



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**O quadro interativo e o desenvolvimento da
interação dialógica na aula de Matemática**

Carla Sofia Pereira Reis

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Mestrado em Ciências da Educação

Área de especialização: *Supervisão Pedagógica*

Dissertação

Évora, 2014

O quadro interativo e o desenvolvimento da interação dialógica na aula de Matemática

Carla Sofia Pereira Reis

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Mestrado em Ciências da Educação

Área de especialização: *Supervisão Pedagógica*

Dissertação

Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Ana Paula Canavarro, por todos os conselhos, pelas suas importantes sugestões, pelo seu profissionalismo, pela sua dedicação e empenho na orientação, pelos incentivos constantes e pela disponibilidade revelada.

À Direção da escola em que decorreu esta investigação, por me ter permitido a sua realização.

À professora que participou no estudo, pela colaboração, disponibilidade e amizade demonstradas.

À turma que participou nesta investigação, pelo empenho e entusiasmo demonstrados.

À minha família pelo apoio e incentivo permanentes. Particularmente, ao Nelson pela compreensão, pelas palavras de apoio e pela colaboração em todos os momentos da realização deste trabalho; aos meus pais pela ajuda permanente e pelo carinho complementar manifestado ao António nos momentos em que estive mais ausente; à Elsa pela colaboração nas revisões do texto, pelas suas sugestões e pelo encorajamento; ao Luís pelas pesquisas efetuadas e pela ajuda nas traduções; à Nê pela colaboração nas transcrições; ao António por encher os meus dias de felicidade e me ter dado a motivação e determinação necessárias para a concretização desta dissertação.

O quadro interativo e o desenvolvimento da interação dialógica na aula de Matemática

Resumo

Pretende-se com esta investigação analisar os contributos da utilização do quadro interativo para o desenvolvimento da interação dialógica na aula de Matemática. Tendo em vista este objetivo principal, adotou-se uma abordagem metodológica de natureza qualitativa e interpretativa, recaindo na modalidade de estudo de caso de uma turma do 8.º ano de escolaridade, em articulação com a respetiva professora de Matemática, de uma escola básica de uma cidade do Alentejo Central. A recolha de dados decorreu no ano letivo 2011/2012 e baseou-se na observação e análise documental relativa a um conjunto de aulas em que se implementou uma intervenção didática com tarefas diversificadas e uma dinâmica de aula de natureza exploratória.

O estudo permitiu concluir que o quadro interativo pode ser usado com diferentes níveis de interatividade mas, de um modo geral, potencia o desenvolvimento da interação dialógica na aula, favorecendo a construção do conhecimento matemático pelos alunos. O recurso a esta tecnologia facilita o envolvimento dos alunos em especial na discussão das tarefas, na qual são mobilizadas muitas das suas funcionalidades, e proporciona um aumento das interações subjacentes à partilha de ideias e justificação de raciocínios.

Palavras-Chave: interação dialógica; interatividade; quadro interativo; Matemática.

The interactive whiteboard and the development of the dialogic interaction in mathematics classroom

Abstract

This research aims to analyse the contributions of the use of the interactive whiteboard on the development of dialogical interaction in mathematics class. A qualitative and interpretative methodological approach was adopted, with the design of a case study of an 8th grade school class, in partnership with the respective maths teacher, from an Alentejo Central city basic school. The data collection took place in 2011/2012 and was based on the observation and documental analysis concerning the development of a didactical intervention, characterized by diversified mathematical tasks and an exploratory dynamics of the class supported by the interactive whiteboard.

The study allowed to conclude that the interactive whiteboard can be used with different levels of interactivity but, in general, promotes the development of dialogical interaction in class, favoring the construction of mathematical knowledge by the students. The use of this technology enables the involvement of students particularly at tasks discussion level, in which many of its features are mobilized, providing an increase of interactions underlying the sharing of ideas and the reasoning justification.

Key-words: dialogic interaction; interactivity; interactive whiteboard; Mathematics.

Índice

Capítulo I - Introdução	1
Enquadramento e pertinência do estudo	1
Objetivo e questões de investigação	3
Organização do estudo.....	4
Capítulo II - Revisão de Literatura	7
As Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino	7
A introdução das TIC no ensino.....	8
Alguns estudos sobre o uso das TIC.....	9
As TIC no currículo de Matemática.....	12
O quadro interativo no ensino e na aprendizagem	15
A introdução do quadro interativo nas escolas em Portugal.....	16
Caracterização e funcionalidades do quadro interativo	18
Estudos internacionais sobre a utilização educativa do quadro interativo	20
Estudos nacionais sobre a utilização educativa do quadro interativo	24
Vantagens e desvantagens da utilização do quadro interativo	26
A interatividade na sala de aula.....	29
A interação dialógica	29
Ambientes de aprendizagem interativos e as TIC	32
A interatividade e o quadro interativo	33
Níveis de interatividade	35

Capítulo III - Metodologia	39
Opções metodológicas	39
Contexto da investigação	42
A escola	42
A turma	43
A professora	45
A intervenção didática	46
A organização do trabalho	47
As tarefas	47
Tarefa A: Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas	50
Tarefa B: O sistema de equações da Maria.....	51
Tarefa C: O cavalo e o burro.....	51
Tarefa D: Resolução gráfica de sistemas.....	52
Tarefa E: As velas cilíndricas.....	53
Tarefa F: Introdução ao Teorema de Pitágoras.....	54
Recolha de dados.....	55
Análise de dados	57
Capítulo IV - Descrição e análise das aulas	61
Tarefa A: Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas.....	61
Síntese	76
Tarefa B: O sistema de equações da Maria	79
Síntese	86
Tarefa C: O cavalo e o burro	89

Síntese	101
Tarefa D: Resolução gráfica de sistemas	104
Síntese	112
Tarefa E: As velas cilíndricas	115
Síntese	129
Tarefa F: Introdução ao Teorema de Pitágoras	133
Síntese	142
Capítulo V - Conclusão	147
Síntese do estudo	147
Conclusões do estudo	149
Que níveis de interatividade se estabelecem em aulas em que se utiliza o quadro interativo?	149
Que funcionalidades do quadro interativo são utilizadas para sustentar a interação dialógica?	151
Quais os contributos da utilização do quadro interativo para facilitar e agilizar a interação dialógica?	154
Considerações finais	158
Referências bibliográficas	161
Anexos	169

Índice de Anexos

Anexo 1: Pedido de autorização à Direção.....	171
Anexo 2: Pedido de autorização aos Encarregados de Educação.....	173
Anexo 3: Tarefa A - Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas	175
Anexo 4: Tarefa B - O sistema de equações da Maria	177
Anexo 5: Tarefa C - O cavalo e o burro	179
Anexo 6: Tarefa D - Resolução gráfica de sistemas	181
Anexo 7: Tarefa E - As velas cilíndricas	183
Anexo 8: Tarefa F - Introdução ao Teorema de Pitágoras.....	185

Índice de Quadros

Quadro 1: <i>Níveis de interatividade - adaptado de Beauchamp e Kennewell (2010) e de Tanner, Jones, Kennewell e Beauchamp (2005)</i>	37
Quadro 2: <i>Calendarização das tarefas</i>	47
Quadro 3: <i>Enquadramento programático das tarefas</i>	48
Quadro 4: <i>Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa A</i>	77
Quadro 5: <i>Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa A</i>	78
Quadro 6: <i>Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa B</i>	87
Quadro 7: <i>Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa B</i>	89
Quadro 8: <i>Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa C</i>	103
Quadro 9: <i>Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa C</i>	104
Quadro 10: <i>Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa D</i>	114
Quadro 11: <i>Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa D</i>	115
Quadro 12: <i>Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa E</i>	131
Quadro 13: <i>Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa E</i>	133
Quadro 14: <i>Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa F</i>	144
Quadro 15: <i>Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa F</i>	145
Quadro 16: <i>Níveis de interatividade estabelecidos durante a intervenção didática</i>	149
Quadro 17: <i>Funcionalidades do quadro interativo utilizadas durante a intervenção didática</i> .	152
Quadro 18: <i>Contributos da utilização do quadro interativo durante a intervenção didática</i> ...	155

Índice de Figuras

<i>Figura 1:</i> Apresentação da primeira informação do problema da tarefa A	62
<i>Figura 2:</i> Utilização de marcadores transparentes coloridos na primeira informação do problema da tarefa A	65
<i>Figura 3:</i> Apresentação da segunda informação do problema da tarefa A	67
<i>Figura 4:</i> Utilização de marcadores transparentes coloridos na segunda informação da tarefa A.....	68
<i>Figura 5:</i> Primeiro processo de resolução do problema da tarefa A	71
<i>Figura 6:</i> Utilização da tinta mágica para revelar objetos escondidos na tarefa A	71
<i>Figura 7:</i> Registo da apresentação da noção de sistema de duas equações com duas incógnitas	72
<i>Figura 8:</i> Segundo processo de resolução do problema da tarefa A	73
<i>Figura 9:</i> Utilização de canetas coloridas na verificação da solução do problema da tarefa A ..	75
<i>Figura 10:</i> Utilização de canetas coloridas para verificar se outro par ordenado era solução do problema da tarefa A	75
<i>Figura 11:</i> Utilização de marcadores coloridos na identificação de erros, na tarefa B	82
<i>Figura 12:</i> Resolução do sistema de equações, efetuada pelos alunos, na tarefa B	84
<i>Figura 13:</i> Utilização do revelador na resolução do sistema de equações, na tarefa B	85
<i>Figura 14:</i> Esquema apresentado pelos alunos do grupo 1, na tarefa C	93
<i>Figura 15:</i> Esquema apresentado pelos alunos do grupo 2, na tarefa C	95
<i>Figura 16:</i> Esquema apresentado pelos alunos do grupo 3, na tarefa C	96
<i>Figura 17:</i> Esquema apresentado pelos alunos do grupo 4, na tarefa C	97
<i>Figura 18:</i> Sistema de equações apresentado pelos alunos do grupo 5, na tarefa C.....	98

<i>Figura 19:</i> Representação do problema na forma de sistema efetuada pelos alunos do grupo 5 e do esquema efetuada pelos alunos do grupo 4	99
<i>Figura 20:</i> Resolução do sistema de equações, efetuada pelos alunos da turma, na tarefa C	100
<i>Figura 21:</i> Representação gráfica do sistema de equações, efetuada pelos alunos da turma, na tarefa D	108
<i>Figura 22:</i> Representação gráfica de sistemas de equações (proveniente do <i>Geogebra</i>) e respetiva classificação.....	111
<i>Figura 23:</i> Representação gráfica de um sistema de equações (proveniente do <i>Geogebra</i>) e respetiva classificação.....	112
<i>Figura 24:</i> Cálculo do volume do molde A	118
<i>Figura 25:</i> Cálculo do volume do molde B	118
<i>Figura 26:</i> Cálculo do volume do bloco de parafina	118
<i>Figura 27:</i> Determinação do número de velas vermelhas e do número de velas verdes.....	119
<i>Figura 28:</i> Cálculo da área de papel disponível para forrar as velas	121
<i>Figura 29:</i> Determinação da área ocupada pelas velas vermelhas	121
<i>Figura 30:</i> Utilização de canetas coloridas na resolução do problema.....	122
<i>Figura 31:</i> Determinação da área ocupada pelas velas verdes	123
<i>Figura 32:</i> Determinação da área correspondente a todas as velas que se pretendiam forrar	125
<i>Figura 33:</i> Registo da conclusão inicial da tarefa E.....	125
<i>Figura 34:</i> Simulador da distribuição dos moldes sobre o papel.....	126
<i>Figura 35:</i> Primeira simulação da distribuição dos moldes sobre o papel.....	127
<i>Figura 36:</i> Segunda simulação da distribuição dos moldes sobre o papel.....	127
<i>Figura 37:</i> Terceira simulação da distribuição dos moldes sobre o papel	128

<i>Figura 38:</i> Registo da conclusão final da tarefa E	129
<i>Figura 39:</i> Construção elaborada no <i>Geogebra</i> , pelo grupo 1, na questão 1.1 da tarefa F	135
<i>Figura 40:</i> Registo da conclusão para a questão 1.4 da tarefa F	136
<i>Figura 41:</i> Construção elaborada no <i>Geogebra</i> , pelo grupo 2, na questão 1.1 da tarefa F	137
<i>Figura 42:</i> Relação encontrada, pelo grupo 2, na questão 1.4 da tarefa F	137
<i>Figura 43:</i> Construção elaborada no <i>Geogebra</i> , pelo grupo 3, na questão 1.1 da tarefa F	138
<i>Figura 44:</i> Relação encontrada pelo grupo 3, na questão 1.4 da tarefa F	138
<i>Figura 45:</i> Conclusão para a questão 1.4 da tarefa F.....	139
<i>Figura 46:</i> Construção elaborada no <i>Geogebra</i> , pelo grupo 4, na questão 2 da tarefa F.....	140
<i>Figura 47:</i> Registo da conclusão para a questão 2 da tarefa F.....	140
<i>Figura 48:</i> Construção elaborada no <i>Geogebra</i> , pelo grupo 5, na questão 3 da tarefa F.....	141
<i>Figura 49:</i> Registo da conclusão para a questão 3 da tarefa F.....	141
<i>Figura 50:</i> Apresentação do Teorema de Pitágoras	142

Capítulo I

Introdução

Neste capítulo apresentam-se os elementos essenciais que definem o ponto de partida da investigação realizada e descrita nesta dissertação. Inicialmente procede-se ao enquadramento da temática focada no estudo e apontam-se os aspetos indicadores da sua relevância para a investigação em educação. Seguidamente define-se o objetivo do estudo e identificam-se as questões de investigação julgadas pertinentes para alcançar o objetivo. Por último, apresenta-se a estrutura segundo a qual se organizou a presente dissertação.

Enquadramento e pertinência do estudo

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) tornaram-se efetivamente parte integrante da sociedade contemporânea e, no século XXI, o seu domínio é considerado essencial para qualquer cidadão. É inquestionável o seu enorme potencial nos mais diferentes setores de atividade, constituindo uma poderosa ferramenta para resolver problemas e, em última instância, proporcionar maior qualidade de vida ao comum dos cidadãos, sendo os jovens os seus principais e naturais utilizadores.

A par da evolução das TIC na sociedade em geral, nos últimos anos tem-se assistido a um rápido crescimento do número de computadores, quadros interativos e de outros equipamentos informáticos nas escolas, crescimento este especialmente visível, em Portugal, entre 2005 e 2010. Tendo o governo português desenvolvido evidentes esforços financeiros no sentido de apetrechar as escolas de melhores recursos tecnológicos, será que estes estão a ser utilizados usufruindo de todo o seu potencial para aquilo que é central na escola, ou seja, para promover melhores aprendizagens por parte dos alunos?

Evidentemente que a disponibilização destas ferramentas tecnológicas, por si só, não é suficiente para que ocorram alterações no ensino e na aprendizagem e se alcancem os resultados desejados (Costa, 2007). Os efeitos da utilização das TIC no ensino e na aprendizagem estão claramente dependentes da forma como se recorre às suas

potencialidades, bem como da abordagem pedagógica do professor que as usa na sala de aula (Kennewell & Beauchamp, 2007).

Nas atuais orientações curriculares internacionais e nacionais para o ensino da Matemática perspectiva-se o uso da tecnologia na sala de aula. Nos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*, documento publicado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), é referido que a tecnologia influencia a Matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos (NCTM, 2007). As tecnologias eletrônicas, desde a mais pequena calculadora ao complexo computador, cada vez mais poderoso, graças ao desenvolvimento de *software* diverso e à possibilidade de integração com outros equipamentos, são fundamentais para o ensino e para a aprendizagem. Já em Portugal, no *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007, no contexto do qual se desenvolve a presente investigação, a tecnologia representa um importante papel como ferramenta para a aprendizagem, constando especificamente nas indicações metodológicas dos vários temas curriculares (Ministério da Educação [ME], 2007).

Atualmente existe uma variedade de ferramentas tecnológicas a que o professor pode recorrer para concretizar os seus propósitos pedagógicos. O quadro interativo é uma das mais recentes possibilidades. Segundo Fitas e Costa (2008), o primeiro quadro interativo terá surgido em 1991, através da *Smart Technologies*. A proliferação desta tecnologia ocorreu rapidamente nos Estados Unidos da América, Reino Unido, Austrália e França. Contudo, em Portugal, a integração do quadro interativo em algumas escolas ocorreu apenas em 2004, tendo-se intensificado mais recentemente, entre 2007 e 2010, por via da implementação do Plano Tecnológico da Educação (PTE). O quadro interativo é uma ferramenta de trabalho que permite implementar estratégias de ensino inovadoras, despertando a atenção e motivação dos alunos (British Educational Communications and Technology Agency [BECTA], 2003; Higgins, Falzon, Hall, Moseley, Smith, Smith & Wall, 2005). Por um lado, a sua utilização abre um grande leque de possibilidades de trabalho na sala de aula, ao permitir o acesso a um vasto manancial de recursos preparados pelo professor ou, simplesmente, disponíveis na Internet. Por outro lado, o quadro interativo tem a grande vantagem de permitir ao professor trabalhar com recursos digitais diversificados e, ao mesmo tempo, promover a interatividade entre professor e aluno e entre alunos entre si. Ao associar o audiovisual com a possibilidade de manipulação e de experimentação, os contributos desta ferramenta tendem a ser potencializados, tanto do ponto de vista do aluno, como do ponto de vista do professor. Na aula de Matemática, em particular, a sua utilização é importante para o desenvolvimento de capacidades matemáticas diversas e favorece a construção do conhecimento de uma forma inovadora e participada pelos alunos, apelando à sua capacidade de observação e

comunicação, facilitando a capacidade de associação de conceitos, bem como o espírito crítico e raciocínio, tornando assim a Matemática mais significativa para os alunos.

Mas será que a interatividade proporcionada pelo quadro interativo é suficiente para criar um ambiente de aprendizagem interativo na sala de aula? Como se referiu anteriormente, os contributos que resultam do recurso a ferramentas tecnológicas estão também condicionados pela abordagem pedagógica do professor. Nem sempre as práticas comuns são as mais eficazes e, por isso, há que saber reajustar estratégias e/ou optar por alternativas mais profícuas. Vários estudos (Mercer, Hennessy & Warwick, 2010; Tanner, Jones, Kennewell & Beauchamp, 2005; Warwick, Hennessy & Mercer, 2011) apontam para a importância de uma abordagem dialógica e da sua relação com ambientes de aprendizagem interativos. Com isto sublinham a ideia de que através do diálogo e da reflexão conjunta, os alunos se envolvem ativamente nas suas próprias aprendizagens, numa perspetiva de construção conjunta do conhecimento matemático, a partir da discussão coletiva de tarefas relevantes orquestrada pelo professor (Canavarro, 2011).

Importa pois perceber como é que o recurso ao quadro interativo pode potenciar o desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula. Atendendo ao exposto, considera-se pertinente desenvolver um estudo que contribua de alguma forma para ampliar o conhecimento sobre o assunto em apreço. Realça-se que, por um lado, face à recente introdução do quadro interativo em Portugal, não existem ainda muitos estudos nesta área; por outro lado, a evolução constante das tecnologias requer que se desenvolvam novas investigações que permitam rentabilizar os recursos existentes e, ao mesmo tempo, contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras, no âmbito do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Objetivo e questões de investigação

A presente investigação foi desenvolvida com o objetivo de analisar os contributos da utilização do quadro interativo para o desenvolvimento da interação dialógica na aula de Matemática.

Neste contexto, julgou-se importante definir as seguintes questões de investigação:

- ♦ Que níveis de interatividade se estabelecem em aulas em que se utiliza o quadro interativo?

- ♦ Que funcionalidades do quadro interativo são utilizadas para sustentar a interação dialógica?
- ♦ Quais os contributos da utilização do quadro interativo para facilitar e agilizar a interação dialógica?

Organização do estudo

Esta dissertação encontra-se estruturada em cinco capítulos, correspondendo cada um a uma parte essencial do desenvolvimento da investigação.

No primeiro capítulo faz-se o enquadramento do estudo e aponta-se a sua pertinência, apresenta-se o objetivo e as questões de investigação, bem como a estrutura em que se organizou o presente trabalho.

No capítulo dois apresenta-se a revisão de literatura que constitui a base teórica desta investigação. Este capítulo inicia-se com uma abordagem às tecnologias da informação e comunicação, nomeadamente no que se refere à sua introdução no ensino em Portugal, aos estudos desenvolvidos sobre a sua utilização educativa e às principais orientações curriculares sobre a sua utilização no ensino da Matemática. Segue-se uma abordagem à utilização do quadro interativo no ensino e na aprendizagem, destacando aspetos relacionados com a introdução deste recurso tecnológico nas escolas portuguesas, as suas principais características e funcionalidades, os resultados de alguns estudos desenvolvidos no âmbito desta temática e as vantagens e desvantagens inerentes à sua utilização. Neste capítulo é também abordada a interatividade na sala de aula, especificamente no que se refere à promoção de ambientes de aprendizagem interativos através da interação dialógica, assim como através do recurso às tecnologias da informação e comunicação, em geral, e ao quadro interativo, em particular.

No terceiro capítulo apresenta-se e justifica-se a metodologia adotada no decurso desta investigação, contextualiza-se a intervenção didática, referem-se os procedimentos utilizados na recolha de dados e descreve-se como foram analisados, tendo em conta o objetivo do estudo.

O capítulo quatro é dedicado ao estudo de caso da turma participante no estudo. Neste capítulo é feita a descrição e análise da intervenção didática, apresentando-se os resultados obtidos para cada tarefa matemática realizada com a turma.

No quinto e último capítulo é feita uma síntese do estudo, são apresentadas as conclusões da investigação e tecem-se algumas considerações finais, apontando limitações do estudo e perspectivando recomendações para investigações futuras e para a formação de professores.

Capítulo II

Revisão de Literatura

No presente capítulo apresenta-se a revisão de literatura que constitui a base teórica desta investigação. A revisão de literatura encontra-se estruturada em três secções principais. Na primeira secção, *As Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino*, é apresentada uma breve retrospectiva histórica sobre a introdução das tecnologias da informação e comunicação no ensino em Portugal, destacam-se alguns estudos sobre a sua utilização educativa e resumem-se as principais orientações internacionais e nacionais sobre a sua utilização no ensino da Matemática. A segunda secção, *O quadro interativo no ensino e na aprendizagem*, inicia-se com uma abordagem à introdução do quadro interativo nas escolas portuguesas, seguida da apresentação das características e funcionalidades deste recurso tecnológico. Ainda nesta secção são apresentados alguns estudos realizados no estrangeiro e em Portugal a propósito da utilização educativa do quadro interativo e sublinham-se as vantagens e desvantagens da sua utilização. Na terceira secção, *A interatividade na sala de aula*, é clarificado o conceito de interatividade, caracterizam-se ambientes de aprendizagem interativos suportados pela utilização das tecnologias da informação e comunicação em geral e, em particular, pelo quadro interativo, sublinhando a sua importância para a promoção da interação dialógica, e apresentam-se e descrevem-se diferentes níveis de interatividade na sala de aula.

As Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino

Numa sociedade cada vez mais global, as TIC têm vindo a afirmar-se como um importante suporte estratégico e privilegiado da educação. Se para os alunos estas tecnologias despertam o seu interesse pelos conteúdos disciplinares, para os professores ajudam a explicar conceitos difíceis e fornecem recursos de fácil utilização.

O aparecimento de sistemas informáticos cada vez mais sofisticados, o aumento da velocidade de comunicação e as facilidades no acesso e no tratamento da informação exigem que o

processo educativo seja orientado de forma a maximizar o trabalho em ambientes tecnologicamente avançados, a par da evolução da sociedade.

Ponte (2002) considera que as TIC constituem “uma linguagem de comunicação e um instrumento de trabalho essencial do mundo de hoje que é necessário conhecer e dominar” (p. 2). Sublinha ainda que a sua versatilidade e o seu poder permitem que sejam utilizadas para diversos fins, o que requer uma atitude crítica dos seus utilizadores. A sua utilização em contexto educativo permite não só apoiar a aprendizagem de conteúdos e desenvolver capacidades específicas, mas também criar espaços de interação e partilha. Ponte (2000) salienta que a grande mais-valia da utilização das TIC emerge precisamente das “possibilidades acrescidas que [estas] trazem de criação de espaços de interação e comunicação, [das] possibilidades alternativas que fornecem de expressão criativa, de realização de projectos e de reflexão crítica” (p. 75). São, pois, uma ferramenta de trabalho essencial para o professor nos dias que correm. Segundo Paiva (2003), uma escola que não recorra, ou melhor, que não integre os novos meios informáticos, corre o risco de se tornar obsoleta.

A introdução das TIC no ensino

Em Portugal, têm sido desenvolvidos alguns esforços para a implementação de estratégias e projetos tecnológicos direcionados para a educação. Destacam-se os seguintes: Projeto Minerva (Meios Informáticos No Ensino: Racionalização, Valorização, Atualização), promovido pelo Ministério da Educação, que vigorou entre 1985 e 1994; Projeto Nónio XXI, lançado em 1996 pelo Ministro da Educação; C.R.I.E. (Equipa de Missão Computadores, Redes e Internet nas Escolas), equipa multidisciplinar criada pela Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, criada em 2005; e o PTE, aprovado em 2007, da responsabilidade do Ministério da Educação, com o objetivo de “colocar Portugal entre os cinco países europeus mais avançados na modernização tecnológica do ensino em 2010” (Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação/Ministério da Educação [GEPE/ME], 2008, p. 11).

O Projeto MINERVA esteve na origem da introdução das TIC no ensino não superior nas escolas portuguesas, tendo sido uma referência no que concerne à ação e reflexão pedagógica em contextos inovadores. Desenvolviam-se, assim, as primeiras experiências de utilização educativa das TIC, apoiadas pela equipa de professores que integravam o projeto. De acordo com Ponte (1994b), este projeto constituiu um marco decisivo no “arranque do processo de transformação da escola tendo em conta a nova realidade cultural que são as tecnologias de

informação” (p. 44), permitindo o desenvolvimento de múltiplas dinâmicas e de novas ideias, estimulando diversas iniciativas e proporcionando o aparecimento e crescimento de um vasto leque de equipas.

O Projeto Nónio XXI também teve como foco principal a implementação do uso das TIC nas escolas, impulsionando novas práticas. A formação, criação e desenvolvimento de *software* educativo foram alguns dos seus principais objetivos. Através deste projeto foram organizadas diversas iniciativas e encontros, estabeleceram-se parcerias com outras instituições e foi desenvolvida investigação na área das TIC.

No âmbito do projeto C.R.I.E. foram constituídas equipas multidisciplinares responsáveis pela conceção, desenvolvimento, concretização e avaliação de iniciativas mobilizadoras e integradoras da utilização dos computadores, redes e Internet nas escolas e nos processos de ensino e de aprendizagem. As suas áreas de intervenção englobaram o desenvolvimento do currículo de TIC nos ensinos básico e secundário, a formação de professores, a promoção e dinamização da utilização de computadores, redes e Internet e o apetrechamento e manutenção de equipamentos tecnológicos nas escolas.

O incremento de vários recursos tecnológicos nas escolas, como é o caso dos quadros interativos, deveu-se em grande parte a iniciativas do PTE. Este baseia-se em três eixos de atuação principais: tecnologia, conteúdos e formação, cujas principais linhas de ação serão explicitadas mais à frente. Os seus principais objetivos definidos para o período de 2007 a 2010 foram a ligação à Internet em banda larga de alta velocidade em todas as escolas públicas com 2.º e 3.º ciclos do ensino básico e ensino secundário, o rácio de dois alunos por computador com ligação à Internet e a certificação de competências em TIC para docentes (90%) (ME, 2008).

Alguns estudos sobre o uso das TIC

Apesar de todos os esforços que têm vindo a ser desenvolvidos para implementar estratégias e projetos tecnológicos direcionados para a educação, as mudanças que envolvem a tecnologia no contexto de sala de aula continuam a fazer-se sentir muito lentamente e há ainda um longo caminho a percorrer para que a integração das TIC seja transversal nos currículos e feita de forma sistemática e planeada (Duarte, 2009; Paiva, 2003).

Num estudo desenvolvido por Paiva (2002), no ano letivo 2001/2002, envolvendo os professores portugueses do ensino não superior, cujo objetivo era conhecer a real utilização das TIC pelos professores, constatou-se que a falta de meios técnicos, de recursos humanos e de formação específica constituíam os principais obstáculos face ao uso das TIC. As conclusões do estudo indicaram que a utilização das TIC não era, de facto, “a mais sistemática, planificada e pedagogicamente cuidada” (p. 44). Relativamente ao problema da inclusão curricular das TIC, Lawson e Comber (1999) afirmam que esta depende evidentemente do professor, mas também de fatores como a existência de coordenadores TIC na escola, a primazia concedida às TIC pela gestão das escolas e o parque informático da própria escola. Baseando-se nos trabalhos desenvolvidos por Wild (1996), Paiva (2002) apresenta mais alguns constrangimentos associados ao uso das TIC em contexto educativo: a falta de oportunidades para utilizar os computadores com regularidade; a existência de alunos de baixo nível sócio-económico que não possuem computador; o *stress* do professor e a falta de confiança e de segurança face à utilização de novas ferramentas; a falta de conhecimento acerca do impacto da sua utilização na sala de aula; o reduzido número de experiências com as TIC na formação inicial e na formação contínua dos professores.

Um estudo internacional desenvolvido no âmbito do projeto IPTECCO (Investigation in Primary Education Teachers’ Confidence and Competence), em 2007, que envolveu Portugal e mais quatro países europeus, revelou que continua a não se verificar uma efetiva utilização pedagógica das TIC na sala de aula (Peralta & Costa, 2007). De entre as principais conclusões deste estudo destaca-se que os professores sabem utilizar o computador, mas quando o fazem nas atividades de sala de aula com os seus alunos “parecem fazê-lo sem uma compreensão cabal dos princípios de aprendizagem que lhe estão subjacentes” (Duarte, 2009, p. 80). Um outro aspeto de destaque evidencia que as práticas de ensino e de aprendizagem não se alteraram de forma significativa com o uso das TIC. Ora, a estratégia de acrescentar a tecnologia às atividades já existentes na escola e nas salas de aula, sem nada alterar nas práticas habituais de ensinar, não produz diretamente resultados na melhoria da aprendizagem dos estudantes (Costa, 2007):

No caso das tecnologias mais recentes, é, aliás, muito nítida a evidência de que os supostos efeitos na aprendizagem não se produzem por si mesmos, como consequência automática do contacto dos alunos com computadores, apontando para a necessidade de atenção particular ao modo como são integrados e, eventualmente, de novas perspetivas teóricas como base à exploração destes novos e poderosos meios no processo de ensino e de aprendizagem. (p. 29)

A respeito da introdução de novas práticas educativas, Peralta (2007) salienta que “o “espaço” permitido do ponto de vista curricular, bem como os níveis de confiança e de competência dos

professores, em particular no uso das TIC, são variáveis a considerar quando se pretende intervir em ordem a uma inovação das práticas educativas” (p. 191).

Um estudo mais recente, de carácter exploratório, realizado no âmbito do Observatório do PTE, foi desenvolvido com vista a inventariar comportamentos digitais e recolher elementos relevantes para a gestão do PTE, envolvendo diretores, professores, encarregados de educação e alunos de algumas escolas do país (Lopes, 2010). No que toca à utilização das TIC pelos professores em ambiente educativo, o estudo evidenciou que a sua utilização na sala de aula ocorre com frequência, em particular, no caso da Internet, dos computadores e dos projetores multimédia, mas ainda se está longe de conseguir rentabilizar ao máximo o equipamento tecnológico fornecido às escolas pelo PTE. Do ponto de vista dos professores envolvidos no estudo, a maioria considerou que, de uma forma geral, a classe docente não está suficientemente preparada para a utilização das TIC. Na perspetiva dos participantes no estudo, a intensificação do uso das TIC deverá passar por fortalecer a preparação técnica e o sentimento de confiança dos docentes através da formação.

Os resultados deste estudo desenvolvido pelo Observatório do PTE revelaram que os professores consideram que as suas aulas são melhor preparadas quando recorrem às TIC e estas permitem uma melhor ilustração da matéria lecionada, o que facilita o processo de aprendizagem dos alunos. Por outro lado, sentem uma maior capacidade para motivar os alunos para o estudo e para as aprendizagens e sentem-se mais capazes para desenvolver a sua própria auto-aprendizagem. Ao nível dos processos de aprendizagem, para além de melhorias ao nível da motivação dos alunos, os professores apontam como principais benefícios da utilização das ferramentas tecnológicas disponíveis, a melhor qualidade dos trabalhos dos alunos, a maior interação entre professores e alunos e destes entre si e a maior possibilidade de apoiar os alunos fora da sala de aula.

No mesmo estudo foram apontados também alguns aspetos negativos que podem ser entendidos como fatores inibidores da integração curricular das TIC nas escolas. Um destes aspetos está relacionado com o aumento do trabalho e do tempo necessário para preparar recursos digitais. Relativamente ao processo de aprendizagem dos alunos é referida a dificuldade em controlar os alunos e o receio de dispersão, uma vez que, por exemplo, a utilização dos computadores pode permitir que alguns estejam a utilizar o material para outros fins. Por último, o estudo revelou que a maioria das salas de aula não está ainda suficientemente preparada para o trabalho com recurso às TIC devido, de entre outros fatores, à falta de pontos de acesso à eletricidade.

Sampaio e Coutinho (2011) sublinham a importância do tempo para formação e para a preparação de atividades curriculares inovadoras, para que se possa fazer uma integração efetiva das TIC em contexto de sala de aula.

Em resumo, os estudos atrás referidos revelam que existem vários fatores que podem condicionar ou contribuir para a integração das TIC no currículo. Tendo em conta que os níveis de confiança e de competência dos professores no uso das TIC constituem variáveis decisivas quando se pretendem pôr em prática novas estratégias de ensino (Peralta, 2007), não há dúvida que é essencial que os professores dediquem algum do seu tempo aos novos recursos tecnológicos disponíveis, para que os saibam dominar e integrar eficazmente na prática pedagógica. Precisam também de ser capazes de avaliar as potencialidades que esses recursos oferecem e as limitações que apresentam. Por outro lado, é necessário que reflitam sobre o que torna efetiva a tecnologia na sala de aula e modifiquem significativamente as práticas e a organização das atividades curriculares, de modo a que estas novas ferramentas possam apoiar a aquisição de conhecimento disciplinar significativo. Assim, “a qualidade do uso das TIC não está diretamente relacionada com a tecnologia em si, mas com a forma como essa tecnologia é aplicada pelo professor em contexto de sala de aula” (Sampaio & Coutinho, 2012, p. 103). Reforçando esta ideia, o professor deve “seleccionar a ferramenta apropriada, organizar os desafios a colocar aos alunos e elaborar um planeamento didáctico coerente e integrado nas demais actividades curriculares” (Duarte, 2009, p. 80), contrariando a tendência que existe para integrar as TIC como novas ferramentas no método de ensino habitual. Desta forma, será possível promover uma adequada utilização das TIC em contexto de sala de aula, com vista a criar ambientes de aprendizagem favoráveis, nos quais os alunos se mostrem mais interessados e participativos.

As TIC no currículo de Matemática

A utilização das TIC é, desde há muito tempo, perspectivada no ensino e na aprendizagem da Matemática. Orientações nacionais e internacionais recomendam o uso de calculadoras, elementares, científicas e/ou gráficas, computadores, Internet e programas informáticos específicos da disciplina.

Revogado recentemente, mas em vigor durante uma década (de 2001 a 2011), o *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais* (ME, 2001) apresentava uma organização do ensino baseada numa multiplicidade de competências gerais, específicas e transversais, na

qual as TIC não eram colocadas à margem. O documento apontava para a necessidade de os alunos terem frequentemente oportunidades de utilizar as tecnologias na aprendizagem da Matemática, integradas, por exemplo, no contexto da resolução de problemas, de atividades de investigação e do desenvolvimento de projetos. Como principais recursos tecnológicos a explorar eram indicadas as calculadoras elementares, científicas ou gráficas, dependendo do nível de escolaridade dos alunos, e os computadores, nomeadamente através do trabalho com a folha de cálculo, com diversos programas educativos de gráficos de funções e geometria dinâmica e com a Internet.

No documento *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*, a tecnologia assume um papel de destaque constituindo um dos seis princípios perspetivados para a Matemática escolar (NCTM, 2007). Neste documento orientador, é referido que as tecnologias “proporcionam imagens visuais das ideias matemáticas, facilitam a organização e a análise de dados, e realizam cálculos de forma eficaz e exacta” (p. 26), podem apoiar as investigações dos alunos nas várias áreas da Matemática e permitem que os alunos se concentrem “nas decisões a tomar, na reflexão, no raciocínio e na resolução de problemas” (p. 26).

A utilização da tecnologia em sala de aula confere aos alunos a possibilidade de explorarem diversos exemplos, analisarem diferentes formas de representação, visualizarem noções e conceitos matemáticos sob múltiplas perspetivas e envolverem-se em desafios matemáticos mais ricos do que em ambientes de trabalho tradicionais. As oportunidades de interação e discussão entre professor e alunos, e destes entre si, aumentam acentuadamente com a utilização de ferramentas tecnológicas, contribuindo para o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos. Segundo o NCTM (2007), a tecnologia proporciona “um contexto para as discussões entre os alunos e o professor acerca dos objectos visualizados no ecrã e dos efeitos das diversas transformações dinâmicas que a tecnologia permite” (p. 27). Outro aspeto a salientar é que “a tecnologia permite ainda esbater algumas fronteiras artificiais existentes entre os diversos tópicos da álgebra, da geometria e da análise de dados” (p. 28).

Porém, o NCTM (2007) alerta para que a tecnologia não se use para substituir a compreensão e intuição elementar, mas sim para estimular essa compreensão e intuição. Nesse sentido, a utilização da tecnologia deve ser feita de forma responsável e sempre com vista a enriquecer as aprendizagens matemáticas dos alunos. A escolha das tarefas matemáticas a propor aos alunos e a atitude do professor na orientação e orquestração de discussões na sala de aula são fatores determinantes para a plena rentabilização da tecnologia e para o sucesso da sua integração. Esta ideia é reforçada pelo NCTM (2007) que sugere que “os professores [usem] a

tecnologia para melhorar as oportunidades de aprendizagem dos seus alunos, através da selecção ou da criação de tarefas matemáticas que tiram proveito do que a tecnologia permite fazer de forma correcta e eficiente” (p. 27).

Também no *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007 a tecnologia representa um importante papel na aprendizagem, sendo que até a sua utilização específica se sugere nas indicações metodológicas dos vários temas curriculares (ME, 2007). O uso de calculadoras e de computadores pelos alunos sugere-se ao longo de todos os ciclos de ensino, com vista à realização de cálculos complexos, representação de informação e de objetos geométricos. Indo ao encontro das orientações do NCTM (2007), o documento clarifica que o uso das tecnologias:

(...) é particularmente importante na resolução de problemas e na exploração de situações, casos em que os cálculos e os procedimentos de rotina não constituem objectivo prioritário de aprendizagem, e a atenção se deve centrar nas condições da situação, nas estratégias de resolução e na interpretação dos resultados. (p. 9)

É ainda reforçado que a calculadora e o computador não deverão ser utilizados em substituição do cálculo mental nem para realizar cálculos imediatos.

Logo no 1.º Ciclo do Ensino Básico, o programa de Matemática prevê a utilização da calculadora no tema Números e Cálculo, por facilitar a exploração de regularidades numéricas, no contexto de tarefas de investigação e na resolução de problemas. No âmbito do tema Geometria e Medida é sugerida a utilização do computador, em particular, através do recurso a *applets* (pequenas aplicações disponíveis na Internet), por possibilitar “explorações que podem enriquecer as aprendizagens [...] e permitir a realização de jogos e outras actividades de natureza interactiva” (p. 21).

No 2.º Ciclo, no que concerne ao tema Números e Cálculo, são indicadas as calculadoras, a folha de cálculo e os *applets*, por permitirem “experiências com números e regularidades numéricas e o trabalho com situações reais que sem estes recursos seriam difíceis de realizar” (p. 33). A utilização da calculadora pode também ser importante para a “elaboração e análise de estratégias de cálculo mental” (p. 33) e para validar procedimentos utilizados. No tema Geometria e Medida, o recurso a *applets* e programas de geometria dinâmica “favorecem igualmente a compreensão dos conceitos e relações geométricas” (p. 37). A utilização da folha de cálculo volta a ser referenciada a propósito do tema Álgebra dada a sua importância “no desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que permite realizar com rapidez experiências com números e pôr em evidência relações numéricas” (p. 40). Quer a calculadora,

quer a folha de cálculo constituem recursos de grande relevância para o estudo do tema Organização e Tratamento de Dados, por permitirem “que os alunos se concentrem na escolha e justificação dos métodos a usar, na análise de dados e na interpretação de resultados, libertando-os de cálculos demorados” (p. 43) e por possibilitarem a organização e representação de dados em tabelas e gráficos. A Internet pode também ser utilizada com vantagem neste tema, já que permite o acesso rápido a diversas fontes de informação estatística.

Relativamente ao 3.º Ciclo, é referido que o uso adequado da calculadora no âmbito do tema Números e Cálculo “permite ao aluno concentrar-se nos aspectos estratégicos do pensamento matemático ao resolver problemas e investigar regularidades numéricas” (p. 49). O recurso a programas de geometria dinâmica ao longo do desenvolvimento do tema Geometria e Medida “permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afectiva com a Matemática” (p. 51). Também neste ciclo de ensino é apropriada a utilização da folha de cálculo no tema Álgebra, pois pode “apoiar os alunos no estabelecimento de relações entre a linguagem algébrica e os métodos gráficos, na realização de tarefas de exploração e investigação e na resolução de problemas” (p. 56) e no tema Organização e Tratamento de Dados, a par das calculadoras gráficas, “para representar, tratar e apresentar a informação recolhida” (p. 60).

Resumindo, tanto as orientações curriculares internacionais, como as nacionais, recomendam a utilização educativa das tecnologias na sala de aula. Atendendo ao facto de, hoje em dia, o professor ter à sua disposição um vasto leque de opções a nível tecnológico, cabe-lhe fazer as escolhas mais adequadas para a concretização dos seus objetivos pedagógicos e promover as suas corretas utilizações.

O quadro interativo no ensino e na aprendizagem

O quadro interativo é um dos mais recentes recursos tecnológicos nas escolas portuguesas. O seu uso em contexto educativo introduz uma nova dimensão tecnológica que, ajustada com uma pedagogia adequada, pode contribuir para melhorar o processo de ensino e de aprendizagem. O quadro interativo tem a grande vantagem de permitir ao professor trabalhar com recursos digitais diversificados e favorecer as interações entre professor e aluno e entre alunos entre si. Para que tal aconteça, é necessário que o professor conheça e saiba utilizar as suas funcionalidades, compreenda as suas vantagens e limitações e procure integrar esta

ferramenta com o intuito de cumprir de forma mais eficazmente os seus propósitos pedagógicos.

A introdução do quadro interativo nas escolas em Portugal

Numa altura em que se começava a ouvir falar de quadros interativos, várias escolas portuguesas, de diferentes níveis de ensino, participaram num projeto piloto de utilização do quadro interativo, coordenado pelo Centro de Competência *Entre Mar e Serra*, integrado num projeto mais abrangente envolvendo três escolas espanholas, que decorreu entre 2004 e 2006. A aquisição de alguns quadros interativos em algumas escolas ocorreu por via deste projeto. A sua implementação concretizou-se na possibilidade das escolas acederem a equipamentos e tecnologias, no apoio técnico e pedagógico dos professores através de formações, na elaboração e partilha de recursos, no reforço do desenvolvimento de projetos cooperativos a nível nacional e internacional e na investigação relativa aos impactos da integração do quadro interativo nos contextos de aprendizagem (Silveira, 2005).

Em 2006/2007, deu-se início à implementação do Plano da Matemática (PAM), que objetivava a melhoria dos resultados dos alunos dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico na disciplina de Matemática. Entre outros raios de ação, o PAM possibilitou às escolas melhorarem os seus equipamentos tecnológicos e materiais didáticos, tendo muitas escolas optado por adquirir quadros interativos. Desta forma, a introdução desta tecnologia nas escolas deveu-se, em grande parte, aos investimentos das escolas suportados pelo ME, no âmbito do PAM.

Porém, o grande *boom* de quadros interativos nas escolas portuguesas ocorreu por via da implementação do PTE, entre 2007 e 2010. Este projeto desenvolveu-se, como já foi mencionado, segundo três eixos principais de atuação, sobre os quais se apresenta de seguida uma breve caracterização (ME, 2008).

O eixo “tecnologia” apresenta-se direcionado para a melhoria do parque de equipamentos informáticos das salas de aula. Neste âmbito, importa realçar o projeto “*kit tecnológico*” cujas finalidades passam pela redução, já mencionada, do número de alunos por computador, a instalação de um videoprojector por sala de aula e de um quadro interativo por cada três salas de aula.

Quanto ao eixo “conteúdos” considera-se que estes e as aplicações educativas “são essenciais para a alteração das práticas pedagógicas, ao favorecer o recurso a métodos de ensino mais

interativos e construtivistas, contribuindo para criar uma cultura de aprendizagem ao longo da vida” (ME, 2008, p. 29). De entre os objetivos que lhe estão associados destacam-se o aumento da produção e partilha de recursos digitais, a promoção da utilização de plataformas de *e-learning* e a melhoria das práticas de gestão e comunicação entre os agentes de comunidade escolar.

No âmbito do eixo “formação” destaca-se a certificação de competências TIC de docentes e não docentes, com vista a promover: a utilização das TIC no ensino, quer em termos pedagógicos, quer ao nível da gestão escolar; a formação em TIC dos elementos da comunidade educativa, e contribuir para a valorização profissional das competências TIC dos vários intervenientes. O Sistema de Formação e de Certificação em Competências TIC para docentes atualmente em vigor contempla “três níveis, de acordo com os princípios de aprofundamento, diversificação e ampliação progressiva das competências adquiridas e dos contextos profissionais de utilização e integração das TIC” (Portaria n.º 731/2009). Podem assim ser obtidos três certificados diferentes: o certificado de competências digitais, correspondente ao nível um; o certificado de competências pedagógicas e profissionais com TIC, correspondente ao nível dois, e o certificado de competências avançadas em TIC na educação, correspondente ao nível três. A obtenção dos referidos certificados baseia-se num modelo de formação estruturado em módulos. Salienta-se que para a obtenção da certificação de nível dois, um dos módulos de formação, embora optativo, diz respeito à utilização de quadros interativos na especificidade das várias áreas curriculares (GEPE/ME, 2008).

Depois de um amplo investimento a nível financeiro, iniciou-se a instalação de quadros interativos nas escolas, em março de 2009. Segundo dados disponíveis na página do PTE na Internet, foram concluídas as instalações dos seguintes equipamentos: cerca de 112000 computadores, em novembro de 2009; quase 6000 quadros interativos com videoprojector integrado, em fevereiro de 2010, e cerca de 29000 videoprojectores, em outubro de 2010.

Foram, assim, dados nos anos recentes passos significativos em matéria de tecnologia, garantindo às escolas os equipamentos necessários à introdução de novas práticas. Parecem também vislumbrar-se alguns laivos em termos de oportunidades de formação de docentes sobre a utilização do quadro interativo, que constituem um importante ponto de partida para a integração desta promissora ferramenta na sala de aula. Convém, no entanto, realçar que a chegada dos quadros interativos às escolas, por si só, e uma formação de professores praticamente reduzida à vertente técnica, não são suficientes para modificar radicalmente a escola, nem as formas de ensinar e de aprender. A integração efetiva do quadro interativo

requer que o seu uso sirva os propósitos de ensino, envolvendo transformações ao nível das práticas pedagógicas e da cultura de sala de aula, as quais ocorrem muito lentamente.

Caracterização e funcionalidades do quadro interativo

Um quadro interativo é uma tecnologia educativa associada a um computador, um projetor e um dispositivo de controlo específico (caneta ou outro), que permite projetar recursos digitais numa superfície interativa. Através desta superfície é possível escrever e controlar programas informáticos, sem ser necessário recorrer ao computador. Existem vários tipos de tecnologias implementadas em quadros interativos através das quais é possível controlar o computador: a analógica resistente, em que o registo de informação é feito pela pressão da caneta nos vários pontos de contacto, sendo também possível o uso do dedo; a eletromagnética, cujo registo é efetuado através de sensores eletromagnéticos que detetam a posição da caneta que transmite o sinal; a DVit que, através de pequenas câmaras incorporadas na moldura do ecrã, o torna interativo; a de infravermelhos, cujo funcionamento é similar à eletromagnética sendo o sinal de feixes infravermelhos detetados pelo ecrã; e a de ultrassons, na qual o registo é efetuado pela deteção do som emitido pela caneta quando ocorre contacto com o quadro.

Embora já existam quadros interativos com projetor incorporado, nos casos em que tal não acontece, é conveniente que o projetor que se liga ao quadro interativo esteja fixo no teto da sala para minimizar os efeitos da sombra do utilizador projetada no quadro, para que a luz não incida diretamente na face do utilizador quando este se vira para a sala e para prevenir que ocorram danos na lâmpada do projetor, uma vez que não implica o seu transporte.

No que concerne à diversidade de quadros interativos atualmente existente no mercado, estes podem ser organizados em duas categorias: soluções de baixo custo, ergonómicos e portáteis, que transformam qualquer parede ou quadro branco numa superfície interativa (por exemplo, o *eBeam* e o *Mimio*) e soluções autónomas, do tamanho de um quadro normal, sensíveis ao toque ou a uma caneta (por exemplo, o *ActivBoard* e o *Smartboard*).

Para interagir com o quadro interativo é necessário recorrer à utilização de *software* específico, essencial para: (i) garantir a interdependência entre o quadro e o computador; (ii) proceder à calibração da superfície interativa relativamente à imagem projetada; (iii) ter acesso a uma panóplia de funcionalidades que tornam esta tecnologia bastante interessante. Numa aula em que se prevê a utilização do quadro interativo podem ser utilizados diversos recursos, os quais podem conter imagens, textos, objetos móveis, vídeos, sons, animações,

ligações para *sites* na Internet ou para outros ficheiros. Estes recursos podem ser criados com o próprio *software* do quadro ou fazendo uso de outros, podem ser mais simples ou mais complexos; podem ainda ser explorados programas informáticos específicos de cada disciplina perante toda a turma e potencializar a utilização da Internet na sala de aula, por exemplo através da exploração de *applets*. Tudo depende do que o professor pretende para a aula, do tempo que tem disponível para construir os recursos e planificar as tarefas, e da experiência prévia de trabalho com ferramentas tecnológicas.

Independentemente da variedade de marcas existentes, o *software* associado a um quadro interativo oferece um vasto leque de funções, de entre as quais se destacam, a possibilidade de anotar no ecrã, arrastar e soltar objetos, esconder e revelar, realçar a escrita ou outros objetos colocando uma cor transparente sobre os mesmos, rodar, alargar ou diminuir os objetos, utilizar várias páginas sem ser necessário apagar informação, armazenar materiais durante o tempo que se pretender e recuperá-los rapidamente e dar *feedback* sonoro ou visual quando se toca num determinado objeto (BECTA, 2004; Kennewell, 2006). Desta forma, a utilização de um quadro interativo permite associar elementos audiovisuais à possibilidade de experimentação e de manipulação, pelo que os seus contributos para a transmissão e retenção de conhecimentos tendem a ser uma mais-valia, quer do ponto de vista dos alunos, quer do professor. Como consequência, o quadro interativo torna-se uma ferramenta muito versátil, com potencial para aumentar a interatividade no processo de ensino e de aprendizagem, transformando a comunicação em sala de aula e permitindo aprendizagens mais significativas dos alunos.

Para além do *software* específico do quadro interativo, que apresenta inúmeras funcionalidades (construir e arrastar objetos, capturar imagens, reconhecer escrita manuscrita, ativar hiperligações, utilizar galerias de recursos preconcebidos), é possível utilizar outros programas específicos das várias áreas disciplinares. No caso da Matemática, destacam-se os programas de geometria dinâmica, programas de cálculo e as aplicações interativas. A exploração destes programas, com o intuito de promover a participação do aluno e apelar ao seu trabalho e raciocínio, aliada à possibilidade de visualização dos processos e deteção de erros ocorridos por toda a turma, são alguns dos aspetos a ter em conta quando se recorre ao quadro interativo.

Estudos internacionais sobre a utilização educativa do quadro interativo

Sendo recente a introdução do quadro interativo nos meios educacionais portugueses, é natural que a literatura associada a esta temática exista ainda em pouca quantidade. Noutros países, como o Reino Unido, os Estados Unidos da América e o Canadá, onde esta ferramenta já é amplamente utilizada, proliferam importantes e variados estudos, alguns dos quais abordados ao longo desta secção.

No sentido de avaliar o impacto da utilização do quadro interativo no contexto de sala de aula, Higgins et al. (2005) enquadram a sua utilização em duas categorias. Uma diz respeito à utilização do quadro interativo enquanto ferramenta para melhorar o ensino e a outra enquanto ferramenta de apoio à aprendizagem. A primeira engloba aspetos relacionados com a flexibilidade e versatilidade do quadro, a possibilidade de gravar e imprimir o trabalho desenvolvido na aula, a diversificação na apresentação da informação, que pode incluir, por exemplo, sons, vídeos, imagens, acesso à Internet ou a *software* específico, a eficiência no acesso a recursos, a possibilidade de gravar, partilhar e reutilizar materiais, a possibilidade de desenvolver competências TIC e a interatividade e participação. Quanto à segunda, os autores realçam aspetos relacionados com a motivação e envolvimento dos alunos e a possibilidade de apresentar recursos multimédia diversificados.

Resultados de várias investigações mostram que a utilização do quadro interativo contribui para aumentar a motivação e envolver os alunos no processo de aprendizagem (Higgins et al., 2005; Lerman & Zevenbergen, 2007; Levy, 2002).

De acordo com um estudo sobre o impacto da utilização do quadro interativo em escolas inglesas, que envolveu a implementação de um projeto piloto entre 2002 e 2004, Higgins et al. (2005) referem que a eficiência, a versatilidade, a possibilidade de utilizar variados recursos multimédia e interativos entusiasma e motivam os alunos, em especial os do ensino básico, e aumentam a sua atenção nas aulas. Segundo os autores, também os professores que participaram no estudo se mostraram muito entusiasmados com a utilização do quadro interativo e até consideraram que este lhes permitiu melhorar o ensino e a aprendizagem. Contudo, Higgins et al. (2005) alertam que não é claro como é que estes aspetos se transformam em benefícios para a aprendizagem e se as melhorias conseguidas resultaram de práticas de ensino eficazes e intencionais.

Levy (2002), baseando-se nos resultados de um estudo desenvolvido no Reino Unido sobre o impacto da adoção do quadro interativo em duas escolas secundárias, do ponto de vista de

alunos e de professores, refere que esta tecnologia tem impactos positivos em três áreas principais: (i) na apresentação de informações e recursos pedagógicos; (ii) na explicação de conceitos e ideias; (iii) na interação e atividade dos alunos. Neste estudo são indicados alguns aspetos que emergem da utilização do quadro interativo e que geralmente criam reações positivas nos alunos, contribuindo para o aumento da sua motivação e participação. Destacam-se a clareza da informação visual, a utilização de diversos recursos e possibilidade de acesso a informações na Web, a possibilidade de criar recursos interativos e de rever e reutilizar materiais na sala de aula. Também num estudo sobre a utilização do quadro interativo em escolas australianas, Lerman e Zevenbergen (2007) verificaram que o quadro interativo pode facilitar a aprendizagem dos alunos na medida em que estes se sentem mais motivados, concentrados e atentos.

A propósito das aprendizagens dos alunos, no estudo desenvolvido por Higgins et al. (2005), os autores constataram que a introdução do quadro interativo nas práticas de ensino dos professores contribuiu para melhorar o desempenho dos alunos em provas nacionais de Literacia, Matemática e Ciências. Esta melhoria ocorreu sobretudo com alunos que apresentavam habitualmente um rendimento escolar mais baixo e, globalmente, o maior impacto positivo foi sentido ao nível da escrita. No entanto, não houve evidências estatísticas para concluir se o ganho ao nível dos resultados escolares dos alunos derivou de boas práticas de ensino ou do uso da tecnologia por si só. Para os autores, a utilização do quadro interativo marca a diferença em aspetos relacionados com as interações que se estabelecem na sala de aula, que aumentam consideravelmente.

Segundo um estudo de Smith, Hardman e Higgins (2006), que incidiu sobre as áreas curriculares de Aritmética e Literacia, concluiu-se que em aulas em que o quadro interativo é utilizado, o ritmo é mais rápido, surgem mais respostas no decurso da aula e os momentos de pausa são breves. Porém, os resultados desse estudo sugerem mudanças pouco significativas em termos da prática pedagógica dos professores envolvidos. Estudos desenvolvidos por Ball (2003) e Lerman e Zevenbergen (2007) também revelaram que a utilização do quadro interativo contribui para acelerar o ritmo da aula. Moss, Jewitt, Levañiç, Armstrong, Cardini e Castle (2007) revelam que os fatores que advêm da utilização do quadro interativo, como o aumento do ritmo da aula, a multidimensionalidade e a interatividade, podem ser amplamente benéficos, mas não devem ser analisados isoladamente, já que dependem claramente da abordagem pedagógica do professor. Os autores salientam que deve dar-se mais atenção às circunstâncias em que esses fatores podem conduzir a uma melhoria da aprendizagem.

Com base num estudo que envolveu professores de Matemática, Glover, Miller e Averis (2005) referem que as principais funcionalidades do quadro interativo utilizadas pelos professores dizem respeito a arrastar objetos, revelar respostas escondidas, colorir e sublinhar, estabelecer correspondências, inserir animações e movimento de itens e *feedback* imediato. Os autores consideram que as técnicas de arrastamento de itens e respostas ocultas são geralmente as mais apropriadas nas aulas de Matemática, nomeadamente em tarefas de demonstração e de resolução de problemas. Por sua vez, o trabalho com gráficos é beneficiado pela utilização das cores e dos sombreados. Moss et al. (2007) destacam que o uso do quadro interativo é rentabilizado nos casos em que o suporte visual é importante para a compreensão dos alunos, o que pode ser conseguido tanto pela manipulação ou rotação de objetos, como através da utilização de *software* específico, como os programas de geometria dinâmica.

A interatividade e a possibilidade de desenvolver experiências mais interessantes e criativas são alguns dos pontos essenciais para a melhoria do empenho e participação dos alunos na disciplina de Matemática apontados por Miller, Averis, Door e Glover (2005) a propósito da utilização do quadro interativo em contexto de sala de aula.

É importante clarificar que a utilização desta tecnologia se justifica para promover uma aprendizagem mais eficaz, indo para além do que é possível fazer recorrendo a outras tecnologias ou ao quadro tradicional (Higgins et al., 2005). Na perspetiva de Kennewell e Beauchamp (2007), o uso da tecnologia não deve substituir as ferramentas e recursos mais tradicionais, que em determinadas situações até podem ser mais apropriados ou usados em articulação com as ferramentas tecnológicas. Beauchamp e Kennewell (2008) alertam para o facto de muito poder ser alcançado através dos recursos tradicionais, fáceis de utilizar e mais baratos, mas reconhecem também que a emergência contínua de novas tecnologias e a redução dos custos associados são uma realidade e, por isso, o uso do quadro interativo, deve ser integrado nas práticas usuais dos professores como uma ferramenta facilitadora da aprendizagem.

O processo de integração desta nova tecnologia nas práticas dos professores não é simples. É necessário transitar dos métodos tradicionais de ensino para a utilização integral do quadro interativo na sala de aula, o que requer uma alteração nas práticas pedagógicas dos professores (Beauchamp, 2004). Para isso, é necessário que os professores disponham de tempo fora da sala de aula, tenham oportunidades para discutir com colegas e tenham vontade de experimentar na sala de aula (Beauchamp & Kennewell, 2008). De acordo com Greiffenhagen (2000), citado por Lerman e Zevenbergen (2007), a utilização regular desta

ferramenta na sala de aula é outro aspeto a ter em conta para que a eficácia do quadro interativo seja totalmente conseguida.

Apesar de tudo, Armstrong, Barnes, Sutherland, Curran, Mills e Thompson (2005) sugerem que existe uma tendência para que os professores utilizem o quadro interativo como uma extensão do quadro tradicional. A este respeito, Sessoms (2008) refere que como as abordagens tradicionais de ensino não se baseiam em modelos interativos, é frequente que os professores utilizem as ferramentas tecnológicas para apoiarem as suas práticas pedagógicas tradicionais, em vez de desenvolverem uma pedagogia interativa. O autor considera que o problema está no facto de “os professores não estarem treinados para pensar no ensino e da aprendizagem enquanto processos interativos que encorajam a utilização da tecnologia para criar interatividade na sala de aula” (p. 87). Por isso, Sessoms (2008) entende que este deve ser um aspeto merecedor de atenção nos programas de formação de professores pois para além de os docentes terem de saber dominar a tecnologia em si, a nível técnico, é essencial que a saibam integrar a nível pedagógico. Realça ainda que é importante que os professores comecem a desenvolver uma filosofia própria acerca dos contextos em que se poderá utilizar o quadro interativo e sobre quem o poderá usar. Para o autor, o quadro interativo é a única ferramenta tecnológica “que oferece uma plataforma interativa que promove o ensino e a aprendizagem interativos” (p. 95).

Glover, Miller e Averis (2005) sugerem que no processo de desenvolvimento dos professores face à utilização do quadro interativo existem três etapas: (i) fase de suporte didático, caracterizada pela utilização do quadro interativo apenas como suporte visual para a aula, pela fraca interatividade, pouco envolvimento dos alunos e reduzida discussão; (ii) fase de interatividade, em que o professor faz uso de algumas das potencialidades do quadro interativo para estimular os alunos e demonstrar conceitos; (iii) fase de interatividade aprimorada, na qual o professor utiliza o quadro interativo na maioria das aulas como forma de incentivar a discussão, explicar processos e ideias e testar hipóteses, explorando as potencialidades interativas desta tecnologia.

Segundo Warwick, Hennessey e Mercer (2011), quando novas ferramentas tecnológicas surgem numa escola, é normal que os professores sintam algum desconforto e receio de não estar à altura dos desafios proporcionados por essa tecnologia. No entanto, Higgins, Beauchamp e Miller (2007) consideram que à medida que os professores vão ganhando mais fluência e confiança na utilização do quadro interativo, começam a aperceber-se da necessidade de uma mudança ao nível das práticas pedagógicas, o que lhes irá permitir progredir ao longo das

várias fases mencionadas acima. Warwick, Hennessy e Mercer (2011) realçam ainda que os professores que adotam uma pedagogia interativa, envolvendo os alunos nas suas aprendizagens através do diálogo, são aqueles que têm mais facilidade em integrar o uso do quadro interativo ao serviço dos seus objetivos pedagógicos.

Kennewell e Beauchamp (2007) identificaram quatro fases durante uma aula com recurso ao quadro interativo. A primeira fase da aula é conduzida pelo professor e envolve a participação dos alunos em atividades de revisão da matéria lecionada, estando a turma com a atenção centrada no quadro interativo. A segunda fase inclui a introdução de conceitos e o desenvolvimento de competências, envolvendo os alunos na visualização de animações, no registo de anotações e noutras formas de interação física com o quadro interativo. A terceira fase baseia-se no desenvolvimento do trabalho de grupo dos alunos e geralmente não requer a utilização do quadro interativo. Na última fase, o quadro interativo volta novamente a ser utilizado, desta vez para rever os aspetos centrais dos objetivos de aprendizagem e as principais dúvidas levantadas pelos alunos. Embora esta fase tenha, à partida, grande potencial para envolver os alunos na reflexão sobre as suas aprendizagens, é geralmente aquela em que os alunos menos participam, sendo sobretudo liderada pelo professor.

Como principais fatores negativos associados ao uso do quadro interativo, a maioria dos estudos apontam para dificuldades técnicas. Higgins et al. (2005) referem que, para além dos problemas de ordem técnica, as principais preocupações manifestadas pelos professores recaem na falta de formação, necessidade de apoio e problemas logísticos. Levy (2002) considera ainda que existem limitações no acesso a esta tecnologia e que a necessidade de tempo para conceber recursos e para melhorar a prática de utilização desta ferramenta podem constituir fatores inibidores à sua utilização. No sentido de ultrapassar as dificuldades técnicas, a autora sugere formação e apoio aos docentes.

Estudos nacionais sobre a utilização educativa do quadro interativo

Em Portugal, têm vindo a ser desenvolvidos nos últimos anos alguns trabalhos de investigação acerca da problemática do quadro interativo. Ainda que em número reduzido, nos repositórios de algumas universidades do país, é possível encontrar investigações sobre este tema, desenvolvidas no âmbito da realização de dissertações de mestrado (Antunes, 2008; Batista, 2009; Corrente, 2009; Ferreira, 2009; Ferreira, 2011; Loureiro, 2010; Marques, 2009; Meireles, 2006; Spínola, 2009).

Antunes (2008) desenvolveu um estudo envolvendo docentes de uma escola com 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico que revelou que o impacto do quadro interativo nas práticas dos docentes foi bastante diminuto, tendo persistido nas suas aulas as metodologias tradicionais. O reduzido número de quadros interativos disponíveis na escola, a falta de formação dos docentes e a ausência de resultados imediatos constituíram as principais restrições apontadas pelos professores à utilização do quadro interativo.

A investigação levada a cabo por Batista (2009) foi também ao encontro dos resultados anteriormente mencionados. Se por um lado os docentes envolvidos no seu estudo manifestaram muito interesse pela utilização do quadro interativo, tendo até desenvolvido algum trabalho colaborativo durante uma formação acerca desta temática, na prática as suas metodologias usuais pouco se alteraram na sala de aula.

No que concerne ao desenvolvimento do trabalho colaborativo entre docentes tendo em vista a utilização do quadro interativo na sala de aula, destaca-se o estudo de Corrente (2009) que incidiu sobre o trabalho de dois professores de Matemática. A autora sublinha a importância do contexto colaborativo na exploração e manuseamento do quadro interativo, resultando daí ganhos relevantes ao nível do desenvolvimento profissional do professor.

Meireles (2006) realizou um estudo com duas turmas do 9.º ano de escolaridade, na disciplina de Ciências Físico-Químicas. As potencialidades do quadro interativo foram apenas exploradas numa das turmas, tendo a outra funcionado como grupo de controlo. Os resultados que obteve permitiram-lhe constatar que, na turma em que foi usado o quadro interativo, os alunos mostraram maior facilidade na visualização e compreensão dos conteúdos, mais motivação e interesse nas aulas. Este estudo permitiu também concluir que a utilização do quadro interativo tem sido alvo de resistência por parte dos professores, que encontram algumas dificuldades na sua integração.

O estudo de Ferreira (2011) envolveu todos os professores de uma escola no norte de Portugal. Baseou-se na aplicação de um questionário, com o objetivo de analisar o modo como os professores utilizam o quadro interativo em contexto educativo, assim como a frequência com que recorrem a esta ferramenta. Os resultados permitiram concluir que a maioria dos professores não fez qualquer tipo de formação para a utilização pedagógica do quadro interativo; o quadro era utilizado com frequência, apenas por uma minoria dos inquiridos; eram também poucos os docentes que produziam recursos próprios para utilizar no quadro. Na maioria das vezes que esta ferramenta educativa era utilizada, servia simplesmente como tela de projeção. Como principais constrangimentos da sua utilização os professores

salientaram o fraco domínio da tecnologia e a falta de tempo para investir na preparação de materiais. Estes constrangimentos foram também apontados por Vicente e Melão (2009) nos resultados da sua investigação, realizada a partir de uma amostra de professores de cinco escolas do país, tendo sido ainda detetadas dificuldades técnicas com o computador e ao nível do reduzido número de equipamentos disponíveis.

No estudo realizado por Marques (2009) envolvendo alunos do Ensino Básico de uma escola verificou-se que a utilização do quadro interativo na aula de Matemática é acompanhada de motivação acrescida, quer para professores, quer para alunos. No entanto, os resultados deste estudo apontaram mais uma vez que, apesar de todo o entusiasmo, a maioria dos docentes utiliza o quadro interativo simplesmente como forma de projeção de conteúdos, descurando as potencialidades que esta ferramenta apresenta.

Spínola (2009) desenvolveu um estudo que incidiu sobre algumas escolas da região autónoma da Madeira, cujos resultados evidenciaram que a participação dos alunos é bastante ativa e dinâmica quando o professor utiliza o quadro interativo, devido às suas características multimodais. Tais características possibilitam a interação a nível visual, cinestésica e oral. Os professores envolvidos no estudo consideram que as competências básicas em TIC dos alunos melhoraram, assim como as suas próprias competências em TIC, embora não se tenham feito sentir melhorias evidentes na aquisição de conhecimentos de outras áreas pelos alunos. A maioria dos docentes considera que os principais benefícios do uso do quadro interativo residem na possibilidade de dar um *feedback* mais eficiente aos alunos e poderem personalizar e adaptar as suas aulas, em tempo real, às necessidades de cada turma.

Vantagens e desvantagens da utilização do quadro interativo

Quer do ponto de vista do professor, quer do ponto de vista do aluno, as vantagens da utilização dos quadros interativos em contexto de sala de aula são inúmeras.

Segundo a BECTA (2003), a utilização do quadro interativo, por parte dos professores, apresenta as seguintes vantagens:

- maior integração das TIC, envolvendo todos os alunos;
- possibilidade de tirar apontamentos ao longo da aula, registar opiniões dos alunos, guardar notas e imprimir ou enviar para os alunos;

- partilha de materiais com os colegas e possibilidade de reutilização, diminuindo o trabalho de preparação de aulas;
- adaptabilidade a diferentes níveis etários e áreas curriculares;
- encorajamento do desenvolvimento profissional do professor, que investe na sua formação.

A preparação e estruturação das aulas, ainda que morosas no início, a gestão da aprendizagem dos alunos e a gravação e edição de recursos são outras vantagens associadas à prática pedagógica do professor (Glover, Miller, Averis & Door, 2007). Glover e Miller (2001) destacam também a importância de o professor poder manter o contacto visual com os alunos enquanto expõe a matéria e controla o computador através do quadro.

Do ponto de vista do aluno, a BECTA (2003) menciona as seguintes vantagens:

- permite maior atenção dos alunos, uma vez que não necessitam de estar sempre a tirar notas;
- aumenta a sua participação e colaboração nas atividades e, conseqüentemente, o desenvolvimento de competências pessoais e sociais;
- a utilização de apresentações mais dinâmicas, a utilização de jogos, cores, imagens, Internet, *software*, tornam as aulas mais interessantes e a motivação para participar aumenta, assim como a compreensão dos conceitos mais complexos;
- potencia a interação e discussão em sala de aula, tornando as aulas mais dinâmicas.

De acordo com a BECTA (2003), a utilização do quadro interativo na sala de aula proporciona mais oportunidades de interação e discussão e é isso que motiva os alunos. Estes gostam da interação física com o quadro através da manipulação de texto e imagens.

O quadro interativo tem também a vantagem de ter incorporados módulos pré-programados que permitem que os alunos observem uma reação imediata no quadro quando movem objetos, resolvem exercícios ou sublinham conceitos (Glover, Miller & Averis, 2005).

Smith, Higgins, Wall e Miller (2005) identificam os seguintes benefícios da utilização do quadro interativo no ensino: a flexibilidade e versatilidade; as apresentações multimédias; a eficiência; a planificação e desenvolvimento de recursos; o desenvolvimento de competências em TIC e a interatividade e participação. Muitos destes aspetos não requerem uma interação direta com o quadro interativo, sendo válidos quando se usa um simples projetor ligado ao computador.

No entanto, é no que concerne à interatividade e à participação que a utilização da tecnologia associada ao quadro interativo oferece características especiais.

Torres (2008) considera que são várias as características do quadro interativo que o professor pode explorar com vista a rentabilizar este recurso e promover novas dinâmicas de sala de aula. O autor destaca que o quadro interativo, ao permitir o registo e gravação de todas as notas que vão surgindo ao longo da aula, possibilita que o material produzido na aula seja disponibilizado e “liberta o aluno do processo de simples cópia, podendo o professor fazer uma gestão mais eficaz do tempo com propostas mais desafiadoras e enriquecedoras” (p. 43). Por outro lado, numa situação em que seja dada oportunidade a um aluno para interagir com o quadro interativo, pode usufruir da interatividade que o quadro proporciona e apresentar “um raciocínio ou uma estratégia diferente de abordagem de um problema, utilizando uma folha de cálculo, *software* de geometria dinâmica, um *applet* ou outra” (p. 43). O processo de ensino e de aprendizagem será enriquecido se o professor ou o aluno conseguir tirar partido desta interatividade e promover discussões envolvendo toda a turma.

Para além de alguns dos pontos fortes já mencionados acerca desta ferramenta, Silveira (2005) refere ainda a possibilidade de rentabilizar a utilização de salas em que só existe um computador, já que os alunos podem acompanhar passo-a-passo todos os procedimentos efetuados pelo professor no computador ou diretamente no quadro, e alguma facilidade acrescida para alunos portadores de deficiências motoras.

Se por um lado a utilização do quadro interativo cria novas oportunidades de aprendizagem, por outro também pode criar alguns obstáculos.

Higgins, Beauchamp e Miller (2007) mencionam as seguintes desvantagens:

- custo;
- instalação e manutenção do equipamento;
- problemas ao nível da ligação ou incompatibilidades de *hardware*;
- falta de mobilidade (estas desvantagens podem ser minimizadas optando por equipamentos portáteis e quadros de porcelana tradicionais que além de serem baratos já existem em muitas escolas);
- alguma resistência dos professores relativamente aos desafios de mudança ou quando optam por usar os quadros interativos apenas como ferramenta para uso exclusivo do professor;

- tempo, que é despendido numa fase inicial, para a preparação de materiais.

Numa fase inicial de utilização, qualquer tecnologia apresenta sempre alguns inconvenientes. Moore (2001), Hanisch e Strasser (2003) identificam problemas na formação dos professores, no acesso ao *software*, no apoio tecnológico e no acesso à Internet. Preocupam-se ainda com o *trade-off* entre o tempo necessário à preparação de materiais e a eficácia da aprendizagem resultante, mas as conclusões são de que os ganhos de longo prazo superam os problemas encontrados, à medida que os professores se tornam mais competentes em lidar com a tecnologia.

A interatividade na sala de aula

Antes de mais, é importante compreender o significado de interatividade que, dependendo do contexto, pode ser encarado numa perspetiva associada à utilização de novas tecnologias ou numa perspetiva mais sociológica, associada à relação entre duas ou mais pessoas e aos comportamentos e ações que se desenvolvem numa determinada situação. No contexto educativo, o termo engloba a forma como professores e alunos reagem uns com os outros e com os materiais disponíveis para a aprendizagem (Glover, Miller & Averis, 2005). É aqui que as TIC, enquanto ferramentas que o professor tem à sua disposição para promover e imprimir uma dinâmica ativa na sala de aula, assumem um papel relevante, permitindo a interseção das duas perspetivas atrás mencionadas.

A interação dialógica

Tanner et al. (2005) defendem que uma metodologia de ensino baseada no diálogo abre caminho à interação com os alunos. Envolvê-los numa mesma tarefa, questioná-los, incentivar o diálogo e promover a discussão e reflexão coletivas, são estratégias que podem claramente contribuir para criar um ambiente de aprendizagem interativo.

Mercer, Hennessy e Warwick (2010), baseando-se nos trabalhos desenvolvidos por Alexander (2004), caracterizam a pedagogia dialógica como sendo aquela que se baseia na construção conjunta do conhecimento, em que os alunos têm um papel ativo, são incentivados a expor e avaliar ideias e a explicar raciocínios. Como principais condições favoráveis à ocorrência do diálogo em sala de aula, os autores destacam o tipo de tarefa, sendo as tarefas abertas mais adequadas, o grau de questionamento e a própria cultura instituída na sala de aula para criar

momentos de exposição e partilha de ideias. Contrariamente ao que acontece em muitos casos, para desenvolver uma pedagogia baseada no diálogo é necessário que este ocorra deliberadamente e não apenas casualmente. Os autores reconhecem que adotar uma pedagogia dialógica não é fácil. Trata-se de uma abordagem exigente para os professores, tanto ao nível da preparação das aulas como durante a aula, à medida que as interações vão ocorrendo. No entanto, segundo os autores, à medida que o professor vai tendo mais confiança, as estratégias mais relevantes começam a surgir de forma mais natural na dinâmica da sala de aula.

Stein, Remillard e Smith (2007) classificam as tarefas de acordo com o elevado ou reduzido nível cognitivo que possuem. Ressalvam, no entanto, que o elevado nível cognitivo de uma tarefa pode oscilar rapidamente com o decorrer do trabalho, muitas vezes devido a sugestões ou esclarecimentos adicionais do professor, que mudam completamente a natureza da tarefa e comprometem os seus possíveis ganhos em termos de aprendizagem.

Na Matemática são, muitas vezes, utilizadas tarefas de natureza exploratória. O recurso a este tipo de tarefas permite fomentar o diálogo e a discussão na sala de aula (Ponte, 2005). Com este tipo de tarefas os alunos encaram os conhecimentos e procedimentos matemáticos com significado e, ao mesmo tempo, desenvolvem competências transversais como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. O ensino exploratório da Matemática não é simples e requer tempo e continuidade, quer para o professor aprimorar a sua prática, quer para os alunos tirarem proveito máximo do que este tipo de ensino lhes pode proporcionar (Canavarro, 2011). Ao professor cabe o importante papel de organizar e orquestrar as discussões matemáticas, quer em pequenos grupos, numa fase inicial, quer em grande grupo, numa fase subsequente. A discussão coletiva é, portanto, um momento de grande destaque e constitui uma oportunidade de aprendizagem para os alunos, desde que sejam conhecidas as implicações que acarreta em termos de trabalho para o professor. Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) referem que nos momentos de discussão é comum que os alunos se limitem a apresentar, à vez, a sua estratégia de resolução do problema proposto. Segundo as autoras, para contrariar esta tendência e rentabilizar as discussões, é importante que o professor saiba selecionar as ideias matemáticas associadas a cada estratégia utilizada, consiga estabelecer conexões entre as diferentes formas de resolução apresentadas e identifique as estratégias mais vantajosas para cada situação. Assim, destacam cinco práticas que permitem orquestrar discussões matemáticas produtivas: (i) antecipar as respostas dos alunos; (ii) monitorizar estas respostas; (iii) selecioná-las com vista à apresentação à turma; (iv) estabelecer a ordem pela qual vão ser apresentadas; e (v) estabelecer conexões entre as

diferentes respostas dos alunos. Durante as discussões, o estímulo da comunicação oral e de vários tipos de interações (professor-aluno, aluno-aluno e aluno-turma) devem estar presentes na ação do professor, assim como a promoção da partilha e confronto de ideias, estratégias de resolução e procedimentos matemáticos (ME, 2007).

No que concerne ao tipo de questões a colocar em sala de aula, Smith e Higgins (2006) referem que, através de questões abertas, os alunos tendem a revelar os seus conhecimentos, expressar as suas dúvidas, especular, colocar hipóteses e a considerar uma série de respostas possíveis. Este tipo de questões parecem ser aquelas que contribuem mais para a construção e reconstrução do conhecimento e da compreensão. Por sua vez, as questões fechadas, que proporcionam respostas curtas e factuais, de nível cognitivo mais baixo, não promovem tanto a participação ativa do aluno na construção do conhecimento. Na prática, estas são as questões tipicamente utilizadas pela grande maioria dos professores, donde resulta uma fraca interação na sala de aula (Tanner et al., 2005). Assim, assente numa perspetiva construtivista, a criação de um ambiente de aprendizagem interativo na sala de aula pode ser mais facilmente conseguido através da utilização de perguntas abertas.

Smith e Higgings (2006), baseando-se nos resultados das suas investigações, acrescentam que, mais importante do que o tipo de questões colocadas pelo professor, são as suas reações às respostas dos alunos. Na sua perspetiva, o que determina o grau de interação na sala de aula é o *feedback* que o professor proporciona ao aluno e a perceção da intenção do professor ao fazê-lo. Aliás, a intenção com que um professor coloca uma questão está na base dos seus comentários posteriores e, por isso, contribui de forma determinante para o desenvolvimento do processo de aprendizagem. Segundo os autores, questionar e dar *feedback* aos alunos envolvendo toda a turma numa mesma tarefa, permite promover ambientes de aprendizagem interativos, mas também as atividades desenvolvidas em pares ou em pequenos grupos suscitam discussões significativas entre o professor e o aluno e entre os alunos, que proporcionam ambientes de aprendizagem extremamente ricos.

De acordo com Ruthven, Hofmann e Mercer (2011), as intervenções do professor devem servir predominantemente para apoiar os alunos na sua articulação do pensamento matemático e para os levar a relacionar esse pensamento com outros exemplos, princípios ou ferramentas já existentes. Para além disso, devem promover e dinamizar as contribuições dos alunos, assim como orientar o curso da discussão.

Ambientes de aprendizagem interativos e as TIC

As TIC constituem-se como recursos com enorme potencial para a promoção de ambientes de aprendizagem interativos em que a dinâmica da aula e as interações que se estabelecem produzem aprendizagens significativas, no quadro da valorização da interação dialógica na construção do conhecimento.

Através da implementação de um projeto de investigação sobre a influência das TIC na interatividade do ensino no País de Gales, Beauchamp e Kennewell (2008) concluíram que as TIC podem ser usadas como: objeto de interação, participantes na interação e ferramentas para a interação.

Enquanto objeto de interação, os autores referem-se aos recursos sobre os quais se interage. O facto de se utilizarem as TIC traz novas formas de exibir ideias, particularmente dinâmicas quando comparadas com as que se utilizam numa sala de aula tradicional. É, assim, possível ao professor representar de forma mais clara algumas das ideias mais difíceis de compreender pelos alunos, ter uma série de recursos à sua disposição e alternar entre eles com facilidade, no decurso da aula.

As TIC são utilizadas como participantes na interação quando se tratam de uma espécie de parceiro com o qual se interage. Nesta categoria os recursos tecnológicos dão resposta à ação do aluno, havendo casos em que o recurso às TIC desencadeia a interação e outros em que é o aluno a iniciar a interação. Segundo Beauchamp e Kennewell (2008), estes últimos casos, são os que proporcionam mais oportunidades para a interação dialógica. Este tipo de interação baseia-se no discurso dialógico, no qual participam alunos e professor num nível de relativa igualdade, servindo as intervenções do professor para encorajar os alunos a falar de modo exploratório e apoiar o desenvolvimento da compreensão, bem como a construção conjunta do conhecimento (Ruthven, Hofmann & Mercer, 2011).

As TIC são encaradas como ferramentas para a interação na medida em que podem constituir um meio através do qual se interage. Esta é a utilização que melhor explora o potencial das TIC para desenvolver um ensino mais dialógico.

Segundo Cox e Abbott (2004), referidos por Kennewell e Beauchamp (2007), os efeitos das TIC na aprendizagem dependem claramente da abordagem pedagógica do professor, dos recursos tecnológicos que utiliza e dos objetivos de aprendizagem a que se destinam.

A interatividade e o quadro interativo

Muitos dos estudos acerca da interatividade em contexto educativo têm o seu foco na utilização do quadro interativo. De facto, através de uma interface de utilizador integrada num ecrã suficientemente grande, em que todos os alunos podem observar o que está a ser feito no momento, o quadro interativo apresenta-se como uma ferramenta de ensino com potencial para mudar os padrões de interação.

Smith et al. (2005) consideram que o que distingue a tecnologia associada ao quadro interativo das outras tecnologias é a facilidade no controlo do computador através de um simples toque no ecrã. É o que os autores chamam de “interatividade técnica”. Mercer, Hennessy e Warwick (2010) associam a “interatividade técnica” do quadro interativo ao facto desta ferramenta possibilitar uma resposta fácil e rápida aos comandos do utilizador.

No contexto educativo da utilização do quadro interativo, o termo “interativo” é usado para descrever quer a interação técnica do quadro, enquanto interface entre o utilizador e o computador, quer a interação pedagógica, enquanto estratégia de ensino. Para Smith et al. (2005), a possibilidade de interseção destas duas vertentes de interação é a grande particularidade do uso do quadro interativo:

(...) o carácter único (...) do quadro interativo reside na possibilidade de conjugar a interatividade técnica e a pedagógica; por outras palavras, reside na oportunidade que esta tecnologia proporciona para a construção coletiva de significado, tanto através da interação dialógica entre os seus utilizadores, como através da interação física com o quadro. (p. 99)

Moss et al. (2007) distinguem três categorias de interatividade: (i) técnica, associada à facilidade de interação com o quadro interativo; (ii) física, relacionada com a possibilidade de utilizar e manipular diversos materiais e recursos; (iii) conceptual, cuja ênfase está na interação, exploração e construção de conceitos e ideias. Os autores consideram que as dimensões técnica e física constituem uma abordagem mais superficial da interatividade. Uma abordagem mais profunda implica conhecer as características do quadro interativo que permitem alcançar os propósitos pedagógicos do professor, centrados no aluno e no seu processo de aprendizagem. Hennessy, Deaney, Ruthven e Winterbottom (2007) acrescentam que um nível de interatividade mais profundo deve envolver a cognição partilhada, a construção conjunta do conhecimento novo, o trabalho de reconstrução de ideias e aspetos que envolvem as necessidades sociais e emocionais dos alunos.

No contexto de utilização do quadro interativo na sala de aula, Sessoms (2008) associa a interatividade à relação que se estabelece entre o professor e o aluno, os quais se envolvem ativamente no processo de construção do conhecimento. De acordo com Ball (2003), essa relação pode sair beneficiada atendendo a que a utilização do quadro interativo permite ao professor centrar-se mais nas respostas dos alunos, encarando-os diretamente, sem ter de se preocupar com o rato ou o teclado para explicar ou refazer procedimentos. O papel do aluno ganha protagonismo ao ter a possibilidade de interagir com o professor e os restantes colegas manuseando diretamente o quadro interativo, o que constitui um aspeto facilitador da construção do conhecimento. Por outro lado, o papel do professor não perde importância, já que ele é o elemento central na gestão e orquestração das interações entre os alunos e entre estes e o quadro interativo.

Estudos desenvolvidos por Mercer, Hennessy e Warwick (2010), no Reino Unido, envolvendo três professores de diferentes níveis do ensino básico, revelam algumas funcionalidades do quadro interativo que podem ser utilizadas na dinâmica de sala de aula para sustentar a interatividade dialógica. Destacam-se a partilha de ideias e o seu registo na forma de anotações, que podem facilmente ser alteradas, armazenadas ou revistas; a utilização das opções esconder e revelar, que permitem focar a atenção dos alunos em partes específicas de um mesmo documento; e a multimodalidade, que diz respeito à possibilidade de integração de recursos diversos, incluindo o acesso à Internet. Os autores consideram que o que diferencia esta ferramenta de outras tecnologias é proporcionar um *"hub digital"*, ou seja, uma concentração de recursos apresentados em diversos formatos, essenciais para as discussões posteriores, que são ainda beneficiadas pelo facto de se poderem ir registando várias anotações. No estudo mencionado, os professores utilizaram funções visuais, de áudio e baseadas na escrita para estimular o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, incentivando-os a apresentar e testar as suas próprias ideias. As diferentes ideias foram registadas, reformuladas, guardadas e revisitadas, permitindo a construção de significados com base no diálogo e nas interações estabelecidas entre os alunos e entre estes e o professor.

Mais importante do que utilizar um vasto conjunto de funcionalidades do quadro interativo, é procurar encontrar aquelas que vão ao encontro dos objetivos pedagógicos do professor. É necessário que o professor tenha consciência de que as essas funcionalidades devem servir para melhorar a qualidade das aprendizagens dos alunos e que a maneira como consegue envolver os alunos nas suas aprendizagens são os aspetos centrais quando decide recorrer ao quadro interativo (Mercer, Hennessy & Warwick, 2010).

Segundo Beauchamp e Kennewell (2010) a interatividade que se estabelece na sala de aula está fortemente dependente do grau de controlo do professor relativamente à tecnologia, da natureza das interações e do diálogo conseguido com os alunos.

Apesar de ser consensual considerar que a promoção de ambientes de aprendizagem interativos se devem basear no diálogo reflexivo entre os alunos e o professor, salienta-se que, de acordo com Kennewell, Tanner, Jones e Beauchamp (2008), não existem ainda evidências de que a interação e reflexão em sala de aula ocorram unicamente pela utilização das TIC ou, em particular, pelo uso do quadro interativo. Tais características estão em grande parte dependentes da forma como o professor atua na sala de aula. Diversos estudos (Higgins et al., 2005; Levy, 2002; Warwick, Hennessy & Mercer, 2011) apontam no mesmo sentido ao destacar que uma conceção simples associada à transformação da aprendizagem por via da introdução da tecnologia não é suficiente para revolucionar as práticas de ensino e desenvolver uma cultura interativa na sala de aula.

Por outro lado, Beauchamp e Kennewell (2008) referem que, sem intervenção direta do professor, o grau de interatividade que se consegue alcançar está muito dependente da natureza das tarefas que são apresentadas aos alunos e do espírito de colaboração desenvolvido na sala de aula. Assim, a escolha das tarefas a propor aos alunos é um aspeto fundamental para que não ocorram situações em que a verdadeira intenção das perguntas é subvertida e dá lugar a um conjunto desenfreado de “cliques” sem qualquer utilidade para a aprendizagem.

Em resumo, não é apenas devido ao seu grau de inovação e desenvolvimento que o quadro interativo proporciona a interatividade na sala de aula. A chave do sucesso para lidar com esta tecnologia baseia-se nas estratégias de ensino adotadas pelo professor e na capacidade deste em compreender como é que esta ferramenta pode ser utilizada para promover eficazmente o ensino e a aprendizagem.

Níveis de interatividade

Kennewell et al. (2008) referem que a literatura em pedagogia e aprendizagem, em particular, no que diz respeito à Matemática, sugere a existência de uma escala crescente para medir o grau de interatividade, que varia desde a leitura, em que não há qualquer tipo de interação entre o professor e os alunos e em que o professor lidera totalmente a aula, até à reflexão coletiva assente no diálogo e em que os alunos participam na construção do conhecimento.

Segundo Tanner et al. (2005), a escala apresenta cinco níveis de interatividade: o primeiro é caracterizado pela leitura, como havia sido referido; o segundo assenta numa estrutura rígida em que o professor controla todas as decisões e coloca questões que impelem os alunos a seguir numa determinada direção; o terceiro baseia-se numa estrutura menos rígida em que os alunos ganham algum controlo na interação e são levados a dar respostas mais profundas; o quarto apresenta uma estrutura mais dinâmica, em que prevalece uma interação significativa entre o professor e os alunos, que colaboram na construção do conhecimento; o quinto, assente na reflexão coletiva, contempla o nível de interatividade que, de acordo com os autores, conduz a uma melhoria na qualidade do ensino, pois possibilita a reflexão e autoavaliação dos alunos como via de desenvolvimento dos seus conhecimentos. À medida que se evolui nesta escala, o grau de controlo dos alunos na interação aumenta e, conseqüentemente, o controlo do professor vai sendo cada vez menos dominante.

Em sintonia com a proposta de Tanner et al. (2005), Smith et al. (2005) consideram que para se alcançar um grau de interatividade mais profundo em sala de aula é necessário que o discurso utilizado pelo professor fomente e inspire a comunicação dos alunos.

Beauchamp e Kennewell (2010) também desenvolveram estudos utilizando a escala de interatividade apresentada e acrescentam que a relação entre o professor e o aluno, bem como a capacidade de ambos para manter ou elevar o potencial das interações, são aspetos centrais para determinar o tipo de interatividade que se estabelece na sala de aula. Na sua investigação, direcionada para as discussões orientadas na turma, os autores referem três dimensões relativas ao grau de controlo que podem influenciar o nível de interatividade: a natureza das respostas do professor, a forma como o professor apresenta os conteúdos e o grau de influência dos alunos no decurso da aula. Para além disso, analisam de que forma a interação com as TIC pode potenciar um maior envolvimento dos alunos, assente na ação reflexiva, determinando um nível de interatividade mais profundo. Isto querer que as TIC, predominantemente utilizadas como um objeto de interação, passem a ser usadas como ferramentas determinantes para conduzir a interação.

No sentido de caracterizar cada um dos níveis de interatividade, tendo em consideração os estudos Tanner et al. (2005) e de Beauchamp e Kennewell (2010), apresenta-se no quadro 1 uma síntese dos fatores principais que influenciam a interatividade estabelecida na sala de aula, nomeadamente o papel do professor e do aluno, assim como do quadro interativo na conquista de ambientes de aprendizagem interativos.

Quadro 1: *Níveis de interatividade - adaptado de Beauchamp e Kennewell (2010) e de Tanner, Jones, Kennewell e Beauchamp (2005).*

Nível de interatividade	Característica	Papel dos alunos	Papel do professor	Papel do quadro interativo
1	Leitura	- Recebem informação (passivo)	- Expõe todos os conteúdos - Controla rigidamente a aula	- Constitui ecrã simples para projeção
2	Direcionamento	- Possuem opções de resposta simples e limitadas	- Expõe a maioria dos conteúdos - Coloca questões dirigidas - Controla todas as decisões	- Revela respostas previstas
3	Exploração	- Interagem com o professor apresentando as suas ideias - Ganham algum controlo na interação	- Apresenta a estrutura básica dos conteúdos - Coloca questões que estimulam a adoção de um determinado ponto de vista	- Proporciona recursos variados para o professor - Serve a apresentação e justificação de ideias dos alunos
4	Colaboração	- Interagem com o professor na construção do conhecimento - Influenciam o desenvolvimento da aula	- Promove o diálogo - Orienta a discussão - Interage com os alunos na construção do conhecimento	- Participa na interação (ferramenta com a qual se interage)
5	Reflexão	- Refletem coletivamente - Avaliam as suas ideias - Têm controlo na interação	- Fomenta a reflexão - Potencia a comunicação dos alunos	- Partilha e explora situações que envolvem a metacognição

Reafirma-se que a ascensão a um nível de interatividade superior implica que os alunos ganhem controlo na interação, que através das suas intervenções influenciam o seguimento da aula, e requer que a ação do professor seja determinante ao nível da condução e orientação do diálogo na sala de aula. Por sua vez, em níveis de interatividade mais elevados, a utilização do quadro interativo deve favorecer a partilha e exploração de situações sustentadas na metacognição, em que os alunos têm a oportunidade de vivenciar uma interação dialógica intensa que os envolve inteiramente na construção do conhecimento, contrariando a

tendência de práticas de ensino tradicionais, características de um nível de interatividade superficial, assentes no seu uso como um quadro tradicional ou para simples projeção.

Capítulo III

Metodologia

Este capítulo inicia-se com a explicação das opções metodológicas subjacentes ao presente estudo e dos seus principais procedimentos metodológicos. Prossegue com a contextualização da intervenção didática realizada, referindo-se em concreto aos participantes e caracterizando a intervenção propriamente dita. Por fim, foca-se na recolha de dados, referindo os instrumentos e técnicas utilizados, concluindo com a descrição da forma como foram analisados os dados recolhidos.

Opções metodológicas

Um dos aspetos fulcrais do processo de investigação reside, sem dúvida, na escolha da metodologia a utilizar, a qual permitirá dar resposta às questões inicialmente colocadas.

Com o objetivo de compreender a problemática associada às questões formuladas, esta investigação foi desenvolvida com base numa metodologia de natureza qualitativa, permitindo estudar os sujeitos na sua plenitude e complexidade e atendendo aos contextos que lhes estão associados.

Bogdan e Biklen (1994) apontam cinco características fundamentais de uma investigação de natureza qualitativa: a) a recolha de dados ocorrer em ambiente natural e o investigador ser o principal instrumento de recolha; b) a apresentação dos dados recolhidos manter um carácter descritivo; c) a ênfase ser colocada nos processos, ao invés dos resultados finais; d) a análise dos dados ser feita de forma indutiva, sem ter o objetivo de confirmar hipóteses formuladas *a priori*; e) a importância do significado atribuído pelos intervenientes no estudo às vivências e aos fenómenos em análise.

Segundo Flick (2005) e Stake (2009), na investigação qualitativa a subjetividade do investigador e dos sujeitos em estudo está presente em todo o processo, constituindo um elemento essencial para a interpretação e compreensão das situações. No que respeita a este tipo de investigação, a observação naturalista, enquanto principal fonte de conhecimento é, ainda,

outra característica mencionada por Stake (2009). Procura-se registar com o máximo rigor todas as observações, perspetivas distintas ou até contraditórias, com vista a preservar as múltiplas realidades e contribuir para uma melhor compreensão dos casos.

Atendendo ao facto de o objetivo desta investigação se centrar na dinâmica da aula de Matemática, em particular, na implementação de uma intervenção didática, com a qual se pretendem analisar os efeitos da utilização do quadro interativo para o desenvolvimento da interação dialógica, torna-se evidente que os aspetos em que incide não são quantificáveis. Trata-se de um fenómeno complexo, com um infindável número de variáveis associadas, que conferem à investigação uma singularidade própria. Desta forma, aliada à metodologia adotada, surge uma vertente interpretativa, através da qual se procuram construir significados importantes para compreender a realidade em causa e dar resposta às questões de investigação.

Merriam (1988) sugere que numa investigação de carácter interpretativo a principal preocupação recai, sobretudo, nos processos e dinâmicas, estando fortemente dependente do investigador. A autora defende que se trata de uma investigação que admite, no seu decurso, a reformulação dos objetivos e problemáticas, bem como dos instrumentos, e que assenta na descrição pormenorizada dos contextos, emoções e interações sociais que se estabelecem entre os vários intervenientes.

Como *design* da investigação considera-se que se trata de um estudo de caso. Um estudo deste tipo procura dar resposta ao “como” e ao “porquê” acerca de um fenómeno contemporâneo sobre o qual o investigador tem pouco controlo (Ponte, 2006; Yin, 2003). Ponte (2006) destaca ainda o carácter peculiar de um estudo deste tipo:

É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspetos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse (p. 2).

Segundo Yin (2003), trata-se da investigação empírica de um fenómeno contemporâneo, associado a um contexto real, especialmente aplicada quando não é possível estabelecer limites entre esse fenómeno e o seu contexto.

Na perspetiva de Coutinho e Chaves (2002), ao desenvolver um estudo de caso, o investigador tem sempre de ter a preocupação em preservar o carácter particular, diferente e complexo do caso em estudo e, para que tal seja possível, deve recorrer a múltiplas fontes de dados e a

diversos métodos de recolha, de que são exemplo as observações diretas e indiretas, os questionários, as entrevistas, os registos de áudio e vídeo, diários de bordo, entre outros.

De acordo com Ponte (1994a), um estudo de caso apresenta sempre uma grande tendência descritiva, já que o investigador pretende compreender a situação sem lhe provocar qualquer alteração; não é experimental, uma vez que o investigador não tem total controlo sobre as ocorrências, e é de natureza empírica, pois resulta do trabalho de campo do investigador ou da análise documental. O autor salienta, ainda, que “num estudo de caso interpretativo pretende-se conhecer a realidade tal como ela é vista pelos actores que nela intervêm directamente” (p. 8). O objetivo principal é garantir uma melhor compreensão de um caso específico.

Yin (2003), por seu lado, considera que um estudo de caso pode ser conduzido segundo três propósitos básicos: explorar, descrever ou explicar. Deste modo, quando se pretende obter informação preliminar sobre o objeto de interesse, estamos perante um estudo de caso fundamentalmente exploratório. Quando o objetivo principal é simplesmente descrever o caso em apreço, o estudo de caso diz-se descritivo. No entanto, quando se procura problematizar o seu objeto de estudo, desenvolver nova teoria ou mesmo confrontá-la com aquela que já existe, estamos diante de estudos de caso analíticos.

Coutinho e Chaves (2002) sublinham a diversidade de “casos” passíveis de estudo. Desde um indivíduo, um personagem, um pequeno grupo, uma organização, uma comunidade ou até mesmo uma nação, tudo depende do foco de interesse e da maior ou menor abrangência do caso que se pretende estudar.

Importa ainda referir que existe uma grande diversidade tipológica de estudos de casos. A distinção mais básica separa o estudo de caso único e o estudo de caso múltiplo (Bogdan & Bilken, 1994; Yin, 2003). Stake (2009) distingue os três tipos seguintes: a) estudo de caso intrínseco, quando o caso é pré-selecionado pelo investigador por ter em si mesmo um interesse específico; b) estudo de caso instrumental, quando o caso pode ser qualquer um e a sua investigação proporciona conhecimento sobre algo que não é exclusivamente o caso em si; c) estudo de caso coletivo, quando se estudam vários casos instrumentais com o objetivo comum de, através da comparação, obter um conhecimento mais profundo sobre o fenómeno.

Assim, esta investigação é um estudo de caso, visto que se pretende analisar detalhadamente e em profundidade o objeto de estudo – a interação dialógica na aula de Matemática de uma turma – no contexto específico da intervenção didática planeada, a partir dos dados recolhidos

ao longo de um determinado período de tempo, no contexto natural da sala de aula. Trata-se de um estudo de natureza essencialmente descritiva, com características analíticas. No que respeita ao número de casos estudados, este é um estudo de caso único e pode classificar-se como estudo de caso instrumental, uma vez que a turma funciona não pelo seu interesse específico mas como um contexto adequado ao estudo do que interessa compreender; pretende-se fornecer introspeção sobre um assunto mais vasto, relacionado com a utilização do quadro interativo para agilizar e facilitar a interação dialógica na sala de aula.

Ao longo do estudo foram respeitadas questões de ordem ética, que devem ser tidas em linha de conta no decurso de qualquer investigação. Antes da recolha de dados, para além de se ter pedido autorização ao Diretor do Agrupamento a que pertencia a escola onde se realizou o estudo (Anexo 1), foi também enviado para os Pais e Encarregados de Educação dos alunos um documento de consentimento informado (Anexo 2), em que se deram a conhecer os objetivos e procedimentos éticos e se solicitou a permissão para a participação dos respetivos educandos na investigação, tendo-se obtido o seu consentimento. Tanto o Diretor, como os Encarregados de Educação, foram previamente informados acerca da finalidade do estudo, do tipo de dados que se iriam recolher e dos procedimentos envolvidos nessa recolha. Durante todo o processo preservou-se sempre o anonimato dos intervenientes, bem como a confidencialidade dos dados recolhidos.

Contexto da investigação

Apresenta-se nesta secção o caso estudado e a respetiva contextualização, com base na análise de vários documentos disponibilizados pela escola e nas informações prestadas pela professora durante as sessões de trabalho com a investigadora.

Participaram neste estudo os alunos de uma turma do 8.º ano de escolaridade de uma escola básica com 2.º e 3.º ciclo localizada numa cidade do Alentejo Central e a respetiva professora de Matemática, constituindo esta turma e a sua professora o caso em estudo.

A escola

A escola onde decorreu a investigação é sede de um Agrupamento Vertical de Escolas composto por oito estabelecimentos de ensino e a sua seleção foi feita por conveniência (Flick, 2005), uma vez que era o local em que a investigadora desempenhava funções de docência.

Em funcionamento desde 1998, goza de boas condições ao nível das infraestruturas, embora as suas instalações sejam já consideradas insuficientes para o número de turmas existente.

Em virtude da implementação do PTE, pode dizer-se que a escola está bem equipada e atualizada, no que se refere a equipamento tecnológico. Em todas as salas existe um computador e um videoprojector e os quadros interativos estão instalados em seis salas e no auditório (cerca de 1/3 do número total de salas de aula). A rede *wireless* encontra-se ativa em toda a escola, permitindo uma eficaz utilização da Internet, na maioria das situações. Possui, ainda, computadores portáteis adquiridos no âmbito do projeto “Iniciativa Escolas, Professores e Computadores Portáteis” e duas salas de Informática que podem ser requisitadas por qualquer docente.

No ano letivo 2011/2012, ano em que decorreu a recolha de dados subjacente à presente investigação, a escola albergava alunos dos 2.º e 3.º ciclos, oriundos de todas as freguesias do concelho e também de freguesias de outros concelhos limítrofes, constituindo um total de 26 turmas, com a seguinte distribuição: 6 turmas do 5.º ano, 7 turmas do 6.º ano (incluindo uma turma de PIEF - Programa Integrado de Educação e Formação); 5 turmas do 7.º ano; 4 turmas do 8.º ano; e 4 turmas do 9.º ano.

Em termos profissionais, a maioria dos Encarregados de Educação destes alunos fazia parte da população ativa, sendo o seu grau de escolaridade, na globalidade, o ensino básico. Contudo, mais de metade do total de alunos do Agrupamento beneficiava de Apoio Social Escolar, consubstanciado, sobretudo, no fornecimento de livros, material escolar e refeições.

O Agrupamento a que pertencia a escola em causa possuía um Projeto Educativo apoiado em programas de âmbito nacional para promoção do sucesso escolar, como por exemplo o Plano da Matemática, o Plano Nacional de Leitura, iniciativas da Rede de Bibliotecas Escolares, Projeto de Promoção e Educação para a Saúde, entre vários outros que orientavam as suas principais linhas de ação. Destaca-se também que, no referido documento orientador, se considerava que a utilização das novas tecnologias de informação constituía um recurso essencial no processo de aprendizagem.

A turma

A seleção do caso a estudar é um aspeto de grande relevância em qualquer investigação. Os sujeitos que o compõem desempenham um papel fundamental no processo investigativo.

Afinal, são as suas reações, as suas opções e, em geral, as suas intervenções, que irão constituir o material empírico sobre o qual o investigador se irá debruçar.

A escolha do caso do estudo decorreu durante os meses de dezembro de 2011 e janeiro de 2012. Nesta altura foram também efetuados os pedidos de autorização da realização do estudo junto do Diretor do Agrupamento de Escolas e dos Encarregados de Educação dos alunos envolvidos.

Neste estudo, como já foi referido, o caso escolhido foi uma turma de 8.º ano de uma escola do Alentejo, articulado com a sua professora de Matemática. As razões que presidiram à escolha desta turma foram: a) a facilidade de acesso ao caso; b) a compatibilidade de horários; c) o interesse da professora de Matemática pela utilização do quadro interativo; d) os alunos serem, de um modo geral, interessados e participativos.

De facto, era necessário que houvesse facilidade em aceder à turma, o que foi plenamente conseguido devido à localização geográfica da escola e à disponibilidade, concedida pela professora, para a concretização da intervenção didática, que implicava a observação e gravação das suas aulas. O facto de a professora já ter trabalhado, numa outra escola, em regime de co-docência com a investigadora constituiu um aspeto facilitador na relação que se estabeleceu e contribuiu para o sucesso da investigação. Durante a implementação da intervenção didática, a professora mostrou-se muito disponível e contribuiu sempre com sugestões pertinentes para a concretização do estudo. Por outro lado, a turma selecionada apresentava um horário das aulas de Matemática compatível com o da investigadora. Apesar de ter alguma experiência de trabalho com o quadro interativo nas suas aulas, o entusiasmo e interesse da professora em aprender a utilizá-lo de forma mais significativa do que até então tinha experimentado, revelaram-se também preponderantes ao longo da intervenção didática. Com efeito, como os alunos utilizavam o quadro interativo com alguma frequência nestas aulas, já possuíam um domínio satisfatório das suas ferramentas básicas, pelo que não haveria, à partida, constrangimentos a esse nível. Por fim, a turma escolhida englobava alunos que, na opinião da professora, eram interessados e cooperantes e, embora com intervenções, por vezes, desorganizadas, eram bastante participativos e espontâneos. Estas características poderiam contribuir positivamente para a concretização do objetivo do estudo, em particular, para as discussões que se pretendiam projetar, que levariam ao desenvolvimento da interação dialógica no contexto de sala de aula.

Desta turma de 8.º ano faziam parte 20 alunos, 13 do sexo masculino e 7 do sexo feminino. As suas idades eram compreendidas entre 12 e 15 anos, sendo a média igual a 13. Nesta turma

não havia alunos repetentes e um possuía Necessidades Educativas Especiais de Caráter Permanente (NEECP), beneficiando de apoio pedagógico personalizado e currículo específico individual.

No que se refere ao aproveitamento dos alunos na disciplina de Matemática, era uma turma heterogénea, com bons alunos, muito participativos, interessados e empenhados nas tarefas propostas e com alguns alunos mais fracos, que demonstravam pouco entusiasmo pela disciplina. No 1.º Período oito alunos obtiveram nível inferior a três, tendo os restantes atingido nível satisfatório ou bom. No 2.º Período os resultados da turma melhoraram um pouco, uma vez que passaram a existir apenas seis alunos com resultados insatisfatórios. No final do ano letivo, o aproveitamento dos alunos melhorou substancialmente, tendo passado a existir apenas três alunos com níveis inferiores a três, dez com nível satisfatório, três com nível bom e quatro com nível muito bom. A maioria dos alunos sinalizados para usufruir de aulas de apoio educativo nesta disciplina compareceu nas referidas aulas, as quais foram também frequentadas por alunos com menos dificuldades que, em determinadas alturas, sentiam necessidade de mais algum apoio.

A professora

A professora que participou neste estudo licenciou-se em Ensino de Matemática, na Universidade de Évora, no ano letivo 1999/2000. Em 2003/2004 integrou um Quadro de Zona Pedagógica do Alentejo e no ano letivo 2009/2010 passou a pertencer ao Quadro de Agrupamento de uma escola do Alentejo, mas nesse ano obteve destacamento para a escola onde decorreu esta investigação, na qual continuou a exercer funções até à data em que se desenvolveu esta investigação.

A professora situava-se na faixa etária dos 35-40 anos e possuía cerca de 14 anos de experiência de ensino. Ao longo da sua carreira tem lecionado Matemática, sobretudo, a alunos do 3.º ciclo do Ensino Básico, mas já lecionou também no Ensino Profissional, no Ensino Secundário, no Ensino Recorrente e em Cursos Profissionais. Na Escola Profissional da Região Alentejo (EPRAL), desempenhou cargos de orientação educativa e de orientação das Provas de Aptidão Profissional (PAP) dos seus alunos. No ensino regular, destacam-se os cargos de coordenadora do Plano de Ação para a Matemática e de avaliadora de docentes do seu grupo de recrutamento. No ano letivo 2011/2012 tinha a seu cargo quatro turmas, do 7.º ao 9.º ano de escolaridade, nas quais lecionava a disciplina de Matemática.

O seu interesse pelas TIC tem sido constante ao longo da sua experiência profissional, tendo desempenhado, inclusivamente, funções de formadora na área da Informática. Embora goste de utilizar as TIC na sala de aula, não o faz regularmente, apontando como principal justificação a falta de formação adequada, essencial para se manter atualizada num período em que se assiste à rápida evolução das novas tecnologias. Contudo, sempre que lhe é possível, investe na sua formação a esse nível. De entre as formações creditadas que frequentou salientam-se as que incidiram sobre a utilização do *Geometer's Sketchpad*, o desenvolvimento de ambientes digitais na Biblioteca Escolar, a utilização de sensores no ensino da Matemática e, recentemente, sobre a utilização do quadro interativo, tendo frequentado outras, mais gerais, no âmbito das Tecnologias de Informação e Multimédia.

Apesar de considerar que a sua experiência de trabalho com o quadro interativo era pouca, a professora já tinha usado esta ferramenta em anos anteriores. Em particular, com a turma que foi alvo do estudo, utilizava-o com alguma frequência, pelo que os alunos já se sentiam familiarizados com os procedimentos básicos. No entanto, reconhece que utilizava muitas vezes o quadro interativo como uma extensão do quadro tradicional e apenas pontualmente o utilizava em tópicos específicos do programa, com o propósito de tirar partido das suas potencialidades, como acontecia, por exemplo, quando lecionava as Isometrias. O uso recatado que fazia desta ferramenta relacionava-se, em grande parte, com o facto de não dominar as suas especificidades como desejava, embora já tivesse feito formação na área.

Aceitou participar nesta experiência porque gostava de trabalhar com novas tecnologias, queria aumentar os seus conhecimentos sobre a utilização do quadro interativo, pretendia contribuir mais para o desenvolvimento da comunicação matemática dos seus alunos, interessava-se pelo trabalho colaborativo e pela partilha de experiências com colegas e mantinha uma boa relação pessoal e profissional com a investigadora.

A intervenção didática

Em seguida apresenta-se uma descrição da intervenção didática ao nível da organização do trabalho desenvolvido, dos temas envolvidos e das tarefas realizadas.

A organização do trabalho

A planificação do trabalho a realizar no âmbito da intervenção didática decorreu entre fevereiro e maio de 2012, envolvendo várias sessões de trabalho conjunto entre a investigadora e a professora da turma, com vista a selecionar, preparar e construir as tarefas a implementar na sala de aula. Durante esta fase, mais concretamente entre 7 de março e 31 de maio, decorreu o período da intervenção didática propriamente dita, que consistiu na aplicação de seis tarefas, durante as aulas de Matemática, de acordo com a calendarização que se apresenta no quadro seguinte.

Quadro 2: *Calendarização das tarefas.*

	Tarefa	Data	Duração
A	Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas	07/03/2012 e 08/03/2012	90 min. + 45 min.
B	O sistema de equações da Maria	15/03/2012	45 min.
C	O cavalo e o burro	11/04/2012	90 min.
D	Resolução gráfica de sistemas	18/04/2012	90 min.
E	As velas cilíndricas	14/05/2012 e 16/05/2012	90 min. + 90 min.
F	Introdução ao Teorema de Pitágoras	29/05/2012 e 30/05/2012	45 min. + 90 min.

No contexto desta investigação, consideraram-se tarefas destinadas ao desenvolvimento de uma ideia matemática específica (Stein & Smith, 2009). Em termos de tempos letivos, a intervenção didática correspondeu a um total de seis aulas de noventa minutos e três aulas de quarenta e cinco minutos, ou seja, quinze tempos letivos.

As aulas da intervenção didática tinham que decorrer sempre numa sala de aula equipada com quadro interativo, o que implicou, por diversas vezes, a permuta de sala com outros docentes.

As tarefas

Dado que o foco de interesse deste estudo não requeria que se optasse necessariamente pela escolha de apenas uma unidade didática para trabalhar durante a intervenção, considerou-se pertinente que as propostas de trabalho envolvessem tópicos variados. Esta opção permitiu confrontar os alunos com situações diversificadas, enriquecendo, desta forma, a investigação. Para além disso, foi tida em consideração a calendarização prevista na planificação anual,

elaborada e aprovada em Departamento Curricular da escola, no início do ano letivo, evitando quaisquer constrangimentos que a sua alteração pudesse causar.

Assim, foram escolhidos dois dos quatro grandes temas do Programa de Matemática do Ensino Básico em vigor (ME, 2007): Álgebra e Geometria. No âmbito do primeiro, foram construídas quatro tarefas que recaíram sobre o tópico "Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas". Quanto ao tema de Geometria, foram as elaboradas duas tarefas, uma no âmbito do tópico "Sólidos geométricos" e a outra relativa ao tópico "Teorema de Pitágoras".

O quadro seguinte mostra o enquadramento das tarefas no Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, no contexto do qual se desenvolveu a presente investigação.

Quadro 3: *Enquadramento programático das tarefas.*

Tarefa		Tema	Tópico programático
A	Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas	Álgebra	Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas
B	O sistema de equações da Maria	Álgebra	Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas
C	O cavalo e o burro	Álgebra	Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas
D	Resolução gráfica de sistemas	Álgebra	Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas
E	As velas cilíndricas	Geometria	Sólidos geométricos
F	Introdução ao Teorema de Pitágoras	Geometria	Teorema de Pitágoras

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, “a aprendizagem da Matemática decorre do trabalho realizado pelo aluno e este é estruturado, em grande medida, pelas tarefas propostas pelo professor” (ME, 2007, p. 8). As seis tarefas propostas no decurso da intervenção didática foram, por isso, cuidadosamente selecionadas, planificadas e elaboradas conjuntamente com a professora da turma, criando-se um ambiente colaborativo muito favorável à concretização da investigação. Na escolha das tarefas procurou-se alguma diversidade, com o objetivo de proporcionar aos alunos diferentes experiências de aprendizagem e em todas foi prevista a utilização do quadro interativo nos momentos de discussão coletiva na turma. Destaca-se que os momentos de discussão são considerados de extrema importância no Programa da disciplina, por possibilitarem o confronto de resultados e de estratégias utilizadas na resolução de problemas, e a identificação de raciocínios produzidos por outros alunos, o que contribui favoravelmente para que os alunos sistematizem e se

apropriem de conhecimentos e ideias matemáticas (ME, 2007). Para além disso, foi a partir das discussões orientadas na turma que se conseguiram obter os dados relevantes e necessários para dar resposta às questões de investigação.

Conforme é sugerido no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), procurou-se também seguir dinâmicas assentes em práticas de ensino-aprendizagem exploratório (Canavarro, 2011; Ponte, 2005), pelo facto de serem extremamente ricas ao nível das interações e discussões que se podem estabelecer. Apesar da professora da turma não se sentir muito à vontade com este tipo de aula, aceitou o desafio sem qualquer hesitação, impelida pelo objetivo de criar novos ambientes de aprendizagem nas suas aulas e, com isso, melhorar a sua prática de ensino e o aproveitamento dos alunos.

Na estruturação da maioria das aulas foram tidas em consideração quatro fases distintas: a apresentação da tarefa aos alunos; a realização da tarefa promovendo o trabalho em pequenos grupos; a discussão da tarefa, em grande grupo; e a sistematização das aprendizagens, efetuada pela professora, sempre que possível envolvendo a participação dos alunos. Salienta-se ainda que, atendendo às questões de partida da investigação, o estudo debruçou-se, sobretudo, sobre os dois últimos momentos referidos. O papel da professora foi fundamental ao nível da dinamização da discussão matemática, quer ao nível do trabalho dos alunos em pequenos grupos, quer em grande grupo, estimulando o diálogo, as interações resultantes da partilha e do confronto de ideias e a reflexão sobre as aprendizagens matemáticas.

Três das tarefas apresentadas (A, C e E) consistiram na resolução de problemas que, conforme se afirma no Programa de Matemática do Ensino Básico, “não só é um importante objetivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos” (ME, 2007, p. 10). Considera-se que através de problemas matemáticos, de problemas do quotidiano ou de outras áreas do saber, os alunos são confrontados com diferentes ideias, estratégias de resolução e resultados matemáticos e, desde que se criem oportunidades de comunicação adequadas na sala aula, permitem gerar situações de discussão tanto no trabalho em pequenos grupos, como na turma. Desta forma, a resolução de problemas pode definitivamente favorecer o desenvolvimento da interação dialógica, sendo por esse motivo uma capacidade matemática privilegiada nas aulas de implementação desta intervenção didática.

Segue-se uma breve contextualização das várias tarefas propostas aos alunos durante a intervenção didática e a sua caracterização no que concerne aos objetivos a atingir com as mesmas, a sua calendarização e respetiva duração.

Tarefa A: Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas

Com a realização da tarefa A (Anexo 3), pretendem-se desenvolver os seguintes objetivos gerais e específicos:

Objetivos gerais:

- Interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

Objetivos específicos:

- Resolver sistemas de equações pelo método de substituição;
- Traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticas.

A tarefa em causa foi elaborada a partir de exercícios dos manuais de 8.º ano de escolaridade em várias sessões de trabalho conjunto entre a investigadora e a professora, e a sua planificação foi ao encontro do tipo de aula que utilizava habitualmente na sua prática. Pretendia-se que os alunos traduzissem um problema recorrendo a duas equações relacionadas entre si, na medida em que as incógnitas envolvidas seriam as mesmas, com vista à introdução da noção de sistema de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas. Com base na discussão coletiva orientada pela professora, pretendia-se ainda que os alunos pudessem verificar que não dispunham de conhecimentos suficientes para resolver o problema corretamente e seria, então, introduzido pela professora o método de resolução de sistemas por substituição.

Esta tarefa estava prevista para uma aula de 90 minutos, calendarizada para o dia 7 de março de 2012, mas só viria a ser concluída na aula seguinte.

Tarefa B: O sistema de equações da Maria

A tarefa B (Anexo 4) foi aplicada no dia 15 de março de 2012, numa aula de 45 minutos, com os seguintes objetivos:

Objetivos gerais:

- Interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

Objetivos específicos:

- Resolver sistemas de equações pelo método de substituição;
- Exprimir resultados, processos e ideias matemáticas, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticas.

Esta tarefa retratava um episódio em que uma aluna tinha chegado à solução de um sistema, mas durante o processo de resolução cometeu diversos erros. Numa fase em que os alunos já se encontravam familiarizados com a resolução de sistemas pelo método de substituição, tentou-se criar uma situação matemática ilustrativa do tipo de erros que os alunos, em geral, cometem com maior frequência.

Tarefa C: O cavalo e o burro

Depois da interrupção letiva do 2.º Período, mais concretamente no dia 11 de abril de 2012, seguiu-se a implementação tarefa C (Anexo 5), numa aula de 90 minutos, com a qual se pretenderam desenvolver os seguintes objetivos:

Objetivos gerais:

- Resolver problemas, comunicar e raciocinar situações recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos;
- Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados.

Objetivos específicos:

- Resolver problemas envolvendo sistemas de equações;

- Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

O problema escolhido foi sugerido pela professora numa sessão de trabalho conjunto quando se estava a planificar o subtópico relativo à resolução de problemas envolvendo sistemas de equações, pelo facto de já o ter apresentado noutras turmas e ter recebido *feedback* positivo, no que toca às discussões suscitadas em torno da sua resolução. Para além disso, apresentava a possibilidade de ser resolvido por mais do que uma estratégia, o que poderia contribuir para o enriquecimento da discussão. Tratou-se de um problema clássico, inspirado em várias versões apresentadas em diversos manuais escolares do 8.º e do 9.º ano de escolaridade.

Tarefa D: Resolução gráfica de sistemas

A aplicação da tarefa D (Anexo 6) ocorreu no dia 18 de abril de 2012, numa aula de 90 minutos, pretendendo-se desenvolver os seguintes objetivos:

Objetivos gerais:

- Interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos.

Objetivos específicos:

- Interpretar graficamente as soluções de um sistema de equações;
- Representar informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas;
- Expressar resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Esta foi uma aula de introdução à resolução gráfica de sistemas e à sua classificação. Através da apresentação de um sistema na forma $\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$ pretendia-se que os alunos discutissem a forma de o representar geometricamente ao estabelecerem relação com a representação gráfica de duas funções afins. A partir da representação gráfica obtida decorria a discussão orientada na turma em torno do significado da solução gráfica de um sistema e da posição relativa das retas que se obtêm. Ainda durante a discussão em grande grupo e recorrendo ao

programa *Geogebra*, seriam exploradas as representações gráficas de outros sistemas, com vista a elucidar os alunos sobre a classificação de sistemas.

Salienta-se que esta aula foi precedida de várias sessões de trabalho conjunto com a professora com vista à preparação da mesma, o que incluiu a disponibilização de algum tempo para recordar o funcionamento do *Geogebra*, que já não era utilizado pela professora há alguns anos.

Tarefa E: As velas cilíndricas

A tarefa E (Anexo 7) consistiu novamente na resolução de um problema, desta vez sobre áreas e volumes em contexto real. O problema foi elaborado pela investigadora, com a colaboração da professora, a partir de uma das propostas do *Projecto 1001 Itens*, do Gabinete de Avaliação Educativa (GAVE)¹. Os objetivos gerais e específicos que se pretenderam desenvolver foram:

Objetivos gerais:

- Resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em contextos geométricos e trigonométricos;
- Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

Objetivos específicos:

- Compreender e determinar a área da superfície e o volume de prismas retos, pirâmides regulares, cones e esferas;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticas.

Quando esta tarefa foi implementada, já tinham sido recordadas as principais fórmulas sobre os volumes e áreas de sólidos geométricos e os alunos já tinham resolvido alguns exercícios de aplicação, pelo que esta seria uma tarefa de consolidação da matéria lecionada em aulas precedentes. Foi realizada pelos alunos em pequenos grupos de trabalho.

¹ Disponível em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=110&fileName=velas_cilindricas.pdf

Não sendo um problema propriamente difícil, exigia contudo um raciocínio expedito dos alunos, que os levasse a realizar os vários passos necessários até chegarem à resposta final. Para além de apresentar um contexto do seu dia-a-dia, esta tarefa apelou ao sentido crítico dos alunos, o que a tornou bastante interessante.

Esta tarefa foi aplicada no dia 14 de maio de 2012, numa aula de 90 minutos, conforme estava previsto inicialmente, mas prolongou-se para o dia 16 de maio de 2012, principalmente pelo facto de os alunos terem demorado muito tempo a compreender o objetivo do problema.

Tarefa F: Introdução ao Teorema de Pitágoras

A implementação da tarefa F (Anexo 8) ocorreu em duas aulas, uma de 45 minutos, no dia 29 maio de 2012 e outra de 90 minutos, no dia seguinte, pretendendo-se desenvolver os seguintes objetivos:

Objetivos gerais:

- Raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos incluindo cadeias dedutivas;
- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

Objetivos específicos:

- Formular, testar e demonstrar conjecturas;
- Expressar resultados, processos e ideias matemáticas, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticas.

Esta tarefa pressupunha a utilização do programa *Geogebra* pelos alunos, para realizarem construções, conjecturarem e verificarem a relação entre a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo e compreenderem que esta relação só se verifica neste tipo de triângulos. Como até àquela aula ainda não tinham desenvolvido nenhuma tarefa em que tivessem de ser eles a utilizar este *software*, houve necessidade de familiarizar os alunos com as funcionalidades básicas do programa, numa aula precedente, lecionada pela investigadora. Assim, os alunos tomaram o primeiro contacto com o *Geogebra* numa sala equipada com diversos computadores e tiveram oportunidade de experimentar algumas das suas ferramentas, em particular as de movimento, de ponto, de reta, de polígono e de medida, que seriam aquelas que viriam a ser utilizadas na aula seguinte, para introduzir o Teorema de Pitágoras. A adaptação dos alunos ao novo *software* foi bastante rápida e entusiástica, tendo

manifestado grande interesse e à vontade logo nas primeiras construções geométricas realizadas. Considerou-se, no entanto, que seria importante incluir ainda, no enunciado apresentado aos alunos, algumas indicações auxiliares às construções geométricas, com vista a minimizar o tempo que levariam a efetuá-las.

Pelo facto de a sala de Informática não estar equipada com quadro interativo, optou-se por concretizar a sexta tarefa em duas aulas. Desta forma, a primeira aula foi destinada ao trabalho autónomo dos alunos, em pequenos grupos, nos computadores da sala de Informática e a segunda, já na sala de aula habitual, centrou-se na discussão dos resultados e conclusões dos vários grupos de trabalho.

Esta tarefa foi adaptada, pela investigadora, a partir da Tarefa 3 proposta nos materiais de sala de aula de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 para o tópico Teorema de Pitágoras, desenvolvida pelos professores das turmas piloto do 8.º ano de escolaridade (ano letivo 2009/10)².

Recolha de dados

Durante a recolha de dados, é essencial que o investigador se assegure de que os métodos utilizados e as técnicas escolhidas possibilitam a obtenção de informação suficiente e relevante para o estudo. Yin (2003) destaca como um dos aspetos mais importantes neste processo a possibilidade de utilização de múltiplas fontes de evidência, por permitir a convergência de linhas de investigação, na triangulação dos dados. O autor considera que a triangulação surge como uma estratégia de validação, na medida em que possibilita a combinação de dados sobre o mesmo fenómeno, resultantes de duas ou mais fontes de informação. Esta ideia é corroborada por outros autores, como é o caso de Flick (2005) e Stake (2009). Stake (2009) reforça ainda que a utilização de múltiplas perspetivas no processo de triangulação permite clarificar significados, que podem facilitar a revisão da interpretação do investigador.

A recolha de dados ocorreu nos 2.º e 3.º períodos do ano letivo 2011/2012 e baseou-se em duas técnicas comumente utilizadas pelos investigadores nos estudos de caso: a observação e a análise documental.

² Disponível em http://area.dgdc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/054-cadeia_TPitagoras.pdf

Flick (2005) defende que “a observação permite ao investigador descobrir como as coisas de facto acontecem ou funcionam” (p. 137). Segundo Stake (2009), através da observação, o investigador garante “um bom registo dos acontecimentos para providenciar uma descrição relativamente incontestável para análise posterior e para o relatório final” (p. 78).

Nesta investigação, a observação incidu sobre as aulas em que foi implementada a intervenção didática, as quais foram vídeo gravadas, com a devida autorização, e parcialmente transcritas. Embora se tenha optado por filmar as aulas na totalidade, só foram transcritos os momentos que envolveram a discussão em grande grupo e as sínteses, por serem os mais significativos para dar resposta ao problema em estudo. Antes da intervenção didática foram gravadas, em vídeo, duas aulas, com o objetivo de ambientar os alunos à presença da câmara de vídeo e, mesmo, da investigadora, que esteve presente em todas as sessões. Nestas aulas foram também testados os efeitos da reflexão da luz no quadro interativo, de forma a garantir que a filmagem fosse adequada. A utilização da câmara de filmar como instrumento de recolha de dados permitiu, como defende Mead (1963), referido em Flick (2005), um registo pormenorizado dos factos e uma visão global e mais compreensiva do caso, podendo as aulas voltar a ser visionadas tantas vezes quanto for necessário.

No que diz respeito ao envolvimento da investigadora no campo de observação pode afirmar-se que esta assumiu um papel de observadora participante. Segundo Meirinhos e Osório (2010), a observação participante constitui um método interativo em que a recolha da informação requer a implicação do investigador nas situações que observa, sendo esta uma das estratégias mais utilizadas na investigação qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994; Flick, 2005). Como uma das principais vantagens da observação participante, Yin (2003) destaca a oportunidade de se “perceber a realidade do ponto de vista de alguém de “dentro” do estudo de caso, e não de um ponto de vista externo” (p. 94). Rodríguez, Flores e Jiménez (1999), citados em Meirinhos e Osório (2010), reforçam que:

O observador participante pode aproximar-se num sentido mais profundo e fundamental às pessoas e comunidades estudadas e aos problemas que as preocupam. Esta aproximação que situa o investigador no papel dos participantes, permite obter percepções da realidade estudada que dificilmente se poderiam conseguir sem se implicar de maneira efectiva. (p. 61)

Esta postura da investigadora permitiu-lhe aceder diretamente à atividade desenvolvida pelos alunos, conhecer as suas perspetivas e compreender os seus comportamentos, durante a realização das propostas de trabalho. No entanto, o seu envolvimento foi cauteloso de modo a influenciar o menos possível o curso dos acontecimentos. Em particular, durante as discussões em grande grupo e nas sínteses, a investigadora procurou não interferir e só teve uma

participação mais ativa para resolver alguns problemas técnicos relacionados com a utilização do quadro interativo, que ocorreram com pouca frequência. Deste modo, partilha-se da ideia sustentada por autores como Bogdan e Biklen (1994) e Vázquez e Angulo (2003), referidos em Meirinhos e Osório (2010), que defendem “um contínuo entre a observação não participante e a observação participante” (p. 61), que permite que o grau de implicação do investigador varie de acordo com a necessidade e as circunstâncias, podendo ser-lhe exigida uma elevada participação em determinados momentos e baixa noutros.

Em cada uma das aulas foram registados diversos dados no diário de bordo da investigadora, com o intuito de captar afinadamente aspetos específicos, relacionados com o tipo de utilização do quadro interativo, durante as discussões coletivas e nas sínteses da professora. No diário de bordo foram também registados os fracassos e sucessos conseguidos no decurso das aulas, as apreciações da investigadora face ao que via e ouvia e algumas decisões da professora. Estes registos facilitaram a identificação de momentos fulcrais das aulas, de acordo com o objetivo do estudo.

No final de cada aula observada assegurou-se a gravação dos ficheiros resultantes da utilização do quadro interativo, que constituíram seguras fontes de evidência. Nas aulas em que os alunos utilizaram o programa *Geogebra* foram guardados os ficheiros produzidos pelos diversos grupos.

A análise documental recaiu essencialmente sobre o diário de bordo da investigadora, os ficheiros resultantes, em cada aula, da utilização do quadro interativo e os ficheiros de *Geogebra* produzidos pelos alunos. Todos os documentos analisados contribuíram para aprimorar a descrição do caso e para validar evidências resultantes da observação após a triangulação dos dados obtidos.

Análise de dados

A análise dos dados recolhidos revelou-se um processo essencialmente descritivo e interpretativo, tendo-se desenvolvido de acordo com o objetivo da investigação e a revisão da literatura.

Ainda durante a fase de recolha de dados, mais especificamente após a concretização de cada tarefa, efetuou-se o visionamento da vídeo gravação das aulas e uma primeira análise dos registos efetuados no diário de bordo da investigadora, o que possibilitou a identificação dos

momentos mais relevantes, que foram depois transcritos. Para além disso, permitiu efetuar alguns reajustamentos à planificação inicial do trabalho a desenvolver ao longo da intervenção didática.

Após a fase de recolha de todos os dados, procedeu-se a uma leitura atenta e cuidadosa das transcrições efetuadas, associadas a cada tarefa, tendo sido ainda visionadas por diversas vezes as gravações das aulas e foram identificados os elementos mais importantes dos *flipcharts* (ficheiros do quadro interativo) resultantes de cada aula. A análise de todos os documentos possibilitou alcançar um elevado grau de detalhe do caso em estudo, essencial para a compreensão do mesmo.

A partir da revisão da literatura e da primeira análise dos dados foram definidas as categorias de análise, segundo três domínios diretamente relacionados com as questões orientadoras da investigação: 1) Níveis de interatividade; 2) Funcionalidades do quadro interativo, e 3) Contributos do quadro interativo.

Relativamente ao primeiro domínio, foram consideradas cinco categorias correspondentes a cinco níveis de interatividade de acordo com o quadro 1 apresentado no capítulo de revisão de literatura: a) nível 1; b) nível 2; c) nível 3; d) nível 4; e) nível 5. Cada um destes níveis foi identificado com base nos aspetos que se apresentam de seguida: i) papel da professora; ii) papel do aluno; iii) tipo de interação; iv) papel do quadro interativo.

Quanto ao segundo domínio, foram consideradas as seguintes categorias: a) acesso a um recurso digital previamente preparado; b) registo e anotação de respostas e sugestões; c) escrita com cores diversas; d) destaques com cores diversas; e) diminuição/aumento de dimensões de objetos; f) recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula; g) efeito de esconder e revelar objetos utilizando a tinta mágica; h) efeito de esconder e revelar informações utilizando o revelador; i) visualização de fundo quadriculado; j) inserção de objetos; k) recurso à régua graduada; l) acesso a recursos digitais externos; m) uso da câmara fotográfica; n) inserção de imagens; o) uso de calculadora; p) gravação de anotações e sugestões.

Por fim, no terceiro domínio, foram consideradas as seguintes categorias: a) concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco; b) destacar partes específicas da resolução da tarefa; c) disponibilizar toda a informação registada aos alunos; d) dar suporte ao desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicações dos alunos; e) construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma; f) recapitular e sintetizar as ideias com facilidade; g) aumentar o

ritmo da aula; h) recuperar aprendizagens realizadas em aulas precedentes e reutilizar os ficheiros produzidos; i) economizar tempo; j) aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação; k) registar a informação de forma mais organizada e rigorosa.

Posteriormente, tendo em consideração as questões orientadoras da investigação, efetuou-se uma análise cruzada dos resultados obtidos para cada tarefa, que culminou com o estabelecimento das principais conclusões do estudo que permitiram atingir o seu objetivo.

Capítulo IV

Descrição e análise das aulas

No presente capítulo apresenta-se o caso em estudo, focando as aulas em que se desenrolaram as tarefas preparadas, dando especial atenção às interações estabelecidas entre os alunos e a professora e à forma como foi utilizado o quadro interativo. Com o objetivo de alcançar uma descrição e análise mais aprofundadas acerca do caso em estudo, optou-se por apresentar os resultados por tarefa, tendo por base o diário de bordo elaborado pela investigadora e o visionamento minucioso da videogravação das aulas de que se apresentam também alguns excertos.

As intervenções da professora estão identificadas com a letra P e as dos alunos com a letra A, sendo que os algarismos que se encontram à frente designam diferentes alunos que participaram nas discussões. Salienta-se que todos os nomes referidos pela professora são fictícios, respeitando-se o anonimato de todos os participantes.

Tarefa A: Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas

A tarefa A (Anexo 3) incidiu sobre o tópico “Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas” e foi aplicada no dia 7 de março de 2012, embora só tenha sido concluída na aula do dia seguinte. Nesta tarefa a professora, promovendo a discussão orientada na turma e o diálogo, introduziu a noção de sistema de equações do 1.º grau com duas incógnitas e o método de resolução de sistemas por substituição.

Procede-se de seguida à descrição e análise das duas aulas em que foi implementada a tarefa A.

A aula teve início com revisões sobre a matéria lecionada em aulas anteriores, relativa a equações literais, o que se justificou pelo facto de a professora considerar que seria mais fácil cumprir os objetivos definidos, se os alunos recordassem alguns conceitos que iriam aplicar naquela aula.

Demonstrando uma atitude desafiadora, a professora passou rapidamente à apresentação oral do problema da tarefa A:

P: Vamos partir agora para uma pequena “brincadeira” [...] Eu pensei em dois números... E digo-vos que a soma desses dois números é igual a 10. Pensei num número primeiro e depois pensei no outro...

Sem deixar que a professora terminasse de colocar o desafio, já se ouviam as vozes dos alunos a colocar questões e a querer participar:

A1: Mas são dois diferentes ou são dois iguais?

P: Eu não vou dizer mais nada!

A2: Pode ser 5 mais 5, é igual a 10.

Recorrendo ao quadro interativo, a professora acedeu ao *flipchart* previamente preparado e apresentou na primeira página o problema que colocou aos alunos, informando-os de que os números em que pensou se encontravam escondidos no retângulo azul, que se pode observar na figura 1.

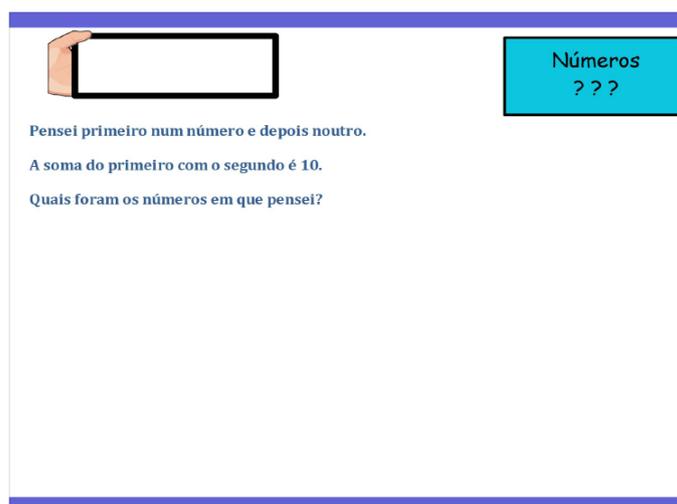


Figura 1: Apresentação da primeira informação do problema da tarefa A.

O entusiasmo dos alunos deu origem à discussão em torno da solução daquele problema. Rapidamente perceberam que existiam diversas soluções e quase todos tentaram exemplificar:

A1: Podem ser muitos.

P: Podem ser muitos. Como por exemplo?

A2: 6 + 4.

P: Olha, então vamos lá.

A3: 7 + 3.

P: Um seria o 7 e outro o 3.

[...]

A4: $8 + 2$.

P: Primeiro pensei no 8 e a seguir pensei no 2.

A5: Professora! Podia ser ao contrário.

P: Olhem, diz-me o Ricardo, podia ser ao contrário [...]. O primeiro número em que eu pensei, poderia ser o 2 e o segundo o 8, certo? Mais?

A6: $4,5 + 5,5$.

A professora ia registando, no quadro interativo, as diversas hipóteses sugeridas pelos alunos e tentava, claramente, “prendê-los” ao problema, enfatizando cada um dos seus contributos.

P: (...) houve aí qualquer coisa que a Cristina disse, que eu gostei. Foi o quê?

A1: Infinitos.

P: Infinitos quê? O que é que é infinito?

A2: Tão, os números podem ser infinitos.

A3: Não, não! Não podem ser infinitos.

A4: Sim, podem ser vários!

A5: Há infinitas soluções.

A3: Ah! Pronto, é diferente!

A tradução do problema em linguagem matemática surgiu inesperadamente, mas na altura ideal para avançar com a discussão.

P: (...) Eu podia pensar aqui numa quantidade de números. Já ouvi aqui alguns números decimais... Números negativos, também podiam ser.

[...]

P: Mas eu posso-vos dizer que nenhum destes valores são aqueles que estão ali escondidos.

A1: $x + y$.

P: Essa foi uma das primeiras coisas que tu disseste, não foi? O João disse assim, logo ao princípio: $x + y$...

A2: Professora, não é $x + y = 10$?

A1: Isso já eu tinha dito há bocado.

Depois de registar a equação no quadro interativo e sem menosprezar o que haviam acabado de fazer, a professora procurou dar a entender aos alunos que não tinham informações suficientes para descobrir eficazmente a solução do problema que deu origem à tarefa:

P: $x + y = 10$ é o quê?

Vários alunos: É uma equação literal.

P: Então eu estou a encontrar os números?

Vários alunos: Não!

P: Então fiquei na mesma! O que eu quero mesmo é encontrar aqueles valores. É verdade, ... O que é que vocês fizeram? Vocês passaram de linguagem corrente para linguagem quê?

Vários alunos: Matemática.

P: Equacionámos o que ali estava em cima.

Conforme estava habituada a fazer, a professora teve sempre o cuidado de esclarecer as dúvidas dos alunos, o que implicou algumas repetições, que pouco contribuíram para o aumento do interesse na discussão. Houve também a preocupação em estabelecer a ponte com o que os alunos já tinham aprendido, durante o estudo das equações literais. Ao mesmo tempo, a utilização que fazia do quadro interativo ia ganhando destaque.

P: Ontem (acho que já não foi ontem...) nós tínhamos um problema deste género. Tínhamos de traduzir o que estava em linguagem corrente para linguagem matemática. E eu, se não me engano, disse que tudo o que está escrito em linguagem corrente, temos de escrever em linguagem matemática...

[...]

P: Então, vamos lá ver. Se eu tiver aqui... Vamos lá ver... O que é que eu disse? Eu pensei primeiro num número [destaca essa frase com um marcador transparente de cor laranja]. Este número, que eu não sei qual é... Vocês é que não sabem qual foi o número em que eu pensei! Representaram por quê?

A1: x e y.

P: Não, não. O primeiro número em que eu pensei!

A1: x.

P: Representámos por x [destaca o x com o marcador transparente de cor laranja]. A seguir... vamos lá mudar a cor. A seguir, pensei noutro número [destaca essa frase com um marcador transparente de cor rosa]. Esse número foi representado por quê?

A1: Por y.

P: Por y [destaca o y com o marcador de cor rosa].

Durante a discussão, os alunos colocaram algumas dúvidas relativamente à definição das incógnitas e à consequente ordem pela qual surgiam na equação:

A1: Não podia ser $y + x = 10$? É como $7 + 3$ e $3 + 7$, igual a 10. Podia ser ao contrário.

P: Pode, agora temos é de ter atenção a uma coisa. Há bocado, alguém disse, $8 + 2$ e o Ricardo disse $2 + 8$. Qual é que é a diferença entre $8 + 2$ e $2 + 8$?

A2: Propriedade comutativa.

A1: Ah, sim!

P: Eu quando faço esta pergunta... qual é a diferença... qual é a diferença em relação àquilo que eu disse [no enunciado]? Eu disse que primeiro pensei num número. E depois pensei no outro. Então qual é a diferença entre o $8 + 2$ e o $2 + 8$?

A3: Primeiro pensou no 2 e depois no 8...

P: Ora bem! Tem a ver com a ordem em que eu pensei. Primeiro pensei num número. Esse número pode ser 8. A seguir pensei noutro número, e o segundo número em que pensei foi o 2. Isto é um exemplo. Porque nenhum destes números foram aqueles em que eu pensei.

A1: Mas não podia ter pensado ao contrário?

P: Cristina, quando tu estás a equacionar esta informação que eu te dei, esta condição, tu podes até não atribuir letras... Podes atribuir símbolos! Agora há uma coisa que temos de ter em atenção... o x, neste caso, representa o quê?

A1: O primeiro.

P: O primeiro! Se tu tivesses colocado primeiro o y , é claro que a soma goza da propriedade comutativa [...]. Mas se tu tivesses colocado $y + x$, então o y representaria o quê?

A1: O primeiro.

P: Portanto, interessa o que é que ele está a representar. Entendem isto?

Seguidamente a professora continuou com a estratégia de utilizar os marcadores transparentes com cores diferentes para relacionar a informação do problema, em linguagem corrente, com a respetiva tradução para linguagem matemática.

P: Mas Bruno, voltando então à conversa. O que é que eu fiz? O que está sublinhado a laranja, representa o primeiro número. Foi o que eu sublinhei aqui a laranja [aponta para o x]. Depois pensei noutro, está a rosa [aponta para o y]. E agora digo assim... vamos lá aqui mudar esta cor... A soma do primeiro com o segundo [destaca essa parte da frase com um marcador transparente de cor verde]... Como é que eu represento aqui? Como é que o João representou aqui a soma?

A2: $x + y$.

P: Foi o quê? Foi este “mais” [destaca o operador com o marcador de cor verde].

[...]

P: Finalmente eu digo “é dez” [altera a cor do marcador para castanho e destaca essa parte com um marcador de cor castanha]...

A3: Devia estar sublinhado o $x + y$.

P: Sim, não deixas de ter razão! O que ele está a dizer é que eu deveria ter colocado o $x + y$, toda esta parte, a verde. Não deixas de ter razão. É verdade, porque eu estou a somar os dois, não é? Mas quando eu falo na soma do primeiro com o segundo, estou a falar na soma... Qual é o símbolo que matematicamente me vai representar essa soma? É o “mais”, certo? Quando eu digo é 10, onde é que eu vou buscar aqui o “é 10” [aponta para a equação]?

A4: É o resultado.

P: O “é” quer dizer que é igual a dez [destaca “= 10” com o marcador de cor castanha]...

O resultado do destaque com os marcadores transparentes coloridos apresenta-se na figura 2. O recurso a esta funcionalidade do quadro interativo constituiu um fator facilitador da compreensão do problema, principalmente para os alunos que costumavam apresentar maiores dificuldades.

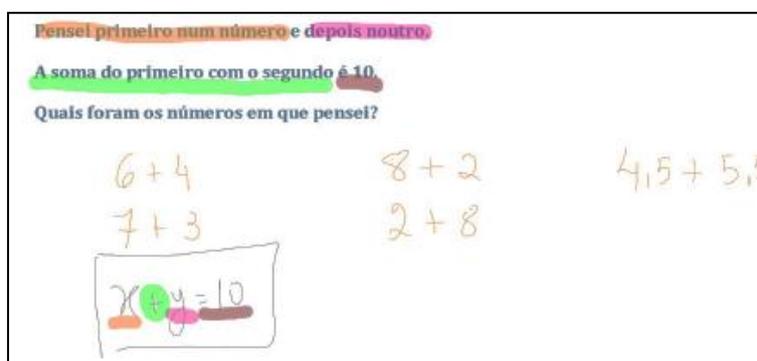


Figura 2: Utilização de marcadores transparentes coloridos na primeira informação do problema da tarefa A.

A vontade de participar na aula, característica vinculada nos alunos desta turma, impeliu a discussão que a professora ia tentando gerir da melhor forma, conduzindo-os para o seu objetivo:

A1: Tão e se a professora quisesse pôr em equação literal?

P: Olha, ouviram o que a Beatriz disse? E se eu quisesse colocar em equação literal? O que é aquilo [aponta para a equação]?

Vários alunos: É uma equação literal!

P: Eu tenho ali uma equação, certo? Porquê? Porque eu tenho ali uma igualdade onde está lá [pelo menos] uma incógnita. Mas quantos são os valores desconhecidos, quantas são as incógnitas?

A2: Duas.

P: Duas! É mais que uma! Então é uma equação quê?

Vários alunos: Literal.

P: É uma equação literal. Portanto, já tenho. Mas eu volto ao mesmo ponto... em que números pensei? [pausa] Acham que chega? Acham que só com isto conseguem lá chegar? Lembram-se do que a Cristina disse no início? O que é que a Cristina disse logo no início? Eu posso ter quê?

A3: Infinitas soluções.

P: Então vocês podem acertar nos números em que eu pensei?

A3: Não.

P: Podem, por uma questão de sorte! Vamos lá por tentativas.

Ao longo da discussão com toda a turma foram abordados vários aspetos, tais como a possibilidade da solução do problema não corresponder a números inteiros, a existência de um infinito número de soluções, a importância de equacionar corretamente um problema e definir as incógnitas e, finalmente, a necessidade de ter mais informação para resolver o problema, tendo-se registado um manifesto interesse e uma participação bastante ativa dos alunos. Notou-se uma grande preocupação da professora em atribuir importância a todas as intervenções dos alunos, em estabelecer ligações com a matéria que tinha lecionado anteriormente e em esclarecer a simbologia utilizada, usufruindo de algumas potencialidades do quadro interativo, como é o caso da utilização de marcadores transparentes coloridos.

Avançando para uma nova página do *flipchart* previamente elaborado, a professora acrescentou então uma nova pista ao problema (figura 3).

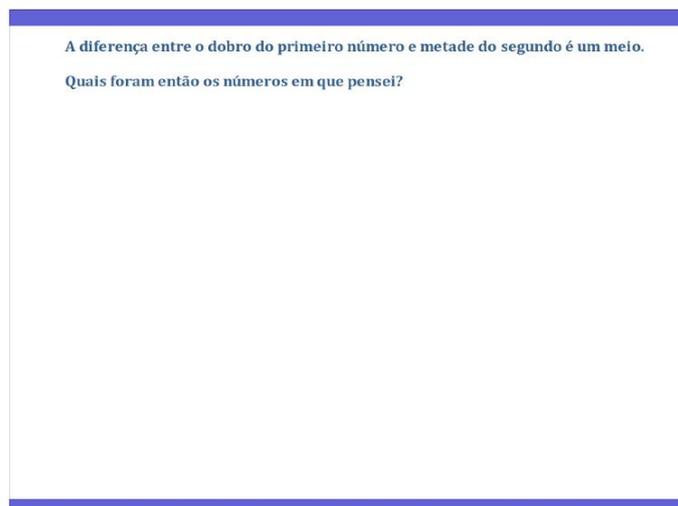


Figura 3: Apresentação da segunda informação do problema da tarefa A.

Depois de a professora ler a nova informação sobre o problema, o entusiasmo dos alunos dominou os momentos que se seguiram. Nos seus lugares, vários alunos tentaram chegar à solução, através de tentativas na calculadora.

Houve alguma dificuldade inicial em perceber que as duas informações estavam relacionadas. No entanto, as primeiras tentativas de equacionar esta parte do problema não tardaram a surgir.

A1: Professora, então e se for $2x - y$ sobre 2 igual a 10.

P: Igual a quê [e regista no quadro interativo a sugestão da aluna]?

A1: A dez!?

A2: Não, igual a um e meio.

P: Um e meio?

A3: Oh professora, no primeiro está lá a dizer a soma dos...

A2: Professora, então mas nós estamos a falar disto ou do outro ainda atrás?

A4: É o mesmo. Mas é um meio!

P: Olha, eu estou a falar dos mesmos números.

A1: Então é um meio.

P: Quantas informações é que eu vos dei?

A4: Duas.

P: Duas. A primeira, qual foi? Lembram-se ainda?

A1: Que somados davam 10.

P: O primeiro número mais o segundo em que eu pensei... a soma do primeiro com o segundo dava 10.

Na origem da dificuldade manifestada por alguns alunos em perceber que as duas informações diziam respeito ao mesmo problema poderão ter estado, por um lado, o facto de não saberem como as poderiam relacionar, uma vez que, até à data, só tinham trabalhado com problemas com uma condição e, por outro lado, a forma como se apresentou o problema, já que cada uma das informações surgiu numa página diferente do *flipchart*. Assim, a professora, depois de

esclarecer que se tratava de um só problema, revisitou a página anterior, com a primeira parte do problema, recapitulou o que foi feito e tentou estabelecer um paralelismo com o que teriam de fazer de seguida.

P: Conseguimos ou não representar esta informação [aponta para a primeira informação do problema]?

Vários alunos: Sim.

P: O que é que eu fiz aqui? Primeiro vocês chegaram lá facilmente... Depois o Bruno tinha alguma dificuldade em perceber isto e nós fomos sublinhando [refere-se ao problema em linguagem corrente] e sublinhámos o que estava escrito em linguagem simbólica. Então e se nós tentarmos fazer o mesmo? Não acham que é mais fácil? Vamos lá [muda para a página seguinte]...

Se eu chegasse aqui agora... Mas havia aqui outro braço no ar. Diz lá, Beatriz.

A1: Isso está bem, só que não vai dar dez, vai dar um meio.

P: Ora bem! Queres explicar?

A1: Não...

P: É assim, eu concordo com a Beatriz. [...] Quando eu falo aqui na diferença [e destaca essa parte da frase com um marcador transparente de cor castanha], como é que eu represento a diferença...?

Vários alunos: Menos.

P: Menos. Certo? [e destaca o operador com uma caneta de cor castanha] Concordam?

Vários alunos: Sim.

P: E agora digo o quê? [pausa] Entre... [muda a cor do marcador] o dobro do primeiro [e utiliza o marcador de cor roxa para destacar essa parte] [...]

P: O que é que representa o dobro do primeiro número?

A2: 2 x.

De forma bastante elucidativa e à semelhança do que fez na primeira parte do problema, a professora estabeleceu a associação entre a informação dada em linguagem corrente e a informação registada em linguagem matemática, através da utilização de diferentes cores, conforme se pode verificar na figura 4.

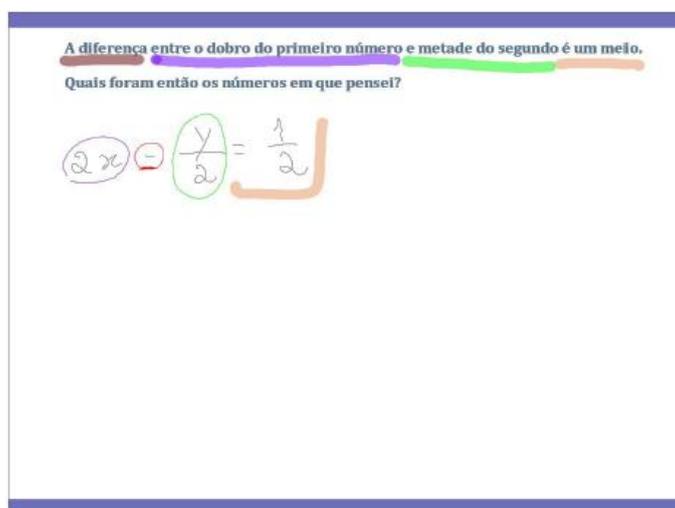


Figura 4: Utilização de marcadores transparentes coloridos na segunda informação da tarefa A.

Os alunos continuaram a manifestar o seu interesse e entusiasmo face à resolução do problema:

A1: A professora tem mais alguma informação para nos dar?

P: Já vamos ver...

Vários alunos: Oh, professora!

Quando a professora tentou apresentar as duas condições do problema numa mesma página do *flipchart*, para formalizar a noção de sistema de equações, surgiram algumas dificuldades em utilizar a funcionalidade “copiar e colar” do quadro interativo. A professora pretendia copiar o enunciado do problema, bem como cada uma das equações que o traduziam, e colar tudo numa nova página. No entanto, como não estava habituada a realizar tal procedimento e não estava a conseguir seleccionar tudo o que pretendia, optou por reescrever a informação na nova página.

Pelo facto de desconhecerem, nesse momento, a noção de sistema de equações, os alunos manifestaram alguma dificuldade em perceber como é que iriam resolver o problema com aquelas equações:

A1: Tão e se pusermos uma à frente da outra e resolvermos...

A2: Mas não dá! Porque vai ser... Olhe lá, o x mais o y e depois está o x menos o y. Tão, onde é que está nexo para isto!?

P: Espera, não ouvi. Não consegui perceber...

A2: Numa equação está lá x mais y e na outra já está dois x menos y sobre dois...

[...]

A3: ... em cada equação temos um [sinal de] igual. Nós não podemos ter dois iguais... na mesma equação, certo?

Depois de terem compreendido que cada uma das equações representava a respetiva condição do problema e após diversas tentativas de solucionar o problema, a professora sugeriu que se resolvesse uma das equações em ordem a uma das incógnitas.

P: Será que eu consigo, a partir desta equação [aponta para a equação $x + y = 10$], encontrar... ou resolver esta equação em ordem a um dos números? Eu tenho o primeiro número e o segundo número...

A1: Pode.

A2: Sim.

P: Como? Diz lá [e anota a sugestão do aluno].

A2: $x = 10 - y$.

A1: E ficava já assim!

P: O que é que eu acabei de fazer?

A1: Resolver a equação literal em ordem a x.

P: Eu tenho uma equação literal e resolvi-a em ordem a uma das incógnitas... neste caso em ordem a x. Diz lá, Leonor.

A3: Agora resolvemos a outra em ordem a x.

P: Posso fazer isso, também podia. Mas acham que é preciso?

A1: Não.

P: Porquê? O que é que eu posso já fazer? ... Olhem lá para ali... O que é que vocês sabem acerca do primeiro número?

A1: O primeiro número é igual a dez menos o segundo número.

P: Ora bem...

O passo seguinte foi rapidamente compreendido por uma aluna, que sugeriu substituir o x, na segunda equação, pela expressão encontrada:

A1: Tão e se, em vez de estar dois x, estar duas vezes aquela expressão [refere-se a $10 - y$]?
P: Ora... Olhem lá! O que é que ela acabou de dizer?! ... O que a Ana disse foi... Se eu tiver [altera a cor da caneta para destacar melhor o que pretende dizer]... Eu tenho aqui esta expressão [destaca a expressão $10 - y$], que representa o quê?

A1: O primeiro número.
P: Esta expressão não é mais nem menos do que o x. Pois não? Então eu aqui [aponta para a segunda equação], em vez deste x, posso colocar o quê?

A1: O primeiro número.

P: Esta expressão não é mais nem menos do que o x. Pois não? Então eu aqui [aponta para a segunda equação], em vez deste x, posso colocar o quê?

A2: $10 - x$.

[...]

A3: Então assim deixa de ser uma equação literal!

[...]

P: É que eu assim já consigo resolver e encontrar o segundo número [y]!

A resolução da segunda equação foi efetuada pela professora no quadro interativo, envolvendo a participação oral dos alunos. Antes de chegar à solução houve necessidade de selecionar todos os registos e diminuir o tamanho da letra, para que fosse possível concluir a resolução da equação na mesma página. Desta forma, utilizou-se a funcionalidade do quadro interativo que permite aumentar/diminuir objetos, mantendo-se uma boa legibilidade e possibilitando aos alunos um melhor acompanhamento de todos os passos implicados na resolução da equação, o que não seria possível de fazer caso se tratasse de um quadro tradicional. Nesta fase da aula, a utilização do quadro interativo baseou-se também no registo das sugestões dos alunos e, mais uma vez, na aplicação de diferentes cores, que contribuiu para a compreensão do processo de substituição (figura 5).

Descoberto o valor de y, foi bastante fácil, para eles, perceberem que teriam de efetuar a substituição na primeira equação, para conseguirem descobrir o valor de x e, finalmente, concluírem que o primeiro número era 2,2 e o segundo 7,8.

P: E agora, será que consigo encontrar o primeiro número?

Vários alunos: Sim! $10 - 7,8$.

Soma do 1º n° com o 2º n° é 10 \wedge A diferença do dobro do 1º n° com a metade do 2º é $\frac{1}{2}$.

$$\begin{cases}
 x + y = 10 \\
 2x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2}
 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x = 10 - y$
 $\Leftrightarrow x = 2,2$

$\Leftrightarrow 2(10 - y) - \frac{y}{2} = \frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow 20 - 2y - \frac{y}{2} = \frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow \frac{40 - 4y - y}{2} = \frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow 40 - 5y = 1$
 $\Leftrightarrow -5y = 1 - 40$
 $\Leftrightarrow -5y = -39$
 $\Leftrightarrow 5y = 39$
 $\Leftrightarrow y = \frac{39}{5}$
 $\Leftrightarrow y = 7,8$

Figura 5: Primeiro processo de resolução do problema da tarefa A.

Para garantir aos alunos que a solução do problema era realmente aquela, a professora revisitou a primeira página do *flipchart* e, utilizando a tinta mágica, revelou os números escondidos (figura 6). A reação dos alunos foi de satisfação e contentamento por coincidirem com os números que tinham descoberto.

Pensei primeiro num número e depois noutro.

A soma do primeiro com o segundo é 10.

Quais foram os números em que pensei?

$6 + 4$ $8 + 2$ $4,5 + 5,5$
 $7 + 3$ $2 + 8$

$x + y = 10$

2,2 7,8

Figura 6: Utilização da tinta mágica para revelar objetos escondidos na tarefa A.

Uma vez que o sistema foi resolvido enquanto conjunção de condições, a professora apresentou depois a representação usual e formalizou a noção de sistema de duas equações do primeiro grau com duas incógnitas (figura 7).

$$x + y = 10 \quad \wedge \quad 2x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2}$$

↓ Conjunção de condições

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \text{sistema de equações}$$

Figura 7: Registo da apresentação da noção de sistema de duas equações com duas incógnitas.

Consciente de que utilizou, na resolução do sistema, uma estratégia diferente da que havia sido planeada, e como forma de verificar se os alunos perceberam a lógica do procedimento efetuado, a professora decidiu resolver outra vez o problema, na forma mais habitual. Esta repetição implicou um maior dispêndio de tempo e, conseqüentemente, contribuiu para que a tarefa não fosse concluída naquela aula.

A resolução do sistema de equações foi feita pela professora no quadro interativo e envolveu a participação oral dos alunos, que continuaram a manifestar o seu interesse e colaboração. Salienta-se que, no início da resolução do sistema, os alunos sugeriram que se resolvesse a primeira equação em ordem a y , para verificarem se havia diferença no resultado final.

Durante a resolução do sistema de equações, a utilização do quadro interativo foi apenas rentabilizada pelo facto de a professora ter diminuído o tamanho da letra, possibilitando a sua conclusão na mesma página, já que, em termos de cores utilizadas, não se registaram diferenças significativas, face ao que se teria feito num quadro tradicional (figura 8). Foi, ainda, importante poder mostrar aos alunos as duas resoluções efetuadas, recuperando páginas anteriores, o que seria impossível de fazer com um quadro tradicional.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \\ 4x - 10 + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ 2x - \frac{10 - x}{2} = \frac{1}{2} \\ 4x - 10 + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ \frac{4x - 10 + x}{2} = \frac{1}{2} \\ 4x - 10 + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ 5x - 10 = 1 \\ 4x - 10 + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ 5x = 11 \\ 4x - 10 + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ x = \frac{11}{5} \\ 4x - 10 + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 2,2 \\ x = 2,2 \\ z = 2,2 \end{cases}$$

Solução é $(2,2; 7,8)$

Figura 8: Segundo processo de resolução do problema da tarefa A.

Relativamente à apresentação da solução do sistema de equações, a professora tentou envolver os alunos na discussão.

P: Eu posso dizer que as soluções deste problema [...] são 7,8 e 2,2. Posso dizer por esta ordem, assim como eu disse?

A1: Não.

A2: Porque o x é 2,2. Esse é o primeiro.

P: Como é que vocês acham que vem a solução de um sistema de equações?

[...]

P: ... a solução é... É o quê?

A2: 2,2...

A3: ... e...

A4: ... mais 7,8.

A2: Não. Um pontinho e uma vírgula, 7,8.

P: Um pontinho e uma vírgula, porquê? O que é que tu estás a querer representar?

A2: Um par ordenado.

A3: E agora dentro de parêntesis.

Ao longo da aula, foi notória a preocupação da professora em concentrar a atenção dos alunos no quadro interativo, sem permitir quebras no ritmo da aula que poderiam surgir se, por exemplo, tivesse de esperar que os alunos registassem as informações no caderno.

P: Nem precisam de estar a passar agora. Irão passar algumas coisas para o caderno, na altura devida. Agora, quero a vossa atenção aqui. Pode ser?

Com o tempo praticamente a chegar ao fim, a professora não procedeu à verificação da solução do sistema de equações, nem conseguiu recapitular e sintetizar todos os passos envolvidos na resolução do problema, como tinha pensado. Acusando algum nervosismo por não conseguir cumprir o que tínhamos planeado, apenas se limitou a tecer uma breve conclusão, pouco consistente:

P: Conclusão: o que é um sistema de equações?
A1: É isso tudo que está aí!
A2: Deixe-me lá pensar!
A3: Eu percebi...
P: Quantas equações temos no sistema?
Vários alunos: Duas.
A3: São duas equações com duas incógnitas.
P: Duas equações com as mesmas incógnitas. O que é que está relacionado?
A3: As incógnitas.

No final da aula a professora procedeu à gravação, no computador, do ficheiro resultante e comprometeu-se em enviá-lo, em formato *pdf*, para os alunos através de *e-mail*.

Após a aula, em reunião entre a professora e a investigadora, decidiu-se retomar a tarefa A na aula seguinte, com vista a consolidar melhor as aprendizagens iniciadas.

Com base no *flipchart* que resultou da primeira aula, efetuaram-se pequenas alterações e preparou-se o ficheiro que iria ser utilizado no dia seguinte.

A segunda aula de aplicação da tarefa A foi iniciada pela professora retomando o que havia sido feito na anterior:

P: O que é que foi feito? Tudo o que aqui está foi aquilo que nós fizemos na última aula. Vamos só recapitular...

Revisitando todas as páginas, a professora foi recapitulando todos os passos seguidos na resolução do problema. Os alunos mostraram-se bastante atentos, no entanto, desta vez, a sua participação foi pouco solicitada pela professora. Pela primeira vez nas suas aulas, beneficiou da possibilidade de recuperar e reutilizar um ficheiro produzido numa aula precedente, o que permitiu uma rápida recapitulação e síntese do que havia sido feito, acelerou o ritmo da aula e, conseqüentemente, contribuiu para uma gestão do tempo mais eficaz. Estes foram, de facto, os aspetos que mais se evidenciaram nesta aula e que marcaram a diferença em relação a uma aula com recurso ao quadro tradicional.

Relativamente à verificação da solução encontrada para o problema, a professora conseguiu novamente estabelecer alguma interação com os alunos, embora tenha colocado perguntas simples, que originaram respostas curtas:

P: Eu agora quero verificar que afinal o que eu fiz estava certo... Como é que eu poderia fazer?... Diz João...
A1: Temos de usar o x mais y igual a 10 e depois substituímos o x por 2,2 e o y por 7,8.
[...]
P: Concordam? [registra no quadro interativo a sugestão do aluno]

Vários alunos: Sim.

P: Será que chega?

Vários alunos: Não.

P: Então o que é que falta?

A2: A de baixo.

P: Então tenho de fazer o mesmo na equação de baixo, é isso?

Para facilitar melhor a compreensão dos alunos sobre a substituição dos valores de x e de y, a professora utilizou canetas com cores distintas (figura 9).

Verificação

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Solução é } \begin{pmatrix} 2,2 & 7,8 \\ x & y \end{pmatrix}$$
$$\begin{cases} 2,2 + 7,8 = 10 \\ 2 \times 2,2 - \frac{7,8}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = 10 \\ 4,4 - 3,9 = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = 10 \quad (V) \\ 0,5 = 0,5 \quad (V) \end{cases}$$

(2,2; 7,8) é solução do sistema.

Figura 9: Utilização de canetas coloridas na verificação da solução do problema da tarefa A.

Repetindo a estratégia anteriormente utilizada, verificou-se que o par (6; 4), escolhido pelos alunos de entre as primeiras tentativas que sugeriram para dar resposta ao problema, não era solução do sistema (figura 10).

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ x & y \end{pmatrix} \quad ???$$
$$\begin{cases} 6 + 4 = 10 \\ 2 \times 6 - \frac{4}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = 10 \\ 12 - 2 = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = 10 \quad (V) \\ 10 = 0,5 \quad (F) \end{cases}$$

(6; 4) não é solução do sistema.

Figura 10: Utilização de canetas coloridas para verificar se outro par ordenado era solução do problema da tarefa A.

Esclarecidas todas as dúvidas, seguiu-se a resolução de exercícios do manual, durante a qual se revisitaram páginas do ficheiro com a resolução da tarefa A, de modo a recordar alguns dos procedimentos adotados. Acrescenta-se que, só nesta parte da aula é que os alunos foram convidados a ir ao quadro interativo, embora o tenham utilizado como um quadro tradicional.

Síntese

Embora tenha sido desenvolvida em duas aulas, a tarefa A envolveu três fases distintas. As duas primeiras fases (apresentação e resolução/discussão da tarefa, respetivamente) ocorreram na primeira aula e a terceira (síntese da tarefa) ocorreu na segunda.

Na primeira fase procedeu-se à apresentação oral da tarefa aos alunos e complementarmente no quadro interativo. O problema apresentado serviu para desafiar e entusiasmar os alunos, o que contribuiu positivamente para o desenvolvimento da segunda fase da aula.

Na segunda fase promoveu-se a discussão orientada na turma, baseada no diálogo entre a professora e os alunos e entre os alunos entre si. Através da análise e resolução conjunta do problema desta tarefa, introduziu-se a noção de sistema de equações do 1.º grau com duas incógnitas e o método de resolução de sistemas por substituição. Os alunos participaram e colaboraram positivamente na resolução da tarefa e, conduzidos pela professora, chegaram às conclusões pretendidas.

Na terceira fase foram recapitulados os vários passos seguidos na resolução do problema recorrendo ao *flipchart* que resultou da aula anterior e procedeu-se à síntese das principais aprendizagens realizadas.

Esta tarefa permitiu introduzir novos conteúdos, não de forma expositiva, mas mediante a interação com os alunos, sustentada no diálogo e recorrendo ao quadro interativo para alcançar os objetivos delineados.

Na implementação da tarefa A, mais concretamente na fase de resolução e discussão, a ação da professora foi fundamental ao nível do esclarecimento de dúvidas, do controlo das intervenções dos alunos e da promoção do diálogo, bem como das interações em sala de aula. Notou-se uma grande preocupação da professora em aproveitar e valorizar todos os contributos dos alunos. Destacaram-se sobretudo as interações professora-aluno, uma vez que as interações aluno-aluno ocorreram com menos frequência. Os alunos mantiveram-se sempre envolvidos na tarefa e com a atenção centrada no quadro interativo. Da parte da professora,

houve dificuldade em gerir o tempo disponível, elevar o grau de questionamento e criar um nível de interatividade mais profundo devido, sobretudo, ao seu pouco à vontade com metodologias mais direcionadas para o ensino exploratório da Matemática. Embora os alunos e a professora tenham interagido colaborativamente na construção do conhecimento através do diálogo, as questões colocadas foram relativamente diretas, o que exigiu respostas efetivamente curtas. Assim, de acordo com a escala apresentada no quadro 1, pode considerar-se que foi atingido o terceiro nível de interatividade.

O quadro interativo constituiu um elemento facilitador do desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula. A sua utilização concretizou-se na exploração de diversas funcionalidades, que se apresentam resumidas no quadro 4.

Quadro 4: *Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa A.*

Funcionalidades do quadro interativo utilizadas:
<ul style="list-style-type: none">• Acesso a um recurso digital previamente preparado;• Registo e anotação de respostas e sugestões;• Escrita com cores diversas (canetas coloridas);• Destaques com cores diversas (marcadores transparentes coloridos);• Diminuição/aumento de dimensões de objetos;• Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula;• Efeito de esconder e revelar objetos utilizando a tinta mágica;• Gravação de anotações e sugestões.

Apesar de não ter havido interação física dos alunos com o quadro, este foi eficazmente utilizado pela professora e contribuiu para agilizar a interação dialógica na sala de aula.

A apresentação e exploração da tarefa no quadro interativo permitiram concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco e contribuíram também para o aumento da sua motivação, bem como do seu interesse.

O registo e anotação de respostas dos alunos resultantes da interação conseguida pela professora através do diálogo permitiram a construção conjunta e cumulativa de um produto comum à turma. O recurso ao quadro interativo serviu de estímulo e suporte ao desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicações dos alunos.

Para além disso, a utilização da cor permitiu o destaque de partes específicas da resolução da tarefa, aumentou o estímulo visual e facilitou a compreensão dos procedimentos utilizados, bem como do problema em geral.

A diminuição dos registos efetuados no quadro interativo permitiu a visualização de todo um processo numa só página, mantendo-se uma boa legibilidade e possibilitando aos alunos um melhor acompanhamento de todos passos implicados na resolução da tarefa.

Na segunda aula de implementação desta tarefa foi possível reutilizar o ficheiro produzido anteriormente, o que permitiu a recuperação das aprendizagens realizadas, uma rápida recapitulação e síntese do que havia sido feito, acelerando o ritmo da aula e, consequentemente, contribuindo para uma gestão do tempo mais eficaz.

A utilização da tinta mágica para revelar a solução do problema entusiasmou os alunos, os quais manifestaram satisfação e contentamento.

A disponibilização aos alunos do ficheiro resultante da aula num formato *standard (pdf)*, que não requer a instalação do *software* do quadro interativo, e o seu envio através de *e-mail* contribuíram de maneira transversal para desenvolver as suas competências em TIC e, por outro lado, permitiu que se mantivessem mais atentos durante a exploração da tarefa, libertando-os do registo de informações no caderno diário.

No quadro 5 apresenta-se a síntese relativa aos contributos da utilização do quadro interativo para agilizar a interação dialógica na sala de aula, durante a implementação da tarefa A.

Quadro 5: *Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa A.*

A utilização do quadro interativo permitiu:
<ul style="list-style-type: none">• Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco;• Aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação;• Destacar partes específicas da resolução da tarefa;• Disponibilizar toda a informação registada aos alunos;• Dar suporte ao desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicações dos alunos;• Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma;• Recapitular e sintetizar as ideias com facilidade;• Aumentar o ritmo da aula;• Recuperar aprendizagens realizadas em aulas precedentes e reutilizar os ficheiros produzidos.

Tarefa B: O sistema de equações da Maria

A tarefa B (Anexo 4) incidiu sobre o tópico “Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas” e aplicou-se no dia 15 de março de 2012, numa aula de 45 minutos. Nesta tarefa os alunos tinham de analisar e comentar um episódio que envolvia um sistema de equações, cuja resolução apresentava diversos erros, embora a solução final estivesse correta.

A professora iniciou a aula apresentando a tarefa aos alunos em suporte de papel:

P: Hoje, a tarefa que tenho preparada para vocês, vou-vos entregar e vão ter que analisar o que está aqui nesta folhinha com o vosso colega do lado. Está bem? Com o colega do lado, só com o colega do lado! E depois vamos discutir todos juntos. Vou entregar e podem começar a ler com atenção! Não vou fazer nada nem ler nada, vocês é que vão ler e analisar o que está aqui.

No início os alunos ficaram um pouco atrapalhados, pois não estavam muito habituados àquele tipo de abordagem. Queriam logo começar a participar e a professora teve de reforçar que queria que discutissem primeiro a pares e só depois, com a turma toda. Enquanto tomavam conhecimento da tarefa, ouviam-se alguns comentários:

A1: Isto está tudo mal!

A2: Professora! Está aqui um erro...

Envolvidos na proposta de trabalho que lhes foi distribuída, os alunos analisaram a resolução do sistema e começaram a identificar os erros que iam encontrando. Curiosamente, nenhum dos pares começou por resolver o sistema e comparar com o que estava a ser apresentado na tarefa. A maior parte dos alunos identificou os erros de forma aleatória, não se notando a sua preocupação em seguir um fio condutor. Alguns alunos começaram pela verificação da solução do sistema e concluíram que estava correta.

Passado algum tempo, depois de verificar que a maioria dos pares já tinha encontrado quase todos os erros e começavam a querer conversar uns com os outros para compararem os erros encontrados, a professora apresentou a tarefa no quadro interativo através de um *flipchart* previamente elaborado e deu início à discussão.

P: Vamos lá parar e pensar um bocadinho todos juntos. O que é que aconteceu aqui?... Braços no ar! Diz lá, Beatriz.

A1: A Maria esqueceu-se de multiplicar o que está dentro de parênteses...

P: Estás-me a dar um pormenor... Eu quero saber o episódio! O que é que aconteceu aqui?

Vários alunos: Está tudo mal!

P: [...] A Maria resolveu o sistema de equações... chegou ao fim e foi fazer o quê?

Vários alunos: Uma verificação.

P: E o que é que ela disse?

A2: Que era verdadeira.

P: Vamos lá ver. Qual é a vossa opinião? Diz lá, Leandro?

A3: Que é mentira!

Na opinião da maioria dos alunos, a resolução do sistema estava errada. No entanto, tinham alguma dificuldade em fundamentar os seus raciocínios e apresentar as suas ideias encadeadas na argumentação. Esta situação verificou-se sobretudo no início da exploração da tarefa em grande grupo, quando começaram por apresentar um dos últimos erros do sistema resolvido, provavelmente por ser um erro de cálculo numérico, mais facilmente identificável.

P: [...] O que é que tu disseste Beatriz?

A1: Que a solução estava bem mas a equação [refere-se ao sistema de equações] estava mal.

P: E a Maria parece-me que não concordou... A Beatriz disse “a solução está bem” e tu perguntaste “a solução está bem?”.

A2: Eu acho que não está.

A4: Professora? [coloca o braço no ar]

P: Espera. Deixa-me entender porquê? Diz, Maria.

A2: Esta conta aqui em baixo [aponta para o último passo da resolução do sistema]... isto está tudo mal...

P: Diz lá [aponta para A3].

A4: Desde quando é que $-1 + 3$ dá -4 ?

Na sequência da intervenção anterior, a professora decidiu utilizar o quadro interativo para poderem organizar melhor as ideias e solicitou a participação de vários alunos na identificação dos erros com marcadores transparentes coloridos, promovendo a sua interação física com o quadro. O primeiro erro sugerido foi destacado por um aluno com um marcador de cor amarela.

P: Então vamos lá ver uma coisa... Pega lá na caneta, vai lá ao quadro... Agora quero ouvir o Cristian e se vocês tiverem alguma coisa a dizer sobre o que o Cristian vai fazer, se faz favor, levantem o braço. Qual é a tua opinião?

A4: Isto aqui não dá -4 [no quadro interativo sublinha a equação $y=-1+3$].

P: Não dá -4 porquê?

A4: Dá 2.

Ao verificar que aquele era um dos últimos erros cometidos, uma aluna resolveu intervir.

A5: Mas logo no início aquilo está mal...

P: Então esperem lá. A Cristina está aqui a dizer outra coisa qualquer. Passa lá [a caneta] à Cristina. A Cristina diz que logo no início está mal. Vai lá, Cristina, se faz favor. Diz lá, qual é a tua opinião?

A5: Os sinais.

P: Então faz a mesma coisa que o Cristian fez. Se não te importas, pega no marcador e assinala lá o que achas que está errado.

A5: É isto! [seleciona o marcador e assinala a verde a equação $y=2x+3$, no terceiro passo da resolução do sistema]

P: O que é que tinha de acontecer aí? Diz lá a tua opinião.

A5: Se isto vai mudar [de membro] dá -3 [aponta para o QI].

P: Iria ficar como? $2x...$

Vários alunos: -3.

Após terem sido esclarecidos quanto à falha do princípio de equivalência de equações (adição), indicaram de seguida o erro que resultou da incorreta aplicação da propriedade distributiva, o qual foi destacado a vermelho.

A6: É aqui! [aponta para a segunda equação e utiliza o marcador de cor vermelha para destacar o erro identificado] É porque, para tirar os parênteses, tinha que fazer o 2 vezes x e o 2 vezes $-3...$ e aqui está $2x$ mas, em vez de -3 , devia estar -6 .

Seguiu-se a identificação da falta de parênteses ao substituir o valor de x na primeira equação, erro assinalado com o marcador de cor roxa.

O erro que se seguiu não foi detetado por nenhum par de alunos, durante o trabalho autónomo. Dizia respeito à substituição de y pela expressão correspondente, na segunda equação e surgiu apenas quando uma aluna questionou o aparecimento do termo $-4x$, no quarto passo da resolução do sistema, tendo ocasionada um novo momento de interação entre os alunos da turma.

A1: Ali onde está -4 , $2x-3-4...$ [refere-se a $2x-3-4x+3=1$], então onde é que ela vai buscar o -4 ?

[...]

P: Coloca lá outra cor, que é para nós percebermos melhor. [a aluna destaca o $-4x$ com o marcador de cor azul]

[...]

P: Todos concordam com aquele erro?

Vários alunos: Sim.

[...]

A7: Ela foi buscar aquele $4x$ lá acima.

P: Vai lá explicar, João. Mas agora para explicares, se calhar é melhor pegares mesmo na caneta, para não ficar tão grosso.

A7: Ela pegou aqui nesta equação [sublinha $y=2x+3$ no quarto passo da resolução do sistema], e foi metê-la aqui [refere-se à equação de baixo]. Mas como aqui estava $-2y$, multiplicou por 2 e foi dar $4x+3$. Só que não multiplicou também o 3.

P: Então vamos lá ver. O que a Beatriz assinalou, pelo menos $-4x$, seria um erro ou não?

Vários alunos: Não.

P: O que é que vocês acham?

A7: É um erro, mas o erro é aqui este bocado todo [aponta no quadro para $-4x+3$, na 2ª equação do quarto passo da resolução].

P: Mas o $4x$ está errado ou não?

A7: Não.

P: Então onde é que está o erro?

A7: No 3.

Ao verificar que alguns alunos continuavam com dúvidas relativamente ao processo de substituição, a professora procurou reforçar a interação entre eles, sem intervir diretamente na explicação.

P: Ana, ajuda lá o João, se faz favor. Levanta-te lá e vai lá ajudar o João. É assim, o que é que está a acontecer aqui? [...] Nós já temos ali muita cor e muita coisa escrita e há aqui quem esteja com alguma dificuldade em perceber... Vejam lá aí com essas cores, se vocês conseguem que os vossos colegas percebam a vossa ideia.

A8: O que eu entendo que ele está a dizer, é que foi arranjar esta expressão [aponta para $-4x+3$ na equação $2x-3-4x+3=1$] ao substituir este y [aponta para o y da equação $2x-3-2y=1$] por esta expressão [$2x+3$].

[...]

P: Marca lá aí que é para ver se eles entendem melhor.

A8: Aquela expressão [sublinha $2x+3$] veio substituir este y [na equação $2x-3-2y=1$] [...], mas aqui ela não fez os passos todos... porque ali já está resolvido [$2x-3-4x+3=1$].

P: Pedro, queres ajudar?

A9: Devia ser: 2, abre parênteses, $2x+3$, fecha parênteses.

A8: Era isso que eu estava a dizer. Ela não fez aqui os passos todos.

A utilização das cores e o apoio visual sustentado pelo quadro ajudaram os alunos a explicar as suas ideias e, conseqüentemente, a que os restantes alunos compreendessem as suas explicações.

Apresenta-se abaixo a figura com o resultado final da identificação dos erros com os marcadores transparentes coloridos.

Resolução da Maria

$$\begin{cases} y+3=2x \\ 2(x-3)-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y+3=2x \\ 2x-3-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+3 \\ 2x-3-2(2x+3)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+3 \\ 2x-3-4x-6=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+3 \\ -2x-9=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+3 \\ -2x=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+3 \\ x=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

Verificação

$$\begin{cases} -4+3=2\left(-\frac{1}{2}\right) \\ 2\left(-\frac{1}{2}-3\right)-2(-4)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1=-1 \\ -2+8=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1=-1 \checkmark \\ 1=1 \checkmark \end{cases}$$

Figura 11: Utilização de marcadores coloridos na identificação de erros, na tarefa B.

Os alunos facilmente se entusiasmaram e, cada vez que terminava a identificação de um erro, queriam ir ao quadro interativo identificar outros.

A6: Professora, eu tenho outro erro!

A4: Eu também!

A2: Eu!

A8: Eu também tenho outro!

[...]

A12: Professora, eu tenho dois.

A2: Eu tenho outro... Posso ir fazer?

O recurso aos marcadores transparentes coloridos permitiu identificar, claramente, cinco dos seis erros que se pretendiam assinalar. Questionados acerca da existência de outros erros, os alunos não se manifestaram. A professora insistiu com a verificação do sistema.

P: A Maria tinha razão ou não? Ela resolveu, foi fazer a verificação... Bateu certo ou não?

A7: Sim.

A5: Professora, se calhar fez, mas foi de uma outra maneira.

P: Então quer dizer que isto tudo estava bem...

A7: Não.

A5: Não sei.

P: Então se fez uma outra maneira, mas, pronto, pode ter ido por outro caminho e até estar certo na mesma...

A5: Ou então foi por coincidência.

[...]

A8: Isso foi sorte, ter dado isso.

Alguns alunos não pareciam muito convictos, mostrando-se até um pouco baralhados, pois tinham efetuado a verificação e concluído que estava correta. No entanto, a professora não queria terminar a discussão e confirmar as respostas dos alunos. Queria antes desafiá-los e fazer com que chegassem, por eles próprios, às conclusões pretendidas. Faltava ainda detetar o erro no par ordenado apresentado como solução do sistema e proceder à correção de todos os que foram assinalados.

P: Então mas afinal, está certo ou não?

A10: Está certo, mas...

A4: A verificação está certa, mas a equação [o sistema] está mal.

A7: A equação [o sistema] vai dar o resultado que nós queremos.

Foi, então, pedido aos alunos que efetuassem a correção do sistema no quadro interativo. A professora copiou o esquema de resolução da Maria, com os erros identificados pelos alunos, para outra página do flipchart, mas teve alguma dificuldade a realizar este procedimento. Prontamente os alunos tentaram ajudar, mostrando o seu à vontade com esta tecnologia.

A11: A professora quer fazer o quê?
P: Duplicar é ali, não é?
A12: Professora, está ali. Naquelas duas folhas brancas.
A11: Experimente lá, professora!

A correção do sistema fez-se na mesma página onde a professora colou a imagem que transportou da página anterior, para poderem estabelecer comparações. Para isso, a imagem teve de ser redimensionada e foi utilizado, pela primeira vez, o revelador do quadro interativo. A primeira reação dos alunos foi de surpresa: “Isso é o quê?!”, diziam uns para com os outros. A professora explicou que, à medida que fossem avançando na correção, teriam de baixar o revelador e comparar com o que tinha sido feito pela Maria. A utilização desta ferramenta foi vantajosa, na medida em que permitiu que os alunos se concentrassem mais em cada passo da resolução do sistema, compreendendo melhor os erros cometidos.

Cada passo da resolução do sistema foi efetuado por um aluno diferente. Desta forma, os alunos mantiveram-se atentos à correção e curiosos em relação à solução que iriam obter. Salienta-se que, conforme foi referido, durante a análise e discussão da tarefa em pequenos grupos, nenhum dos pares avançou para a correção do sistema, limitando-se a identificar os erros e a sugerir o que deveria ter sido feito e/ou a analisar a verificação da solução.

Na figura seguinte apresenta-se a resolução do sistema de equações efetuada pelos alunos.

The image shows a student's handwritten work on a grid background, solving a system of linear equations. The equations are $y+3=2x$ and $2(x-3)-2y=1$. The student uses various colored markers (red, blue, green) to highlight and explain each step. The work includes:

- Initial equations: $y+3=2x$ and $2(x-3)-2y=1$.
- Substitution: $y=2x-3$ is derived from the first equation.
- Substitution into the second equation: $2(x-3)-2(2x-3)=1$.
- Simplification: $2x-6-4x+6=1$, leading to $-2x=1$.
- Solving for x: $x=-\frac{1}{2}$.
- Substitution back into the first equation: $y=2(-\frac{1}{2})-3$, leading to $y=-4$.
- Final solution: $S = \{(-\frac{1}{2}, -4)\}$.

Figura 12: Resolução do sistema de equações, efetuada pelos alunos, na tarefa B.

O primeiro aluno a ir ao quadro interativo resolveu a primeira equação em ordem a y, aplicou a propriedade distributiva na segunda equação para desembaraçar de parênteses e substituiu logo o y pela expressão encontrada na primeira equação. A sua explicação foi acompanhada da utilização de canetas coloridas, nomeadamente na aplicação da propriedade distributiva (cor laranja, na Figura 12) e na substituição de y pela expressão encontrada na primeira equação

(cor verde, na Figura 12). O resto do sistema foi resolvido por outros alunos, os quais iam baixando o revelador e comparando a sua resolução com a que tinha sido apresentada no enunciado da tarefa, conforme se exemplifica na figura 13.

The image shows handwritten mathematical work on a whiteboard. It starts with a system of equations: $y+3=2x$ and $2(x-3)-2y=1$. The student isolates $y=2x-3$ from the first equation. This is substituted into the second equation: $2(x-3)-2(2x-3)=1$. This simplifies to $2x-6-4x+6=1$, which then leads to $-2x=1$ and $x=-\frac{1}{2}$. The final solution is presented as $y=2x-3$ and $x=-\frac{1}{2}$.

Figura 13: Utilização do revelador na resolução do sistema de equações, na tarefa B.

O interesse dos alunos em participar era notório e, para a professora, o mais difícil foi escolher os alunos para irem utilizar o quadro interativo, pois todos queriam fazê-lo.

P: Maria, vai lá fazer o próximo passo.

Vários alunos: Oh!!!

A8: Não posso ir eu, professora?

A10: Quero ir eu!

A determinação da solução do sistema originou a descoberta do último erro apresentado no enunciado, que foi detetado por uma aluna. A professora retrocedeu para a primeira página do *flipchart*, que continha a verificação da solução encontrada, e pediu à aluna para explicar o que se passou.

A8: Quando nós apresentamos um par ordenado o primeiro número que vem é o x e o segundo é o y. Só que ela... o x que ela foi encontrar é $-\frac{1}{2}$ e aqui está -4; e o y que ela foi encontrar é -4 e aqui está $-\frac{1}{2}$. Ou seja, está trocado!

P: E depois quando foi fazer a verificação, como é que ela substituiu?

A12: Aquilo está tudo mal.

P: Substituiu bem ou mal?

Vários alunos: Mal.

P: [Atendendo aos valores que colocou no par ordenado] o que é que ela pôs no lugar do y [aponta para o quadro interativo].

Vários alunos: O [valor de] x.

P: Estava mal ali [no par ordenado]. Ela aqui foi meter os resultados certos [obtidos pela resolução do sistema], mas não obedeceu ao que tinha no par ordenado. Foi isso, não foi?

A7: Mas está certo de acordo com o que resolveu...

P: Ela realmente aqui [aponta para a verificação] foi colocar o valor do y que estava aqui [aponta para o valor obtido no último passo da resolução do sistema]. Mas se tivesse apenas olhado para o par ordenado, a verificação também estava feita de forma errada.

Com o aproximar do final da aula, os alunos mostraram-se mais agitados. Acusando alguma dificuldade na gestão do tempo de aula, a professora teve de lhes pedir para ficarem mais um pouco depois do tempo previsto, para poder efetuar a síntese da tarefa.

P: [...] Conclusão! O que é que vocês acham? [...] Basta só fazer a verificação? Acham? Só com a verificação podemos concluir que está tudo certo?

Vários alunos: Não.

P: Há aqui uma quantidade de erros que vocês cometem... também no dia-a-dia. Portanto, atenção a isto! Atenção à verificação! Atenção à forma como apresentam o par ordenado... Está bem? Portanto, a Maria obteve o resultado certo mas, pelos erros que cometeu, está longe de saber resolver sistemas corretamente!

Apesar de os alunos terem corrigido o sistema nos seus cadernos, no final da aula a professora procedeu à gravação, no computador, do ficheiro resultante e comprometeu-se em enviá-lo, em formato *pdf*, através de *e-mail*.

Síntese

A aula de implementação da tarefa B envolveu quatro fases distintas.

Na primeira fase procedeu-se à apresentação da tarefa aos alunos, em suporte de papel, não tendo sido utilizado o quadro interativo. Após a leitura da tarefa, os alunos mostraram-se entusiasmados e participativos, havendo necessidade de a professora controlar as suas intervenções, já que pretendia que discutissem primeiro a pares e só depois, com a turma toda.

A segunda fase da aula consistiu na realização da tarefa apresentando-se os alunos bastante envolvidos e empenhados na proposta de trabalho que lhes fora atribuída. Começaram por analisar a resolução do sistema apresentado e identificaram rapidamente os erros cometidos.

Na terceira fase, a discussão da tarefa promovida pela professora em pequenos grupos foi alargada à turma. Durante a discussão coletiva, registou-se novamente uma boa adesão dos alunos, que participaram espontaneamente e quando solicitados, usufruindo do quadro interativo para destacar os erros encontrados e, num segundo momento, para proceder à correção do sistema. Da parte da professora houve uma grande preocupação em envolver os alunos na discussão, estimulando a interação entre eles. O facto de a professora ter permitido

que a maioria dos alunos interagisse com o quadro interativo, fazendo uso de algumas das suas funcionalidades, contribuiu para aumentar o seu interesse e participação na discussão em grande grupo. Ainda que orientados pela professora na escolha das funcionalidades do quadro interativo, revelaram bastante facilidade na sua utilização.

A quarta e última fase envolveu uma breve síntese da tarefa feita pela professora, que alertou os alunos para os erros comuns na resolução de sistemas de equações, mantendo visíveis perante a turma todos os registos e anotações efetuados durante a aula, no *flipchart*.

Na implementação da tarefa B, mais concretamente na fase de discussão, a ação da professora foi essencial para controlar a participação dos alunos, promover o diálogo e as interações em sala de aula, bem como para gerir as intervenções dos alunos junto do quadro interativo. Houve um esforço da parte da professora para que prevalecessem as interações do tipo aluno-aluno. Da sua parte houve sempre a preocupação em reforçar a interação entre eles, sem intervir diretamente nas suas explicações e dando oportunidade para que debatesses e completassem as suas ideias, de modo a apresentarem diferentes pontos de vista e chegassem, por eles próprios, às conclusões pretendidas. Os alunos mostraram-se muito interessados e participativos na discussão, tendo o seu entusiasmo aumentado consideravelmente com a exploração da tarefa no quadro interativo. Deste modo, de acordo com a escala apresentada no quadro 1, pode considerar-se que foi atingido o quarto nível de interatividade.

O quadro interativo constituiu um elemento facilitador do desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula. A sua utilização concretizou-se na exploração de diversas funcionalidades, que se apresentam resumidas no quadro 6.

Quadro 6: *Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa B.*

Funcionalidades do quadro interativo utilizadas:
<ul style="list-style-type: none">• Acesso a um recurso digital previamente preparado;• Escrita com cores diversas (canetas coloridas);• Destaques com cores diversas (marcadores transparentes coloridos);• Registo e anotação de respostas e sugestões;• Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula;• Diminuição/aumento de dimensões de objetos;• Efeito de esconder e revelar informações utilizando o revelador;• Gravação de anotações e sugestões.

De acordo com a especificidade da tarefa B, a utilização do quadro interativo na sua discussão foi, desde logo, uma mais-valia, por permitir a apresentação condensada da situação, sem se perder tempo com a cópia de elementos relevantes, e por permitir a acumulação de vários registos numa imagem visualizada por todos. Desta forma, os alunos puderam clarificar melhor as suas ideias, à medida que a correção ia sendo efetuada.

A partilha da mesma situação de trabalho no quadro interativo e a exploração conjunta da tarefa permitiram concentrar a atenção dos alunos para o mesmo ponto, o que ajudou a promover a interação entre eles. O recurso ao revelador também contribuiu para focar os alunos na situação, em particular, facilitou a comparação entre os procedimentos incorretos apresentados no enunciado e os procedimentos corretos que se efetuaram depois, destacando partes específicas da resolução da tarefa. Por outro lado, a diminuição dos registos efetuados no quadro interativo também facilitou a comparação de procedimentos, já que permitiu a sua visualização na mesma página.

A interação física dos alunos com o quadro interativo contribuiu para aumentar a sua motivação, o que se refletiu no seu interesse e participação na discussão em grande grupo. O registo e anotação das suas respostas permitiram a construção conjunta e cumulativa de um produto comum à turma. O recurso ao quadro interativo serviu de estímulo e suporte ao desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicações dos alunos.

A utilização da cor permitiu aumentar o estímulo visual e promoveu a compreensão das várias etapas percorridas durante a resolução da tarefa.

A visualização e recuperação de informações escritas em páginas anteriores facilitaram a recapitulação e síntese de ideias, que ocorreram no final da aula.

Por último, a disponibilização aos alunos do ficheiro resultante da aula (em *pdf*) e o seu envio através de *e-mail* contribuíram de maneira transversal para desenvolverem as suas competências em TIC e poderá ter contribuído para recordarem mais facilmente as aprendizagens realizadas na aula.

No quadro 7 apresenta-se a síntese relativa aos contributos da utilização do quadro interativo para agilizar a interação dialógica na sala de aula, durante a implementação da tarefa B.

Quadro 7: Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa B.

A utilização do quadro interativo permitiu:
<ul style="list-style-type: none">• Economizar tempo (usado depois durante a discussão da tarefa);• Aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação;• Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco;• Destacar partes específicas da resolução da tarefa;• Dar suporte ao desenvolvimento das ideias e raciocínios dos alunos;• Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma;• Recapitular e sintetizar as ideias com facilidade;• Disponibilizar toda a informação registada aos alunos.

Tarefa C: O cavalo e o burro

A tarefa C (Anexo 5) consistiu na resolução de um problema no âmbito do tópico “Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas” e foi apresentada à turma no dia 11 de abril de 2012, numa aula de 90 minutos. Pretendia-se que os alunos resolvessem o problema em pequenos grupos e apresentassem depois a sua resolução no quadro interativo.

A aula foi iniciada com a formação de cinco grupos de trabalho, cada um deles com quatro elementos. Conforme era habitual, a professora permitiu que os alunos escolhessem livremente os seus colegas de trabalho, e estes prontamente se organizaram em grupos.

A tarefa foi apresentada pela professora no quadro interativo, através de um *flipchart* previamente elaborado, mantendo-se o problema exposto durante a fase de resolução em grupos.

P: A ideia é que num pequeno problema, vão pensar nele e discuti-lo em grupo [...]. Vão pensar e depois de o terem resolvido, [...] vão explicar aos colegas e a mim a vossa resolução. Vocês têm que pensar na estratégia e como é que vão explicar também. Depois terão que vir aqui [ao quadro interativo].

Pedia-se aos alunos que determinassem o número de sacos carregados por dois animais, um cavalo e um burro, sabendo que: se o burro levasse um dos sacos do cavalo, a carga do primeiro seria o dobro da carga do segundo (primeira condição do problema); e, por outro lado, se fosse o cavalo a levar um dos sacos do burro, ficariam com igual carga (segunda condição do problema).

Após a leitura atenta do enunciado do problema ouviram-se alguns comentários:

A1: Eu não percebi nada disto!

A2: Isto é com um sistema de equações.

A3: Oh, professora, pode vir cá?

A4: Professora, não estou a perceber nada disto.

P: Vão ajudar-se uns aos outros. É para discutirem em grupo!

A5: Professora, este é um problema que tem mais uma página à frente?

P: Não, não tem!

Durante a realização da tarefa a professora e a investigadora circularam entre os vários grupos, procurando dar pistas, incentivando o desenvolvimento das ideias dos alunos e garantido que todos se envolvessem no trabalho. Tiveram sempre o cuidado de não interferir demasiado e de não validar as respostas dos alunos, para manter o desafio e criar expectativas para a discussão que se pretendia com a resolução do problema.

Todos os grupos se mantiveram empenhados e interessados na realização da tarefa. Embora quatro dos cinco grupos tenham tentado traduzir o problema para linguagem matemática, três desses acabaram por abandonar essa estratégia, por considerarem que era mais difícil, e começaram a resolvê-lo por tentativas, escolhendo aleatoriamente o número de sacos do cavalo e do burro, e procedendo à verificação das condições do problema. Um desses grupos, efetuou uma simulação dos sacos com canetas e elaborou, a partir daí, um esquema que representativo do seu raciocínio. Houve apenas um grupo que nunca tentou passar o problema para linguagem matemática e se limitou apenas a testar alguns números.

Ao verificar que a maioria dos grupos já tinha chegado a alguma conclusão e preocupada com a gestão do tempo de aula, a professora deu por terminado o tempo para a resolução da tarefa e avançou para a discussão da mesma.

P: Vamos lá parar um bocadinho... Eu gostava que agora vocês ouvissem. Vamos lá acalmar agora! Quem conseguiu, se é que na verdade conseguiu, vamos ver... Quem não conseguiu, teve algum raciocínio e eu gostava que esse raciocínio fosse aqui explicado, está bem? [...] Cada um de vocês, cada grupo, vem aqui explicar o raciocínio. Explicar aos outros até onde chegaram, e como é que lá chegaram. Está bem? Vamos começar aqui por vocês.

A ordem de apresentação das resoluções dos vários grupos foi convenientemente escolhida pela professora, com a colaboração da investigadora, tendo em conta o que cada grupo conseguiu fazer. Assim, os primeiros grupos chamados a intervir foram aqueles que não conseguiram concluir a tarefa, seguindo-se os que conseguiram resolvê-la por tentativas e no final o grupo que investiu mais na resolução através de um sistema.

Antes de prosseguir para a discussão, alguns grupos lamentaram não terem mais tempo para concluir a tarefa e, dada a agitação que se fazia sentir, houve necessidade de manter a ordem na sala.

P: Não voltam, para já, aos vossos lugares sem grupos, porque acho que não se justifica. Eu acredito que vocês vão respeitar quem está ali no quadro agora. Isto é para todos [...]. Já discutiram, já falaram. Agora vamos discutir todos até onde é que chegaram e porquê, e o que é que vocês pensaram. Porque se vocês continuam a discutir e ninguém se ouve, não se ouve o grupo que está ali, não vamos chegar a conclusão nenhuma. Porque vocês já tiveram tempo suficiente para discutir. Agora vamos discutir todos, está bem? Vamos lá, comecem lá [dirige-se ao grupo 1, que já se encontrava junto ao quadro interativo]. O que é que vocês pensaram?...

O grupo 1, um pouco constrangido por ter sido o primeiro a ser chamado e por ter consciência de não ter chegado à solução do problema, começou por referir que a quantidade de sacos dos dois animais tinha de ser um número ímpar. Estes alunos consideravam que, pelo facto de subtraírem um saco ao cavalo ou ao burro, o ponto de partida teria de ser um número ímpar.

A1 (grupo 1): Pensamos que a única coisa que está em jogo, a andar de um lado para o outro, é um único saco, por isso é um número ímpar. Temos que encontrar dois números ímpares para iniciar.

P: O que é que o João disse? Vejam lá se concordam com o João? O João... diz lá...

A1 (grupo 1): Que o único saco que passa do cavalo para o burro é apenas um saco. Então é um número ímpar. Temos que começar com números ímpares.

P: Portanto a ideia deste grupo é que, mesmo sem eles saberem nada, uma coisa eles acreditam: é que os sacos que cada animal carrega são de certeza números ímpares. O que é que vos parece?

A2 (grupo 4): Então como é que eles sabem que é número ímpar?

A3 (grupo 1): Está certo.

A1 (grupo 1): Porque o único saco que anda de um lado para o outro é só um.

A2 (grupo 4): Tão mas como é que sabes que é número ímpar?

A1 (grupo 1): Porque diz lá!

P: É assim, se vocês sentirem necessidade de voltar atrás para irem ver o enunciado, podem fazê-lo.

Os alunos revisitaram a página anterior e voltaram a ler o enunciado. Impelidos pela professora para escreverem todas as conclusões no quadro interativo, registaram a sua primeira conclusão: “os números são ímpares”. Nesta altura começaram a duvidar desta hipótese e ponderaram começar com números pares. Instalou-se alguma confusão na sala, acentuada pelo facto de os alunos ainda estarem sentados em grupo e aproveitarem todas as ocasiões para voltarem a debater o problema.

A argumentação dos alunos do grupo 1 era pouco convincente e, por outro lado, da parte da professora, com toda a preocupação em gerir as participações dos alunos e em criar um clima

favorável à discussão da tarefa, não houve grande incentivo para esclarecerem os seus raciocínios.

A1 (grupo 1): Professora, então e não podemos começar com pares e acabar com ímpares?

P: Eu não sei. Vocês é que disseram... E agora? O que é que concluíram mais?

A1 (grupo 1): Oh professora! E se pudéssemos começar sempre com os mesmos números?

A questão ficou no ar e a professora teve de interromper para controlar as intervenções dos alunos.

P: Olha é assim, João, desculpa lá. Eu gosto e fico contente de ver o vosso empenho em tentar resolver este problema, mas agora, sinceramente, agradava-me mais que colaborassem com o grupo que ali está. É que eu já pedi isto e vocês acalmam e começam a colaborar, passado 2 ou 3 minutos começa tudo novamente... É assim, já tiveram tempo! Agora colaborem com o grupo que ali está, por favor. Se não, tenho que vos separar a todos e vai cada um para o seu sítio. Acho que não vale a pena, certo?

Um dos alunos do grupo 1 começava então a perceber que afinal o facto de ser apenas um saco a passar de um animal para o outro não era conclusivo de que o número de sacos inicial fosse ímpar.

A1 (grupo 1): Oh professora, estes números são invenção e está mal o que eu pensei. Mas se começássemos com [...], por exemplo, o 2 e com o 4, que são números pares. Ao movimentar um só saco, ficava um número ímpar. Em vez de começar ímpar, acabávamos ímpar.

P: Digam lá? Então afinal os números já não são ímpares? Pelo que vocês disseram, já não são.

A5 (grupo 1): Mas dá para fazer com os números ímpares também.

P: Não falem para mim. Falem para eles.

Continuavam a ouvir-se conversas paralelas na sala que eram promovidas pela hesitação dos alunos do grupo 1, mas estavam relacionadas com o problema em causa, o que revelava o interesse e empenho de todos. Os alunos tentavam dar sugestões, no entanto causavam distúrbio na turma, dificultando a explicação das ideias pelos elementos do grupo 1 e tornando inaudíveis as suas respostas, o que prejudicou o funcionamento da aula. A professora teve novamente de chamar a atenção para que se conseguisse criar um ambiente propício à continuação da resolução e discussão da tarefa.

P: Agora não consigo ouvir ninguém... vamos lá acalmar. Eu estou a pedir para colaborarem, estava a tentar ouvir o que eles estavam a dizer e não consegui. Já tiveram tempo para discutir [...]. Não pode ser! João e João, eu não consegui ouvir o que é que vocês disseram. Repitam lá. O João disse que eram números ímpares, e isso já foi “por água abaixo”. Afinal já não são ímpares. Então afinal como é?... Vocês entretanto disseram mais qualquer coisa.

Entretanto um aluno de outro grupo sugeriu que experimentassem com os números 1 e 5, ao que os elementos do grupo 1 responderam que não dava, pois se fosse colocado 1 saco do cavalo no burro, o cavalo ficava sem sacos e o burro com 6, isto é, a carga do burro não passaria a ser o dobro da do cavalo.

A1 (grupo 1): Ele disse o 1 e o 5, mas não dá.

[...]

P: O 1 e o 5... experimenta lá.

A1 (grupo 1): Não dá, professora.

A5 (grupo 1): Nós já experimentámos, professora.

A1 (grupo 1): Nós experimentámos. Se tirarmos 1 do cavalo, o cavalo ficava com 0.

Como os alunos estavam apenas a explicar as suas ideias oralmente, a professora sugeriu que voltassem à sua ideia inicial e passassem para o quadro interativo o esquema que tinham feito no caderno, que resultou na imagem que se apresenta na figura 14.

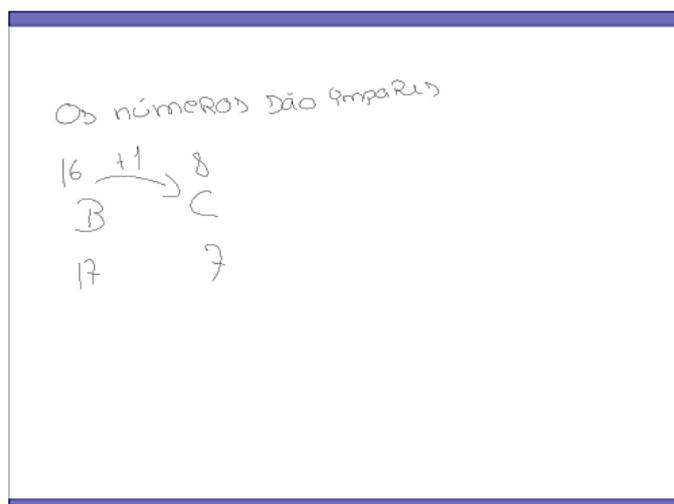


Figura 14: Esquema apresentado pelos alunos do grupo 1, na tarefa C.

Os mesmos alunos explicaram que pensaram nos números 17, para a carga do burro, e 7, para a carga do cavalo. Desta forma, ao retirar 1 saco do burro para o cavalo, a carga do burro passaria a ser o dobro da carga do cavalo. No entanto, estes alunos estavam a partir de um pressuposto errado que foi detetado por um aluno de outro grupo.

A9 (grupo 5): Professora olhe lá. Eu acho que é o cavalo que dá um saco ao burro!

[...]

P: Olha Tatiana, volta lá aí atrás [ao enunciado]. O que é que diz? Diz o quê? “Lembra-te que se eu levasse um dos teus sacos...” Então o que o João está a dizer... Não deixa de ter razão, não é isso? Quem leva? “... a minha carga passaria a ser o dobro da tua”. Portanto quem dá o saco, é o cavalo! É isso que estás a dizer?

[...]

Olha João, esperem lá aí. O João deu o exemplo com outros números. Mas o que é que tu querias dizer, daquilo que eles estão a fazer quando disseste isso? Tu disseste “Eu acho que quem dá o saco é o cavalo”.

A9 (grupo 5): Sim, eles estão a fazer ao contrário.

P: Então o que é que sugerem para ali?

A10 (grupo 5): Sim, quem dá o saco é o cavalo. Ele diz “se eu levar...”

A interação conseguida entre os alunos permitiu que os alunos do grupo 1 reconsiderassem as suas conclusões e percebessem que tinham cometido um erro na interpretação do enunciado do problema. De qualquer forma, eles estavam conscientes de que a sua hipótese não era a solução pretendida, pois na sua perspetiva só tinham conseguido resolver parte do problema.

Na explicação deste grupo, verificou-se que a utilização do quadro interativo foi idêntica à que fariam recorrendo a um quadro tradicional, salvaguardando-se apenas o facto de terem tido a possibilidade de visitar a página anterior, com o enunciado, e que, ao fazê-lo, conseguiram perceber um erro que tinham cometido.

Pressionada pelo tempo que o grupo 1 demorou a apresentar as suas conclusões, em grande parte devido à interação e participação dos restantes alunos, a professora deu por terminada a intervenção deste grupo.

Passou-se de seguida à apresentação do grupo 2, que começou por mudar para uma nova página do *flipchart* e explicou que, após algumas tentativas, verificaram que se o número de sacos do burro fosse 4 e o do cavalo fosse 2, a segunda condição do problema era satisfeita. Ao passar um saco do burro para o cavalo, ambos passariam a caminhar com igual número de sacos (3).

A11 (grupo 2): Nós escolhemos dois números, um para o burro e outro para o cavalo [o aluno efetuou um esquema no quadro interativo]. Daqui [aponta para o número de sacos do burro: 4], juntámos 1 para o cavalo [que tinha 2 sacos], que ficava com 3. Este [aponta novamente para o número de sacos do burro] perdia um, e também ficava com 3.

A1 (grupo 1): Agora tens que tirar um do cavalo e dar ao burro.

P: Mas aqui, pronto, já chegámos a uma conclusão.

Os alunos efetuaram no quadro interativo um esquema muito simples ilustrativo da sua ideia (figura 15).

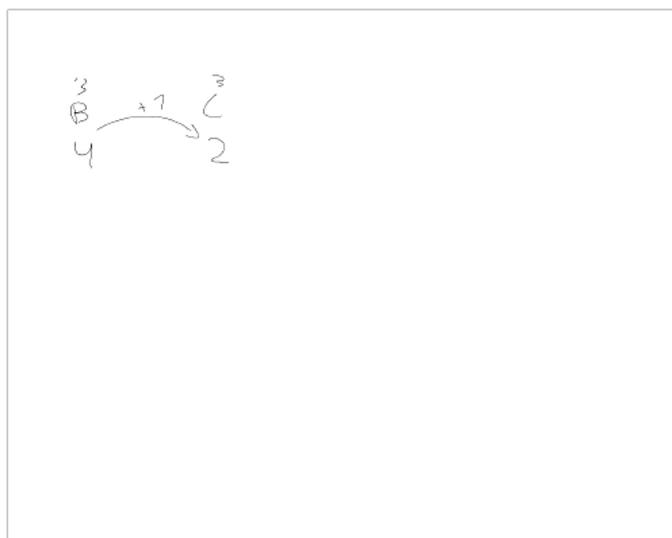


Figura 15: Esquema apresentado pelos alunos do grupo 2, na tarefa C.

Desta forma, o grupo 2 conseguiu encontrar dois números que verificavam apenas uma das condições do problema. Lamentavelmente, apesar de alguns alunos terem tentado participar e interagir com os elementos do grupo, colocando algumas questões, a professora acabou por não fomentar a discussão, passando de imediato à apresentação do terceiro grupo.

O grupo 3 conseguiu resolver corretamente o problema. Durante a apresentação verificou-se que os vários alunos do grupo tentaram ajudar-se uns aos outros, mostrando-se bastante interessados na discussão do problema.

Pegando na segunda condição do problema, este grupo começou por explicar que a diferença entre o número de sacos do cavalo e do burro tinha de ser dois e foram experimentando alguns pares de números até chegarem ao 5 e ao 7.

A12 (grupo 3): Nós pensámos sobre isto e descobrimos que a diferença entre o burro e o cavalo tem que ser dois...

P: Porque...

A12 (grupo 3): Porque... para dar... (faz uma pausa) porque no final do problema está a dizer que o burro vai dar uma carga ao cavalo e, portanto, perde uma, o burro perde uma e o cavalo ganha uma carga. Portanto a diferença é preciso ser de duas.

P: [...] A diferença entre a carga dos dois animais tem de ser de duas unidades. Mais... O que é que concluíram mais?

[...]

A12 (grupo 3): E nós pensámos no número 7 e no 5.

P: Mas tu a certa altura disseste que tinham de ser números pares?

A12 (grupo 3): Não, ímpares. Tinham de ser números ímpares, para acabar em pares.

À medida que o aluno ia explicando o seu raciocínio, outro aluno do grupo começou a escrever no quadro interativo. O esquema que efetuaram traduzia precisamente a verificação das duas

condições do problema, conforme se pode constatar na figura 16. Se o cavalo tivesse 5 sacos e o burro 7, ao passar um saco do cavalo para o burro, o primeiro ficava com 4 e o segundo com 8, pelo que o burro levaria o dobro da carga do cavalo. Pelo contrário, se fosse o burro a dar um saco ao cavalo, os dois levariam igual número de sacos, ou seja, 6.

$$\begin{array}{l} C \rightarrow 5-1=4 \quad | \quad 5+1=6 \\ B \rightarrow 7+1=8 \quad | \quad 7-1=6 \end{array}$$

Figura 16: Esquema apresentado pelos alunos do grupo 3, na tarefa C.

Os alunos não tiveram dificuldade em explicar o seu raciocínio, no entanto a professora continuou a solicitar-lhes que clarificassem melhor as suas ideias promovendo a discussão, de modo a que todos conseguissem entender.

P: E agora?

[...]

Concordam com os vossos colegas? Conseguem explicar [o que escreveram]?

A13 (Grupo 3): O cavalo tem 5 sacos e o burro tem 7. Se o burro levar um saco do cavalo, fica com 8 e o cavalo com 4. E o burro tem o dobro do cavalo. Para ficarem iguais é esta conta aqui [aponta para o quadro interativo, onde tinha registado $7-1=6$ e $5+1=6$]

P: Não percebi nada da última frase...

A12 (Grupo 3): O cavalo dá uma carga ao burro e o burro fica com mais uma e vai dar igual.

[...]

P: Então queriam vocês dizer que ao início o burro tinha 7 sacos e o cavalo tinha 5, é isso?

Está? Foi o que vocês concluíram?

A13 (Grupo 3): Sim.

Apesar de ser evidente que a solução do problema estava encontrada, a professora optou por não referir se estava correta e pediu ao próximo grupo para apresentar as suas conclusões.

O grupo 4 começou por se lamentar pelo facto de a solução já estar encontrada e por esse motivo consideravam que não iam acrescentar nada de novo.

P: Este grupo aqui. Vão lá.
 A14 (grupo 4): Então agora vamos lá para quê?... Já está!
 A15 (grupo 4): Eles já descobriram.
 P: Mas quem é que disse que já está?
 A14 (grupo 4): Então professora, temos igual...

A utilização que este quarto grupo fez do quadro interativo demarcou-se da dos restantes grupos pelo facto de terem explorado mais algumas das suas potencialidades. Enquanto que os outros grupos se limitaram a utilizar o quadro interativo como um quadro tradicional, este grupo foi um pouco mais além, e espontaneamente começou por visitar a página com o enunciado e copiá-lo para a página onde registaram a sua resolução, para facilitar a explicação. Depois, efetuaram um esquema representativo dos sacos do cavalo e do burro (figura 17), fazendo uso das canetas coloridas, e explicaram o seu raciocínio.

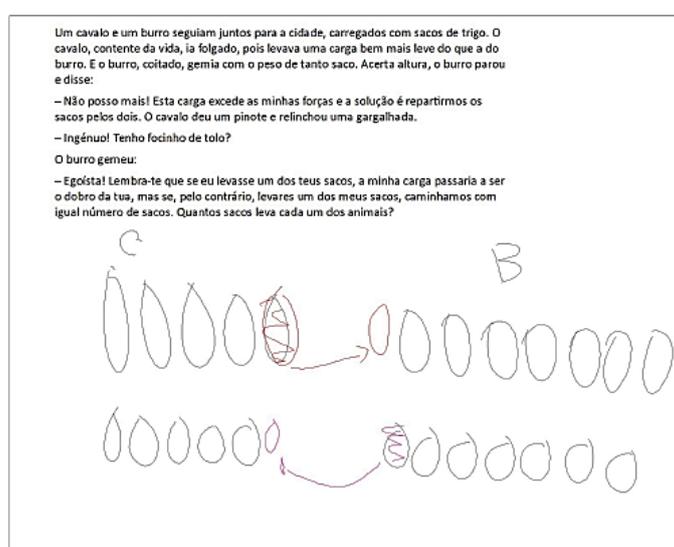


Figura 17: Esquema apresentado pelos alunos do grupo 4, na tarefa C.

Este grupo chegou à solução do problema por tentativas e, durante o trabalho conjunto, simulou os sacos do cavalo e do burro com um conjunto de canetas. Curiosamente, a ideia foi de um aluno com necessidades educativas especiais, abrangido pelo Decreto-Lei n.º 3/2008. Utilizando uma linguagem clara e apoiando-se no esquema que efetuaram no quadro interativo explicaram que o número de sacos do cavalo tinha de ser 5 e o número de sacos do burro tinha de ser 7.

A14 (Grupo 4): Professora, isto foi por tentativas. Mas a ideia original foi do Jacinto [aluno com NEECP], com canetas...

O que ele aqui está a dizer... O burro diz que se ele levasse um saco dos do cavalo, ficavam com a carga... o burro ficava com a carga... com o dobro da carga do cavalo. Ou seja, este passava para aqui... ficavam 8 [para o burro] e ficavam 4 [para o cavalo]. 8 é o dobro de 4. [...]

Mas o burro também diz, se o cavalo levar um dos sacos dele [...] caminhamos com números iguais de sacos. Então ficava ali 6 e aqui 6.

P: Concordam?

Vários alunos: Sim.

P: Acham que é assim? Foi essa a vossa conclusão, não é?

A14 (Grupo4): Sim. O cavalo tinha 5 e o burro 7.

Prosseguiu-se finalmente para a apresentação do último grupo. Este foi o único que levou por diante a sua ideia de traduzir o problema num sistema de equações, embora não o tenha conseguido fazer corretamente.

Quando tiveram permissão e foram chamados para o quadro, os alunos do grupo não queriam ir pois consideravam que já estava tudo explicado e estavam convictos que a sua tentativa de equacionar o problema na forma de sistema de equações estava errada.

A10 (grupo 5): Nós fizemos um sistema.

[...]

A8 (grupo5): Isto está mal...

A9 (grupo 5): Mas nem se quer acabámos...

Após insistência da professora, os alunos foram ao quadro e registaram o sistema que tinham conseguido fazer (figura 18).

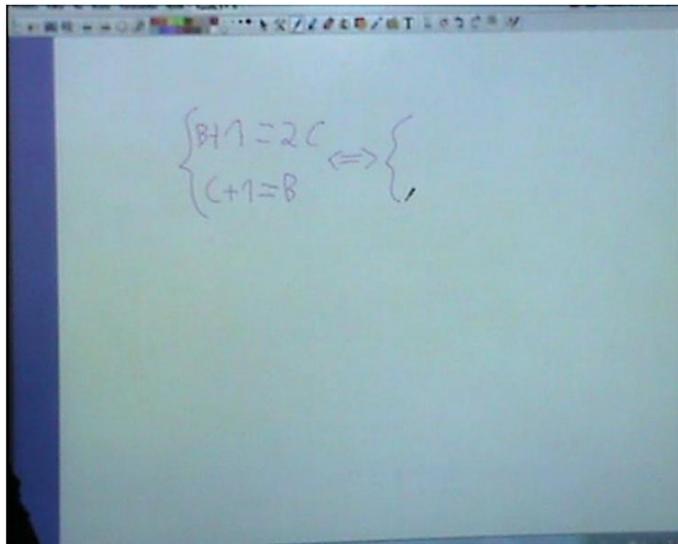

$$\begin{cases} B+1=2C \\ C+1=B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \\ \end{cases}$$

Figura 18: Sistema de equações apresentado pelos alunos do grupo 5, na tarefa C.

Os alunos conseguiram explicar por que é que a primeira equação do sistema estava incorreta e orientados pela professora conseguiram depois chegar ao sistema que permitia resolver adequadamente o problema.

A10 (grupo 5): Nós aqui pensámos... o burro se levasse mais um [saco] do cavalo era igual a duas vezes o que o cavalo leva.

[...]

A9 (grupo5): Professora, nós depois reparámos que isto estava mal porque num sistema não há maneira de dizer que este saco [aponta para o 1 da equação $b+1=2c$] era o do cavalo.

P: Não há? Não haverá?

A9 (grupo 5): Ai há?!...

A8 (grupo 5): Haver há, mas não sabemos...

P: Então se o cavalo dá um saco, como é que represento isso?

A primeira resposta à questão da professora foi dada por um aluno do grupo 5 (A1) que imediatamente colocou parênteses em torno de $2c$ e escreveu à frente -1 . Ao ver que os alunos estavam quase a perceber o que tinham de fazer, a professora pediu-lhes para voltarem à página anterior e copiarem o esquema elaborado pelo grupo anterior (figura 19).

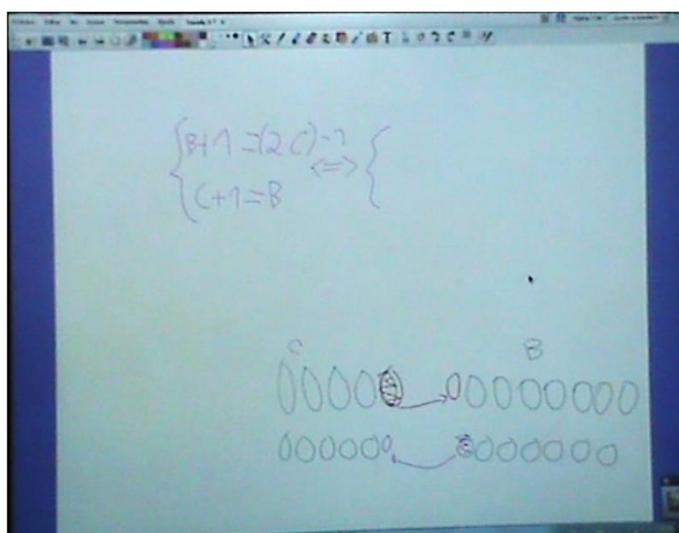


Figura 19: Representação do problema na forma de sistema efetuada pelos alunos do grupo 5 e do esquema efetuada pelos alunos do grupo 4.

Visualizando o esquema e o sistema apresentado na mesma página (figura 19), a professora solicitou a participação de toda a turma para chegarem a alguma conclusão, mas as respostas surgiram diretamente do grupo que estava no quadro.

P: Então com o esquema e com o sistema vamos lá tentar chegar a uma conclusão, todos!

O que é que aconteceu ao cavalo?

A10 (grupo 5): Ficou sem um saco.

P: E quando isso aconteceu...

A10 (grupo 5): O burro ganhou um...

A8 (grupo 5): Então fica $b-1$ igual a 2, abre parênteses, $c-1$.

P: Então escreve isso, Duarte. Expliquem lá.

A8 (grupo 5): Então... o burro ganhou um saco, mas está a dizer que ficava com o dobro do peso do [dos sacos] cavalo...

P: Quando o cavalo perdeu um saco.

A8 (grupo 5): Sim.

A correção da segunda equação do sistema apresentado por este grupo foi mais fácil pois o erro que tinham cometido era idêntico.

P: E agora, em baixo, como é que fica?

[...]

A9 (grupo 5): $c+1=b-1$. O burro deu um ao cavalo, portanto o cavalo ficou com mais 1 e o burro perdeu 1.

P: E temos lá o sinal de igual porquê? Temos uma igualdade porque dizem-nos que ficaram com a mesma carga.

A professora questionou a turma sobre o que havia sido feito e averiguou se persistiam dúvidas. Pediu também aos alunos do grupo 5 para voltarem aos seus lugares sentados, uma vez que não tinham avançado na resolução do sistema. Efetuou então um ponto de situação, em jeito de síntese, das apresentações efetuadas pelos alunos.

P: Eu gostei e achei curioso quando começámos a fazer esta tarefa o que a Joana disse: “De certeza que é por sistemas de equações, porque nós estamos a dar esta matéria, então a professora iria fazer isto para os sistemas de equações”. Ouvi esse comentário. E o que é engraçado é que apenas um grupo quase lá chegou por sistemas de equações, todos os outros chegaram lá por esquemas. O que eu estou a querer dizer é que vocês podiam resolver este problema por um esquema, por tentativas e recorrendo também a um sistema de equações.

[...]

Então agora podemos confirmar, ou tentar confirmar o resultado a que os outros grupos chegaram (7 e 5). Será que isto está bem? Será que bate certo?

A resolução do sistema foi feita no quadro interativo com a intervenção de vários alunos e não ofereceu dúvidas. Na figura 20 apresenta-se o sistema resolvido pelos alunos.

$$\begin{cases} B+1=2(c-1) \\ c+1=b-1 \\ B=2(c-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B+1=2c-2 \\ c+1=b-1 \\ B=2c-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=2c-3 \\ c+1=b-1 \\ B=2c-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=2c-3 \\ c+1=2c-3-1 \\ B=2c-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=2c-3 \\ c+1=2c-4 \\ B=2c-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=2c-3 \\ c+1=2c-4 \\ -c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=2(5)-3 \\ B=10-3 \\ B=7 \\ c=5 \end{cases} \Leftrightarrow (7; 5)$$

Figura 20: Resolução do sistema de equações, efetuada pelos alunos da turma, na tarefa C.

Verificou-se então que a solução do sistema coincidiu com os números encontrados pelos grupos anteriores, tendo-se constatado também que havia mais do que uma maneira para resolver o problema. De uma forma geral, os alunos consideraram que a sua resolução através de um sistema de equações era mais difícil, residindo a principal dificuldade na sua formulação e não na resolução propriamente dita.

No final da aula a professora informou os alunos que iria proceder ao envio do ficheiro resultante da aula, com os contributos de todos os grupos, através de *e-mail*.

Síntese

A aula em que foi implementada a tarefa C envolveu quatro fases distintas.

A primeira consistiu num momento breve em que se procedeu à apresentação do problema aos alunos, suportada na utilização do quadro interativo.

A segunda fase envolveu a resolução do problema pelos alunos em pequenos grupos. Durante esta fase, os alunos mantiveram-se empenhados e interessados, procurando dar resposta ao problema e a professora esforçou-se por envolvê-los no trabalho em grupo e em manter o desafio cognitivo associado a esta tarefa.

A terceira fase incidiu na discussão da tarefa, tendo os vários grupos de trabalho apresentado as suas resoluções e conclusões perante toda a turma, recorrendo ao quadro interativo. Verificou-se que os alunos tiveram alguma dificuldade em manter-se atentos, sobretudo pelo facto de alguns dos grupos não terem conseguido concluir a tarefa e, provavelmente, por terem permanecido em grupo, em vez de terem regressado aos seus lugares habituais. A professora procurou gerir a participação dos alunos na discussão, registando-se alguns momentos de interação entre eles e, promoveu a utilização do quadro interativo por todos os grupos, embora não tenha havido muitos aspetos da sua utilização que tenham influenciado a aprendizagem dos alunos, relativamente ao quadro tradicional. Claramente pouco habituados a esta metodologia de trabalho, alguns grupos consideravam não ser necessário ir apresentar as suas conclusões a partir do momento em que um dos grupos apresentou a solução do problema e explicou corretamente a sua resolução. De realçar que houve o cuidado de definir previamente a ordem das apresentações, de acordo com as resoluções efetuadas pelos alunos. Nos casos dos dois primeiros grupos as resoluções estavam erradas e/ou incompletas; o terceiro e o quarto conseguiram chegar à solução por tentativas, apresentando os esquemas

auxiliares que utilizaram na resolução do problema e, o último grupo, apesar de não ter conseguido chegar à solução, tentou escrever um sistema de equações que traduzisse o problema, tendo este sido explorado e discutido até se obter o resultado pretendido. Embora se tenha verificado uma grande preocupação da professora com a gestão do tempo da aula, para que pudesse ser cumprido o que tinha sido planeado, houve alguma dificuldade em equilibrar a duração da apresentação de cada grupo de trabalho, o que ocasionou algumas discrepâncias (por exemplo, o primeiro grupo demorou cerca de 10 minutos, enquanto que o segundo apenas demorou 2 minutos). Esta situação poderia ter sido minimizada se a professora tivesse questionado os alunos de forma mais intensa e eficaz, com objetivo de clarificar melhor as ideias apresentadas e colocar à discussão os erros cometidos.

A quarta e última fase foi a menos conseguida, tendo correspondido a um breve momento de síntese da tarefa, em que a professora realçou as diferentes estratégias utilizadas para resolver o problema, sem recorrer ao quadro interativo e contando com uma fraca participação dos alunos. Questionada mais tarde pelo facto de ter feito um momento de síntese tão fugaz e pouco claro, a professora referiu ter-se sentido pressionada pelo tempo, pois a aula estava prestes a terminar, e por achar que todos os grupos tinham ficado a perceber bem as diferentes formas de resolver o problema.

Na implementação da tarefa C, mais concretamente na fase de discussão, a ação da professora foi importante para controlar a participação dos alunos e criar um ambiente de sala de aula propício à resolução e discussão da tarefa. Verificou-se, no entanto, alguma dificuldade da parte da professora em promover eficazmente o diálogo e a interação na sala de aula, principalmente nas apresentações dos primeiros grupos. Por outro lado, o grau de questionamento da professora foi oscilante durante a aula e pouco intenso, o que condicionou o desenvolvimento de um nível de interatividade mais profundo. Os alunos mostraram algum interesse na discussão, mas distraíram-se com relativa facilidade. Registaram-se alguns momentos de interação professora-alunos e entre os alunos, mais comuns nas apresentações dos últimos grupos de trabalho. Assim, de acordo com a escala apresentada no quadro 1, pode considerar-se que, globalmente, foi atingido o segundo nível de interatividade.

Apesar de ter sido pouco rentabilizado, o quadro interativo facilitou o desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula, nos momentos em que esta ocorreu. A utilização do quadro interativo concretizou-se na exploração das funcionalidades, que se apresentam resumidas no quadro 8.

Quadro 8: *Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa C.*

Funcionalidades do quadro interativo utilizadas:
<ul style="list-style-type: none">• Acesso a um recurso digital previamente preparado;• Escrita com cores diversas (canetas coloridas);• Registo e anotação de respostas e sugestões;• Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula;• Diminuição/aumento de dimensões de objetos;• Gravação de anotações e sugestões.

A apresentação das resoluções efetuadas por cada grupo no quadro interativo permitiu concentrar a atenção dos alunos para o mesmo ponto, o que ajudou a promover alguma interação estabelecida entre eles, embora esta situação nem sempre tenha sido aproveitada pela professora.

Apesar de não ter sido feita uma utilização muito sofisticada do quadro interativo, o recurso a esta ferramenta permitiu, no entanto, construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma, formado pelas diferentes resoluções elaboradas pelos grupos de trabalho. Estas puderam ser exploradas em grande grupo e mantiveram-se acessíveis até ao final da aula, permitindo identificar erros comuns, associar ideias e comparar diferentes estratégias de resolução.

A diminuição dos registos efetuados no quadro interativo permitiu a visualização de todo um processo numa só página, mantendo-se uma boa legibilidade e possibilitando aos alunos um melhor acompanhamento de todos os passos implicados na resolução do sistema de equações associado à resolução do problema.

Por outro lado, o quadro interativo constituiu um suporte ao desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicações dos alunos. A visualização e recuperação de informações escritas em páginas anteriores e a utilização de canetas coloridas facilitaram a compreensão do problema, possibilitando aos alunos uma melhor explicação das suas ideias.

A disponibilização aos alunos do ficheiro resultante da aula (em *pdf*) e o seu envio através de *e-mail* contribuíram de maneira transversal para desenvolverem as suas competências em TIC e permitiu libertá-los da cópia de registos efetuados no quadro durante a exploração da tarefa, facultando-lhes a oportunidade de se manterem mais atentos.

No quadro 9 apresenta-se a síntese relativa aos contributos da utilização do quadro interativo para agilizar a interação dialógica na sala de aula, durante a implementação da tarefa C.

Quadro 9: *Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa C.*

A utilização do quadro interativo permitiu:
<ul style="list-style-type: none">• Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco;• Dar suporte ao desenvolvimento das ideias e raciocínios dos alunos;• Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma;• Disponibilizar toda a informação registada aos alunos.

Tarefa D: Resolução gráfica de sistemas

A última tarefa que incidiu sobre o tópico “Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas”, a tarefa D (Anexo 6), foi aplicada no dia 18 de abril de 2012, numa aula de 90 minutos. Com esta tarefa foi introduzida a representação gráfica de sistemas de equações, que foi o último assunto estudado neste tópico programático. Relativamente à tarefa D, pretendia-se que os alunos refletissem sobre a possibilidade de um sistema de equações ser representado geometricamente e interpretassem graficamente a sua solução. Para além do sistema apresentado no enunciado da tarefa, foram analisados outros, de forma a abranger os sistemas possíveis (determinados e indeterminados) e os impossíveis. Toda a aula decorreu num contexto de discussão na turma, orientada pela professora.

A aula iniciou-se com a apresentação da tarefa aos alunos, através de um *flipchart* no quadro interativo, que continha o sistema $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$ e a questão sobre a qual viria a decorrer a reflexão e discussão de ideias (“Será possível representar este sistema geometricamente?”), que foi lida pela professora.

Inicialmente os alunos tiveram alguma dificuldade em perceber o que se pretendia. Ao ouvir falar em “geometricamente” associaram a figuras geométricas e não sabiam como haviam de relacionar um assunto com o outro. Ao mesmo tempo, iam colocando questões à professora.

A1: Primeiro temos que o resolver.

A2: Mas geometricamente como?

P: Diz? É isso que eu quero que vocês me digam.

A1: Tem de ser um retângulo ou um quadrado por causa dos dois lados.

A3: Ou não...

Sem interferir demasiado, esforçou-se por manter o desafio que pretendia criar e foi com o contributo das intervenções dos alunos que estes acabaram por perceber que teriam de fazer uma representação gráfica.

A4: Professora, eu acho que não [se pode representar geometricamente] porque num sistema vamos ter sempre só o x e o y e não dá para fazer uma figura geométrica com dois dados.

P: Mas ninguém disse que era uma figura geométrica, vocês é que disseram.

A4: Então pode ser um... como é que se chama aquilo?

A5: Não pode ser um gráfico?

A4: É isso que eu estou a dizer... mas como é que se chama aquilo? Professora, como é que se chama aquilo do x?

P: Um referencial cartesiano? Experimenta, vá faz!

A4: Se tiver dois números, um em baixo e outro em cima, vai dar um ponto.

P: Vamos lá experimentar!

A maioria dos alunos optou por resolver o sistema analiticamente verificando que a solução do mesmo era o par ordenado $(-1; 1)$. Esta situação levou a que os alunos pensassem que a representação geométrica do sistema fosse simplesmente a marcação do ponto de coordenadas $(-1; 1)$ num referencial cartesiano. Questionados sobre como deveriam proceder, os alunos responderam:

A3: Então nós resolvíamos o sistema de equações e fazíamos o que elas disseram (um referencial cartesiano).

P: E o que é que ias marcar nesse referencial?

A3: O valor do x e do y.

[...]

A6: Se um sistema de equações vai dar um par ordenado logo pode-se representar geometricamente.

P: Vai dar um par ordenado e um par ordenado geometricamente representa-se como?

A5: Através de um gráfico...

A6: ... do x e do y.

P: Mas representam o quê?

A7: Uma coordenada.

P: Mas uma coordenada do quê?

A6: Do ponto...

A7: Da origem.

A6: Da solução.

Nesta fase da aula, os alunos iam tentando chegar a alguma conclusão a pares, mas muitas vezes colocavam questões em voz alta para a professora, que aproveitava para as dirigir para a turma, em vez de lhes responder diretamente. Desta forma, ia orientando os alunos na organização das suas ideias e conseguia um ambiente de sala de aula com mais interação.

A associação ao estudo das funções partiu de um aluno que questionou a professora.

A6: Isto pode ter a ver com aquilo das funções?

P: Será ou não? [fez uma pausa] Será que tem a ver com aquilo das funções?
A2: Tem.
[...]
P: A Fátima tem aqui uma ideia. Diz!
A2: Eu acho que tem. Tem porque na função linear é y igual a qualquer coisa x mais um número e ali está...
P: Uma função linear qual é que é?
A5: $y = kx$
P: Se calhar não era a função linear que estavas a querer dizer, mas pronto... Mas é qual? Qual é que tu disseste? Diz, diz!
A2: $y = ax+b$
P: $y = ax + b$. Será que aquilo tem alguma coisa a ver?
Vários alunos: Sim.
P: Não era a função linear, era a quê?
A5: Afim.
P: Então vá, vamos lá pensar nesta pista que têm!

Apesar de não ter sido imediato, a apresentação do sistema na forma $\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$ parece ter facilitado a associação à representação gráfica das funções, permitindo à professora rever conteúdos lecionados anteriormente sobre as funções lineares e as funções constantes e estabelecer conexões entre os tópicos programáticos.

P: Disseram aqui algumas coisas bem! Nesta atividade começou logo o Pedro, pouca gente ouviu, mas o Pedro começou logo por dizer: "Será que eu posso relacionar isto com aquilo das funções?" e depois a Fátima concluiu que isto poderia ser uma função do tipo $y=ax+b$. Como é que nós representávamos estas funções, lembram-se? Como é que representavam as funções deste tipo?
A7: Passavam sempre pela origem.
P: Quais é que passavam na origem?
A7: As afins...
A3: As lineares.
P: Eram do tipo $y=kx$, por isso estas não passam na origem. Então como é que nós representávamos estas funções?
A3: Na horizontal.
P: Horizontal é uma função quê?
A7: Constante.
P: Estas são constantes?
Vários alunos: Não.
P: Então como é que representávamos estas funções?
A8: É sempre uma reta.
A3: Que não passa na origem.

A professora tentava fazer-lhes ver que teriam de representar duas retas e, mais uma vez, dava oportunidade aos alunos de discutirem em grande grupo.

P: Quantas equações temos ali?
Vários alunos: Duas.

P: Vocês estão a falar em retas. Se for uma reta, vamos ter só uma?

Vários alunos: Duas retas.

A3: Professora, um sistema de equações é uma reta?

A9: Não, uma equação é uma reta.

P: Então afinal é uma reta ou duas?

A2: Não, são duas retas.

A5: Uma equação é uma reta.

Ao perceberem que teriam de traçar duas retas no referencial, e mesmo antes de as representarem, alguns colocaram logo a hipótese de estas se cruzarem no ponto $(-1; 1)$. Sem validar a hipótese dos alunos, a professora solicitou a colaboração de dois deles para elaborarem o gráfico no quadro interativo. Um dos alunos efetuou a representação gráfica relativa à primeira equação do sistema (cor laranja, na figura 21) e o outro procedeu à representação gráfica da segunda (cor azul, na figura 21).

A página seguinte do *flipchart* continha um fundo quadriculado para facilitar a representação geométrica pretendida. Na elaboração da representação gráfica do sistema foram utilizadas setas disponíveis pelo *software* do quadro interativo para representar os eixos coordenados e, com vista a traçar rigorosamente as duas retas, recorreu-se à régua. No entanto, o manuseamento da régua do quadro interativo não foi muito fácil e acabou por não permitir que a representação das retas fosse a mais rigorosa possível, ao contrário do que seria esperado. Note-se que foi a primeira vez que o aluno estava a utilizar a régua do quadro interativo e, por outro lado, a experiência da professora era apenas a que resultou da preparação da tarefa, uma vez que em aula também nunca a tinha utilizado.

Como se pode verificar na figura 21, em consequência do que se descreveu anteriormente, a solução do sistema de equações ficou ligeiramente afastada do ponto de coordenadas $(-1; 1)$. Esta situação foi devidamente explicada aos alunos e a professora optou por não voltar a elaborar o gráfico, para não despender mais tempo.

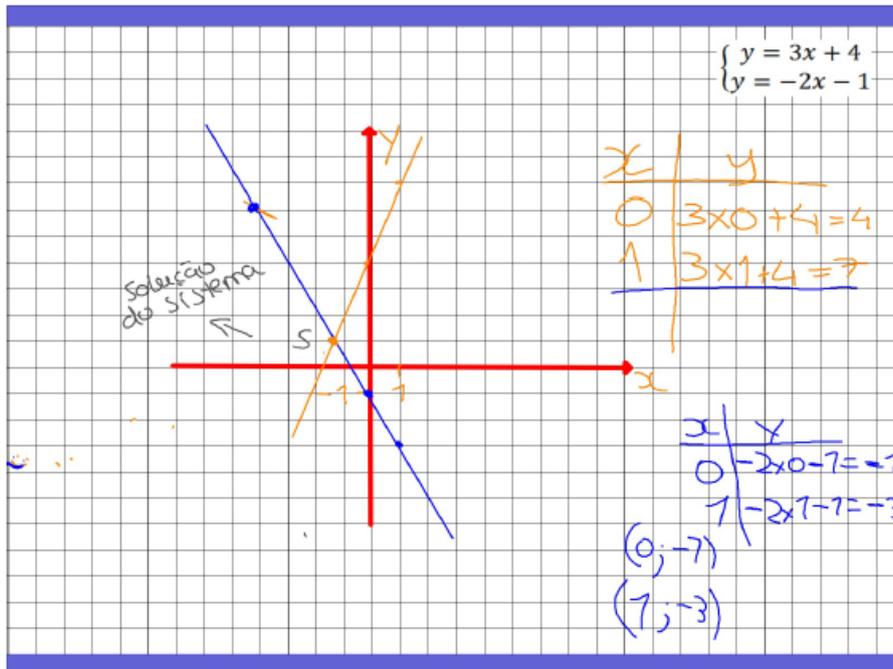


Figura 21: Representação gráfica do sistema de equações, efetuada pelos alunos da turma, na tarefa D.

À medida que os alunos iam procedendo à elaboração da representação gráfica, a professora ia-lhes dando indicações sobre as ferramentas do quadro interativo que deveriam utilizar.

A utilização de canetas coloridas proporcionou um maior impacto visual, que ajudou a associar com facilidade cada uma das retas à tabela auxiliar correspondente e a identificar a solução do sistema de equações.

Seguidamente os alunos tiraram ilações sobre a posição relativa das retas traçadas e sobre a solução do sistema, tendo confirmado as suas hipóteses iniciais.

P: [...] Chegaram à conclusão que as retas são o quê?

A5: Perpendiculares.

P: Ai!

A6: São oblíquas...

A6: Cruzam-se...

P: Que as retas se cruzaram...

A5: Então são perpendiculares, não?!

P: Perpendiculares era quando o quê?

A4: Se cruzam e formam um ângulo de 90 graus.

P: Achas que estas formam um ângulo de 90 graus?

A5: Ah, não!

[...]

P: Elas cruzaram-se e cruzaram-se onde?

A5: Num ponto.

P: E esse ponto, disse a Joana ao início, seria a solução do sistema. Concordam com a Joana?

Vários alunos: Sim.

[...]

P: Então quais são as coordenadas daquele ponto? [aponta para o ponto onde as retas se intersectaram]

Vários alunos: (-1,1).

[...]

P: Já agora, estas retas chamam-se como?

A6: Concorrentes.

P: Ora muito bem!

Para finalizar o trabalho com a representação gráfica do sistema apresentado, a professora sintetizou as aprendizagens efetuadas dirigindo algumas questões aos alunos.

P: Vamos lá às nossas conclusões. Como é que eu represento geometricamente um sistema de equações? Com duas quê?

Vários alunos: Retas.

P: Com duas retas! E as retas são...

Vários alunos: Concorrentes.

P: Concorrentes! E se são concorrentes intersectam-se num ponto... e esse ponto...

Vários alunos: É a solução do sistema.

P: Esse ponto é a solução do sistema de equações! Certo? [...]

Tirando proveito de um dos aspetos mais vantajosos da utilização do quadro interativo, a professora acedeu ao *software* de geometria dinâmica *Geogebra* para explorar mais algumas situações, complementares ao que tinha sido feito. O acesso a este programa, assim como todos os procedimentos que se seguiram, foram feitos a partir do quadro interativo, o que permitiu à professora manter-se na zona dianteira central da sala, controlando mais facilmente as intervenções dos alunos. Por outro lado, os alunos mantiveram-se mais atentos à ação da professora no controlo do computador através do quadro interativo e mais participativos e interessados na discussão.

A professora abriu o *Geogebra* e colocou o teclado virtual do quadro interativo no ecrã, para poder introduzir os dados necessários à continuação da aula. Começou por pedir aos alunos duas equações para formar um novo sistema e proceder à sua representação gráfica. Para ser mais rápido, colocou a folha de cálculo em exibição em simultâneo com a folha gráfica, e escreveu as equações sugeridas pelos alunos na folha de cálculo, correspondentes ao seguinte sistema: $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$. Estas surgiram automaticamente representadas na folha gráfica ao lado e os alunos teceram conclusões acerca da posição relativa das retas e da solução do sistema.

Com o objetivo de recolher elementos úteis para efetuar uma síntese no final da aula e, posteriormente, enviar a informação organizada para os alunos, a professora utilizou a câmara fotográfica do quadro interativo para captar a representação gráfica obtida no *Geogebra* e inseriu essa imagem no *flipchart* que serviu de apoio à realização da tarefa.

Seguidamente, a professora pretendia que os alunos indicassem um sistema impossível para analisarem as alterações a nível gráfico. Retomou então a ideia apresentada por uma aluna num momento anterior.

P: [...] A representação geométrica de qualquer sistema de equações será sempre formada por duas retas concorrentes?

[...]

Vamos voltar aqui à conversa da Joana... a Joana disse que as retas poderiam ser paralelas. Será que poderiam ou não?

A7: Não.

A2: Assim não cruzavam...

P: E será que todos os sistemas têm solução?

Vários alunos: Não.

A2: O impossível não tem.

P: Então como é que será a representação gráfica deles?

A4: Retas paralelas, acho eu...

Aproveitou para recordar alguns assuntos abordados a propósito do estudo das funções, dando especial atenção à análise da expressão analítica de funções representadas graficamente por retas paralelas, tecendo algumas considerações sobre o valor do declive, úteis para alcançar o objetivo pretendido.

Orientados pela professora, quando concluíram que as retas teriam de ter o mesmo declive, os alunos sugeriram manter a equação $y = 3x + 4$ do sistema anterior e substituir $y = 2x + 5$

por $y = 3x + 5$, obtendo-se o seguinte sistema: $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$.

Sempre muitos participativos e interessados, os alunos tiraram conclusões acerca da posição relativa das retas, da inexistência de solução para o sistema e classificaram-no.

P: [...] Então vamos lá ver! Como é que é a representação gráfica... Vocês disseram-me que o sistema anterior era possível e determinado. Como é que é a representação gráfica de um sistema possível e determinado?

Vários alunos: São retas concorrentes...

P: E o pontinho onde elas se intersectam?

Vários alunos: É a solução.

P: Neste caso temos...

A9: Não há pontinho nenhum, não há solução.

P: Logo...

Vários alunos: É um sistema impossível.

À semelhança do que tinha feito para o sistema anterior, a professora intercalou novamente entre o *Geogebra* e o quadro interativo para captar a imagem da representação gráfica do novo sistema através da câmara fotográfica.

Na página do *flipchart* com as representações gráficas dos dois sistemas anteriormente indicados, a professora escreveu a expressão analítica de cada um deles e a respetiva classificação, conforme se pode observar na figura 22. Ao mesmo tempo recapitulou as ideias principais, para que fossem retidas mais facilmente.

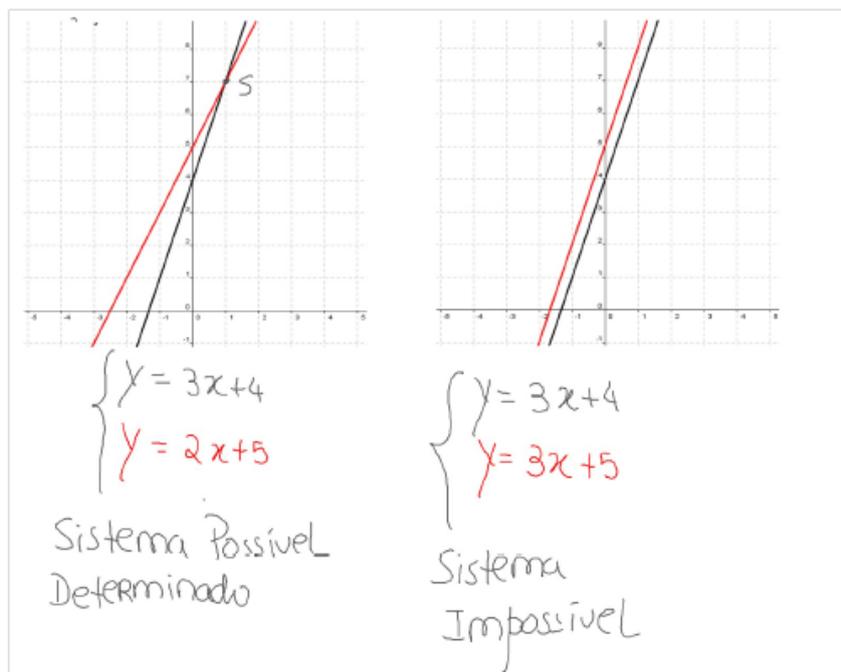


Figura 22: Representação gráfica de sistemas de equações (proveniente do *Geogebra*) e respetiva classificação.

Para finalizar foi analisada a situação de um sistema possível e indeterminado.

P: [...] Nós já falamos em sistemas possíveis e determinados, em sistemas impossíveis...

Qual é que não foi falado ainda?

Vários alunos: Possível e indeterminado...

P: Então como é que será a posição relativa das retas...

A2 e A7: Coincidentes...

P: Mas eu gostei da resposta da Joana, a Joana diz assim: "A reta deve cruzar mais do que uma vez" ... e como é que as retas se cruzam mais do que uma vez?

A5: Passam por cima uma da outra...

Desta vez, a professora deslocou, na folha gráfica do *Geogebra*, a reta de equação $y = 3x + 4$ até que esta coincidissem com a reta de equação $y = 3x + 5$, tendo os alunos verificado, através da folha de cálculo, que a expressão algébrica se aproximou bastante da primeira. Alertou, contudo, os alunos para o facto de, na prática, ser mais comum surgirem sistemas deste tipo com duas equações equivalentes e não com duas equações idênticas.

Repetiu o procedimento de utilização da câmara fotográfica para captar a representação gráfica do sistema e completou a informação no *flipchart*, conforme se pode observar na figura 23.

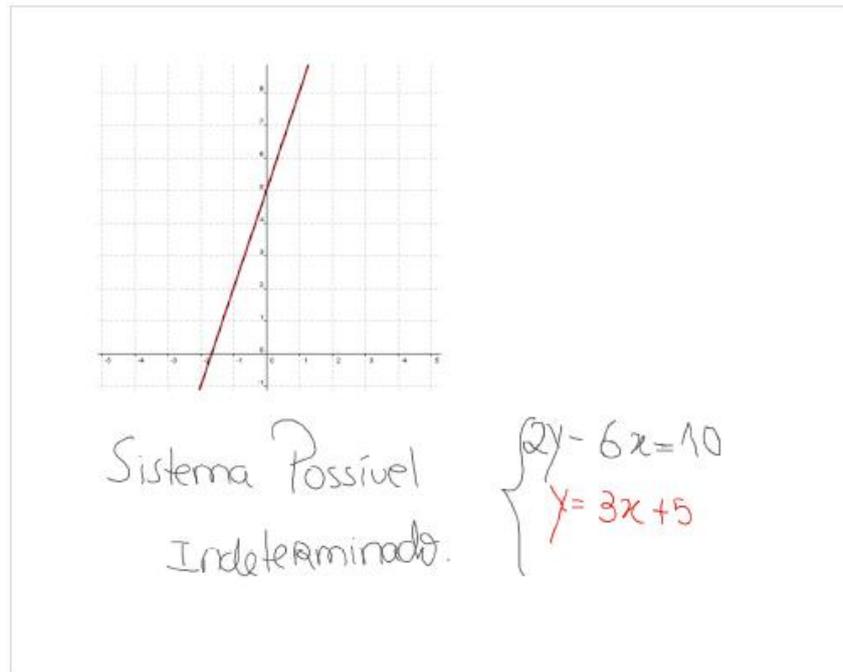


Figura 23: Representação gráfica de um sistema de equações (proveniente do Geogebra) e respetiva classificação.

Por último, a professora solicitou a participação dos alunos para sintetizar as principais aprendizagens da aula e informou que iria enviar através de *e-mail* o ficheiro produzido.

P: Conclusão, sempre que eu tenho [...] um sistema de equações [...] possível e determinado a representação gráfica é como?

Vários alunos: Retas concorrentes.

P: E o ponto de interseção...

A7: É a solução do sistema.

P: Num sistema impossível?

Vários alunos: Retas paralelas.

P: Num sistema possível indeterminado?

Vários alunos: Coincidentes.

P: Eu vou fazer a gravação disto [...] e irei enviar para o vosso *e-mail*...

Síntese

Indo ao encontro do gosto da professora, a aula decorreu num contexto de discussão com toda a turma, tendo a tarefa D sido alvo de análise em grande grupo. Esta aula desenvolveu-se seguindo três fases distintas.

A primeira fase da aula incluiu a apresentação da tarefa aos alunos, com a qual surgiram as primeiras questões que originaram alguma discussão de ideias e revisão de conteúdos já lecionados. Neste momento não foi utilizado o quadro interativo.

A segunda fase compreendeu a resolução e discussão da tarefa, caracterizando-se pela utilização do quadro interativo para representar graficamente um sistema de equações, de forma a possibilitar dar resposta à questão inicial da tarefa. Durante esta fase da aula foram utilizadas ferramentas específicas do quadro interativo (quadrícula, setas, linhas, pontos, régua) e houve intervenção de alguns alunos no seu manuseamento, sob orientação da professora. Ainda na fase de resolução e discussão da tarefa a professora utilizou o *Geogebra*, em simultâneo com o quadro interativo, com vista a explorar a representação gráfica de outros sistemas de equações e a interpretação das suas soluções, contando com a participação oral dos alunos. A máquina fotográfica foi utilizada para captar representações gráficas rigorosas, importantes para se estabelecerem as conclusões finais.

Por fim, a terceira fase coincidiu com a síntese das principais aprendizagens realizadas, tendo como suporte o *flipchart* construído durante a aula.

Desta forma, da tarefa D possibilitou a introdução de novos conteúdos, nomeadamente a representação gráfica de sistemas de equações, através da interação entre a professora e os alunos, sustentada no diálogo e recorrendo ao quadro interativo e ao *Geogebra* para alcançar os objetivos delineados.

Com a implementação desta tarefa registaram-se importantes avanços no que respeita à utilização do quadro interativo, por parte da professora, que não estava habituada a recorrer a diversas ferramentas específicas do quadro na mesma aula. Apesar de não se sentir muito à vontade no início, a professora fez uma utilização proveitosa do quadro interativo e o seu à vontade foi crescendo à medida que a aula foi avançando. Pode, por isso, concluir-se que a inexperiência da professora, e também dos alunos, no manuseamento de algumas ferramentas do quadro interativo não constituiu um fator constrangedor da sua utilização.

A ação da professora foi fundamental para promover o diálogo e discussão na sala de aula, colocando questões aos alunos e incentivando a sua participação. Os alunos participaram e colaboraram positivamente na resolução da tarefa e, conduzidos pela professora, chegaram às conclusões pretendidas. As interações estabelecidas foram sobretudo do tipo professora-alunos, mas também se registaram alguns momentos de interação aluno-aluno. De acordo com a escala apresentada no quadro 1, pode considerar-se que foi atingido o quarto nível de interatividade, salientando-se que através do diálogo os alunos e a professora interagiram colaborativamente na construção do conhecimento.

O quadro interativo constituiu um elemento facilitador do desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula. A sua utilização concretizou-se na exploração de diversas funcionalidades, que se apresentam resumidas no quadro 10.

Quadro 10: *Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa D.*

Funcionalidades do quadro interativo utilizadas:
<ul style="list-style-type: none">• Acesso a um recurso digital previamente preparado;• Visualização de fundo quadriculado;• Inserção de objetos;• Recurso à régua graduada;• Escrita com cores diversas (canetas coloridas);• Registo e anotação de respostas e sugestões;• Acesso a recursos digitais externos (<i>Geogebra</i>);• Uso da câmara fotográfica;• Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula;• Inserção de imagens;• Gravação de anotações e sugestões.

Em contexto de sala de aula, esta foi a primeira vez que a professora não teve de recorrer ao computador para intercalar entre os vários recursos disponíveis, permitindo-lhe manter-se na zona dianteira central da sala, junto do foco de atenção principal dos alunos que se situava no quadro interativo.

Durante esta aula, a versatilidade do quadro foi testada ao serem utilizadas muitas das suas funcionalidades. Pode considerar-se que o impacto foi bastante positivo, traduzindo-se em importantes ganhos, quer ao nível da estratégia de ensino da professora, quer ao nível do desenvolvimento das aprendizagens dos alunos.

O uso do teclado virtual no ecrã, o recurso à régua e à câmara fotográfica, causaram alguma admiração nos alunos, que nunca tinham visto um professor explorar estas ferramentas. Mais uma vez foram utilizadas canetas coloridas, o que contribuiu para um maior impacto visual.

A dinâmica criada pelo trabalho desenvolvido no *Geogebra*, em simultâneo com o uso do *software* do quadro interativo, permitiu à professora explorar novas situações de uma forma rápida e eficaz e provocou também a satisfação nos alunos, que se mostraram muito motivados e participativos. As suas ideias e raciocínios eram sustentados ou rejeitados mediante o que iam visualizando no quadro, o que contribuiu para promover a interação entre eles.

Outra grande vantagem da utilização do quadro interativo relacionou-se com a organização e rigor no estabelecimento de conclusões, nomeadamente pela utilização do fundo quadriculado, da régua graduada e inserção objetos (setas, linhas e pontos) e, numa fase subsequente, pela inserção de imagens provenientes do *Geogebra*.

A recuperação e visualização de informações escritas em páginas anteriores contribuíram para a sistematização das aprendizagens realizadas com a implementação desta tarefa.

Em conjunto, os alunos elaboraram um produto comum à turma que depois lhes foi disponibilizado, permitindo libertá-los da cópia de registos efetuados no quadro durante a exploração da tarefa, mantendo-os mais atentos e participativos e, ao mesmo tempo, possibilitando o aumento do ritmo da aula.

A disponibilização do ficheiro resultante da aula (em *pdf*) e o seu envio através de *e-mail* contribuíram de maneira transversal para os alunos desenvolverem as suas competências em TIC.

No quadro 11 apresenta-se a síntese relativa aos contributos da utilização do quadro interativo para agilizar a interação dialógica na sala de aula, durante a implementação da tarefa D.

Quadro 11: *Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa D.*

A utilização do quadro interativo permitiu:
<ul style="list-style-type: none">• Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco;• Aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação;• Dar suporte ao desenvolvimento das ideias e raciocínios dos alunos;• Registrar a informação de forma mais organizada e rigorosa;• Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma;• Recapitular e sintetizar as ideias com facilidade;• Aumentar o ritmo da aula;• Disponibilizar toda a informação registada aos alunos.

Tarefa E: As velas cilíndricas

A aplicação da tarefa E (Anexo 7) foi iniciada no dia 14 de maio de 2012, numa aula de 90 minutos, tendo sido concluída na aula seguinte, dia 16 de maio de 2012, também com a duração de 90 minutos. Incidiu sobre o tópico “Sólidos geométricos” e concretizou-se na

resolução de um problema envolvendo o cálculo de áreas de superfície e volumes de sólidos geométricos, num contexto real.

A segunda aula de implementação da tarefa E foi precedida de uma reunião entre a professora e a investigadora, na qual se procedeu ao ajustamento da planificação, de acordo com o desenvolvimento da aula anterior e com o tempo agora disponível.

Nesta tarefa foram apresentados dois moldes cilíndricos, com dimensões diferentes (a altura do molde A, coincidia com o diâmetro da base do molde B e o diâmetro da base do molde A, coincidia com a altura do molde B), que seriam utilizados para fazer velas. A partir de dois blocos de parafina com a forma de um paralelepípedo, com dimensões idênticas, mas com cores diferentes (vermelho e verde), pretendia-se fazer o maior número possível de velas, sabendo que, do molde A, apenas iriam resultar velas vermelhas e, do molde B, resultariam apenas velas verdes. O objetivo final do problema era saber se um rolo de papel autocolante colorido, de dimensões conhecidas, era suficiente para forrar todas as velas que se podiam fazer.

Pretendia-se que os alunos resolvessem o problema em pequenos grupos e apresentassem as suas conclusões à turma, discutindo ideias e resultados e fazendo uso de algumas potencialidades do quadro interativo. Na análise desta tarefa optou-se por numerar cada um dos grupos de trabalho tendo em consideração a ordem pela qual foram chamados a intervir junto do quadro interativo.

A aula foi iniciada com a formação de cinco grupos de trabalho, cada um com quatro elementos, tendo a professora permitido que fossem os próprios alunos a escolher os grupos, como já tinha acontecido noutras aulas.

A tarefa E foi apresentada aos alunos em suporte de papel e durante a fase de resolução em grupo, também permaneceu projetada no quadro interativo, utilizando um *flipchart* previamente elaborado.

Apesar de os alunos se terem mostrado mais agitados e conversadores nesta aula, conseguiram discutir a tarefa nos respetivos grupos e todos perceberam que tinham de começar por determinar quantas velas se podiam fazer. Durante esta fase de trabalho autónomo foram questionando a professora em relação aos passos que estavam a pensar seguir, às fórmulas que pensavam utilizar e pretendiam que lhes fossem validados os resultados encontrados. Contrariando a vontade dos alunos, a professora ia apenas incentivando todos os grupos, fazendo-os explicar as suas ideias e avançar nos seus raciocínios.

Ao verificar que a maioria já tinha conseguido chegar ao número de velas vermelhas e ao número de velas verdes, e uma vez que alguns já estavam a dispersar, a professora resolveu interromper o trabalho dos alunos e passar a uma primeira fase de discussão, mesmo sem terem concluído a tarefa.

P: Eu acho que já chega. Vamos lá...

A1: Professora, dê lá mais um bocadinho de tempo... Nós ainda não acabámos.

P: Eu sei, mas já toda a gente pensou no problema. Alguns grupos já têm quase tudo concluído e agora todos juntos vamos ver se conseguimos chegar a alguma conclusão.

João [aponta para o grupo 1], vão lá apresentar! Passam a página, pegam na caneta e começam.

Nesta primeira aula, apenas dois grupos tiveram intervenção direta no quadro interativo e a ordem pela qual foram chamados a intervir foi aleatoriamente escolhida pela professora, uma vez que quase todos tinham chegado aos mesmos resultados.

Os alunos do grupo 1 explicaram que os cálculos que iriam apresentar serviriam para saber o volume de cada molde, bem como a quantidade de cera que dispunham, com vista a determinar o número de velas que era possível fazer.

Quando registaram os primeiros cálculos, relacionados com o volume do molde A (figura 24), os alunos do grupo 3 manifestaram-se por não terem chegado aos mesmos resultados. A professora solicitou, então, ao grupo que estava no quadro interativo que utilizassem a calculadora disponível nas ferramentas do quadro interativo para esclarecer perante a turma se os resultados que apresentavam estavam corretos, tendo-se concluído que tudo estava bem.

A1: A nós deu-nos um resultado completamente diferente.

P: Está aqui este grupo a dizer que...

A1: Deu-nos outra coisa...

P: Deu-vos outra coisa? Para o molde A, certo? Então, algum estará errado, para não estarem os dois iguais. Há aí uma calculadora no quadro que podemos usar... Vocês sabem como é que calculam a área da base, sabemos a altura. Vamos lá então verificar quem é que está certo e quem é que está errado. Como é que se calcula a área da base? A base é o quê?

A2: É um cilindro.

P: Qual é a figura geométrica da base?

A2: Ai, um círculo!

P: E como é que eu calculo a área?

Vários alunos: π vezes o raio ao quadrado.

P: Então vamos lá! [aponta para a calculadora, incentivando os alunos a fazer os cálculos]

Aí não têm o valor de π , podem usar o 3,14. Qual é o raio?

A2: O raio é 5.

[...]

P: Ele já fez ali para toda a gente ver! [...] Então confirma-se o resultado, porque é o que ele tem lá.

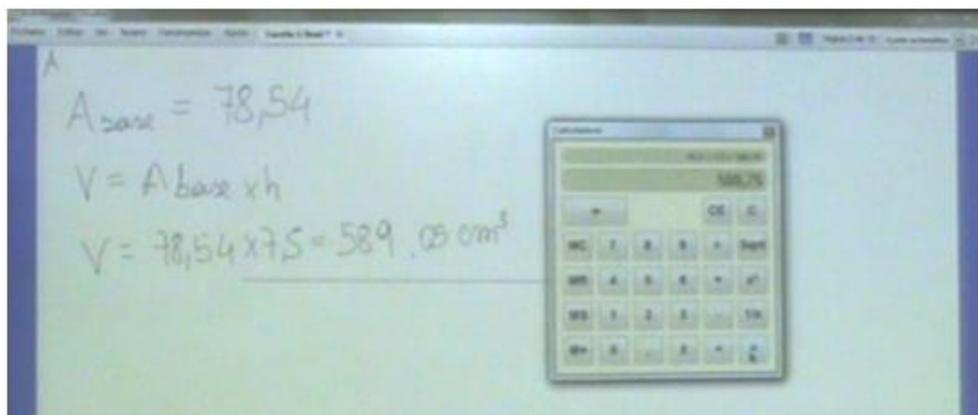


Figura 24: Cálculo do volume do molde A.

Pelo facto de a professora ter detetado, durante a fase de trabalho autónomo dos alunos, que o erro dos alunos do grupo 3 era apenas de cálculo, optou por esclarecer a dúvida junto do grupo e pediu ao grupo 1 para avançar para o cálculo do volume do cilindro correspondente ao molde B (figura 25). Desta vez, todos os grupos confirmaram o resultado obtido, embora se tivessem registado pequenas diferenças nos arredondamentos efetuados.

$$\begin{aligned} B. \\ A_{base} &= 44,2 \text{ cm}^2 \\ V &= 44,2 \times 10 \\ V &= 442 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Figura 25: Cálculo do volume do molde B.

Seguiu-se o cálculo do volume do bloco de parafina (figura 26), tendo os restantes grupos obtido o mesmo resultado.

$$50 \times 25 \times 5 = 6250 \text{ cm}^3$$

Figura 26: Cálculo do volume do bloco de parafina.

À medida que iam registando os cálculos efetuados, um dos alunos do grupo ia explicando o que estavam a fazer.

A2: Aqui [aponta o registo no quadro interativo], fomos calcular o volume do paralelepípedo.

P: Sim, para quê?

A2: Para depois o dividir pelo volume dos cilindros.

P: E vão dividir para saber o quê?

A2: Para saber o número de velas.

Para finalizar a primeira parte da resolução do problema, e conseqüentemente a intervenção do grupo 1 junto do quadro interativo, os alunos determinaram o número de velas feito com cada molde (figura 27).

$$6250 : 589,05 = 10,61$$
$$6250 : 442 = 14,14$$

10 velas vermelhas
14 velas verdes

Figura 27: Determinação do número de velas vermelhas e do número de velas verdes.

A propósito da aproximação por defeito, às unidades, do número de velas vermelhas gerou-se algum desentendimento entre os alunos. Os alunos do grupo 3 consideravam que tinham de ser 11 velas, porque 10,61 arredondado às unidades era 11. Os restantes alunos concordavam que só podiam ser 10 e explicaram convenientemente o seu ponto de vista.

A1: Oh, professora! Nós fizemos só 14. Porque 14 velas vírgula 14... não dá assim muito jeito!

A6: Tem se arredondar às unidades.

[...]

P: Eu não consigo perceber ali uma coisa, vejam lá se concordam. A ele dá-lhe ali 10,6. Porque é que diz 10 velas, em vez de 11? Não tem que arredondar? Não tem que passar a 11?

A3: Não faz sentido dizer 11 velas, se não chega para as 11...

P: E então João, que é que tu achas? João B. ... então dá 10,6? 10,6 terá de ser 11, não é? Arredondava! Ora se o algarismo após a vírgula é maior do que 5 (é 6), que é aquilo que eu elimino, o que fica [10] sobe uma unidade.

Vários alunos: É 10.

A1: É 11.

[...]

P: Então o que é que acham? É 10 ou é 11?

A4: É 10.

A1: É 11.

P: Então, em que é que ficamos?

A1: 11, porque para arredondar o valor à frente tem que ser maior que 5.

P: É, não é? Então se eu tenho... como é que eu faço o arredondamento?

A5: Mau, então mas a professora disse...

P: Eu não disse nada...

A6: Então professora, onde é que vamos buscar mais cera do bloco?!

A7: Então e como é que fazes uma vela com menos? Onde é que vais buscar o resto?

A6: Adapta-se. Se o bloco só tem aquilo, onde é que eu vou buscar? Só se tivéssemos outro bloco.

A1: Para mim é 11!

[...]

A8: Se tivermos 10,6 podemos fazer 10 velas, mas não podemos fazer 11.

A9: Porque sendo 11, uma fica a pouco mais de metade. Não chega a uma inteira.

A6: Já não temos o bloco, nunca dá para fazer uma.

[...]

A6: Do 10 até sobra. Mas para fazer 11 já não dá.

A7: Então mas ao 61 [refere-se a 0,61], faz-se-lhe o quê?

A6: O 61 [0,61] sobra.

[...]

P: Conseguíamos encher 11 moldes com aquela quantidade de cera?

A1: Não. Então mas os 61 [0,61] também têm de ser utilizados!

P: Ninguém diz isso.

[...]

A10: Ela usou o máximo, não usou tudo.

P: Exatamente. Diz lá! Oçam lá o que o João disse, que eu gostei da frase.

A10: Ela usou o máximo de cera possível.

P: Não tem que usar tudo. Tem que usar o máximo que puder.

Contrariamente ao que pensou fazer quando sugeriu iniciar a discussão da tarefa e sem ter em consideração que a maioria dos grupos ainda não tinha avançado mais na resolução do problema, a professora solicitou a intervenção dos alunos do grupo 2. Mais tarde, quando reuniu com a investigadora, afirmou que a sua decisão não terá sido a melhor, mas naquela altura viu-se impelida a avançar porque faltava pouco tempo para acabar a aula e queria cumprir o que tinha sido planificado.

O grupo 2 continuou o trabalho iniciado pelo grupo anterior. Salienta-se que este foi o grupo que conseguiu chegar mais longe na resolução do problema, no tempo disponibilizado pela professora, embora não tenha chegado à solução correta.

No quadro interativo, começaram por selecionar tudo o que os colegas tinham escrito e reduziram o tamanho ocupado por aqueles registos, para que fosse possível continuar a resolução do problema na mesma página, mantendo visível todos os cálculos efetuados até ao momento.

Depois de recordarem o objetivo do problema, os alunos registaram no quadro interativo os cálculos que efetuaram e depois explicaram o seu raciocínio. Começaram por determinar a área de papel autocolante colorido e depois a área ocupada pelas velas vermelhas.

A propósito do cálculo da área de papel autocolante colorido disponível, houve necessidade de voltar a visualizar o enunciado para esclarecer as reduções, efetuadas pelos alunos, aos valores das medidas de comprimento do papel, tendo-se alternado rapidamente entre as duas páginas do *flipchart*. Por sugestão da professora, completaram os seus registos utilizando uma caneta colorida para realçar o valor da área de papel disponível para forrar as velas (figura 28).

$$A_{\square} = \overset{\text{medidas do papel}}{95 \times 60} = \boxed{5700 \text{ cm}^2} \text{ \textit{área do papel}}$$

Figura 28: Cálculo da área de papel disponível para forrar as velas.

Os alunos deste grupo calcularam a área lateral de cada uma das velas vermelhas, originadas pelo molde A, e a consequente área ocupada pelas 10 velas dessa cor (figura 29).

$$\begin{aligned}
 P_0 &= d \cdot \pi r = \\
 &= d \times \pi \times r = 31,42 \\
 A_{\text{lateral}} &= 31,42 \times 7,5 = 235,65 \text{ cm}^2 \\
 &\text{\textit{velas melho}} \\
 235,65 \times 10 &= 2356,3 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Figura 29: Determinação da área ocupada pelas velas vermelhas.

Durante a intervenção grupo 2 no quadro interativo, verificou-se um fraco nível de interação entre os alunos, provavelmente pelo facto de haver apenas um outro grupo na mesma fase da resolução de problema e, por isso, a maioria não tinha resultados para comparar com os que estavam a ser apresentados.

Como a aula estava a chegar ao fim e como vários grupos não tinham tido tempo para terminar a tarefa, a professora solicitou aos alunos que concluíssem a mesma em casa, e informou que iriam retomar a discussão da tarefa na aula seguinte. Todos os alunos copiaram os registos que constavam no quadro interativo para os seus cadernos.

O ficheiro com todos os registos e anotações efetuadas foi gravado pela professora e serviu de ponto de partida para a aula seguinte. A tarefa foi, por isso, retomada com a leitura do enunciado, utilizando o *flipchart* produzido anteriormente no quadro interativo. Solicitando a participação dos alunos, recapitulou-se o objetivo do problema.

P: Foram vocês que pensaram, trabalharam em grupo e tentaram fazer alguma coisa! Qual é a pergunta? Qual é o objetivo? João?

A11: Era para saber quantas velas podemos fazer com a cera.

P: Acham que é isso? Eu quero saber quantas velas?

A6: Não...

A5: Quantas velas conseguimos forrar.

A2: Quer saber se consegue forrar todas as velas.

P: A pergunta é: “será que conseguimos forrar todas as velas?” É isto que queremos saber, certo?

A professora pediu também para explicarem, desde o início, o raciocínio que levava à resolução do problema.

Aproveitando os cálculos que já tinham sido efetuados na aula anterior pelo grupo 1 e que se encontravam na página seguinte, foi pedida a colaboração de um aluno desse grupo, para explicar o que tinha sido feito.

P: [...] Todos têm a ficha à frente com o enunciado. Passa lá para a página seguinte [dirige-se ao aluno do grupo 1]. Então explica lá qual foi o vosso raciocínio?

A2: Então aqui fui calcular a área da base... Calcular o volume do cilindro A, que era para saber quantas velas é que lá podia meter.

[...]

Fui calcular o volume do paralelepípedo e depois fui dividir pelo volume do cilindro A e foime dar 10,61 [durante a explicação o aluno aponta para os diferentes valores no quadro interativo].

P: Pronto! E aí, quando foi dar esse 10,61, gerou-se alguma discussão, certo?

[...]

Todos perceberam como é que chegámos às 10 velas?

Vários alunos: Sim!

A6: O resto sobra!

[...]

P: Qual foi o raciocínio a seguir?

A2: A seguir fui calcular o volume do cilindro B [assinala esses cálculos com a caneta colorida de cor verde] e fui ver quantas velas verde é que podia fazer.

P: E quantas velas é que encontrámos?

A2: 14.

Por sugestão da professora e como forma de tornar a apresentação mais clara, o aluno destacou os registos do cálculo do volume do molde A com a caneta de cor vermelha, uma vez que diziam respeito às velas dessa cor, e os registos do cálculo do volume do molde B com caneta de cor verde, pois essa era a cor das velas produzidas com o mesmo (figura 30).

A

$$A_{base} = 78,54 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{base} \times h$$

$$V = 78,54 \times 7,5 = 589,05 \text{ cm}^3$$

B.

$$A_{base} = 44,2 \text{ cm}^2$$

$$V = 44,2 \times 10$$

$$V = 442 \text{ cm}^3$$

$$50 \times 25 \times 5 = 6250 \text{ cm}^3$$

$$6250 : 589,05 = 10,61$$

$$6250 : 442 = 14,14$$

10 velas vermelhas
14 velas verdes

Figura 30: Utilização de canetas coloridas na resolução do problema.

Seguiu-se a recapitulação do passo seguinte, cujos cálculos tinham sido efetuados na aula anterior e se encontravam noutra página do *flipchart*. Destaca-se que, na reunião que ocorreu

após a primeira aula desta tarefa, se decidiu separar os cálculos efetuados por cada um dos grupos intervenientes na apresentação da resolução do problema, para que os alunos compreendessem melhor os passos seguidos.

Depois de recuperar os registos gravados na aula anterior, uma aluna do grupo 2 explicou o que tinham feito, tendo sido ajudada por outro aluno desse grupo.

A5: Eu já não me lembro muito bem...

P: Não colocaram aí esses cálculos todos por acaso, não?! Vocês são um grupo, devem ter pensado para saber como é que isso aí apareceu.

A5: Isto [aponta para o cálculo da área no quadro interativo] era para saber a área do paralelepípedo...

[...]

A3: Não. Aquilo são as medidas do papel reduzindo de metros para centímetros [...] E a área foi dar ali aquele valor.

P: Está lá escrito e tudo [aponta para o quadro interativo]! É assim [dirige-se à aluna A5], se tu voltares a ler o enunciado [...], tínhamos um retângulo de papel com umas determinadas dimensões e queríamos saber se era possível forrar todas as velas.

A5: Pois, agora para isso temos de saber a área dos moldes.

[...]

A5: E agora para saber a área lateral tinha que pôr isto [aponta para o resultado do perímetro da circunferência] vezes... [pausa]

P: Quem é que consegue ajudar a Joana? Vezes o quê?

[...]

A2: Temos de saber o perímetro do cilindro [refere-se ao perímetro da circunferência] e depois multiplicar pela altura...

[...]

P: E depois foste multiplicar por 10, porquê?

A5: São dez moldes vermelhos...

Os cálculos associados à área ocupada pelas velas produzidas com o molde A foram destacados com a cor vermelha.

Quanto aos cálculos relativos à área ocupada pelas velas produzidas a partir do molde B, foram registados na mesma página pelos alunos pertencentes ao grupo 3 e foram destacados com a cor verde (figura 31).

B
 $A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot 3,75 \times 10 = 235,62 \text{ cm}^2 = 235,62 \times 10 = 2356,2 \text{ cm}^2$

Figura 31: Determinação da área ocupada pelas velas verdes.

A discussão do problema em torno do passo seguinte (saber se era possível forrar todas as velas com o papel disponível) levou à apresentação oral de duas estratégias distintas.

P: Ideias? Diz, Joana.

A5 (grupo 2): Temos que dividir 5700 pelo resultado [refere-se ao valor da área das 10 velas vermelhas]

[...]

P: Diz lá, João.

A2 (grupo 1): Eu acho que devíamos somar o 2356,3 com o 3298,68 e víamos se era inferior ou superior ao valor lá de cima [refere-se à área de papel disponível].

[...]

A1: Os moldes não são iguais...

A7: Um é maior que o outro.

A2: Está bem! Mas se o 5700 chegar para as duas [refere-se aos valores das áreas: 2356,3 e 3298,68] é sinal que dá.

A3: Ah, sim! Já estou a perceber.

P: Vamos lá ver. Eu tenho uma folha de papel. Quero forrar, até podia ter coisas diferentes. Eu agora tenho aqui esta folha de papel, vamos imaginar, e agora quero cortar aqui um retângulo e forrar uma coisinha qualquer com um retângulo. Então o que é que tenho de verificar? Se as áreas cabem aqui ou não, será isso?

A5: Mas se dividirmos a área do papel pela área do modelo sabemos quantas velas é que vamos forrar.

P: Concordam com a Joana?

A5: Sim.

P: E para isso porque é que eu tinha de multiplicar por dez?

A12: Porque nós só fizemos a lateral de uma vela e elas eram muitas.

P: É assim Joana, eu não discordo da tua ideia. Agora nesse caso, indo por esse raciocínio, não podias multiplicar pela área de todas as velas, mas sim pela área ocupada por uma vela.

A sugestão do grupo 2 correspondia à divisão do valor da área de papel disponível, pelo valor da área lateral encontrada. Apesar de a ideia estar correta, não coincidiu com o que os alunos desse grupo fizeram realmente no caderno, pois dividiram o valor da área de papel disponível, primeiro, pelo valor da área lateral das 10 velas e, depois, pelo valor da área lateral das 14 velas. Só um pouco mais à frente é que a turma, em geral, viria a perceber que a área lateral dos dois moldes era igual, pelo que poderiam dividir o valor da área de papel disponível pela área ocupada por um dos moldes e comparar esse valor com o número total de velas (24).

De acordo com o grupo 1 deveriam somar os valores das áreas laterais de todas as velas e comparar esse valor com o da área de papel disponível. Esta ideia foi a que fez mais sentido para a maioria dos grupos e por isso foi registada no quadro interativo (figura 32), por um aluno do grupo 4. Note-se que este grupo, na aula anterior, apenas conseguiu determinar o número de velas que era possível fazer com cada molde e não tinha concluído a tarefa em casa.

$$3298,68 + 2356,3 = 5654,98 \text{ cm}^2$$

Valor Total a
→ ferrar

Figura 32: Determinação da área correspondente a todas as velas que se pretendiam ferrar.

Para se efetuarem os registos na mesma página do *flipchart*, começou-se por reduzir um pouco o tamanho das anotações precedentes. Os cálculos foram feitos recorrendo à calculadora do quadro interativo.

A conclusão foi retirada em conjunto, envolvendo a participação de vários alunos, e foi registada no quadro interativo por um aluno do grupo 5 (figura 33).

P: Consegue a Joana ferrar todas as velas ou não?

Vários alunos: Sim.

P: Porquê?

A4: O valor [da área de todas as velas] é inferior ao outro [refere-se à área de papel disponível].

P: Então temos mais papel para ferrar do que área a ferrar. Certo?

Vários alunos: Sim.

P: Então, João, vai lá ao quadro e passa a página. Escreves a conclusão. E qual foi a conclusão que nós tiramos deste problema?

A13: Que a Joana consegue ferrar....

[...]

A10: A Joana consegue ferrar todas as velas.

P: Então escreve lá isso!

Conclusão:
- A Joana consegue ferrar todas as velas,

Figura 33: Registo da conclusão inicial da tarefa E.

Nesta fase da aula foi evidente que a tarefa estava a demorar demasiado tempo. Envolveu uma série de cálculos, seguindo uma certa lógica e alguns alunos já se mostravam cansados e permaneciam pouco envolvidos na discussão da tarefa.

Perante os resultados obtidos, nenhum aluno colocou em hipótese não ser possível ferrar todas as velas. No entanto, esta tarefa tinha uma segunda parte que os iria ajudar a perceber se a sua conclusão estava efetivamente correta.

Recorrendo ao quadro interativo, lançou-se o desafio de proceder à distribuição dos retângulos, correspondentes à área lateral de cada uma das velas, num retângulo correspondente ao papel colorido disponível para as ferrar.

Para economizar tempo e com vista a promover a interação física dos alunos com o quadro, passou-se para uma nova página do *flipchart*, preparada previamente, que possibilitava aos alunos simularem várias hipóteses e verificarem se era realmente possível forrar todas as velas (figura 34). A professora explicou brevemente o funcionamento da página que se tinha preparado.

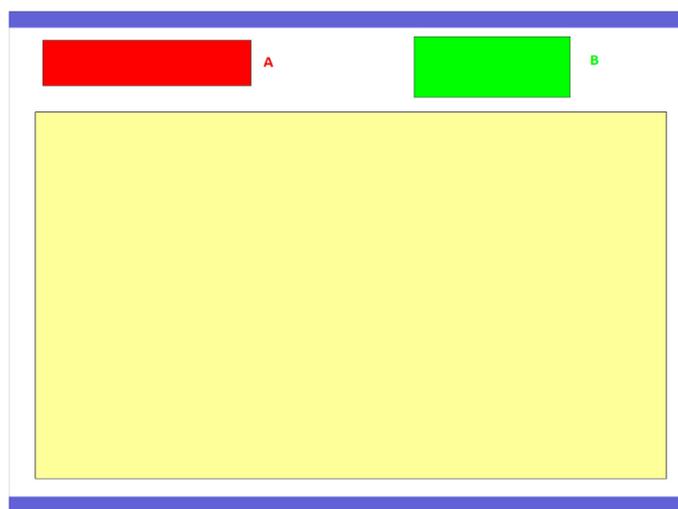


Figura 34: Simulador da distribuição dos moldes sobre o papel.

Na figura 34, o retângulo amarelo correspondia ao papel autocolante colorido; o retângulo vermelho, A, correspondia à parte lateral de uma vela obtida através do molde cilíndrico A; e o retângulo verde, B, correspondia à parte lateral de uma vela obtida através do molde cilíndrico B. Ao arrastar os retângulos A e B, gerava-se automaticamente uma cópia dos mesmos, podendo-se utilizar o número de retângulos que se pretendesse. Assim, os alunos teriam de dispor 10 retângulos vermelhos e 14 retângulos verdes sobre o retângulo amarelo, na posição pretendida, já que podiam facilmente ser rodados. Todas as figuras foram construídas à escala e, por isso, aquelas representações geométricas traduziam efetivamente a situação descrita no problema.

Pensou-se inicialmente em deixar que cada grupo se deslocasse ao quadro interativo e apresentasse uma proposta, no entanto, fatores como a gestão do tempo e a manifesta vontade dos alunos em participar condicionaram esta decisão. De facto, a preocupação da professora com a demora na resolução do problema (esta já era a segunda aula de aplicação da tarefa e faltavam menos de 45 minutos para terminar) e a agitação dos alunos em querer manipular o quadro interativo, impulsionaram-na a deixar que alguns dos mais fracos e habitualmente menos participativos fossem ao quadro. Esta alternativa foi extremamente rica, contribuindo para o envolvimento de todos os alunos na discussão da tarefa.

Nesta fase, a aula ganhou uma nova vida e todos os alunos queriam participar e foram dando sugestões aos que estavam junto do quadro interativo a manipular os retângulos. Alguns comentaram: “Afinal eu acho que não vai dar...”.

Foram realizadas, pelos alunos, três tentativas para dispor os retângulos vermelhos e os retângulos verdes sobre o retângulo amarelo. As várias tentativas foram feitas em páginas diferentes.

Na figura 35, correspondente à primeira tentativa, foram colocados todos os retângulos correspondentes às velas vermelhas (10) e apenas 12 correspondentes às velas verdes, tendo-se concluído que não era possível forrar todas as velas.

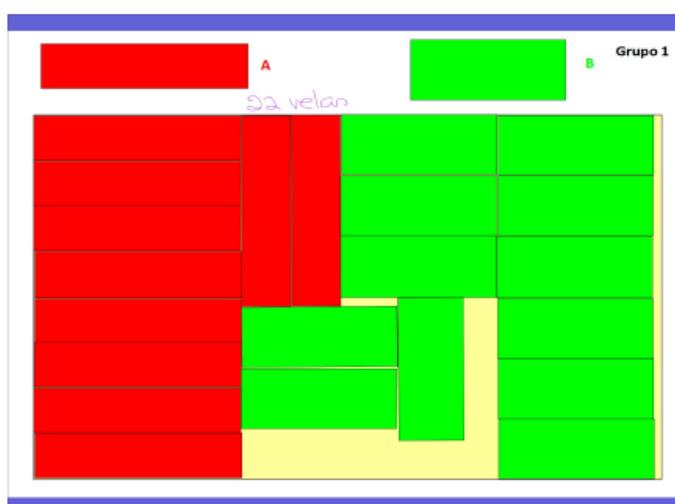


Figura 35: Primeira simulação da distribuição dos moldes sobre o papel.

Na segunda tentativa (figura 36), só se conseguiram colocar 21 retângulos (10 vermelhos e 11 verdes).

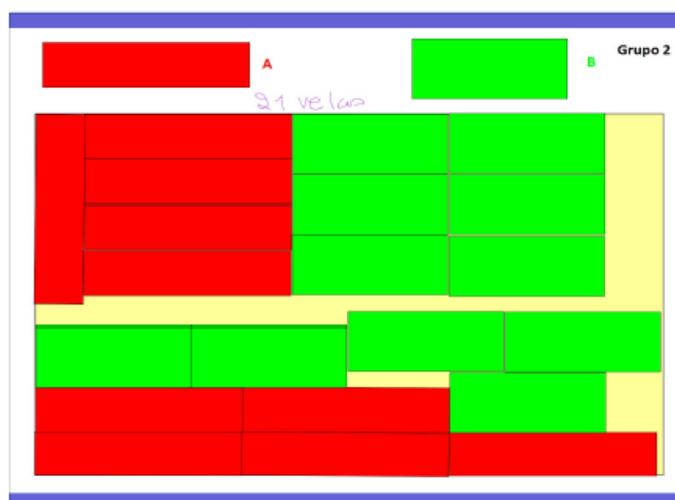


Figura 36: Segunda simulação da distribuição dos moldes sobre o papel.

Na figura 37, referente à terceira tentativa, voltaram a ser colocados 22 retângulos (10 vermelhos e 12 verdes), com uma disposição diferente da primeira. Houve em aluno que se apercebeu que, fazendo uma pequena alteração na disposição de um dos retângulos vermelhos, já era possível colocar mais um retângulo verde, o que permitiria dispor 23 retângulos e esta seria a melhor aproximação do que se pretendia fazer. Esta hipótese não foi testada no quadro interativo, embora tenha sido confirmada pela professora e pelos outros alunos.



Figura 37: Terceira simulação da distribuição dos moldes sobre o papel.

Ao analisar esta disposição dos retângulos um aluno comentou: “Agora se, por exemplo, fossemos ver a área desses espaços amarelos, já davam para preencher mais duas velas. Só que nós não podemos recortar e colar. Tem de ser inteiro.”.

Durante a discussão foram revisitadas as páginas anteriores para confirmar quantos retângulos tinham conseguido colocar em cada tentativa. Muitos alunos já estavam convencidos de que não era possível forrar todas as velas e iam debatendo em voz alta os seus pontos de vista.

A4: Ali [aponta para o quadro interativo] já está um bocado desperdiçado.

A2: Vão ficar sempre esses espaços a mais!

A10: Então se a área disto é maior que a área lateral das velas... Como é que não dá?!

A2: Não vai dar! Olha os espaços que ficam sem nada [aponta para o quadro interativo]!

A4: A diferença é tão pouca e como vão sempre ficando espaços, não vai chegar!

A13: Vão sempre ficar espaços que não se aproveitam.

Apesar de os alunos continuarem a manifestar o seu interesse em interagir com o quadro e a lançar mais sugestões, a professora, pressionada pelo tempo, decidiu avançar, pois tinha, ela própria, testado previamente algumas hipóteses e pretendia mostrá-las aos alunos.

Em jeito de conclusão final, a professora relançou a questão inicial, tendo-se verificado que os alunos já estavam convencidos de que não era possível forrar todas as velas, por causa dos desperdícios de papel.

P: Com esta informação que nós aqui temos, vocês acham que conseguimos forrar ou não?

[...]

A4: Vão sempre sobrar espaços, não vai chegar! Há desperdício de papel.

[...]

A11: Professora, com esses spacinhos nós não podíamos juntar tudo e pôr numa peça?

P: Ora bem, a questão aqui é mesmo essa. O Bernardo até já tinha dito... Se eu quiser forrar uma vela com “remendos”, mesmo pequeninos, aí nesse caso será que dá ou não?

Vários alunos: Sim, dá.

A4: Dar para forrar dá, só que não é prático.

P: Nesse caso dá.

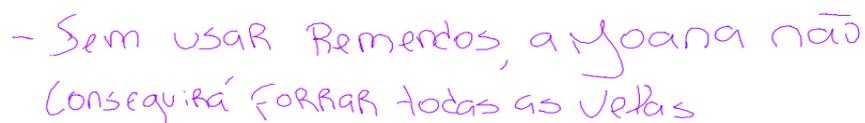
A13: Pelas contas sim...

P: Exatamente! Pelos cálculos conseguimos confirmar que dá. Mas se não utilizarmos “remendos”, vocês acham que dá ou não?

Vários alunos: Não.

P: Então, Bernardo, vem cá registar a conclusão.

Finalizou-se a tarefa com o registo da conclusão final no quadro interativo (figura 38).



- Sem usar Remendos, a Joana não conseguirá forrar todas as velas.

Figura 38: Registo da conclusão final da tarefa E.

O ficheiro produzido na aula foi gravado e disponibilizado aos alunos (em pdf), apesar de todos terem passado a resolução da tarefa no caderno diário.

Síntese

Da análise das aulas em que foi implementada a tarefa E, destacam-se quatro fases distintas.

Salienta-se que as duas primeiras fases (apresentação e realização da tarefa, respetivamente) ocorreram na primeira aula, bem como parte da terceira fase (discussão da tarefa). No entanto, como não foi possível concluir esta terceira fase na primeira aula, retomou-se a mesma na aula seguinte e concretizou-se a quarta fase (síntese da tarefa).

Na primeira fase, os alunos tomaram conhecimento do problema proposto através da apresentação da tarefa em suporte de papel. O quadro interativo foi utilizado complementarmente para apresentar a tarefa.

Durante a realização da tarefa (segunda fase), os alunos procuraram solucionar o problema, em grupos, aplicando os conteúdos lecionados em aulas anteriores sobre áreas e volumes de sólidos geométricos. A professora foi incentivando o trabalho autónomo de todos os grupos, fazendo com os alunos explicassem as suas ideias e avançassem nos seus raciocínios.

Na terceira fase da aula ocorreu a discussão do problema no quadro interativo, envolvendo a participação dos vários grupos de trabalho. Cada grupo contribuiu para a construção de uma resolução comum à turma explicitando o(s) passo(s) solicitado(s) pela professora. Registaram-se também alguns momentos de recapitulação e síntese de ideias associados, sobretudo, ao facto de a tarefa se ter desenvolvido em duas aulas. Destaca-se pela negativa o facto de nem todos os grupos terem conseguido concluir a tarefa atempadamente, o que ocasionou um menor envolvimento dos alunos na discussão sobre a mesma. No que respeita à utilização do quadro interativo, esta baseou-se no recurso à calculadora, na recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas e no uso de canetas coloridas. Foram também redimensionados os registos e anotações efetuados pelos alunos. Da ação da professora, destaca-se a sua dificuldade em gerir o tempo letivo disponível e em rentabilizar as intervenções dos vários grupos de trabalho.

Nesta fase houve ainda oportunidade para confrontar a resposta encontrada para o problema, com o seu contexto real, apelando ao sentido crítico e prático dos alunos e fazendo uso das novas tecnologias. Procedeu-se à distribuição “dos moldes das velas” no “papel autocolante colorido” através da inserção e manipulação de retângulos numa página do *flipchart*, previamente preparada, envolvendo a interação dos alunos com o quadro interativo. De uma forma geral, os alunos manifestaram interesse e empenho ao longo da realização da tarefa, mas a sua motivação aumentou consideravelmente nesta fase. A ação da professora foi essencial para controlar as suas intervenções.

Na quarta fase, que coincidiu com a síntese da tarefa, foi recordado o objetivo do problema, sistematizaram-se as principais conclusões e foi registada no quadro interativo a resposta ao problema.

Na implementação da tarefa E, o facto de a professora ter avançado prematuramente para a fase de discussão condicionou de certa forma o grau de envolvimento dos alunos. No início surgiram algumas interações entre os alunos e entre estes e a professora, tendo a professora conseguido gerir bem as suas intervenções, mas à medida que se foi avançando na resolução da tarefa o diálogo tornou-se cada vez menos intenso, bem como o grau de questionamento da professora. Esta situação provocou a ocorrência de uma quebra no nível de interatividade

em sala de aula, que só foi recuperada com a utilização do quadro interativo, mais especificamente durante a distribuição “dos moldes das velas” no “papel autocolante colorido”. Nesta altura os alunos ganharam algum controlo na interação e as suas ideias foram aproveitadas pela professora. A ação da professora foi importante para gerir a participação dos alunos, uma vez que se mostravam bastante entusiasmados e empenhados. Fazendo um balanço global da aula no que respeita ao nível de interatividade alcançado, pode considerar-se que foi atingido o terceiro nível da escala definida no quadro 1.

O quadro interativo constituiu um elemento facilitador do desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula. Nesta tarefa, a sua utilização concretizou-se na exploração de diversas funcionalidades, que se apresentam resumidas no quadro 12.

Quadro 12: *Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa E.*

Funcionalidades do quadro interativo utilizadas:
<ul style="list-style-type: none">• Acesso a um recurso digital previamente preparado;• Registo e anotação de respostas e sugestões;• Diminuição/aumento de dimensões de objetos;• Uso de calculadora;• Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula;• Escrita com cores diversas (canetas coloridas);• Inserção de objetos;• Gravação de anotações e sugestões.

De uma forma geral, todas as funcionalidades do quadro interativo utilizadas contribuíram positivamente para atingir os objetivos propostos com a realização desta tarefa.

O recurso à calculadora do quadro interativo permitiu confirmar, perante a turma, os resultados obtidos pelos alunos, concentrando a sua atenção no mesmo foco.

A redução do tamanho dos registos e anotações dos alunos permitiu a visualização de todos os passos da resolução numa só página. Por outro lado, a utilização de canetas coloridas permitiu destacar partes da resolução do problema, facilitando a organização dos registos efetuados no quadro.

A recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas contribuíram para a compreensão do problema, possibilitando aos alunos exporem eficazmente as suas ideias e explicarem os seus raciocínios.

A gravação do ficheiro resultante da primeira aula de implementação da tarefa permitiu a sua reutilização na aula seguinte, o que facilitou a recapitulação e sistematização de ideias e estratégias utilizadas na resolução do problema.

A distribuição “dos moldes das velas” sobre “o papel autocolante colorido”, através da inserção e manipulação de objetos numa página previamente preparada para o efeito, permitiu explorar a interatividade associada ao quadro e, sem dúvida, aumentar as interações entre os alunos. De uma forma rápida e eficaz, estes puderam apresentar algumas planificações, convencendo-se facilmente de que o papel autocolante não era suficiente para forrar todas as velas, se fossem utilizados pedaços inteiros desse papel. As suas ideias e raciocínios foram sustentados ou rejeitados mediante o que iam visualizando no quadro, o que contribuiu para promover a interação entre eles. A estratégia de utilizar especificidades do quadro interativo para explorar esta situação foi bastante enriquecedora, o que se pode concluir pelo entusiasmo e motivação demonstrados pelos alunos. Atendendo ao facto de serem muitas velas (24) e às variadas hipóteses existentes para as dispor, esta fase da tarefa teria sido muito morosa se se tivesse recorrido ao lápis e papel e não iria, certamente, estimular tanto a participação e interesse dos alunos.

Todos os grupos contribuíram para a construção coletiva de um produto comum à turma, que foi depois disponibilizado por *e-mail* aos alunos no ficheiro resultante da aula (em *pdf*), constituindo um apoio complementar aos registos que já tinham efetuado no caderno diário. Esta estratégia contribuiu de forma transversal para os alunos desenvolverem as suas competências em TIC.

No quadro 13 apresenta-se a síntese relativa aos contributos da utilização do quadro interativo para agilizar a interação dialógica na sala de aula, durante a implementação da tarefa E.

Quadro 13: *Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa E.*

A utilização do quadro interativo permitiu:
<ul style="list-style-type: none">• Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco;• Aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação;• Dar suporte ao desenvolvimento das ideias e raciocínios dos alunos;• Registrar a informação de forma mais organizada e rigorosa;• Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma;• Recuperar aprendizagens realizadas em aulas precedentes e reutilizar os ficheiros produzidos;• Recapitular e sintetizar ideias com facilidade;• Economizar tempo (na disposição dos moldes sobre o papel colorido);• Disponibilizar toda a informação registada aos alunos.

Tarefa F: Introdução ao Teorema de Pitágoras

A tarefa F (Anexo 8) foi apresentada aos alunos no dia 29 de maio de 2012, numa aula de 45 minutos, destinada ao trabalho autónomo dos alunos nos computadores e foi discutida, em grande grupo, na aula seguinte, dia 30 de maio de 2012, cuja duração era de 90 minutos. Esta última tarefa, de natureza exploratória, recaiu sobre o tópico “Teorema de Pitágoras”. Recorrendo ao programa *Geogebra*, os alunos realizaram construções geométricas que lhes permitiram conjecturar e verificar a relação entre a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo e perceber que essa relação só se verifica neste tipo de triângulos.

Como foi referido no capítulo III a propósito da tarefa F, a sua implementação foi precedida de uma aula, lecionada pela investigadora, destinada à familiarização dos alunos com o *Geogebra*, uma vez que nunca o tinham utilizado antes. Nessa aula, os alunos tiveram oportunidade de experimentar algumas ferramentas do programa, relacionadas com o movimento na folha gráfica, a introdução de pontos, de retas, de polígonos e o cálculo de medidas (de comprimento e área) associadas aos objetos criados. Foram também dadas indicações básicas sobre a relação entre o conteúdo da folha algébrica e da folha gráfica e referiram-se alguns aspetos relacionados com a formatação das construções elaboradas. Verificou-se uma fácil adaptação dos alunos ao *software*, que manifestaram bastante interesse e à vontade nas construções geométricas que realizaram.

A aula destinada ao trabalho autónomo dos alunos decorreu na sala de Informática, equipada com vários computadores. Depois de se terem formado cinco grupos de trabalho, apresentou-se a tarefa aos alunos em suporte de papel e deu-se início à sua resolução. Cada grupo trabalhou autonomamente recorrendo a um computador, contando com o apoio e incentivo por parte da professora e da investigadora. Todos os grupos foram incentivados a formular conjeturas com base nas construções realizadas no programa *Geogebra*. No final desta aula, cada grupo guardou no computador os ficheiros produzidos, que foram de seguida recolhidos pela professora.

Após uma primeira análise dos ficheiros elaborados pelos alunos no *Geogebra*, decidiu-se a ordem das intervenções dos grupos na aula seguinte.

A segunda aula de implementação da tarefa F decorreu na sala de aula habitual. Todos os ficheiros foram introduzidos no computador antes de se dar início à aula.

A professora recapitulou brevemente o que tinha sido feito no dia anterior e lembrou os alunos que teriam de apresentar à turma as suas conclusões sobre a tarefa. Procedeu também a uma rápida explicação sobre como poderiam trabalhar em simultâneo com o *Geogebra* e com o *software* do quadro interativo.

A discussão desta tarefa envolveu quatro pontos de análise, relacionados entre si: a relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo (questões 1.4 e 1.5 da tarefa), a expressão algébrica que traduz essa relação (questão 1.6), a existência dessa relação no caso de serem construídos outros polígonos sobre os lados de um triângulo retângulo (questão 2) e a existência dessa relação no caso de os quadrados serem construídos sobre os lados de um triângulo não retângulo (questão 3).

Relativamente ao primeiro ponto da discussão a professora solicitou a intervenção do grupo 1 junto do quadro interativo. Os alunos começaram por abrir o ficheiro elaborado no *Geogebra* e mostraram o triângulo retângulo construído e os quadrados feitos sobre cada um dos seus lados, sendo esta construção semelhante à dos restantes grupos de trabalho. Optaram por captar a imagem da construção elaborada (figura 39), recorrendo à câmara fotográfica do quadro interativo, e apresentaram as suas conclusões a partir dessa imagem.

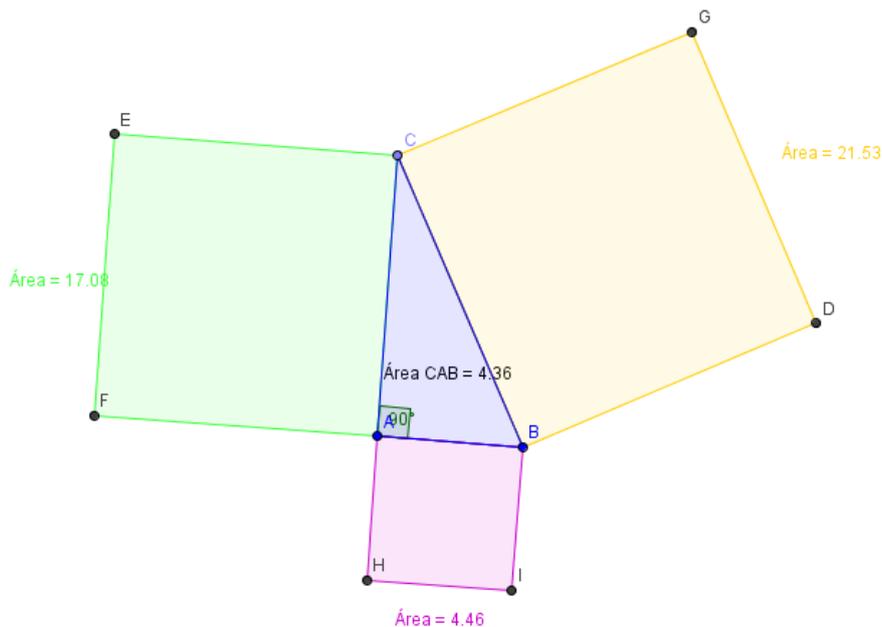


Figura 39: Construção elaborada no *Geogebra*, pelo grupo 1, na questão 1.1 da tarefa F.

A1: Então, nós inicialmente fizemos o triângulo (aponta para a imagem colada no *flipchart* do QI) e depois em cada lado do triângulo fizemos um quadrado e conseguimos concluir que a soma das áreas dos quadrados mais pequenos é igual à do quadrado grande... à área do quadrado grande.

(...)

P: Vocês chegaram a essa conclusão como?

A2: Somando as duas...

P: Então queres mostrar aí como fizeram? Há aí uma calculadora no quadro...

(...)

E então, o que é que vocês concluíram? Somaram as áreas, a área do quadrado verde com a área do quadrado lilás, e foi dar igual à do quadrado quê?

A1: Amarelo.

O facto de terem passado a imagem para o quadro interativo não permitia aos alunos alterarem diretamente as dimensões do triângulo e mostrarem que a conclusão apresentada era válida para qualquer triângulo retângulo. Assim, resolveu questionar os alunos acerca da validade da sua conclusão.

P: Digam-me lá uma coisa! Só com um resultado... nós concluímos isto? O que é que tu tinhas dito João, inicialmente?

A1: A soma dos dois pequenos é igual à do grande.

P: E isso acontece sempre? Para qualquer triângulo retângulo?

Vários alunos: Sim.

P: E como é que eu sei que acontece sempre se só tenho aí um exemplo?

A3: Seleciona-se um vértice e começa-se a mexer nele.

(...)

P: Então é assim, vocês fizeram aí os cálculos com a calculadora e repararam que a soma das áreas dos quadrados pequenos era igual à área do quadrado maior.

(...)

Na última aula como é que concluíram isso?

A1: Fizemos vários exemplos.

P: Então faz lá...

Os alunos voltaram a aceder ao ficheiro elaborado no *Geogebra* e interagindo com o mesmo por intermédio da caneta do quadro interativo, arrastaram um dos vértices do triângulo e confirmaram que aquela relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo era sempre válida.

A1: Fica igual. Ali na soma (aponta para a folha algébrica, onde tinha calculado o valor da soma das áreas dos quadrados menores) está 25,7 e na área (refere-se ao quadrado construído sobre a hipotenusa) está 25,7.

P: E se mexeres noutra vértice, também fica igual?

Vários alunos: Sim (no quadro interativo, o aluno A1 arrasta outro vértice e confirma que fica igual).

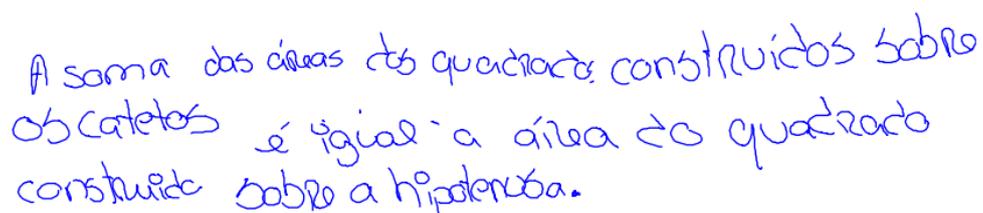
P: Então afinal o que é que podemos concluir?

A1: Sempre que alteramos as dimensões do triângulo, o resultado da soma das áreas dos dois mais pequenos vai dar igual à área do maior.

P: Num triângulo quê?

A1: Retângulo.

Os alunos acederam novamente ao *flipchart* e registaram a sua conclusão (figura 40).



A soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa.

Figura 40: Registo da conclusão para a questão 1.4 da tarefa F.

Em relação à expressão algébrica que traduz a relação encontrada, solicitou-se a intervenção de outro grupo de trabalho, o grupo 2, junto do quadro interativo.

Os alunos começaram por mudar para uma nova página do *flipchart*, abriram no *Geogebra* o ficheiro por eles elaborado na aula anterior e apresentaram a sua construção geométrica (figura 41).

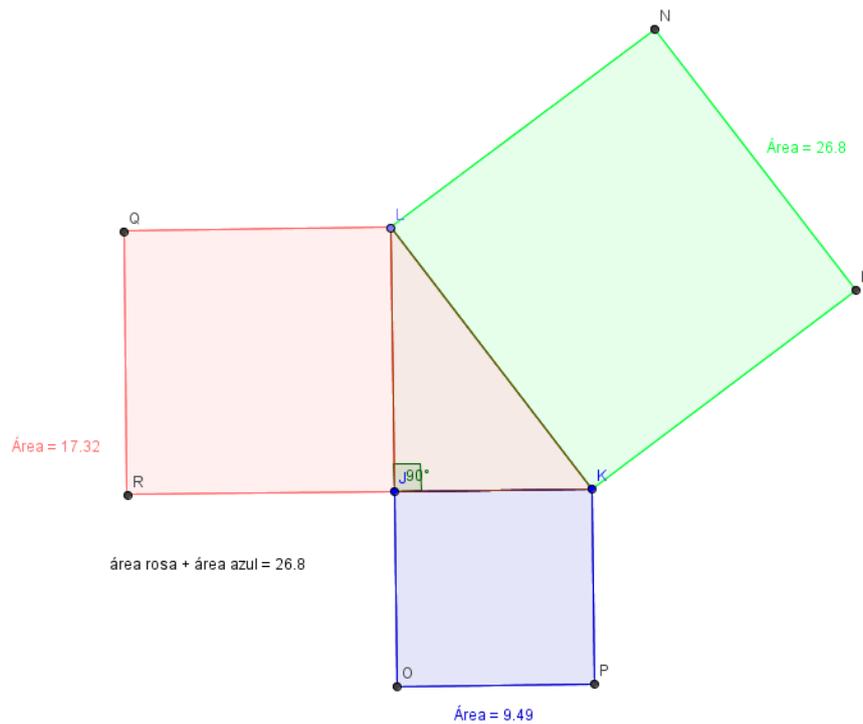


Figura 41: Construção elaborada no Geogebra, pelo grupo 2, na questão 1.1 da tarefa F.

Seguidamente registaram no quadro interativo a expressão que tinham obtido (figura42).

A3: A área do quadrado rosa (A_r) mais a área do quadrado azul (A_a) é igual à área do quadrado verde (A_v).

P: Portanto, quando na 1.6 pedia para atribuir letras às medidas do comprimento dos lados do triângulo para escrever uma expressão, a expressão que vocês escreveram foi qual?

A3: A_r mais A_a , igual a A_v (aponta para a expressão registada no quadro interativo).

$$A_r + A_a = A_v$$

Figura 42: Relação encontrada, pelo grupo 2, na questão 1.4 da tarefa F.

A maioria dos alunos concordou com a expressão apresentada, no entanto houve um aluno do grupo 3 que, por ter encontrado uma expressão diferente, questionou a professora e foi nesta altura que se conseguiu criar um dos momentos mais interessantes desta aula.

A4: Mas isso não era suposto ser com os lados do triângulo?

(...)

Nós temos de atribuir nomes aos lados do triângulo, portanto... (o aluno interrompe o discurso e pergunta à professora se pode utilizar o ficheiro elaborado pelo seu grupo, que lhe responde afirmativamente; utiliza a câmara fotográfica do quadro interativo para captar a sua construção e depois volta para o *flipchart* inicial, onde cola a imagem e escreve sobre ela).

A4: Portanto, se atribuirmos nomes aos lados do triângulo, este vai ser A, este B e este C. Portanto a expressão vai ser $A^2 + B^2 = C^2$. Eu já explico...

A3: Igual a C, só.

A4: Não, isso é só o lado.

P: Ele já explica. Deixem-no explicar.

A4: Ops! É mais, é mais... (aponta para a expressão que escreveu, depois de ter visto que se tinha enganado).

A área deste é lado vezes lado, portanto se temos A, é $A \times A$, que é A^2 (aponta para o quadrado lilás). Para este repete-se a estória (aponta para o quadrado azul) e é igual a...

A3: A C.

A4: Não, porque olhem lá... O C não é o quadrado, o C é o lado e como a área do quadrado é lado vezes lado e o lado é o C, fica C^2 . Porque C não é o nome da área. Eu explico de outra maneira.

O registo efetuado pelo aluno no quadro interativo apresenta-se na figura 43.

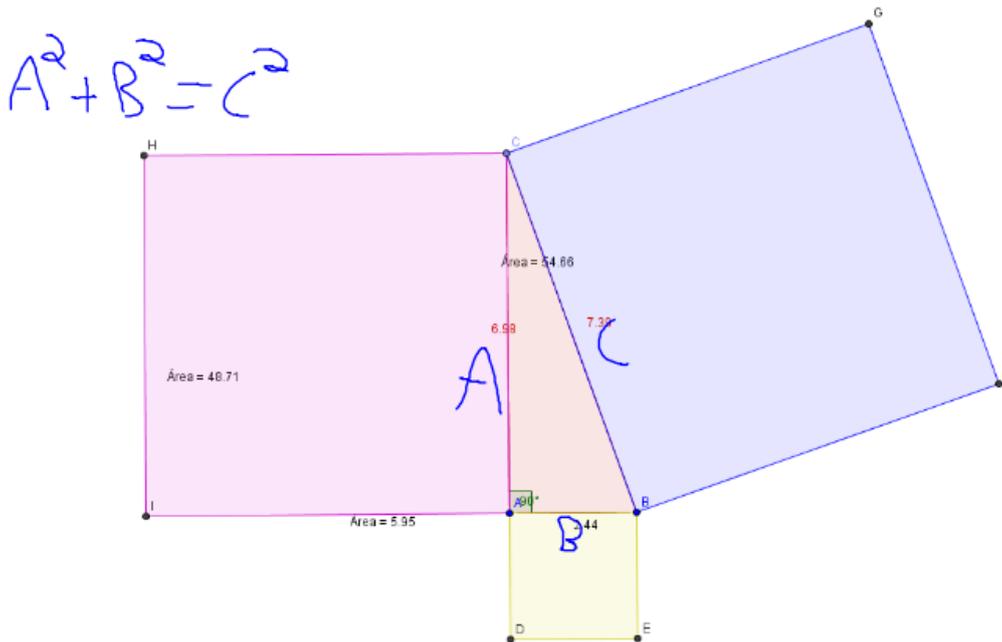


Figura 43: Construção elaborada no Geogebra, pelo grupo 3, na questão 1.1 da tarefa F.

Sentindo que ainda não estava a ser compreendido por todos os colegas, o aluno prosseguiu com a sua explicação e, numa nova página do *flipchart*, completou os seus registos (figura 44).

$$\begin{array}{c} \text{AREA DO A} + \text{AREA DO B} = \text{AREA DO C} \\ \uparrow \quad \quad \uparrow \quad \quad \uparrow \\ (A \times A) + (B \times B) = (C \times C) \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ A^2 + B^2 = C^2 \end{array}$$

Figura 44: Relação encontrada pelo grupo 3, na questão 1.4 da tarefa F.

De realçar que nesta fase da aula, a professora pouco interveio e deixou que fossem os alunos a explicar os seus pontos de vista, ganhando estes algum controlo sobre as interações estabelecidas, o que contribuiu para elevar o grau de interatividade.

Todos os grupos se manifestaram concordantes com a expressão encontrada pelo grupo 3 e defendida por aquele aluno. Para terminar, a professora sugeriu-lhe que atribuisse letras minúsculas às medidas dos comprimentos dos lados do triângulo, em vez das letras maiúsculas, tendo o aluno efetuado as devidas correções, conforme se pode observar na figura 45.

$$\begin{array}{c} \text{AREA DO A} + \text{AREA DO B} = \text{AREA DO C} \\ \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\ (a \times a) + (b \times b) = (c \times c) \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ \boxed{a^2 + b^2 = c^2} \end{array}$$

Figura 45: Conclusão para a questão 1.4 da tarefa F.

A discussão prosseguiu em torno da questão 2, ou seja, sobre a relação entre as áreas de outros polígonos regulares construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.

A professora solicitou novamente a intervenção do grupo 2, que apresentou as suas construções elaboradas no *Geogebra*. Este grupo de trabalho investigou a relação construindo hexágonos regulares sobre os lados do triângulo e também construindo triângulos equiláteros, tendo concluído, em ambos os casos, que a área do polígono regular construído sobre a hipotenusa era sempre igual à soma das áreas dos polígonos regulares construídos sobre os catetos. A utilização do quadro interativo baseou-se apenas na manipulação das construções realizadas no *Geogebra* (arrastamento de um dos vértices dos triângulos) por intermédio da caneta do quadro interativo, permitindo que todos os alunos acompanhassem as alterações efetuadas e confirmassem as conclusões tiradas pelo grupo.

Seguiu-se a intervenção do grupo 4, que foi o único grupo a construir pentágonos regulares sobre os lados do triângulo retângulo. Este grupo optou por captar a imagem da sua construção (figura 46) com a câmara fotográfica do quadro interativo e colá-la no *flipchart*, efetuando depois a soma das medidas das áreas dos pentágonos menores, recorrendo à

calculadora do quadro interativo para exemplificar que a relação se mantém com estes polígonos regulares.

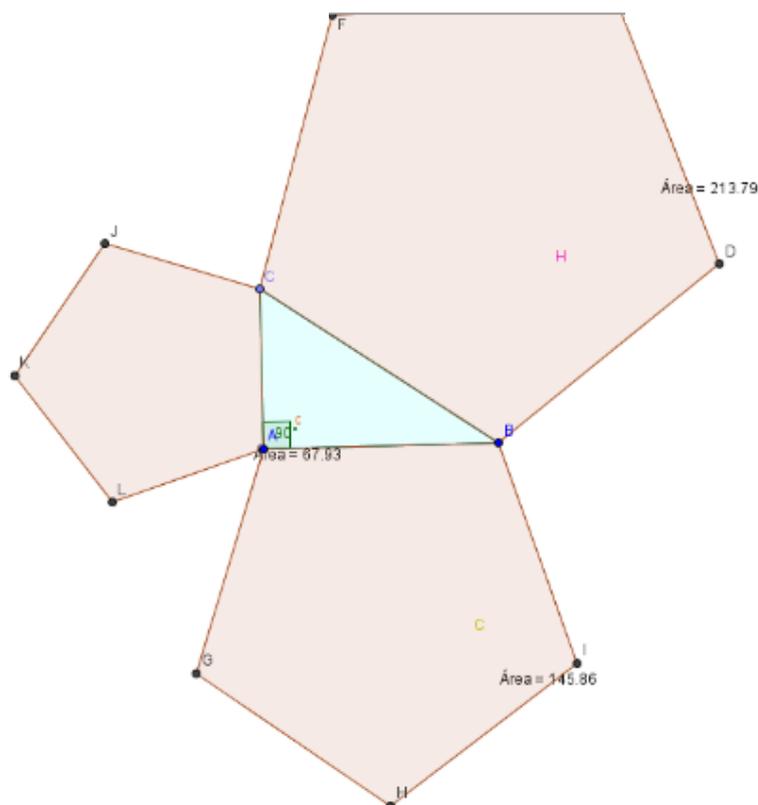


Figura 46: Construção elaborada no Geogebra, pelo grupo 4, na questão 2 da tarefa F.

A conclusão a que chegaram os elementos deste grupo foi idêntica à dos outros grupos, pelo que não se registou muita interação entre os alunos.

Como mais nenhum grupo tinha testado com outros polígonos regulares, o grupo 4 registou a conclusão geral no quadro interativo (figura 47).

A soma das áreas dos polígonos regulares construídos a partir dos catetos é igual à área do polígono regular construído a partir da hipotenusa.

Figura 47: Registo da conclusão para a questão 2 da tarefa F.

Relativamente à última questão, relacionada com a relação encontrada na questão 1.6, no caso de os quadrados serem construídos sobre os lados de um triângulo não retângulo, a professora solicitou a intervenção do grupo 5 junto do quadro interativo.

Os alunos começaram por avançar para uma nova página do *flipchart*, onde inseriram a imagem da construção que efetuaram (figura 48), captada pela câmara fotográfica, intercalando entre o *Geogebra* e o quadro interativo. O grupo utilizou a calculadora do quadro

interativo para confirmar que a soma da medida das áreas dos quadrados menores não era igual à medida da área do quadrado maior.

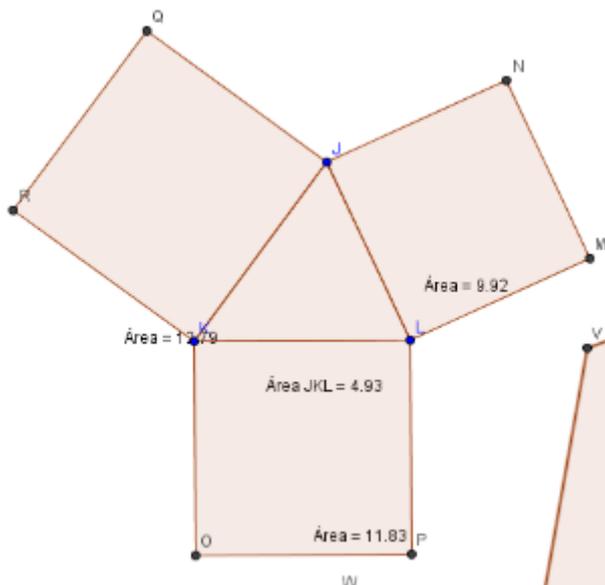


Figura 48: Construção elaborada no Geogebra, pelo grupo 5, na questão 3 da tarefa F.

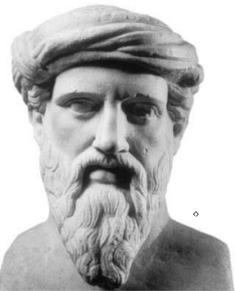
Os grupos foram unânimes no que respeita à resposta desta questão, tendo a conclusão sido registada no quadro interativo por uma aluna do grupo 5 (figura 49), envolvendo a participação oral de vários alunos da turma.

A soma das áreas dos quadrados construídos a partir de dois lados de um triângulo não retângulo, não é igual à área do quadrado construído a partir do lado maior do triângulo. // ☺

Figura 49: Registo da conclusão para a questão 3 da tarefa F.

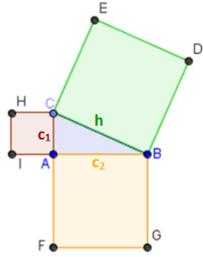
Finalizada a discussão sobre as questões enunciadas nesta tarefa, a professora efetuou uma síntese da mesma, revisitando as páginas do *flipchart* produzido ao longo da aula e recapitulando brevemente as conclusões obtidas. A formalização do Teorema de Pitágoras foi feita de seguida, tendo a professora apresentado um *flipchart* previamente elaborado, cujo conteúdo se pode observar na figura 50.

PITÁGORAS
(séc. VI a.C.)




TEOREMA DE PITÁGORAS

Num triângulo rectângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

Figura 50: Apresentação do Teorema de Pitágoras.

Na apresentação deste *flipchart* foi utilizado o revelador do quadro interativo, permitindo focar os alunos, primeiro numa breve contextualização histórica feita pela professora a partir da imagem de Pitágoras, e depois no respetivo teorema.

De realçar ainda este *flipchart* continha uma ligação externa para uma música sobre o Teorema de Pitágoras disponível na Internet, a que se acedeu no final da aula, o que muito agradou aos alunos.

O ficheiro produzido na aula foi gravado e, juntamente com o anterior, foram disponibilizados aos alunos através de *e-mail*.

Síntese

Com esta tarefa os alunos tiveram o primeiro contacto com o Teorema de Pitágoras. O desenvolvimento da tarefa seguiu os momentos típicos associados à concretização de tarefas de natureza exploratória, envolvendo quatro fases distintas, embora tenham ocorrido em duas aulas. A introdução e realização da tarefa decorreram na primeira aula e a discussão e síntese da mesma na segunda aula. O facto de se ter planeado a implementação da tarefa em mais do que uma aula foi vantajoso, na medida em que permitiu à professora gerir melhor o tempo, sendo este um dos aspetos que mais a preocupou ao longo de toda a intervenção didática.

A tarefa foi apresentada aos alunos em suporte de papel e foi realizada em pequenos grupos, nos computadores, recorrendo ao programa *Geogebra*. Nesta aula, os alunos manifestaram grande entusiasmo, interesse e empenho, colaborando positivamente na resolução da tarefa. A professora esforçou-se por envolver os alunos no trabalho em grupo, incentivando-os e

esclarecendo as suas dúvidas, basicamente no que concerne à utilização do programa *Geogebra*, sem validar os seus resultados e conclusões.

Na discussão da tarefa, o envolvimento dos alunos foi um pouco mais recatado, registando-se, contudo, alguns momentos ricos em interação, tanto dos alunos com a professora, como dos alunos entre si, sobretudo na discussão das primeiras questões. A ordem das apresentações foi previamente escolhida pela professora, tendo-se procurado que todos os grupos participassem e se evitassem repetições de resoluções. O quadro interativo foi utilizado por todos os grupos de trabalho na apresentação das suas construções geométricas elaboradas no *Geogebra*, que foram manipuladas diretamente a partir do quadro, e para registo e anotação das respetivas conclusões. A utilização do quadro interativo por parte dos alunos baseou-se ainda no recurso à câmara fotográfica, para captar as construções produzidas, e à calculadora, para confirmação de cálculos. Os alunos adaptaram-se facilmente aos procedimentos inerentes a esta forma de utilizar o quadro. A ação da professora foi essencial para promover e gerir as intervenções dos alunos na discussão.

Durante a síntese da tarefa, o quadro interativo foi utilizado pela professora para recuperar e visualizar páginas anteriormente escritas, com vista a recapitular as ideias principais. Foi também utilizado um *flipchart* previamente elaborado que permitia o acesso a outros meios audiovisuais, nomeadamente através da Internet. Neste *flipchart* foi utilizado o revelador do quadro interativo, permitindo apresentar o seu conteúdo de forma faseada.

Na implementação da tarefa F, mais concretamente na fase de discussão, registaram-se alguns momentos ricos em interação, tanto dos alunos com a professora, como dos alunos entre si. Da parte da professora destaca-se o facto de ter conseguido promover o diálogo na sala de aula, sem interferir demasiado durante as intervenções dos alunos, favorecendo o debate de ideias e a apresentação de diferentes pontos de vista. Através da interação dialógica, alunos e professora colaboraram positivamente na construção do conhecimento. De uma forma geral, os alunos mostraram-se interessados e participativos na discussão. A utilização que fizeram do quadro interativo para apresentar as suas produções matemáticas foi pouco condicionada por orientações da professora, o que lhes permitiu ganhar algum controlo nas interações fomentadas. Deste modo, de acordo com a escala apresentada no quadro 1, pode considerar-se que foi atingido o quarto nível de interatividade.

O quadro interativo constituiu um elemento facilitador do desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula. A sua utilização concretizou-se na exploração de diversas funcionalidades, que se apresentam resumidas no quadro 14.

Quadro 14: *Funcionalidades do quadro interativo utilizadas na exploração da tarefa F.*

Funcionalidades do quadro interativo utilizadas:
<ul style="list-style-type: none">• Registo e anotação de respostas e sugestões;• Escrita com cores diversas (canetas coloridas);• Acesso a recursos digitais externos (<i>Geogebra</i>, Internet);• Uso da câmara fotográfica;• Inserção de imagens;• Uso de calculadora;• Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula;• Acesso a um recurso digital previamente preparado;• Efeito de esconder e revelar informações utilizando o revelador;• Gravação de anotações e sugestões.

De uma forma geral, praticamente todas as funcionalidades do quadro interativo utilizadas contribuíram positivamente para atingir os objetivos propostos com a realização desta tarefa.

A apresentação das produções matemáticas dos alunos no *Geogebra*, a partir do quadro interativo, permitiu-lhes sustentar eficazmente as suas ideias e raciocínios, contribuindo para aumentar o seu interesse e participação. Por outro lado, os alunos que assistiam às apresentações dos seus colegas acompanharam mais facilmente as suas explicações, uma vez que a sua atenção estava centrada no mesmo ponto.

A utilização da câmara fotográfica e a inserção de imagens provenientes do *Geogebra* no *flipchart* do quadro interativo permitiram aumentar a organização e o rigor nas apresentações dos alunos, o que facilitou também a sistematização das ideias principais a reter, associadas a esta tarefa. A utilização de canetas coloridas também contribuiu para melhorar a organização dos registos efetuados pelos alunos no quadro. Outra vantagem relacionou-se com o facto de poderem ser acumulados registos e anotações sobre as imagens utilizadas.

A calculadora terá sido o recurso utilizado com menos vantagem, uma vez que a maioria dos grupos tinha efetuado as somas no *Geogebra* e quando arrastavam os vértices dos triângulos, aumentando ou diminuindo as construções, podiam ver imediatamente as alterações provocadas nos respetivos valores, nos ficheiros criados. No entanto, como o primeiro grupo efetuou a confirmação dos cálculos associados à imagem que inseriram no quadro interativo, os restantes seguiram-lhes o exemplo e também o fizeram.

No final da segunda aula, a visualização e recuperação de informações escritas em páginas anteriores facilitaram a recapitulação e síntese de ideias. Nesta fase, o recurso ao revelador contribuiu para focar a atenção dos alunos em duas situações distintas, primeiro numa breve contextualização histórica do Teorema de Pitágoras e depois no teorema propriamente dito. Finalmente o acesso à Internet através de um simples clique num botão do *flipchart* contribuiu para aumentar a motivação dos alunos e permitiu, por outro lado, diversificar os recursos utilizados na aula.

Em conjunto, os alunos contribuíram para a construção de um produto comum à turma, que lhes foi depois disponibilizado por *e-mail* no ficheiro resultante da aula, constituindo um apoio complementar aos registos que já tinham efetuado durante as aulas.

No quadro 15 apresenta-se a síntese relativa aos contributos da utilização do quadro interativo para agilizar a interação dialógica na sala de aula, durante a implementação da tarefa F.

Quadro 15: *Contributos da utilização do quadro interativo na tarefa F.*

A utilização do quadro interativo permitiu:
<ul style="list-style-type: none">• Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco;• Aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação;• Dar suporte ao desenvolvimento das ideias e raciocínios dos alunos;• Registrar a informação de forma mais organizada e rigorosa;• Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma;• Recapitular e sintetizar ideias com facilidade;• Disponibilizar toda a informação registada aos alunos.

Capítulo V

Conclusão

Neste capítulo final retomam-se os principais aspetos do estudo desenvolvido, seguidos da apresentação das principais conclusões resultantes da investigação realizada, dando resposta a cada uma das suas questões orientadoras. Finaliza-se com uma secção de considerações gerais onde, entre outras, se apontam algumas limitações do estudo e se sugerem recomendações para investigações futuras e para a formação de professores.

Síntese do estudo

Este estudo foi desenvolvido com o objetivo principal de analisar os contributos da utilização do quadro interativo para o desenvolvimento da interação dialógica na aula de Matemática. Esta ferramenta tecnológica está cada vez mais ao alcance de professores e alunos, pelo que há que saber rentabilizar a sua utilização no processo de ensino e de aprendizagem. Porém, a utilização do quadro interativo na sala de aula não é condição suficiente para promover ambientes de aprendizagem interativos (Higgins et al., 2005; Levy, 2002; Warwick, Hennessy & Mercer, 2011). A interatividade que se desenvolve na sala de aula está fortemente dependente da natureza das interações e do diálogo conseguido com os alunos (Beauchamp & Kennewell, 2010). Foi neste contexto que se procurou dar resposta às seguintes questões:

- ♦ Que níveis de interatividade se estabelecem em aulas em que se utiliza o quadro interativo?
- ♦ Que funcionalidades do quadro interativo são utilizadas para sustentar a interação dialógica?
- ♦ Quais os contributos da utilização do quadro interativo para facilitar e agilizar a interação dialógica?

Tendo em consideração o objetivo central do estudo e as suas questões orientadoras, procurou-se sustentar teoricamente a investigação, discutindo um conjunto de resultados anteriores provenientes da literatura existente sobre os principais assuntos abordados. Assim, a fundamentação teórica engloba uma abordagem às tecnologias da informação e

comunicação, nomeadamente no que se refere à sua introdução no ensino em Portugal, aos estudos desenvolvidos sobre a sua utilização educativa e às principais orientações curriculares sobre a sua utilização no ensino da Matemática. É feita também uma abordagem à utilização do quadro interativo no ensino e na aprendizagem, destacando aspetos relacionados com a introdução deste recurso tecnológico nas escolas portuguesas, as suas principais características e funcionalidades, os resultados de alguns estudos desenvolvidos no âmbito desta temática e as vantagens e desvantagens inerentes à sua utilização. São ainda abordadas questões relacionadas com a interatividade na sala de aula, mais especificamente no que se refere à promoção de ambientes de aprendizagem interativos, recorrendo às TIC, em geral, e ao quadro interativo, em particular, que promovam a interação dialógica na sala de aula.

O estudo foi desenvolvido adotando uma metodologia de natureza qualitativa e interpretativa, que permitiu conhecer os sujeitos na sua plenitude e complexidade, procurando construir significados relevantes que ajudaram a compreender a realidade em causa e a dar resposta às questões de investigação. Como *design* da investigação optou-se pelo estudo de caso descritivo, com características analíticas, incidindo sobre a utilização do quadro interativo pela professora de Matemática, nas aulas de uma turma de 8.º ano de escolaridade de uma escola básica com 2.º e 3.º ciclo de uma cidade do Alentejo Central. Durante as aulas de Matemática foi implementada uma intervenção didática que consistiu na aplicação de seis tarefas especialmente concebidas e preparadas para promover a exploração do quadro interativo e seguindo um modelo de aula de natureza exploratória.

A recolha de dados ocorreu no ano letivo 2011/2012 e baseou-se na observação e na análise documental. A observação incidiu sobre as aulas em que foi implementada a intervenção didática, as quais foram vídeo gravadas, e a análise documental recaiu essencialmente sobre o diário de bordo da investigadora, os ficheiros resultantes da utilização do quadro interativo e os ficheiros do *Geogebra* produzidos pelos alunos.

A análise de dados processou-se em duas fases. Primeiro efetuou-se uma análise prévia dos dados recolhidos a partir das várias fontes, com vista a definir as categorias de análise, tendo em conta a revisão da literatura e as questões de investigação. Posteriormente procedeu-se à análise de dados de acordo com essas categorias.

Conclusões do estudo

Apresentam-se de seguida as principais conclusões deste estudo, dando resposta a cada uma das questões de investigação.

Que níveis de interatividade se estabelecem em aulas em que se utiliza o quadro interativo?

Apresenta-se no quadro seguinte uma síntese relativa aos níveis de interatividade alcançados nas aulas relativas à realização de cada tarefa da intervenção didática, já analisados no capítulo anterior, de acordo com a escala apresentada no quadro 1 no capítulo de revisão de literatura, adaptado de Beauchamp e Kennewell (2010) e de Tanner et al. (2005).

Quadro 16: *Níveis de interatividade estabelecidos durante a intervenção didática.*

Níveis de interatividade	Tarefa					
	A	B	C	D	E	F
Nível 1						
Nível 2			X			
Nível 3	X				X	
Nível 4		X		X		X
Nível 5						

Analisando o quadro 16, pode constatar-se que as tarefas B, *O sistema de equações da Maria*, D, *Resolução gráfica de sistemas*, e F, *Introdução ao Teorema de Pitágoras*, foram aquelas que originaram aulas em que se revelaram níveis de interatividade mais profundos. Nas restantes alcançaram-se menores níveis de interatividade, destacando-se a tarefa C, *O cavalo e o burro*, como sendo aquela em cuja aula se estabeleceu um nível de interatividade mais superficial.

De seguida procura-se, de alguma forma, relacionar os fatores caracterizadores do grau de interatividade na sala de aula, nomeadamente o papel do professor, o papel do aluno e o papel do quadro interativo (Beauchamp & Kennewell, 2010; Tanner et al., 2005), e apreciar o desenvolvimento da interação dialógica em cada nível de interatividade.

Em níveis de interatividade superficiais (tarefa C), a ação da professora esteve subordinada ao controlo da participação dos alunos e à criação e manutenção de um ambiente propício à discussão. Os alunos manifestaram interesse na proposta de trabalho, mas distraíram-se com alguma facilidade, o que causou algumas quebras no ritmo da aula e exigiu um maior controlo por parte da professora. Registaram-se alguns momentos de interação professora-aluno e

pontualmente ocorreram interações aluno-aluno. O quadro interativo foi utilizado pela professora e pelos alunos de maneira muito similar à de um quadro tradicional.

Em níveis de interatividade intermédios (tarefas A e E), a ação da professora foi fundamental para esclarecer dúvidas, para controlar e gerir eficazmente as intervenções dos alunos, para promover o diálogo e as interações na sala de aula. Notou-se uma grande preocupação da professora em aproveitar e valorizar as intervenções dos alunos, bem como em colocar questões que, no entanto, foram maioritariamente diretas e implicaram respostas relativamente curtas. Os alunos mostraram-se empenhados e interessados nas propostas de trabalho, tendo a sua atenção e motivação aumentado consideravelmente durante a exploração e discussão das tarefas no quadro interativo. Registaram-se vários momentos de interação professora-aluno, que contribuíram positivamente para o desenvolvimento das aulas. O quadro interativo foi utilizado pela professora, tendo proporcionado a utilização de recursos adequados para uma melhor compreensão dos assuntos tratados, e pelos alunos, possibilitando a apresentação e justificação das suas ideias.

Em níveis de interatividade mais elevados (tarefas B, D e F), a ação da professora foi preponderante na gestão das intervenções dos alunos, na promoção do diálogo e das interações na sala de aula e no incentivo à participação dos alunos. As discussões por si promovidas e orientadas favoreceram o debate de ideias e a apresentação de diferentes pontos de vista, realçando-se a sua preocupação em não intervir diretamente nas explicações dos alunos. Por outro lado, o questionamento que conseguiu efetuar foi mais intenso e as interações aluno-aluno foram favorecidas. Os alunos mostraram-se muito interessados e participativos nas propostas de trabalho e, conduzidos pela professora, chegaram às conclusões pretendidas, colaborando positivamente na construção do conhecimento. Revelaram também grande entusiasmo e satisfação na utilização do quadro interativo, durante a exploração e discussão das tarefas, ganhando até algum controlo no seu manuseamento. Registaram-se vários momentos de interação professora-aluno e aluno-aluno, que contribuíram para o desenvolvimento das aulas. O quadro interativo desempenhou um papel de participante na interação, na medida em que foi utilizado pela professora e pelos alunos, proporcionando uma gestão eficaz dos recursos disponíveis e uma melhor apresentação e justificação de ideias. Sublinha-se que o facto de os alunos terem oportunidade de interagir com o professor e com os restantes colegas, manuseando diretamente o quadro interativo, constitui um aspeto facilitador da construção do conhecimento (Ball, 2003).

Pelo que foi referido, pode concluir-se que as aulas em que se estabelecem níveis de interatividade mais elevados são aquelas que proporcionam um maior desenvolvimento da interação dialógica.

Nas aulas em que foram alcançados níveis de interatividade mais baixos fizeram-se sentir algumas dificuldades diretamente relacionadas com as opções e a prática da professora. Salientam-se as suas dificuldades em gerir o tempo disponível, intensificar o questionamento, promover eficazmente o diálogo e a interação na sala de aula e envolver os alunos em algumas tarefas. Na origem destas dificuldades poderão ter estado dois fatores. Por um lado, o seu pouco à-vontade com metodologias mais direcionadas para o ensino exploratório da Matemática, que requerem tempo e continuidade, conforme refere Canavaro (2011); por outro lado, a exigência requerida pelas práticas de ensino dialógico, quer ao nível da preparação das aulas, como durante as aulas, à medida que as interações vão ocorrendo, conforme sugerem Mercer, Hennessy e Warwick (2010).

Um outro aspeto interessante relativamente ao grau de interatividade na sala de aula, diz respeito ao tipo de tarefas envolvidas (Beauchamp & Kennewell, 2008). Da análise dos resultados obtidos pode concluir-se que as tarefas que consistiram na resolução de problemas (tarefas A, C e E) foram aquelas em cujas aulas se registaram menores níveis de interatividade. Contudo, daqui não se pode concluir que este tipo de tarefas é menos propício à interação. Julga-se, antes, que tal situação tenha sido influenciada pelo carácter exploratório da abordagem que lhe esteve subjacente, que realçou a inexperiência da professora e evidenciou a falta de prática dos alunos na resolução de problemas, segundo este tipo de metodologia.

Que funcionalidades do quadro interativo são utilizadas para sustentar a interação dialógica?

Apresenta-se no quadro seguinte uma síntese das funcionalidades do quadro interativo utilizadas ao longo da intervenção didática.

Quadro 17: Funcionalidades do quadro interativo utilizadas durante a intervenção didática.

Funcionalidades do quadro interativo utilizadas	Tarefa					
	A	B	C	D	E	F
Acesso a um recurso digital previamente preparado	X	X	X	X	X	X
Registo e anotação de respostas e sugestões	X	X	X	X	X	X
Escrita com cores diversas (canetas coloridas)	X	X	X	X	X	X
Destaques com cores diversas (marcadores transparentes coloridos)	X	X				
Diminuição/aumento de dimensões de objetos	X	X	X		X	
Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula	X	X	X	X	X	X
Efeito de esconder e revelar objetos utilizando a tinta mágica	X					
Efeito de esconder e revelar informações utilizando o revelador		X				X
Visualização de fundo quadriculado				X		
Inserção de objetos				X	X	
Recurso à régua graduada				X		
Acesso a recursos digitais externos (<i>Geogebra</i> , Internet)				X		X
Uso da câmara fotográfica				X		X
Inserção de imagens				X		X
Uso de calculadora					X	X
Gravação de anotações e sugestões	X	X	X	X	X	X

Conforme se pode concluir através de uma análise global ao quadro 17, durante a intervenção didática procurou-se explorar uma diversidade de opções disponíveis pelo quadro interativo. De uma forma geral, todas as funcionalidades foram utilizadas com o intuito de sustentar a interação dialógica na sala de aula.

Analisando os dados apresentados no quadro 17, pode constatar-se que as tarefas D, *Resolução gráfica de sistemas*, e F, *Introdução ao Teorema de Pitágoras*, foram aquelas que envolveram um maior número de funcionalidades do quadro interativo na sua concretização. Sublinha-se que foi também nestas tarefas que se fez uma utilização mais sofisticada do quadro interativo, envolvendo o recurso a *software* específico (*Geogebra*) e a sua manipulação em simultâneo com o *software* do quadro. Tendo em consideração que estas foram duas das tarefas em que se conseguiu estabelecer um nível de interatividade mais elevado, pode apurar-se que as funcionalidades usadas terão contribuído para aumentar o nível de interatividade na sala de aula. Reforçando esta ideia, constatou-se que a tarefa C, com a qual se atingiu um nível de interatividade mais baixo, foi aquela em que se recorreu a um menor número de funcionalidades. Desta forma, os resultados obtidos indicam que uma utilização

mais sofisticada do quadro interativo potencia o alcançar de níveis de interatividade mais elevados na sala de aula.

Fazendo uma retrospectiva sobre as funcionalidades do quadro interativo utilizadas nas quatro fases em que foram estruturadas a maioria das aulas da intervenção didática, pode concluir-se que:

- Na fase de apresentação das tarefas, o quadro interativo foi utilizado como ecrã simples, para projeção dos enunciados, através do acesso a recursos digitais (*flipcharts*) previamente preparados.

- Na fase de realização das tarefas, o quadro interativo não foi utilizado. Salvaguardam-se os casos das tarefas A e D que, pelo facto de terem sido resolvidas num contexto de discussão com toda a turma, implicaram o recurso a esta ferramenta.

- Na fase de discussão, as funcionalidades do quadro interativo utilizadas foram diversificadas e dependeram claramente dos propósitos das tarefas. Assim, algumas funcionalidades foram transversalmente utilizadas em todas as tarefas da intervenção didática, como foi o caso do registo e anotação de respostas e sugestões dos alunos e do uso de canetas coloridas, e outras que foram utilizadas pontualmente, no contexto específico das tarefas. Destas últimas, destacam-se o recurso ao fundo quadriculado, à régua e a inserção de objetos, particularmente útil no trabalho com representações gráficas (tarefa D), e o acesso a programas específicos da Matemática (*Geogebra*), também no âmbito das representações gráficas (tarefa D) e ainda na formulação/validação de conjecturas (tarefa F). De realçar que, nesta fase, a utilização do quadro interativo ocorreu com maior frequência, comparativamente às restantes fases.

- Na fase de síntese das tarefas, o quadro interativo foi sobretudo usado para recuperar e visualizar páginas anteriormente escritas.

Os resultados obtidos relativamente às funcionalidades utilizadas ao longo da intervenção didática corroboram os resultados provenientes da literatura existente. Destaca-se o estudo de Glover, Miller e Averis (2005), segundo o qual se concluiu que as principais funcionalidades do quadro interativo utilizadas por professores de Matemática são: arrastar objetos (que se verificou na tarefa E), revelar respostas escondidas (que se verificou na tarefa A), colorir e sublinhar (que se verificou em todas as tarefas), estabelecer correspondências, inserir animações e movimento de itens e *feedback* imediato. Os autores assinalaram também que o

trabalho com gráficos é beneficiado pela utilização das cores e dos sombreados (o que se verificou na tarefa D).

Fazendo uma análise horizontal do quadro 17 verifica-se que existem algumas funcionalidades a que se recorreu em todas as tarefas da intervenção didática. Destacam-se as seguintes:

- Acesso a um recurso digital previamente preparado;
- Registo e anotação de respostas e sugestões;
- Escrita com cores diversas (canetas coloridas);
- Recuperação e visualização de páginas anteriormente escritas na aula;
- Gravação de anotações e sugestões.

Estes resultados vão ao encontro das conclusões apresentadas por Mercer, Hennessy e Warwick (2010), que revelaram algumas funcionalidades do quadro interativo que podem ser utilizadas na dinâmica de sala de aula para sustentar a interação dialógica: a partilha de ideias e o seu registo na forma de anotações (que se verificou em todas as tarefas da intervenção didática), que podem facilmente ser alteradas, armazenadas ou revistas; a utilização das opções esconder e revelar (que se verificou nas tarefas A, B e F), que permitem focar a atenção dos alunos em partes específicas de um mesmo documento; e a multimodalidade, que diz respeito à possibilidade de integração de recursos diversos, incluindo o acesso à Internet (que se verificou nas tarefas D e F).

Os resultados obtidos parecem indicar que as funcionalidades do quadro interativo mencionadas acima, apesar de simples do ponto de vista da sua utilização, são um contributo essencial para promover a interação dialógica na sala de aula. Realça-se, no entanto, que esta ocorre mais facilmente em aulas cujo nível de interatividade é mais profundo, o que se consegue alcançar quando se faz uma utilização mais sofisticada do quadro interativo.

Quais os contributos da utilização do quadro interativo para facilitar e agilizar a interação dialógica?

Apresenta-se no quadro seguinte uma síntese dos contributos do quadro interativo que facilitaram e agilizaram a interação dialógica durante a intervenção didática.

Quadro 18: Contributos da utilização do quadro interativo durante a intervenção didática.

Contributos da utilização do quadro interativo	Tarefa					
	A	B	C	D	E	F
Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco	X	X	X	X	X	X
Destacar partes específicas da resolução da tarefa	X	X				
Disponibilizar toda a informação registada aos alunos	X	X	X	X	X	X
Dar suporte ao desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicações dos alunos	X	X	X	X	X	X
Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma	X	X	X	X	X	X
Recapitular e sintetizar as ideias com facilidade	X	X		X	X	X
Aumentar o ritmo da aula	X			X		
Recuperar aprendizagens realizadas em aulas precedentes e reutilizar os ficheiros produzidos	X				X	
Economizar tempo		X			X	
Aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação	X	X		X	X	X
Registar a informação de forma mais organizada e rigorosa				X	X	X

Conforme se pode concluir através de uma análise global ao quadro 18, ao longo da intervenção didática foram registados importantes contributos associados à utilização do quadro interativo. De uma forma geral, esta ferramenta possibilitou uma maior dinâmica das aulas e facilitou o desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula.

Analisando os dados apresentados no quadro 18 pode constatar-se que as tarefas que mais beneficiaram da utilização do quadro interativo foram a A, *Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas*, e a E, *As velas cilíndricas*. Apesar de ter sido nestas que mais se evidenciaram os contributos, nas restantes tarefas, com exceção da tarefa C, *O cavalo e o burro*, registou-se também um significativo conjunto de contributos provenientes do recurso ao quadro interativo. A tarefa C foi aquela em que se obtiveram menos contributos, provavelmente pelo facto de terem sido utilizadas poucas funcionalidades durante a sua exploração, conforme se apresentou no quadro 17.

Curiosamente, as aulas em que se evidenciaram mais contributos da utilização do quadro interativo não foram aquelas em que se alcançou um nível de interatividade mais elevado e em que foram utilizadas mais funcionalidades. Este resultado comprova que existem outros fatores, para além do recurso à tecnologia, que determinam o grau de interatividade que se

estabelece na sala de aula, como é o caso do papel desempenhado pela professora ou o tipo de tarefa, indo ao encontro das perspectivas de Beauchamp e Kennewell (2008), Higgins et al. (2005), Levy (2002) e Warwick, Hennessy e Mercer (2011).

Fazendo um enquadramento dos contributos do quadro interativo nas diferentes fases em que foram estruturadas a maioria das aulas da intervenção didática, pode concluir-se que:

- Na fase de apresentação das tarefas, o quadro interativo permitiu concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco, sendo o quadro a referência central.

- Na fase de discussão das tarefas, o recurso ao quadro contribuiu para: sustentar o desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicações dos alunos; construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma; aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação; registar a informação de forma mais rigorosa; realçar e destacar, através da cor, partes específicas das resoluções das tarefas; aumentar o ritmo da aula; recuperar com facilidade aprendizagens realizadas em aulas precedentes, mediante a reutilização de ficheiros produzidos anteriormente, e economizar tempo. Esta foi a fase mais rica ao nível dos contributos proporcionados pelo quadro interativo. Foi também nesta fase que ocorreram mais momentos de interação, que envolveram a partilha de ideias e justificação de raciocínios, assentes no diálogo promovido pela professora. Desta forma, pode afirmar-se que o recurso ao quadro interativo facilitou o envolvimento dos alunos nas tarefas propostas e proporcionou um aumento das interações subjacentes à apresentação e partilha de ideias e à justificação de respostas.

- Na fase de síntese, os principais contributos assinalados relacionaram-se com a facilidade em recapitular e sintetizar ideias.

Fazendo uma análise horizontal do quadro 18 verifica-se que existem alguns contributos da utilização do quadro interativo que se evidenciaram em praticamente todas as tarefas da intervenção didática. Destacam-se os seguintes:

- Concentrar a atenção dos alunos no mesmo foco;
- Disponibilizar toda a informação registada aos alunos;
- Dar suporte ao desenvolvimento das ideias, raciocínios e comunicação dos alunos;
- Construir coletiva e cumulativamente um produto comum à turma;
- Recapitular e sintetizar as ideias com facilidade;
- Aumentar a motivação e interesse dos alunos, estimulando a sua participação.

Estando todos a trabalhar com o foco de atenção no quadro interativo, as dúvidas que surgiram foram mais facilmente controladas pela professora e esclarecidas, quer pela professora, quer pelos alunos, por não surgirem em focos distintos. Por um lado, esta situação permitiu que a professora se centrasse mais facilmente nas respostas dos alunos, encarando-os diretamente e sem recorrer ao computador para explicar ou refazer procedimentos, reforçando a perspectiva de Ball (2003). Por outro lado, permitiu também aos alunos que acompanhassem mais facilmente o trabalho e os registos que iam sendo feitos no quadro interativo. Acrescenta-se ainda que a partilha e a exploração conjunta da mesma situação de trabalho promoveram a interação professora-alunos, bem como a interação aluno-aluno. Deste modo, o envolvimento dos alunos na discussão das tarefas intensificou-se e o desvio da sua atenção noutra sentida foi, de certa forma, minimizado.

A disponibilização aos alunos do ficheiro resultante da aula permitiu que se mantivessem mais atentos e participativos durante a exploração da tarefa, libertando-os da cópia exaustiva dos registos efetuados no quadro. Julga-se que esta estratégia poderá ter contribuído para os alunos recordarem mais facilmente as aprendizagens realizadas na aula. Por outro lado, o seu envio através de *e-mail* contribuiu de maneira transversal para os alunos desenvolverem competências em TIC. Estes contributos do quadro interativo permitiram, assim, promover novas dinâmicas na sala de aula, conforme refere Torres (2008).

O recurso ao quadro interativo sustentou o desenvolvimento de ideias, raciocínios e comunicações dos alunos. O facto de se poderem acumular diversos registos e anotações, construindo um produto comum à turma, sem ter de se apagar nada, permitiu identificar erros comuns, associar ideias e comparar diferentes estratégias de resolução.

O quadro interativo foi rentabilizado nos casos em que o suporte visual foi importante para os alunos compreenderem procedimentos e estratégias utilizadas na concretização das diversas tarefas, o que se conseguiu por intermédio da utilização da cor e do realce (que se verificou em todas as tarefas), da manipulação e rotação de objetos (que se verificou nas tarefas D e E) e pela utilização de *software* específico que se verificou nas tarefas D e F), conforme sugerido por Moss et al. (2007).

A dinâmica criada pelo trabalho desenvolvido pela professora no *Geogebra*, em simultâneo com o uso do *software* do quadro interativo, permitiu-lhe explorar novas situações de uma forma rápida, rigorosa e eficaz. Relativamente às apresentações das produções matemáticas dos alunos recorrendo ao *Geogebra*, a partir do quadro interativo, este permitiu sustentar eficazmente as suas ideias e raciocínios. Tanto numa situação como na outra, verificou-se que

o trabalho conjunto com o *Geogebra* e o quadro interativo contribuiu para o aumento do interesse e participação dos alunos.

Sublinha-se que a interação física dos alunos com o quadro interativo foi um dos fatores que mais contribuiu para aumentar a sua motivação, já que, quando tal sucedeu, se mostraram mais concentrados, interessados e participativos nas discussões.

Estes resultados confirmam outros provenientes de várias investigações segundo os quais a utilização do quadro interativo contribui para aumentar a motivação e envolver os alunos no processo de aprendizagem (Higgins et al., 2005; Lerman & Zevenbergen, 2007; Levy, 2002).

Em algumas aulas observadas verificou-se que o ritmo aumentou, nomeadamente pelo facto de terem surgido mais respostas e terem ocorrido breves momentos de pausa, o que veio reforçar resultados de outras investigações (Ball, 2003; Lerman & Zevenbergen, 2007; Smith, Hardman & Higgins, 2006). O aumento do ritmo da aula foi também sentido quando se reutilizaram ficheiros produzidos anteriormente, nos casos em que as tarefas não foram concluídas numa só aula. A reutilização de ficheiros contribuiu eficazmente para a recuperação das aprendizagens realizadas, permitindo uma melhor gestão do tempo.

Outra vantagem propiciada pela utilização do quadro interativo em algumas aulas foi o facto de se poder economizar tempo, uma vez que não existiu necessidade de escrever enunciados e desenhar muitas figuras ou esquemas “à mão”.

Acrescenta-se ainda que o recurso ao fundo quadriculado e à régua graduada, inserção objetos (setas, linhas e pontos) e de imagens provenientes do *Geogebra* facilitaram o trabalho com representações gráficas, proporcionando maior rigor e organização no estabelecimento de conclusões.

Considerações finais

Na secção final desta dissertação, tecem-se algumas considerações gerais relativas ao objetivo do estudo, apontam-se algumas suas limitações e sugerem-se recomendações para investigações futuras e para a formação de professores.

Com este estudo foi possível confirmar a expectativa inicial de que o quadro interativo pode ter um papel primordial no desenvolvimento da interação dialógica na aula de Matemática, e identificar os contributos específicos que ele pode proporcionar. Na realidade, o uso do

quadro interativo abre caminho ao desenvolvimento da interação dialógica, promovendo a construção do conhecimento matemático pelos alunos, que não depende tanto dos conteúdos focados pelas tarefas mas sim do papel do professor e dos alunos na aula. Destaca-se que uma dinâmica de natureza exploratória, como foi privilegiada neste estudo, em que o papel do professor é fundamental na orientação e orquestração do diálogo na sala de aula, associada ao uso do quadro interativo, vê ampliadas as possibilidades de alcançar a interação dialógica.

Através do estudo desenvolvido concluiu-se que o quadro interativo desempenha um papel fundamental durante a fase de discussão das tarefas da aula. O recurso ao quadro interativo facilita o envolvimento dos alunos na concretização das tarefas e proporciona um aumento das interações subjacentes à apresentação e partilha de ideias e à justificação de respostas. Destaca-se que a interação física dos alunos com o quadro interativo é um dos fatores que mais contribui para aumentar a sua motivação, uma vez que se mostram mais concentrados, interessados e participativos nas discussões. Na fase de síntese de tarefas verificam-se importantes ganhos resultantes da possibilidade que o quadro oferece em visualizar e recuperar informação escrita durante a aula.

Nas aulas em que se estabelecem níveis de interatividade mais elevados evidencia-se um maior desenvolvimento da interação dialógica. Esta ocorre mais facilmente quando a utilização do quadro interativo é mais sofisticada, envolvendo o recurso simultâneo a ferramentas específicas da Matemática como, por exemplo, o *Geogebra*.

Contudo, este tipo de abordagens ao ensino é exigente, requer tempo e continuidade. Daí que se possa assinalar, como principal limitação deste estudo, a inexperiência da professora participante em privilegiar uma abordagem de ensino direcionada para as práticas de ensino exploratório da Matemática. Seria, por isso, interessante desenvolver estudos semelhantes envolvendo professores que, na sua prática regular, utilizam metodologias baseadas no ensino exploratório da Matemática. Sublinha-se, no entanto, que o espírito de abertura da professora participante no estudo face a novas práticas, que não dominava, foi um aspeto muito positivo que favoreceu a partilha de conhecimentos e que levou ao desenvolvimento de um ambiente colaborativo favorável à concretização da investigação. Pode concluir-se que, se por um lado, a sua inexperiência nesta matéria deu origem a alguns aspetos limitadores da investigação, por outro, possibilitou importantes ganhos ao nível do seu enriquecimento e desenvolvimento profissionais, que interferiram positivamente no desenvolvimento de uma nova cultura de sala de aula.

A plena integração do quadro interativo na sala de aula incita ao repensar das práticas pedagógicas dos professores. Utilizar a tecnologia na sala de aula sem olhar para os propósitos de ensino que lhe estão subjacentes, não se revela eficaz. Se, por um lado, é necessário que o professor conheça as funcionalidades do quadro interativo a que pode recorrer para melhorar a qualidade do ensino e das aprendizagens dos seus alunos, por outro, deve estar ciente de que é essencial proporcionar um ambiente de aprendizagem interativo, envolvendo os alunos na construção do conhecimento. O quadro interativo deve ser usado de forma regular na sala de aula, favorecendo uma integração natural desta ferramenta ao serviço dos propósitos de ensino. Desta forma, sublinha-se a importância de se desenvolverem ações, no âmbito da formação de professores, que associem o domínio técnico do quadro interativo, à vertente pedagógica, com vista à identificação de estratégias mais adequadas à consecução dos objetivos.

Nesta investigação, a diversidade de tarefas e de temas abrangidos permitiram enriquecer o estudo, proporcionando aos alunos diferentes experiências de aprendizagem, todas elas com enfoque no quadro interativo e na interação dialógica. Seria, no entanto, interessante desenvolver outras investigações com o intuito de compreender a influência da tipologia das tarefas propostas no desenvolvimento da interação dialógica e qual o contributo da utilização do quadro interativo na exploração dessas tarefas. Seria também interessante desenvolver outros estudos enquadrados em temáticas curriculares específicas, com o objetivo de reconhecer funcionalidades do quadro interativo mais apropriadas à exploração de determinados tópicos matemáticos e compreender a influência desta ferramenta, promovendo uma abordagem dialógica da construção do conhecimento.

Referências bibliográficas

- Antunes, P. (2008). *Impacte dos quadros interativos nas práticas docentes: um estudo de caso*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro).
- Armstrong, V., Barnes, S., Sutherland, R., Curran, S., Mills, S., & Thompson, I. (2005). Collaborative research methodology for investigating teaching and learning: the use of interactive whiteboard technology. *Educational Review*, 57 (4), 457-469. [online] [consultado em: 10/01/2012]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/00131910500279551>
- Ball, B. (2003). Teaching and learning mathematics with an interactive whiteboard. *Association of Teachers of Mathematics (ATM)*. [online] [consultado em: 14/01/2013]. Disponível em: <http://smartertechteaching.com/wp-content/uploads/2011/11/research-article.pdf>
- Batista, T. (2009). *Impacte dos quadros interativos nas escolas do concelho de Oliveira do Hospital*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro).
- Beauchamp, G. (2004). Teacher use of the interactive whiteboard in primary schools: towards an effective transition framework. *Technology, Pedagogy and Education*, 13 (3), 327-348. [online] [consultado em: 10/08/2011]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/14759390400200186>
- Beauchamp, G., & Kennewell, S. (2008). The influence of ICT on the interactivity of teaching. *Educational Information Tecnology*, 13, 305-315. [online] [consultado em: 10/08/2011]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s10639-008-9071-y>
- Beauchamp, G., & Kennewell, S. (2010). Interactivity in the classroom and its impact on learning. *Computers & Education*, 54, 759-766.
- BECTA - British Educational Communications and Technology Agency. (2003). *What the research says about interactive whiteboards*. Coventry: British Educational Communications and Technology Agency. [online] [consultado em: 27/12/2010]. Disponível em: http://partners.becta.org.uk/page_documents/research/wtrs_whiteboards.pdf
- BECTA - British Educational Communications and Technology Agency. (2004). *Embedding ICT @ secondary: use of interactive whiteboards in mathematics*. Coventry: British Educational Communications and Technology Agency. [online] [consultado em: 31/01/2012]. Disponível em: <http://www.drp.nl/digibord//scripts/getfile.php?id=302>
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.

- Corrente, A. (2009). *O quadro interativo no ensino da Matemática: analisando o trabalho de dois professores em contexto de colaboração*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Évora).
- Costa, F. (2007). Tecnologias em educação – um século à procura de uma identidade. In F. Costa, H. Peralta, & S. Viseu (Orgs.), *As TIC na educação em Portugal. Conceções e práticas* (pp. 14-30). Porto: Porto Editora.
- Coutinho, C., & Chaves, J. (2002). O estudo de caso na investigação em tecnologia educativa em Portugal. *Revista Portuguesa de Educação*, 15 (1), 221-243. [online] [consultado em: 18/05/2012]. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/retrieve/940/ClaraCoutinho.pdf>. Consultado em Janeiro 2005
- Duarte, J. (2009). As TIC e o novo programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática*, 105, 80-82.
- Ferreira, A. (2011). *Utilização dos quadros interativos multimédia em contexto educativo: estudo de caso numa escola do ensino básico*. (Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Bragança, Escola Superior de Educação).
- Ferreira, P. (2009). *Quadros interativo: novas ferramentas, novas pedagogias, novas aprendizagens*. (Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia).
- Fitas, E., & Costa, C. (2008). Quadros interactivos: Relato de investigações realizadas no âmbito do ensino e aprendizagem da Matemática. In A. Canavarro, D. Moreira, & M. Rocha (Orgs.), *Tecnologias e Educação Matemática* (pp. 340-353). Vieira de Leiria: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Flick, U. (2005). *Métodos qualitativos na investigação científica*. Lisboa: Monitor.
- GEPE/ME - Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação/Ministério da Educação. (2008). *Competências TIC. Estudo de implementação*. (Vol. I). Lisboa: Ministério da Educação. [online] [consultado em: 29/12/2010]. Disponível em: <http://www.pte.gov.pt/pte/PT/Projetos/Projeto/Documentos/index.htm?proj=47>
- Glover, D., & Miller, D. (2001). Running with technology: the pedagogic impact of the large-scale introduction of interactive whiteboards in one secondary school. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 10 (3), 257-278. [online] [consultado em: 15/12/2010]. Disponível em: <http://www.informaworld.com/smpp/content~db=all~content=a739086631>
- Glover, D., Miller, D., & Averis, D. (2005). *Developing pedagogic skills for the use of the interactive whiteboard in mathematics*. Keele University, Staffordshire, U. K. [online] [consultado em: 15/12/2010]. Disponível em: <http://www.keele.ac.uk/media/keeleuniversity/fachumsocsci/scldpppp/education/interactivewhiteboard/BERA%20Paper%20Sep%202005.pdf>
- Glover, D., Miller, D., Averis, D., & Door, V. (2007). The evolution of an effective pedagogy for teachers using the interactive whiteboard in mathematics and modern languages: an empirical analysis from the secondary sector. *Learning, Media and Technology*, 32 (1), 5-

20. [online] [consultado em: 16/12/2010]. Disponível em:
<http://dx.doi.org/10.1080/17439880601141146>

- Hanisch, F., & Strasser, W. (2003). Adaptability and interoperability in the field of highly interactive web-based courseware. *Computers and Graphics*, 27(4), 647-655.
- Hennessy, S., Deaney, R., Ruthven, K., & Winterbottom, M. (2007). Pedagogical strategies for using the interactive whiteboard to foster learner participation in school science. *Learning, Media and Technology*, 32 (3), 283-301. [online] [consultado em: 06/02/2012]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/17439880701511131>
- Higgins, S., Falzon, C., Hall, I., Moseley, D., Smith, F., Smith, H., & Wall, K. (2005). *Embedding ICT In The Literacy And Numeracy Strategies*. University of Newcastle upon Tyne. [online] [consultado em: 31/01/2012]. Disponível em: <http://dro.dur.ac.uk/1899/1/1899.pdf?DDD29+ded4ss>
- Higgins, S., Beauchamp, G., & Miller, G. (2007). Reviewing the literature on interactive whiteboards. *Learning, Media and Technology*, 32 (3), 213-225. [online] [consultado em: 12/09/2011]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/17439880701511040>
- Kennewell, S. (2006). *Reflections on the interactive whiteboard phenomenon: a synthesis of research from the UK Swansea School of Education*. The Australian Association for Research in Education. [online] [consultado em: 31/01/2012]. Disponível em: <http://www.aare.edu.au/06pap/ken06138.pdf>
- Kennewell, S., & Beauchamp, G. (2007). The features of interactive whiteboards and their influence on learning. *Learning, Media and Technology*, 32 (3), 227-241. [online] [consultado em: 12/09/2011]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/17439880701511073>
- Kennewell, S., Tanner, H., Jones, S., & Beauchamp, G. (2008). Analysing the use of interactive technology to implement interactive teaching. *Journal of Computer Assisted Learning*, 24, 61-73. [online] [consultado em: 12/09/2011]. Disponível em: <http://heartlandinteractivetech.pbworks.com/f/Analyzing+the+Use+of+Interactive+Technology.pdf>
- Lawson, T., & Comber, C. (1999). Superhighways technology: personnel factors leading to successful integration of information and communication technology in schools and colleges. *Journal of Technology for Teacher Education*, 8(1), 41-53.
- Lerman, S., & Zevenbergen, R. (2007). Interactive whiteboards as mediating tools for teaching mathematics: rhetoric or reality? In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (pp. 169-176). Seoul: PME. [online] [consultado em: 10/01/2012]. Disponível em: <http://www.emis.de/proceedings/PME31/3/169.pdf>
- Levy, P. (2002). *Interactive Whiteboards in learning and teaching in two Sheffield schools: a developmental study*. Sheffield: Department of Information Studies, University of Sheffield. [online] [consultado em: 10/01/2012]. Disponível em: <http://dis.shef.ac.uk/eirg/projects/wboards.htm#top>
- Lopes, H. (2010). *Relatório de resultados do inquérito aos adultos sobre o Plano Tecnológico da Educação*. Lisboa: Centro de Estudos dos Povos e Culturas de Expressão Portuguesa -

Universidade Católica Portuguesa. [online] [consultado em: 31/01/2012]. Disponível em: http://www.gepe.min-edu.pt/np4/?newsId=544&fileName=A_vis_o_dos_adultos_sobre_a_implementa__.pdf

- Loureiro, M. (2010). *Quadros interativos no ensino da Matemática*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro).
- Marques, V. (2009). *Os quadros interativos no ensino da Matemática*. (Dissertação de Mestrado, Universidade Portucalense Infante D. Henrique. Porto).
- ME - Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico: competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- ME - Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- ME - Ministério da Educação (2008). *Plano Tecnológico da Educação*. Lisboa: Ministério da Educação. [online] [consultado em: 29/12/2011]. Disponível em: <http://www.pte.gov.pt/pte/PT/OPTE/index.htm>
- Meireles, A. (2006). *Uso dos quadros interativos em educação: uma experiência em Físico-Químicas com vantagens e "resistências"*. (Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, Faculdade de Ciências).
- Meirinhos, M., & Osório, A. (2010). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. *EduSer: revista de educação*, 2 (2), 49-65. [online] [consultado em: 18/05/2012]. Disponível em: <https://www.eduser.ipb.pt/index.php/eduser/article/view/61>
- Mercer, N., Hennessy, S., & Warwick, P. (2010). Using interactive whiteboards to orchestrate classroom dialogue. *Technology, Pedagogy and Education*, 19 (2), 195-209. [online] [consultado em: 06/02/2012]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/1475939X.2010.491230>
- Merriam, S. (1988). *Case study research in education: a qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Miller, D., Averis, D., Door, V., & Glover, D. (2005). How can the use of an interactive whiteboard enhance the nature of teaching and learning in secondary mathematics and modern foreign languages? BECTA ICT Research Bursary 2003-04 Final Report. [online] [consultado em: 31/01/2012]. Disponível em: <https://content.ncetm.org.uk/itt/sec/KeelePGCEMaths2006/InteractiveWhiteboard&DataProj/Research/BectaReportMiller&co.pdf>
- Moore, A. (2001). Interactive whiteboards - a luxury too far?. *Teaching ICT*, 1(2), 52-57.
- Moss, G., Jewitt, C., Levañiç, R., Armstrong, V., Cardini, A., & Castle, F. (2007). *The interactive whiteboards, pedagogy and pupil performance evaluation: an evaluation of the schools whiteboard expansion (SWE) Project: London Challenge*. London: Institute of Education. [online] [consultado em: 27/12/2010]. Disponível em: <http://www.pgce.soton.ac.uk/ict/NewPGCE/pdfs%20IWBs/The%20interactive%20whiteboard,%20pedagogy%20and%20pupil%20performance%20evaluation.pdf>

- NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Paiva, J. (2002). *As Tecnologias de Informação e Comunicação: utilização pelos professores*. Lisboa: Ministério da Educação. [online] [consultado em: 31/01/2011]. Disponível em: <http://nautilus.fis.uc.pt/cec/estudo/dados/estudo.pdf>
- Paiva, J. (2003). *As Tecnologias de Informação e Comunicação: utilização pelos alunos*. Lisboa: Ministério da Educação. [online] [consultado em: 29/12/2010]. Disponível em: <http://nautilus.fis.uc.pt/cec/estudo/dados/jpaiva-estudo-alunos.pdf>
- Peralta, H. (2007). Tecnologias em educação – um século à procura de uma identidade. In F. Costa, H. Peralta, & S. Viseu (Orgs.), *Um estudo sobre o uso das TIC em Portugal no Ensino Básico* (pp. 191-202). Porto: Porto Editora.
- Peralta, H., & Costa, F. (2007). Competência e confiança dos professores no uso das TIC. Síntese de um estudo internacional. *Sísifo. Revista de Ciências da Educação*, 3, 77-86. [online] [consultado em: 01/03/2012]. Disponível em: <http://sisifo.fpce.ul.pt/pdfs/sisifo03PT06.pdf>
- Ponte, J. (1994a). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3 (1), 3-18.
- Ponte, J. (1994b). *O Projeto MINERVA: Introduzindo as NTI na Educação em Portugal*. Lisboa: Departamento de Programação e Gestão Financeira do Ministério da Educação.
- Ponte, J. (2000). Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios?. *Revista Ibero-Americana de Educación*, 24, 63-90. [online] [consultado em: 01/03/2012]. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00-Ponte-TIC%20%28rie24a03%29.pdf>
- Ponte, J. (2002). As TIC no início da escolaridade. In J. Ponte (Org.), *A formação para a integração das TIC na educação pré-escolar e no 1.º ciclo do ensino básico*, Cadernos da Formação de Professores, 4 (pp. 19-26). Porto: Porto Editora. [online] [consultado em: 31/01/2012]. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20%28TIC-INAFOOP%29.pdf>
- Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. (2006). Estudo de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132. [online] [consultado em: 06/01/2011]. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20\(Estudo%20caso\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20(Estudo%20caso).pdf)
- Ruthven, K., Hofmann, R., & Mercer, N. (2011). A dialogic approach to plenary problem synthesis. In Ubuz, B. (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4*, (pp. 81-88). Ankara: PME.
- Sampaio, P., & Coutinho, C. (2011). Formação contínua de professores: integração das TIC. *Revista da Faculdade de Educação da Universidade de Mato Grosso – FAED*, 15, 139-151. [online] [consultado em: 18/08/2013]. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/13651>

- Sampaio, P., & Coutinho, C. (2012). Ensinar Matemática com TIC: em busca de um referencial teórico. *Revista Portuguesa de Educação, Ano 46-II*, 91-109. [online] [consultado em: 18/08/2013]. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/25887>
- Sessoms, D. (2008). Interactive instruction: creating interactive learning environments through tomorrow's teachers. *International Journal of Technology in Teaching and Learning, 4* (2), 86-96. [online] [consultado em: 31/01/2012]. Disponível em: http://www.sicet.org/journals/ijttl/issue0802/4_2_1_Sessoms.pdf
- Silveira, B. (2005). Quadros interactivos. *Educação e Matemática, 83*, 32-33.
- Smith, F., Hardman, F., & Higgins, S. (2006). The impact of interactive whiteboards on teacher-pupil interaction in the National Literacy and Numeracy Strategies. *British Educational Research Journal, 32*(3), 443 - 457.
- Smith, H., & Higgins, S. (2006). Opening classroom interaction: the importance of feedback. *Cambridge Journal of Education, 36* (4), 485-502. [online] [consultado em: 12/09/2011]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/03057640601048357>
- Smith, H., Higgins, S., Wall, K., & Miller, J. (2005). Interactive whiteboards: boon or bandwagon? A critical review of the literature. *Journal of Computer Assisted Learning, 21*, 91-101. [online] [consultado em: 10/08/2011]. Disponível em: http://edtech2.boisestate.edu/spechtp/551/IWB_Boon_Bandwagon.pdf
- Spínola, T. (2009). *A utilização do quadro interativo multimédia em contexto de ensino e aprendizagem. Impacte do projecto "O quadro interativo multimédia a RAM"*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro).
- Stake, R. (2009). *A arte da investigação com estudos de caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313–340.
- Stein, M., & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para reflexão: Da investigação à prática. *Educação e Matemática, 105*, 22-28.
- Stein, M., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte: Information Age Publishing.
- Tanner, H., Jones, S., Kennewell, S., & Beauchamp, G. (2005). Interactive whole class teaching and interactive whiteboards. *Proceedings of the Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia - 28 (Melbourne), 2*, pp. 720-727. [online] [consultado em: 10/01/2012]. Disponível em: <http://www.merga.net.au/documents/RP832005.pdf>
- Torres, J. (2008). Quadros Interactivos (QI): A última tecnologia a chegar à escola. *Educação e Matemática, 97*, 42-43.
- Vicente, C., & Melão, N. (2009). A adopção do quadro interativo pelos professores de Matemática do 3.º CEB: um estudo empírico nas escolas da Guarda. *Educação,*

Formação & Tecnologias, 2, 41-57. [online] [consultado em: 28/12/2010]. Disponível em: <http://eft.educom.pt/index.php/eft/article/viewFile/93/67>

Warwick, P., Hennessy, S., & Mercer, N. (2011). Promoting teacher and school development through co-enquiry: developing interactive whiteboard use in a 'dialogic classroom'. *Teachers and Teaching*, 17 (3), 303-324. [online] [consultado em: 06/02/2012]. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/13540602.2011.554704>

Yin, R. (2003). *Case study research: design and methods*. Thousand Oaks: Sage. [online] [consultado em: 06/01/2011]. Disponível em: <http://www.scribd.com/doc/3289743/Yin-Case-study-research3rd>

Referências Legislativas

Portaria n.º 731/2009, de 7 de julho. Cria o sistema de Formação e de Certificação em Competências TIC para docentes em exercício de funções nos estabelecimentos da educação pré-escolar e dos ensinos básico e secundário.

Anexos

Anexo 1

Pedido de autorização à Direção



Exmo. Sr. Diretor do [REDACTED]
[REDACTED]

[REDACTED] 1 de fevereiro de 2012

Venho, por este meio, solicitar a Vossa Excelência autorização para realizar um estudo com uma turma desta Escola (8.º [REDACTED]), na disciplina de Matemática, no âmbito da minha dissertação de Mestrado em Ciências da Educação: Supervisão Pedagógica, da Universidade de Évora. A investigação que pretendo levar a cabo visa compreender a influência da utilização do Quadro Interativo no desenvolvimento da interação dialógica na aula.

Para a realização deste trabalho será necessário assistir e proceder à gravação áudio e vídeo de algumas aulas de Matemática da turma acima mencionada, durante o final do 2.º Período e no 3.º Período, do presente ano letivo. Os dados recolhidos serão apenas divulgados no relatório final do estudo, sendo o anonimato dos seus protagonistas salvaguardado, incluindo a identidade da própria Escola.

Mais informo que solicitei a colaboração da docente [REDACTED], professora de Matemática da turma em questão, a qual, depois de tomar conhecimento das condições da realização do estudo, aceitou colaborar voluntariamente no mesmo.

Pedindo deferimento a esta minha solicitação e agradecendo desde já a atenção que se digne dispensar a este assunto, subscrevo-me com elevada consideração.

Carla Sofia Pereira Reis

(Carla Sofia Pereira Reis)

Anexo 2

Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação

██████████ 6 de fevereiro de 2012

Sou professora de Tecnologias da Informação e Comunicação do 3.º Ciclo do Ensino Básico na ██████████ e estou a desenvolver o meu projeto de dissertação de Mestrado em Ciências da Educação: Supervisão Pedagógica, da Universidade de Évora.

Venho, por este meio, solicitar que autorize o seu educando para participar na investigação que pretendo levar a cabo, a qual visa compreender a influência da utilização do Quadro Interativo no desenvolvimento da interação dialógica na sala de aula.

Para a realização deste trabalho terei de assistir e proceder à gravação áudio e vídeo de algumas aulas de Matemática da turma ████████ do 8.º ano de escolaridade, à qual pertence o seu educando, durante o final do 2.º Período e no 3.º Período, do presente ano letivo. Os dados recolhidos serão apenas divulgados no relatório final do estudo, não se identificando em nenhum momento do tratamento dos mesmos a escola, a professora ou os alunos.

Mais se informa que o Diretor do Agrupamento já autorizou o referido estudo e que a professora de Matemática, ██████████ aceitou voluntariamente colaborar no mesmo.

Agradecendo a sua colaboração, solicito que assine a declaração que permite a participação do seu educando neste trabalho de investigação.

Sem outro assunto de momento, subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

A Professora

Carla Sofia Pereira Reis

(Carla Sofia Pereira Reis)

Declaro que autorizo o meu educando _____ a participar na investigação conduzida pela professora Carla Reis, no âmbito da elaboração da sua dissertação de Mestrado.

_____/_____/_____

Assinatura: _____

Anexo 3

Tarefa A - Introdução aos sistemas de duas equações com duas incógnitas



Números
???

Pensei primeiro num número e depois noutro.

A soma do primeiro com o segundo é 10.

Quais foram os números em que pensei?

A diferença entre o dobro do primeiro número e metade do segundo é um meio.

Quais foram então os números em que pensei?

Anexo 4

Tarefa B - O sistema de equações da Maria

Numa aula de Matemática, a Maria teve de resolver o seguinte sistema:

$$\begin{cases} y + 3 = 2x \\ 2(x - 3) - 2y = 1 \end{cases}$$

Apresentou a seguinte resolução:

The image shows a handwritten solution on grid paper. The steps are as follows:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y + 3 = 2x \\ 2(x - 3) - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 3 = 2x \\ 2x - 3 - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \begin{cases} y = 2x + 3 \\ 2x - 3 - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 3 \\ 2x - 3 - 4x + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \begin{cases} y = 2x + 3 \\ -2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 3 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \begin{cases} y = 2x - \frac{1}{2} + 3 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 + 3 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \begin{cases} y = -4 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad S = \left\{ \left(-4; -\frac{1}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

Para confirmar se não se tinha enganado a resolver o sistema, efetuou a verificação da solução:

The image shows a handwritten verification of the solution on grid paper. The steps are as follows:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} -4 + 3 = 2 \left(-\frac{1}{2} \right) \\ 2 \left(-\frac{1}{2} - 3 \right) - 2(-4) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -1 \\ -7 + 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -1 \quad \checkmark \\ 1 = 1 \quad \checkmark \end{cases} \end{aligned}$$

A Maria ficou muito contente e exclamou:

- Já consegui resolver mais um! Sou uma *expert* a resolver sistemas!

Comenta este episódio.

Anexo 5

Tarefa C - O cavalo e o burro

Problema

Um cavalo e um burro seguiam juntos para a cidade, carregados com sacos de trigo. O cavalo, contente da vida, ia folgado, pois levava uma carga bem mais leve do que a do burro. E o burro, coitado, gemia com o peso de tanto saco. Acerta altura, o burro parou e disse:

– Não posso mais! Esta carga excede as minhas forças e a solução é repartirmos os sacos pelos dois. O cavalo deu um pinote e relinchou uma gargalhada.

– Ingénuo! Tenho focinho de tolo?

O burro gemeu:

– Egoísta! Lembra-te que se eu levasse um dos teus sacos, a minha carga passaria a ser o dobro da tua, mas se, pelo contrário, lewares um dos meus sacos, caminhamos com igual número de sacos. Quantos sacos leva cada um dos animais?



Anexo 6

Tarefa D - Resolução gráfica de sistemas

Sistemas de Equações

Considera o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$$

Será possível representar este sistema geometricamente?

Anexo 7

Tarefa E - As velas cilíndricas

Tarefa

A Joana tem dois moldes cilíndricos para fazer velas, o molde A e o molde B, com as dimensões indicadas.



Diâmetro da base: 10 cm
Altura: 7,5 cm



Diâmetro da base: 7,5 cm
Altura: 10 cm

Comprou dois blocos de parafina (cera), um vermelho e outro verde, ambos com a forma de um paralelepípedo, com 5 cm de espessura, 25 cm de largura e 50 cm de comprimento.

Com o molde A, fez apenas velas vermelhas e, com o molde B, apenas velas verdes, mas fez o maior número possível de velas de cada cor.

Decidiu aplicar depois alguns efeitos decorativos em torno de cada uma das velas, forrando-as com papel autocolante colorido.

Verificou que dispunha de um rolo de papel com 0,95m x 0,6m.

Conseguirá a Joana forrar todas as velas que conseguiu fazer?

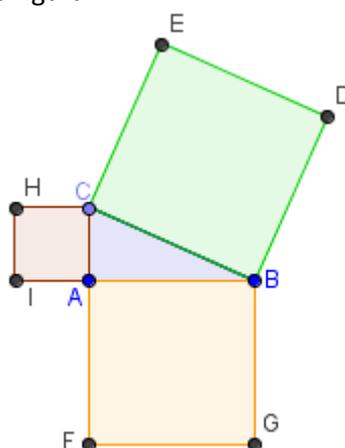
Anexo 8

Tarefa F - Introdução ao Teorema de Pitágoras

1. Abre o programa Geogebra e esconde os eixos coordenados através do menu “Exibir”.

1.1. Constrói um triângulo retângulo ABC. Para tal, começa por construir um segmento de reta AB qualquer. Utilizando a ferramenta “Reta perpendicular”, seleciona o vértice A e o segmento de reta AB. Coloca um ponto C sobre a reta anterior e constrói o lado BC. Utilizando a ferramenta “Polígono”, seleciona cada um dos vértices até obteres um triângulo. Seleciona a reta com o botão do lado direito do rato e desativa a opção “Exibir objeto”.

1.2. Utilizando a ferramenta “Polígono regular”, constrói quadrados sobre os lados do triângulo, conforme ilustra a figura.



1.3. Utilizando a ferramenta “Área”, determina a área de cada um dos três quadrados.

1.4. Há muitos, muitos anos, um matemático grego encontrou uma relação entre as áreas desses quadrados. Consegues descobri-la? Escreve uma frase que a descreva.

1.5. Será que a relação se mantém para outro triângulo? Experimenta a modificar o teu triângulo, arrastando um dos seus vértices.

1.6. Atribuindo letras às medidas dos comprimentos dos lados do triângulo, escreve uma expressão algébrica que traduza a relação encontrada.

2. Será que a mesma relação entre as áreas se mantém se em vez de quadrados se construírem outros polígonos regulares sobre os lados do triângulo retângulo? Investiga com outros polígonos regulares à tua escolha e regista as tuas conclusões.

3. Faz agora o mesmo estudo que fizeste na pergunta 1, mas considerando um triângulo não retângulo. Para tal, basta utilizares a ferramenta “Polígono” com três lados para construíres o triângulo. Será que a relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados do triângulo também se verifica? Explica a tua resposta.

