

A UTILIZAÇÃO DA CALCULADORA GRÁFICA NA AULA DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 12º ANO NO ÂMBITO DAS FUNÇÕES¹

Maria João Semião

Escola Secundária. de Moura

mjpps70@gmail.com

Ana Paula Canavarro

Universidade de Évora

apc@uevora.pt

Resumo: Pretende-se dar a conhecer um estudo que foi realizado com alunos do 12º ano e que teve como principal objectivo compreender em que situações, porquê e como é que os alunos utilizam a calculadora gráfica na resolução de questões no âmbito do estudo de Funções no 12º ano de escolaridade. Tratou-se de uma investigação de natureza qualitativa, optando-se pela realização de estudos de caso. Constatámos que existem diversos factores que influenciam a utilização ou não da calculadora gráfica por parte dos alunos, nomeadamente as preferências pessoais dos alunos, mas sobretudo o tipo de questões que lhes são propostas e a cultura da sala de aula, em particular as mensagens transmitidas pelo professor e as abordagens às resoluções de exercícios que este privilegia.

Palavras-Chave: Matemática; Funções; utilização das calculadoras gráficas pelos alunos; tipo de questões; cultura da sala de aula.

1. Introdução

O uso da calculadora gráfica está consignado no actual currículo de Matemática do ensino secundário. No programa de Matemática A, de 2001 (DES, 2001) é considerado indispensável o uso de calculadoras gráficas pelos alunos para o trabalho regular na sala de aula ou ainda para a realização de demonstrações pelo professor para toda a turma, usando uma calculadora com um *viewscreen*. Para dar cumprimento a este programa, os alunos necessitam efectivamente de trabalhar com as calculadoras gráficas e utilizá-las na resolução de diferentes tipos de tarefas, nomeadamente em tarefas de modelação. No tema “Funções”, presente ao longo dos três anos do ensino secundário, o programa refere que os alunos devem abordar as diferentes representações de uma função: a verbal, a numérica, a algébrica e a gráfica. É ainda realçado nesse programa que deve ser dada ênfase à resolução de problemas usando métodos

¹ Semião, M. J., & Canavarro, A. P. (2012). A utilização da calculadora gráfica na aula de matemática: um estudo com alunos do 12º ano no âmbito das funções. In O. Magalhães, & A. Folque (org), *Práticas de investigação em Educação*. Évora: Departamento de Pedagogia e Educação. ISBN: 978-989-95802-2-0

numéricos, gráficos e analíticos, nomeadamente no tema “Funções”. Assim, é impossível atingir os objectivos e desenvolver as competências gerais deste programa sem recorrer de forma fluente à representação gráfica — o que já vinha sendo assumido desde o ajustamento do programa de Matemática de 1997 (DES, 1997). Aliás, desde o ano lectivo 1998/1999, passou a ser obrigatória a calculadora gráfica nos exames nacionais de 12º ano, seguindo a obrigatoriedade dos programas de Matemática.

Portanto, o uso obrigatório de calculadoras gráficas no ensino secundário e no Exame Nacional de Matemática constitui uma alteração substantiva ao nível do corpo dos programas dos últimos anos com profundas implicações na forma de ensinar, aprender e avaliar a disciplina de Matemática.

No entanto, decretar a utilização quer na sala de aula quer nos exames nacionais por si só não é suficiente, sendo fundamental a forma como essa utilização é feita. Assim, algumas questões se levantam e a sua investigação é essencial para uma melhor compreensão do que na realidade se passa: Como está a ser utilizada a calculadora gráfica na sala de aula? Que papel reservam os alunos às calculadoras gráficas para a resolução das questões? Como estabelecem os alunos a ligação entre as diferentes representações de uma função? Será que a calculadora gráfica está a ser sobre-usada ou sub-usada?

A revisão sobre estudos realizados em áreas relacionadas com o objecto do estudo da presente investigação sistematiza diversas vantagens para a utilização da calculadora gráfica na sala de aula. A utilização da calculadora gráfica permite, por exemplo, a experimentação, a investigação e a resolução de problemas, dando origem a uma nova dinâmica na sala de aula (Dunham & Dick, 1994), possibilitando uma abordagem mais investigativa dos conteúdos matemáticos; permite aos alunos a produção dos seus próprios exemplos, formulando as suas próprias hipóteses e testando-as (Grant & Searl, 1996), conferindo ao aluno uma maior autonomia na construção do seu saber; permite também um maior envolvimento dos alunos na actividade da aula, pois vão trabalhando com o professor e participam na resolução, sentido prazer em praticar Matemática (Demana & Waits, 2000); facilita ainda a ligação e a integração das múltiplas representações matemáticas, potenciando uma melhor compreensão destas (Demana & Waits, 2000; Hennessy et al., 2001), nomeadamente ao nível das funções.

No entanto, também existem indicações de que os alunos revelam algumas dificuldades em interpretar a informação obtida pela calculadora e relacioná-la com a informação obtida analiticamente (Boers & Jones, 1994; Forster & Mueller, 2001; Hennessy et al., 2001; Burrell et al., 2002). O uso de múltiplas representações não é sinónimo de ligação entre elas, pelo que

Waits e Demana (2000) consideram essencial uma abordagem equilibrada entre técnicas de papel e lápis e o uso das tecnologias no ensino da Matemática.

A calculadora gráfica tende a assumir, na resolução das tarefas, diferentes papéis por parte dos alunos. Doerr e Zangor (2000) identificaram cinco padrões e modos de utilização da calculadora pelos alunos: ferramenta computacional (quando utilizada para avaliar expressões numéricas, estimativas e arredondamentos), ferramenta transformacional (quando utilizada para mudar a natureza da tarefa, de natureza computacional para interpretativa), ferramenta de recolha e análise de dados (quando utilizada para recolher e armazenar dados, estudar os fenómenos a que estes dizem respeito e procurar modelos), ferramenta de visualização (quando utilizada para encontrar visualizações apropriadas de um gráfico, para representar e interpretar dados e para resolver equações) e ferramenta de verificação/testagem (quando utilizada para confirmar conjecturas na resolução de tarefas de investigação).

Rocha (2000) também refere diferentes papéis que usualmente são reservados pelos alunos à calculadora gráfica: confirmação dos resultados obtidos analiticamente (papel também referido por Penglase e Arnold, 1996 e Waits e Demana, 2000); alternativa à dificuldade de resolver uma questão por processos analíticos; resolução de questões onde seja necessário a elaboração de gráficos e resolução de equações ou inequações.

O tipo de tarefas também parece influenciar o modo de utilização da calculadora gráfica (Rocha, 2000). O factor que parece exercer maior influência é o pedido explícito, no enunciado da questão, de um gráfico ou o reconhecimento da necessidade de uma representação gráfica para responder à tarefa (Dahland & Lingefjord, 1996; Burril et al., 2002).

Um outro factor que parece influenciar a utilização da calculadora gráfica é a cultura da sala de aula (Guin & Trouche, 1999; Burril et al., 2002). Os alunos tendem a seguir os métodos ilustrados e preferidos do professor. Doerr e Zangor (2000) sugerem que o papel, o conhecimento e as crenças do professor interferem na forma como este encoraja os alunos a usar a calculadora gráfica.

Um outro aspecto a ter em conta é a forma como a calculadora é usada nos momentos de avaliação formal. Graham et al. (2003) identificaram aqui três categorias: quasi-científica (quando utilizada da mesma forma que uma calculadora científica; não são utilizadas quaisquer potencialidades gráficas da calculadora); semi-proficiente (são utilizadas algumas potencialidades gráficas da calculadora, no entanto a melhor utilização ou um uso mais eficiente não é feito) e proficiente (é feito o uso apropriado das potencialidades da calculadora de forma a obter a mais eficiente solução para a tarefa que possui entre mãos).

2. O Estudo

2.1. Questões de Investigação

Este artigo resulta de um estudo que foi realizado com alunos do 12º ano de escolaridade e que teve como principal objectivo compreender em que situações, porquê e como é que os alunos utilizam a calculadora gráfica na resolução de questões no âmbito do estudo de Funções no 12º ano de escolaridade. Para tal pretendeu-se obter resposta a três questões:

- 1) Que relação estabelecem os alunos com a calculadora gráfica?
- 2) Que razões levam os alunos a optar por utilizar (ou não) a calculadora gráfica na resolução de uma questão?
- 3) Que papel reservam os alunos à calculadora gráfica na resolução de uma questão?

2.2. Metodologia

Esta investigação tem natureza interpretativa e recorre a uma abordagem qualitativa, concretizando-se pela realização de estudos de caso. Sendo a Matemática no ensino secundário uma disciplina trianual, é no final dos três anos que é suposto os alunos “dominarem” todas as potencialidades da calculadora, assim como os conceitos fundamentais sobre o tema “Funções”. Optou-se então por uma turma do 12º ano de escolaridade, pois à partida proporcionaria um contacto com alunos mais seguros e com maior saber em relação ao uso da calculadora gráfica nas Funções. Além disso, este ano de escolaridade permitiria também observar até que ponto os alunos lidam com a calculadora gráfica e o Exame Nacional de Matemática.

Foram seleccionados três alunos que constituíram os estudos de caso: um rapaz (o Francisco) e duas raparigas (a Lúcia e a Jacinta), os quais pareceram ter posturas diferentes tanto em relação à Matemática como à forma de utilização da calculadora e das circunstâncias em que a utilizavam. Os alunos estiveram sempre num ambiente normal de sala de aula, no qual a investigadora (primeira autora deste artigo) tentou interferir o menos possível. O professor realizou as aulas como tinha programado, seguindo o seu alinhamento curricular, desenvolvendo as tarefas por si escolhidas e trabalhando-as como entendeu.

A recolha de dados foi concretizada no ano lectivo 2005/2006, entre Janeiro e Maio, recorrendo a diversos instrumentos: observações de aulas (13 aulas de 45 minutos), análise

documental (resolução escrita dos exercícios no caderno diário e resolução escrita do Teste Nacional Intermédio) e entrevistas (com tarefas matemáticas).

Após a análise dos dados foi feita a identificação das categorias referentes a cada uma das três questões que orientaram a investigação. No que diz respeito à relação estabelecida com a calculadora os dados sugeriram considerar a atitude perante a calculadora e domínio técnico. Nos dados referentes às razões que levam os alunos a optar por utilizar ou não a calculadora gráfica evidenciaram-se a indicação exterior, preferência pessoal, cultura da aula e tipo de questões. Nos dados referentes ao papel da calculadora gráfica na resolução de uma questão surgiram as categorias confirmação das respostas obtidas analiticamente, combinação de resolução de papel e lápis e calculadora, obtenção de resposta apenas pela calculadora e alternativa à dificuldade de resolver analiticamente.

3. Principais resultados

Embora o ambiente da sala de aula onde decorreram as observações não tenha sido um objecto directo da investigação, apresenta-se uma breve síntese das aulas observadas de modo permitir uma melhor compreensão da cultura da sala de aula em relação ao uso da calculadora gráfica. Durante estas aulas observadas, as tarefas apresentadas aos alunos pelo professor foram, quanto à sua natureza, exercícios (circunscritos ao domínio matemático) e problemas de aplicação (que apelam a alguma relação com o contexto real) cuja estratégia de resolução já era normalmente conhecida dos alunos. Quanto ao tipo de resposta, existiram questões de resposta fechada (questões de escolha múltipla) e questões de resposta aberta.

No que se refere às diferentes formas de representação de uma função, foram exploradas a representação gráfica e a analítica de uma função, indo a preferência para esta última. No entanto, não se observou, quer por parte do professor quer por parte dos alunos, a ligação entre as múltiplas representações pois não retiraram da observação analítica referências para a observação gráfica ou da gráfica consequências para a analítica. A representação numérica, que a calculadora gráfica permitiria através das tabelas, não foi explorada.

Assim, usando os termos apresentados por Doerr e Zangor (2000) quanto aos diferentes papéis que a calculadora pode assumir, parece-nos que durante as aulas observadas a calculadora gráfica foi utilizada como ferramenta computacional e como ferramenta de visualização — como ferramenta computacional quando foi utilizada para efectuar cálculos numéricos e como ferramenta de visualização quando foi utilizada para visualizar o gráfico ou determinar coordenadas de pontos especiais.

Esteve também sempre presente ao longo das aulas uma grande preocupação, quer por parte dos alunos, quer por parte do professor, com o Exame Nacional, que parece condicionar de forma notória o tipo de utilização que é feita da calculadora na aula. Por exemplo, quando os alunos interrogavam sobre a possibilidade de no exame puderem ou não resolver os exercícios com a calculadora, o professor sublinhava sempre que só teriam a resposta cotada se apresentassem uma justificação completa e detalhada da resolução (incluindo a explicitação das teclas da calculadora onde haviam carregado).

Apresentamos de seguida os principais resultados da investigação relativos aos três alunos da turma, após uma breve caracterização dos mesmos.

3.1. Francisco

Francisco era um aluno que revelava facilidade de aprendizagem, apresentando um raciocínio rápido na resolução das questões que lhe eram colocadas. Obteve boas classificações a Matemática (16, 15 e 18 valores, respectivamente nos 10º, 11º e 12º anos) e fez todo o seu percurso escolar normalmente desde o ensino primário até ao décimo segundo ano. Não era um aluno que gostasse de “perder” muitas horas a estudar, preferindo perceber as matérias do que as decorar. Pretendia candidatar-se ao ensino superior a um curso de engenharia, no Instituto Superior Técnico de Lisboa. Parecia preocupado com os exames, nomeadamente com o Exame de Matemática, pelo que frequentemente questionava o professor se podia resolver, no Exame, determinada questão de determinada maneira.

Assim, ao longo das aulas observadas, o Francisco esteve sempre preocupado com o Exame Nacional, pelo que tentou sempre resolver as questões analiticamente. No entanto, durante a entrevista, em que lhe foi dada liberdade de escolha e não tinha que justificar por escrito a resolução, resolveu algumas questões pela calculadora. Segundo a opinião do Francisco, “se no Exame se tem que justificar tudo (quando se resolve na calculadora), então é mais fácil resolver analiticamente”.

O tipo de questões (escolha múltipla ou de resposta aberta, enunciados que pedem explicitamente para usar ou não a calculadora, ou enunciados onde são pedidos gráficos) parece influenciar a decisão do Francisco. Quando são respostas abertas, com a natureza de problemas de aplicação em contexto real, ele parece ter mais tendência para resolver com a calculadora. Se o enunciado requer gráficos também utiliza a calculadora gráfica. Se a questão for de escolha múltipla, resolve pela calculadora gráfica quando se consegue aperceber que aquela é resolúvel pela mesma.

A calculadora gráfica desempenhou como papel principal o de confirmação das respostas obtidas analiticamente ou de obtenção directa de resposta da questão. Relacionando com os termos utilizados por Doerr e Zangor (2000), o Francisco utilizou quase sempre a calculadora como ferramenta computacional, para efectuar cálculos numéricos, ou como ferramenta de visualização, para visualizar os gráficos e resolver equações, recorrendo frequentemente à tecla [ISCT] que permite determinar o ponto de intersecção dos dois gráficos. Nunca recorreu ao menu das tabelas, o qual também nunca foi explorado ao longo das aulas observadas.

Referiu também, ao longo da entrevista, que quando não consegue resolver analiticamente uma determinada questão recorre à calculadora como alternativa.

O Francisco revelou algumas dificuldades como, por exemplo, na alteração da janela de visualização, o que pode ser reflexo de alguma dificuldade em relacionar os conteúdos matemáticos com o que pode obter através da calculadora, ou o que procurar ou o que visualizar. Ou seja, o Francisco revelou dificuldades em estabelecer uma ligação entre a expressão analítica e o que é de esperar do gráfico. Em algumas situações não retirou da observação analítica referências para a observação gráfica, nomeadamente nos pontos de intersecção.

O Francisco também revelou algumas dúvidas e alguma insegurança aquando da utilização da calculadora gráfica; no entanto, parece ser um aluno que se lhe fosse proporcionada uma maior resolução de exercícios através da calculadora gráfica, optaria preferencialmente por esse processo.

Manifestou algum domínio técnico da calculadora, referindo que todo o conhecimento que tem da sua calculadora gráfica foi aprendido nas aulas ao longo dos três anos do ensino secundário (ou seja, informação obtida através dos professores) e de algumas informações obtidas por intermédio dos colegas.

No Teste Intermédio de Matemática, o Francisco obteve a nota de 10,6 valores e na questão que solicitava o uso da calculadora parece tê-la utilizado de forma semi-proficiente, termo referido por Graham et al. (2003), pois utilizou algumas potencialidades da calculadora, mas o seu uso não foi o mais eficiente.

No Exame Nacional de Matemática, realizado em Junho de 2006, o Francisco obteve a classificação de 15,3 valores e entrou no curso pretendido do Instituto Superior Técnico de Lisboa.

3.2. Lúcia

A Lúcia era uma aluna que revelava facilidade de aprendizagem, era empenhada, trabalhadora, atenta às aulas e que “gostava muito de resolver exercícios de Matemática”, resolvendo todos

os exercícios que o professor recomendava e ainda todos os outros que constavam do seu livro de texto ou de exercícios. Levava horas a resolver exercícios e gostava de ocupar, na sala de aula, o lugar na carteira da frente. Sempre obteve muito boas classificações, nomeadamente a Matemática (17, 19 e 18 valores respectivamente nos 10º, 11º e 12º anos). Pretendia candidatar-se ao ensino superior. A sua primeira opção era Medicina e, caso não tivesse média para entrar nesse curso, colocaria como segunda opção Enfermagem.

Era uma aluna rápida na resolução de exercícios que envolviam cálculos numéricos ou algébricos e nas simplificações de expressões, daí ela achar que era mais rápida, mais fácil e mais segura a sua resolução analítica do que a da calculadora. Preferia portanto, sem qualquer dúvida e independentemente do tipo de questões, a resolução analítica. Não gostava muito de utilizar a calculadora, usava-a apenas quando necessário. Utilizava a calculadora gráfica desde o décimo ano e revelava algum conhecimento técnico da calculadora, desconhecendo, no entanto, algumas potencialidades da mesma. Referiu que este conhecimento foi adquirido essencialmente nas aulas.

Nas aulas observadas pela investigadora, a calculadora gráfica permanecia fechada até ao momento em que o professor ou o exercício em questão requeria a sua utilização. Portanto, só utiliza a calculadora quando o exercício pede explicitamente ou o professor indica ou ainda para confirmar os resultados obtidos analiticamente, se tiver dúvidas. Assim, o papel principal que reserva à calculadora é o de confirmação de respostas obtidas analiticamente, embora, numa situação pontual de uma questão da entrevista, onde foi necessário a combinação de papel e lápis e calculadora, a Lúcia o tivesse feito. No entanto, noutras situações, revelou alguma dificuldade em relacionar a expressão analítica e o que era esperado do gráfico.

Na resolução das questões em que recorreu à calculadora gráfica, utilizou frequentemente o menu dos gráficos e dentro deste quase sempre a tecla [ISCT] que permite determinar as coordenadas dos pontos de intersecção dos dois gráficos. Também utilizou a calculadora para efectuar alguns cálculos numéricos. Assim, a calculadora desempenhou o papel de ferramenta computacional ou de ferramenta de visualização, referindo os termos dos autores Doerr e Zangor (2000). Nunca recorreu ao menu das tabelas, o qual também nunca foi explorado ao longo das aulas observadas.

No Teste Intermédio de Matemática, a Lúcia obteve a classificação de 10 valores e na questão que solicitava o uso da calculadora parece tê-la utilizado de forma semi-proficiente, termo referido por Graham et al. (2003), pois utilizou algumas potencialidades gráficas da calculadora, mas o seu uso mais eficiente não foi feito.

No Exame Nacional de Matemática, realizado em Junho de 2006, obteve a classificação de 12,3 valores e acabou por entrar na sua segunda opção, ou seja no curso de Enfermagem, na Escola Superior de Enfermagem de Beja.

3.3. Jacinta

A Jacinta era uma aluna um pouco instável que quando estava aborrecida com alguma coisa fazia transparecer logo na sala de aula pois “desligava” um pouco daquilo que se passava ao seu redor. O mesmo acontecendo quando havia algum conteúdo que não percebia logo, normalmente tinha tendência a alhear-se do que estava a ser explicado. A Jacinta foi uma aluna que ao longo do terceiro ciclo obteve boas classificações a Matemática, no entanto, quando entrou no décimo ano as suas prestações baixaram de nível. Ela própria atribuiu como causa disso a falta de estudo e a participação em outras actividades que lhe “roubavam” algum tempo do estudo. No momento da investigação revelava algumas dificuldades na disciplina de Matemática e a calculadora funcionava como um “apoio” para a resolução dos exercícios, sendo mesmo um elemento indispensável na aula de Matemática. A Jacinta não gostava de fazer muitos exercícios de Matemática e durante estes três últimos anos obteve classificações suficientes ou boas a Matemática (12, 13 e 14 valores respectivamente nos 10º, 11º e 12º anos).

Pretendia candidatar-se ao ensino superior, sendo a sua primeira opção Enfermagem.

A Jacinta usava habitualmente a calculadora e parecia gostar de a usar. Dominava algumas funções da calculadora, apesar de haver uma ou outra que desconhecesse. Não revelou dificuldades, por exemplo, na alteração dos valores da janela de visualização ou na introdução de expressões com parênteses. Em diversas situações conseguiu estabelecer a ligação entre a expressão analítica e o que esperar do gráfico.

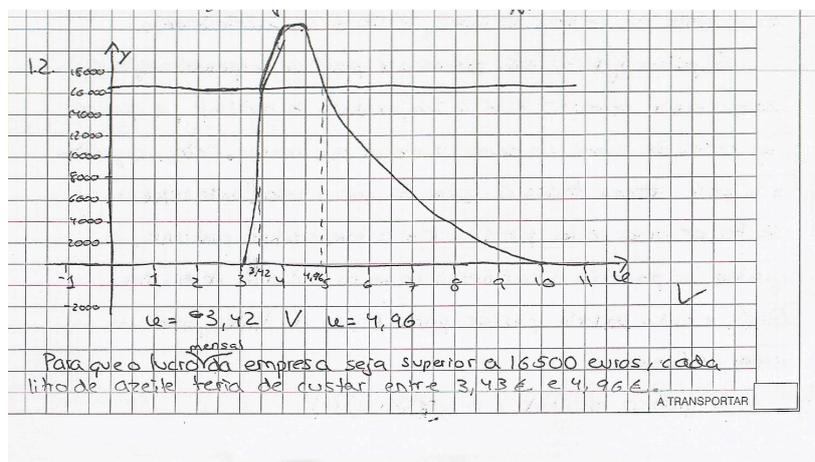
Recorreu várias vezes à calculadora gráfica para resolver as questões tanto nas aulas observadas como durante a entrevista, mas os menus utilizados foram somente o dos gráficos (principalmente a tecla para determinar a intersecção de gráficos) e o dos cálculos numéricos. Assim a calculadora surge, utilizando os termos dos autores Doerr e Zangor (2000), como ferramenta computacional ou como ferramenta de visualização. Nunca recorreu, por exemplo, ao menu das tabelas.

Referiu que as razões que a levam a optar por resolver uma questão pela calculadora é o tipo de questões e a sua preferência pessoal, pois considera que a calculadora lhe dá alguma segurança e lhe oferece uma maior rapidez na resolução das questões, nomeadamente nas de escolha múltipla. A natureza das questões (exercícios ou problemas de aplicação) não parece influenciar a sua opção. Em contrapartida, o tipo de questões (escolha múltipla ou de resposta

aberta) já parece influenciar. Nas questões de resposta aberta prefere resolver analiticamente para que o professor possa valorizar a sua resposta no caso de haver algum engano na sua resolução. Nas questões de escolha múltipla resolve primeiro na calculadora.

O papel que a Jacinta reserva à calculadora gráfica na resolução de uma questão é variado. Ela utiliza a calculadora para confirmar as respostas obtidas analiticamente, normalmente no menu dos gráficos. Também lhe reserva o papel de combinação de resolução de papel e lápis e calculadora assim como alternativa à dificuldade de resolver analiticamente. No entanto, o papel principal é o de obtenção de resposta imediata.

No Teste Nacional Intermédio, a Jacinta obteve a classificação de 10 valores e na questão que solicitava o uso da calculadora parece tê-la utilizado de forma proficiente, termo referido por Graham et al. (2003), pois fez o uso apropriado das potencialidades da calculadora de modo a obter a mais eficiente solução para a tarefa que possuía entre mãos. É de destacar que foi a aluna, entre os três alunos destes estudo, que revelou um melhor desempenho na questão que solicitava o recurso à calculadora para a sua resolução. A Jacinta fez a transcrição correcta do gráfico, indicou os valores das abcissas dos pontos de intersecção e respondeu correctamente ao problema (Figura 1):



[Para que o lucro mensal da empresa seja superior a 16500 €, cada litro de azeite teria de custar entre 3,43 € e 4,96 €]

Para tal, introduzi na máquina calculadora a função $L(x) = (x-3)e^{11-x}$ e $y = 16500$, numa janela de visualização de $[0; 20000]$ e $[0, 15]$, e obtive assim parte do gráfico. De seguida com a função de DSCT da máquina calculadora, obtive as ~~mesmas~~ as pontas de intersecção: $u = 3,42$ e $u = 4,96$, que são as soluções para o problema.

[Para tal, introduzi na máquina calculadora a função $L(x) = (x - 3)e^{14-x}$ e $y = 16500$, numa janela de visualização de $[0;20000]$ e $[0,15]$, e obtive assim parte do gráfico. De seguida com a função de $[ISCT]$ da máquina calculadora, obtive os pontos de intersecção $x = 3,42$ e $x = 4,96$, que são as soluções para o problema].

Figura 1: Resolução de Jacinta

No Exame Nacional de Matemática, que realizou em Junho de 2006, obteve a classificação de 6,7 valores. Acabou por não ingressar no ensino superior nesse ano e no ano seguinte matriculou-se novamente no 12º ano, nas disciplinas de Biologia e Matemática, para fazer melhoria de notas.

4. Conclusões

As conclusões que se apresentam procuraram dar resposta a cada uma das questões formuladas para o desenvolvimento do estudo, salientando tanto os aspectos de semelhança encontrados entre os alunos, como os aspectos de diferença que se julgam relevantes.

No que se refere à relação estabelecida com a calculadora, identificaram-se algumas diferenças entre os alunos, apesar de também se verificarem alguns aspectos comuns. Relativamente à atitude perante a calculadora gráfica, dois dos alunos (o Francisco e a Jacinta) recorreram à calculadora gráfica para resolver as questões, enquanto que outro (a Lúcia) preferiu resolver as questões analiticamente. Assim, o Francisco e a Jacinta revelaram confiança na utilização da calculadora enquanto que a Lúcia pareceu não sentir muita, não tanto por rejeitar a calculadora gráfica mas por considerar a sua resolução analítica mais eficaz. No que se refere ao domínio técnico, todos os alunos revelaram algum, mas desconhecendo algumas funções da calculadora gráfica. Além disso, o conhecimento da calculadora deriva das informações dadas pelos professores ao longo dos três anos do ensino secundário e de algumas informações dadas pelos colegas.

No que se refere às razões que levam os alunos a optar por utilizar ou não a calculadora gráfica, também se registaram alguns aspectos comuns e outros diferentes. Um aspecto comum é o facto de os alunos utilizarem a calculadora gráfica quando há uma indicação exterior para o fazer. Sempre que os enunciados peçam explicitamente para utilizar a calculadora gráfica, os alunos utilizam-na. Mas também a utilizam mesmo que o enunciado

não diga explicitamente para recorrer à calculadora gráfica, desde que sejam pedidos gráficos. Assim, os alunos utilizam preferencialmente a calculadora gráfica quando existe uma indicação exterior para o fazerem (pelo professor ou pelos próprios enunciados das questões), tendendo a recorrer pouco a ela em outras situações. O tipo de questões que lhes são propostas também os parecem influenciar. Se as questões forem de resposta fechada (escolha múltipla) o Francisco e a Jacinta optam preferencialmente pela calculadora gráfica. As questões de resposta aberta são resolvidas analiticamente, a não ser que o enunciado exija uma resolução com recurso à calculadora gráfica. Quanto à natureza das questões o facto de ser exercício ou problema não influencia no caso da Jacinta e da Lúcia, mas no caso do Francisco parece interferir. Também as preferências pessoais dos alunos são factor a considerar. A Jacinta prefere recorrer à calculadora gráfica, a Lúcia à resolução analítica e o Francisco umas vezes a analítica outras vezes a resolução com o recurso à calculadora gráfica. Mas a maior influência parece advir da cultura da sala de aula, e em particular das mensagens transmitidas pelo professor, explícita e implicitamente, via as abordagens às resoluções de exercícios que este privilegia. Os alunos adquiriram uma maior confiança na resolução analítica pois foi essa a que foi ensinada, trabalhada e treinada na sala de aula. Optaram quase sempre por resolver as questões analiticamente por considerarem que desta forma é mais fácil ou mais rápido e também pela possibilidade de valorização desta resolução pelo professor, em situações de testes, nomeadamente aquando da ocorrência de algum eventual engano que não lhes prove de obter uma classificação parcial devido ao registo escrito no papel.

No que se refere ao papel que a calculadora gráfica desempenha para os alunos envolvidos no estudo, ela assume diferentes papéis. Reservam essencialmente à calculadora o papel de confirmação dos resultados obtidos analiticamente (comum aos três alunos, embora a Lúcia tenha afirmado que apenas o faz às vezes). Em alguns casos resolveram directamente as questões recorrendo apenas à calculadora, apesar de na Lúcia isto ter ocorrido com menos frequência. Um outro papel atribuído à calculadora foi o de alternativa à dificuldade de resolver analiticamente uma questão (no caso do Francisco e da Jacinta). Os alunos revelaram dificuldades em estabelecer a ligação entre a representação analítica de uma função e a sua representação gráfica. No que se refere ao tipo de utilização da calculadora gráfica no momento de avaliação formal, nomeadamente no Teste Nacional Intermédio de Matemática, os alunos Francisco e Lúcia fizeram um tipo de utilização semi-proficiente da calculadora gráfica e a Jacinta fez uma utilização proficiente (Graham et al., 2003).

Referências bibliográficas

- Boers, M., & Jones, P. (1994). Students use of graphics calculators under examination conditions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25, 491-516.
- Burriel, G., Allison, J., Breaux, G., Kastberg, S., Leatham, K., & Sanchez, W. (2002). *Handheld graphing technology in secondary mathematics: Research findings and implications for classroom practice*. Michigan: Michigan State University.
- Dahland, G., & Lingefjard, T. (1996). Graphing calculators and students' interpretations of results. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 4 (2-3), 31-50.
- DES (1997). *Matemática – Programas 10º, 11º e 12º anos*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DES (2001). *Matemática A – Programas 10º, 11º e 12º anos*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Doerr, H., & Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 143-163.
- Drijvers, P., & Doorman, M. (1996). The graphics calculator in mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 425-440.
- Dunham, P. & Dick, T. (1994). Research on graphing calculators. *Mathematics Teacher*, 87(6), 440-445.
- Forster, P., & Mueller, U. (2001). Outcomes and implications of students' use of graphics calculators in the public examination of calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32 (1), 37-52.
- Graham, T., Headlam, C., Honey, S., Sharp, J. & Smith, A. (2003). The use of graphics calculators by students in an examination: What do they really do? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34 (3), 319-334.
- Guin, D., & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into Mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3 (3), 195-227.
- Hennessy, S., Fung, P. & Scanlon, E. (2001). The role of the graphic calculator in mediating graphing activity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32, 267-290.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Penglase, M., & Arnold, S. (1996). The graphics calculator in mathematics Education: A critical review of recent research. *Mathematics Education Research Journal*, 8(1), 58-90.
- Rocha, H. (2000). *A utilização da calculadora gráfica por alunos do ensino secundário* (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.
- Ruthven, K. (1992). Personal technology and classroom change: A British perspective. In J. Fey & C. Hirsch (Eds.), *Calculators in Mathematics Education* (pp. 91-100). Reston: NCTM.

Waits, B., & Demana, F. (2000). Calculators in mathematics teaching and learning: Past, present and future. In M. J. Burke (Ed.), *Learning Mathematics for New Century* (pp. 1-16). Reston: NCTM.