegra ao que eu esperava. Claramente tinham percebido os conceitos trabalhados e estabeleceram conexões da matemática com a realidade. O mesmo não posso concluir com os outros grupos. Todos eles chegaram com mais dificuldade à solução. Encontraram as duas expressões (*) e (**), mas depararam-se com muitas dificuldades para calcularem os valores de a e c . Tiveram que

recorrer à ajuda dos professores. Sublinho que todas as minhas intervenções foram sempre no sentido de questionar os alunos com o objetivo de ultrapassar as dificuldades.

Penso que os alunos não estão muito habituados a este tipo de problemas. Quando aparece algo diferente eles ficam muito retraídos. Houve alunos que chegaram a dizer *É professor, isto mais parece Física que Matemática* como se estas disciplinas não estivessem interligadas.

Nesta fase tive muito pouco tempo para a discussão matemática devido ao já referido anteriormente, mas o pouco tempo que restou não impediu que os alunos argumentassem o seu ponto de vista.

Não obstante não ter tido tempo de resolver o terceiro ponto da tarefa, penso que a gestão de tempo foi bem concedida. Uma vez que a aula foi minuciosamente preparada senti-me confortável com a matéria e com as várias fases da realização da tarefa.

4.3. TECNOLOGIAS UTILIZADAS

Inicialmente, a calculadora era utilizada na aula apenas “para fazer a verificação dos resultados do cálculo após este ter sido realizado pelo aluno pelos algoritmos tradicionais, com papel e lápis.” (Ponte & Canavarro, Matemática e Novas Tecnologias, 1997, p. 95) Felizmente, esta ideia tem sido alterada e, nos dias de hoje, a calculadora é utilizada como um recurso capaz de realizar aprendizagens e não apenas como um mero instrumento de cálculo.

Também o uso do computador e respetivos programas tem evoluído nas salas de aula de Matemática. Utilizei o *software Geogebra*, um programa de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Álgebra e da Geometria, assim como o *software Sketch Up*.

Deste modo, nas aulas que lecionei, considerei muito importante recorrer a estas tecnologias para proporcionar “a criação de contextos de aprendizagem ricos e estimulantes, onde os alunos sentem incentivada a sua criatividade.” (Ponte & Canavarro, Matemática e Novas Tecnologias, 1997, p. 101)

5. REFLEXÃO DA PRÁTICA

No decorrer da PES, tentei sempre preparar tarefas interessantes e adequadas para os alunos, focando temas do seu interesse e desafiando-os matematicamente. Em simultâneo, os alunos adquiriram novos conhecimentos matemáticos e novos procedimentos e estratégias.

Sempre que planificava uma tarefa foi essencial consultar os respetivos programas matemáticos, embora considere que poderia ter consultado outros documentos mas, por falta de tempo não consegui.

Penso que domino com clareza a maior parte dos conceitos que abordei, contudo o excesso de confiança por vezes traiu-me. A maior dificuldade que senti foi reagir à ausência de trabalho por parte dos alunos ao não saberem por onde começar, contudo consegui ultrapassar esta dificuldade preparando um conjunto de questões que desencadeasse a atividade dos alunos sem condicionar o trabalho que viria a ser desenvolvido.

Com as tarefas que apresentei, considero que consegui motivar os alunos, principalmente pelos materiais que utilizei como a plasticina, os cubos em madeira e o recurso às tecnologias.

Preparei as aulas de forma a contemplar quatro momentos distintos: apresentação da tarefa, trabalho autónomo pelos alunos, discussão e síntese. Contudo, em algumas aulas, o tempo disponível não me permitiu abranger todas as fases.

Na fase de apresentação da tarefa, mostrei sempre grande preocupação ao propor a tarefa para que os alunos compreendessem o que lhes estava a ser pedido. Durante o trabalho autónomo dos alunos propus trabalhos individuais, a pares e em grupos e possibilitei a utilização de diferentes materiais. Na discussão em grande grupo confrontámos diferentes estratégias e raciocínios, desenvolvemos a comunicação matemática e estabelecemos conexões com outros conteúdos. Na síntese, tentei realizar um resumo das principais ideias a reter, pedindo o auxílio dos alunos.

No geral, no final das aulas, fiquei com uma boa sensação com a perceção que a maior parte dos alunos tinha atingido os objetivos planificados para cada sessão. Sinto que os alunos desenvolveram a comunicação matemática e a capacidade de utilizarem diferentes estratégias. Com tarefas mais abertas, os alunos demonstraram criar uma

atitude mais positiva em relação à Matemática, assim como com a utilização dos diferentes materiais e tecnologias.

Com a PES, sinto que desenvolvi a capacidade de analisar e criticar mais rapidamente os raciocínios dos alunos e ampliei os meus conhecimentos relativos ao currículo e aos programas de Matemática dos diferentes ciclos. Relativamente aos alunos, apreendi que precisam ser estimulados e desafiados para que tenham uma atitude mais positiva face ao estudo da Matemática. Reconheci também a importância de preparar bem uma aula, assim como de aplicar diferentes fases na condução da aula.

6. PARTICIPAÇÃO NA ESCOLA

Relativamente à realização de atividades para a comunidade escolar, organizei uma visita de estudo à Universidade de Aveiro. Uma vez que esta universidade organiza todos os anos competições de matemática a nível nacional considerei que seria uma boa oportunidade para levar os alunos. Há três tipos de competições: Competições destinadas ao 2º ciclo (MiniMat), competições destinadas ao 3º ciclo (MaisMat) e competições destinadas ao secundário (Mat12).

As provas são constituídas por 20 níveis e ganha a equipa que chegar ao nível 20 no menor tempo possível, sendo as equipas constituídas por dois elementos.

Cada nível é constituído por quatro questões de escolha múltipla. Estas questões incidem sobre as matérias que fazem parte de cada um dos respetivos ciclos. Penso que desta forma os alunos também aprendem matemática de uma forma divertida.

Quando falei com os alunos sobre o que estava a pensar fazer foi notório que eles ficaram radiantes com a ideia. De os ver tão motivados precipitei-me prometendo-lhes que os levaria lá mas em troca eles teriam que treinar para termos um bom desempenho.

Esta atividade exigiu muito trabalho e alguns meses de preparação.

Falei com a Diretora do Agrupamento da qual me garantiu que a Camara Municipal de Redondo fornecia o transporte para Aveiro. Infelizmente 15 dias antes da ida para Aveiro a Diretora do Agrupamento transmitiu-me que afinal a Camara já não poderia fornecer o transporte. Foi um “balde de água fria” uma vez que tinha prometido aos alunos que os levava lá sem qualquer custo para eles.

Comecei a contactar várias empresas com o objetivo de arranjar um patrocínio para o transporte. Foi uma tarefa árdua mas acabei por conseguir, de uma empresa de Aveiro, que pagou os custos da viagem na totalidade.

Iniciei os contactos com os responsáveis pelas competições de Matemática da Universidade de Aveiro e fiz as inscrições de todos os alunos.

Para esta atividade dispus de 90 minutos semanalmente, extra PES, para a preparação dos alunos. Tive que instalar os respetivos *softwares* e requisitar uma sala de

informática semanalmente. Foi uma tarefa árdua mas altamente compensadora. Lembro-me várias vezes que os pais chegavam a telefonar aos filhos pois já passava da hora e eles responderem que tinham que acabar o jogo. Mas na realidade o que eles estavam a fazer era estudar matemática.

Relativamente à ida as Competições de Matemática da Universidade de Aveiro foi um dia inesquecível para os alunos e professores e o que mais me deixa orgulhoso foi o motivo que nos levou lá: o gosto em comum pela Matemática. Em anexo, segue o panfleto relativo aos treinos, o relatório da atividade referida bem como algumas fotografias do evento. (Anexos 10, 11, 12, 13, 14, 15)

Criei também com o apoio do Professor Orientador Cooperante um bloco de 90 minutos por semana para dar apoio aos alunos de 7º ano. No início foram alguns alunos da minha turma, mas com o decorrer do tempo começaram a frequentar também, estas sessões, alunos de outras turmas.

7. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Cada vez mais, o professor é considerado um ponto-chave para melhorar o processo de ensino-aprendizagem dos alunos. O problema é que, muitas das vezes, o professor acomoda-se por várias razões, entre elas o desânimo profissional ou o sentimento de inutilidade para o qual a sociedade contribui quando é questionado pelos próprios alunos, pelos pais dos alunos e pela opinião pública em geral.

O professor não é apenas o técnico cuja função é “transmitir informação e avaliar a sua aprendizagem (Ponte, 1994, p. 1), o professor é alguém com crenças e concepções que se depara com muitos problemas aos quais tem que dar resposta, muitas vezes sem meios para o fazer. O professor é pois alguém que “se move em circunstâncias muito complexas e contraditórias, que é preciso respeitar, valorizar e, sobretudo, que é preciso conhecer melhor” (Ponte, 1994, p. 2). É neste sentido que a nossa sociedade tem de convergir para que o professor consiga melhorar o processo de ensino-aprendizagem dos seus alunos.

A meu ver, entendo o desenvolvimento do professor como um processo que decorre ao longo da vida, desde os nossos dias enquanto alunos, passando pela formação inicial e contínua, e continuando com todas as experiências que vivenciamos na nossa vida pessoal, social e profissional. Segundo A. P. Canavarro (2003), este processo é influenciado por diversos fatores: conhecimento do contexto, conhecimento do conteúdo, conhecimento do currículo, conhecimento dos alunos, conhecimento do processo de ensino-aprendizagem e ainda pela forma como se representa a si mesmo.

7.1. CONTEXTO

O contexto no qual o professor desenvolve a sua ação influencia claramente a respetiva forma de trabalhar. Para o sucesso do processo de ensino-aprendizagem, é essencial que o professor compreenda o meio no qual está inserido, o espaço físico, a turma, os colegas e restante comunidade e a forma como se relaciona com estes fatores.

No decorrer da PES desenvolvi várias relações, não só com os alunos, como com colegas e restantes funcionários da escola. Não só na sala de aula, como no exterior, os

alunos abordavam-me para conversar sobre os mais variados temas, penso que pela minha forma de ser extrovertida e também pela empatia que consegui criar com todos eles.

Também com os orientadores consegui estabelecer relações bastante agradáveis com os quais aprendi muito sobre os mais variados temas. Lamento não ter tido colegas a realizar a PES conjuntamente comigo pois penso que teria sido uma mais-valia para a partilha e colaboração.

7.2. CONTEÚDO

O conhecimento do conteúdo entende-se como o conhecimento que o professor detém da área disciplinar que leciona.

No meu percurso enquanto aluno sempre gostei da disciplina de Matemática e continuamente desenvolvi um certo à-vontade com a maioria dos temas abordados. Hoje continuo a ampliar os meus conhecimentos acerca da Matemática e de tudo o que lhe diz conta.

Durante a PES, tentei que os alunos compreendessem a importância da Matemática para a sua vida futura, pessoal e profissional.

Ao planificar as aulas, constatei que existem sempre lacunas nas matérias que pensamos dominar bem, assim, ao preparar as aulas recorri a vários manuais e à Internet o que desencadeou novas aprendizagens.

7.3. CURRÍCULO

O conhecimento do currículo abrange a forma como o professor “entende o processo de desenvolvimento curricular, o conhecimento das suas finalidades e objetivos e a capacidade de estabelecer uma planificação adequada.” (Canavarro, 2003, p. 33).

As aprendizagens que considero mais importantes neste domínio estão relacionadas com algumas das características do currículo, entre elas, a flexibilidade que permite ao professor adaptá-lo ao contexto no qual trabalha. Enquanto professor,

considero essencial a interpretação do currículo para uma possível adaptação ao contexto de trabalho no qual estamos inseridos, tendo em conta os nossos alunos, os materiais disponíveis, a gestão do tempo, entre outros.

Quanto ao Programa de Matemática para o Ensino Básico destaco a importância dada às capacidades transversais. Relativamente ao programa de Matemática para o ensino secundário destaco a importância dada às tecnologias (como a calculadora gráfica, o computador e a *Internet*) enquanto potenciadoras de aprendizagens realizadas pelos alunos e não apenas como auxiliares para cálculo de operações rotineiras. Destaco também o estímulo à abordagem de atividades de exploração e investigação que relacionam os conteúdos com situações da vida real.

7.4. ALUNOS E APRENDIZAGEM

Com a PES percebi o quanto é importante desenvolver a autonomia dos alunos pois estão habituados a que o professor diga o que têm de fazer e como fazer. É necessário incutir nos alunos a espontaneidade em explorar autonomamente, com confiança e gosto sem terem medo a errar. Muitas vezes, durante as aulas, os alunos pediam a minha presença para lhes certificar se o que tinham feito estava correto antes de o apresentarem à turma, nessas situações insisti para partilharem com os colegas não só as resoluções corretas, como as erradas e também as dúvidas.

Durante as aulas, mostrei-me sempre disponível para ouvir as explicações dos alunos, assim como as suas dúvidas e dificuldades, atribuindo-lhes reforços positivos e incentivando-os a continuarem a trabalhar e *Muito bem! Mas será que me conseguem então dar uma definição para a Elipse? Pensem...*

Outro ponto que se revelou ser bastante construtivo, não apenas para mim mas também para os alunos, foi a fase da discussão dos resultados na qual desenvolvi a comunicação matemática entre aluno-professor e entre alunos.

7.5. PROCESSO DE ENSINO

Em grande parte das aulas da PES optei por fazer tarefas de investigação ou de natureza exploratória.

Foi um percurso diferente do que estava habituado. Pois as minhas aulas na generalidade tinham sempre três momentos: Apresentação da tarefa, resolução da tarefa e discussão da tarefa. Ao longo de toda esta fase sempre tive uma atitude questionadora perante as questões que os alunos faziam. Estou certo que uma boa pergunta é melhor do que uma boa resposta. Grande parte destas perguntas tinham sido minuciosamente preparadas para a tarefa. Tive sempre o cuidado de questionar os alunos do porquê quando eles faziam as suas argumentações com o intuito de os levar a refletir sobre as suas descobertas.

Outras questões poderão ser colocadas “Como explicam isso? Qual a relação entre essas ideias? Porque dizes que não poderá ser...?”

Por vezes tinha dificuldade na fase de arranque da tarefa, sentia que os alunos estavam com muitas dificuldades em realizar as suas investigações, possivelmente devido à falta de hábito deste tipo de abordagens. Por qualquer coisa, estavam-me sempre a chamar pois não percebiam o que é para fazer. Estavam sempre à espera de questões de resposta imediata e não percebiam a natureza das questões. Neste ponto tentei, sempre, mostrar aos alunos que as tarefas de investigação são isto mesmo, investigar, e não esperar que as conjeturas sejam obtidas em segundos ou até mesmo em poucos minutos.

Quando os alunos não conseguem progredir nas suas investigações é onde existe mais dificuldade da minha parte. Tenho sempre receio que não tenha tempo que os alunos tirem as suas conclusões e em alguns casos apercebi-me que em vez de colocar “boas” questões para apoiar os alunos coloquei questões que os ajudou a obter o pretendido. O que foi um erro da minha parte.

Em muitos casos, sempre que os alunos me chamavam ao lugar, as solicitações feitas por eles iam no sentido de validar as suas ideias. Aqui eu tentava incentivar o espírito crítico, e fazia-lhes perguntas do tipo: *O que te permite afirmar isso? Tens a certeza? Os teus colegas concordam?* Desta forma fomento a argumentação matemática, o raciocínio e a criatividade.

Por vezes acontece que os alunos seguem estratégias que não os levam a bom porto. Neste caso optava por lhes dar tempo para eles verem que com a estratégia que estavam a seguir não conseguiriam tirar as conclusões. Penso que é importante que sejam eles próprios a ver o que estavam a errar. Mas poderá também ser desmotivante para os alunos se perderem demasiado tempo com uma exploração mal conduzida. É

preciso estarmos muito atentos e apercebermo-nos do trabalho desenvolvido pelos vários grupos. Esta forma de aprender matemática é fascinante, até o professor está sempre a aprender, pois certamente que alguns dos grupos irão chegar aos resultados por caminhos impensáveis por parte do professor. No meu tempo de estudante só havia uma forma correta de se fazerem as coisas, era a que o professor ensinava. Quem fizesse diferente estava a fazer errado. Por isso continuo a afirmar que as aulas de matemática que tive no meu tempo de estudante eram deprimentes.

Quando o professor organiza a fase da discussão “deve conhecer bem o trabalho dos alunos de modo a valorizar tanto as descobertas mais interessantes como as mais modestas.” (Fonseca, Brunheira, & Ponte, 1999, p. 8) Durante a PES, a fase da discussão por vezes não correu da forma mais proveitosa. Sentia sempre que tinha pouco tempo para as três fases da tarefa. No final ficava sempre condicionado por esse tempo. Talvez se as aulas fossem de duas horas teria o problema resolvido. Outra alternativa seria fazer a apresentação da tarefa de investigação/ exploração e a respetiva realização por parte dos alunos e na aula seguinte fazer a discussão da mesma. Neste caso os alunos poderiam não ter presente aquilo que fizeram o que condicionaria a discussão. Poder-se há também fazer a discussão em qualquer fase desde que o professor acha que será proveitoso para os alunos de forma a ultrapassar certas dificuldades e enriquecer o trabalho já desenvolvido.

7.6. EU PRÓPRIO

Durante o meu percurso como aluno senti que nunca interliguei o que aprendia na sala de aula de matemática com o dia-a-dia. Deparava-me a resolver exercícios “complicados” na aula mas ao mesmo tempo quando era sujeito a problemas mais simples do quotidiano não os resolvia.

As aulas eram para memorizar factos. Recordo-me perfeitamente como me foi apresentado o Teorema de Pitágoras. Numa certa aula o professor escreve no quadro: “Num triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. “ Assim foi, aquilo alojou-se no meu cérebro até ao dia de hoje. Relembro também que seguidamente à apresentação do Teorema de Pitágoras seguiram-se os exercícios e repetiram-se continuamente de forma rotineira. Infelizmente abordagens destas ainda existem e estas aulas fastidiosas também. Em vez de introduzir este tema

do meio do nada, porque não, utilizarmos por exemplo as tecnologias. Utilizar uma tarefa de exploração recorrendo a um AGD, como por exemplo o Geogebra, pedir aos alunos para construir um triângulo retângulo e os quadrados associados aos catetos e à hipotenusa. Pedir para calcularem as áreas associadas a esses quadrados e à medida que manipulam o triângulo retângulo que tirem conclusões sobre o que está a acontecer. Com mais ou menos dicas por parte do professor os alunos chegam a bom porto e são eles próprios a dizer “O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos” por estas ou outras palavras é o que acaba por acontecer. Aqui o professor deve intervir reforçando estas conclusões a que os alunos chegaram e depois uma vez que se trata do teorema de Pitágoras introduzir um pouco de história. Quem foi Pitágoras? Os seus feitos? Porque não contar que consta que Pitágoras afogou um dos seus alunos por contar a outras pessoas que eles tinham descoberto os irracionais quando depararam que a diagonal de um quadrado de lado 1 era um número misterioso. Foi aqui que se fez a descoberta dos irracionais... É assim que eu vejo a Matemática, nem poderá ser de outra forma. Certo estou de que desta forma é muito mais fácil motivar os alunos.

Um fator que contribui muito para a minha valorização profissional foi a PES. Desde as planificações, à implementação e à reflexão mudaram drasticamente a forma como eu via o meu papel como professor. Apesar de já possuir alguma experiência a nível de ensino, em disciplinas da componente técnica de informática, a minha forma de ensinar era sempre expositiva. Neste momento promovo o ensino pela descoberta, através de tarefas de natureza de exploração e investigação. Gosto também de resolução de problemas ligados a outras áreas (Física, Engenharias...) desde que estes envolvam raciocínio. Penso que, sempre que possível, deveremos introduzir um pouco de história relacionada com o tema que estamos a lecionar para motivar os alunos. Outro fator não menos importante é sentir o que estamos a dizer, falarmos com entusiasmo.

A minha maior dificuldade com estes métodos de ensino é que por vezes tenho receio de perder o controlo da aprendizagem dos alunos. Se a aula fosse a tradicional, centrado no professor tudo seria mais fácil. Talvez seja por isso que os professores não queiram experimentar estes métodos.

As fases da planificação e reflexão poderiam ser mais proveitosas para mim se não tivesse sido estagiário único. Pois existiria um maior espaço para a reflexão da prática.

Outro aspeto que me fez evoluir como professor foram as críticas construtivas tanto do meu orientador como do orientador cooperante.

Um ponto muito importante é o uso adequado das tecnologias. Os alunos devem utilizá-las uma vez que as têm ao seu dispor. Considero que é ridículo nos tempos de hoje ainda existirem professores que pensem que não se deve utilizar a calculadora. Os tempos são outros, cabe aos professores propor problemas/ tarefas interessantes, que não sejam de resolução imediata e que, recorrendo às potencialidades das tecnologias, se tenha que raciocinar para resolver uma determinada tarefa/problema.

Igualmente relevante para o meu desenvolvimento profissional foi a disciplina de Comunicação não Verbal que tive no âmbito deste mestrado. Nesta disciplina aprendi a estar em sala de aula. A forma como gesticulo, como me visto, como devo falar para todos os alunos sem que os que estejam mais atrás sejam prejudicados, como resolver problemas na sala de aula ao nível da comunicação não-verbal, entre muitas outras coisas que passam ao lado de um professor menos atento a este tipo de comunicação.

A consulta de vários livros e artigos também ajudaram em muito o meu desenvolvimento profissional.

Como professor estou sempre consciente em inovar e fazer melhor só assim poderei vir a ser um bom professor de matemática.

8. CONCLUSÃO

Atualmente, a sociedade vive em constante mudança e, conseqüentemente, a escola tem a necessidade de ser atualizada, não apenas em relação a infraestruturas e tecnologias mas também à forma de atuar das pessoas que nela intervêm. O professor tem de acompanhar estas alterações, aprendendo com o que o rodeia, com os próprios alunos e consigo mesmo, através da reflexão sobre as suas experiências e em colaboração com outros colegas. Muitas vezes, o professor tem de fazer coisas que não sabe ou que não esperava fazer, como utilizar uma nova tecnologia ou recorrer a uma metodologia ou abordagem com a qual não se sente à vontade, sendo essencial para o professor estar disposto a enfrentar as suas próprias inseguranças e receios, saindo do seu campo de conforto.

O professor tem de deter um conhecimento amplo sobre os conteúdos matemáticos que vai lecionar, contudo isso não é suficiente. O professor tem de adaptar as perspectivas curriculares, compreender a forma como os alunos podem aprender as várias matérias e o contexto em que trabalha, improvisar quando é preciso, utilizar tecnologias e outros materiais, recorrer a diferentes metodologias e novas abordagens, reconhecendo que cada turma é uma turma e que cada aluno é um aluno.

Antes de realizar a PES já lecionei disciplinas relacionadas com a informática. Com a PES, pela primeira vez ensinei Matemática a uma turma do 3.º ciclo e a outra do ensino secundário, nas quais realizei grandes aprendizagens sobre o meu papel enquanto professor, entre outras.

Espero no futuro continuar a contribuir para o enriquecimento do meu desenvolvimento profissional e aguardo a oportunidade de voltar a lecionar numa sala de aula de Matemática.

9. Bibliografia

- Associação de Professores de Matemática. (2009). *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de Ensino de Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Fonseca, H., Brunheira, L., & Ponte, J. P. (1999). *As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática*. Obtido em 15 de Agosto de 2013, de Página de João Pedro da Ponte: <http://www.educ.fc.ul.pt/>
- Freire, P. (2002). *Padagogia da autonomia*. São Paulo: Paz e Terra.
- Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2001). *Programa de Matemática A - 10.º ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- NCTM. (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1994). *O desenvolvimento profissional do professor de Matemática*. Obtido de Página de João Pedro da Ponte: <http://www.educ.fc.ul.pt>
- Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. Obtido em 12 de Setembro de 2013, de Página de João Pedro da Ponte: <http://www.educ.fc.ul.pt/>
- Ponte, J. P., & Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., . . . Viseu, F. (2007). *A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática*. Obtido em 12 de 02 de 2014, de Scientific Electronic Library Online: www.scielo.oces.mctes.pt

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). *Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática*. Obtido em Janeiro de 2014, de Página de João Pedro da Ponte: <http://www.educ.fc.ul.pt>

Anexos

7º ANO – ANO LECTIVO 2011/2012

Grupo	Nº	Nome	Empenho	Participação	Autonomia	Cooperação	Total
I							
II							
III							
IV							

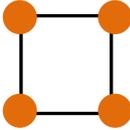
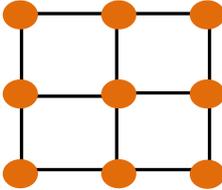
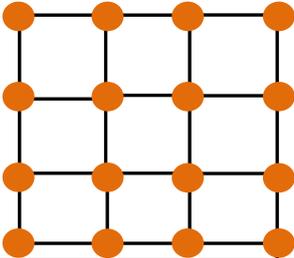
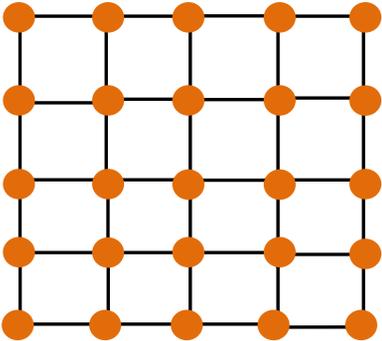
Nota: Utilizar as siglas MB (Muito Bom), B (Bom), S (Satisfaz), NS (Não Satisfaz)

O estagiário

(Pedro Alves)

NOME: _____

1 – Preenche a tabela abaixo indicada.

Quadrados	Nº de bolas usadas nos quadrados	Forma de Potência
		
		
		
		

2 – A partir de uma bola de plasticina como poderias obter todos os quadrados perfeitos obtidos na alínea anterior. Que conclusões podes tirar?

Nota: Usa a plasticina e os palitos que tens ao teu lado para poderes tirar as tuas conclusões.

3- Quantas bolas seriam necessárias para construir os próximos 3 quadrados desta sequência?

4- O Aristides tem 256 bolas de plasticina ligadas por palitos, conseguirá construir mais um quadrado? Explica a tua resposta.

5- A Inês tem 140 bolas e vários palitos. Conseguirá ela com todas as bolas obter um quadrado? Caso não consiga quantas bolas iria necessitar para construir o próximo quadrado perfeito?

6 – Ao número de bolas de cada quadrado chama-se **número quadrado** ou um **número quadrado perfeito**. Recorrendo à tua calculadora encontra todos os quadrados perfeitos entre 1 e 500.

7 – Completa as seguintes alíneas:

7.1 – A _____ de um número **a** não negativo é um número **b** não negativo cujo quadrado é igual a **a**.

7.2 – A operação _____ de elevar ao quadrado é a extração da sua raiz.

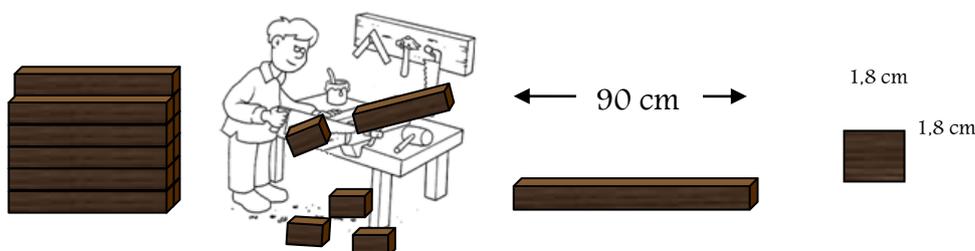
7.3 – A raiz quadrada de um _____ é um número inteiro.

8 – Completa de modo a obteres afirmações corretas:

a) $\sqrt{4} = 2$, porque $2^2 = 4$	Lê-se: Raiz quadrada de 4 é igual a 2
b) $\sqrt{\quad} = 4$, porque $\quad = \quad$	Lê-se: _____
c) $\sqrt{\quad} = 15$, porque $\quad = \quad$	Lê-se: _____
d) $\sqrt{400} = \quad$, porque $\quad = \quad$	Lê-se: _____
e) $\sqrt{1} = \quad$, porque $\quad = \quad$	Lê-se: _____

NOME: _____

O Sr. José tem 12 tábuas (em forma de paralelepípedo) como ilustra a figura. Fez cortes nas tábuas obtendo muitos cubinhos.



1- Quantos cubinhos obteve o Sr. José?

Nota: A largura da lâmina do serrote mede 3mm.

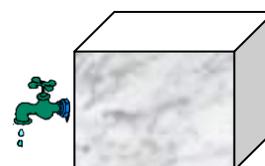
2- Qual o cubo máximo que o Sr. José conseguiu construir com todos os seus cubinhos. (Apresente os cálculos do valor da aresta em cm)

3- O Sr. José construiu o seu cubo em cima de um baú de forma cúbica que tinha da sala. Após o ter construído, colocou um retrato quadrado de área 16 cm^2 , de um matemático muito famoso em cima do cubo, como ilustra a figura. A que altura o topo da moldura se encontra do chão sabendo que o volume do baú é 3375 cm^3 ?



Nota: Ignora o ângulo de inclinação da moldura.

4- Após tantos cubos cortar, já cansado e com bastante sede O Sr. José decidiu ir com uns amigos a um reservatório de água, cúbico e público. Beberam entre todos 4 litros de água. Quais as dimensões do reservatório sabendo que este estava cheio, e ainda ficou com 60 litros de água.

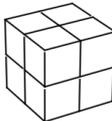
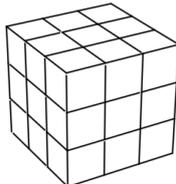
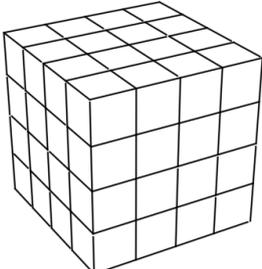


Nota: 1 litro = 1 dm^3

NOME: _____

1 – Constrói os cubos abaixo indicados e preenche a tabela.

Nota 1: Cada cubinho tem de comprimento de aresta uma unidade.

Cubos	Nº de cubinhos usados	Forma de Potência	Medida da aresta de cada cubo
			
			
			

2 – Qual a relação entre o número de cubinhos usados e a medida da aresta de cada cubo? Justifica.

3 – A sequência dos números que correspondem ao número de cubinhos de cada figura corresponde à sequência dos números **cubos perfeitos**. Quantos cubinhos têm os próximos 3 cubos perfeitos? Justifica a tua resposta.

4 – Qual a medida da aresta de um cubo construído usando 729 cubinhos. Explica a tua resposta.

5 – O António tem 3370 cubinhos. Será que consegue construir um cubo perfeito. Se não conseguir, quantos cubos necessitaria para construir o próximo cubo perfeito?



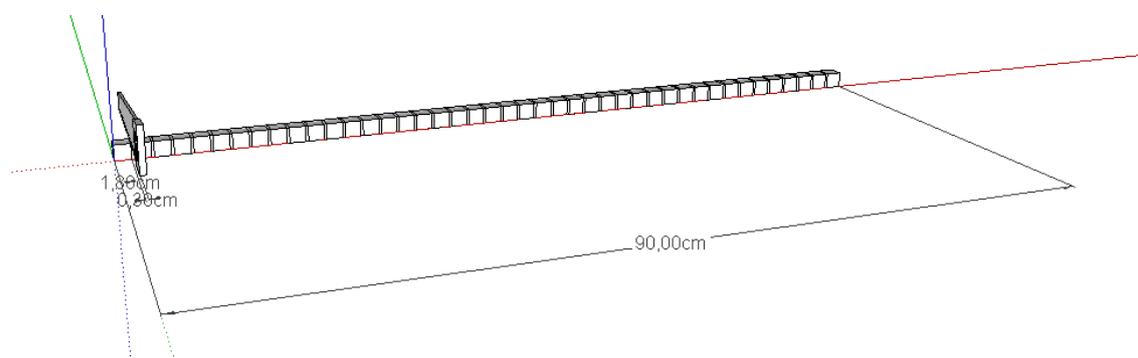
ESCOLA BÁSICA E SECUNDÁRIA DR. HERNÂNI CIDADE

10º ANO – ANO LECTIVO 2011/2012

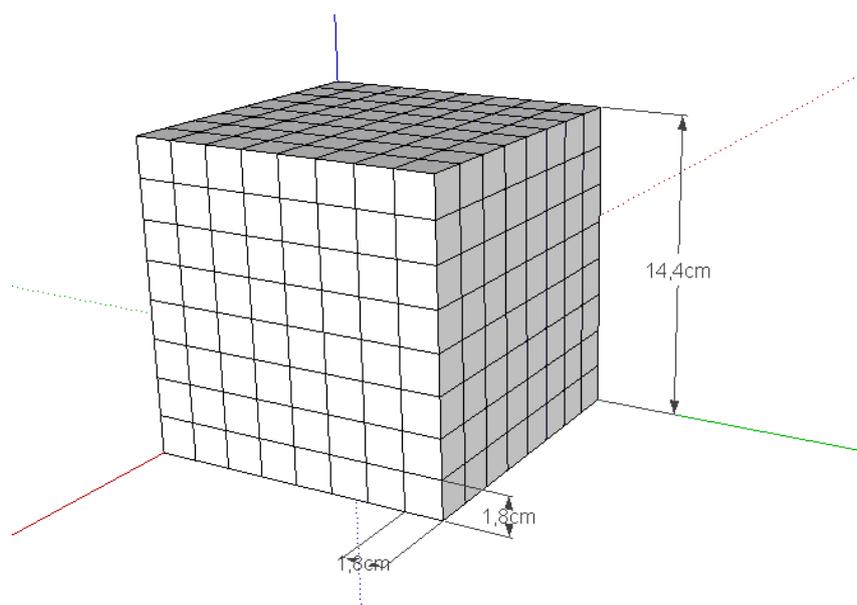
SIMULAÇÃO NO SKETCHUP

NOME: _____

Cortes na tábua...



O cubo do Sr. José...



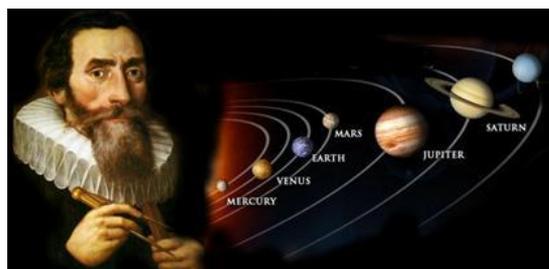


NOME:

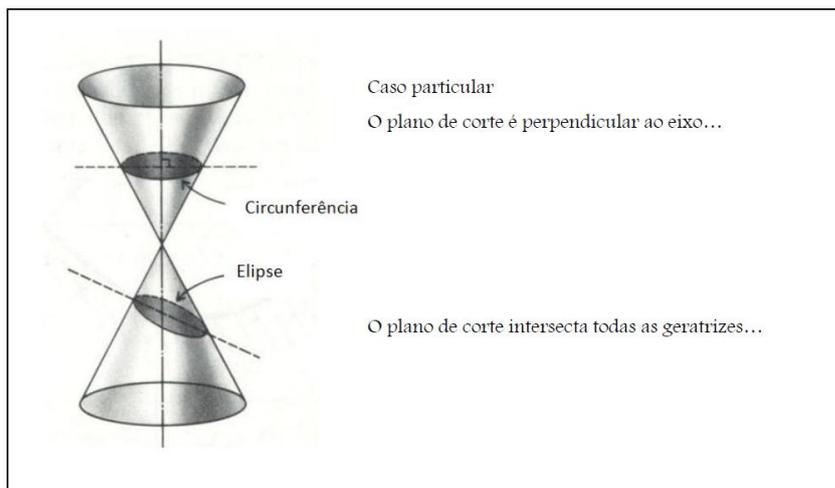
Um pouco de história...

Os primeiros modelos cosmológicos de que há registo consideravam que as órbitas planetárias eram circulares.

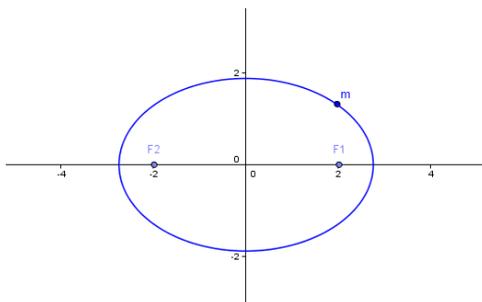
Johannes Kepler, (1571-1630) conjecturou que as orbitas planetárias são elípticas e publicou em 1609 a sua descoberta de que a orbita de



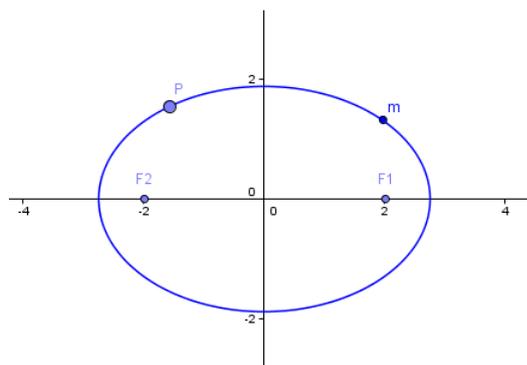
Marte em torno do Sol é uma elipse...Desde então as cónicas que eram objetos exclusivamente matemáticos, revelaram a sua estreita ligação com a natureza, em particular com as trajetórias dos planetas no Sistema Solar...



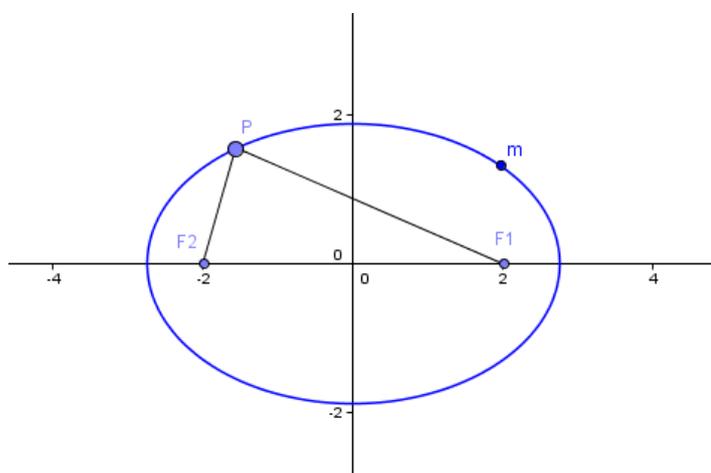
1 - Recorrendo ao Software Geogebra, constrói uma elipse seleccionando dois focos $(-2,0)$ e $(2,0)$ respetivamente e um ponto da elipse. Altera o nome dos pontos conforme ilustra a figura.



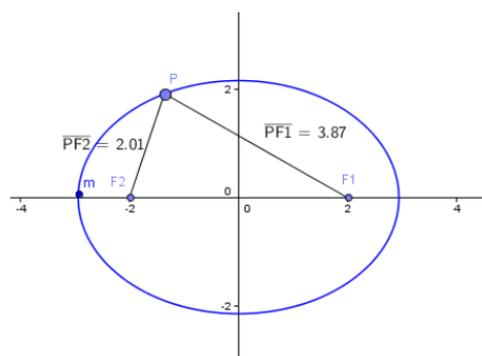
1.1 - Insere um ponto P pertencente à elipse.



1.2 - Constrói os segmentos de reta que unem o Ponto P a cada um dos Focos F1 e F2.



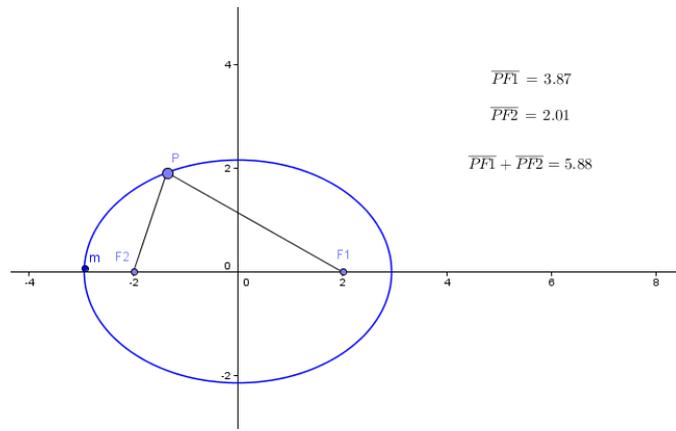
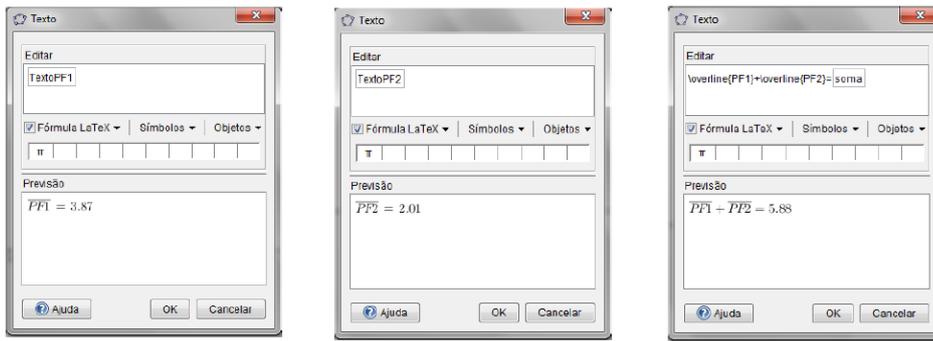
1.3 - Determina as seguintes distâncias: $\overline{PF1}$ e $\overline{PF2}$



1.4 - Através da linha de comandos define a variável soma= $\overline{PF1} + \overline{PF2}$

Entrada: `soma=distânciaPF1+distânciaPF2`

1.5 - Insere o seguinte texto:

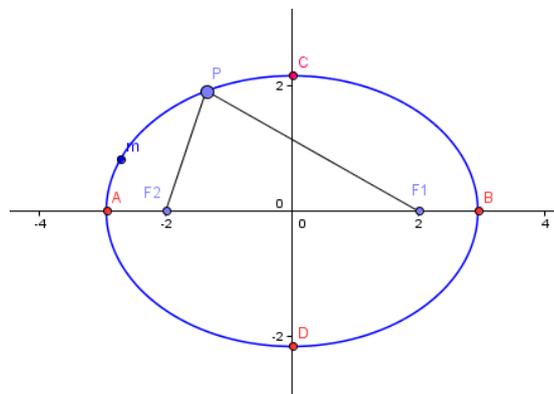


1.6 – Arrasta o Ponto P da elipse. Que conclusões podes tirar?

1.7 – Através das conclusões que tiraste na alínea anterior define Elipse.

1.8 – Marca os pontos de interseção da elipse com os eixos de simetria. Altera o nome dos pontos como ilustra a figura.

1.8 – Marca os pontos de interseção da elipse com os eixos de simetria. Altera o nome dos pontos como ilustra a figura.



Caraterização da elipse:

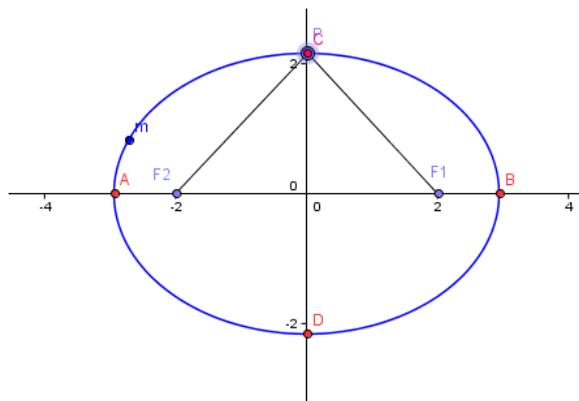
- Os pontos fixos F_1 e F_2 são os focos.
- O ponto médio de $[F_1, F_2]$ é o centro da elipse.
- A distância entre os focos F_1 e F_2 , designada por distância focal, é representada por $2c$, isto é $\overline{F_1F_2} = 2c$.
- $\overline{AB} = 2a$ é o eixo maior da elipse.
- $\overline{CD} = 2b$ é o eixo menor da elipse.
- Ox e Oy são os eixos de simetria e O é o centro de simetria da elipse.
- A , B , C e D são os pontos de interseção da elipse com os eixos de simetria e designam-se por vértices da elipse.

1.9 – Se F_1 e F_2 coincidirem, o que obténs?

1.10 – Através da manipulação do ponto P consegues obter a relação entre $\overline{PF_1} + \overline{PF_2}$ com o comprimento do eixo maior?

1.11 – Encontra a relação entre a , b e c .

Nota: $2a$ – Comprimento do eixo maior, $2b$ – comprimento do eixo menor, $2c$ – distância focal.

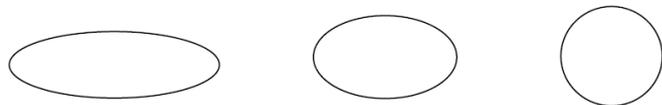


Chama-se excentricidade de uma elipse e representa-se por e

$$e = \frac{\overline{F_1F_2}}{\overline{AB}} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$$

$$0 \leq e < 1$$

A excentricidade representa de grosso modo o grau de achatamento de uma elipse. Quanto maior for o valor de e mais próxima a elipse estará de uma circunferência.

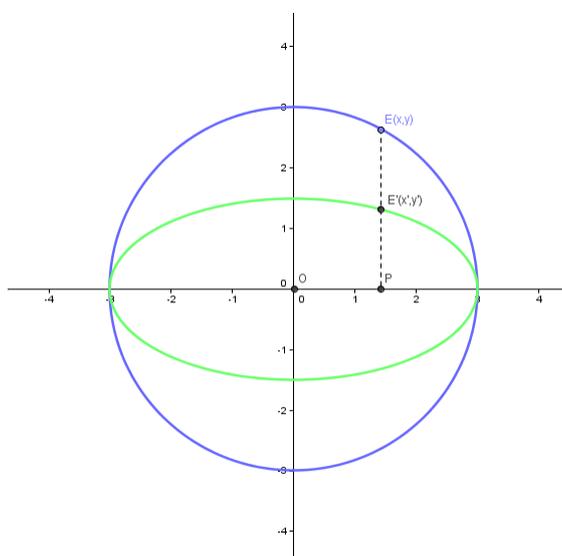


1.12 – A elipse do exemplo anterior tem o eixo maior no eixo das abcissas ($a > b$). Se tivesse o eixo maior sobre o eixo das ordenadas ($b > a$) será que a relação entre a , b e c seria a mesma? E a excentricidade da elipse? Justifica.

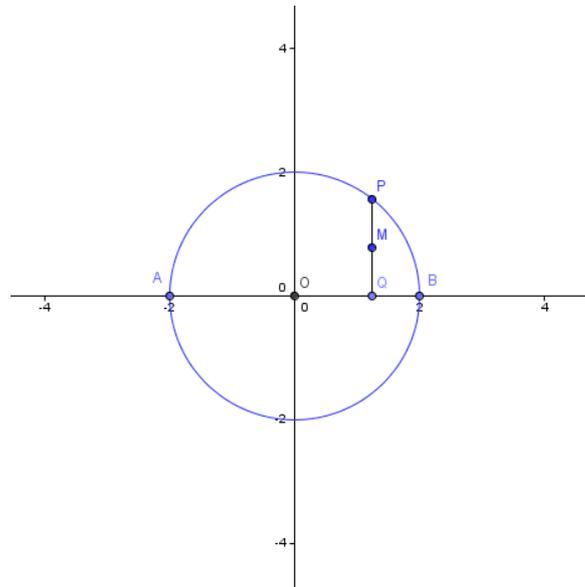


NOME: _____

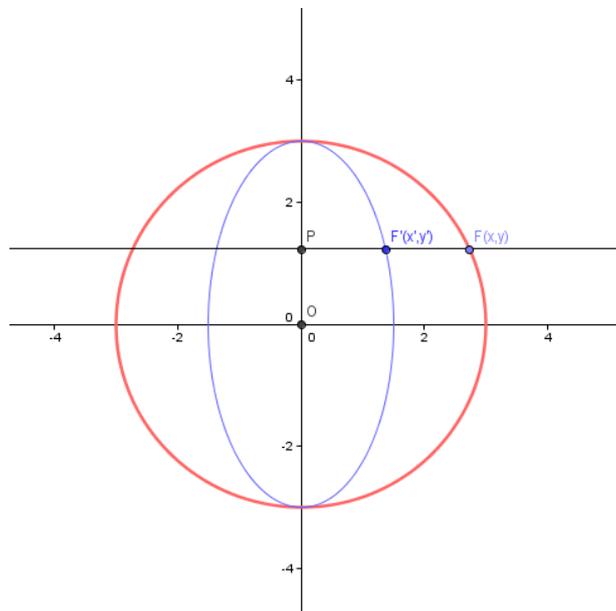
1 – Considera num referencial (o.m.) do plano uma circunferência com centro $(0,0)$ e raio r , de equação $x^2 + y^2 = r^2$ e considera a transformação que associa a cada ponto E da circunferência um ponto E' com a mesma abcissa e metade da ordenada. Mostra que a circunferência é transformada numa elipse. Apresenta a equação da elipse.



2 - De um ponto P de uma circunferência $x^2 + y^2 = 4$, traça-se um segmento PQ perpendicular ao diâmetro AB , determinando-se o ponto médio M (ver figura). Determine a equação que nos dá todos esses pontos médios M . Determina o comprimento dos seus semi-eixos e a distância da origem a um dos focos.



3 - Considera num referencial (o.m.) do plano uma circunferência com centro $(0,0)$ e raio r , de equação $x^2 + y^2 = r^2$ e considera a transformação que associa a cada ponto F da circunferência um ponto F' com a mesma ordenada e metade da abcissa. Mostra que a circunferência é transformada numa elipse. Apresenta a equação da elipse.



4 – Encontra os vértices, os focos e a excentricidade das elipses. Esboça o gráfico mostrando os focos.

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ c) $4x^2 + y^2 = 16$ d) $y^2 + 9x^2 = 9$

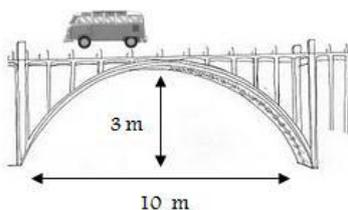
5 – Determina a equação da elipse que tem centro na origem e verifica as condições dadas.

- a) Vértices $(\pm 8, 0)$ e focos $(\pm 5, 0)$
- b) Vértices $(0, \pm 7)$ e focos $(0, \pm 2)$
- c) Vértices $(0, \pm 5)$ comprimento do eixo menor igual a 3
- d) Focos $(\pm 3, 0)$ comprimento do eixo menor igual a 2
- e) Vértices $(0, \pm 6)$ e passa por $(3, 2)$
- f) Excentricidade $= \frac{3}{4}$ e vértices $(0, \pm 4)$



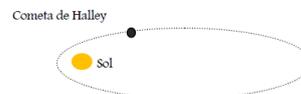
NOME: _____

1 – O arco de uma ponte é semi-elíptico, com eixo maior horizontal. A base do arco tem 10 metros e a parte mais alta está a 3 metros acima da estrada, conforme a figura. Determina a altura do arco a 2 metros do centro da base.



2 – O cometa Halley tem uma órbita elíptica com excentricidade $e=0.967$. A menor distância do cometa de Halley ao Sol é 0.587 UA. Calcula a distância máxima do cometa ao Sol com uma aproximação a menos de 0.1 UA.

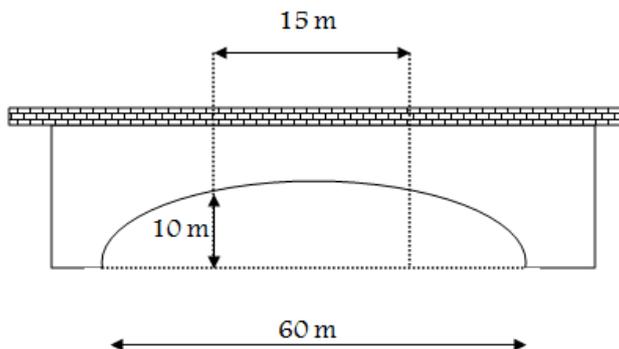
Nota: UA (Unidade astronómica), é a distância média da Terra ao Sol, para indicar grandes distâncias. 1 UA 148 800 000 km.



3 - Pretende-se construir uma ponte sobre um rio de 60 metros de largura. O arco da ponte deve ser semi-elíptico e construído de tal forma que um navio de 15 metros de largura e 10 metros de altura possa passar com segurança sob o arco. (Ver figura)

3.1 – Determina a equação da elipse que contém o arco.

3.2 – Calcula uma aproximação da altura do arco no meio da ponte.





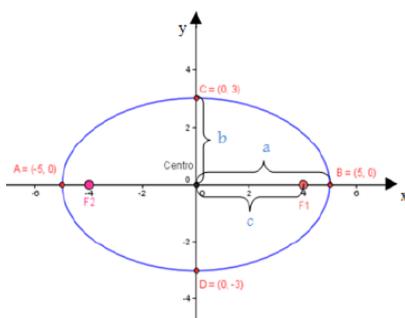
ESCOLA BÁSICA E SECUNDÁRIA DR. HERNANI CIDADE

10º ANO – ANO LECTIVO 2011/2012

SÍNTESE – ELIPSE

NOME: _____

CARATERIZAÇÃO DA ELIPSE ($a > b$)



Os pontos fixos F_1 e F_2 são os **focos**.

O ponto médio de $[F_1, F_2]$ é o **centro da elipse**.

A distância entre os focos F_1 e F_2 , designada por **distância focal**, é representada por $2c$. No exemplo tem-se que $c=4$.

$\overline{AB}=2a$ é o **eixo maior** da elipse. No exemplo tem-se que $a=5$ (semi-eixo maior).

$\overline{CD}=2b$ é o **eixo menor** da elipse. No exemplo tem-se que $b=3$ (semi-eixo menor).

Ox e Oy são os **eixos de simetria** e O é o **centro de simetria** da elipse.

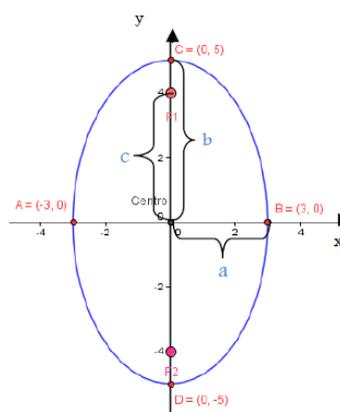
A, B, C e D são os pontos de interseção da elipse com os eixos de simetria e designam-se por **vértices da elipse**.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ é a equação reduzida da elipse. No exemplo acima tem-se $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

$a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2$. No exemplo tem-se que $c^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow c = 4$

$e = \frac{c}{a}$, $0 < e \leq 1$. No exemplo tem-se $e = \frac{4}{5}$

CARATERIZAÇÃO DA ELIPSE ($a < b$)



Os pontos fixos F_1 e F_2 são os **focos**.

O ponto médio de $[F_1, F_2]$ é o **centro da elipse**.

A distância entre os focos F_1 e F_2 , designada por **distância focal**, é representada por $2c$. No exemplo tem-se que $c=4$.

$\overline{AB}=2a$ é o **eixo menor** da elipse. No exemplo tem-se que $a=3$ (semi-eixo menor)

$\overline{CD}=2b$ é o **eixo maior** da elipse. No exemplo tem-se que $b=5$ (semi-eixo maior)

Ox e Oy são os **eixos de simetria** e O é o **centro de simetria** da elipse.

A, B, C e D são os pontos de interseção da elipse com os eixos de simetria e designam-se por **vértices da elipse**.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ é a equação reduzida da elipse. No exemplo acima tem-se $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$

$b^2 = a^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 = b^2 - a^2$. No exemplo tem-se que $c^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow c = 4$

$e = \frac{c}{b}$, $0 < e \leq 1$. No exemplo tem-se $e = \frac{4}{5}$

CURIOSIDADE: Além de todos os exemplos já vistos nas sessões anteriores, a elipse é também muitas vezes vista nas galerias sussurrantes, isto é, compartimentos com tetos em forma elíptica, nos quais uma pessoa que sussurra num foco pode ser ouvida no outro foco. A rotunda do Capitólio em Washington, D. C., e o Tabernáculo dos Mórmons, em Salt Lake City, são exemplos de galerias sussurrantes...

Gostas de Matemática?

Precisamos de Super-heróis como *tu*



Este é um mundo que toca o caótico!

Sê o primeiro aluno da nossa escola a alcançar o vigésimo nível do teu ano de escolaridade !!!

Vem treinar a

MAISmat [2.º CEB]

EQUAMat [3.º CEB]

mat12 [Ens. Secundário]

Podes treinar em qualquer computador com ligação à Internet

Inscribe-te já!

Vamos à Universidade de Aveiro juntarmo-nos com milhares de colegas com o mesmo gosto em comum... A MATEMÁTICA

EUREKA!!!

Vem treinar na sala AD1 às 2ªas e 4ªas feiras a partir das 17:00



14/02/2012

Inscrição dos Alunos no Pmate

3º ciclo do ensino básico - 7º ano		
nome	nome de utilizador	palavra-chave
Alexandro Queimado	avr7daq	aq123456
Ana Magalhães	avr7dam	anam123
Ana Nobre	avr7dan	ananobre12
Ana Rebelo	avr7dana	ana1234
André Freira	avr7daf	andref123
Andreia Almeida	avr7dand	andreaia123
Bruna Siquenique	avr7dbru	bruna123
Carla Nunes	avr7dcn	cnunes123
Catarina Sapata	avr7dcs	cs123
Catia Santos	avr7dcat	cat123
Diana Manzyuk	avr7ddm	diana123
Diogo Duque	avr7ddd	dduque
Eva Pereira	avr7deva	evaper123
Inês Baeta	avr7dine	ines123
Ivo Carvalho	avr7dIvo	ivo123
João Santana	avr7djs	js12345
Leonardo Almeida	avr7dleo	leo123
Luis Passareiro	avr7dluis	luis123
Luís Piteira	avr7dlp	lpiteira1
Raul Pinheiro	avr7drau	raul123
Ricardo Brito	avr7dricar	rica123
Verónica Valério	avr7dvv	vvalerio12



Escola Básica e Secundária Dr. Hernâni Cidade

Comunicação aos Encarregados de Educação

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado de educação do aluno
 _____, n.º _____, do _____º ano,
 turma _____, no próximo dia 24 de Abril, irá decorrer a competição Nacional de
 Matemática, Equamat, na Universidade de Aveiro.

A partida efetuar-se-á da escola às 5h30 minutos

A chegada à escola prevê-se às 21h30 minutos

O professor responsável

(Pedro Alves)



(Destacar e devolver ao professor responsável)

Tomei conhecimento do dia e locais da Visita de Estudo do meu
 educando _____, n.º _____, do _____º ano, turma _____.

Autorizo

Não autorizo

Redondo, _____ de _____ de 2012.

O Encarregado de Educação

Agrupamento Vertical de Redondo



PLANO ANUAL DE ATIVIDADES

ANO LETIVO 2011/2012

Departamento / Intervenientes: Departamento de Matemática e Ciências Experimentais/Professores de Matemática 2º, 3º ciclo e secundário
Área Problema (de acordo com o Projeto Educativo): Desinteresse face ao estudo

Metas (Inscritos no PE)	OBJETIVOS (Inscritos no PE)	Atividade (Descrição sumária)	INDICADORES DE MEDIÇÃO (dos objetivos)	PÚBLICO -ALVO	Recursos Materiais e Humanos	Custos	CALENDARIZAÇÃO ATIVIDADE (Data de realização: mês e dia)					
							1º Período	Realizada	2º Período	Realizada	3º Período	Realizada
							*Avaliação		Avaliação		Avaliação	
<p>4.11) Acompanhar todos alunos que revelem interesses mais divergentes dos escolares e que por isso não se dedicam ao estudo</p> <p>(M4.4) Aumentar o n.º de alunos participantes em projectos/concursos/ clubes</p> <p>(M4.7) Reduzir a percentagem de insucesso nos exames nacionais de Matemática</p>	<p>(O4.2) Estimular a participação em projectos/concursos/ clubes.</p> <p>(O4.6) Promover a utilização plural dos saberes</p> <p>(O4.7) Promover competências básicas dos alunos</p> <p>(O4.8) Baixar a percentagem de alunos com baixo nível nas provas de avaliação externa</p> <p>(O4.10) Aumentar a oferta em termos de apoio e acompanhamento aos alunos com piores resultados escolares e/ou em risco de desistência</p>	<p>Competição Nacional de matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • MAISmat • EQUAmat • MAT12 <p>Todas as competições serão realizadas em Aveiro.</p> <p>Mesmo não havendo espaço para as competições todos os alunos inscritos poderão treinar na escola ou em casa através da Internet.</p> <p>Todas as competições acima referidas realizam uma prova final por computador, em que os alunos deverão responder com <i>verdadeiro</i> ou <i>falso</i> acerca de um determinado tópico. As escolas inscritas no concurso treinam os alunos interessados e os 15 grupos (realiza-se não individualmente mas em grupos de dois) mais rápidos serão seleccionados para a prova final que decorrerá em Aveiro.</p> <p>Todas as provas dispõem de vinte níveis.</p> <ul style="list-style-type: none"> • O MAISmat destina-se ao 2º ciclo, • O EQUAmat destina-se ao 3º ciclo • O MAT12 destina-se ao Ensino Secundário 	(14.2) N.º de alunos que participaram em projectos/concursos/ clubes de enriquecimento.	2º, 3º ciclo do ensino básico e secundário	<p>Computador com ligação à internet.</p> <p>Professor do 2º, 3º ciclo do ensino básico e secundário.</p>	Transporte	Treinos	Treinos	Competições: MAISmat 23 de Abril EQUAmat 24 de Abril MAT12 26 de Abril			

Escola Básica e Secundária Dr. Hernâni Cidade

Ano letivo: 2011/2012

Relatório da atividade:
“Competições nacionais de matemática”

1. Identificação da Atividade:

- 1.1. Designação: “Competição Nacional de Matemática”.
- 1.2. Data de realização: 24 de abril de 2012.
- 1.3. Local: Universidade de Aveiro.
- 1.4. Proponente(s): Professores de Matemática 2º, 3º ciclo e secundário
- 1.5. Público alvo: Alunos do 2º e 3º ciclos do Ensino Básico e Secundário.
- 1.6. Breve descrição: A atividade decompõe-se em três competições:
 - MAISmat
 - EQUAmat
 - MAT12

Ao longo do ano letivo existiram treinos para todos os alunos interessados em todas as competições.

Todas as competições referidas realizam uma prova final por computador em que os alunos teriam que responder com verdadeiro ou falso acerca de um determinado tópico.

Cada prova é constituída por vinte níveis.

2. Objectivos Específicos:

2.1. Cumprimento dos Objectivos:

Total Parcial Nulo

2.2. Identificação e Justificação (em caso de cumprimento parcial ou nulo):

3. Recursos

3.1. Materiais utilizados:

- Computador no centro de recursos exclusivo para a atividade.
- Sala apetrechada com computadores 90 minutos por semana com professores acompanhantes.

3.2. Recursos Humanos:

- Professores de matemática e informática.

4. Avaliação Global da Atividade:

4.1. Pontos Fortes:

Pode afirmar-se que os objetivos definidos para a atividade foram alcançados na sua plenitude. Era objetivo central da mesma, promover aos alunos o gosto pela matemática e aquisição de competências de uma forma mais lúdica. A atividade levou os alunos a consolidar conhecimentos de uma forma informal e divertida.

Os alunos que participaram na atividade mostraram-se muito interessados e empenhados.

Feito um balanço junto de alguns participantes, todos afirmaram ter gostado muito de participar na competição.

4.2. Pontos fracos/ Constrangimentos:

Por fatores económicos não foi possível a deslocação a Aveiro nos três dias previstos para as competições. Contudo, os alunos que atingiram os níveis mais elevados nos treinos acompanharam os colegas que foram competir no EQUAmat.

Esta deslocação foi efetuada devido ao esforço dos professores responsáveis em conseguirem financiamento, através de uma empresa particular para o transporte uma vez que a Camara Municipal de Redondo não disponibilizou o mesmo.

Redondo, 04 de maio de 2012

O responsável

(Pedro Alves)

Fotografias do Evento



Ilustração 1 - Fila para o início das competições



Ilustração 2 - Alunos nas competições



Ilustração 3 – Alunos nas competições



Ilustração 4 -Alunos nas competições



Ilustração 5 – Fotografia de grupo



Ilustração 6 – Panorama no final das competições



Ilustração 7 – Entrega de prémios



Ilustração 8 – Regresso a casa

