

A modelação matemática com recurso a tecnologia: Um estudo em contexto de colaboração entre professoras de Matemática e de Física-Química¹

Maria Margarida L. Guégués,
Escola Secundária Pública Hortênsia de Castro
marguegues@gmail.com

Ana Paula Canavarro
Universidade de Évora
apc@uevora.pt

Resumo: Este artigo resulta de um estudo que teve como objetivo compreender o desenvolvimento de tarefas de modelação, por parte de uma professora de Matemática e de uma professora de Física-Química, no âmbito de trabalho colaborativo. Seguiu-se uma abordagem interpretativa. O estudo foi suportado por um trabalho colaborativo entre a investigadora e as duas professoras. Este grupo colaborativo reuniu-se várias vezes para selecionar as tarefas de modelação, explorar o trabalho com a calculadora gráfica e sensores e também para refletir sobre o resultado das tarefas desenvolvidas em sala de aula. De entre as conclusões retiradas destacou-se o facto de que o tipo de questões dos Exames Nacionais e a pressão exercida pelos mesmos são factores condicionantes à realização de tarefas de modelação, ambas as professoras seguiram o método da descoberta guiada durante o desenvolvimento das tarefas e concluíram que a utilização destes recursos tecnológicos facilita a realização das mesmas.

Palavras-chave: Modelação matemática, Matemática-Física, dinâmica da aula, calculadoras gráficas; trabalho colaborativo.

1. Introdução

Encontramos na literatura de investigação em educação matemática várias definições para modelação matemática. Por exemplo, Swetz e Hartzler (1991) definiu-a como uma estrutura matemática que descreve as características de um fenómeno e que pode ser determinado através da experimentação, observação e cálculo; posteriormente, Frank Swetz (1992) referiu-

¹ Guegués, M., & Canavarro, A. P. (2012). A modelação matemática com recurso a tecnologia: Um estudo em contexto de colaboração entre professoras de Matemática e de Física-Química. In O. Magalhães, & A. Folque (org), *Práticas de investigação em Educação*. Évora: Departamento de Pedagogia e Educação. ISBN: 978-989-95802-2-0

se à modelação como um “processo de idealizar um modelo matemático” (Swetz, 1992, p.45). Também é frequente encontrar referências à modelação matemática como uma descrição simplificada de uma situação traduzida por uma equação, sistema de equações ou inequações (Ponte, 1992) que inclui o uso de variáveis e relações entre as mesmas (Matos & Carreira, 1994a). Assumimos, neste estudo que a modelação matemática é o processo de descrever fenómenos ou situações reais em linguagem matemática.

No ensino em Portugal, a modelação matemática surge, como metodologia, nos programas da disciplina para o 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário de 1991 (DGEBS, 1991), tendo depois sido reforçada a sua ênfase no ajustamento de 1997, onde surge como um Tema Transversal (DES, 1997), e posteriormente é referida como orientação metodológica (DES, 2001). Consideramos que as tarefas de modelação destacam-se entre aquelas que exigem a compreensão de uma determinada situação real, a formulação de hipóteses, o testar essas mesmas hipóteses, que incentivem a autonomia dos alunos e o seu gosto por descobrir relações entre a matemática e a realidade (DES, 2002; Carreira, 1995), de forma a envolvê-los ativamente na sua aprendizagem, desenvolvendo a sua iniciativa e espírito crítico (DES, 2002; NCTM, 2000). Neste sentido, também o professor deve procurar criar situações propícias a alcançar este objetivo, dinamizando e regulando o processo de ensino-aprendizagem (DES, 2002; NCTM, 2000). Contudo, pela leitura do relatório Matemática 2001 (APM, 1998), podemos constatar que este tipo de tarefas não tem tido a devida atenção.

As tarefas de modelação matemática necessitam obviamente de um contexto real e, entre as situações reais candidatas a serem modeladas, estão aquelas que os alunos estudam em outras disciplinas como, por exemplo, na Física-Química. Esta disciplina será talvez a que mais se relaciona com a Matemática pois, como diz Fiolhais, “Há uma relação de grande intimidade entre a Física e a Matemática” (Fiolhais, 2005, p.29). A este propósito Teodoro (2002) defende que a natureza do conhecimento nestas duas disciplinas exige uma abordagem mais integrada no seu ensino.

Compreendemos que se selecionar contextos de uma outra disciplina pode constituir mais um elemento motivador para os alunos, pode também implicar a existência de um trabalho colaborativo entre professores das diferentes disciplinas. Este trabalho nem sempre é fácil pois, como refere Canavarro (2005), o afastamento que se verifica entre professores de Matemática e de Física pode ser explicado, por um lado, pela cultura de escola e, por outro lado, por uma certa dificuldade de entendimento motivada essencialmente por diferenças de linguagem. Assim, para o sucesso deste trabalho colaborativo, é importante que se crie um ambiente de confiança e de abertura que permita apreender os significados que cada interveniente atribui à realidade que o rodeia (Saraiva, 2001), onde cada elemento trabalhe

conjuntamente, numa base de igualdade, de modo a haver interajuda e serem atingidos objetivos que beneficiem a todos (Boavida & Ponte, 2002). É necessário que se estabeleça um diálogo produtivo no grupo de trabalho que permita que os professores partilhem as suas experiências, coloquem as suas dúvidas, esclareçam-se mutuamente, de forma a que exista um confronto de ideias e opiniões que certamente os levará a enriquecerem-se enquanto profissionais e enquanto pessoas (Boavida, 2005; Saraiva & Ponte, 2003).

Num outro sentido, a utilização das calculadoras gráficas e os sensores veio dar uma nova ênfase à realização de tarefas como a modelação matemática (Pires, 2001), permitindo a exploração de modelos matemáticos até então inacessíveis (Ponte & Canavarro, 1997). No ensino, o uso da calculadora gráfica tem um carácter obrigatório em ambas as disciplinas (em Matemática desde 1997 e em Física-Química desde 2004) e pode também constituir mais um espaço de partilha entre professores destes dois grupos disciplinares. O recurso a sensores permite a recolha de um maior número de dados, que de outro modo dificilmente seria concretizado (Torres, 2008), aproximando melhor o modelo criado à situação real que lhe deu origem (Pires, 2001; Torres, 2008).

2. O Estudo

Foi numa perspetiva de interdisciplinaridade e de trabalho colaborativo entre professores de Matemática e de Física-Química, num contexto de modelação de situações da vida real, com recurso à calculadora gráfica e sensores, que se desenvolveu esta investigação.

2.1. Questões de investigação

O principal objetivo deste estudo foi, pois, compreender o desenvolvimento de tarefas de modelação em sala de aula, com recurso a tecnologia, por parte de uma professora de Matemática e de uma professora de Física-Química, no âmbito de trabalho colaborativo.

Para atingir este objetivo, foram formulados três conjuntos de questões orientadoras:

1. Como é que os professores selecionam e preparam as tarefas de modelação a colocar aos alunos em situação de sala de aula? Que características das tarefas de modelação se mostram fundamentais para a sua seleção?
2. Como desenvolvem os professores as tarefas de modelação na sala de aula? Como gerem e dinamizam as aulas onde colocam tarefas de modelação aos alunos? Que papel reservam ao professor e ao aluno?

3. Como exploram, os professores, as potencialidades das calculadoras gráficas no desenvolvimento das tarefas de modelação? Que questões se colocam à utilização de sensores?

2.2. Metodologia

Devido ao objetivo da investigação seguimos uma abordagem interpretativa. Pretendeu-se olhar para os fenómenos em causa e analisá-los de modo a conseguir explicá-los, visando descrever, compreender e analisar as perspetivas e os processos de desenvolvimento de tarefas de modelação por parte de duas professoras, assim como a implementação na sala de aula das referidas tarefas, para além das perspetivas da investigadora. Os significados construídos resultaram da interação entre as professoras e a investigadora, de modo a ser necessário admitir a existência de uma natureza intersubjetiva para os mesmos (Canavarro, 2003).

O estudo decorreu numa escola secundária, durante o ano letivo de 2005/2006 no contexto de trabalho colaborativo entre duas professoras, uma de Matemática, Ana, e uma de Física-Química, Olívia, que lecionavam à mesma turma de 10º ano, e a investigadora.

Para se homogeneizar o mais possível as condições nas quais as tarefas de modelação foram implementadas, para melhor criar um clima de interajuda e partilha de experiências, assim como para facilitar a reflexão sobre as próprias aulas e, sobretudo, para que existisse uma turma que permitisse colocar em prática o trabalho interdisciplinar, foi fundamental que as professoras partilhassem a mesma turma.

O trabalho colaborativo teve duas componentes: as sessões de trabalho e as aulas.

As sessões de trabalho do grupo colaborativo, catorze ao todo, ocorreram ao longo do segundo e terceiro período, foram dedicadas à seleção de tarefas de modelação, à exploração da calculadora gráfica e sensores e à construção e resolução de diversas tarefas (não só as selecionadas para desenvolver na sala de aula). A reflexão sobre o resultado das tarefas desenvolvidas também foi alvo da atenção do grupo colaborativo.

Durante este estudo foram propostas à turma três tarefas de modelação, “A Bola Saltitona”, “O Cubo de Leslie” e “Capacidade Térmica Mássica”, em cada disciplina.

As sessões de trabalho colaborativo foram áudio-gravadas e posteriormente transcritas. Foram realizadas duas entrevistas longas, semiestruturadas a cada professora interveniente, uma no início e outra no final do trabalho colaborativo, assim como pequenas entrevistas após as aulas onde foram desenvolvidas as referidas tarefas de modelação. As aulas nas quais foram desenvolvidas as tarefas de modelação foram gravadas em vídeo e posteriormente analisadas.

Foi também construído um pequeno guia de observação das referidas aulas e um diário de bordo.

Foi feita a construção de categorias de análise *à priori* inspirada pelo referencial teórico: (1) Tarefas de modelação – nesta categoria procurámos classificar o tipo de tarefas de modelação seleccionadas pelas professoras, segundo a sua natureza, o seu conteúdo e a sua estrutura; (2) Dinâmica da sala de aula – nesta categoria procurámos abordar a temática da gestão da sala de aula, a dinâmica imposta pelo professor, o papel desempenhado pelo professor e pelos alunos; (3) Calculadora gráfica e sensores – nesta categoria procurámos esclarecer alguns aspetos relacionados com o papel da calculadora gráfica e dos sensores no desenvolvimento das tarefas de modelação, que dificuldades lhes são inerentes e que potencialidades lhes são reconhecidas.

Depois de analisados os dados recolhidos, sentiu-se a necessidade de criar mais uma categoria de análise: (4) Trabalho colaborativo – nesta categoria procurámos identificar as vantagens e desvantagens deste tipo de trabalho, quer para as professoras intervenientes, quer para os alunos.

3. Principais resultados

O grupo colaborativo seleccionou e preparou três tarefas de modelação que depois foram desenvolvidas em sala de aula das duas disciplinas: "A Bola Saltitona", "O Cubo de Leslie" e "Capacidade Térmica Mássica". No quadro seguinte (quadro 1) apresentam-se as datas em que cada tarefa foi desenvolvida em cada uma das disciplinas.

Quadro 1 – Tarefas de modelação implementadas nas aulas

	Matemática	Física-Química
A Bola Saltitona	08/03/2006	08/06/2006
O Cubo de Leslie	20/03/2006	16/03/2006
Capacidade Térmica Mássica	12/06/2006	04/05/2006

A seleção das tarefas revelou ser mais difícil do que o grupo colaborativo supunha pois, apesar de existirem diversas tarefas de modelação que se podem realizar em ambas as disciplinas, os programas das mesmas não permitiam a realização de algumas num mesmo ano escolar. Como tal, o grupo colaborativo começou por analisar as experiências que constavam do programa de Física-Química e seleccionar aquelas onde se podiam aplicar conteúdos de Matemática.

3.1. A Bola Saltitona

As professoras não tiveram qualquer dúvida ao selecionar a tarefa de modelação “A Bola Saltitona” – era sugerida no programa de Física-Química e o estudo do seu gráfico enquadrava-se perfeitamente no estudo das funções quadráticas em Matemática.

A professora de Matemática já conhecia esta tarefa e o enunciado que utilizou foi adaptado de uma tarefa apresentada no site da CASIO tendo o grupo colaborativo trabalhado o mesmo e modificado, retirado ou substituído algumas questões. Devido à dinâmica do grupo de Física-Química, e ao facto de partilharem e construírem as tarefas em conjunto, o grupo colaborativo não elaborou nenhum dos enunciados das tarefas propostas a esta disciplina, contudo, ao explorar a tarefa Ana e a investigadora tiveram oportunidade de fazer algumas sugestões a Olívia, algumas das quais deram origem a pequenas alterações do protocolo.

Ao analisar esta tarefa, o grupo colaborativo teve oportunidade de ter a perceção do que é abordado na outra disciplina. Isto ocorreu a propósito de algumas questões relacionadas com conceitos da outra disciplina (a aceleração, por exemplo) ou quando se sentiu a necessidade de clarificar o significado de variáveis ou de algumas constantes na expressão da função obtida na perspectiva da outra disciplina. Em alguns casos, tratou-se apenas de “matar a curiosidade” em perceber como os professores de outra disciplina tratam uma mesma situação e o interesse em confrontar as diferentes perspectivas, de modo a compreender as dificuldades dos alunos.

Já num outro sentido, e talvez por esta ser a primeira tarefa a ser proposta à turma, o grupo colaborativo, em especial Ana, sentiu a necessidade de também abordar questões relativas à gestão da sala de aula e do papel a atribuir aos alunos de forma a torna-los mais ativos no desenvolvimento da mesma.

Ao nível do desenvolvimento das tarefas observamos que, na disciplina de Matemática, o recurso ao *Viewscreen* foi essencial no desenrolar da aula pois, para além de permitir a visualização por todos os alunos da experiência, ajudou a professora durante o esclarecimento de dúvidas ao nível da interpretação do gráfico e da utilização da calculadora e suas funções.

Observamos também que Ana, talvez por ser seu hábito, optou por desenvolver a tarefa em grande grupo e questão a questão, isto é, concedendo algum tempo para que os alunos resolvessem uma questão de cada vez e, logo de seguida, procedeu à correção do item em causa. Por outro lado, Ana pediu aos alunos que determinassem a função que modelava o fenómeno em estudo primeiro analiticamente e só depois através da calculadora, registando-se um grande empenho na resolução de toda a tarefa por parte dos alunos. É também de referir que os alunos se mostraram bastante surpreendidos quer com a recolha dos dados quer com a obtenção do modelo. Salientamos que durante a aula foi sempre existindo um

diálogo professora – alunos e que desta forma, apesar de a professora dirigir e orientar o desenvolvimento da aula, foi fomentando a participação ativa dos alunos na descoberta e discussão dos resultados. Observamos também que, no decorrer deste diálogo, Ana foi simplificando a interpretação da tarefa por parte dos alunos. A este nível, podemos destacar o facto de Ana em vez de se limitar à leitura de algumas questões, foi logo substituindo as designações eixo das abcissas e eixo das ordenadas por “eixo dos xx ” e “eixo dos yy ”, formalizando as respostas num momento posterior, quando as dita aos alunos.

Ao nível da sala de aula de Física-Química, é de referir que o desfasamento relativamente à data de realização desta tarefa em Matemática foi de três meses, como se pode observar no quadro 2 da secção anterior.

Como esta tarefa foi a última a ser desenvolvida em sala de aula na disciplina de Física-Química, observou-se que Olívia já se mostrava muito mais à vontade para trabalhar com a calculadora e os sensores, tomando a iniciativa de ser ela a mexer nestes recursos enquanto que no início do estudo delegava esta função à investigadora. Para além deste facto observou-se que Olívia concedeu tempo para que os alunos descobrissem o significado das variáveis envolvidas e só depois avançou com uma conclusão. Para concluir a aula, Olívia tentou ajudar os alunos na interpretação dos resultados, uma vez que nem todos os alunos tinham conseguido perceber o que era pedido. Como os alunos não tiveram tempo de terminar o relatório em tempo útil da aula, Olívia remeteu a sua conclusão para trabalho de casa, frisando que na aula seguinte voltariam a discutir a experiência.

Durante a entrevista pós aula, ambas as professoras mostraram-se bastante satisfeitas pela forma como a tarefa tinha sido desenvolvida. Apenas Olívia lamentou o facto de se ter demorado um pouco a obter uma boa recolha de dados: *"as aulas experimentais são mesmo assim... mas depois correu bem..."*.

O grupo colaborativo, ao longo do trabalho que desenvolveu, foi refletindo sobre esta tarefa, sobretudo após a aplicação na aula de Matemática e antes de se aplicar em Física-Química com o intuito de transmitir uma maior confiança às professoras. No final do estudo Ana referiu ter sido esta a melhor tarefa na sua opinião.

3.2.2. O Cubo de Leslie

Se, por um lado, a realização desta tarefa foi ao encontro das necessidades de Olívia, por outro lado, Ana, apesar de não se opor à sua escolha, começou por não a considerar a mais adequada aos conteúdos da sua disciplina. A preocupação de Ana residia essencialmente em discernir se esta tarefa seria pertinente em termos programáticos para o ano de escolaridade em causa e, por outro lado, o tipo e a riqueza das questões que se podiam formular parecia

também não a convencer a desenvolver esta tarefa. Contudo, após a observação do gráfico das funções modeladoras Ana começou a olhar de outra forma para a tarefa e as professoras começaram a articular as questões a propor aos alunos de forma a complementar ou a facilitar a interpretação dos resultados obtidos. Decidiram desenvolver a tarefa na mesma semana de aulas tendo sido a tarefa que apresentou menor desfasamento temporal entre a realização nas duas disciplinas. Ao contrário da tarefa anterior, "O Cubo de Leslie" foi desenvolvida primeiro na aula de Físico-Química e, devido ao facto de a recolha dos dados ser bastante morosa, esta experiência apenas foi concretizada nesta aula. Depois de recolhidos os valores pelos alunos, foram trabalhados em Matemática. Salientamos que Olívia mostrou bastante interesse em que os alunos analisassem, em Matemática, os dados recolhidos, de forma a que pudessem utilizar esta interpretação para responderem às questões de Física-Química, e até referiu ter deixado que os alunos entregassem o relatório sobre esta experiência depois de a terem analisado matematicamente, pois pensou que seria mais produtivo.

Por sua vez, Ana decidiu incluir algumas questões sobre soma e diferença de funções, de modo a trabalhar os conteúdos que se encontrava a lecionar naquela altura, aproveitando os modelos matemáticos construídos.

Durante a exploração da tarefa pelo grupo colaborativo, Olívia mostrou-se bastante impressionada com a exatidão da leitura das temperaturas realizada pelo sensor em comparação com o método tradicional – o termómetro: *"Ah, é quanto? 16,35. Pois, estão a ver, dão temperaturas muito mais exatas do que com o termómetro... com o termómetro é impossível ler isto..."*. [sessão de trabalho de dia 13/03/2006].

Na sala de aula, Olívia começou por fazer uma breve introdução à experiência que os alunos iam realizar e explicou alguns fenómenos físicos relacionados com o aquecimento do ar. Posteriormente pretendeu fomentar a autonomia dos alunos no decurso da experiência, tendo remetido o esclarecimento de algumas dúvidas para o protocolo que lhes tinha sido entregue. Contudo, Olívia também se referiu ao eixo das abcissas como "eixo dos xx " e ao eixo das ordenadas como "eixo dos yy ", o que pode baixar o grau de dificuldade da tarefa. Enquanto circulava pelos diferentes grupos de alunos, Olívia ia comparando as temperaturas obtidas, tendo como valores de controlo os obtidos pelo grupo que trabalhou com o sensor e a calculadora gráfica. No final da aula Olívia sublinhou, junto à turma, algumas das vantagens da utilização destes recursos tecnológicos: a exatidão na leitura dos dados e o facto de todos os dados ficarem recolhidos no momento certo.

O desenvolvimento desta tarefa na aula de Matemática também foi feito em grande grupo. É de referir que apesar de a recolha dos dados não ter sido efetuada durante esta aula os alunos reconheceram os valores de forma quase imediata. Esta observação tornou-se mais

significativa por ter sido feita por um aluno que normalmente não demonstrava muito interesse pela disciplina. É de referir que durante estas aulas este aluno mostrou-se mais empenhado e interessado do que era habitual.

Também durante esta aula Ana liderou o desenvolvimento da tarefa; todavia, procurou, constantemente, obter *feedback* por parte dos alunos e fomentar a sua participação na resolução das questões e interpretação dos resultados. Apesar de Ana valorizar mais a resolução analítica, observou-se uma preocupação em ensinar algumas mais valias da calculadora aos alunos que lhes pudessem ser úteis ao nível do Exame Nacional e também em mostrar diversas formas para responder a uma mesma questão.

Após a aula ambas as professoras referiram que os objetivos tinham sido alcançados, contudo, Ana referiu ter sentido que *“foi tudo dado um bocado à pressa. Mas, mesmo assim, acho que eles perceberam o essencial. As aulas para a modelação têm de ser só isso... não dá para fazer mais nada, como queria...”*.

3.3. Capacidade Térmica Mássica

À semelhança do ocorrido durante a tarefa "O Cubo de Leslie", Ana voltou a mostrar algumas dúvidas relativamente à pertinência da tarefa "Capacidade Térmica Mássica" na Matemática. Novamente e de forma análoga ao sucedido com "O Cubo de Leslie", o trabalho desenvolvido pelo grupo colaborativo durante a recolha e análise dos dados foi fundamental para que as professoras começassem a delinear a estrutura da aula na qual iriam aplicar a tarefa em causa e para que Ana se sentisse um pouco mais à vontade para aplicar esta tarefa à turma. Também durante a exploração desta tarefa, e à semelhança do que acontecera com as referidas anteriormente, o grupo colaborativo trocou informações sobre os fenómenos em estudo, os materiais utilizados e a interpretação dos resultados e das regressões obtidas, existindo um ambiente muito aberto e de franca interajuda e partilha.

Por ter sido a última tarefa a ser trabalhada pelo grupo colaborativo podemos referir que, se até à elaboração e preparação desta tarefa se tinha notado que as professoras continuavam muito presas ao tipo de questão tradicional, durante a construção do enunciado desta tarefa de modelação começou-se a sentir que as professoras tentavam introduzir um outro tipo de questão, procurando sublinhar o carácter preditivo dos modelos matemáticos e outras que relacionassem mais conhecimentos matemáticos com Física-Química e a realidade.

A aula de Física-Química, na qual se realizou esta tarefa, decorreu de forma análoga à aula em que se desenvolveu a tarefa "O Cubo de Leslie": Olívia fez uma breve introdução ao tema e à experiência em si, e alguma dúvida que surgisse remeteu para consulta ao protocolo entregue. Durante a recolha dos dados, Olívia voltou a chamar a atenção dos alunos para a

precisão da calculadora gráfica e sensor. Enquanto os alunos desenvolviam a tarefa, Olívia circulava pela sala de aula para observar e orientar o trabalho dos alunos concedendo-lhes tempo e espaço para que o fizessem de forma autónoma. Por vezes, tentava estimular a curiosidade dos alunos para que estes fossem para além das respostas às questões colocadas no protocolo e procurassem explicações para as mesmas, e para a descoberta de algumas propriedades.

A aula de Matemática decorreu de forma fluída: os alunos possuíam já alguma destreza na utilização da calculadora pelo que iniciaram a exploração da tarefa sem aguardarem as indicações da professora. Ana optou mais uma vez por conceder algum tempo para que os alunos resolvessem determinada questão passando depois para a correção da mesma, continuando a fomentar a participação dos alunos. A gestão do tempo marcou mais uma vez a dinâmica imprimida por Ana à aula pois queria concluir a tarefa nestes dois tempos letivos. Durante a resolução de algumas questões que apresentavam uma maior ligação à realidade e à Física, Ana procedeu a uma breve descrição das propriedades físicas envolvidas, e que os alunos já tinham tido oportunidade de estudar nesta disciplina.

No final da aula Ana referiu:

Os objetivos foram atingidos! Mas aquilo que eu já te tinha dito há bocado, se calhar aquela mesmo principal da modelação matemática foi a bola saltitona. Esta é uma coisa mais assim, normal. Mas pronto, tem interesse, eles relacionarem a matéria de Física-Química com esta aqui, porque assim eles vão ficar a saber de certeza o que é a capacidade térmica mássica, não é? Aqueles que ainda não sabiam muito bem, e até eu que não sabia e agora fiquei a saber melhor! [risos] Acho que também foi mais uma altura para eles trabalharem a máquina de calcular, que é importante, para verem as listas... para verem a história das intersecções, porque eles nos exames são muitas vezes chamados a fazerem isso, não é?

É de salientar que neste pequeno momento de reflexão Ana faz várias observações importantes para responder a algumas das questões orientadoras do estudo: Ana refere que considera esta tarefa menos significativa em termos de modelação matemática do que a tarefa "A Bola Saltitona"; refere a importância de os alunos relacionarem os conteúdos de ambas as disciplinas e o facto de que ela própria adquiriu novos conhecimentos; e referiu também que estas tarefas também dão oportunidade para que os alunos desenvolvam os seus conhecimentos acerca da utilização da calculadora, espelhando a sua preocupação relativamente ao Exame Nacional.

Também Olívia considerou que esta experiência tinha decorrido dentro do previsto na sua aula, tendo voltado a referir que *"o processo com os sensores é mais... credível. Dá-nos*

resultados mais fiéis". Olívia também referiu que os alunos tinham conseguido pensar numa justificação para a diferença entre a capacidade calorimétrica observada e o valor tabelado diferente da que esperava, mostrando-se agradavelmente surpreendida.

4. Conclusões

O trabalho realizado e os resultados obtidos permitem concluir que, no que diz respeito à primeira questão desta investigação, a seleção das tarefas de modelação, o currículo das disciplinas revelou ser determinante, sendo uma constante a preocupação demonstrada pelas professoras em cumprir o programa e não ir para além do mesmo. Por outro lado, o factor tempo parece também ter sido decisivo, quer no que concerne ao tempo de que se dispõe para abordar um certo conteúdo programático (e que desta forma pode ser ultrapassado devido a este tipo de tarefa não ser de rápida execução em sala de aula), quer relativamente ao tempo despendido na preparação e exploração deste tipo de tarefas por parte das professoras (o que também pode ser dissuasor). O interesse e o significado para os alunos constituem outro fator fundamental para a seleção das tarefas pois, como foi referido por Ana, é mais fácil mostrar a utilidade da Matemática se o contexto for do seu agrado ou se tiver algum significado para os mesmos. A seleção das tarefas de modelação também foi influenciada pela quantidade de itens e riqueza de conteúdos que podem ser explorados nas mesmas. As questões incluídas nas tarefas eram, inicialmente, mais fechadas que requeriam a aplicação de procedimentos rotineiros mas, com o decorrer do estudo as professoras também passaram a incluir questões de carácter mais aberto e que requeriam alguma predição pelos alunos.

Relativamente à segunda questão de investigação, relativa ao desenvolvimento das tarefas de modelação na sala de aula, os resultados indicam que um dos fatores que pode influenciar o desenvolvimento deste tipo de tarefas é o número de alunos por turma, isto é, uma turma reduzida permite um melhor acompanhamento dos alunos por parte do professor enquanto que um elevado número de alunos pode levar a que seja o professor a resolver a tarefa sendo os alunos meros observadores. Por outro lado, as professoras assumiram posturas diferentes na gestão da aula: Ana controlou o tempo despendido de forma a que a tarefa não excedesse o bloco de 90 minutos, enquanto que Olívia, talvez pelo carácter experimental das aulas, não demonstrou ser tão preocupada. No que diz respeito ao papel assumido pelas professoras, ambas orientaram os alunos tendo optado por um processo de descoberta guiada, também as duas reservaram o papel de exploração das tarefas de modelação e de descoberta para os alunos. Podemos referir também que, por vezes, através do diálogo estabelecido com os

alunos, ambas as professoras tenderam a atenuar o grau de dificuldade das questões pela simplificação da linguagem/interpretação.

Relativamente às questões relacionadas com a exploração das potencialidades das calculadoras gráficas no desenvolvimento das tarefas de modelação, os resultados apontam para que a calculadoras e os sensores permitiram que os alunos se concentrassem na identificação das variáveis, na compreensão das relações existentes entre as mesmas e na interpretação de resultados, contextualizando-os e reforçando a importância desta última atividade. As professoras também referiram que a utilização destes instrumentos, para além de permitirem um elevado número de recolhas de forma mais precisa, torna mais fácil, rápido e eficaz o desenvolvimento e a resolução das tarefas de modelação, tornando-as mais interessantes e significativas para os alunos, servindo também de mais um elemento de motivação. Por outro lado, a calculadora gráfica permite uma visualização gráfica mais rápida e a associação de diferentes formas de representação de uma mesma função.

Uma última consideração vai para as mais valias do trabalho colaborativo entre as professoras envolvidas neste estudo, e que se destacam a três níveis:

A nível profissional, as professoras salientaram ter ganhos relativamente à aprendizagem de novas tecnologias e sua utilização em sala de aula. Referiram que o conhecimento do programa da outra disciplina e a partilha de informações lhes permitiu alargar os seus horizontes. Por outro lado, as professoras destacaram a importância de planificar as tarefas de modelação com bastante tempo de antecedência, de organizar e adquirir novos materiais. A nível pessoal as professoras salientaram o gosto pela realização destas tarefas e pelo trabalho desenvolvido com professores de outras disciplinas. No que diz respeito aos alunos, as professoras referiram que, foi do seu agrado abordarem um mesmo assunto em duas disciplinas diferentes, tomaram consciência de que existem relações entre as duas disciplinas e que o seu ensino e a sua aprendizagem não deve ser compartimentada. Neste sentido, é de referir que esta interdisciplinaridade facilitou a interpretação dos alunos durante a segunda abordagem das tarefas e complementou e reforçou os conhecimentos adquiridos.

Este estudo teve algumas limitações das quais destacamos a pouca articulação entre os programas das duas disciplinas que provocou, em alguns casos um grande desfasamento entre a aplicação das tarefas às duas disciplinas.

Referências

APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática (relatório preliminar)*. Lisboa: APM.

- Boavida, A. M., & Ponte, J. P. (2002) Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. Em GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.
- Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa.
- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Tese de doutoramento. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa.
- Canavarro, A. P. (2005). Matemática e Física – uma oportunidade para aprender. *Educação e Matemática*. 82, 1.
- Carreira, S. P. (1995). A matematização na natureza e na sociedade: Uma forma de encarar a relação Matemática – Realidade. In J. F. Matos, I. Amorim, S. Carreira, G. Mota e M. Santos (Orgs.), *Matemática e Realidade: Que papel na educação e no currículo?* (pp. 25-70). Lisboa: SPCE.
- DES (1997). *Programas de Matemática 10º, 11º e 12º Anos*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DES (2001a). *Programa de Matemática A, 10º Ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DGEBS (1991). *Programa de Matemática – Ensino Básico, 3º ciclo: plano de organização do ensino-aprendizagem* (Vol. II). Lisboa: Editorial do Ministério de Educação, Direcção Geral dos Ensinos Básico e Secundário.
- DGIDC (2001a). *Programa de Física e Química A, 10º Ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Fiolhais, C. (2005). Relação da Física com a Matemática. *Educação e Matemática*, 81.
- Matos, J. F., & Carreira, S. (1994). *Modelação e aplicações no ensino da Matemática: Situações e problemas*. Projecto MEM. DEFCU
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Pires, M. (2001). *A diversificação de tarefas*. Tese de Mestrado. DEFCUL – Universidade de Lisboa. Lisboa: APM
- Ponte, J.P. (1992). A modelação no processo de aprendizagem. *Educação e Matemática*, 23, 15-19.
- Ponte, J. P., e Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Saraiva, M.J. (2001). *O conhecimento profissional dos professores de matemática: um trabalho colaborativo*. Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa.
- Saraiva, M. J., & Ponte, J.P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12 (2), 25-52.

- Swetz, F. (1992). Quando e como podemos usar modelação? *Educação e Matemática*, 23, 45-48.
- Swetz, F., e Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum – A resource guide of classroom exercises*. Reston, VA: NCTM.
- Teodoro, V. M. (2002). *Modellus: Learning Physics with Mathematical Modelling*. DEFCUL. Universidade de Lisboa.
- Torres, T. A. M. (2008). Modelação matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores. In A. P. Canavarro, D. Moreira, & M. I. Rocha. (Orgs.), *Tecnologias e Educação Matemática* (pp. 224-240). Lisboa: SPCE – SEM.