u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Engenharia Mecatrónica
Engenharia Civil
Engenharia das Energias Renováveis

Física Geral I

Bento Caldeira

2008 - 2009

Objectivos da Unidade

- Introduzir conceitos sobre fenómenos e leis fundamentais da física para a compreensão do progresso científico e tecnológico moderno, enquadrando-os no contexto de outras Ciências e Engenharias.

- Contextualizar, mediante uma perspectiva histórica, importantes desenvolvimentos da física do século XX, apresentando, ainda que duma forma qualitativa, os modelos físicos e seus limites.

- Despertar o interesse do estudante para capítulos habitualmente não tratados na disciplina de Física do ensino secundário.

- Desenvolver competências no domínio da experimentação e capacidade de raciocínio, preparando o estudante para a resolução de problemas que envolvam modelos cuja solução exija a aplicação directa de matemática e informática.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Programa

Cap1- A Física como Ciência

Cap. 2- Fenómenos ondulatórios

Cap.3- Óptica

Cap. 4- Termodinâmica

Cap.5- Mecânica Estatística

Cap. 6- Introdução à Física Quântica

Cap. 7- Radioactividade e física de partículas

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A Física como Ciência

Física Geral I

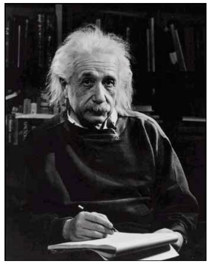
Capítulo I

Bento Caldeira
2008 - 2009

O Universo físico

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA


1879- 1955

objecto de todas as ciências é coordenar as nossas experiências e levá-las a um sistema lógico.

A. Einstein
Nobel da Física em 1910


1885- 1962

objecto da ciência é estudar o campo da nossa experiência e reduzi-lo a um sistema ordenado.

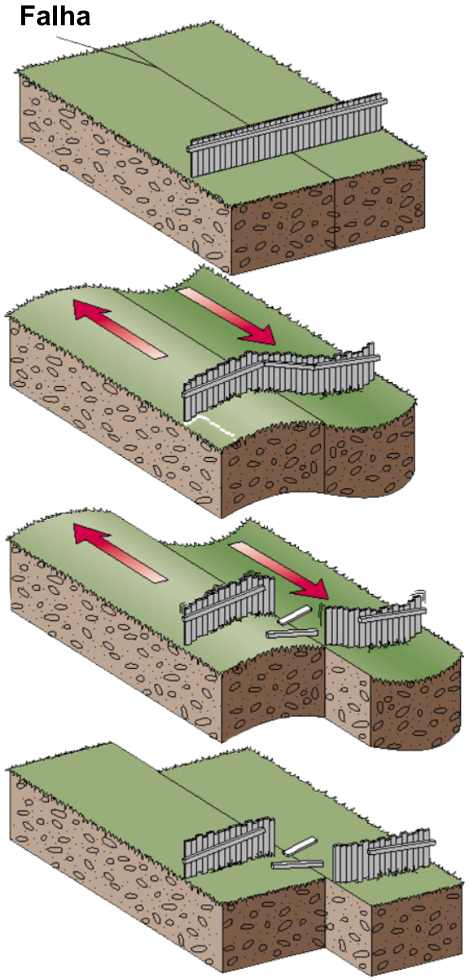
Niels. Bohr
Nobel da Física em 1922

Modelos Físicos

- Esquemas através dos quais é possível explicar e reproduzir as manifestações da natureza.
  - São produtos da criatividade do homem motivada pela observação e experimentação;
  - A sua utilidade é relativa à qualidade das manifestações que permite reproduzir;
  - Devem ser melhorados ou modificados quando não respondem com exactidão;
- O cientista deve estar consciente que a natureza que procura interpretar provavelmente não é a realização dos modelos que concebe.

Exemplo

- Modelo do ressalto elástico da formação de sismos



Permite explicar manifestações como a radiação sísmica e seus efeitos;

É coerente com a teoria elastodinâmica;

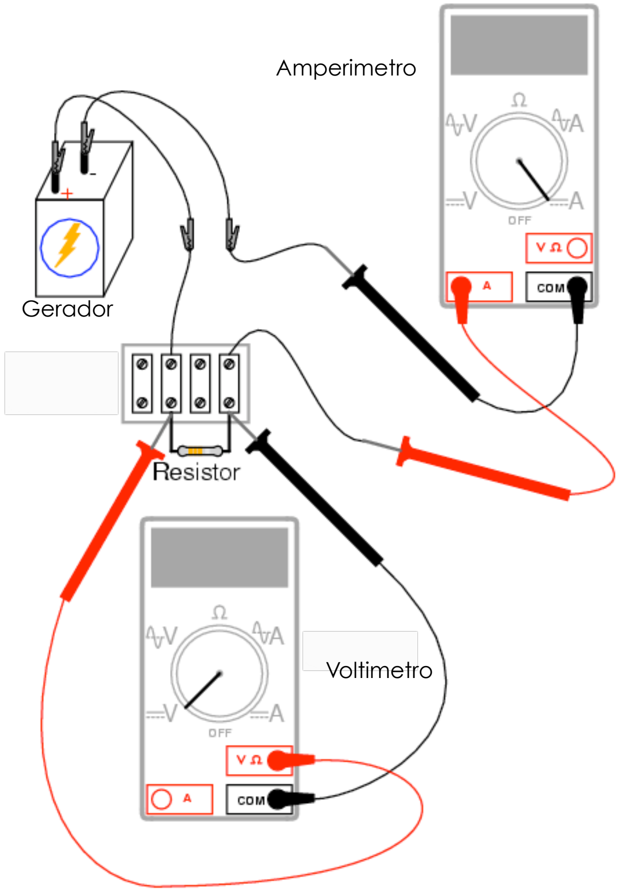
Leis Físicas

- Relações (matemáticas) entre grandezas físicas a que a experimentação atribui validade.
  - Através das leis físicas é possível obter-se grandezas físicas a partir de um conjunto limitado de outras grandezas.
  - A Exeriência legitimiza este modo de proceder. É possível inferir dados de experiências ainda não realizados.

Exemplo

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Monta-se o circuito eléctrico, mede-se V e I e em seguida muda-se a tensão do gerador



Resultados

I	V	V/I
5±0.01	10.3±1	2.06±0.2
4±0.01	7.7±1	1.92±0.2
25±0.01	5.5±1	2.2±0.2

Conclusão:

Verifica-se intuitivamente uma lei do tipo

$$\frac{V}{I} = constante$$

Continuação

Admitindo a lei intuída, prevê-se que se fizermos passar uma corrente de intensidade 50, se espera uma tensão de 100.

Façamos a experiência....

Obtemos:

I	V	V/I
50±0.001	101±1	2.02±0.2

A experiência confirma a lei dentro dos erros experimentais

Porém.... anos mais tarde a técnica permite-nos obter correntes de 500 e repetimos a experiência e

Continuação

Obtemos os seguintes resultados...

I	V	V/I
500±0.02	1100±1	2.2±0.02

Conclusão: Há discrepância entre a previsão teórica e os valores experimentais. A Lei proposta ou está errada ou incompleta

Nova série de experiências revela haver variação da temperaura T....

Nova lei intuída:

$$\frac{V}{I} = constante * f(T)$$

Continuação

Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Qual a forma de f(T)?

Após muitos ensaios com instrumentos cada vez mais rigorosos a experiência revela uma lei do tipo:

$$\frac{V}{I} = constante(1 + \alpha T + \beta T^2)$$

O que é a Física?

É uma ciência → Organiza racionalmente conhecimentos específicos

Física é a Ciência que procura explicar os fenómenos da natureza, referentes à matéria, à energia e à radiação bem como as suas interacções

Provém do grego → Natureza

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Ramos e divisões da Física

Física Clássica	Física Moderna
Mecânica	Relatividade
Termodinâmica	Mecânica Quântica
Electricidade	Física Atómica
Magnetismo	Física Nuclear
Óptica	Física das Partículas
Acústica	

Escalas de Espaço e Tempo

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

		H. primitivo	Fim séc XIX	Hoje
Espaço	mínimo	~ 10^{-2} cm	~ 10^{-5} cm	~ 10^{-18} cm
	máximo	~ 10^{2} km	~ 10^{13} km	~ 10^{23} km
Tempo	mínimo	~ 1 s	~ 10^{-5} s	~ 10^{-23} s
	máximo	~ 10^{2} anos	~ 10^{4} anos	~ 10^{10} anos

Grandezas Físicas, Unidades e Dimensões

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Grandeza física é tudo o que é passível ser medido.
- A observação de um fenómeno é incompleta quando dela não resultar uma informação quantitativa.
- Medir é um processo que nos permite atribuir um número a uma grandeza física como resultado de comparação entre quantidades semelhantes. Uma dessas quantidades é padronizada e adoptada como unidade da grandeza em questão.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Grandezas Físicas

Fundamentais

- Medidas directamente com aparelho de medida

Derivadas

- Expressas em termos das fundamentais

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Unidades

- Cada grandeza física é caracterizada por uma quantidade e pela unidade respectiva.
- Maioria das grandezas não pode ser expressa apenas nas unidades fundamentais – unidades derivadas

Exemplo

Velocidade=espaço/tempo ($v = x/t = m/s$)

- Análise dimensional permite expressar qualquer grandeza física nas unidades fundamentais

Sistemas de Unidades

Algumas Unidades Fundamentais

- Sistema Internacional (SI)
  - unidade de comprimento – metro (m)
  - unidade de massa – kilograma (kg)
  - unidade de tempo – segundo (s)
  - Unidade de temperatura – Kelvin (K)
  - Unidade de quantidade de substância – mole (mol)
  - Unidade de intensidade de corrente eléctrica – Ampère (A)
  - Unidade de intensidade luminosa – candela (cd)
- Sistema CGS
  - unidade de comprimento – centímetro (cm)
  - unidade de massa – grama (g)
  - unidade de tempo – segundo (s)

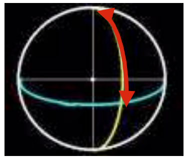
Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Sistemas de Unidades

unidade de comprimento – metro (m)

antes...



1/10 000 000

agora...

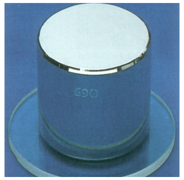
dist. percorrida pela luz em 1/299 792 458 s

unidade de massa – kilograma (kg)

antes...

1 dm^3 água pura a 4º C

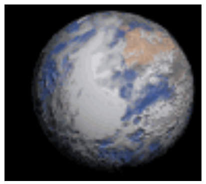
agora...



massa de cilindro de platina-irídio (RIPM Sévres)

unidade de tempo – segundo (s)

antes...



1/86 400 dia

agora...

duração de 9 192 631 770 períodos da radiação de um estado do ^{133}Ce

Ordens de grandeza

Factor	Prefixo	Símbolo
10^{-18}	ato	a
10^{-15}	fento	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	u
10^{-3}	mili	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d
$10^{0} = 1$	unidade fundamental	

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Ordens de grandeza

Factor	Prefixo	Símbolo
$10^0 = 1$	unidade fundamental	
10^1	deca	D
10^2	hecto	H
10^3	quilo	k
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	penta	P
10^{18}	exa	E

Algumas unidades SI derivadas com nomes especiais

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Grandeza	Unidade	Em termos de outras unidades	Em termos das Unid. fundamentais
Frequência	Hertz (Hz)		s^{-1}
Força	Newton (N)		$m.Kg.s^{-2}$
Pressão	Pascal (Pa)	N/m^2	$m^{-1}.Kg.s^{-2}$
Trabalho	Joule	N/m	$m^2.Kg.s^{-2}$
Potência	Watt (W)	J/s	$m^2.Kg.s^{-3}$

Utilização das unidades em cálculos e sua conversão.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Quando se procede a cálculos com grandezas físicas, há que tratar não só os valores como as próprias unidades como grandezas algébricas.

Exemplo:

Considerando um objecto com movimento dado pela lei:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Que distância percorreu ao fim de 15 minutos se $a=3m.s^2$?

$$s = \frac{1}{2} \times \frac{3m}{s^2} \times 15\,\text{min} \times 15\,\text{min}$$

$$1\,\text{min} = 60s; \quad \frac{60s}{1\,\text{min}} = 1$$

Factor de Conversão

$$s = \frac{1}{2} \times \frac{3m}{s^2} \times \left(15\,\cancel{\text{min}} \times \frac{60s}{1\,\cancel{\text{min}}}\right) \times \left(15\,\cancel{\text{min}} \times \frac{60s}{1\,\cancel{\text{min}}}\right)$$

$$s = \frac{1}{2} \times \frac{3m}{s^2} \times (15 \times 60s) \times (15 \times 60s)$$

$$s = \frac{1}{2} \times \frac{3m}{s^2} \times (900s) \times (900s)$$

$$s = \frac{1}{2} \times \frac{3m}{\cancel{s^2}} \times 810000\cancel{s^2} = 1215000m$$

Análise dimensional das grandezas

- A análise dimensional de uma grandeza analisa essa grandeza do ponto de vista da sua natureza, em comprimento (L), massa (M) e tempo (T).

Exemplo:
Qual a dimensão da grandeza volume?

V=*comprimento* x *largura* x *altura*,

As três grandezas são de natureza comprimento (L), logo,

$$[V] = \mathrm{L} \times \mathrm{L} \times \mathrm{L} = \mathrm{L}^3$$

Principio da Homogeneidade

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Qualquer relação física só estará correcta se ambos os membros tiverem a mesma dimensão. Esta característica chama-se homogeneidade.
- Exemplo: Consideremos a equação,

$$x = v.t$$

$$\left[x\right] = \mathrm{L}$$

$$\left[v.t\right] = \left[v\right].\left[t\right] = \mathrm{LT^{-1}.T} = \mathrm{L}$$

Outros exemplos

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Das seguintes equações que envolvem distância *(s), tempo (t), velocidade (v), massa (m) quais são homogéneas?*

$$a)\quad t = \frac{s}{v}$$

$$b)\quad s = \frac{1}{2} v.t$$

$$c)\quad t = \frac{v}{s}$$

$$d)\quad s)\frac{1}{2} vt^2$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Notação Científica

- Representação mais adequada quando se têm que escrever números muito grandes ou muito pequenos.

$$\underbrace{\square.\square\square}_{\text{número compreendido entre 1 e 10 .}} \overbrace{\times}^{\text{Produto entre...}} \underbrace{10^{\square}}_{\text{Potência de10 .}}$$

Algarismos significativos

- Algarismos significativos são os algarismos usados para para indicar, com significado físico, a medida de uma grandeza.

Exemplo:

Imaginemos que a largura de uma mesa foi medida com uma régua graduada, cuja menor divisão da escala é 1mm.

A medida apresentada foi L=96,25mm!

Criticar este valor!

Contagem de algarismos significativos

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

São todos os algarismos que entram nesse número, excepto os zeros à esquerda do primeiro algarismo diferente de zero

Exemplo:

0,025673

5 algarismos significativos

- Na transformação de unidades (reduções), o número de algarismos significativos deve manter-se.
- Na contagem de algarismos significativos, as potências de 10 não contam.

Cálculos com algarismos significativos

Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- ***Soma e subtracção:***

  O número de casas decimais do resultado deve ser igual ao da parcela que tiver menor número de casas decimais.

Exemplo:

$10,22 + 12,1 + 9,124 = 31,4$

- ***Multiplicação e divisão:***

  O resultado deverá ter o mesmo número de algarismos significativos que o factor de menor número de algarismos significativos.

  Nota: Os factores que não resultem de medições realizadas, não se contabilizam nesta regra. Assim, se na fórmula a utilizar entrarem constantes, os algarismos dessas constantes não deverão ser contabilizados.

Exemplo:

- $9,56 \times 2,2 = 21$

Arredondamentos

Se houver necessidade de desprezar algarismos devem considerar-se as seguintes regras:

- se o primeiro algarismo a desprezar for < 5 o último a conservar deve permanecer igual;
- se o primeiro algarismo a desprezar for > 5 o último a conservar deve aumentar uma unidade;
- se o primeiro algarismo a desprezar for $= 5$ o último a conservar deve manter-se se for par e aumentar uma unidade se for ímpar.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Ordens de Grandeza

- O arredondamento do valor de uma medida para a potência de 10 mais próxima define a ordem de grandeza.

Exemplo:

O raio da Terra é cerca de 6350km.

A potência de 10 mais próxima deste valor é:

$$6350\text{km} \approx 10^4\text{km}$$

Ordens de grandeza no universo

Size or Distance	(m)	Mass	(kg)	Time Interval	(s)
Proton	10^{-15}	Electron	10^{-30}	Time for light to cross nucleus	10^{-23}
Atom	10^{-10}	Proton	10^{-27}	Period of visible light radiation	10^{-15}
Virus	10^{-7}	Amino acid	10^{-25}	Period of microwaves	10^{-10}
Giant amoeba	10^{-4}	Hemoglobin	10^{-22}	Half-life of muon	10^{-6}
Walnut	10^{-2}	Flu virus	10^{-19}	Period of highest audible sound	10^{-4}
Human	10^{0}	Giant amoeba	10^{-8}	Period of human heartbeat	10^{0}
Highest mountain	10^{4}	Raindrop	10^{-6}	Half-life of free neutron	10^{3}
Earth	10^{7}	Ant	10^{-2}	Period of earth's rotation	10^{5}
Sun	10^{9}	Human	10^{2}	Period of earth's revolution around sun	10^{7}
Distance from earth to sun	10^{11}	Saturn V rocket	10^{6}	Lifetime of human	10^{9}
Solar system	10^{13}	Pyramid	10^{10}	Half-life of plutonium-239	10^{12}
Distance to nearest star	10^{16}	Earth	10^{24}	Lifetime of mountain range	10^{15}
Milky Way galaxy	10^{21}	Sun	10^{30}	Age of earth	10^{17}
Visible universe	10^{26}	Milky Way galaxy	10^{41}	Age of universe	10^{18}
		Universe	10^{52}		

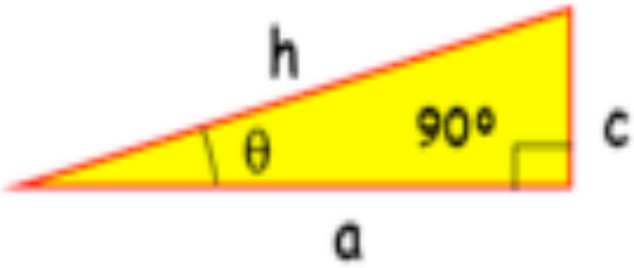
Aplicações

- Um elefante pesa 4000 Kg. Estime o diâmetro das patas do elefante por comparação com o diâmetro das pernas e o peso médios do ser humano. Parece-lhe que o resultado faz sentido ?

- Se pudesse comprimir todo o ar da sala de aula e metê-lo numa mochila acha que era capaz de pegar nele às costas e levá-lo embora ? Estime as dimensões da sala. A densidade do ar é $\rho \approx 1.29$ g/litro.

Revisões matemáticas

2.1. Trigonometria



h = comp. da hipotenusa

c = comp. do lado oposto ao ângulo θ

a = comp. do lado adjacente ao ângulo θ

2.1.1. Funções Trigonométricas

$$tg\theta = \frac{c}{a} \qquad cotg\theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{h} \qquad cosec\theta = \frac{h}{a}$$

$$sen\theta = \frac{c}{h} \qquad \sec\theta = \frac{h}{c}$$

Funções Inversas:

$$\begin{cases} arctg\frac{c}{a} = \theta \\ arccos\frac{a}{h} = \theta \\ arcsen\frac{c}{h} = \theta \end{cases}$$

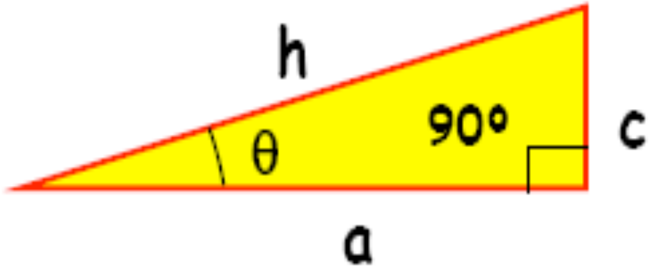
Triangulos e trignometria

- Triângulos rectângulos

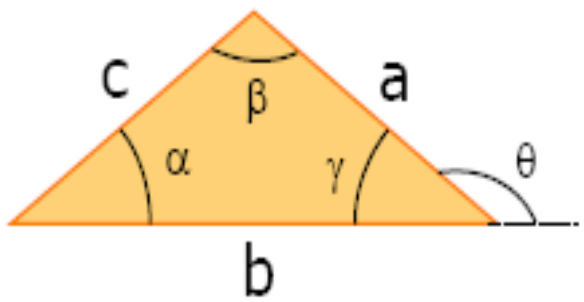
Teorema de Pitágoras:

Num triângulo rectângulo o quadrado da hipotenusa é igual á soma do quadrado dos catetos:

$$h^2 = c^2 + a^2$$



- Outros triângulos



Lei dos senos: $\dfrac{a}{sen\,\alpha} = \dfrac{b}{sen\,\beta} = \dfrac{c}{sen\,\gamma}$

Lei dos cosenos: $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos\gamma$

$c^2 = a^2 + b^2 + 2\,a\,b\cos\theta$

Relações trignométricas

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

$$sen^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$sen(\alpha \pm \beta) = sen\alpha.\cos\beta \pm sen\beta.\cos\alpha$$

$$1 + tg^2\theta = \sec^2\theta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha.\cos\beta \mp sen\alpha.sen\beta$$

$$1 + \cot g^2\theta = \cos ec^2\theta$$

$$sen(2\alpha) = 2.sen\alpha.\cos\alpha$$

$$sen\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos\theta)}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - sen^2\alpha$$

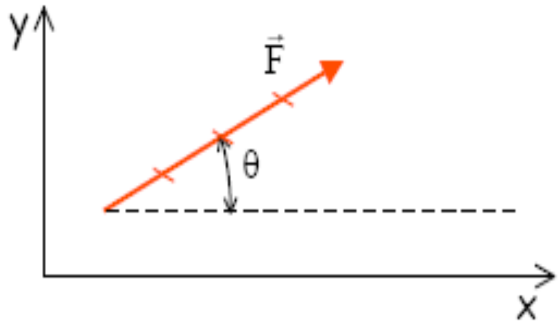
$$\cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos\theta)}$$

Cálculo vectorial

2.2.1. Representação gráfica de vectores

Características de um vector:

- módulo
- direcção
- sentido

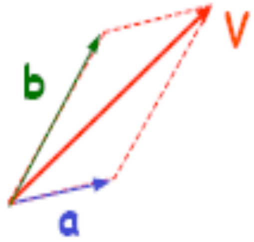


Um vector pode ser representado graficamente por um segmento de recta orientado, que tem a mesma direcção e sentido que o vector considerado e cujo comprimento é proporcional ao módulo do mesmo.

Notação: **F** ou $\vec{F}$

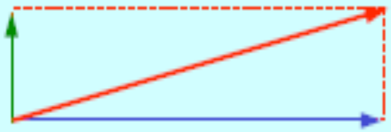
Componentes de um vector

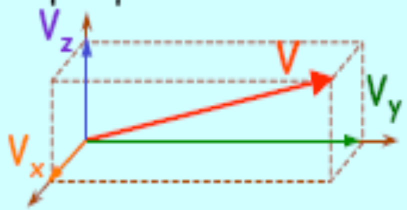
Qualquer vector, $\vec{V}$, pode ser considerado como o resultado da soma de dois ou mais vectores. Os vectores que somados dão origem ao vector $\vec{V}$ são chamados de vectores componentes de $\vec{V}$.



$$\vec{V} = \underbrace{\vec{a} + \vec{b}}_{\text{vectores componentes}}$$

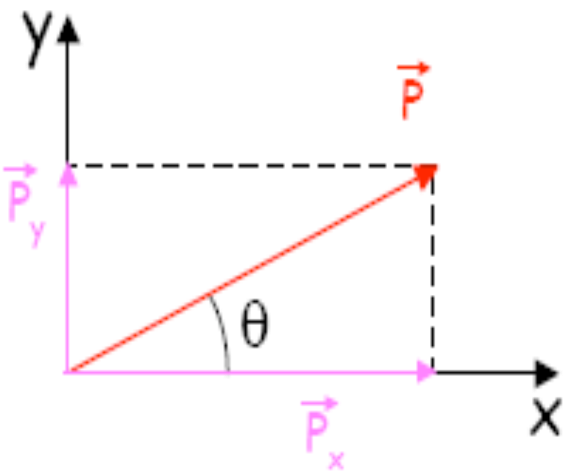
As componentes mais frequentemente usadas são as componentes ortogonais. Neste caso o vector é expresso como o resultado da soma de dois ou três vectores mutuamente perpendiculares.





2D

A duas dimensões um vector fica perfeitamente caracterizado por um módulo e um ângulo com um dos eixos de referência.



$$\vec{P} = \vec{P}_x + \vec{P}_y$$

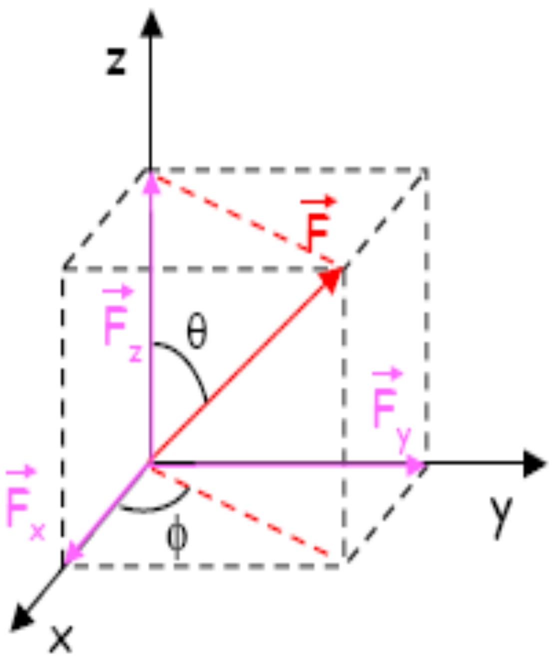
$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

$$P_x = P.\cos\theta$$

$$P_y = P.sen\theta$$

3D

A três dimensões, a caracterização de um vector necessita já de dois ângulos, para além do módulo.



$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{\left|\vec{F}_x\right|^2 + \left|\vec{F}_y\right|^2 + \left|\vec{F}_z\right|^2}$$

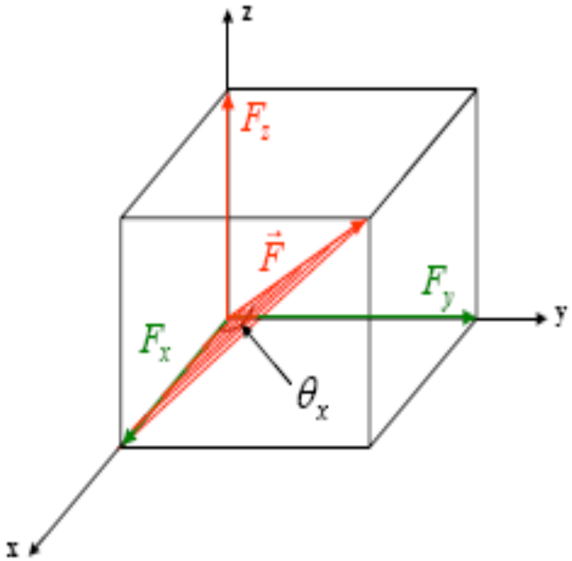
$$\left|\vec{F}_x\right| = \left|\vec{F}\right| . sen\theta . \cos\phi$$

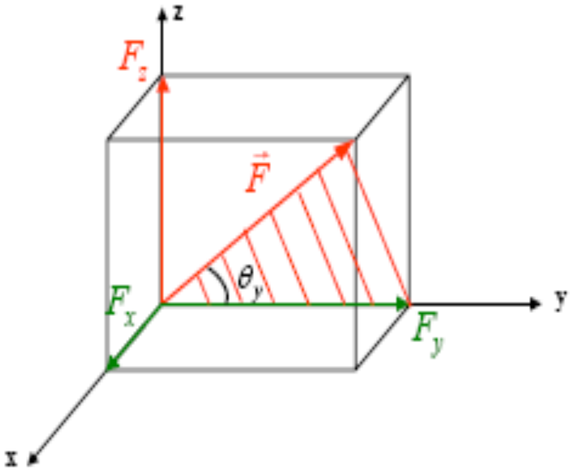
$$\left|\vec{F}_y\right| = \left|\vec{F}\right| . sen\theta . sen\phi$$

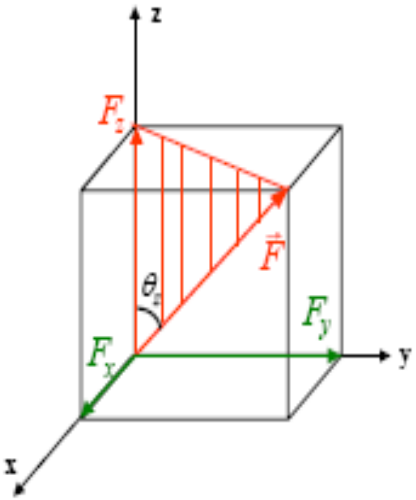
$$\left|\vec{F}_z\right| = \left|\vec{F}\right| . \cos\theta$$

Cosenos directores

Co-senos directores







$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$F_x = F \cos \theta_x$$
$$F_y = F \cos \theta_y$$
$$F_z = F \cos \theta_z$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Vectores unitários

Qualquer vector, $\vec{F}$, pode ser escrito como: $\vec{F} = \boxed{F}\,\boxed{\hat{u}}$

módulo do vector $\vec{F}$

vector unitário com a mesma direcção de $\vec{F}$

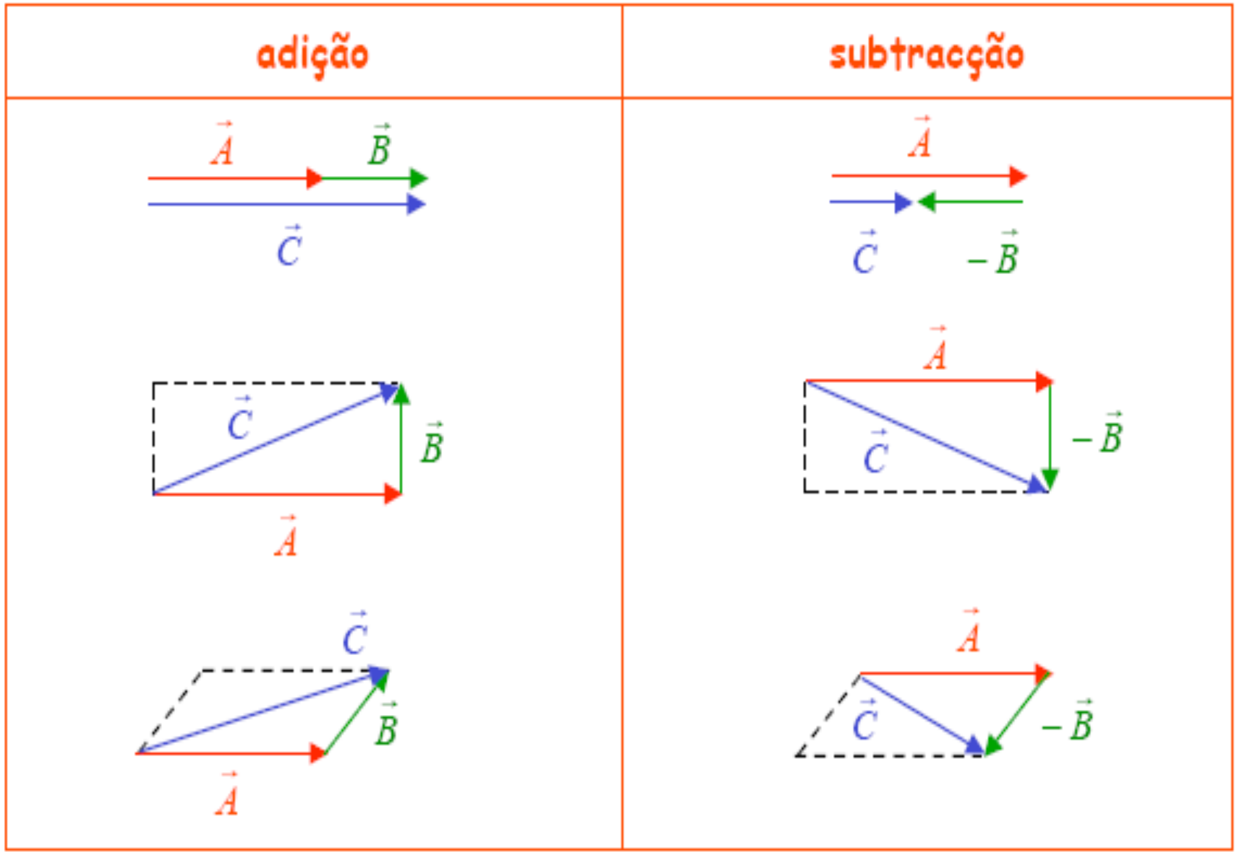
$$\hat{u} = \frac{\vec{F}}{\left|\vec{F}\right|}$$

Definindo três vectores unitários $\hat{i}, \hat{j}$ e $\hat{k}$ paralelos aos eixos cartesianos *x*, *y* e *z*, respectivamente, podemos escrever:

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$

onde F_x, F_y e F_z são os módulos dos vectores componentes de F, segundo os eixos *x*, *y* e *z*.

Adição e subtracção gráfica de vectores



$\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$

$\vec{A}-\vec{B}=\vec{C}$

Soma e subtracção analítica

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Suponhamos que o vector **D** é a resultante da soma dos vectores ***A***, **B** e ***C***:

$$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

Se substituirmos cada vector pelas suas componentes, obteremos as seguintes equações:

$$\left.\begin{aligned} \vec{A} &= A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \\ \vec{B} &= B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \\ \vec{C} &= C_x\hat{i} + C_y\hat{j} + C_z\hat{k} \end{aligned}\right\} \quad \vec{D} = D_x\hat{i} + D_y\hat{j} + D_z\hat{k}$$

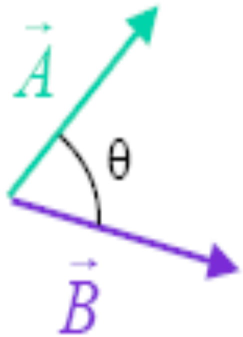
$$D_x = A_x + B_x + C_x$$
$$D_y = A_y + B_y + C_y$$
$$D_z = A_z + B_z + C_z$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Produto escalar ou interno

Produto escalar ou interno

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{A}\,|\,\vec{B} = \left|\vec{A}\right|.\left|\vec{B}\right|.\cos\theta \qquad 0 \leq \theta \leq \pi$$

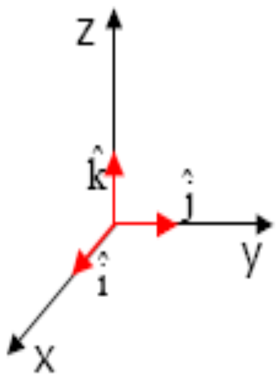


Define-se produto escalar ou interno de dois vectores **A** e **B** como a quantidade escalar obtida efectuando o produto da grandeza de um vector pela projecção do outro sobre o primeira.

Cálculo do produto interno

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

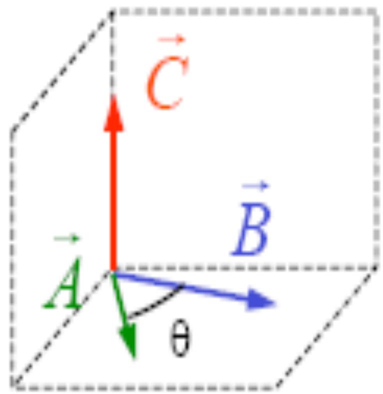
$$\hat{i}\cdot\hat{i}=\hat{j}\cdot\hat{j}=\hat{k}\cdot\hat{k}=1$$
$$\hat{i}\cdot\hat{j}=\hat{i}\cdot\hat{k}=\hat{j}\cdot\hat{k}=0$$
$$\hat{j}\cdot\hat{i}=\hat{k}\cdot\hat{j}=\hat{k}\cdot\hat{j}=0$$



$$\vec{A}\cdot\vec{B}=(A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k})$$
$$=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

Produto vectorial ou externo

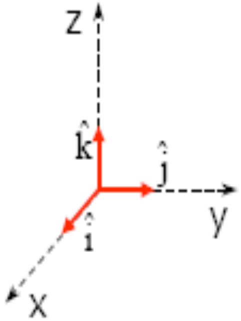
$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$



- **direcção:** perpendicular ao plano que contém os dois vectores.
- **sentido:** dado pela regra da mão direita
- **módulo:** $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| . sen\,\theta$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Cálculo do produto externo



$$\boxed{\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=\vec{0}}$$

$$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k} \qquad \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i} \qquad \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$$

$$\hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k} \qquad \hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i} \qquad \hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}\right)\times\left(B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}\right)$$

$$=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}A_y & A_z\\ B_y & B_z\end{vmatrix}\hat{i}-\begin{vmatrix}A_x & A_z\\ B_x & B_z\end{vmatrix}\hat{j}+\begin{vmatrix}A_x & A_y\\ B_x & B_y\end{vmatrix}\hat{k}=$$

$$=(A_yB_z-A_zB_y)\hat{i}-(A_xB_z-A_zB_x)\hat{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\hat{k}$$

Aplicações

Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Dados dois vectores $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ e $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$, calcule:

a) o comprimento de cada vector. (R: 7.1; 6.4)

b) o produto escalar $\vec{a} \cdot \vec{b}$. (R: -25)

c) o ângulo formado pelos dois vectores. (R: 123.54º)

d) a soma $\vec{a} + \vec{b}$ e a diferença $\vec{a} - \vec{b}$ (R: $2\hat{i} + 6\hat{j} + \hat{k}$)

e) os produtos $\vec{a} \times \vec{b}$ e $\vec{b} \times \vec{a}$ (R: $-34\hat{i} + 13\hat{j} - 10\hat{k}$; $34\hat{i} - 13\hat{j} + 10\hat{k}$)

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

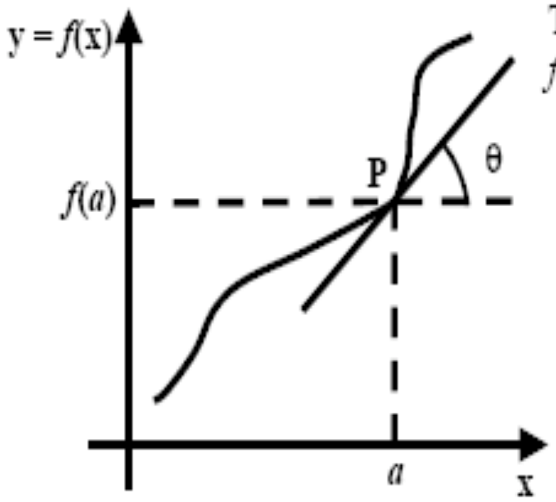
Derivadas de uma função

A derivada de uma função $f(x)$ para $x = a$ é definida como:

$$f'(a) \stackrel{def}{\equiv} \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

ou, alternativamente, fazendo $x = a + h \Leftrightarrow h = x - a$, obtemos

$$f'(a) \stackrel{def}{\equiv} \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$



Tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto P

$f'(a)$ = tg (θ) – a derivada é igual ao declive da tangente à curva para x = a.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Física Geral I

Oscilações

Capítulo 2

Bento Caldeira

2008 - 2009

Oscilações

- Balanço dos ramos pelo vento
- Trepidação provocada pelas irregularidades da estrada;
- Oscilações do barco nas ondas;
- Sacudidelas provocadas pelos sismos;
- Vai-vem da criança no baloiço;
- Vibração do vidro quando passa o comboio

Condições em que surge a oscilação

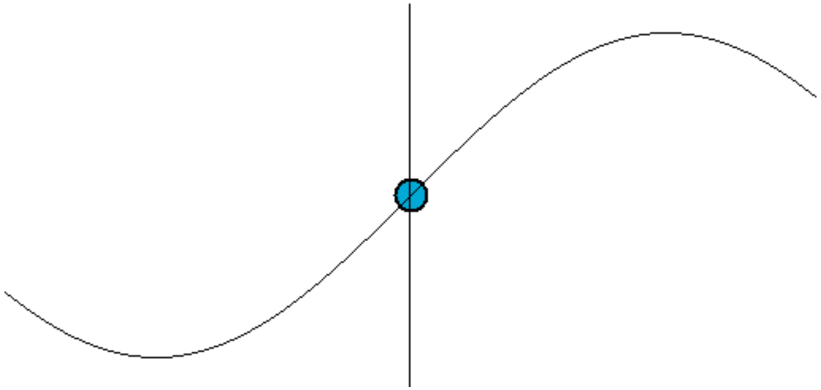
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A oscilação acontece quando um sistema em equilíbrio estável é perturbado, (quando é afastado ligeiramente da sua posição de equilibrio)

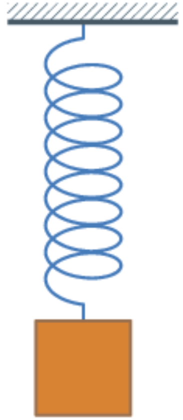
O sistema oscila em torno da sua posição de equilíbrio.

Alguns casos particulares de oscilação

O Pêndulo
do relógio



A corda
do violino

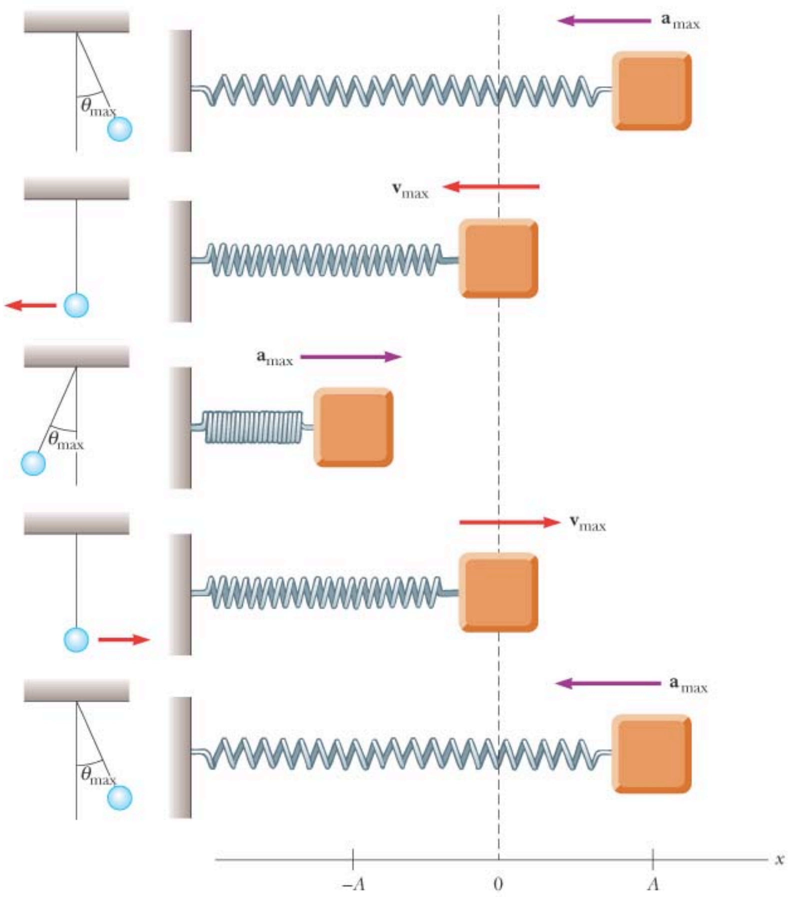


O corpo ligado à
mola

Movimento Harmónico Simples (MHS)

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Movimentos que se repetem em intervalos de tempo iguais são movimentos harmónicos simples.



Características dos MHS	
O Corpo oscila em torno da posição de equilibrio	Equilibrio X=0
O movimento é periódico	Período T (s)
O Número de oscilações por segundo é constante	Frequência f (Hz)
As posições extremas são igualmente espaçadas da posição de equilibrio	Amplitude A

Movimento Harmónico Simples

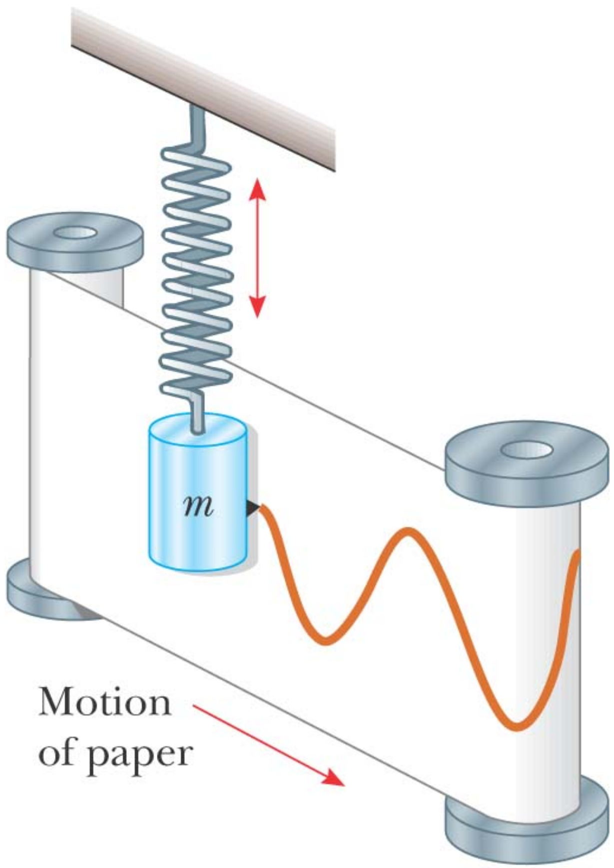
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

O estudo de um movimento pode ser feito de duas diferentes perspectivas:

1. Estabelecer as "leis do movimento" partindo da observação e só depois procurar explicar as características do movimento que se observou.

2. Analisar primeiro as forças aplicadas ao sistema e a partir de elas estabelecer o movimento a partirda usando a segunda lei de Newton.Por fim confirmar o movimento previsto por meio da experimentação.

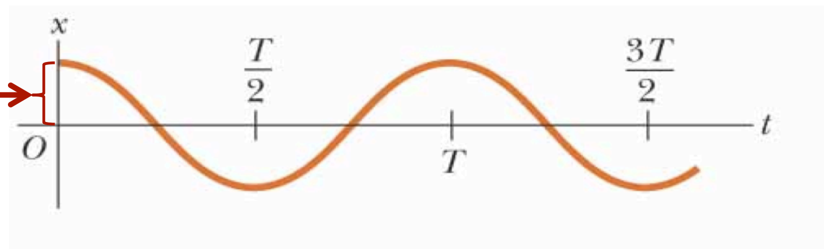
Equação do MHS



- A variação da posição da massa em função do tempo ajusta-se a uma função do tipo:

$$x(t) = A\cos\underbrace{(\omega t + \phi)}_{\text{fase}}$$

Amplitude



MHS: Definições

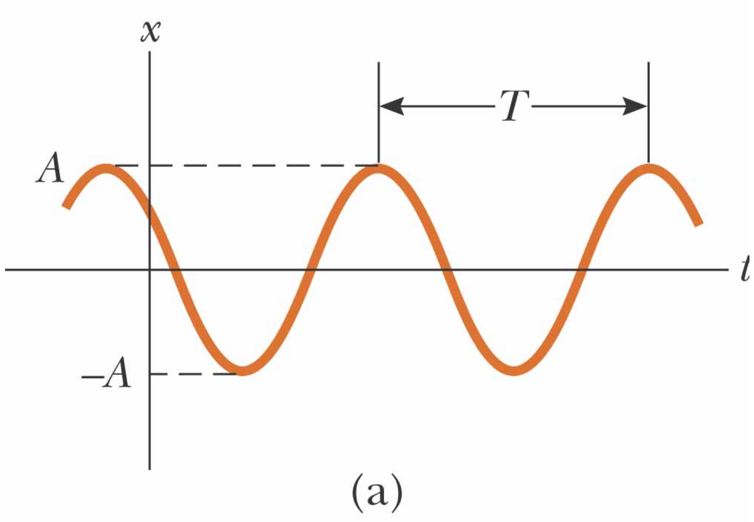
A é a amplitude do movimento

- Corresponde às posições mais afastadas ocupadas pela partícula no seu movimento;

ω é a frequência angular

- Unidades são rad/s

ϕ é a fase ou o ângulo de fase inicial (t=0)



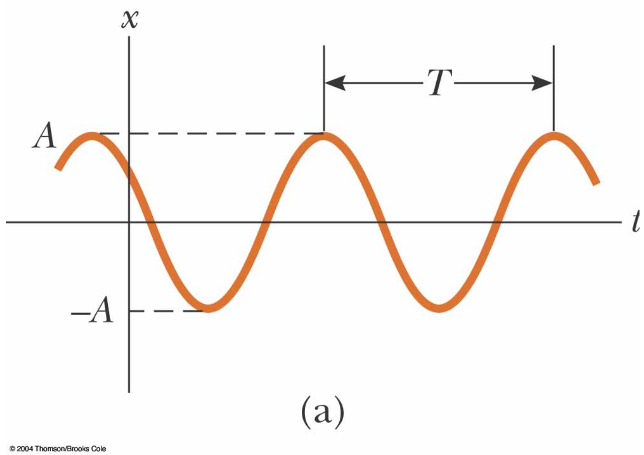
MHS, cont

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

- Se a partícula está em $x = A$ para $t = 0$, então $\phi = 0$
- A fase do movimento é a quantidade $(\omega t + \phi)$
- $x(t)$ é períodica e o seu valor é o mesmo cada vez que ωt aumenta de 2π radianos

Período

- O ***período***, *T*, é o intervalo de tempo necessário para que a partícula complete um ciclo completo do seu movimento
  - Os valores de x e v da partícula no instante *t* são iguais aos valores de x e v em *t* + *T*



$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Frequência

- O inverso do período é chamada a **frequência**
- A frequência representa o nº de oscilações executadas pela partícula por unidade de tempo

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

- A unidade é o ciclo por segundo = hertz (Hz)

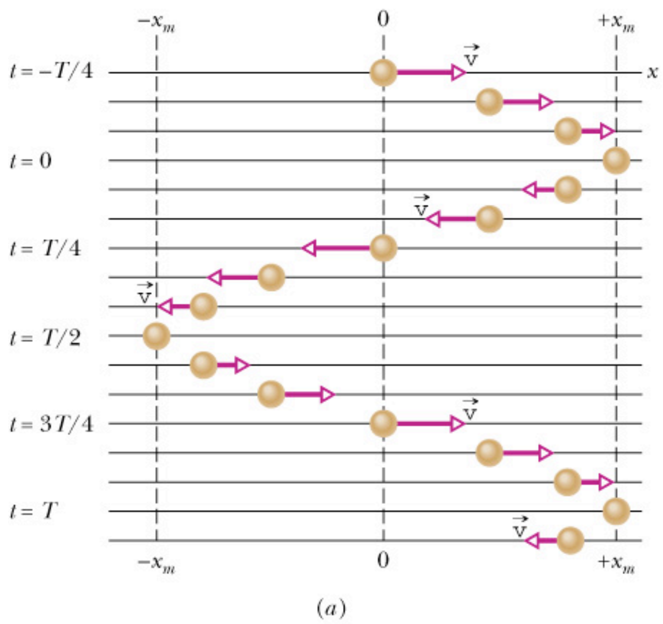
Movimento Harmónico Simples

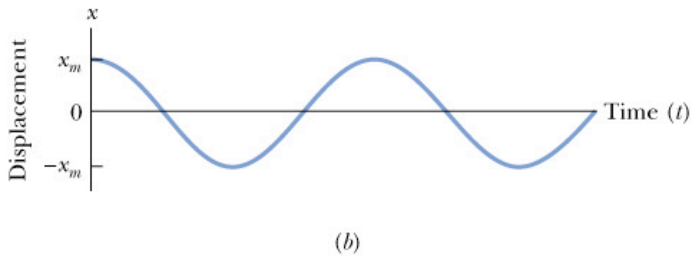
Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Velocidade de uma partícula a oscilar será dada por:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$





Movimento Harmónico Simples

Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A sua aceleração será dada por:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 x(t)$$

Sempre que a aceleração de um objecto é proporcional ao seu deslocamento e é oposta à sua direcção, o objecto move-se com um MHS

Movimento Harmónico Simples

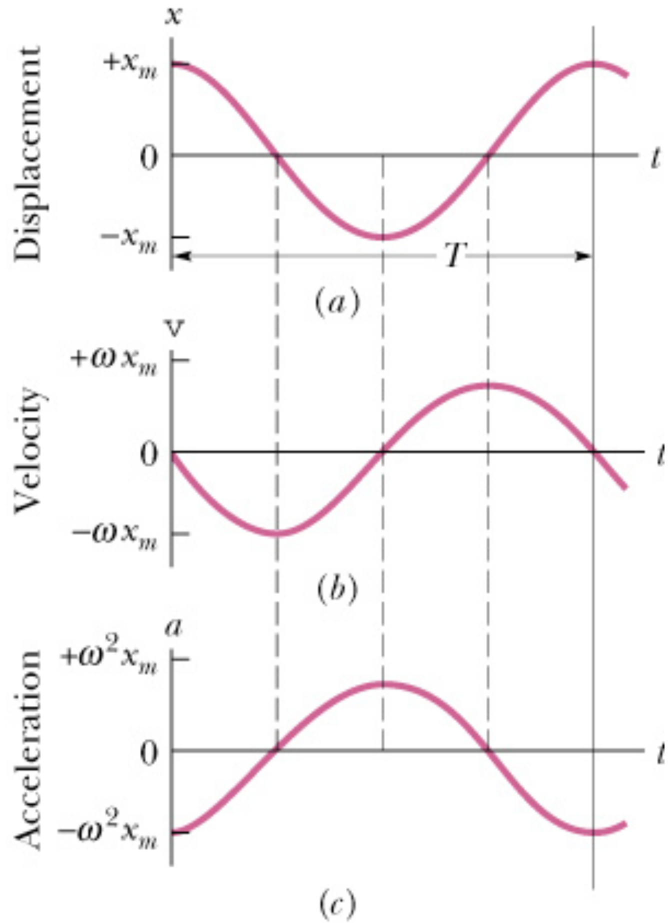
Física Geral I

u·évora

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$



Exemplo

A função

$$x(t) = 6.0\cos(3\pi t + \pi/3)$$

dá-nos o MHS de uma partícula. Determine para t = 2.0 s:

1. o deslocamento;
2. a velocidade;
3. a aceleração;
4. a fase;
5. a frequência;
6. o período.

Sugestão

Utilize uma ferramenta numérica (folha de cálculo; Matlab; linguagem de programação) para representar graficamente a equação do MHS.

Ensaie variações dos vários parâmetros que entram na equação e tire conclusões

Prever o MHS a partir das forças aplicadas

- A segunda lei de Newton estabelece a relação entre as forças aplicadas a um corpo e a aceleração do corpo. Conhecida a aceleração é fácil obter as leis da velocidade e da posição em função do tempo.

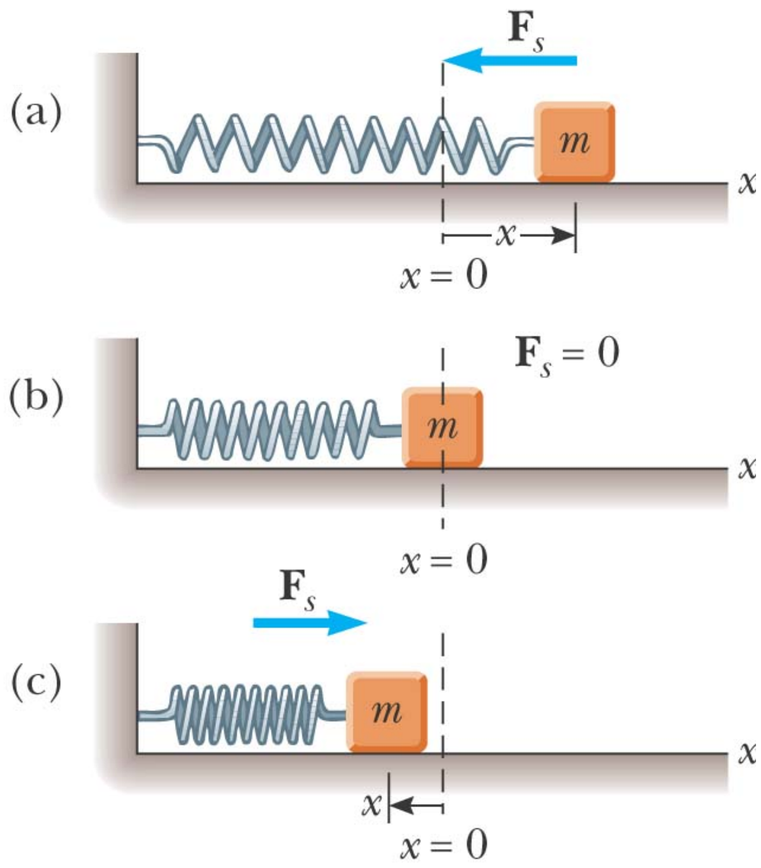
- O tratamento mais elegante para obter as equações do movimento consiste em resolver a **equação diferencial** do movimento estabelecida a partir da aplicação da segunda lei de Newton ao problema concreto.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Sistema massa-mola

Um bloco de massa *m* ligado a uma mola está assente sobre uma superfície horizontal sem atrito

Quando a mola não está comprimida nem esticada, dizemos que o bloco está na **posição de equilíbrio** x = 0



Lei de Hook

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

De acordo com a lei de Hook, a força (de restauro) que a mola exerce sobre o corpo quando este é afastado da posição de equilibrio é,

$$F_s = - kx$$

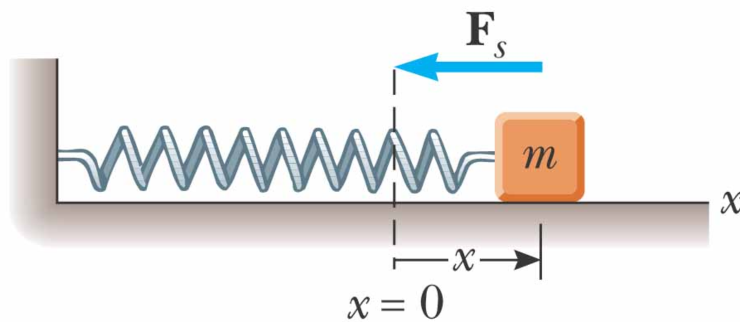
- F_s é a força de restauro, sempre no sentido da posição de equilíbrio e portanto é sempre oposta ao sentido do deslocamento;
- k é a constante elática da mola;
- x é o deslocamento

Assim...

O bloco é deslocado para a direita de x=0:

Deslocamento positivo

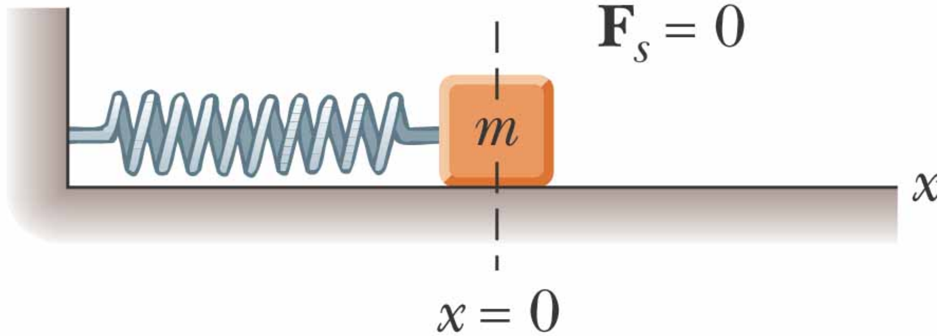
A **força de restauro** é direccionada **para a esquerda**



Assim…

O bloco está na posição de equilíbrio **x = 0**

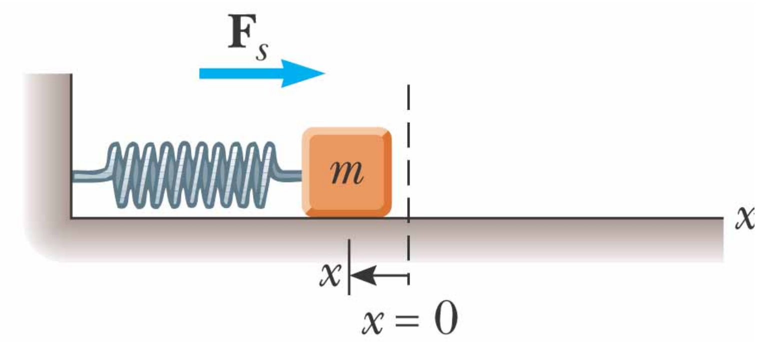
A mola não está comprimida nem esticada; a **força é 0**



Assim…

O bloco está deslocado para a esquerda de x = 0:
Deslocamento negativo

A **força** de restauro está dirigida **para a direita**



Aplicando a 2ª Lei de Newton segundo a direcção xx'

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- A força descrita pela lei de Hooke é a força total do sistema da 2ª lei de Newton

$$F_{\text{Hooke}} = F_{\text{Newton}}$$

$$-kx = ma_x$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

Conclusões:

- A aceleração é proporcional ao deslocamento do bloco
- O sentido da aceleração é oposto ao sentido do deslocamento
- Num objecto que se mova com um movimento harmónico simples, a aceleração é proporcional ao seu deslocamento mas tem um sentido oposto ao deslocamento

Comparando

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\frac{k}{m}x(t)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Equação do movimento de corpo ligado a mola

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

$$x(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \phi\right)$$

Amplitude – depende das condições iniciais

Fase na origem – depende das condições iniciais

Frequência angular – depende das características do oscilador

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Equações do movimento, velocidade e aceleração

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

Valores Máximos de v e a

- Como as funções seno e coseno oscilam entre ±1, podemos determinar fácilmente os valores máximos da velocidade e da aceleração para um objecto com MHS

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}}\,A$$

$$a_{\max} = \omega^2 A = \frac{k}{m}\,A$$

Aplicação

Uma mola sofre um alongamento de 7.5 cm do seu estado de equilíbrio quando se lhe aplica uma força de 1.5 N. Liga-se uma massa de 1 kg à sua extremidade que, afastando-a10 cm da sua posição de equilíbrio, ao longo de um plano horizontal, sem atrito. Quando se solta, executa um movimento harmónico.

a) Calcule a constante elástica da mola.

b) Qual é a força exercida pela mola sobre a massa, no momento em que é solta ?

c) Qual é o período de oscilação do corpo ?

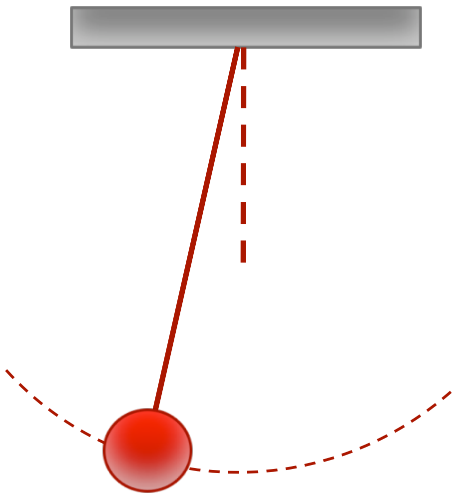
d) Qual é a amplitude do movimento ?

e) Qual é a equação de movimento do corpo ?

f) Qual é a velocidade e qual a aceleração máxima do corpo vibrante ?

g) Qual é a velocidade e aceleração quando o corpo se encontra a meio caminho entre a sua posição inicial e a posição de equilíbrio.

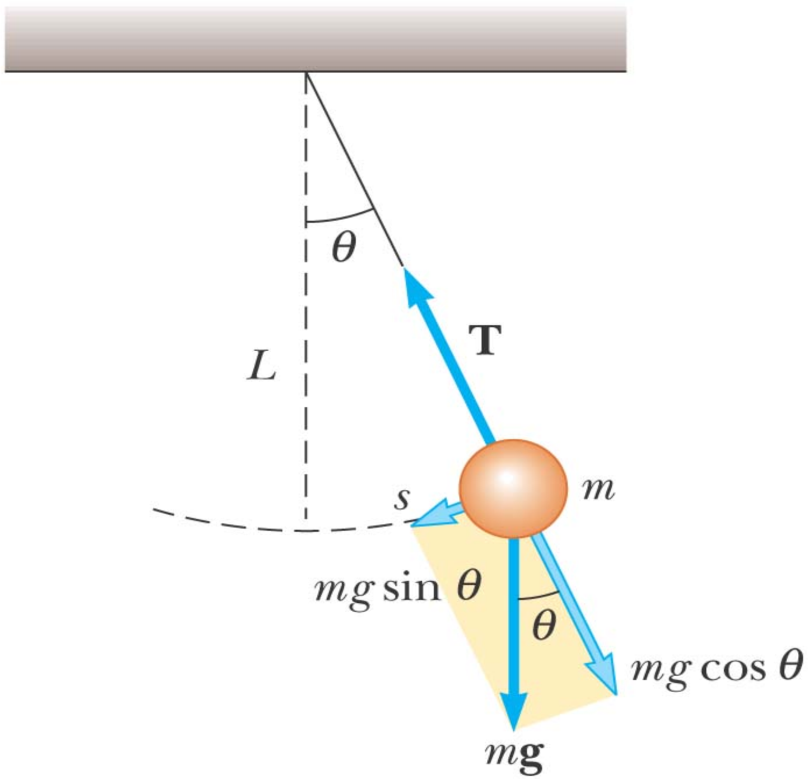
O pêndulo simples



- O pêndulo simples é um sistema mecânico constituído por uma massa presa a um fio.
- Quando a massa é afastada da sua posição de equilibrio e depois largada, ocorre um movimento oscilatório no plano vertical
- Para afastamentos inferiores a 10º (pequenas oscilações) o movimento é muito proximo de um MHS

O pêndulo simples, cont

- As forças que actuam no corpo são **T** e *m***g**
  - **T** é a força exercida no corpo pela corda
  - *m***g** é a força gravitacional
- A componente tangencial da força gravitacional é uma força restauradora



O pêndulo simples, cont

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

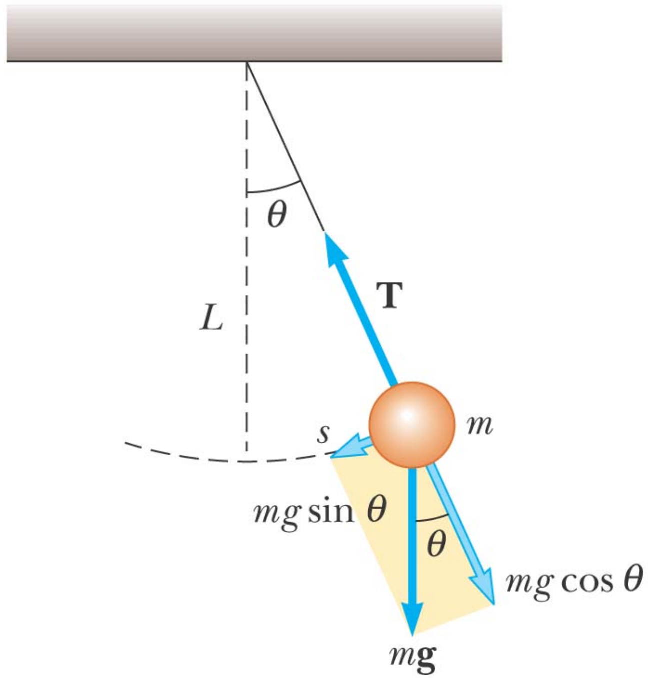
- Na direcção tangencial,

$$F_t = -mg\sin\theta = m\frac{d^2 s}{dt^2}$$

- O comprimento, L, do pêndulo é constante e, para pequenos valores de θ

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta = -\frac{g}{L}\theta$$

- Isto confirma que o movimento é MHS



Equação do movimento do pêndulo simples

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- A função θ pode ser escrita como

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega t + \phi)$$

- A frequência angular é

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

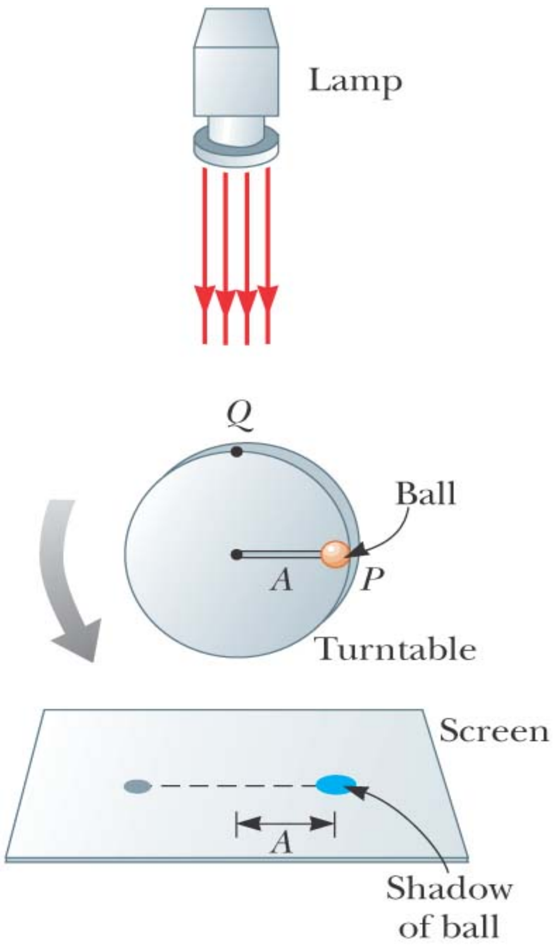
- O período é

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

MHS e Movimento Circular

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



- Este aparato experimental permite mostrar a relação entre MHS e movimento circular

- À medida que a bola roda com velocidade angular constante, a sua sombra move-se para a frente e para trás com MHS

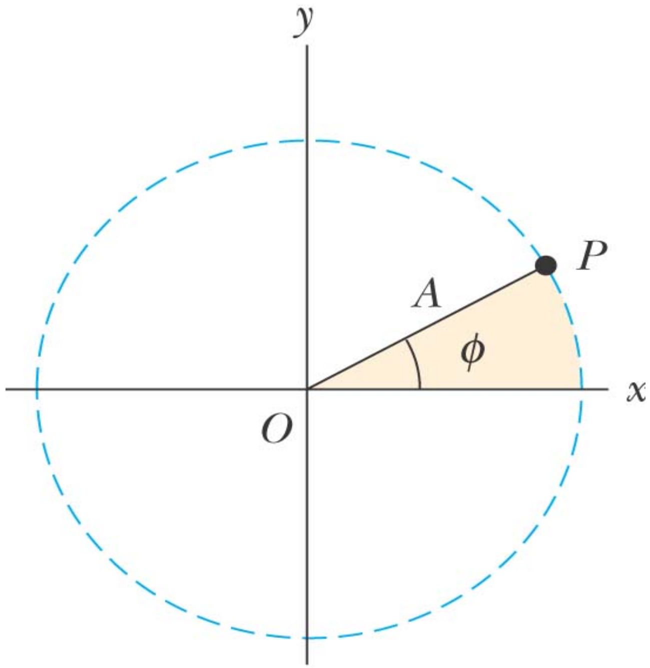
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

MHS e Movimento Circular

Considerar uma partícula P com movimento circular uniforme em torno de 0.

A linha *OP* faz um ângulo ϕ com o eixo do x em $t = 0$

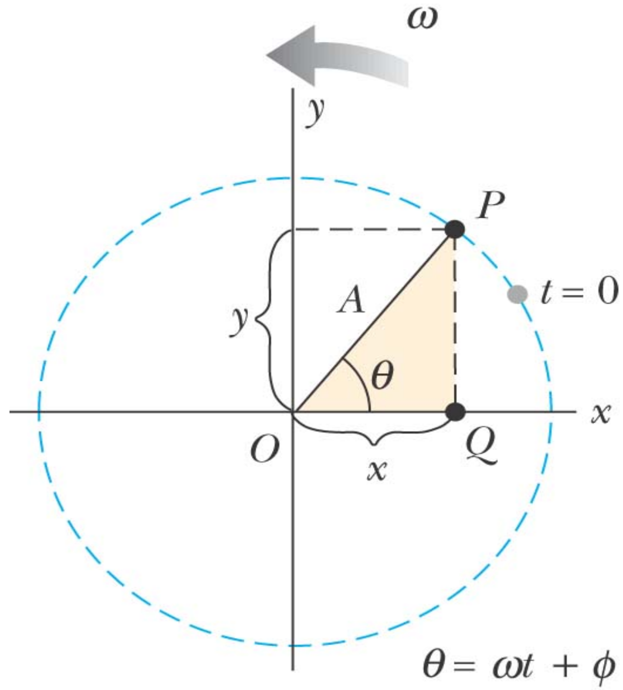
Tome-se *P* em $t = 0$ como ponto de referência



u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

MHS e Movimento Circular

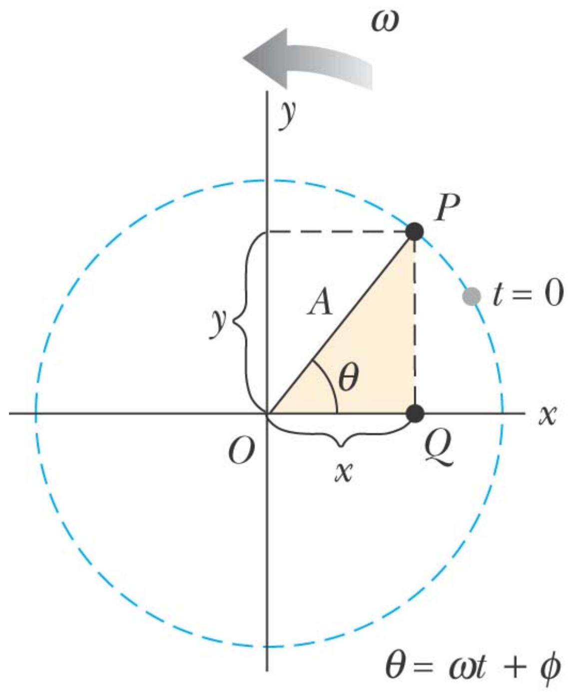
- A partícula move-se ao longo do círculo com velocidade angular constante ω
- OP faz um ângulo θ com o eixo do x
- No intante t , o ângulo entre OP e o eixo do x será $\theta = \omega t + \phi$



MHS e Movimento Circular

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Os pontos *P* e *Q* têm sempre a mesma coordenada x
- $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$
- Portanto, o ponto Q move-se com MHS ao longo do eixo the x
- O ponto Q move-se entre os limites $\pm A$



u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

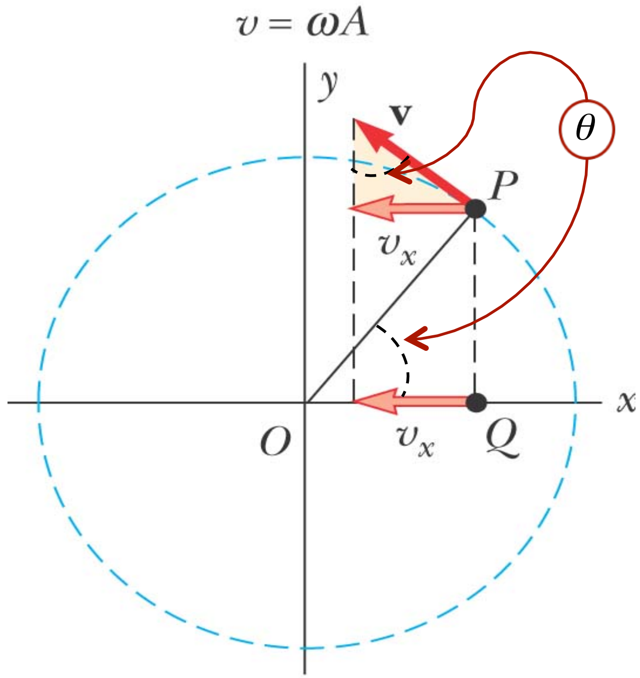
MHS e Movimento Circular

A velocidade de P é dada por $v = \omega A$

A componente x da velocidade de P é igual à velocidade de Q

Estas velocidades são

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$



MHS e Circular uniforme

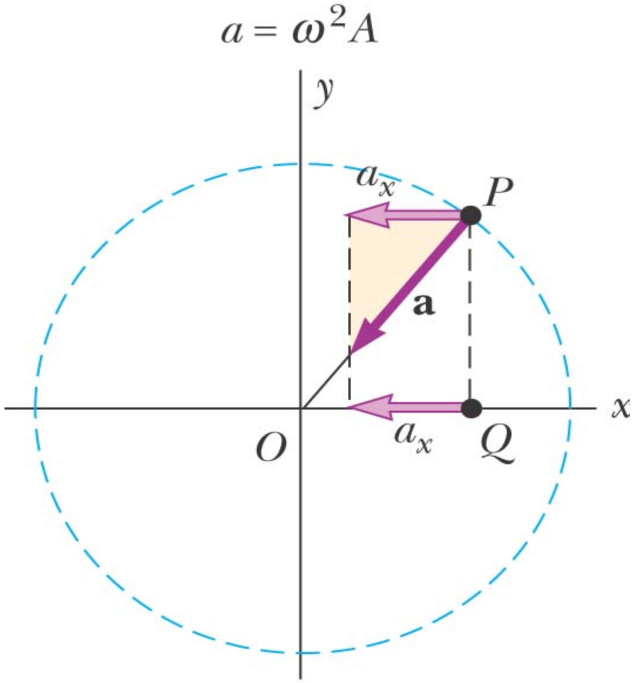
A aceleração do ponto P no círculo de referência é dirigida radialmente para dentro

A *aceleração de P* é $a = \omega^2 A$

A *componente x* é

$$-\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

Esta também á a aceleração de Q ao longo de do eixo x



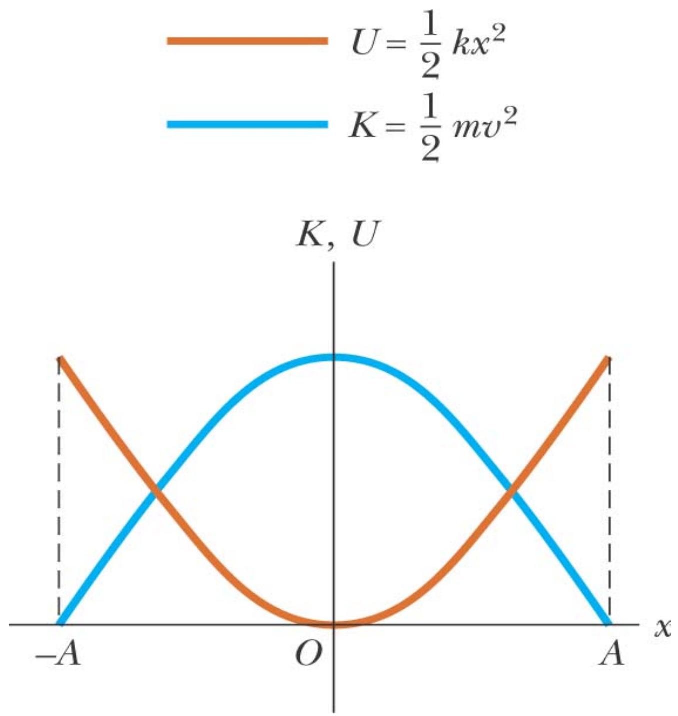
Considerações sobre Energia no MHS

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Assuma que o sistema mola-massa se move numa superfície sem atrito
- A energia total é constante
- Energia cinética
  - $K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$
- Energia potencial
  - $U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \phi)$
- A energia total é $K + U = \frac{1}{2} kA^2$

Energia no MHS, cont

- A energia mecânica total é constante
- A energia mecânica total é proporcional ao quadrado da amplitude
- A energia está continuamente a ser transferida entre a energia potencial da mola e a energia cinética do bloco



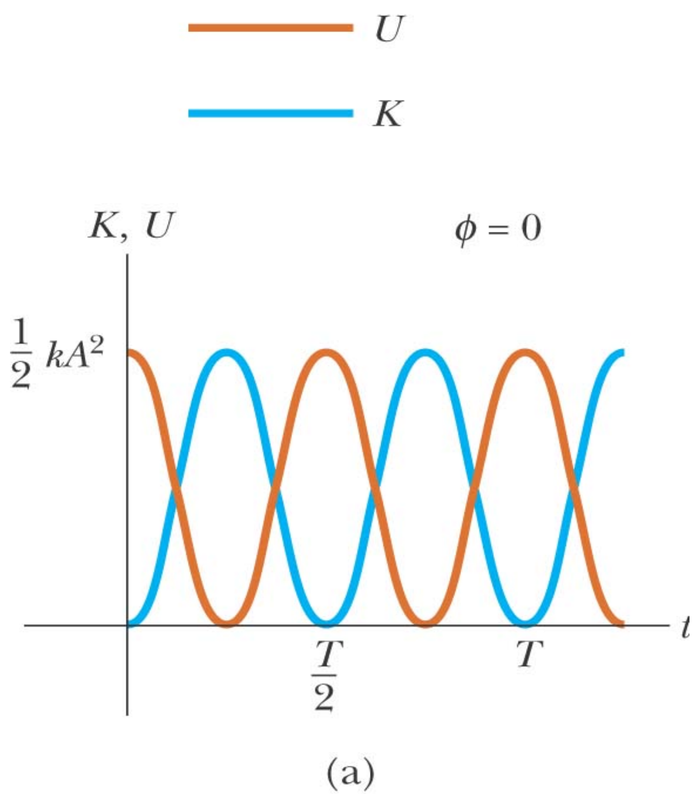
(b)

Energia no MHS, cont

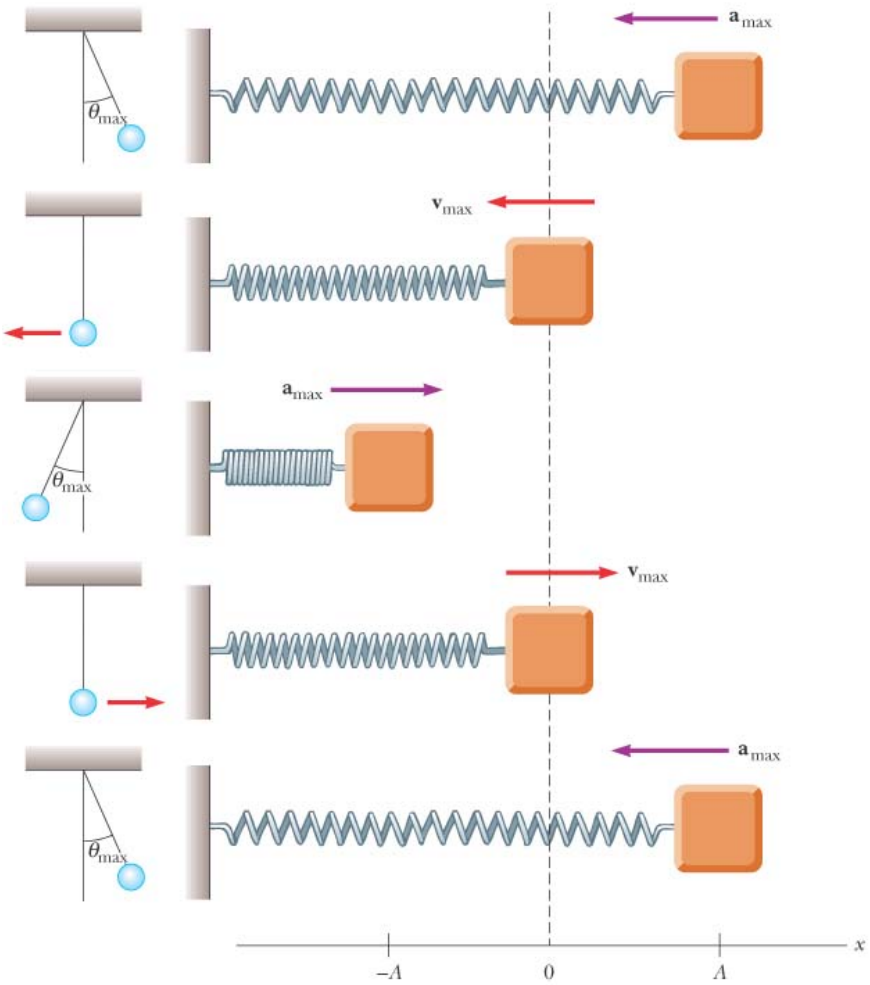
- A energia pode ser usada para encontrar a velocidade

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)}$$

$$= \pm\omega^2\sqrt{A^2 - x^2}$$



Energia no mHS, resumo



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$T/4$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$T/2$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$3T/4$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$

Exercicio

Exercício:

Um corpo de massa 100 g, é suspenso numa mola (K = 10^3 N/m).

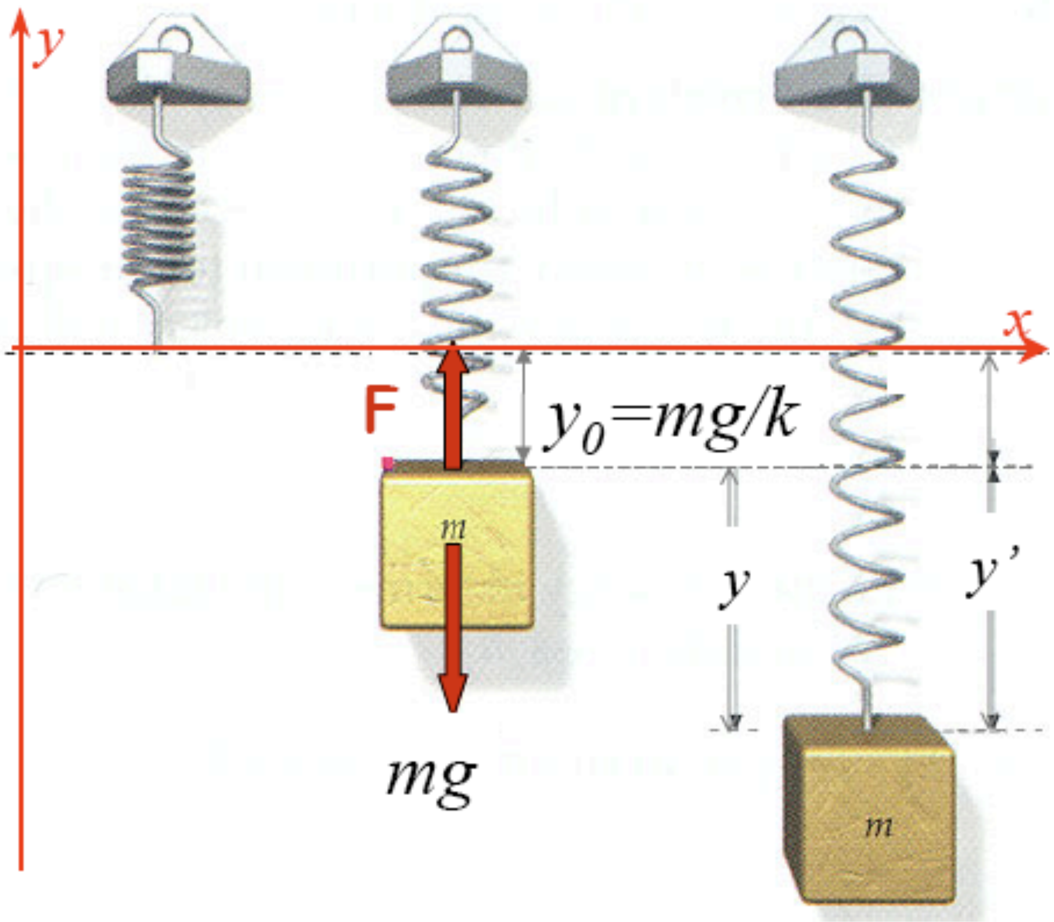
1. Determine a posição de equilíbrio do sistema.

2. Se o corpo for afastado 15 cm (para cima) da posição de equilíbrio, calcule:

a) A equação do movimento.

b) A velocidade máxima.

c) A energia cinética, quando o corpo está a 5 cm da posição de equilíbrio.



Sobreposição de MHS (interferência)

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Quando uma partícula estiver simultaneamente sujeita a várias forças, o movimento daí resultante pode ser analisado como a soma dos movimentos provocados por cada força individualmente.

Se as forças forem do tipo:

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = -k_1 \vec{x} \\ \vec{F}_2 = -k_2 \vec{x} \end{cases}$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Interferência

- ambos os movimentos são oscilatórios, sendo o movimento resultante a soma de dois movimentos oscilatórios:

$$\left.\begin{aligned} x_1(t) &= A_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) \\ x_2(t) &= A_2\cos(\omega_2 t + \phi_2) \end{aligned}\right\} x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

- Da mesma forma,

$$\begin{cases} v(t) = v_1(t) + v_2(t) \\ a(t) = a_1(t) + a_2(t) \end{cases}$$

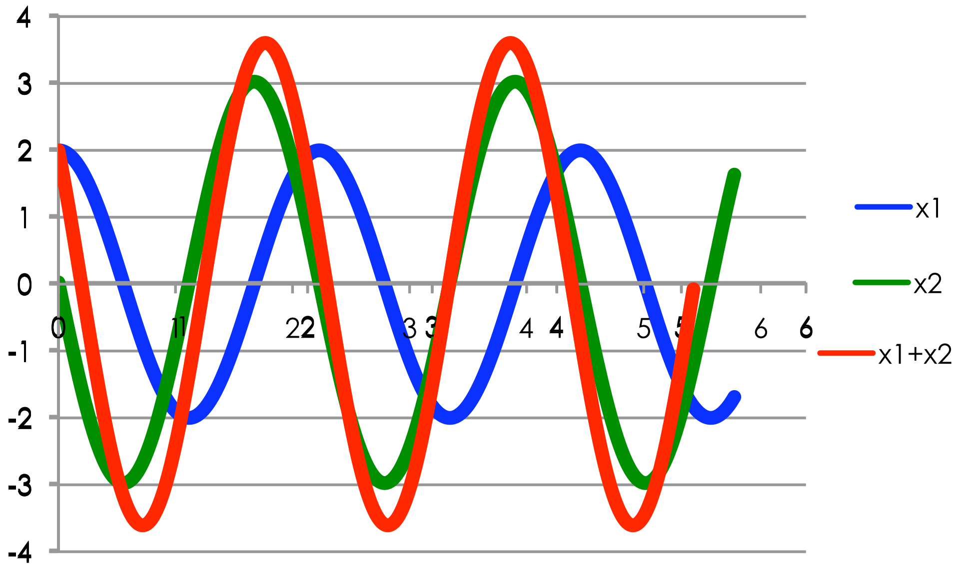
Movimentos com a mesma direcção e frequência

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$



Movimento resultante

A➔A amplitude do movimento resultante, dada por:

$$A^2 = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos\delta; \;\; \delta = \phi_1 - \phi_2$$

ω➔frequência angular igual à dos movimentos simples

Φ➔a fase inicial do movimento é dada por:

$$\tan\phi = \frac{A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2}{A_1 \cos\phi_1 + A_2 \cos\phi_2}$$

Exercicios

1- Considere as seguintes vibrações:

$x1=0.1sen(0.2t+\alpha 1)$ e $x2=0.1sen(0.2t+\alpha 2)$

Determine a amplitude do movimento resultante sabendo que $\alpha 1 = \alpha 2 = \pi/2$,

2-Considere as seguintes vibrações:

$x1= 0.1sen(0.2t+\alpha)$ e $x2= 0.1sen(0.2t+\alpha)12$

Determine a amplitude do movimento resultante sabendo que $\alpha 1= -\pi/2$ e $\alpha 2 = \pi/2$

Interferência de dois MHS perpendiculares

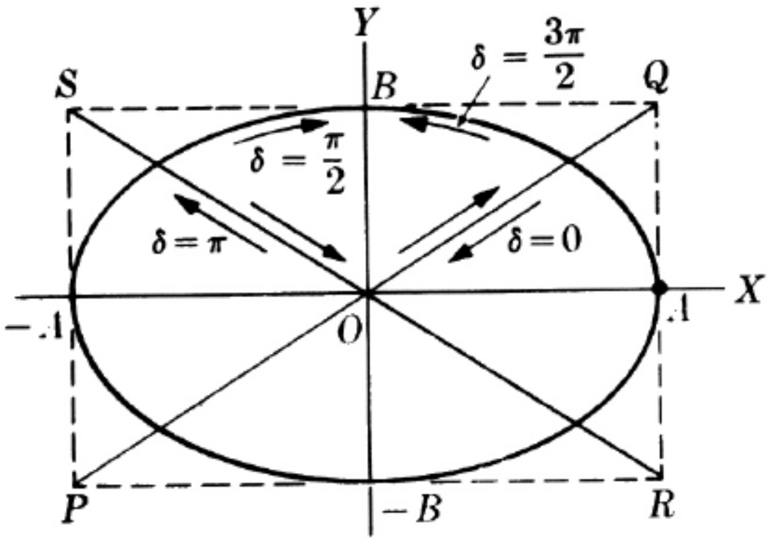
Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Consideremos o caso de uma partícula que se move no plano de forma a que as suas coordenadas x e y oscilam com MHS.

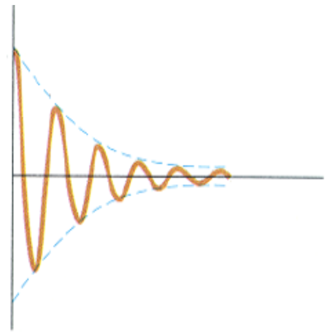
Suponhamos então

$x = A.\cos(\omega t)$ e $y = B.\cos(\omega t + \delta)$



Movimentos oscilatórios amortecidos

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Nos movimentos harmónicos simples vistos até agora as oscilações têm uma amplitude constante, e portanto o movimento mantém-se indefinidamente. No entanto a experiência diz-nos que, num corpo que oscila, a amplitude decresce gradualmente com o tempo até este parar, isto é, as oscilações são amortecidas.

Este amortecimento, como se sabe, é devido a forças de atrito que se opõem ao movimento e que gradualmente degradam a amplitude das oscilações.

Um corpo que se desloque dentro de um fluido (um gás ou um líquido) sofre uma força de viscosidade (uma força de atrito) que, para velocidades relativamente baixas, se verifica que éproporcional àvelocidade. Vamos assim tomar uma força de atrito da forma:

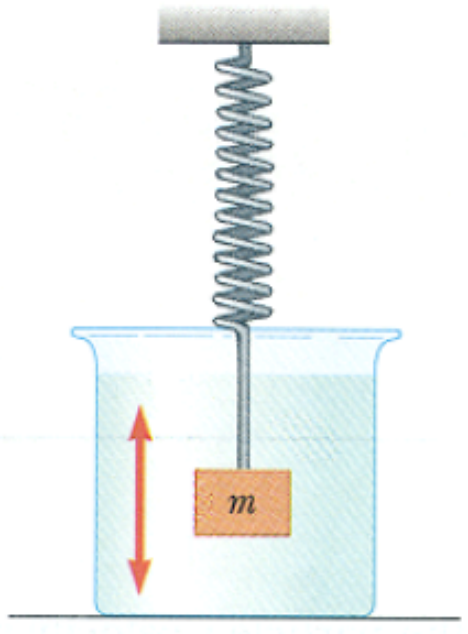
$$Fa = -\lambda . v$$

Oscilações amortecidas

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Força resultante:

$$\boldsymbol{R = F_e + F_a} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{m.a = -\,k.x - \lambda.v}$$



$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \lambda\frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

em que se fez $2\gamma = \lambda/m$ e $\omega_0^2 = k/m$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0}$$

A solução desta equação conduz a diferentes resultados, conforme a relação entre γ e ω_0. Temos:

$$\begin{cases} \gamma < \omega_0: & \textit{amortecimento fraco} \\ \gamma = \omega_0: & \textit{amortecimento critico} \\ \gamma > \omega_0: & \textit{amortecimento forte} \end{cases}$$

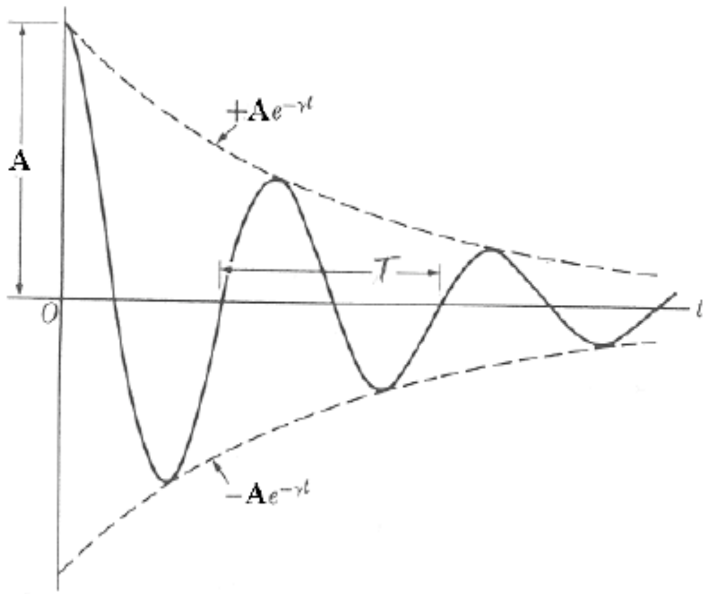
Solução com amortecimento fraco

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Neste caso temos uma solução do tipo:

$$x = A.e^{-\gamma t}.sen(\omega.t + \phi)$$

Com: $$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{k/m - \lambda^2/4m^2}$$



Amortecimentos critico e forte

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Amortecimento forte: $\gamma > \omega_0$ ➡ $x = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$

Em que: $s_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ < 0

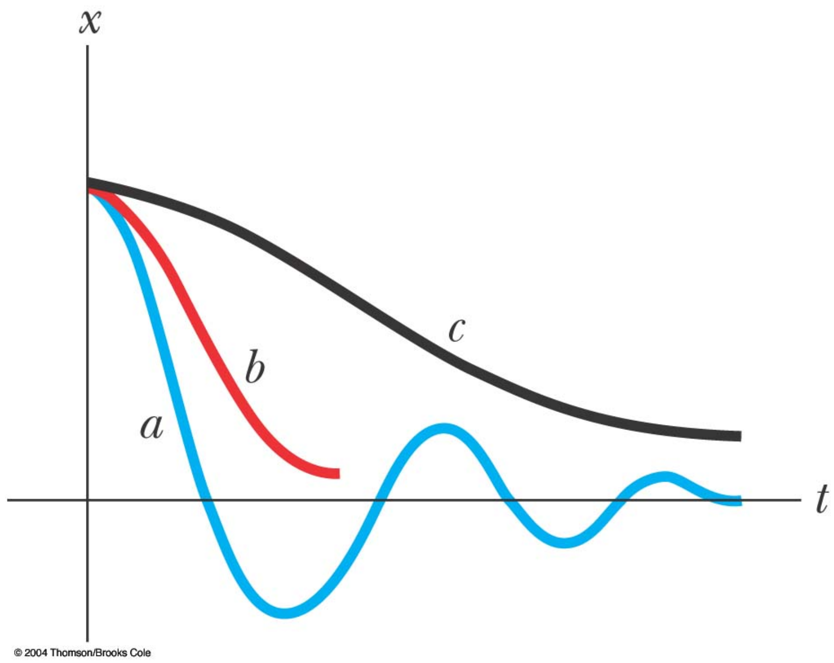
Amortecimento crítico: $\gamma = \omega_0$ ➡ $x = \left(C_1 + C_2 t\right) e^{-\omega_0 t}$

Em ambas estas situações ***o sistema não oscila*****.**

Os sistemas criticamente amortecidos são de particular interesse, pois readquirem, sem oscilar, o equilíbrio no mais curto espaço de tempo.

Tipos de amortecimento, cont

- Gráficos da posição com o tempo para
  - (a) um oscilador sub-amortecido
  - (b) um oscilador críticamente amortecido
  - (c) um oscilador sobre-amortecido



- Casos criticamente amortecido e sobre-amortecido não há frequência angular

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Exercicio

Provar que a equação $x = Ae^{-\frac{\lambda}{2m}t}\sin(\omega t + \phi)$

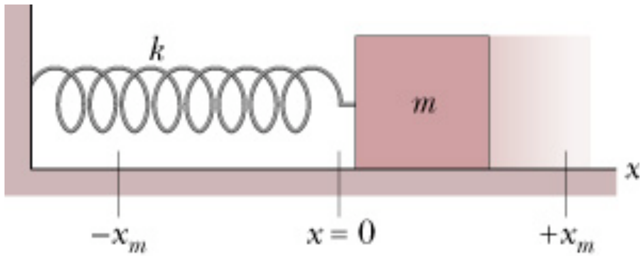
é solução da equação

$$\frac{d^2x}{dt} + \frac{\lambda}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$$

com $\lambda^2 < 4mk$

Exercicio

Um bloco cuja massa, *m*, é 650 g é preso a uma mola cuja constante elástica, *k*, é 65 N/m. O bloco é puxado uma distância x =11 cm da sua posição de equilíbrio x =0, numa superfície horizontal sem atrito, e libertado em repouso (para *t* =0).



Considere que o amortecimento provocado pelo ar era igual a $-3.25v$ (em que v representa a velocidade do bloco). Escreva a equação do movimento resultante e represente-a graficamente.

Resolução

$$ma = -kx - \lambda v$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 100x = 0$$

$$x(t) = x_m e^{-\gamma t}\cos(\omega' t + \phi)$$

$$2\gamma = 5 \Rightarrow \gamma = 2.5\ \mathrm{s^{-1}}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\lambda^2}{4m^2}} = 9.68\ \mathrm{rad.s^{-1}}$$

$$x(t) = 0.11e^{-2.5t}\cos(9.7t)$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Física Geral I

Ondas

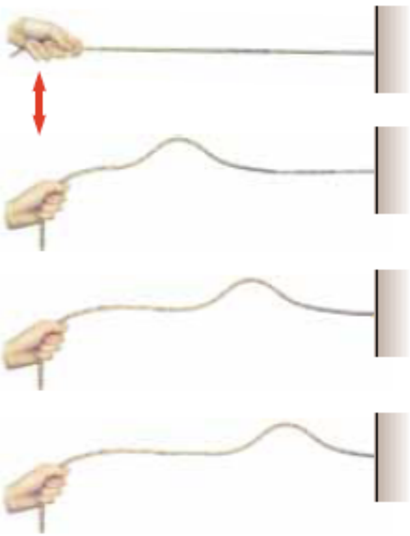
Capítulo 2

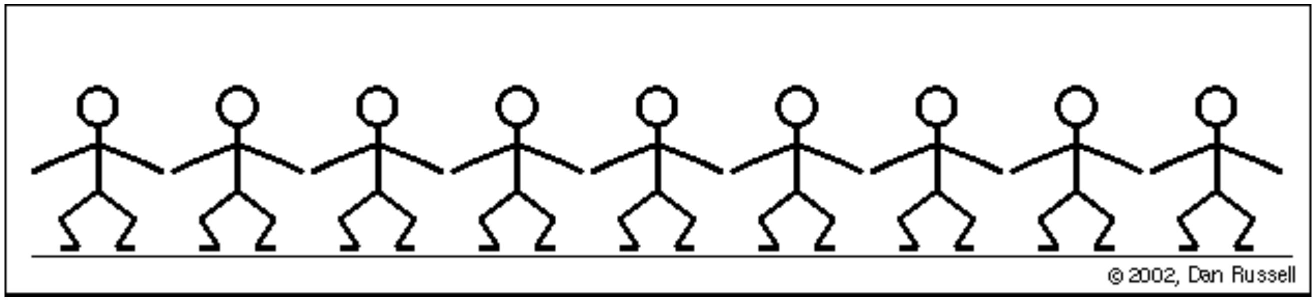
Bento Caldeira

2008 - 2009

Ondas

- Quando um sistema sofre uma perturbação em determinad lugar do espaço, muitas vezes verifica-se que essa perturbação se propaga pelas regiões envolventes. A esse fenómeno de propafação chama-se ONDA.





Tipos de ondas

Ondas Mecânicas
precisam de um meio físico para se propagarem e obedecem às Leis de Newton (ondas sonoras, da água, sísmicas)

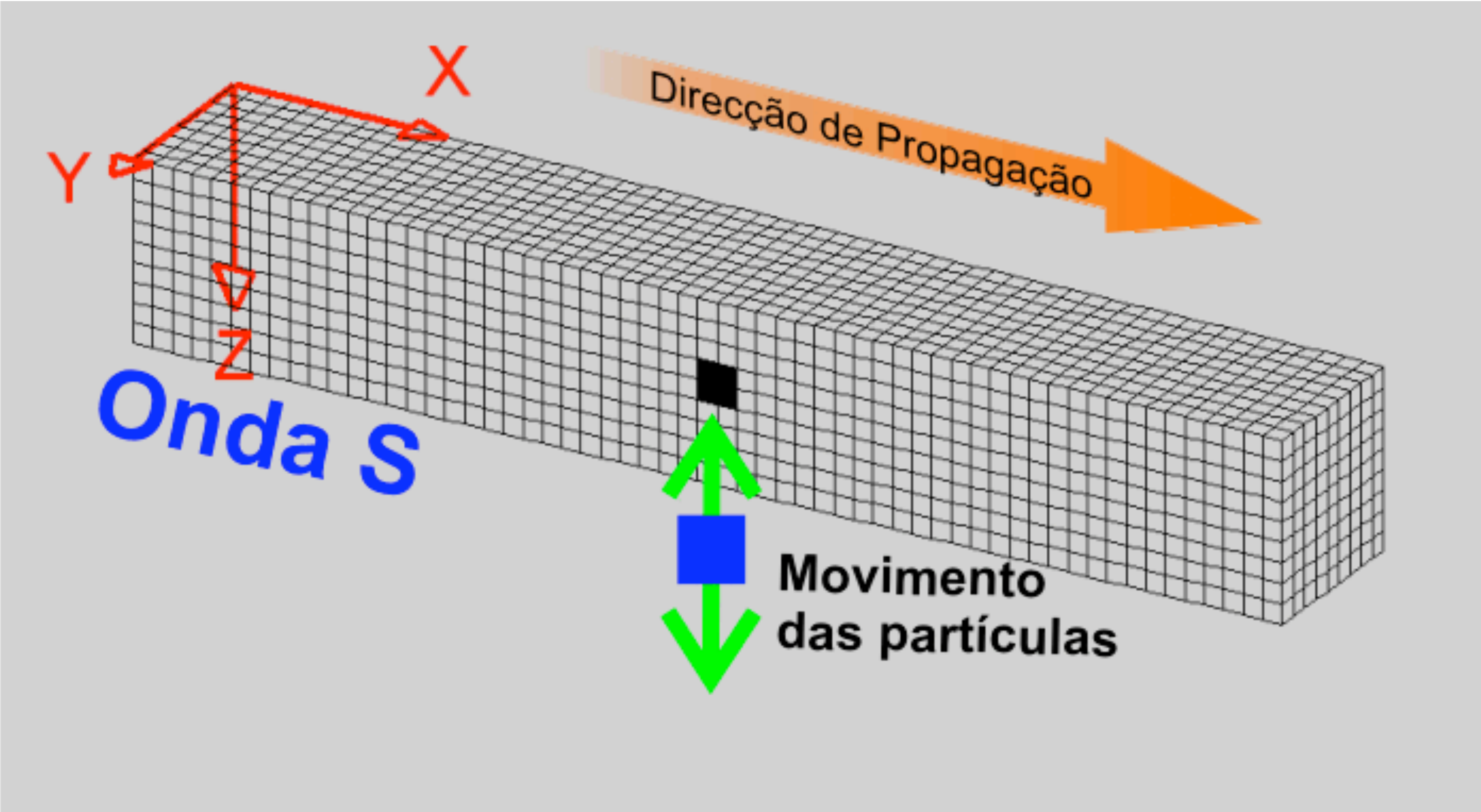
Ondas Electromagnéticas
não precisam de meio físico para se propagarem viajando no vácuo todas à mesma velocidade $c \approx 3\text{x}10^8$ ms^{-1} (radiação electromagnética, eg luz)

Ondas de Matéria
ondas associadas a partículas fundamentais, como os electrões e protões

Propagação de ondas

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

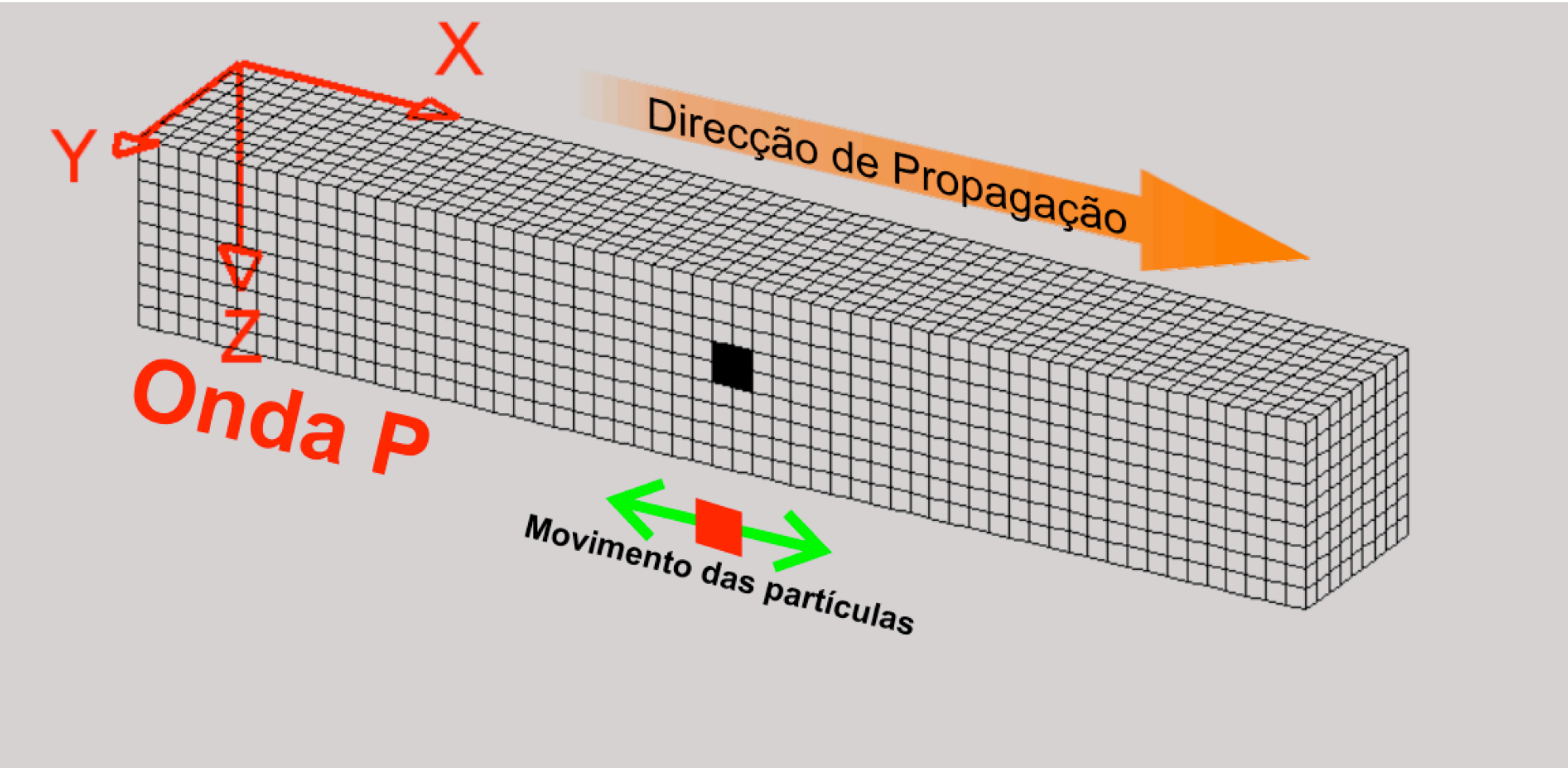
- Onda Transversal



Propagação de ondas

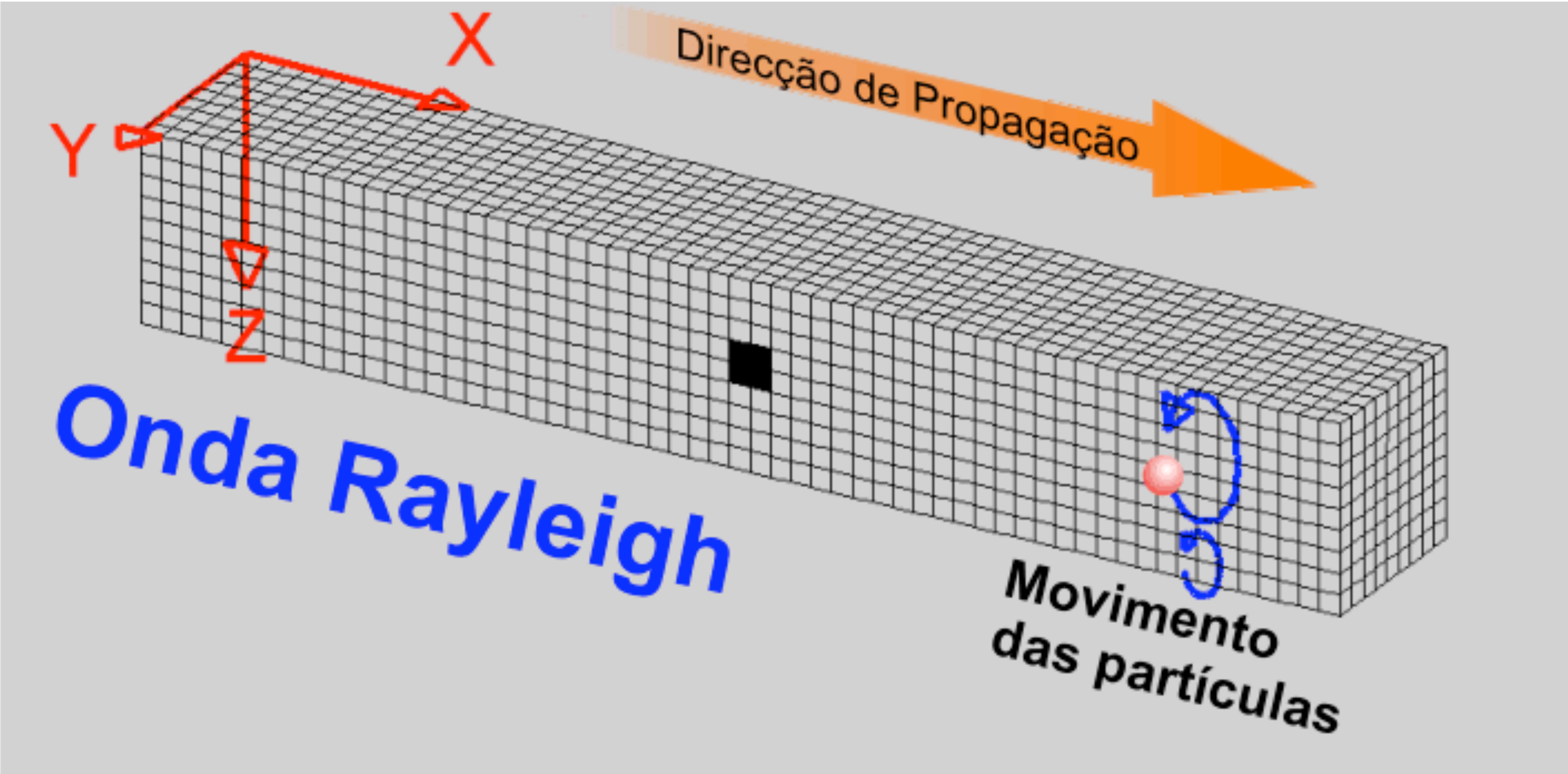
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Onda Longitudinal



Propagação de ondas

- Ondas Mistas

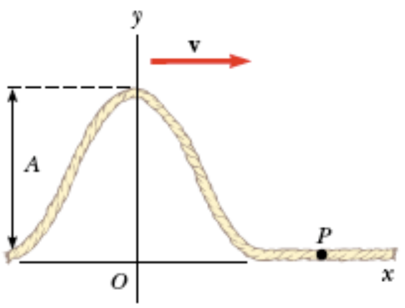


Descrição Matemática das ondas – Equação de onda

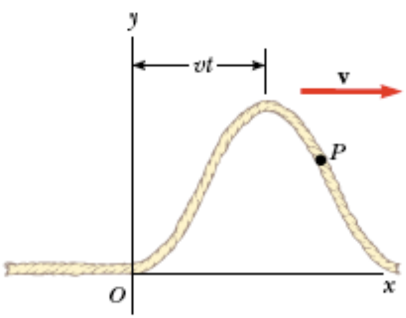
Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Considerar um pulso de onda que se propaga para a direita ao longo de uma corda com velocidade v.



No instante t=0 é a forma do pulso é dada pela função y(x,0)=f(x)



num instante posterior, t, o pulso está numa posição x com a mesma forma que tinha na posição x-vt, isto é,

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

Equação de um pulso de onda que se desloca na direcção x e sentido positivo

Descrição Matemática das ondas – Equação de onda

Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Da mesma forma, para um pulso de onda em movimento no sentido negativo do eixo dos xx', temos:

$$y(x,t) = f(x + vt)$$

Equação de um pulso de onda que se desloca na direcção x e sentido negativo

A função y(x,t), também chamada função de onda depende de duas variáveis: x e t, por isso pode ser lida como "y é uma função de x e t"
Se considerarmos um ponto da corda localizado na posição x. Quando o pulso de onda passa nesse ponto observa-se a sua oscilação vertical. O mesmo sucede com qualquer outro ponto da corda. Assim, **a função de onda descreve a posição de qualquer ponto ao longo da corda em qualquer instante.**

Exemplo

Um pulso de onda desloca-se com velocidade positiva ao longo do eixo dos xx' é representado pela função de onda:

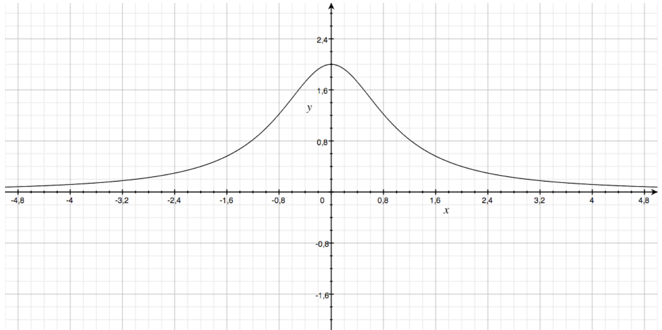
$$y(x,t) = \frac{2}{(x - 3.0t)^2 + 1}$$

Em que x e y são medidos em cm e t em segundos. Representar graficamente a função de onda nos instantes t=0s, t=1.0s e t=2.0s.

Resolução

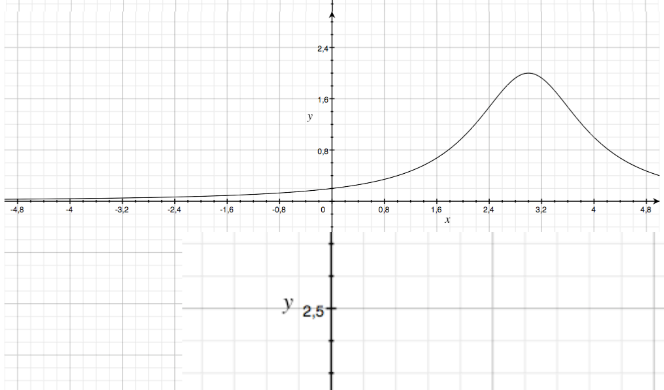
- Para t=0 a função é:

$$y(x,0) = \frac{2}{x^2 + 1}$$



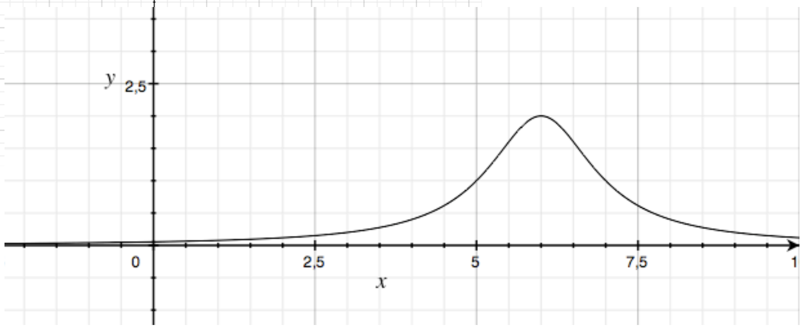
- Para t=1.0s a função é:

$$y(x,1) = \frac{2}{(x - 3.0)^2 + 1}$$



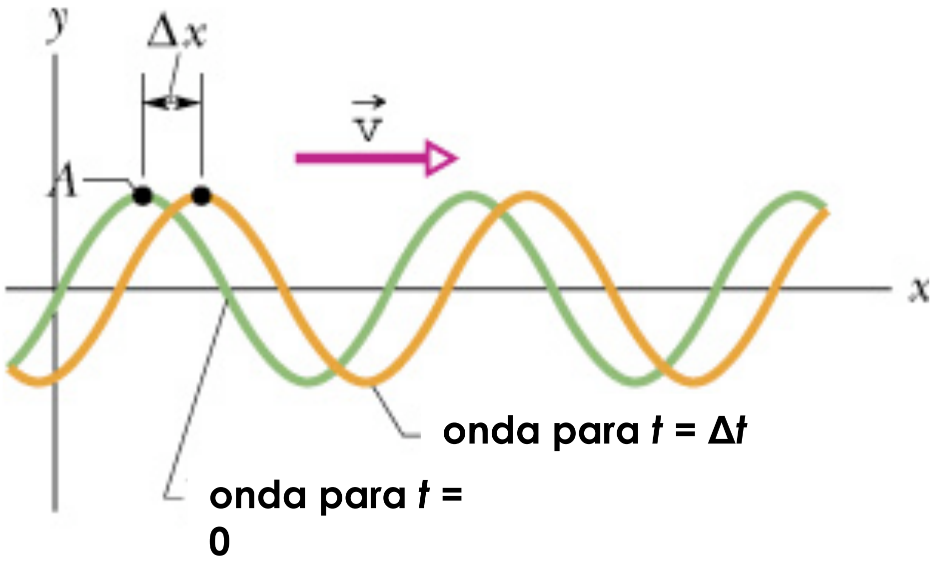
- Para t=2.0s a função é:

$$y(x,t) = \frac{2}{(x - 6.0)^2 + 1}$$



Ondas sinusoidais

- Consideremos um oscilador ligado à extremidade de uma corda onde produz um conjunto de pulsos que produzem em cada instante deformações como as representadas na figura



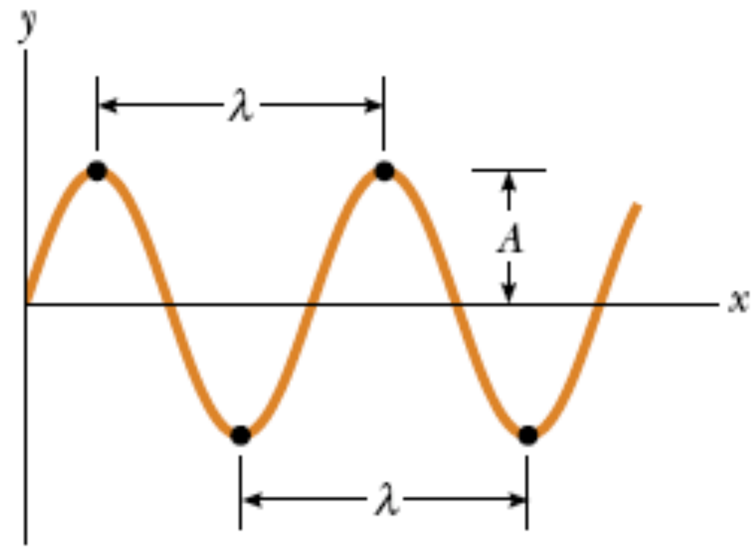
Parâmetros espaciais da onda

- Considerando uma onda sinusoidal em qualquer instante t, constata-se que a forma se repete ao longo do espaço. Chamamos:

- **Crista da onda**: pontos onde a amplitude é máxima;

- **Amplitude** (**A**)- distância entre os pontos de deslocamento nulo e de deslocamento máximo;

- **Comprimento de onda** (λ) –distância entre duas cristas consecutivas.



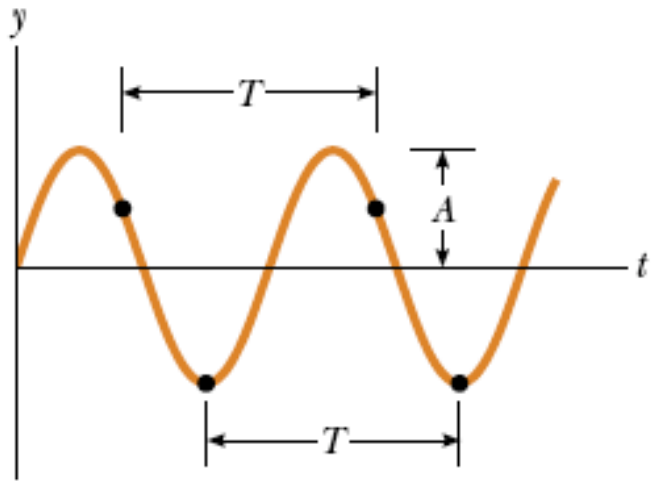
Parâmetros temporais da onda

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Considerando o movimento de um ponto posto a oscilar pela presença da onda sinusoidal, constatamos que tem MHS.

- **Período da onda (T)**: Intervalo de tempo compreendido entre duas posições consecutivas em idgual estado de movimento (por exemplo dois deslocamentos máximos)

- **Frequência** (**f**)-o inverso do período, f=1/T.



Relação entre os parâmetros espaciais e temporais

Considerando uma onda que se propaga com velocidade v, verifica-se:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

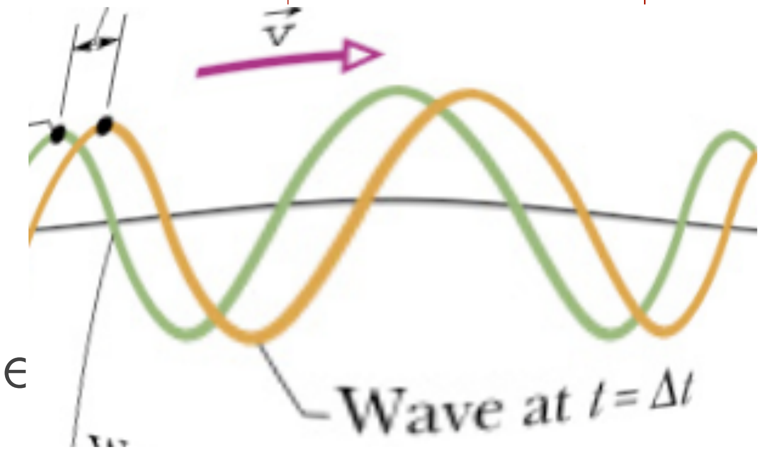
ou,

$$v = \lambda f$$

Equação de onda sinusoidal

- Para uma onda sinusoidal, a equação de onda é do tipo,

$$y(x,t) = A\sin k(x - vt)$$



Sendo k um parâmetro designado por núme
onda e definido como

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Assim, como,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{\lambda} = kv$$

Equação de onda sinusoidal

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- A função de onda sinusoidal pode escrever-se

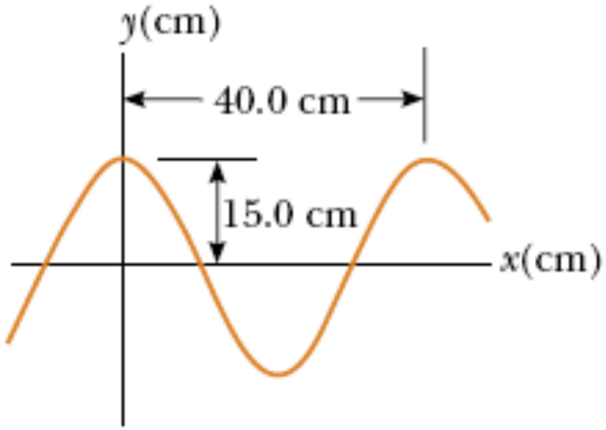
$$\boxed{y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)}$$

Exercicio

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A sinusoidal wave traveling in the positive x direction has an amplitude of 15.0 cm, a wavelength of 40.0 cm, and a frequency of 8.00 Hz. The vertical position of an element of the medium at $t = 0$ and $x = 0$ is also 15.0 cm, as shown in Figure 16.9.

(A) Find the wave number k, period T, angular frequency ω, and speed v of the wave.



u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

1º teste – 4 de Novembro

Matéria:

Capítulos 1 e 2

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Descrição do movimento ondulatório

- Velocidade de propagação
  - Para uma corda

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

μ – densidade linear da corda

  - Para o som

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

γ – constante dependente do tipo de gás (diatom. – 1.4)

M – massa molar do gás ($M(ar) = 29 \times 10^{-3}$ kg/mol)

Energia de uma onda numa corda

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A energia cinética de cada elemento de corda de massa dm é

$$dE_C = \frac{1}{2} dm.v^2$$

em que

$$dm = \mu dx$$

e atendendo à função de onda,

$$v = \frac{\partial y}{dt} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

Energia de uma onda numa corda

Através das equações anteriores tem-se

$$dE_C = \frac{1}{2}\mu dx\left[-\omega A\cos\left(kx - \omega t\right)\right]^2$$

então

$$\frac{dE_C}{dt} = \frac{1}{2}\mu\frac{dx}{dt}\omega^2 y_m^2 \cos^2\left(kx - \omega t\right)$$

$$\left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{médio} = \frac{1}{2}\mu v_{onda}\omega^2 A^2\left[\cos^2\left(kx - \omega t\right)\right]_{médio}$$

Energia de uma onda numa corda

Como $\left[\cos^2(kx-\omega t)\right]_{médio} = \dfrac{1}{2}$ para um período,

$$\left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{médio} = \frac{1}{4}\mu v_{onda}\omega^2 A^2$$

atendendo a que $\left(\dfrac{dE_P}{dt}\right)_{médio} = \left(\dfrac{dE_C}{dt}\right)_{médio}$

$$\boxed{P_{médio} = \frac{1}{2}\mu v_{onda}\omega^2 A^2}$$

Energia de uma onda numa corda

Uma vez que $(\Delta E)_{médio} = P_{médio}\Delta t$

$$\Delta E_{médio} = \frac{1}{2}\mu v_{onda}\omega^2 A^2 \Delta t$$

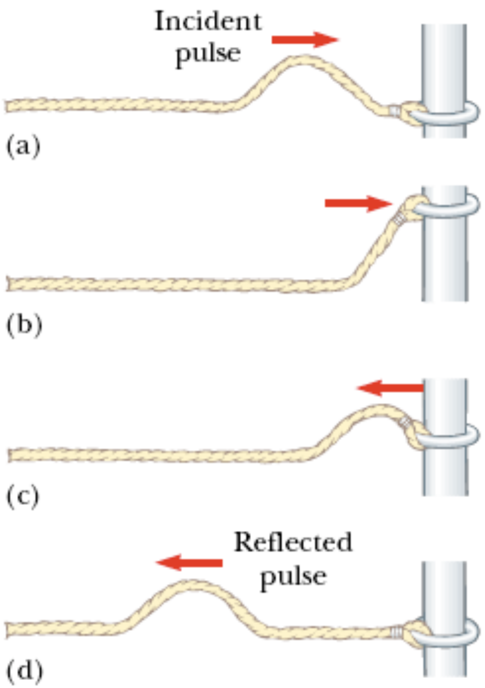
sendo $\Delta x = v\Delta t$

$$\Delta E_{médio} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \Delta x$$

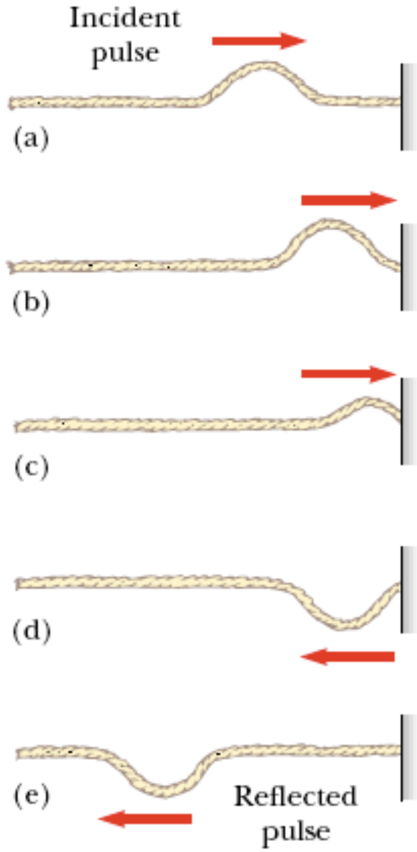
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Reflexão de ondas

Propriedade das ondas de inverterem o sentido do movimento quando atingem meios diferentes



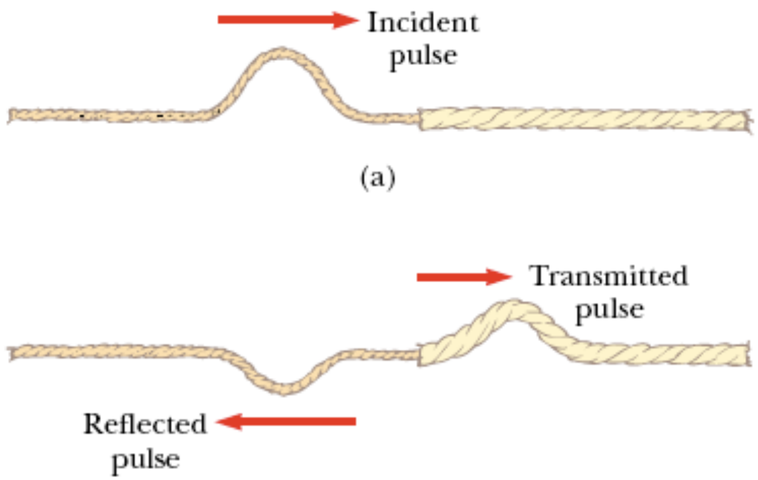
Pulso reflectido em extremidade livre preserva o sentido



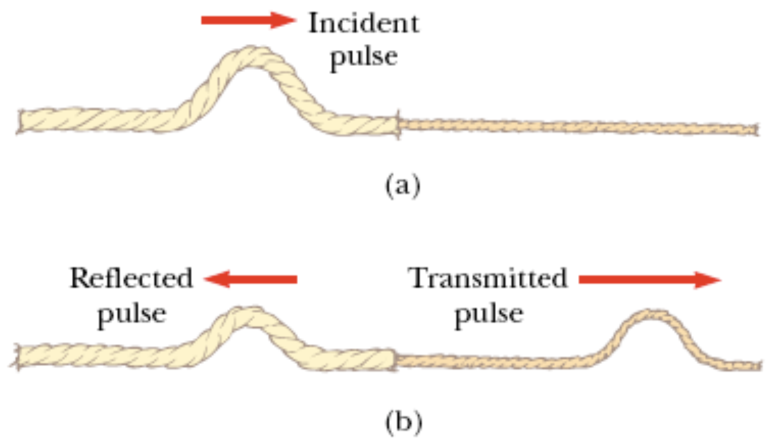
Pulso reflectido em extremidade fixa muda de sentido

Transmissão de ondas

Quando uma onda atinge um meio diferente daquele onde se propaga uma parte da onda pode continuar a propagar-se no segundo meio e a outra parte ser reflectida, assim,



Quando o meio que encontra é mais "pesado" o pulso reflectido muda o sentido



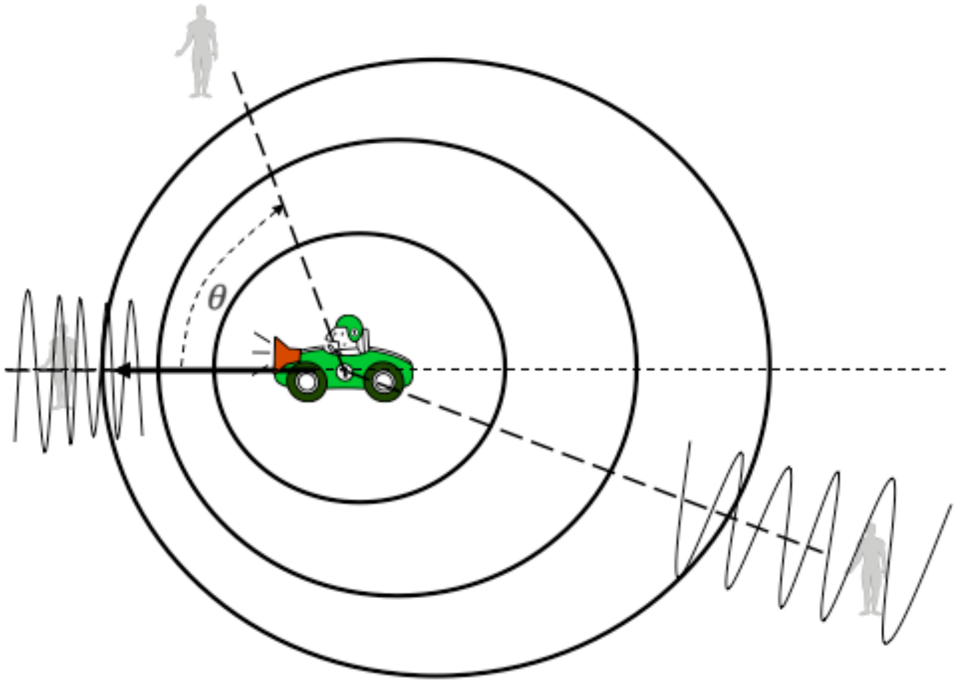
Quando o meio que encontra é mais "leve" o pulso reflectido preserva o sentido

Efeito Doppler

Efeito que se verifica na variação da frequência das ondas sempre que entre a fonte emissora e o receptor sempre que há movimento entre eles.

- Quando o **movimento da fonte relação ao observador é de aproximação** ele regista uma **frequência superior à emitida**

- Quando o **movimento da fonte relação ao observador é de afastamento** ele regista uma **frequência inferior à emitida**.



u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Efeito Doppler

Considerar uma fonte S em movimento com velocidade u relativamente a um observados a emitir impulsos a intervalos T_s que se propagam com velocidade v no meio.

1- Se a **fonte se aproxima** do observador (observador à frente da fonte), este mede um comprimento de onda

$$\lambda = (v - u)T_S$$

2- Se a **fonte se afasta** do observador (observador atrás da fonte), este mede um comprimento de onda

$$\lambda = (v + u)T_S$$

Como

$$f_r = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{(v \pm u)} f_S$$

Observador estacionário

Convenção de sinais: se a fonte se aproxima sinal –
Se a fonte se afasta sinal +

Efeito Doppler

Considerar agora que o receptor também se move relativamente à fonte com velocidade ur, e a fonte também pode ter movimento com velocidade uf. Então a relação entre as frequências do receptor e da fonte são dadas pela relação:

$$f_r = \frac{v \pm u_r}{v \pm u_s} f_S$$

Caso geral

Convenção de sinais:
Partindo do conhecimento que a diminuição da frequência recebida ocorre quando há afastamento entre a fonte e o receptor temos:

Para o numerador: afastamento sinal negativo;
aproximação sinal positivo

Para o denominador: afastamento sinal positivo;
aproximação sinal negativo.

Aplicações:

I

Calcule a velocidade do ar à temperatura de 0ºC e 20ºC

II

As ondas harmónicas são definidas pela função de onda

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$

Onde $v = \omega / k$. Mostre explicitamente que esta equação satisfaz a equação de onda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Aplicações:

III

A função de onda para uma onda periódica é dada por

$$y(x,t) = 0.03\sin(2.2x - 3.5t) \quad (SI)$$

a) Em que direcção se propaga essa onda?
b) Calcule o comprimento de onda, a frequência e período;
c) Qual o deslocamento máximo de qualquer ponto da corda?
d) Qual a velocidade transversal máxima de qualquer ponto da corda?

IV

Uma onda harmónica com 25 cm de comprimento e 1,2 cm de amplitude desloca-se num segmento com 15m de comprimento. A corda tem um comprimento total de 60m, uma massa de 320g e está sujeita a uma tracção de 12N.

a) Qual a velocidade e frequência angular desta onda?
b) Qual o valor da energia total média desta onda?

Aplicações:

III

Uma fonte emissora emite sons com frequência de 200Hz que se propagam no ar com velocidade 300m/s. A fonte afasta-se com velocidade 80m/s em relação a um observador em repouso. Calcular

a) O comprimento de onda das ondas sonoras na região entre a fonte e ouvinte;
b) A frequência do som escutado pelo ouvinte.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Óptica

- Natureza da luz;
- Princípios de Huygens e de Fermat;
- Óptica geométrica;
- Reflexão e refracção da luz;
- Dispersão;
- Imagens ópticas;
- Dispositivos ópticos.

Física Geral I

Capítulo 3

Bento Caldeira

2008 - 2009

Natureza da luz na antiguidade

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Platão e Euclides (300 AC)...

Acreditam que os raios luminosos tinham origem nos olhos do homem e que a luz voltava aos olhos com as mensagens das coisas...

A luz é partícula

Natureza da luz na antiguidade

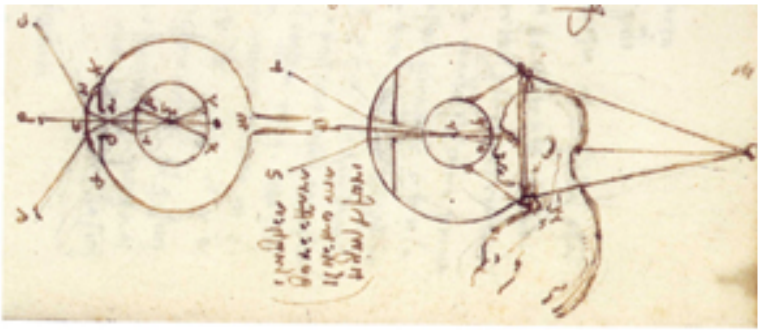
Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Hero (100 AC)
... reflexão da luz e enuncia o princípio do caminho mínimo...

Ptolomeu (150)
...refracção

Alhazen de Bagdad (965-1039)
Escreve 7 livros de óptica ... reflexão ... espelhos
...olho humano em pormenor ...
...como mais tarde Leonardo Da Vinci (1452-1519)



A luz é onda

Natureza da luz
no passado mais próximo

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Newton...Laplace...
Biot ...defendem a luz
como fluxo de partículas...

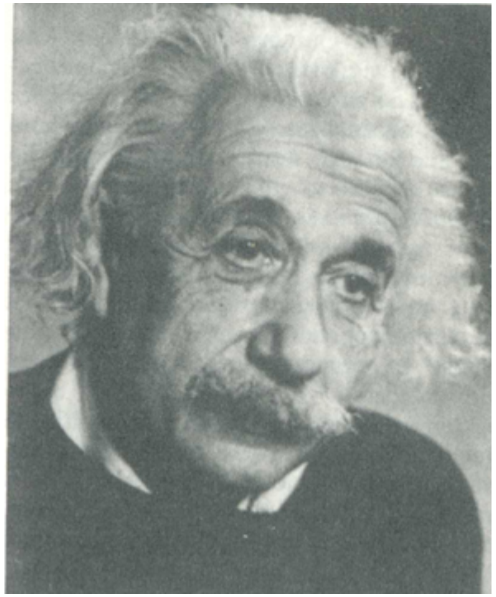
Huygens...Young...Fresnel ...
defendem a luz como uma
ondulação...

...e a luz é ondulação de
QUÊ??

...o...Ether... enche o espaço...não apenas onde parece estar vazio, mas também onde parece estar cheio...o Ether luminífero...existe nos poros dos meios transparentes para que a luz possa passar... (como ondulação).

A relatividade veio dizer...

- A luz não precisa do éter para se propagar...
- No nosso universo a velocidade da luz no vácuo é constante e é o limite...



Maxwell veio dizer que a luz no vácuo se pode descrever como, dois campos um eléctrico outro magnético, que oscilam e se propagam no espaço solidariamente...

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial x^2} &= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \overline{B}}{\partial x^2} &= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \overline{B}}{\partial t^2} \end{aligned}}$$

$$\overline{E}(x,t) = E_0 \cdot sen\left[k \cdot (x - v \cdot t) + \phi\right]$$

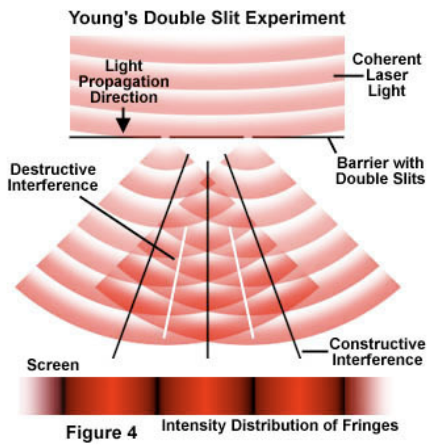
$$\overline{E}(x,t) = E_0 \cdot sen\left[\cdot (k \cdot x - \omega \cdot t) + \phi\right]$$

Natureza da luz na actualidade

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

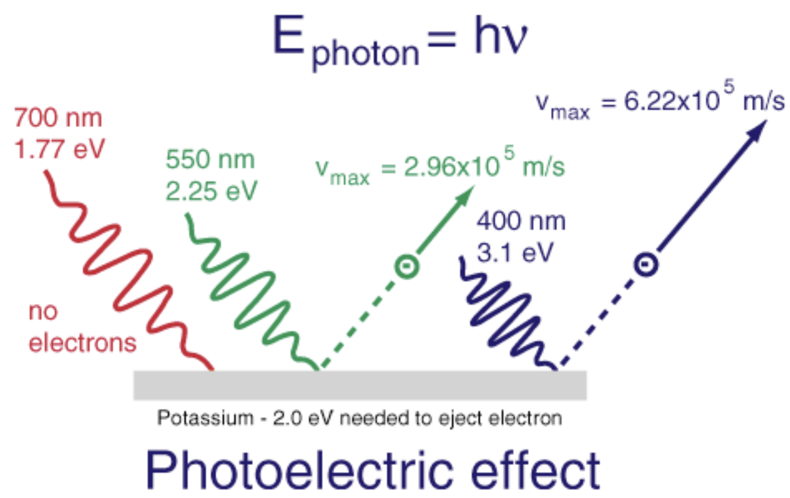
A luz é onda

A sua Natureza ondulatória foi demonstrada por Young que observou o padrão de interferência de duas fontes coerentes ao passar por duas fendas paralelas



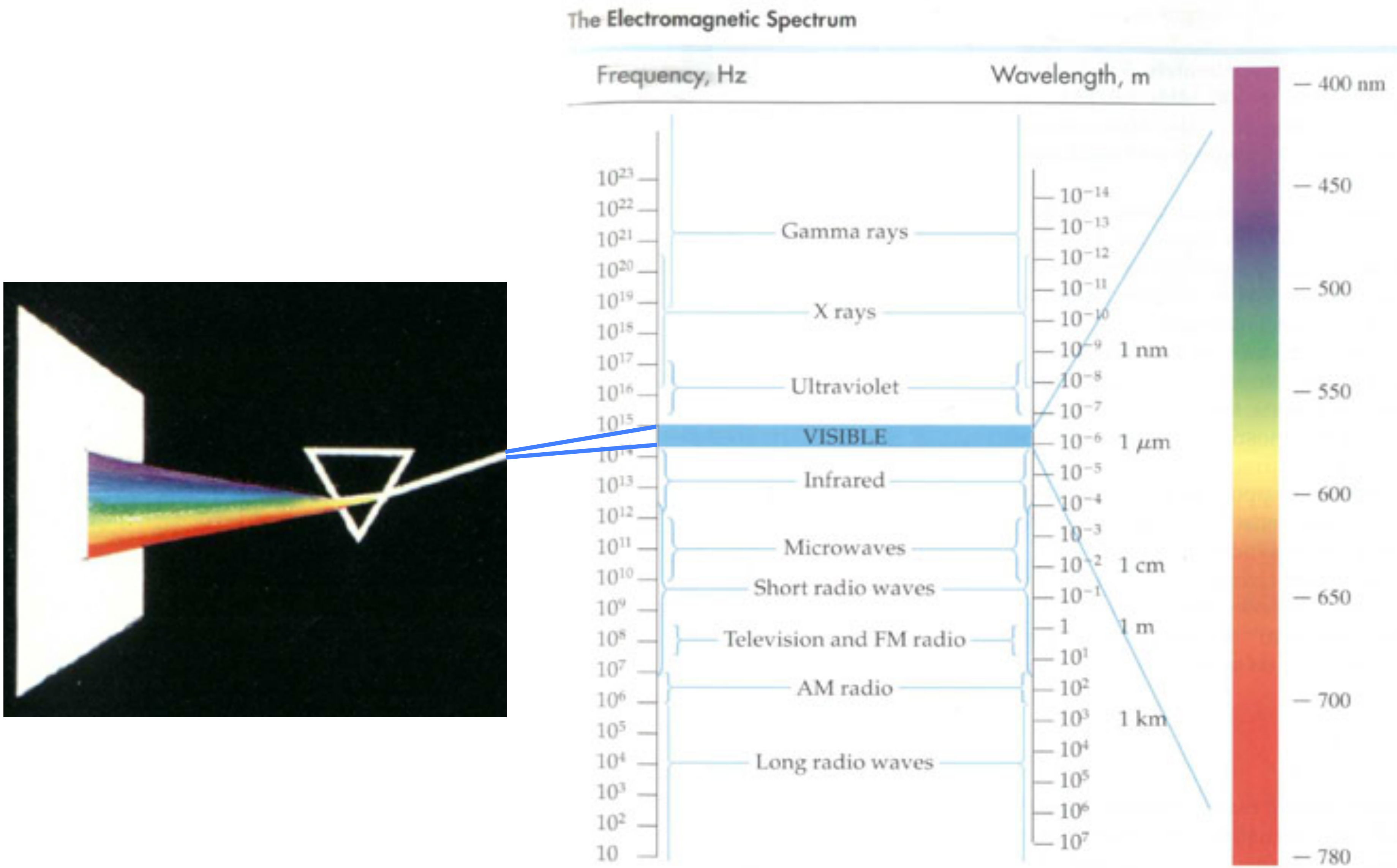
A luz é partícula

Einstein propôs um modelo corpuscular para a luz sustentado na explicação do efeito fotoeléctrico. Assim, uma partícula de luz (fotão) tem uma energia E que se relaciona com dois parâmetros ondulatórios: comprimento de onda ou frequência



O Espectro electromagnético

Física Geral I



Ramos da Óptica

Óptica Geométrica

Descrição dos fenómenos ópticos que ocorrem em sistemas com componentes de dimensões superiores aos comprimentos de onda da radiação

Óptica Física

Em sistemas com dimensões menores ou iguais ao comprimento de onda da radiação não podemos ignorar a natureza ondulatória da luz

Óptica Não-linear

Ocorre em situações de elevada irradiância, nomeadamente com lasers, que originam uma resposta não linear do meio ao campo electromagnético deixando de se verificar do princípio da sobreposição

Noções da Óptica Geométrica

Espelhos, lentes, aberturas, etc

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Raio Óptico –	Linha recta ao longo da qual se considera que a energia luminosa é transmitida de um ponto para outro num meio.

A velocidade de propagação de uma onda depende do meio.

Quando um raio óptico incide num dióptro (interface entre dois meios diferentes) ocorre uma variação da velocidade de propagação que dá origem a fenómenos de reflexão e de refracção.

Princípio de Huygens

Christian Huygens
(1629-1695)

Física Geral I

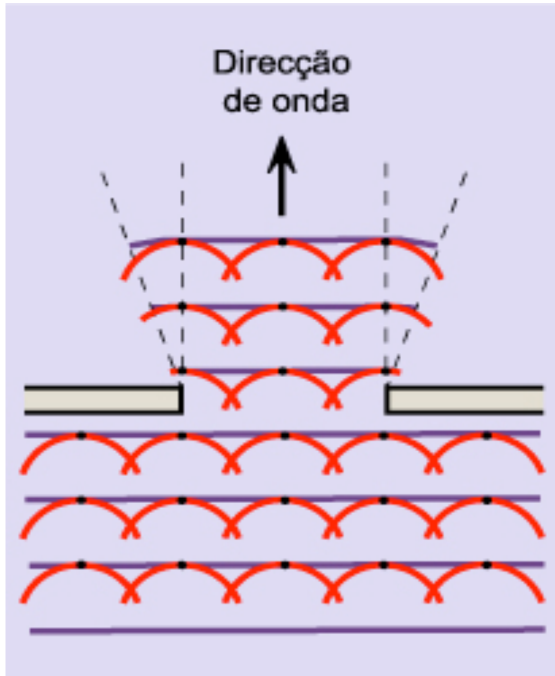
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

"*cada ponto de uma frente de ondas primária é uma fonte de ondas esféricas secundárias que se propagam com velocidade e frequência semelhante à onda primária*".

As frentes de onda esféricas secundárias sobrepõem-se e reproduzem a frente de ondas primária que as gerou

... este processo observa-se nas frentes de onda planas antes do obstáculo…

… e no encurvamento das frentes de onda geradas nos limites do obstáculo, onde diminui a amplitude de onda



Princípio de Huygens

Christian Huygens
(1629-1695)

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A teoria das ondas ao contrário da corpuscular explica a penumbra que parece gerada nas arestas da antepara

O princípio de Huygens permite a dedução das leis da óptica geométrica

Princípio de Fermat

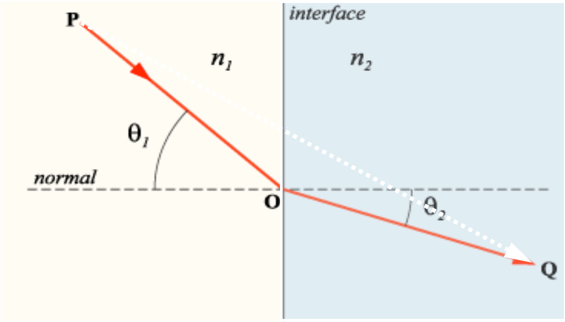
Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A luz propaga-se de um ponto para outro seguindo um trajecto que minimiza o tempo do percurso, mesmo que para tal ela tenha de desviar-se da recta que passa por esses pontos

Pierre de Fermat
(1601-1665)

No caso da reflexão, como a velocidade é a mesma antes e depois da interacção com a superfície, o princípio de tempo mínimo é também um princípio de percurso geométrico mínimo.



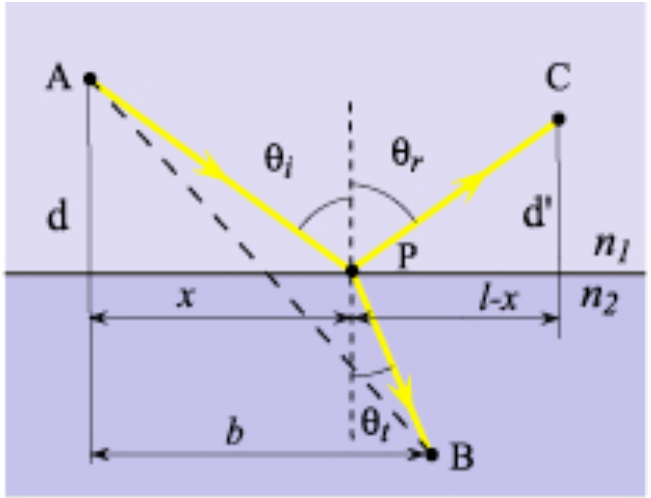
Princípio de Fermat

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Pierre de Fermat
(1601-1665)

Num jogo, em que as crianças tenham de ir de A para C e tenham de tocar obrigatoriamente na parede, elas deverão fazê-lo no ponto P, para chegar mais depressa.



O tempo de trajecto de A até C é:

$$t_{AC} = t_{AP} + t_{PC} = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{c} + \frac{\sqrt{d'^2 + (l - x)^2}}{c}$$

minimizando o tempo de trajecto:

$$\frac{\partial t_{AC}}{\partial x} = \frac{1}{c} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} + \frac{(l - x)}{\sqrt{d'^2 + (l - x)^2}} \right) = 0$$

O termo entre parêntesis tem de ser nulo para se verificar a igualdade...
Vem assim a 2ª lei da reflexão:

$$sen\theta_i = sen\theta_r \quad e \quad \theta_i = \theta_r$$

Propagação da luz

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Índice de refracção

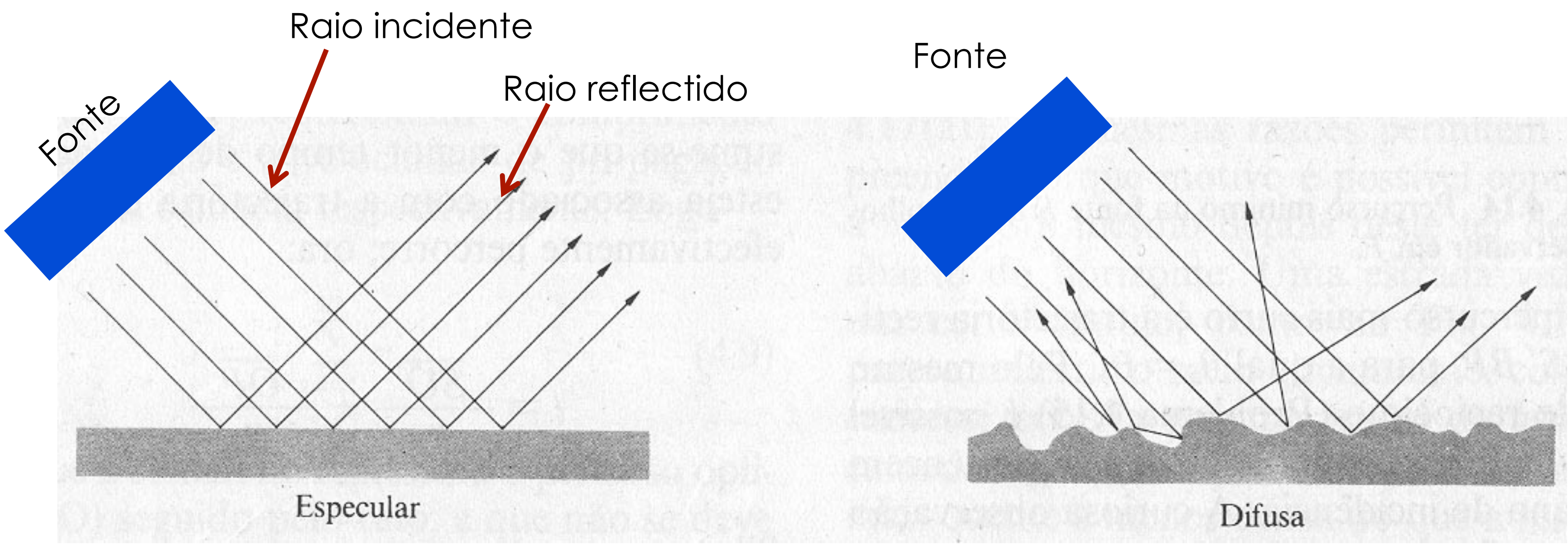
O Parâmetro que caracteriza a propagação da luz um num determinado meio transparente é o denominado índice de refracção, *n*, definido como,

$$n = \frac{c}{v}$$

em que c é a velocidade da luz no vácuo (3×10^8 m/s) e v é a velocidade da luz no meio considerado.

Reflexão da luz

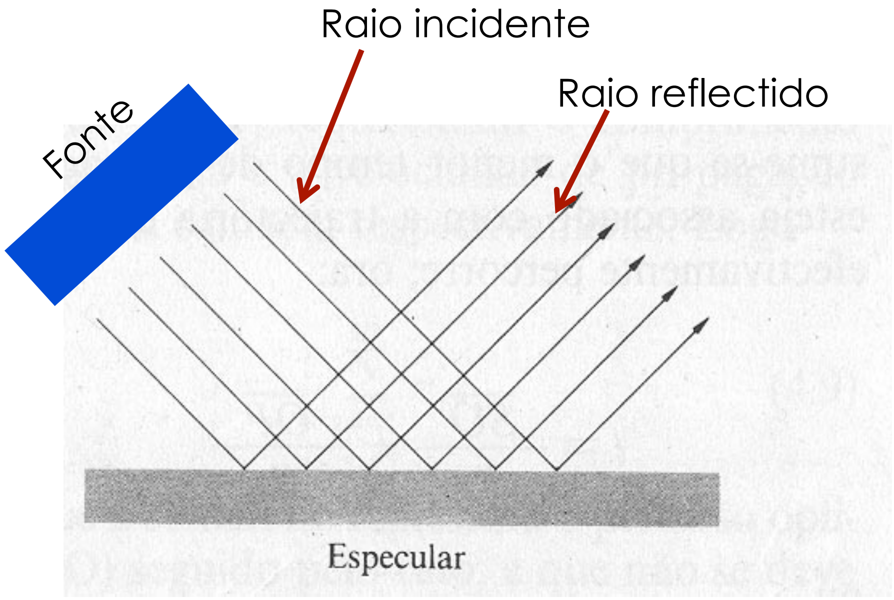
Quando um raio de luz incide numa superfície separadora de dois meios pode regressar ao meio em que se propagava. A este comportamento chama-se reflexão.

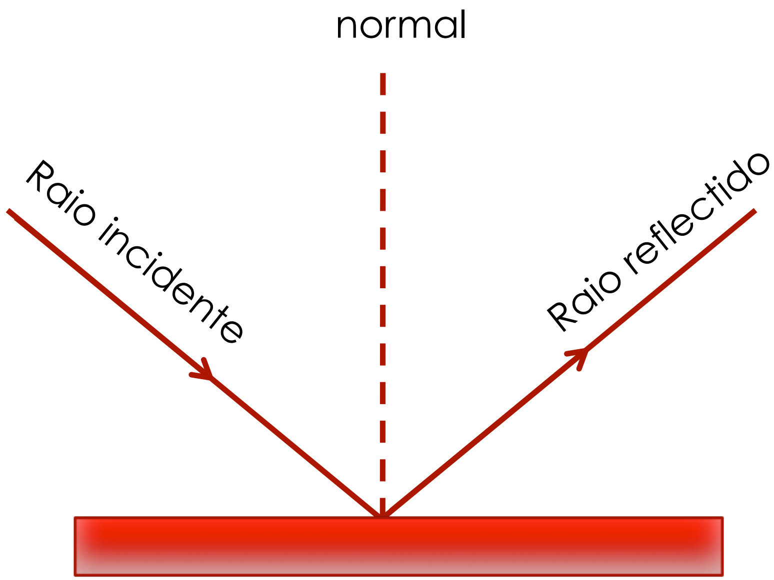


Reflexão da luz

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

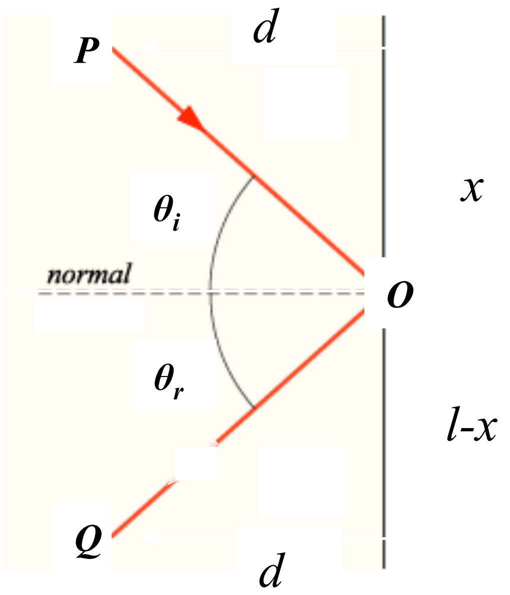
1ª lei da reflexão - os raios incidente e reflectido e a normal à superfície, estão no mesmo plano (plano de incidência).





Reflexão da luz
(do princípio de Fermat

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\overline{PO}}{v_1} + \frac{\overline{OQ}}{v_2}$$ mas, num meio homogéneo $v_1 = v_2 = \text{const.}$



$$t = \frac{\overline{PO} + \overline{OQ}}{v} = \frac{L}{v} \quad \Rightarrow t_{\min} = L_{\min}$$

$$L = \sqrt{x^2 + d^2} + \sqrt{(l-x)^2 + d^2}$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} - \frac{(l-x)}{\sqrt{(l-x)^2 + d^2}} = 0$$

<u>2ª Lei da Reflexão</u> $\boxed{\sin\theta_i = \sin\theta_r \Rightarrow \theta_i = \theta_r}$

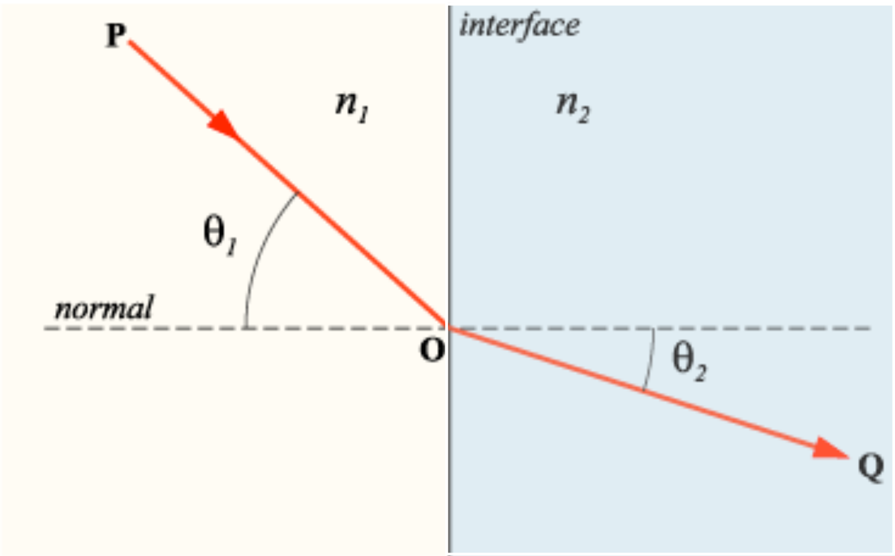
Óptica geométrica

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Refracção
  - A onda refractada é a que se transmite ao segundo meio
  - n – índice de refracção

$$\boxed{n = \frac{c}{v}}$$

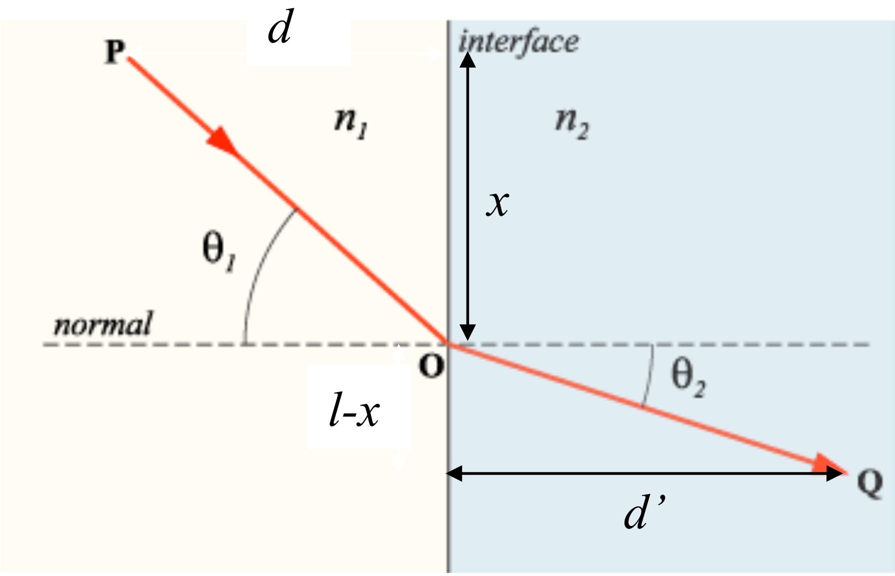


Óptica geométrica

- Refracção

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\overline{PO}}{v_1} + \frac{\overline{OQ}}{v_2} = \frac{n_1}{c}\sqrt{d^2 + x^2} + \frac{n_2}{c}\sqrt{d'^2 + (l - x)^2}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1}{c}\frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} - \frac{n_2}{c}\frac{(l - x)}{\sqrt{d'^2 + (l - x)^2}} = 0$$



$$\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$$

<u>Lei de Snell para a refracção</u>

Também aqui os raios incidente, refractado e a normal se situam num mesmo plano

Óptica geométrica

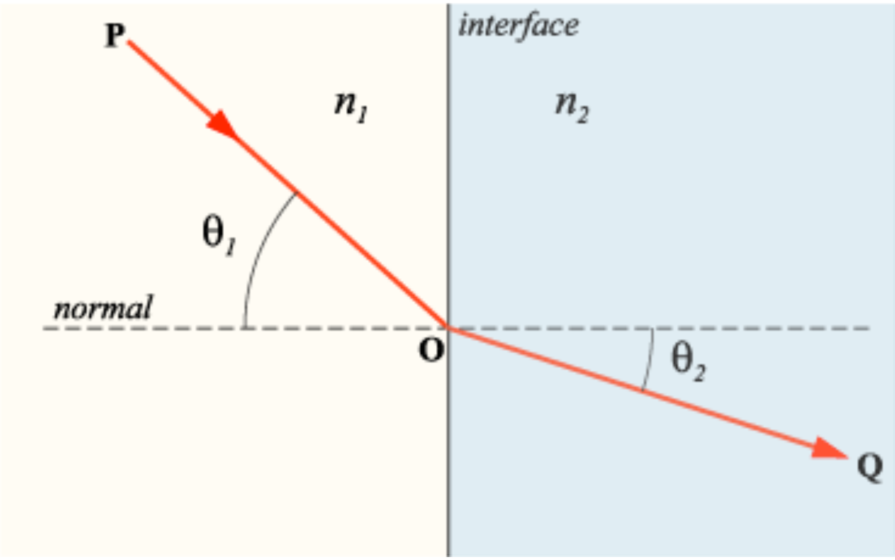
Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Refracção

índice de refracção do meio 1 em relação ao meio 2

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$



$$\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$$

<u>Lei de Snell para a refracção</u>

Também aqui os raios incidente, refractado e a normal se situam num mesmo plano

Óptica geométrica

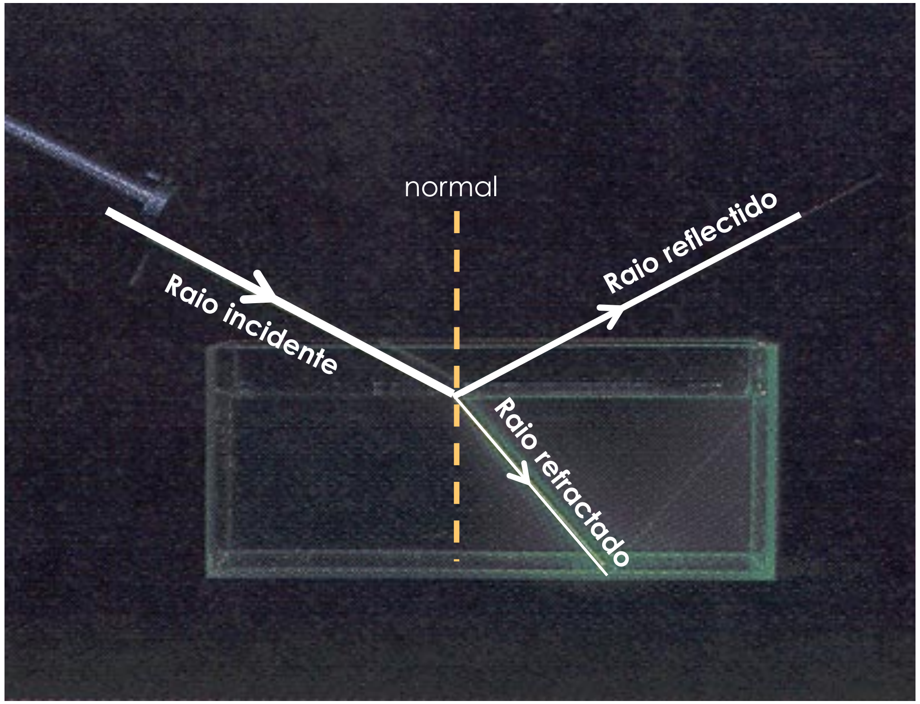
- Princípio da Reversibilidade

Num sistema óptico arbitrário , um raio de luz percorre a mesma trajectória quando o seu sentido de propagação é invertido

↓

Deriva directamente do princípio do tempo mínimo de Fermat

Reflexão e refracção



Na superfície de separação entre dois meios a luz pode ser reflectida refractada ou sofrer ambos os processos

Leis da Reflexão e refracção

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Reflexão

1ª lei - os raios incidente e reflectido e a normal à superfície, estão no mesmo plano (plano de incidência).

2ª lei - os ângulos de incidência e reflexão são iguais.

Refracção

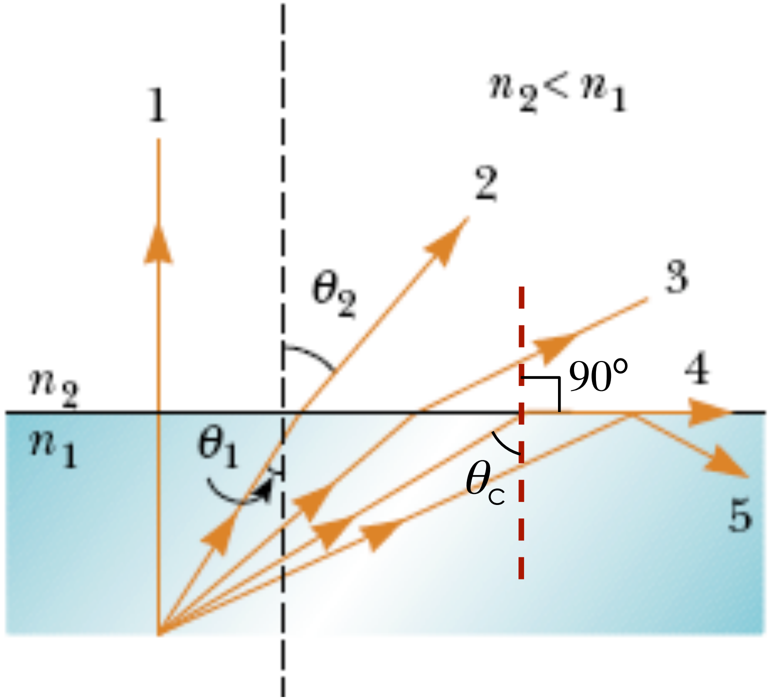
1ª lei - os raios incidente, refractado e a normal à superfície de separação dos meios, estão no mesmo plano (plano de incidência).

2ª lei - os ângulos de incidência e de refracção estão relacionados por

$$\boxed{n_1 \cdot sen\theta_1 = n_2 \cdot sen\theta_2}$$

Em que n_1 e n_2 são os índices de refracção dos meios de incidência e transmissão respectivamente

Reflexão total



$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

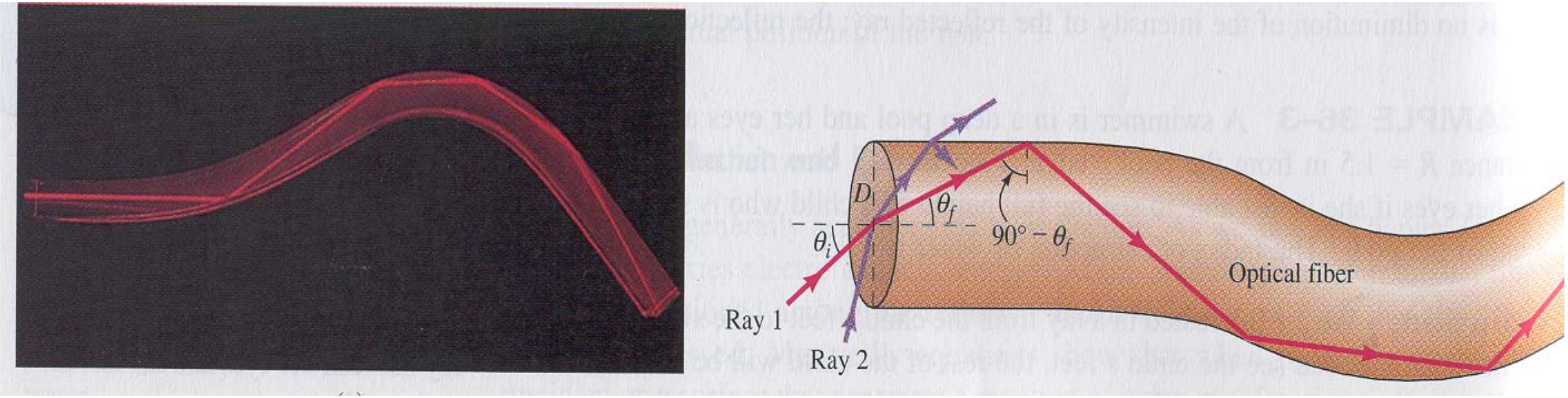
Como $n_1 > n_2$

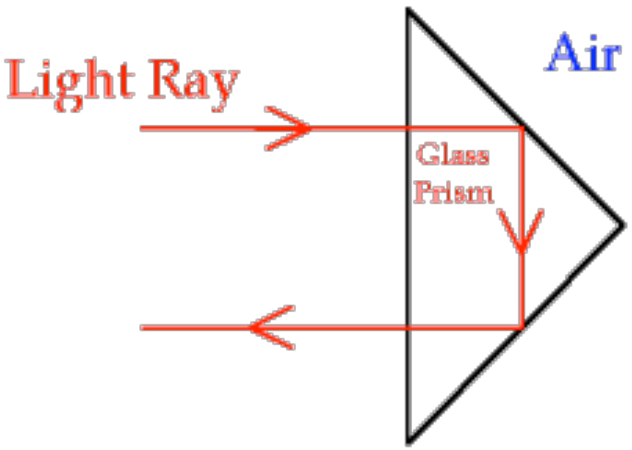
...Observa-se refracção parcial em que o raio transmitido se afasta da normal.

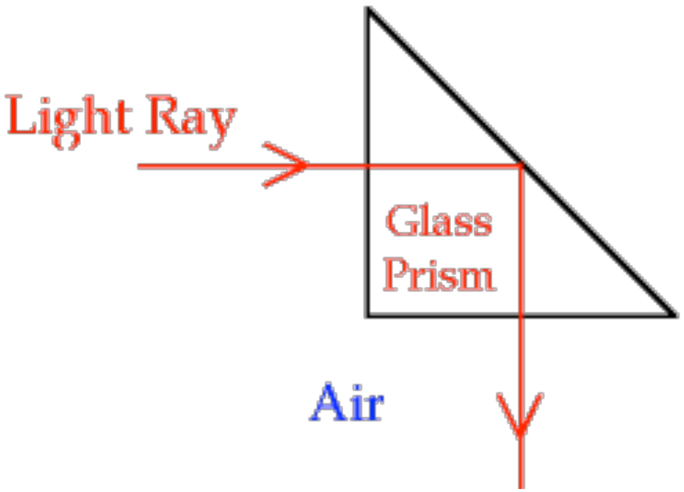
Para determinado ângulo de incidência o ângulo de refracção é de 90º , sendo que o raio não chega ao meio 2, esse ângulo de incidência chama-se ângulo crítico, θ_c . Para ângulos de incidência superiores toda a luz é reflectida. A este fenómeno chama-se **reflexão total**

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Aplicações da reflexão total

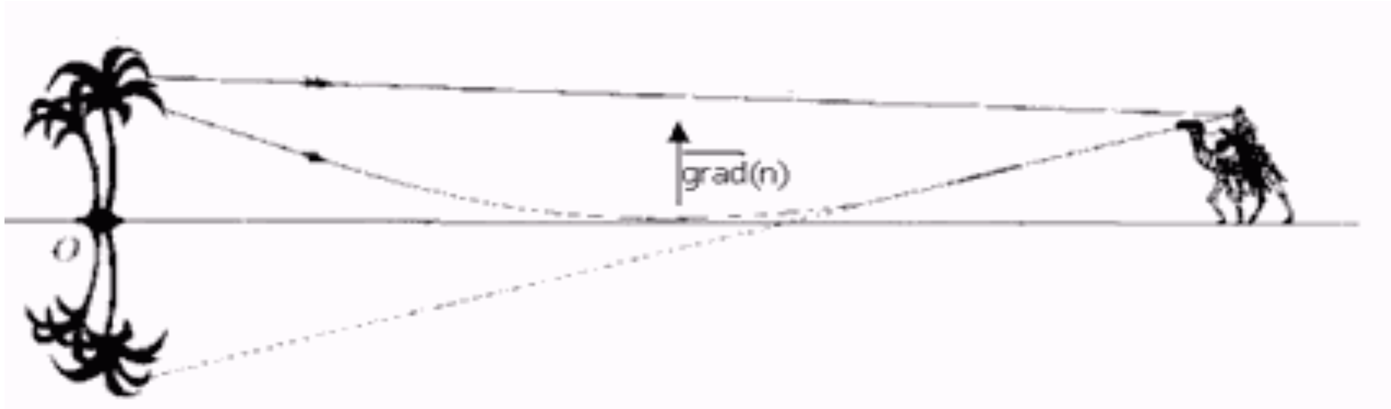


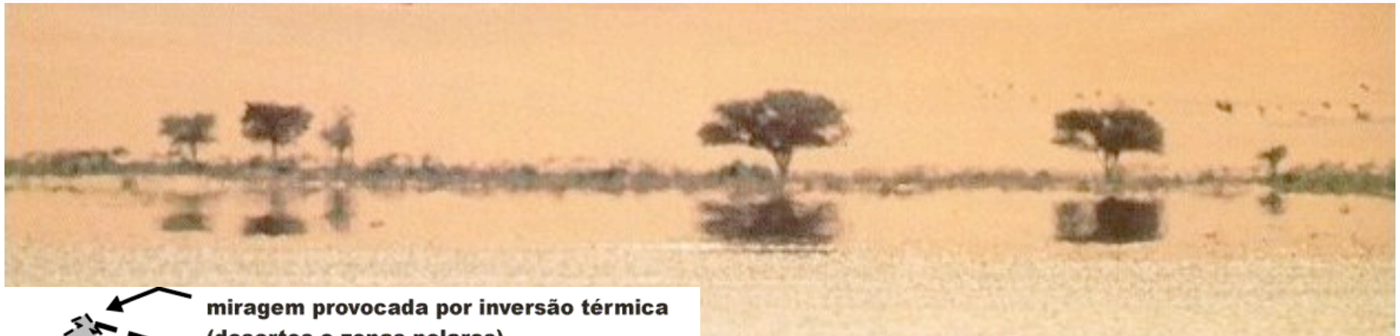


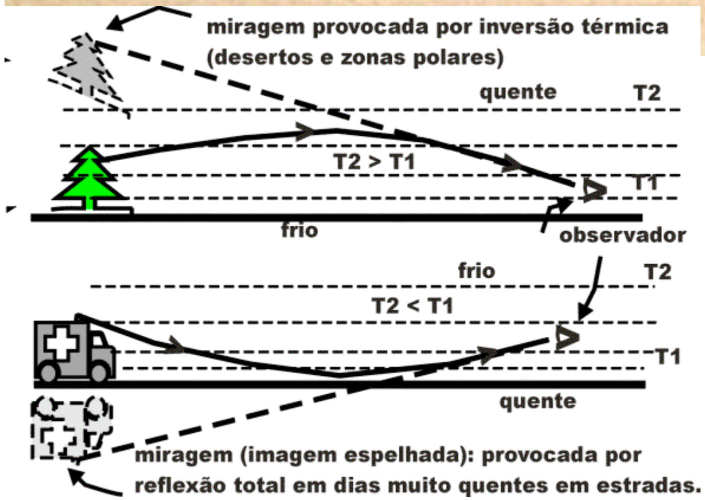


u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Miragens







Problema para resolver com computador

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

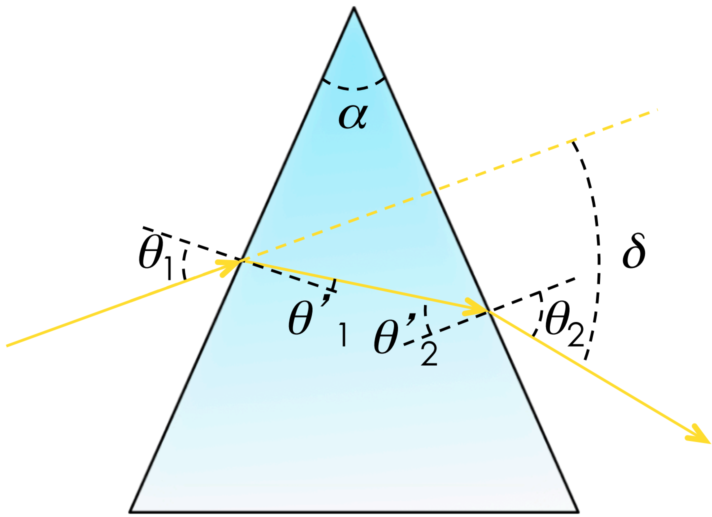
Um feixe de luz no ar incide sobre uma interface ar-água. Usando um computador calcule e represente graficamente, admitindo que n(água)=1,3:

a) O ângulo de refracção em função do ângulo de incidência para ângulos entre 0° e 90°;

b) Repita a alínea anterior considerando que a luz é emitida dentro de água e incide na interface água-ar e tire conclusões.

Prisma

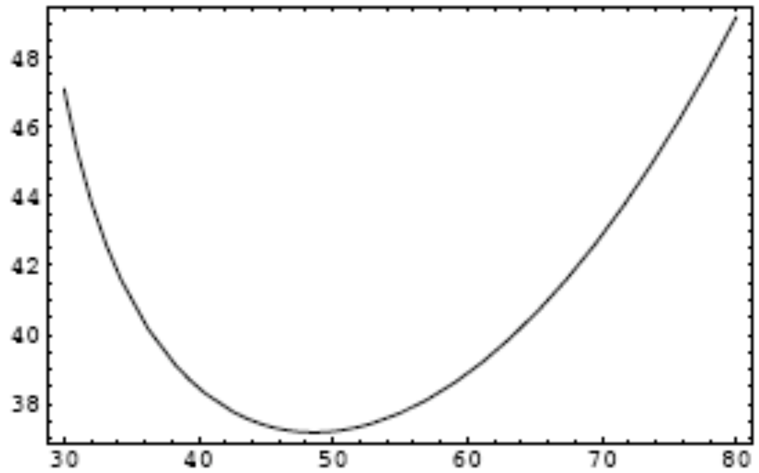
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Desvio δ da luz Produzido num prisma

$$\delta = \theta_1 + \sin^{-1}\left[(\sin\alpha)\left(n^2 - \sin^2\theta_1\right)^{\frac{1}{2}} - \sin\theta_1\cos\alpha\right] - \alpha$$

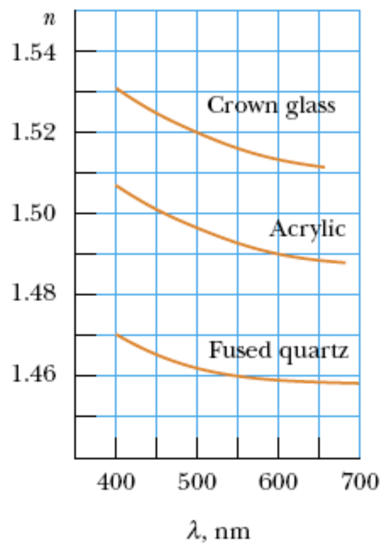
Variação de δ em função de θ_1

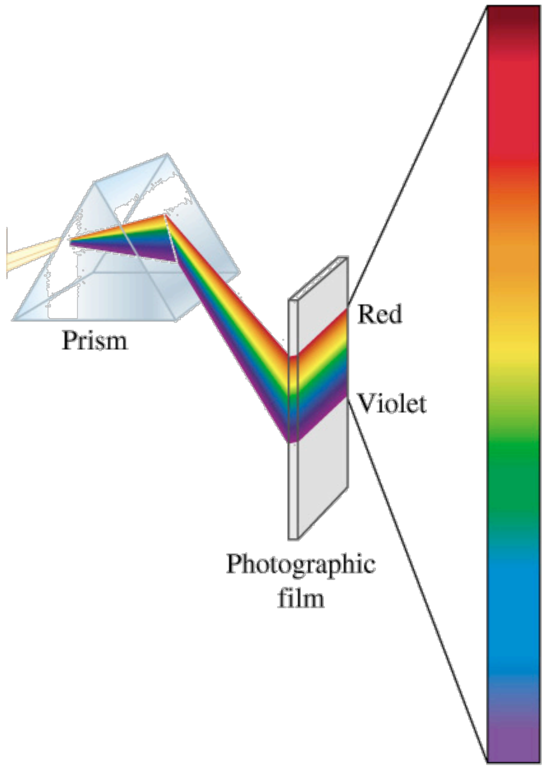


u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Dispersão da luz

O Índice de refracção de um material varia ligeiramente em função do comprimento de onda da radiação.
Como consequência as diferentes radiações de um feixe de luz branca sofrem diferentes ângulos de desvio, comportamento que se designa por **dispersão da luz**

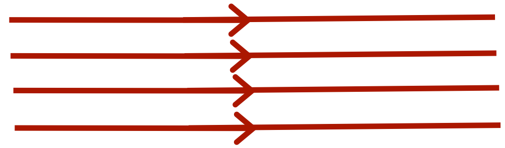




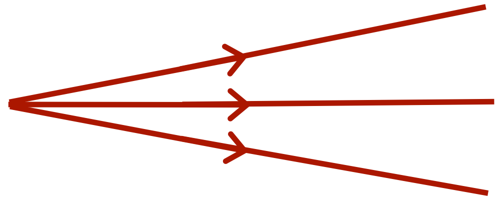
Formação de Imagens

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

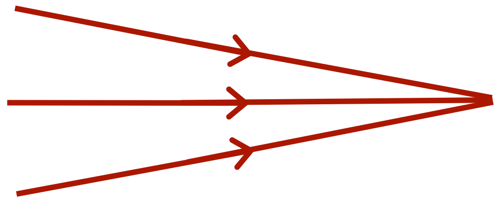
- Feixes paralelos



- Feixes divergentes



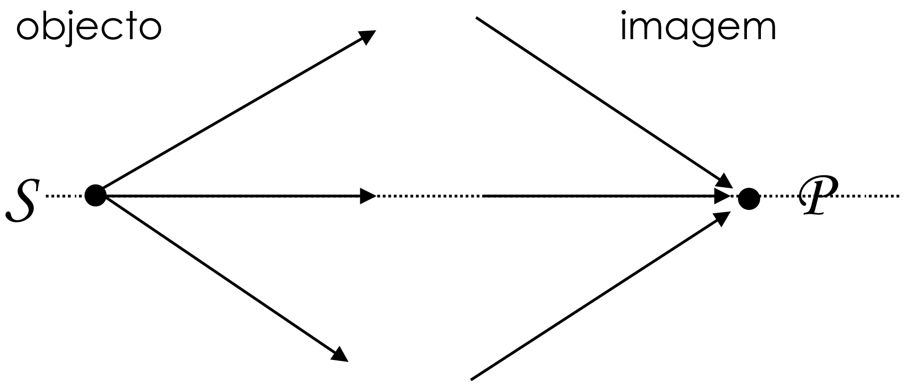
- Feixes convergentes



Formação de Imagens

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

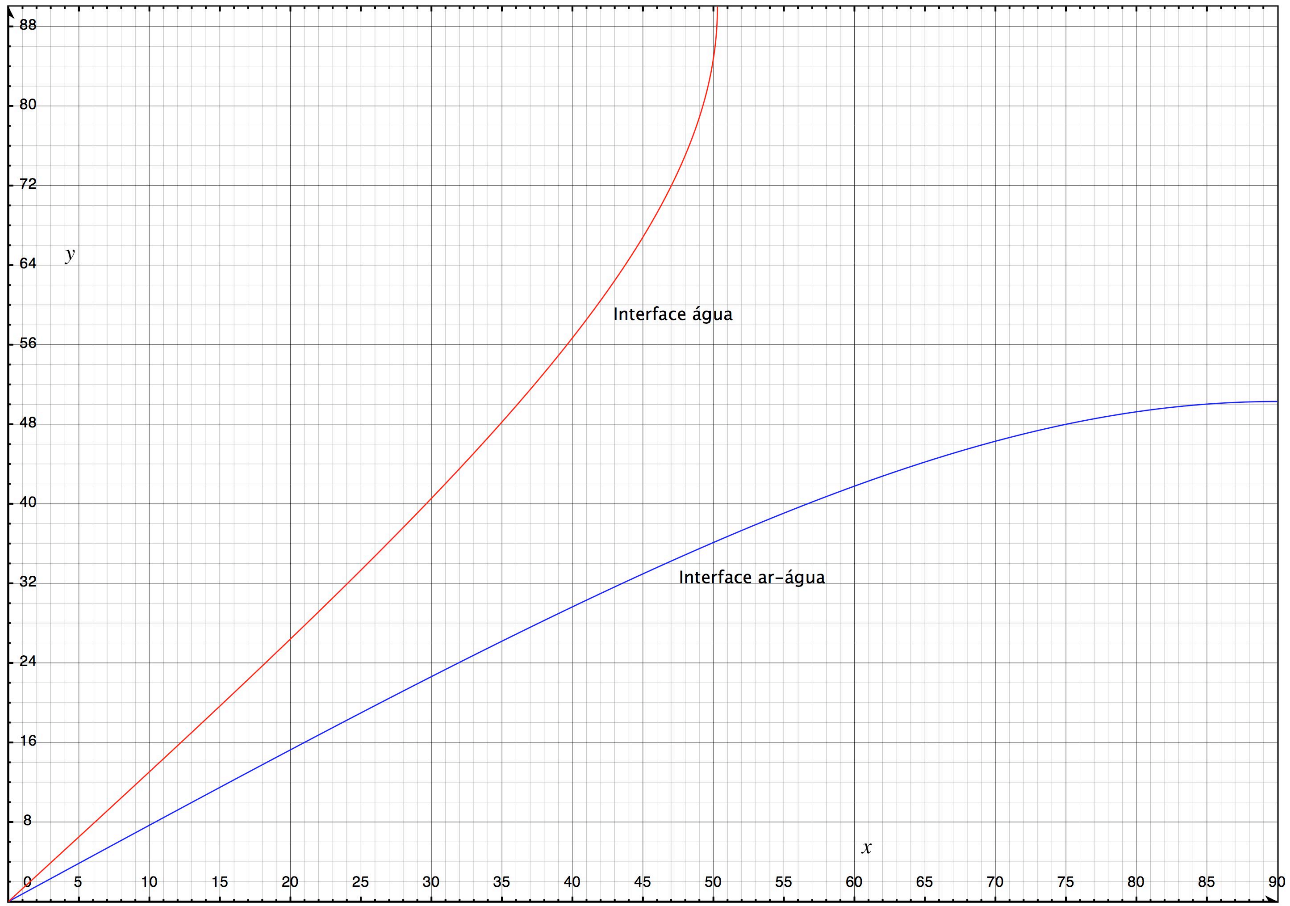
- Objectos e Imagem – Num sistema óptico ideal cada ponto (objecto) do espaço tridimensional tem uma imagem perfeita (ou estigmática) num outro espaço.
- Imagens reais e virtuais - Quando a imagem pode ser obtida por projecção do feixe luminoso sobre um alvo diz-se REAL, caso contrário diz-se VIRTUAL



Resolução do problema proposto

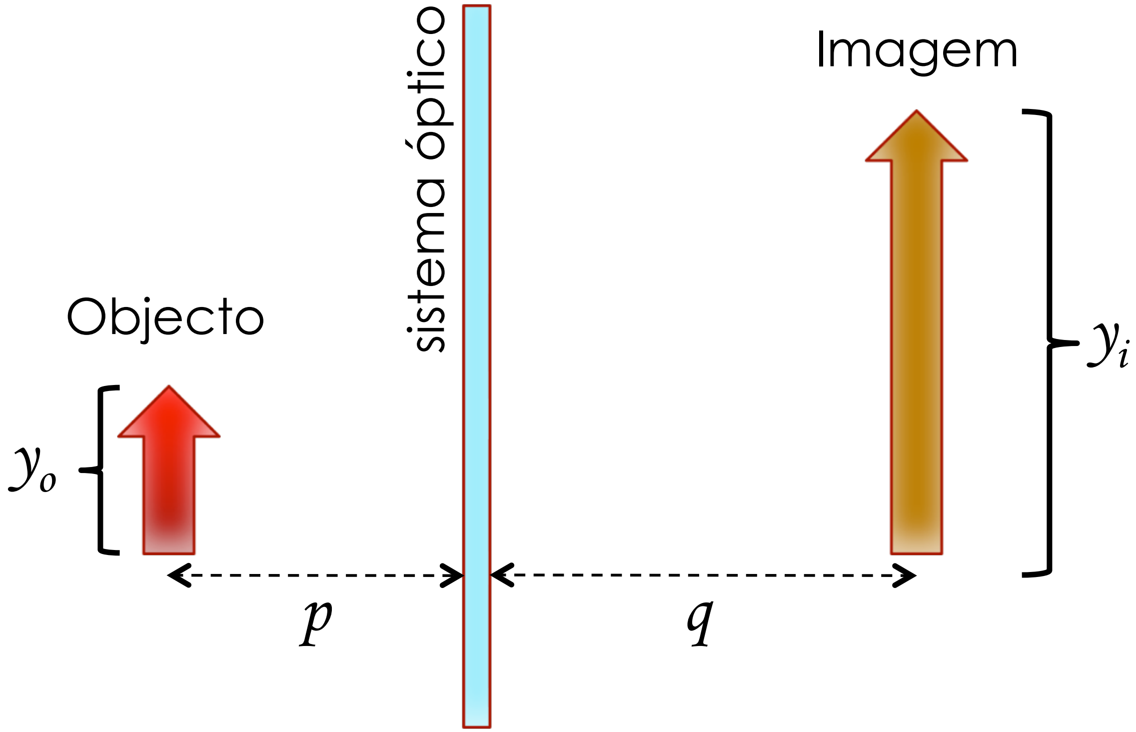
Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Formação de Imagens

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Amplificação do sistema óptico $M = \dfrac{y_i}{y_o}$

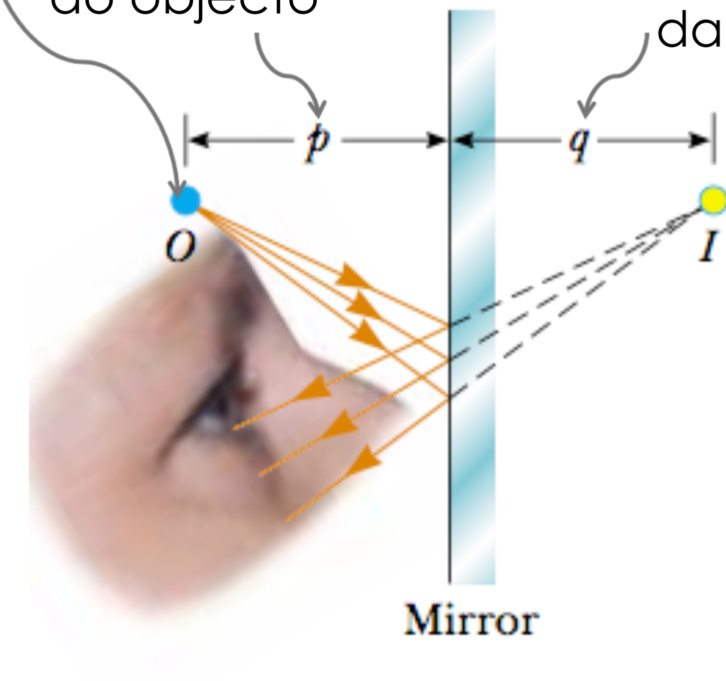
Espelho Plano

Ponto Objecto

Distância
do objecto

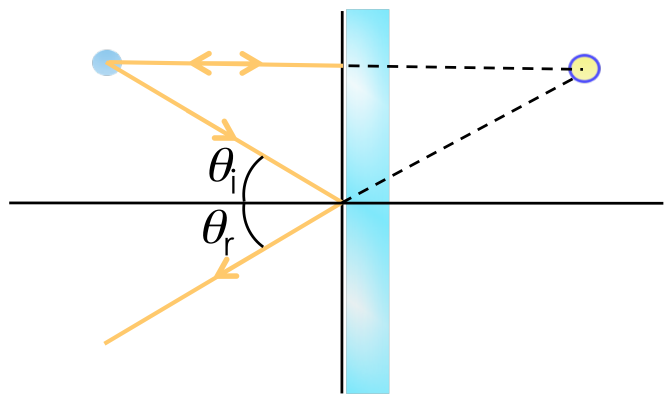
Ponto Imagem

Distância
da imagem



Raio paralelo à normal

Raio obliquo

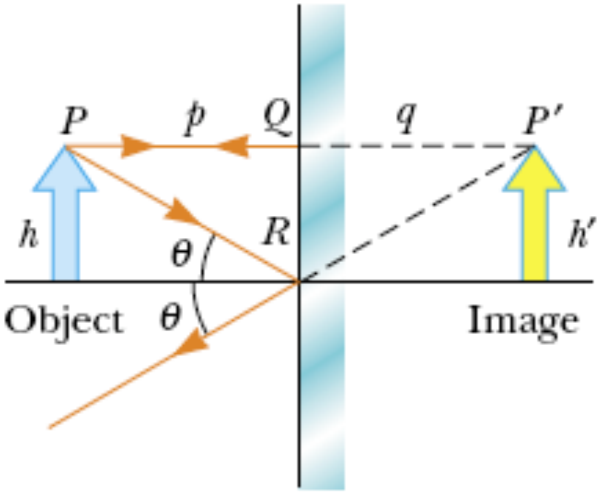


Geometria para
construção de imagem :
dois raios

Imagem dada pelo espelho Plano

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Da semelhança de triângulos conclui-se que a imagem de um objecto colocado em frente a um espelho plano é virtual, forma-se a uma distância do espelho igual à distância do objecto, é direita mas simétrica em relação ao objecto e tem tamanho igual ao do objecto.

$$p = q$$

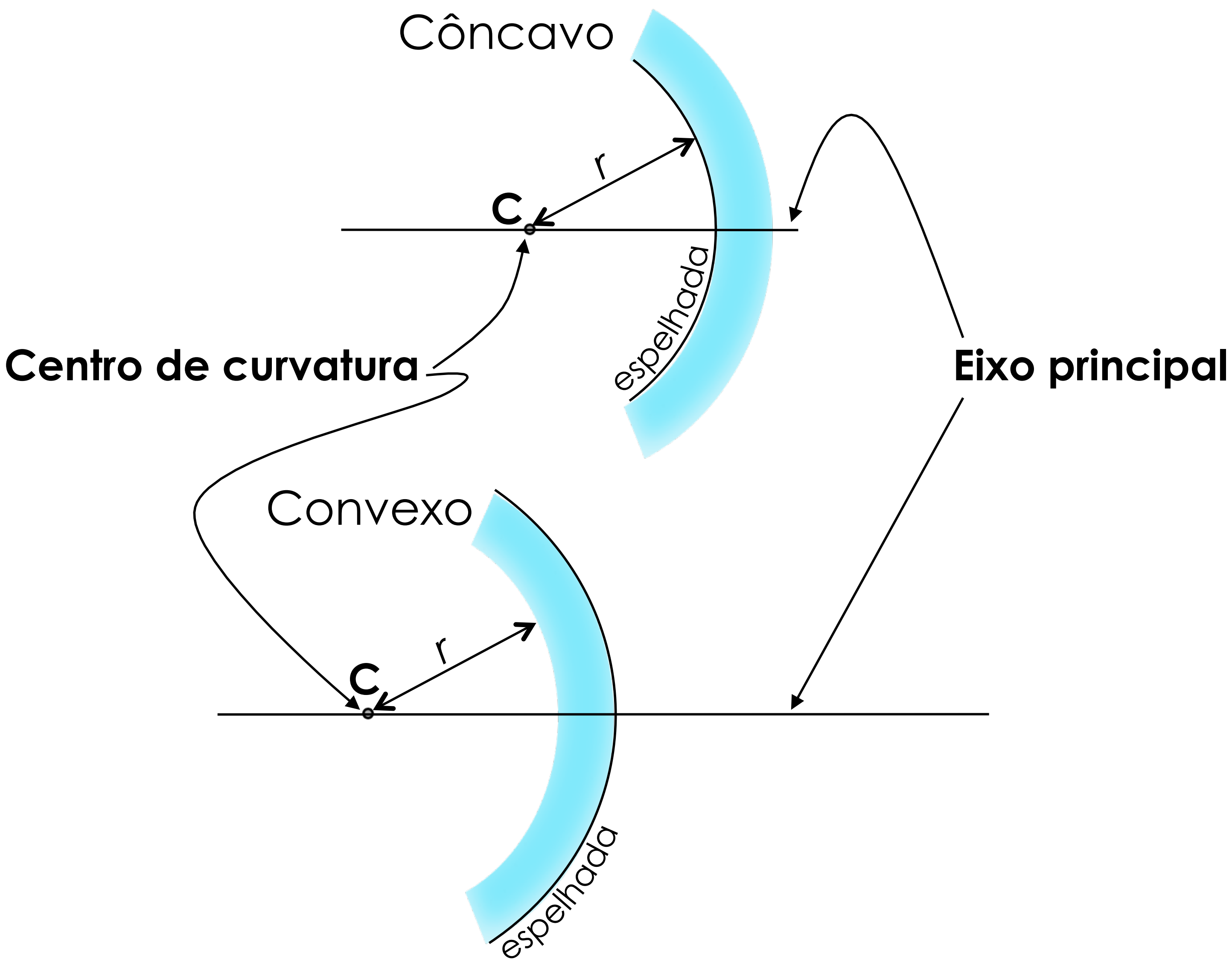
$$h = h'$$

Espelhos esféricos

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Espelhos com a forma de calote esférica

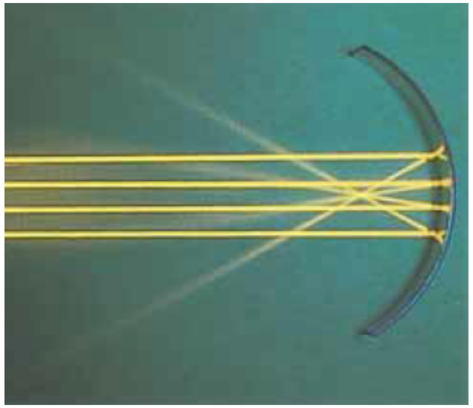


Espelho côncavo

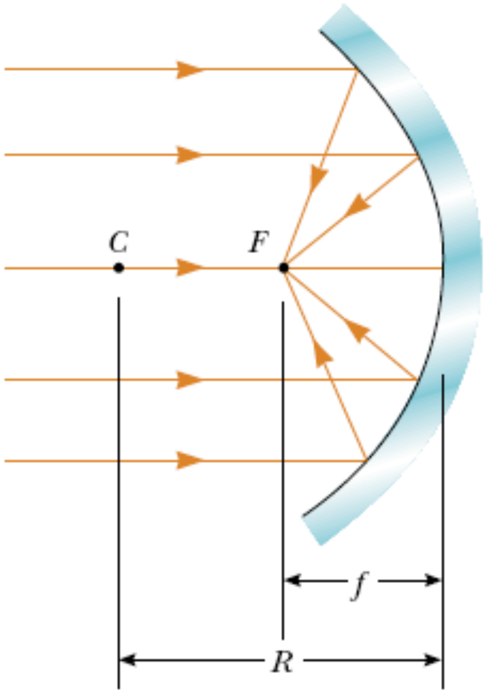
Percursos dos raios reflectidos em espelho côncavo

Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA



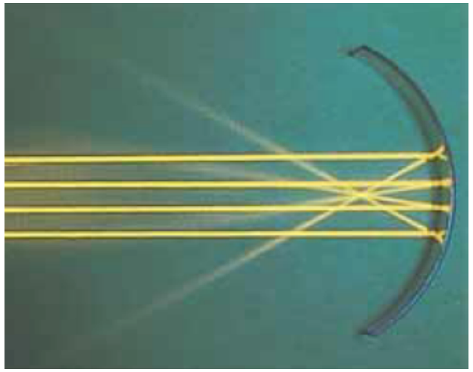
Raios que incidem no espelho paralelos ao eixo principal são reflectidos convergindo num ponto: O **FOCO (F)**



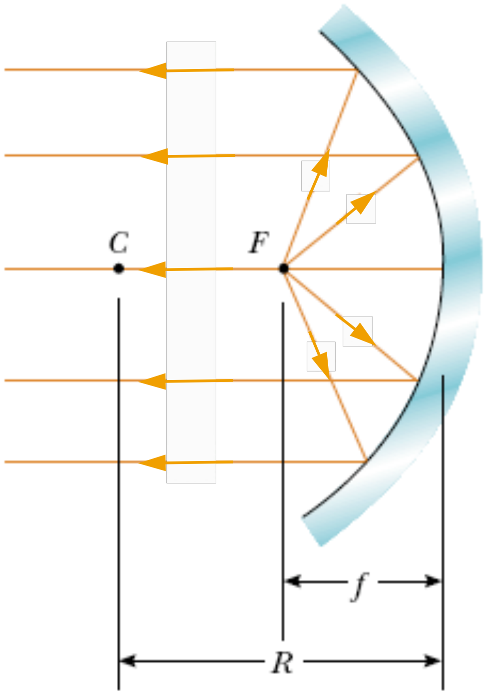
A distância entre o vértice e o foco é a distância focal (***f***)

Espelho côncavo

Percursos dos raios reflectidos em espelho côncavo

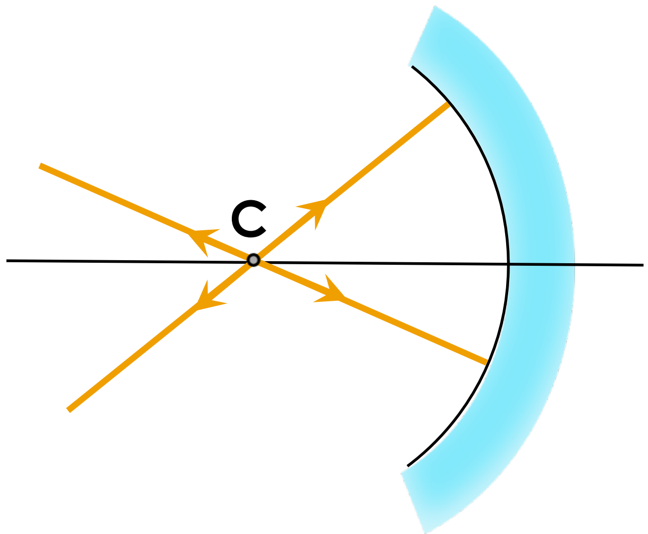


Raios que incidem no espelho passando pelo foco são reflectidos paralelamente ao eixo principal



Espelho côncavo

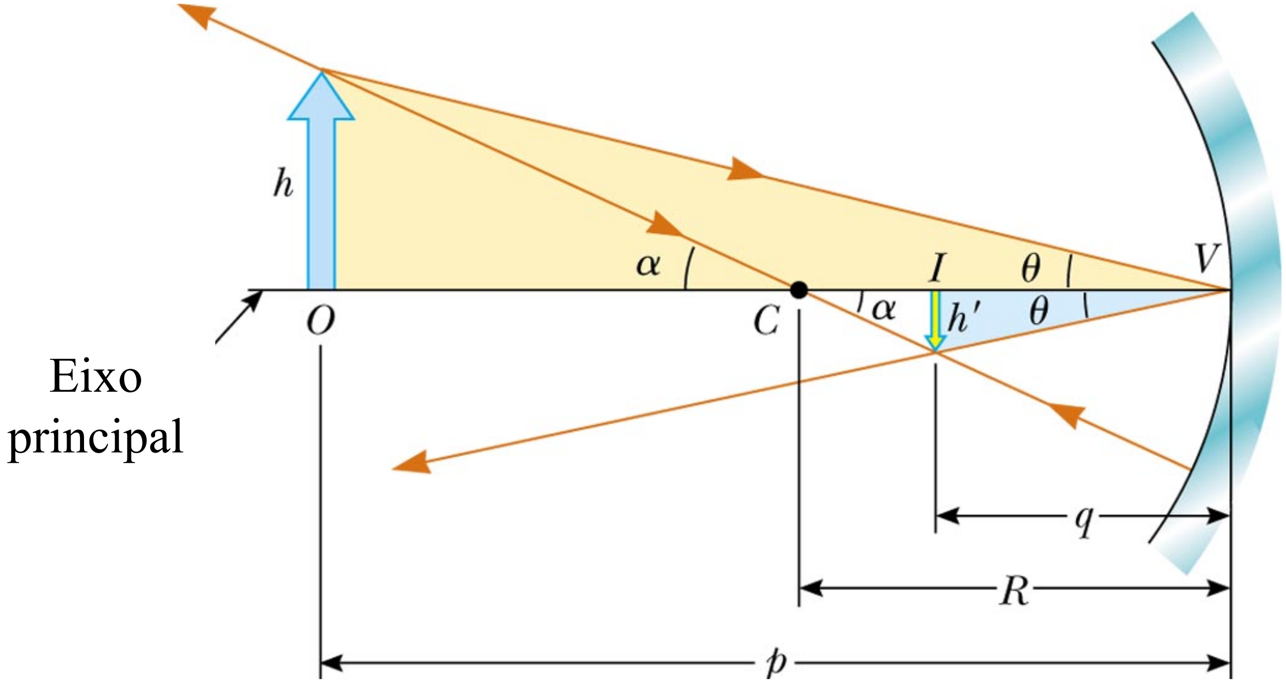
Percursos dos raios reflectidos em espelho côncavo



Raios que incidem no espelho passando pelo centro de curvatura são reflectidos na mesma direcção em sentido oposto

Imagens dadas por espelhos esféricos

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



$$\tan\theta = \frac{h}{p} = \frac{-h'}{q} \text{ (sem convencionar sinais)}$$

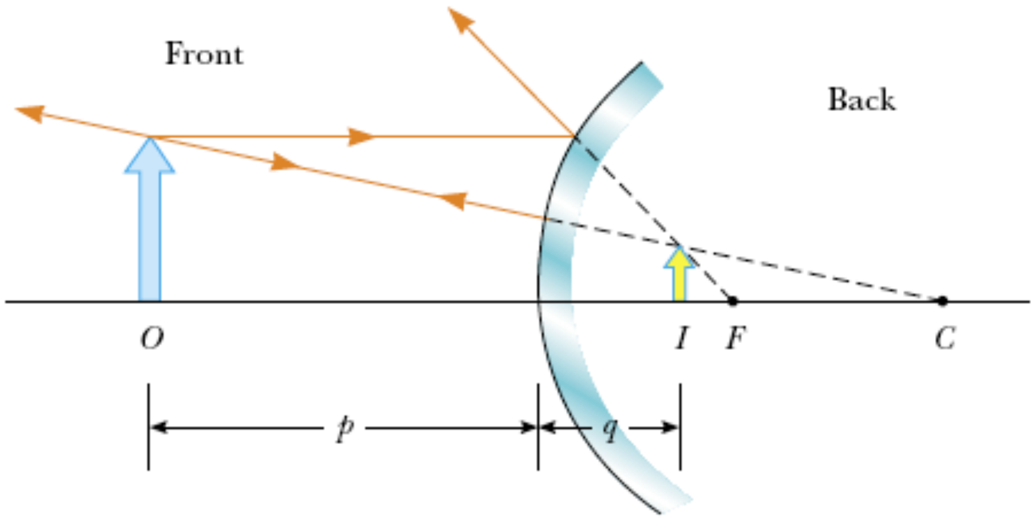
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

Equação dos Espelhos

$$f = \frac{R}{2}$$

Convenções

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

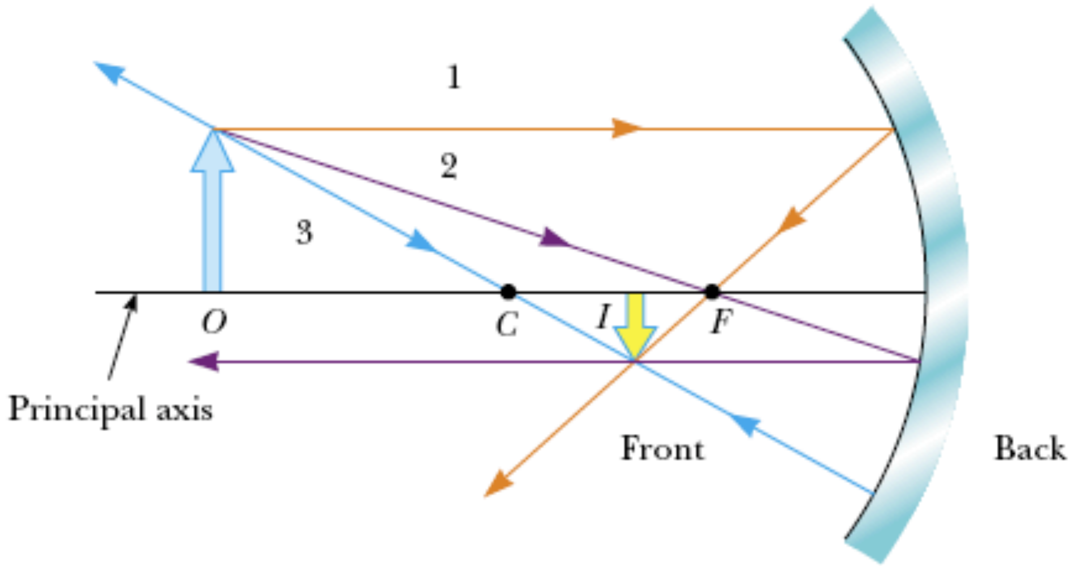
Sign Conventions for Mirrors

Quantity	Positive When	Negative When
Object location (p)	Object is in front of mirror (real object)	Object is in back of mirror (virtual object)
Image location (q)	Image is in front of mirror (real image)	Image is in back of mirror (virtual image)
Image height (h')	Image is upright	Image is inverted
Focal length (f) and radius (R)	Mirror is concave	Mirror is convex
Magnification (M)	Image is upright	Image is inverted

Construções

Física Geral I

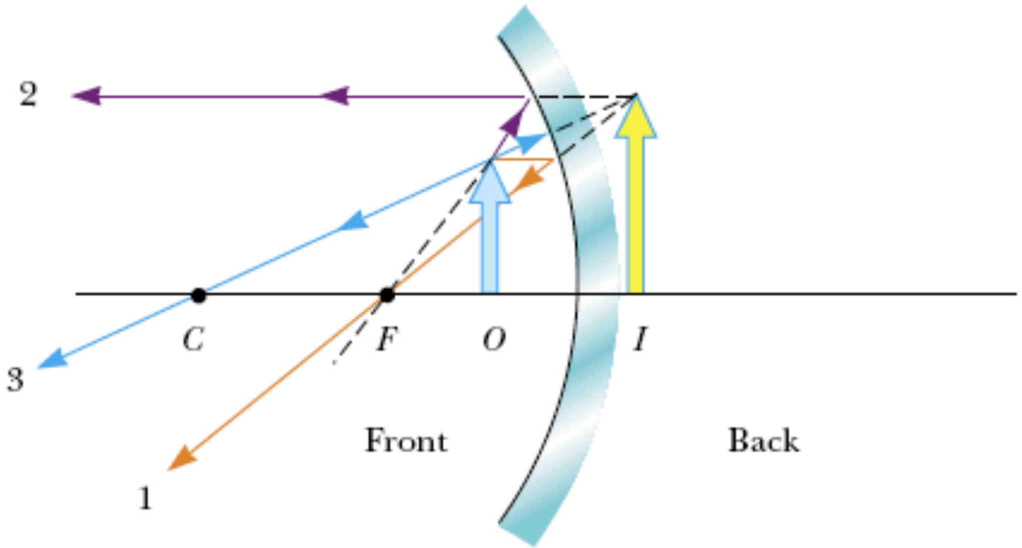
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Construções

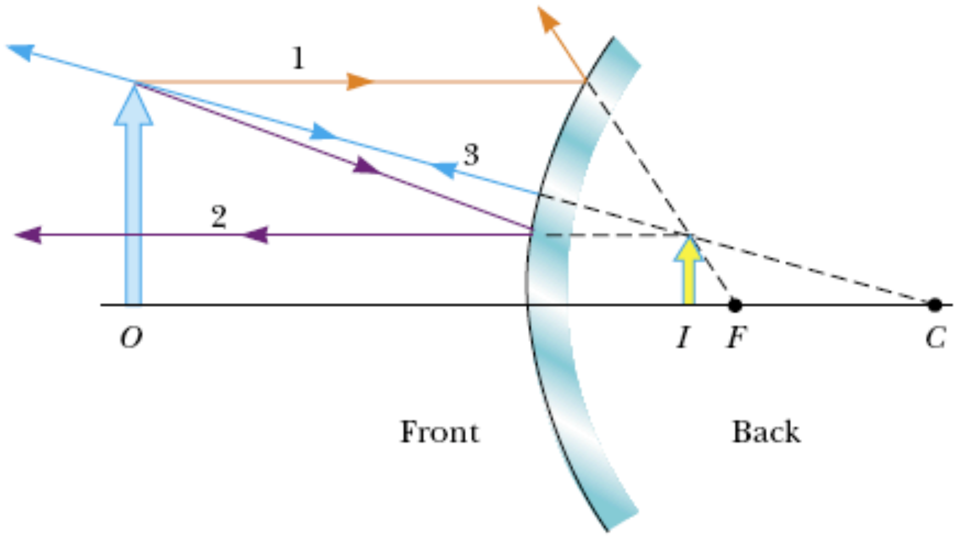
Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



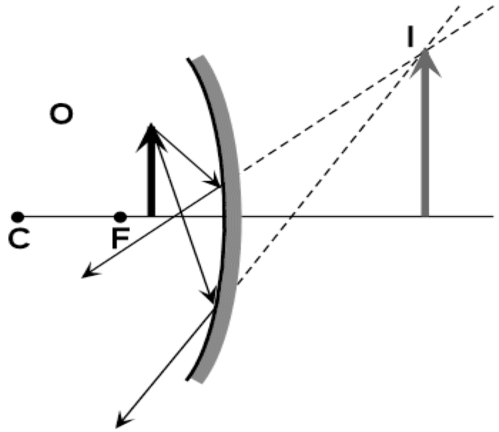
Construções

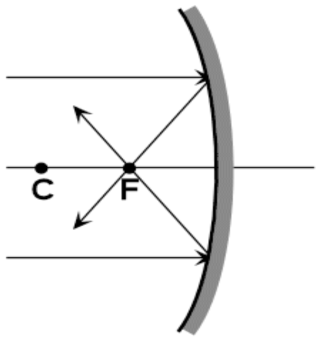
(b)

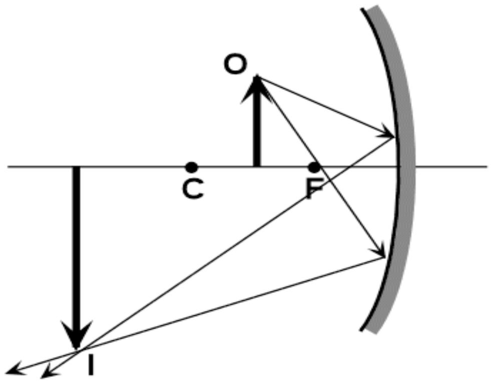


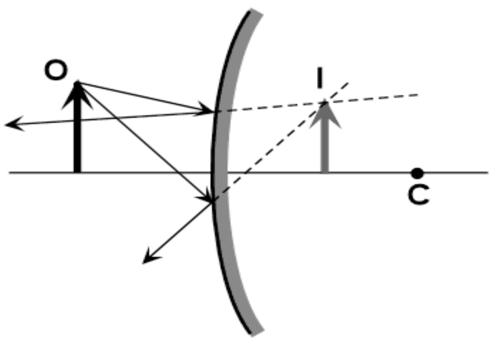
Photos courtesy David Rogers

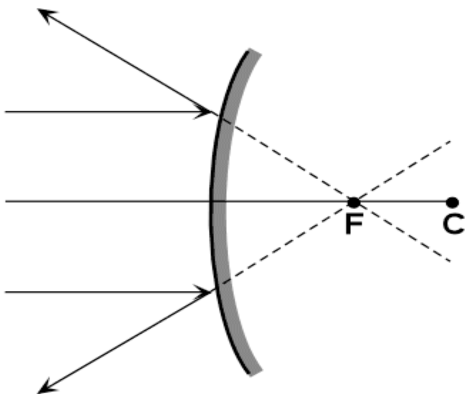
construções





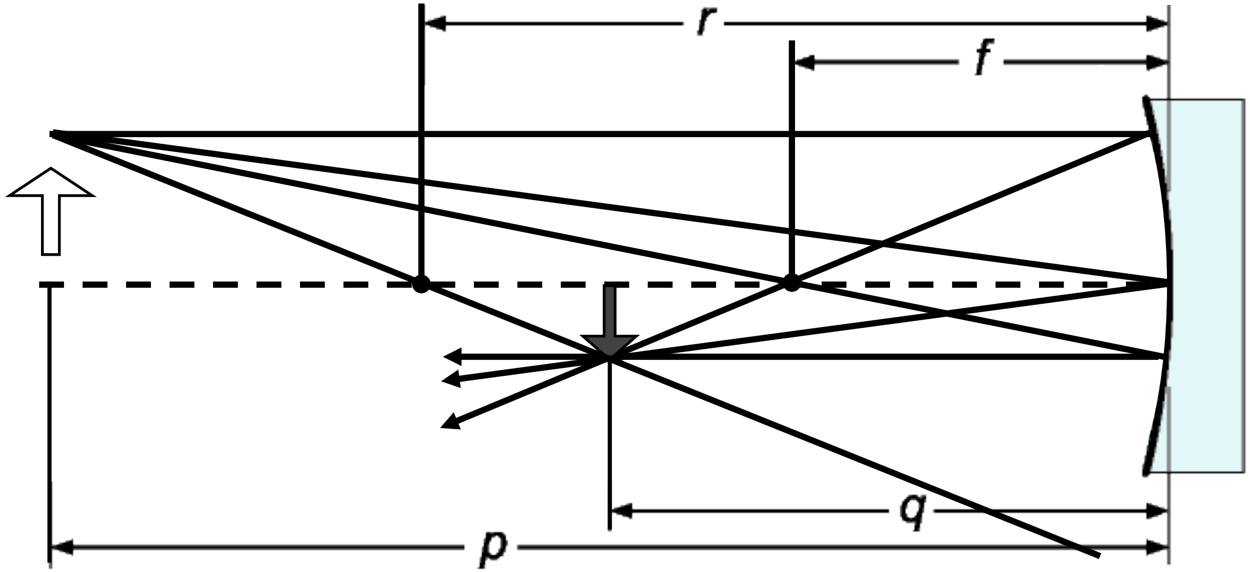






Óptica geométrica

- Diagramas de raios



- Raio Paralelo ao eixo → reflectido passando pelo foco
- Raio Focal → reflectido paralelamente ao eixo
- Raio Central → reflectido com um ângulo igual
- Raio Radial → reflectido na direcção de incidência

Problemas

Assume that a certain spherical mirror has a focal length of $+10.0$ cm. Locate and describe the image for object distances of

(A) 25.0 cm,

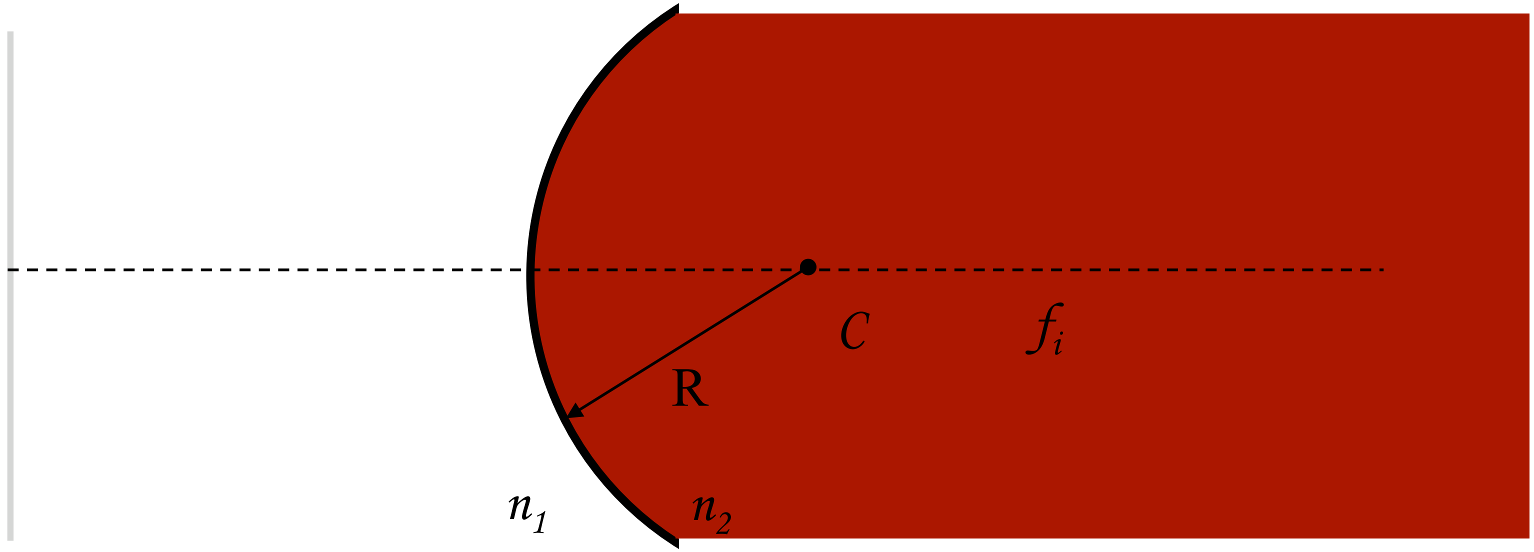
(B) 10.0 cm, and

(C) 5.00 cm.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Superfícies refractoras esféricas

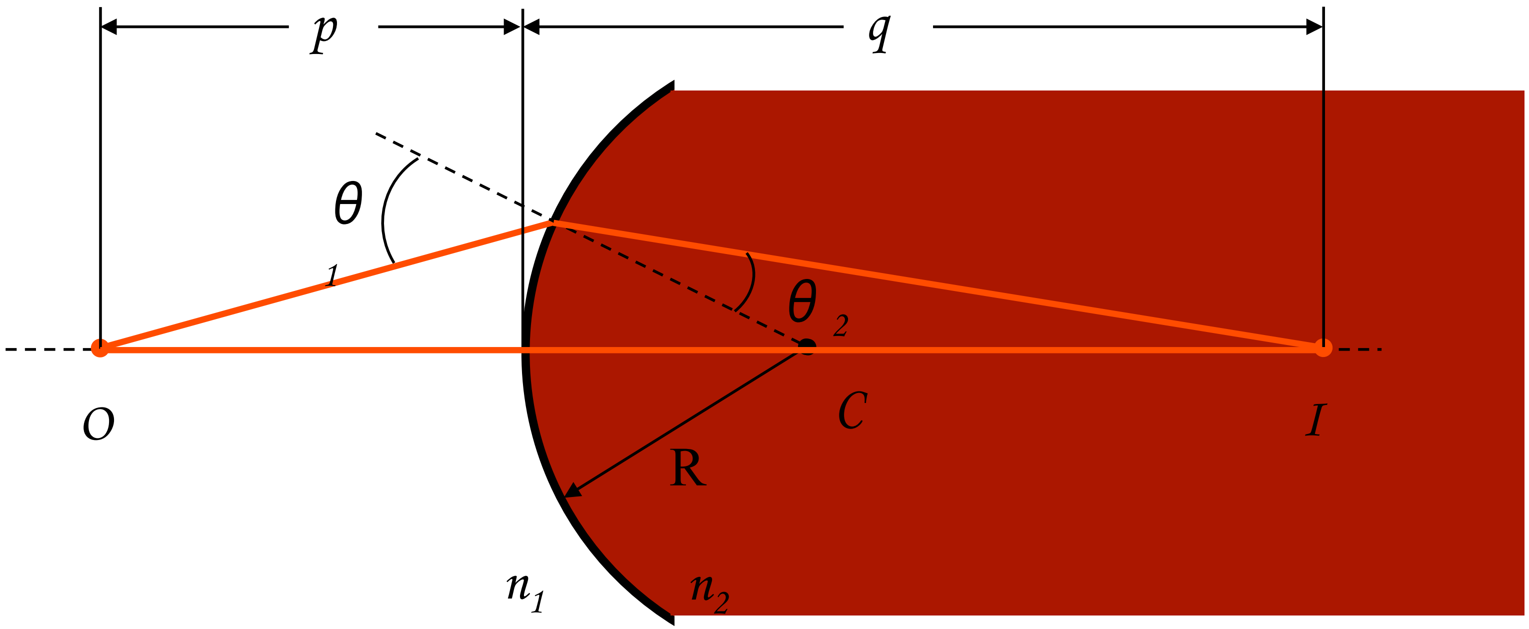
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Uma lente é um sistema refringente usado para alterar a forma das frentes de onda

Imagens formadas por Refracção

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Aprox. para pequenos θ (raios paraxiais)

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

$$n_1\theta_1 = n_2\theta_2$$

<u>Equação do dióptro esférico</u>

$$\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$

<u>Ampliação</u>

$$\boxed{M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{n_1 q}{n_2 p}}$$

Imagens formadas por Refracção

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Convenção de sinais

Grand.	+	-
p, f_o	Do lado da incidência	Do lado da transmissão
q , f_i	Do lado da transmissão	Do lado da incidência
R	C do lado da transmissão da luz (convexo)	C do lado da incidência da luz (concavo)
y_0	acima do eixo	abaixo do eixo
y_i	acima do eixo	abaixo do eixo

Equação do dióptro esférico

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

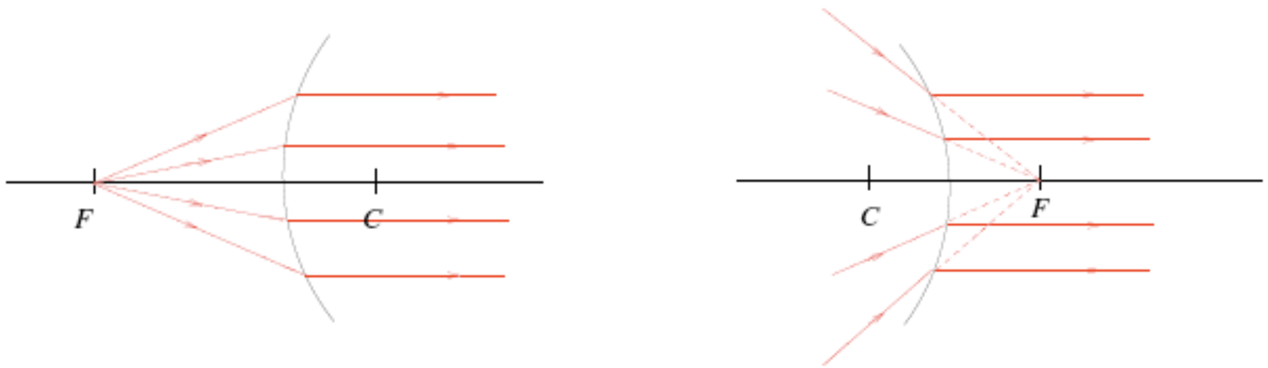
Ampliação

$$M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{n_1 q}{n_2 p}$$

Foco objecto de uma superfície refractora

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



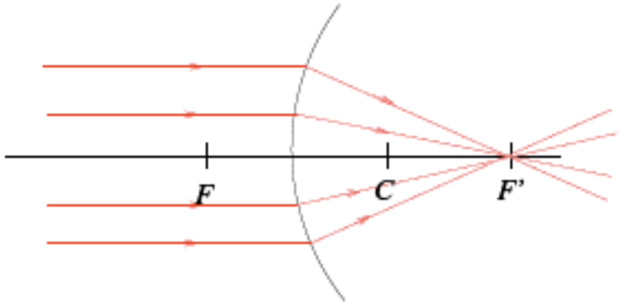
Por definição, o foco F é o ponto que para qualquer raio incidente na superfície por ele passe ou o seu prolongamento por ele passe, é transmistido paralelamete ao eixo. Assim, se o objecto for colocado em F (f=p), os raios transmitidos não se encontram (q=infinito). Da equação dos dióptros esféricos vem,

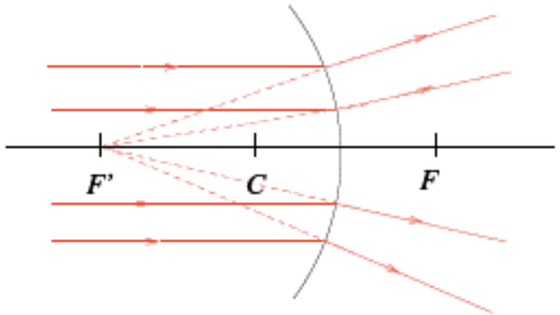
$$f = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$

Foco imagem de uma superfície refractora

Física Geral I

u·évora DEPARTAMENTO DE FÍSICA



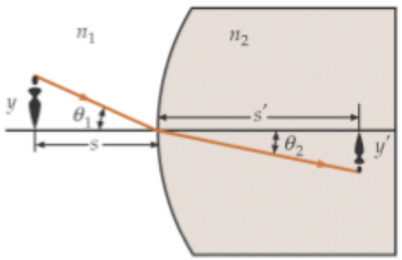


Raios que incidem paralelos ao eixo da superfície refractora, após refracção são transmitidos de forma a interceptarem-se num ponto chamado foco objecto (f'). Da equação dos dióptros esféricos vem,

$$f = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

Ampliação Lateral de uma Superfície Refractora Esférica

Tomemos uma Superfície Esférica Convexa:



1. Todos os pontos do objecto emitem raios em todas as direcções.
2. Considerar um qualquer ponto P do objecto.

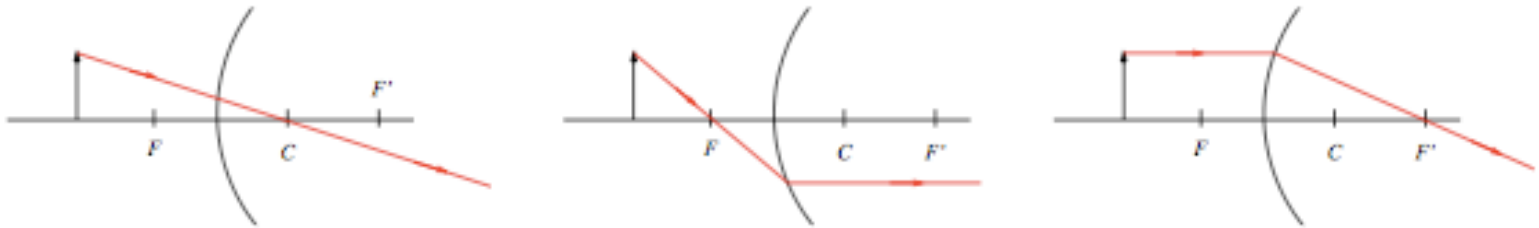
Traçar raios emitidos por P.
A imagem P' de P situa-se na intersecção de dois raios quaisquer refractados. (Pode-se usar um terceiro raio, ou mais, como verificação da imagem P'.)
Repetir o procedimento anterior até termos pontos-imagem suficientes para construir a imagem completa do objecto.

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_1 q}{n_2 p}$$

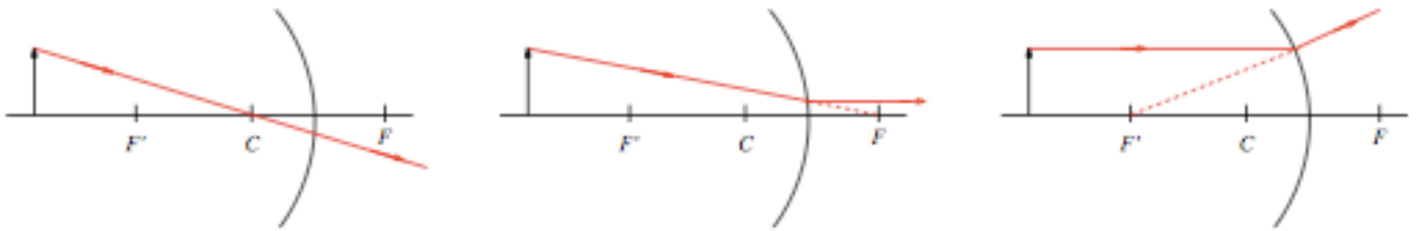
Raios principais para superfícies esféricas

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



(a) (b) (c)



(a) (b) (c)

2.5 Lentes Finas

O que é uma Lente?

Dispositivo óptico constituído por uma porção de um meio homogéneo e transparente delimitado por duas ou mais superfícies refractoras (esférica côncava ou convexa, plana, elíptica, parabólica, etc.). Nas superfícies de uma lente, a fracção da luz refractada é elevada, sendo portanto a reflexão não apreciável.

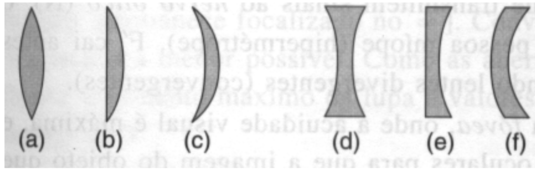
Como fazer uma lente?

Usar um meio transparente à luz.
Materiais usados: vidros, plásticos acrílicos, etc.

Objectivo:
Determinar a imagem de um objecto formada por uma lente.

1. Equação das lentes.
2. Equação da ampliação lateral de uma lente.

Lentes: Combinações de duas superfícies esféricas refractoras!



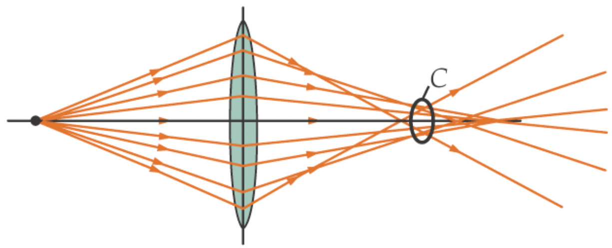
Lentes: (a) Biconvexa; (b) Plana-convexa; (c) Menisco positivo; (d) Bicôncava; (e) Plana-côncava; (f) Menisco negativo.

Tipos de Lentes:

1. Convergentes [(a), (b), (c) como veremos].
2. Divergentes [(d), (e), (f) como veremos].

Aberração esférica de uma lente:

Tomemos uma lente biconvexa:

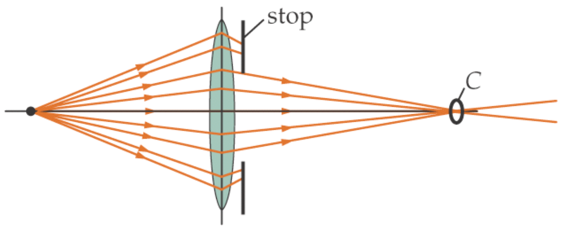


→ Raios paraxiais: raios atingindo a lente perto do seu eixo óptico intersectam-se no mesmo ponto-imagem. A imagem captada pelo observador possui nitidez.

→ Raios não-paraxiais: raios atingindo a lente longe do seu eixo óptico não se intersectam no mesmo ponto. Imagem captada pelo observador perde nitidez.

Como escapar à Aberração Esférica de uma lente?

1. Bloquear os raios não-paraxiais:



→ Imagem ganha nitidez.
→ Imagem perde intensidade.

2. Alterar a curvatura das superfícies da lente: usando superfícies parabólicas, elípticas, ... (tal como num espelho).

Aberração cromática de uma lente:

As posições das imagens dependem do índice de refracção do material da lente, os quais em geral variam com a cor (i.e., com o comprimento de onda λ). Se a luz incidente é branca (i.e., composta de todas as cores), as imagens para diferentes cores formam-se em diferentes pontos.

Como escapar à aberração cromática de uma lente?

1. Combinação de lentes.
2. Combinações de materiais diferentes.
3. ...

Lentes Finas:

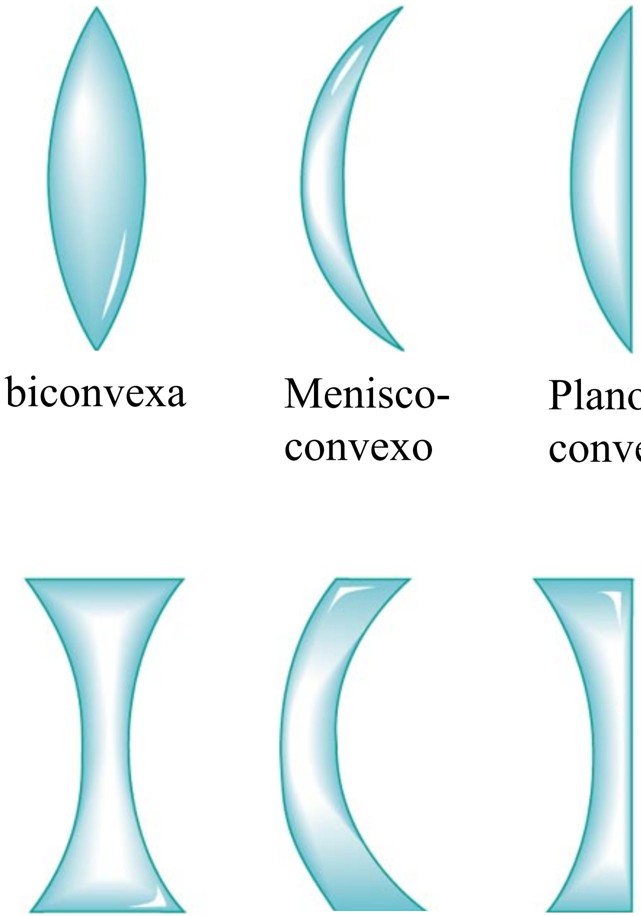
Lente fina: lente cuja espessura é desprezável em comparação com as outras distâncias características do sistema (distâncias-objecto s, distâncias-imagem s', raios de curvatura r, distâncias focais f).

Estudaremos lentes com as seguintes características:
(i) Finas
(ii) Superfícies Esféricas
(iii) Dentro da aproximação paraxial

Lentes delgadas

Convexas, convergentes
ou positivas

Côncavas, divergentes
ou negativas



biconvexa | Menisco-convexo | Plano-convexa

bicôncava | Menisco-côncavo | Plano-côncava

Óptica geométrica

- Lentes delgadas

Equação do dióptro esférico

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Equação das lentes delgada

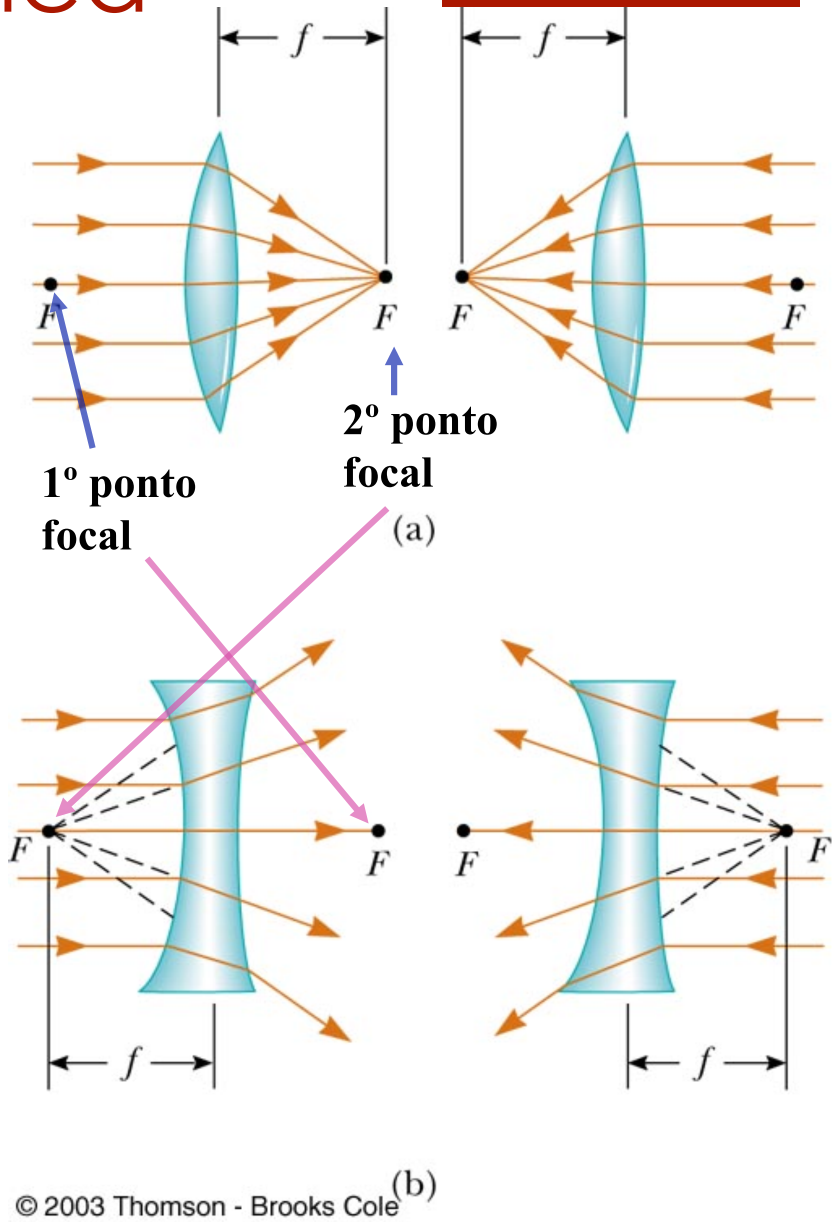
simplificando

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n_{lm} - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{n_l}{n_m} \; (\text{para ar} = n_l)$$

Fórmula de Gauss

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}}$$



Lentes delgadas

Equação das lentes delgada

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=(n_{lm}-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Fórmula de Gauss

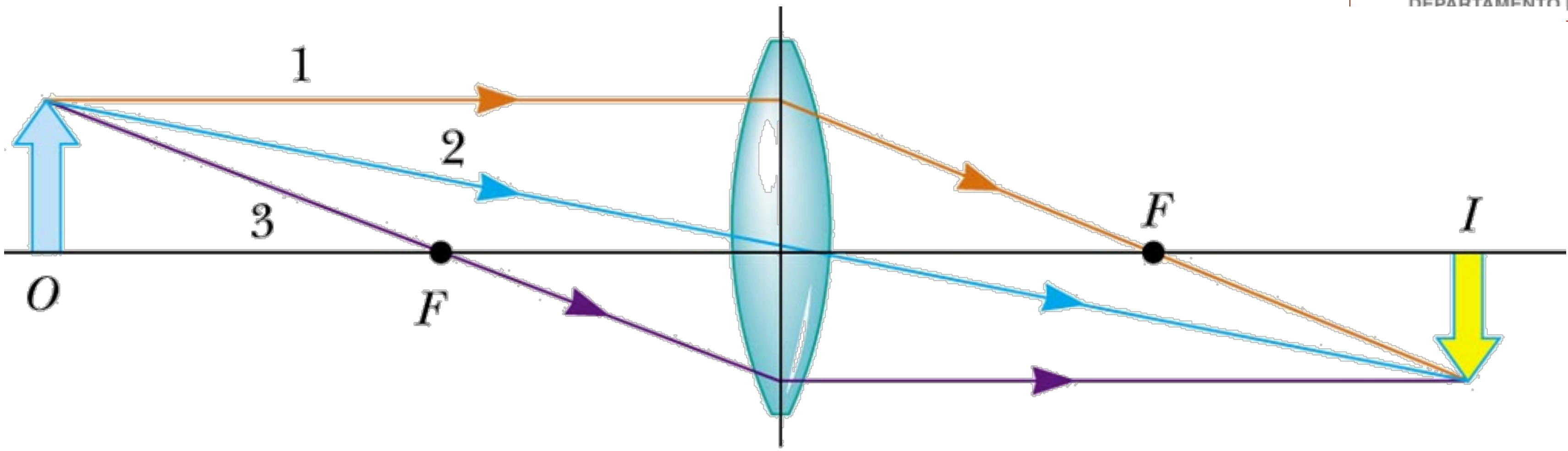
$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}}$$

$$M_T=\frac{y_i}{y_o}=-\frac{q}{p}$$

Significado dos sinais

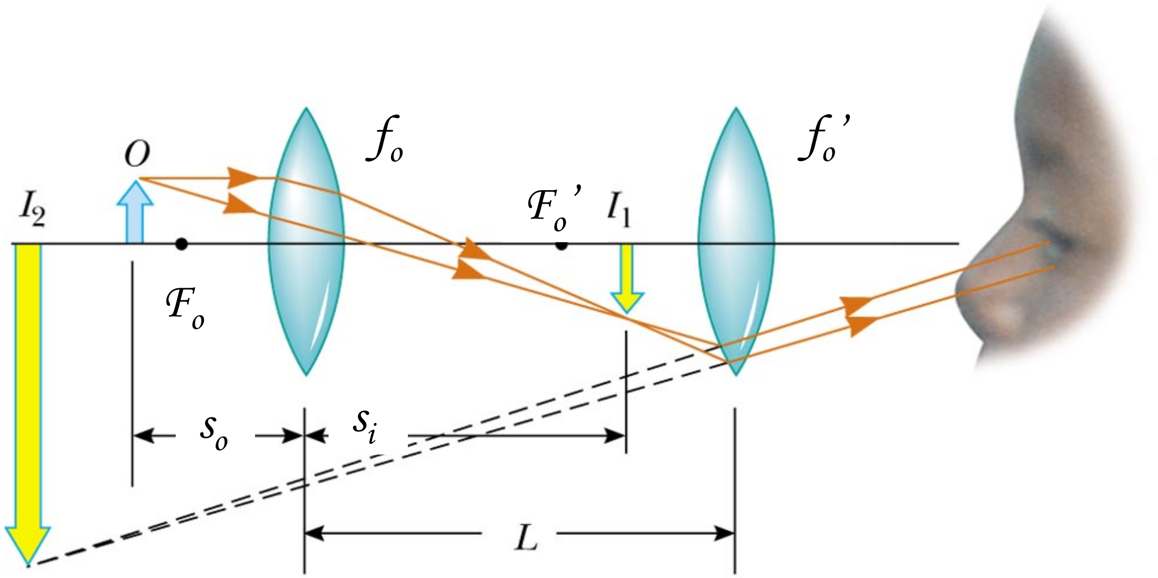
Quant.	+	-
p	Objecto real	Objecto virtual
q	Imagem real	Imagem virtual
f	Lente convergente	Lente divergente
y_0	Objecto não invertido	Objecto invertido
y_i	Imagem não invertida	Imagem invertida
M_T	Imagem não invertida	Imagem invertida

Diagramas de raios



- Raio Paralelo ao eixo → refractado passando pelo 2º ponto focal
- Raio Central → emerge na direcção de incidência não sendo desviado, sofrendo apenas um desvio lateral
- Raio Focal → traçado pelo 1º ponto focal emerge paralelamente ao eixo

Sistemas de lentes



- 1ª Regra → analise a primeira lente como se não existissem mais.
- 2ª Regra → use a imagem formada por esta lente como objecto da seguinte.
- 3ª Regra → repita este processo para todas as lentes.
- 4ª Regra → a ampliação total é o produto das ampliações de cada lente.

Potência de uma lente - dioptrias

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A potência de uma lente é dada pelo inverso da sua distância focal. A unidade utilizada é a dioptria.

$$\mathcal{P} = \frac{1}{f} \quad (dioptria,\ m^{-1})$$

Exercicio

1. Uma lente divergente com uma distância focal de -10 cm é colocada a 15 cm de um objecto.
   a) Localize a sua imagem.
   b) Caracterize a imagem.

2. Usando um material transparente com n_l=1.60 construiu-se uma lente plano-convexa com uma distância focal de 5 cm. Determine os raios de curvatura das duas faces da lente.

3. Uma lente convexa com uma distância focal de 15 cm é utilizada como lupa. A que distância de um selo de correio deve ser colocada a lente para que a ampliação seja de +2.00?

Resolução

1. Uma lente divergente com uma distância focal de -10 cm é colocada a 15 cm de um objecto.
   a) Localize a sua imagem.

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \frac{1}{15}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-10} \Rightarrow q=-6\text{ cm}$$

   b) Caracterize a imagem.

Como $s_i < 0$ a imagem é Virtual,

Como $M_T = -\frac{s_i}{s_o} = 0.4$ a imagem é reduzida e direita.

Resolução

2. Usando um material transparente com n_l=1.60 construiu-se uma lente plano-convexa com uma distância focal de 5 cm no ar. Determine os raios de curvatura das duas faces da lente.

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Como uma das faces é plana fica

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1)\left(\frac{1}{R}\right)$$

e daí extraímos que $R = 3.0\,cm$

Resolução

3. Uma lente convexa com uma distância focal de 15 cm é utilizada como lupa. A que distância de um selo de correio deve ser colocada a lente para que a ampliação seja de +2.00?

Como $$M_T = -\frac{s_i}{s_o} = 2 \quad \Rightarrow s_i = -2s_o$$

Assim $$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad \Leftrightarrow \frac{1}{s_o} - \frac{1}{2s_o} = \frac{1}{15}$$

Donde $$s_o = \frac{15}{2} = 7.5\,cm$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Física Geral I

Termodinâmica

Escala de temperatura;
Os gases ideais;
Calor e capacidade térmica;
Transferência de energia térmica: condução, convecção e radiação;
Primeira Lei da Termodinâmica;
O Diagrama PV, o cálculo do trabalho e as diferentes transformações;
A segunda Lei da Termodinâmica e o rendimento das máquinas térmicas;
A entropia;

Capítulo 4

Bento Caldeira

2008 - 2009

Introdução

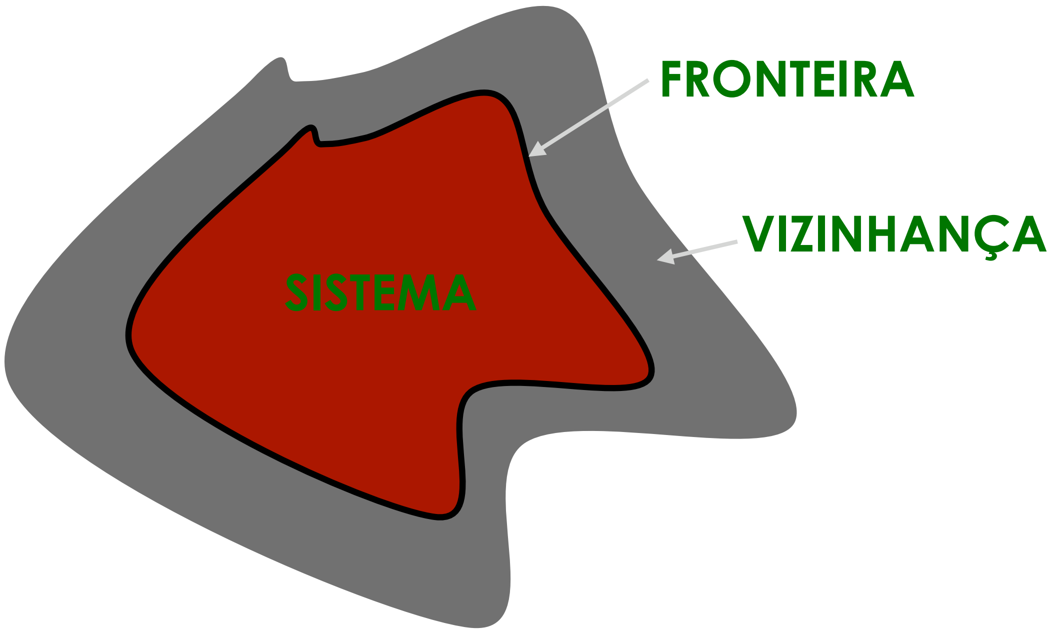
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Termodinâmica é o ramo da Física que estuda os processos físicos em que há troca de energia sob a forma de calor, a partir da observação das **propriedades macroscópicas** do sistema (volume, pressão, temperatura,...).

- Sistema termodinâmico é a porção de matéria que é objecto de estudo. É suficientemente extenso para poder ser descrito por parâmetros macroscópicos e limitado por uma superfície, claramente definida, chamada **fronteira**.

- Vizinhança do sistema é a porção de matéria adjacente ao sistema que pode ser afectada ou afectar de forma mensurável as transformações que se passam no sistema, por com ele trocar matéria ou energia.

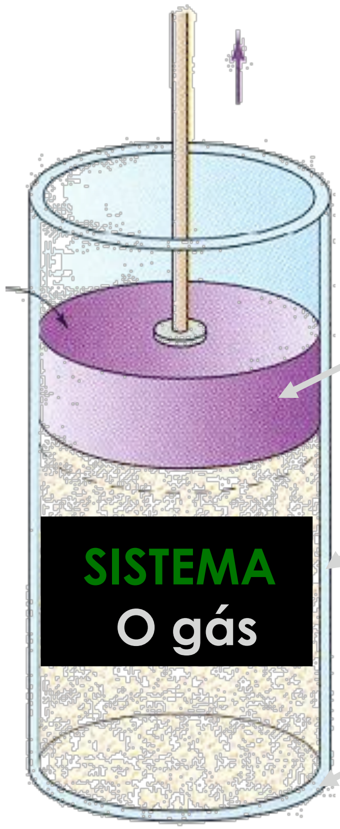
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Exemplo 1: Gás contido num cilindro com uma parede móvel

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

VIZINHANÇA



FRONTEIRA:

Parede móvel (êmbolo)

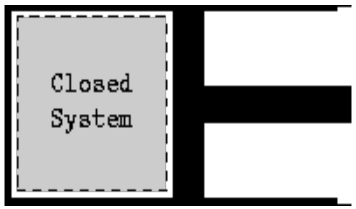
Superfície lateral do cilindro

Base do cilindro

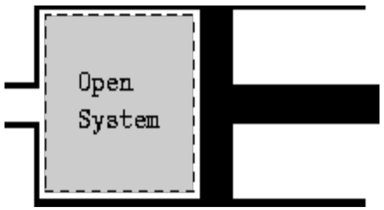
Tipos de sistemas

Sistema Isolado: Não troca energia nem matéria com a sua vizinhança.

Sistema fechado: Não troca matéria com a sua vizinhança mas pode trocar energia.



Sistema aberto: Troca matéria com a sua vizinhança.



Temperatura.

- Dois sistema dizem-se em contacto térmico quando é possível a transferência de energia, sob a forma de calor, de um para o outro.

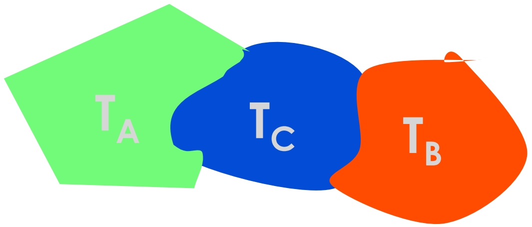
- Dois sistemas em contacto térmico trocam energia sob a forma de calor se um estiver mais “quente” que o outro. Essa troca dá-se do mais quente para o mais frio.

- Quando não há transferência de calor entre dois sistemas colocados em contacto térmico, é porque estão em equilíbrio térmico.

- **Temperatura** é a grandeza macroscópica que define o estado térmico do sistema.

Princípio zero da Termodinâmica

"Se dois sistemas A e B se encontram em equilíbrio térmico com um terceiro sistema, C, então, A e B estarão também em equilíbrio térmico entre eles quando forem colocados em contacto".



$T_A=T_C$ e $T_B=T_C$
Logo
$T_A=T_B$

- As medições de temperatura baseiam-se no princípio zero.

Medir a Temperatura

- Algumas propriedades físicas dos corpos, como por exemplo o volume, variam em função da temperatura. Essas propriedades, chamam-se propriedades termométricas e estão na base da construção dos termómetros.

- Algumas propriedades termométricas:
  - volume de um líquido
  - dimensões de um sólido
  - pressão de um gás a volume constante
  - volume de um gás a pressão constante
  - resistência eléctrica de um condutor

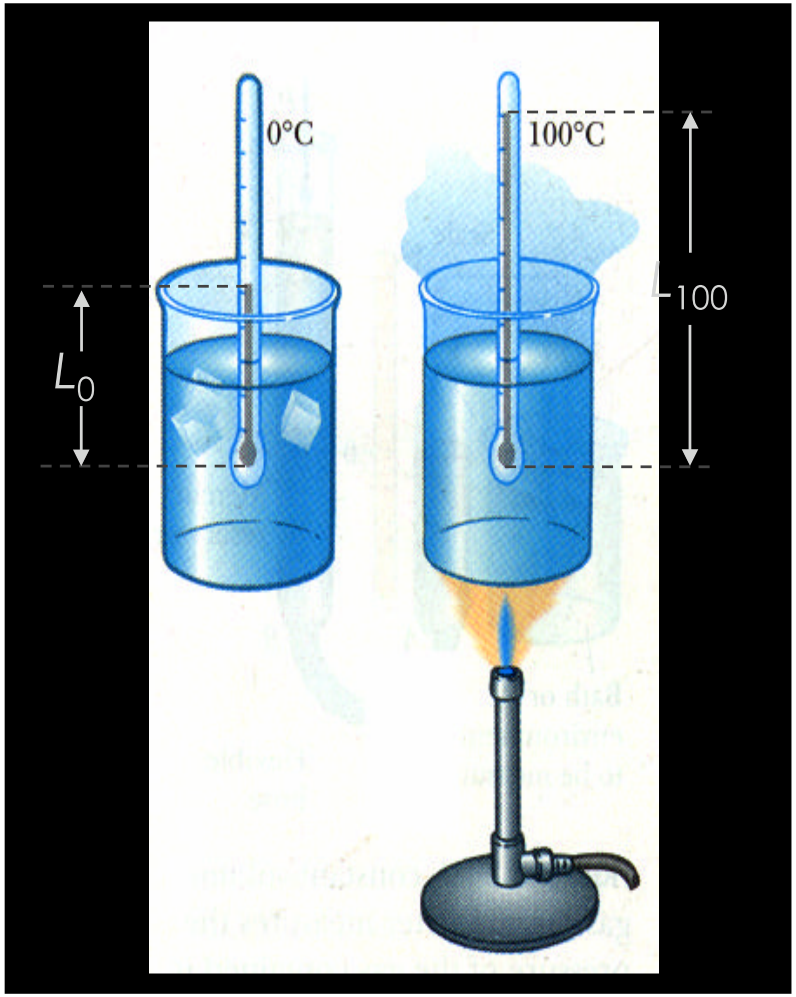
Escalas de temperaturas

A calibração de termómetros é feita com base em temperaturas específicas de certos materiais em determinadas circunstâncias.

A escala *Celsius* ou centígrada tem como referências a temperatura da fusão e da ebulição da água à pressão atmosférica a que se atribuiu 0º e 100º respectivamente. Para usá-la num termómetro de mercúrio, associam-se esses valores ao comprimento de uma coluna à temperatura de 0º (L_0) e à temperatura de 100º (L_{100}). Sendo para uma coluna com o comprimento L_t corrresponde a temperatura,

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Calibrar escala centígrada



$$t_C = \left(\frac{L_t - L_0}{L_{100} - L_0} \times 100 \right) (^{o}C)$$

Exemplo

Para a calibração de um termómetro de mercúrio usaram-se como temperaturas de referência as temperaturas de fusão e ebulição da água, respectivamente 0°C e 100°C. Na temperatura de fusão a coluna de mercúrio tinha um comprimento de 2.5cm; na de ebulição um comprimento de 5.0cm.

a) Qual será a temperatura do meio quando a coluna de mercúrio desse termómetro medir 4.5cm ?

Resposta: 80°C

Escala absoluta ou Kelvin

Termómetro de gás

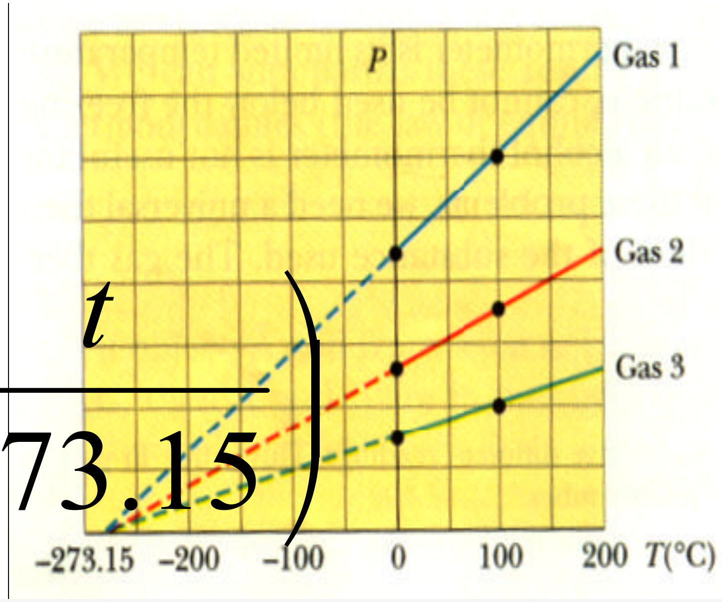
A temperatura de -273.15°C é a temperatura em que qualquer gás fica à pressão zero, a pressão mais baixa fisicamente admitida. Portanto, o valor de -273.15°C é a temperatura mais baixa possível e por isso é o valor do zero absoluto na escala Kelvin.

A relação da escala Kelvin com a centígrada é :

$T_C = T_K - 273.15$

onde T_C é a temperatura em graus Celsius (°C) e T_K em graus Kelvin (K)

$$P = P_0\left(1 + \frac{t}{273.15}\right)$$



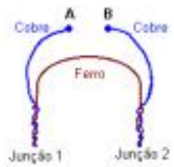
Curvas de calibração para termómetros de gás a volume constante, com diferentes gases

Termómetros

- Os sistemas, devidamente calibrados, que servem para medir a temperatura de outros sistemas, são os termómetros. Como muitas propriedades físicas são dependentes da temperatura, há termómetros de diversos tipos, conforme a propriedade que é utilizada.
  - Termómetros de líquidos como os de mercúrio, a propriedade que se utiliza é a dilatação. O termómetro é previamente calibrado, estabelecendo-se uma relação entre a altura da coluna de líquido e a temperatura.

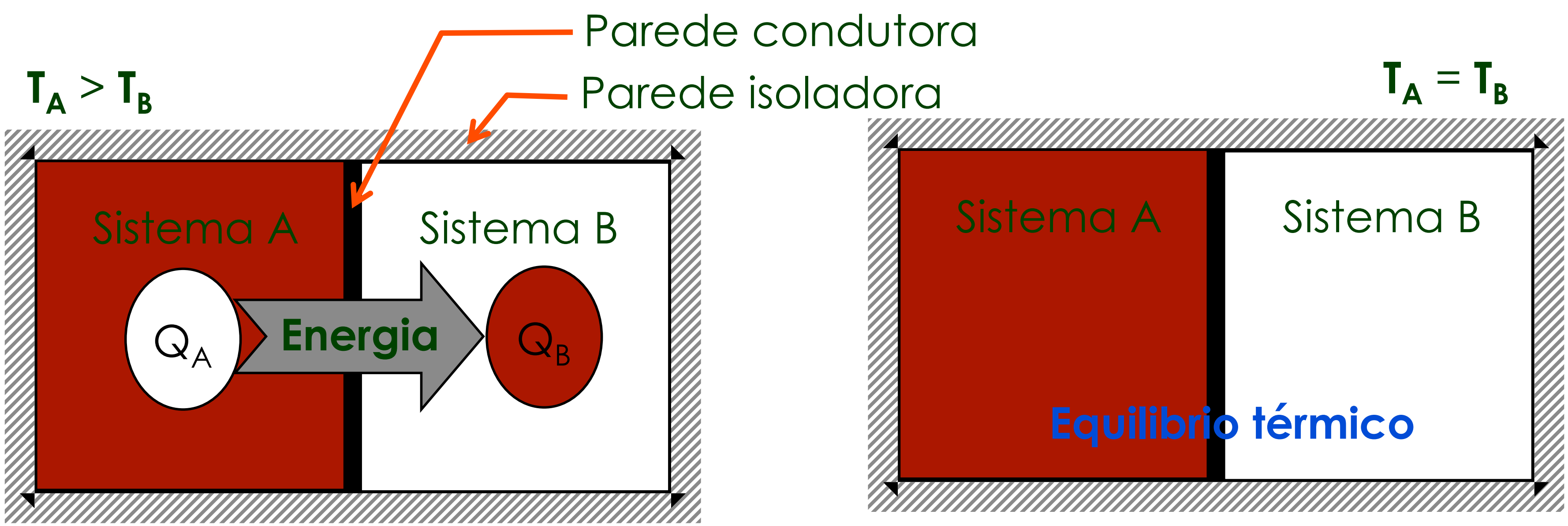
  - Termómetros de resistência ou termistor, a resistência eléctrica de certos metais, ou semicondutores, depende da temperatura e pode, para cada caso estabelecer-se uma relação entre os valores dessa resistência e a temperatura a que o "termómetro" se encontra, fazendo-se assim a calibração do termómetro.

  - Termopares onde se aproveitam as propriedades termoeléctricas (efeito Seebeck) para medir a temperatura.



Calor e a calorimetria

- Considerando dois sistemas em contacto térmico entre si mas termicamente isolados do exterior, o princípio de conservação da energia assegura que a quantidade de calor cedida por um dos sistemas seja igual à quantidade ganha pelo outro. Este princípio é denominado princípio fundamental da calorimetria.



Capacidade térmica

A grandeza que caracteriza o comportamento de um sistema face à absorção (ou cedência) de uma quantidade de calor Q é a **capacidade térmica (C)**, definida como a razão entre a quantidade de calor trocada (absorvida ou cedida) e a variação de temperatura verificada, ΔT

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Se o sistema for homogéneo, de massa m, o material de que é constituído pode ser caracterizado pela capacidade térmica por unidade de massa ou **capacidade térmica másica** da substância (c)

$$c = \frac{C}{m}$$

Capacidade térmica

As definições de capacidade térmica e capacidade térmica mássica permitem determinar, para o caso da transferência de calor entre os sistemas que começámos a estudar, as quantidades de calor Q_A e Q_B.

A variação de temperatura ΔT *sofrida pelo* sistema constituído pela substância x de massa *m é devida à troca de uma quantidade de* calor Q *com a sua vizinhança dada por,*

$$Q = m\, c_x\, \Delta T$$

capacidades térmicas mássicas de várias substâncias

Substância	c (kJ . Kg^{-1} . K^{-1})
Cobre	0.386
Alumínio	0.900
Ouro	0.129
Álcool etílico	2.45
Mercúrio	0.140
Água	4.18
Gelo	2.05

Calor latente

Em determinadas circunstâncias as substâncias podem trocar grandes quantidades de calor sem variar a sua temperatura, porém há mudança de estado físico (fase). São exemplos dessas mudanças de fase a fusão/solidificação, a vaporização/condensação e a sublimação.

$$L = \frac{Q}{m}$$

O calor que é necessário fornecer (ou retirar) à unidade de massa duma substância, para mudar totalmente de fase, é designado por calor latente (*L*) dessa substância e nessa mudança de fase, e é dado por

Calores latentes de fusão (L_f) e vaporização (L_v) de várias substâncias

Substância	L_f (kJ . Kg^{-1})	L_v (kJ . Kg^{-1})
Cobre	205	4726
Zinco	102	1768
Álcool etílico	109	879
Mercúrio	11.3	296
Água	333.5	2257

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Exemplo

Suponhamos que um cubo de gelo de 30 g, à temperatura de –5 °C é colocado num calorímetro, de capacidade 4 $J.°C^{-1}$, no qual se encontra 200 g De um líquido cuja capacidade térmica mássica é 4 $J.g^{-1}.°C^{-1}$, estando este inicialmente à temperatura de 30 °C. Qual a temperatura final de equilíbrio ?

(Dados: L_{gelo}= 320 $J.g^{-1}$, c_{gelo}= 2 $J.g^{-1}.°C^{-1}$, $c_{água}$= 4.18 $J.g^{-1}.°C^{-1}$)

Resolução:

A quantidade de calor perdida pelo sistema a temperatura superior é

$|Q1| = (4 + 200 \times 4).(30 - T_f)$

Este calor será usado pelo cubo de gelo para:

1. elevar a sua temperatura até à temperatura de fusão ($Q'_2 = 30 \times 2 \times 5$)
2. fundir totalmente ($Q''_2 = 30 \times 320$)
3. aquecer, sob a forma de água líquida, de 0 °C a T_f ($Q'''_2 = 30 \times 4.18 \times (\theta f - 0)$)

Solução: T_f= 15.3 °C

Notas:

Quando um sistema sofre uma mudança de fase absorve calor se a mudança se faz duma fase mais ordenada para uma mais desordenada. Por exemplo nas mudanças seguintes

sólido →líquido →vapor

Há sempre absorção de calor.

Na sequência inversa

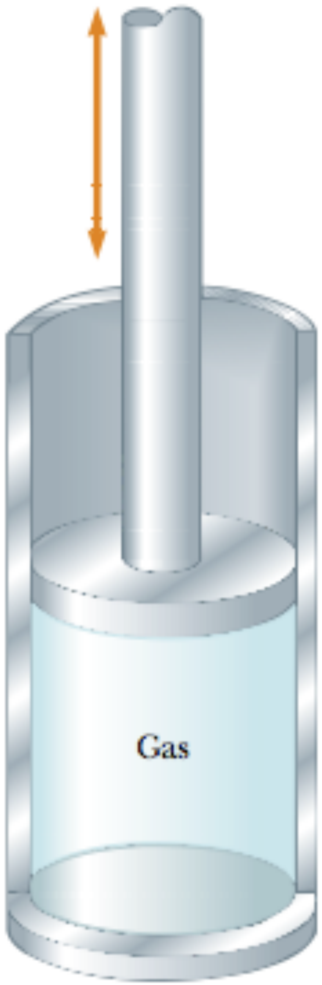
vapor →líquido →sólido

O sistema liberta calor para o exterior.

Gases Ideais

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Ao comprimir um gás, mantendo-se a temperatura constante, verifica-se que a pressão aumenta enquanto o volume diminui.

Se o gás se expandir à temperatura constante a pressão diminui e o volume aumenta.

Boyle verificou experimentalmente que nos gases, a *temperatura constante, o produto da pressão (P) pelo volume (V) é constante:*

$$P\,V = \text{Constante}$$

Este enunciado constitui uma lei conhecida como a **Lei de Boyle**

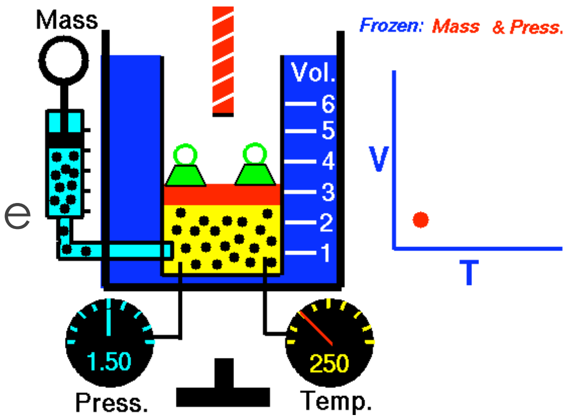
Robert Boyle (1627-1691)

Gases Ideais

Esta lei verifica-se de forma aproximada para todos os gases de baixas massas volúmicas. Posteriormente, como resultado de observações experimentais de Charles-Gay Lussac contactou-se que:

a pressão constante, o volume varia proporcionalmente com a temperatura absoluta do gás;

a volume constante, a pressão varia proporcionalmente com a temperatura absoluta. Os resultados destas duas le podem sintetizar-se na expressão



$$\boldsymbol{P}\ \boldsymbol{V} = \boldsymbol{n}\ \ R\ \boldsymbol{T}$$

onde ***n*** representa o número de moles da substância e R é uma constante universal cujo valor é R =8,314 $J.mol^{-1}K^{-1}$

Gases Ideais

Física Geral I

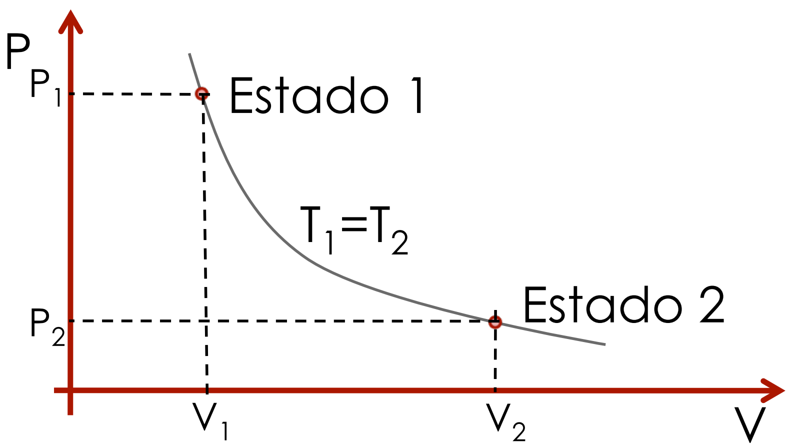
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Assim, **gás ideal** é todo o gás que obedece à **equação de estado dos gases ideais**:

$$\boldsymbol{P\,V} = \boldsymbol{n}\ \ R\,\boldsymbol{T}$$

- Estado de uma dada massa de gás ideal fica completamente determinado por duas das grandezas **P, V** e **T**, que por isso se chamam **variáveis de estado**.

O estado pode ser representado por meio de diagramas PV



Exemplo

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Cem gramas de CO_2 ocupam um volume de 55 l à pressão de 1 atm Determine:

a) a temperatura;

b) o valor da pressão no caso de o gás ocupar o volume de 80 l e a temperatura não se alterar.

RESOLUÇÃO:

a) Extraimos o valor da temperatura da equação dos gases ideais. Para aplicar esta equação temos que conhecer *o nmero de moles* contidos em cem gramas de gás

$$n = \frac{massa\,do\,gs}{molcula\,grama} \qquad n = \frac{100}{44} \qquad n = 2,27\,mol$$

Então para o valor da temperatura vem

$$T = \frac{PV}{nR} \qquad T = \frac{1\times 55}{2{,}27\times 0{,}0821} \qquad T = 295\,K$$

b) Usando a mesma equação, a equação dos gases ideais, para os dois estados,

$$P_1V_1 = nRT_1 \qquad P_2V_2 = nRT_2 \qquad \text{onde} \quad T_1 = T_2,$$

então $P_1V_1 = P_2V_2$, logo

$$P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2} \qquad P_2 = \frac{55\times 1}{80} \qquad P_2 = 0,688\,atm$$

Transferências de Energia Térmica

O calor transfere-se entre sistemas segundo três processos típicos: **condução**, **convecção** e **radiação**.

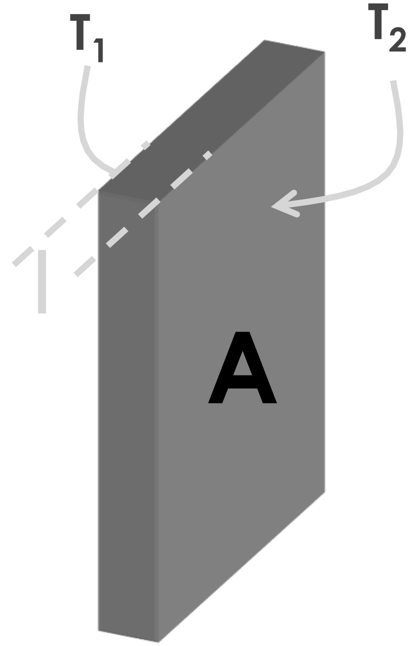
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

1. Condução

Na condução o calor é transferido por contacto directo entre as partículas.

O fenómeno da condução térmica é traduzido pela lei de Fourier que explica que a taxa de calor (ou corrente térmica) ($\Delta Q/dt$) conduzido ao longo do material, é proporcional à secção recta A e ao gradiente de temperatura (-ΔT/l), sendo a constante de proporcionalidade (característica do material) o **coeficiente de condutibilidade térmica** do material ***k***. Temos então,

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -kA\left(\frac{\Delta T}{l}\right)$$



$T_1 > T_2$

Exemplo

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Determine o calor transferido por unidade de tempo através dos vidros de uma janela de 5.0 mm de espessura quando a superfície exterior estiver a -5 °C e a interior a 18 °C. As dimensões da janela são 0.7×1.5 m2. (k_{vidro} = 0.80 J.m^{-1}.s^{-1}.C^{-1})

2. Convecção

Na convecção o calor é transportado através de um meio por movimentos do próprio meio.

A transferência de calor de sólidos para gases e líquidos ou através destes, faz-se principalmente por convecção.

A lei que relaciona os parâmetros envolvidos no fenómeno de convecção é a lei de Newton do arrefecimento, cuja expressão matemática que explica a perda de calor de um corpo devida à convecção é dada por,

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = hA\left(T_{f\,luido} - T_{corpo}\right)$$

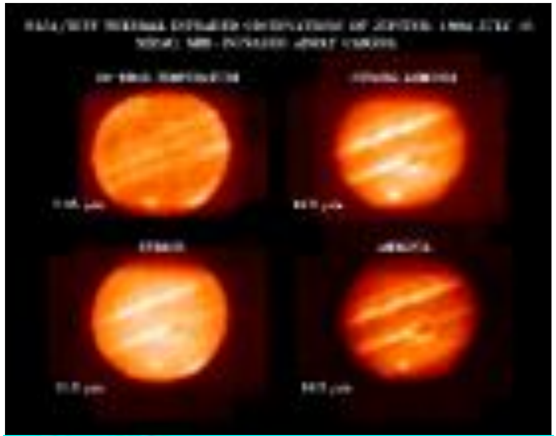
em que,

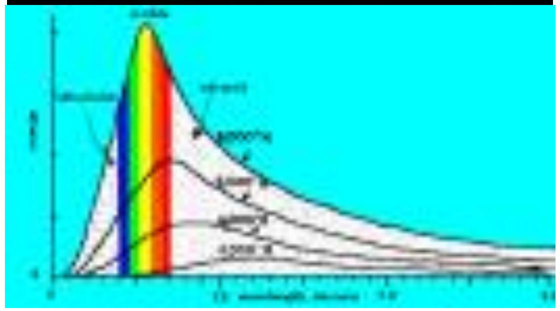
$\boldsymbol{h}$ = coeficiente de transferência de calor por convecção;

$\boldsymbol{A}$ = área da superfície de contacto entre o corpo e o fluido;

3. Radiação

Todos os corpos emitem calor para o exterior sob a forma de radiação electromagnética. O comprimento de onda desta radiação depende da temperatura do corpo, sendo, à temperatura ambiente, na zona do infravermelho.





Os corpos em equilíbrio térmico com a vizinhança, emitem e absorvem quantidades de energia iguais. Se a sua temperatura for superior à da vizinhança, emitem mais energia radiante do que recebem.

A lei que descreve a transferência de energia por radiação entre sistemas a temperaturas diferentes é a lei de Stefan-Boltzmanm,

$$P = e\sigma A T^4$$

onde,

$\boldsymbol{P}$ = potência radiada (energia/tempo) ;

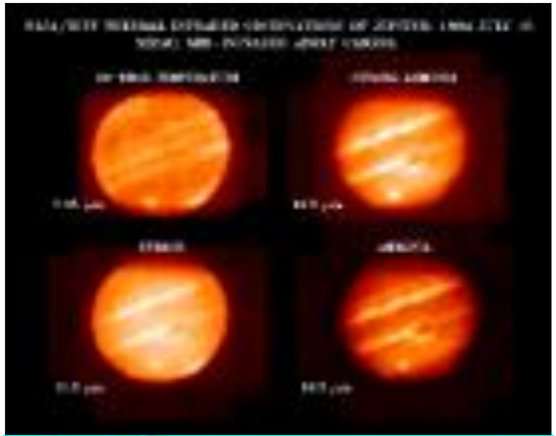
$\boldsymbol{A}$ = área da superfície radiante;

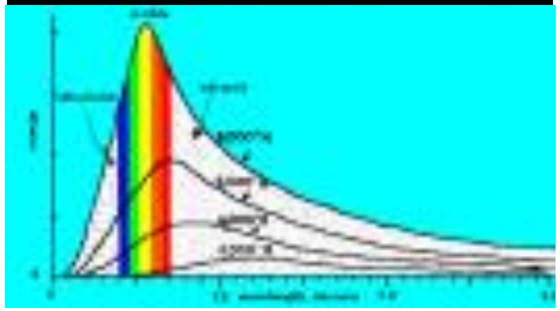
e = emissividade do corpo (varia entre 0 e 1);

σ = constante de Stefan (σ=5.6703 x 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4})

Quando o corpo que radia estiver à temperatura *T* e a vizinhança à temperatura T_e, o balanço entre a energia emitida e absorvida é dado por,

$$P = e\sigma A\left(T^4 - T_0^{\ 4}\right)$$





Exemplo

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

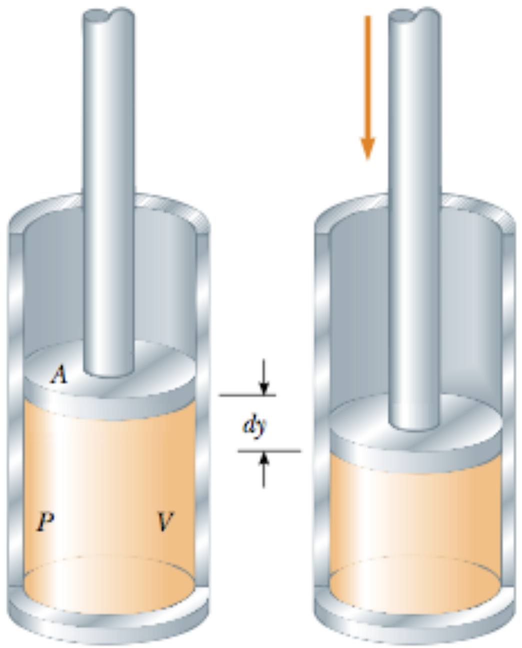
A temperatura da superfície do Sol é aproximadamente 6000K e considera-se que a sua emissividade é igual à unidade. Quantos Watt por metro quadrado radia o Sol ? Qual a potência total de emissão do Sol?

Raio do Sol: 7×10^8 m

Trabalho

Física Geral I

DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Considerando uma força a actuar no cilindro, o trabalho realizado por essa força ao deslocar o embolo de dy é

dW=***F*.*dy***

Considerando a transformação foi feita através de estados de equilibrio e que F=PA, dW=PAdy, como dV=Ady,

vem,

$$dW=-PdV,$$

em que o sinal – deriva da convenção de sinais adoptada:

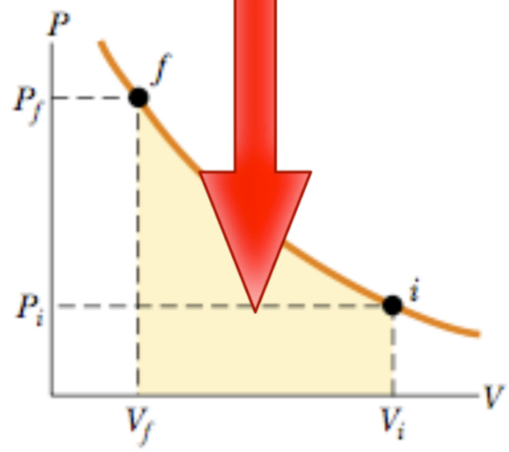
São positivas todas as quantidades recebidas pelo sistema e negativas as por ele fornecidas.

Trabalho

O trabalho total envolvido numa transformação entre um estado inicial com volume V_i e um estado final com volume V_f é:

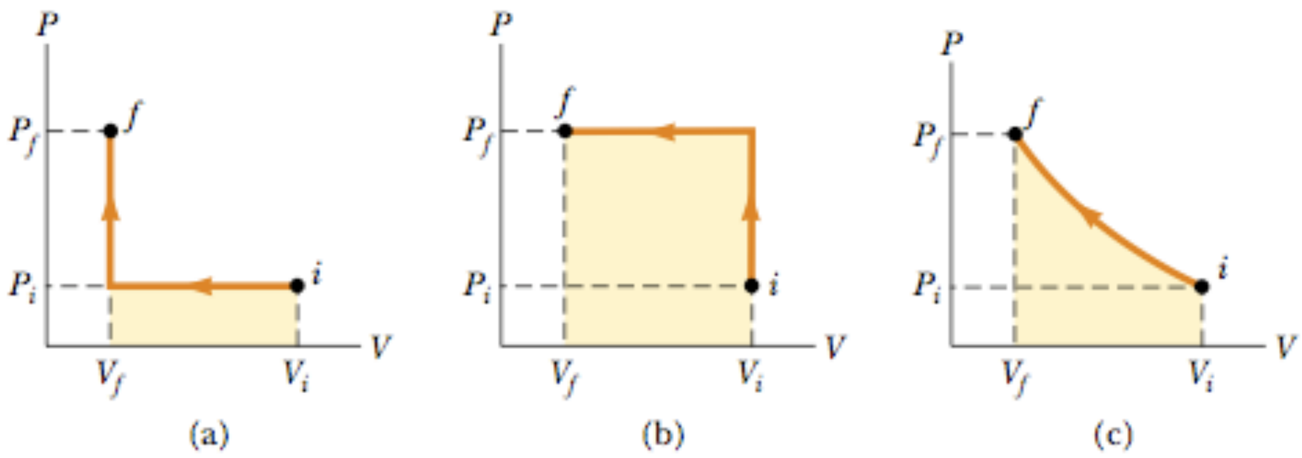
$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P\,dV$$

Se durante a transformação forem conhecidas as variáveis P e V, o estado do gás pode ser representado em cada passo da transformação por meio de uma curva num diagrama PV, onde a área sob essa curva representa o trabalho.



Trabalho

A passagem de um estado inicial i para um estado final f pode ocorrer mediante diferentes transformações envolvendo trabalhos diferentes:



(a) $W=-P_i(V_f-V_i)$;

(b) $W=-P_f(V_f-V_i)$;

(c) É necessário conhecer P(V)

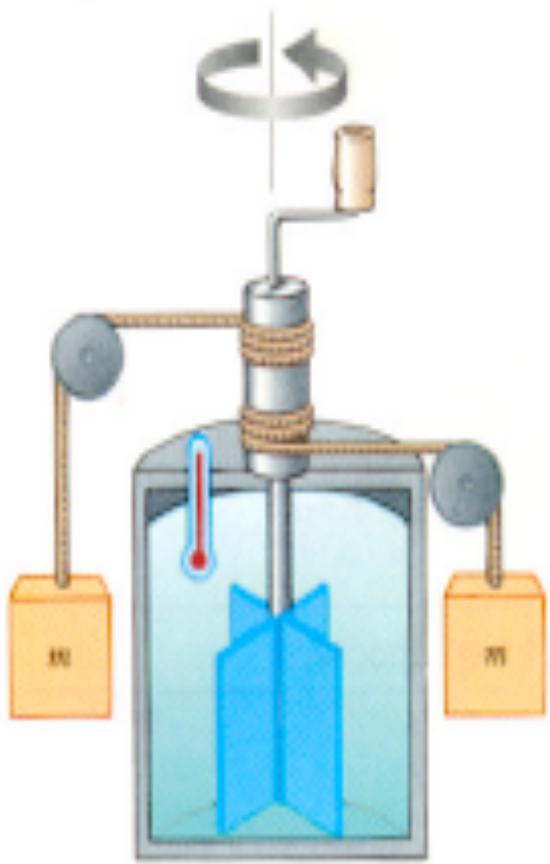
Trabalho e primeira lei da Termodinâmica.

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A **primeira lei da termodinâmica** traduz o enunciado do Princípio geral da conservação da energia e é o resultado da investigação experimental e das reflexões feitas por Joule em torno das relações entre o trabalho, o calor e a variação da energia do sistema.

O seu enunciado é o seguinte: *o calor trocado pelo sistema* ***Q*** *mais o trabalho trocado* ***W*** *é igual à variação da energia interna do sistema* ***ΔU***.

$$\Delta U = Q + W$$



Equivalente mecânico do calor

Exemplo

- Realiza-se um trabalho de 25kJ a agitar 25kg de água. Devido a deficiencias de isolamento perdem-se através das paredes do recipiente 15kcal de calor. Qual a variação da energia interna deste sistema?

1cal=4.18J

R: -37.7kJ

A Energia Interna Função de estado

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- Tal como P.V e T a Energia Interna é uma função de estado.
- Se um gás ideal sofrer um conjunto de transformações passando por vários estados, cada um desses estados caracterizado pelas variáveis de estado P, V e T, tem um valor diferente de energia interna em cada estado diferente.
- Se o processo for cíclico o estado inicial e final é o mesmo, logo a variação da energia interna é nula,

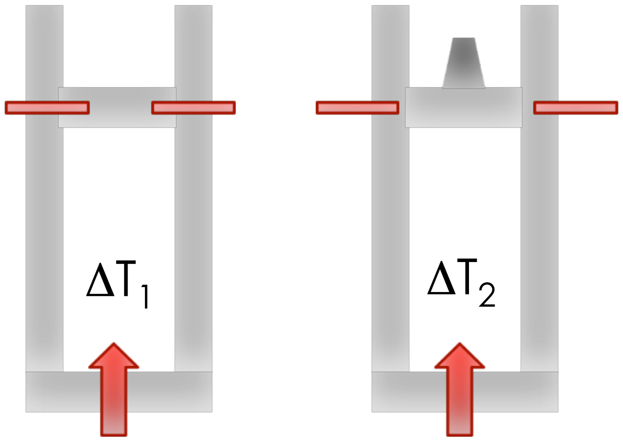
$$\Delta \boldsymbol{U} = \boldsymbol{0} \qquad \text{em processos cíclicos}$$

Calores específicos dos gases

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Se fornecermos quantidades de calor iguais a quantidades iguais do mesmo gás ideal, onde num caso essa transferencia se faz a volume constante e no outro a pressão constante, verificam-se variações de temperatura diferentes, isto é, os calores específicos são diferentes

V=Cte P=Cte



$Q=C_V\,\Delta T_1$ $Q=C_P\,\Delta T_2$

$\Delta T_2 < \Delta T_1$

$C_P > C_V$

Quando se aquece um gás a pressão constante o sistema exerce trabalho sobre o exterior, efeito que contribui negativamente na variação da Energia Interna; a volume constante não há trabalho envolvido, todo o calor contribui para o aumento da energia interna

Relação entre C_P e C_V

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A volume constante $W=0$, logo

$\Delta \boldsymbol{U} = C_V \Delta T$ se ΔT tender para 0

$dU=C_V\, dT$ (1)

A pressão constante

$\Delta \boldsymbol{U} = C_P \Delta T - P\, \Delta V$, para variações infinitésimais,

$C_P\, dT=dU+PdV$ (2)

Substituindo (1) em (2)

$C_P\, dT=C_V\, dT +PdV$

$(C_P - C_V)dT =PdV$

$C_P - C_V =P\, dV/dT$ atendendo à equação de estado dos gases ideais,

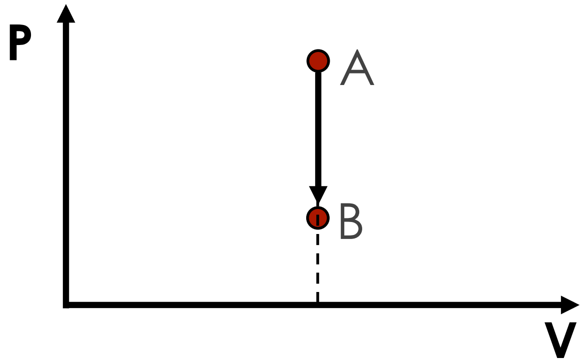
$$\mathbf{C_P - C_V = nR}$$

Aplicações da 1ª lei a transformações em gases ideais

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

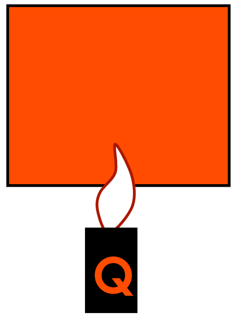
- Isocórica – A volume constante.



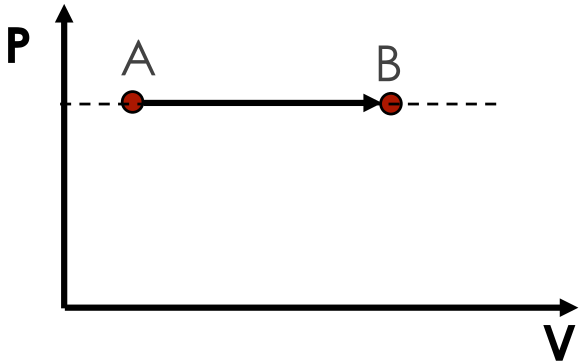
$$W = 0$$

$$Q = C_V \Delta T$$

$v_1P_1 \Rightarrow v_1P_2$



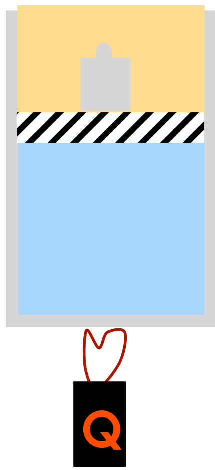
- Isobárica – A pressão constante.



$$W = -P\,(V_f - V_i)$$

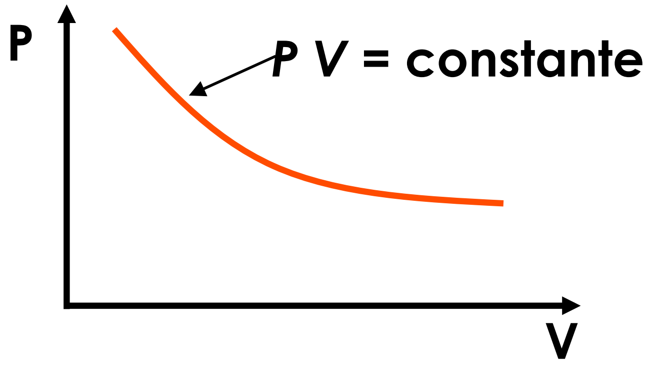
$v_1P_1 \Rightarrow v_2P_1$

$$Q = C_P \Delta T$$



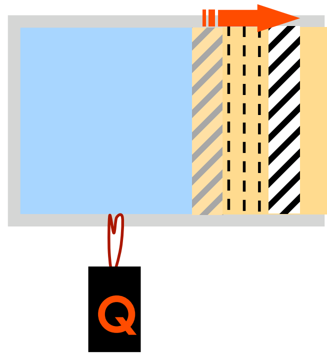
Aplicações da 1ª lei a transformações em gases ideais

- Isotérmica – A temperatura constante.

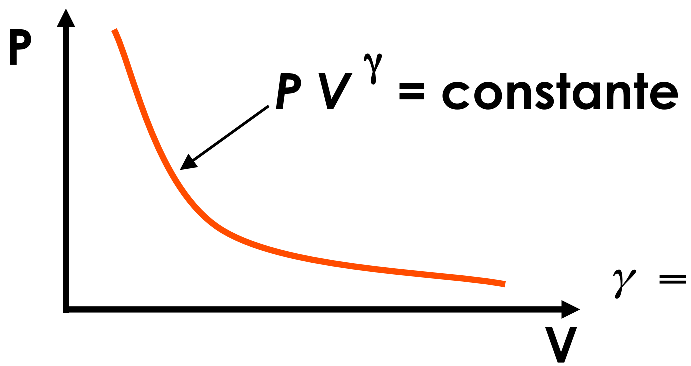


$$W = -nRT \ln(V_2/V_1)$$

$Q = -W$



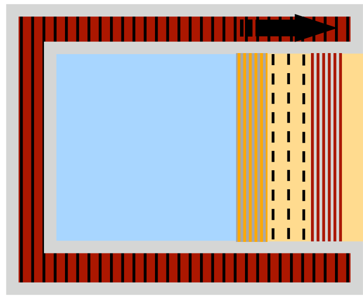
- Adiabática(*) – Sem trocas de calor.



$$\gamma = \frac{c_P}{c_V}$$

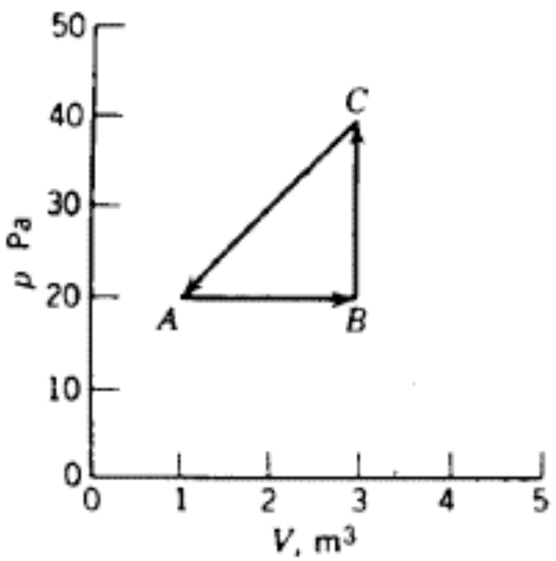
$$W = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{1-\gamma}$$

$Q = 0$



Exercicio

Um sistema termodinâmico é levado do estado inicial A até ao estado B e trazido de volta a A através do estado C, conforme o diagrama P-V da Figura.
(a) Complete a tabela, atribuindo os sinais + ou – às grandezas termodinâmicas associadas a cada processo.
(b) Calcule o trabalho realizado pelo sistema para o ciclo completo A – B – C – A.



(a)

	Q	W	ΔU
$A \longrightarrow B$	+	-	+
$B \longrightarrow C$	+	0	+
$C \longrightarrow A$	-	+	-

Num processo cíclico ΔU = 0; o calor transferido iguala o trabalho realizado"

(b)

W=Área
W=(3-1)x(40-20)/2
W=20J

Segunda Lei da Termodinâmica

- Que significado têm as mensagens de poupança de energia se face à primeira lei da termodinâmica a **quantidade total de energia do Universo se conserva**, independentemente daquilo que seja feito?
- A Segunda lei trata a possibilidade ou impossibilidade de utilizar a energia disponível
  - Transformar trabalho em energia térmica é sempre possível e fácil;
  - Remover toda a energia térmica de um sistema e convertê-la em trabalho sem que ocorram outras mudanças, é impossível

Segunda Lei da Termodinâmica

É impossível remover energia térmica de um sistema e convertê-la integralmente em trabalho sem que outras transformações aconteçam

Enunciado de Kelvin

Processos irreversíveis:

Quando dois sistemas a temperaturas diferentes entram em contacto térmico há transferência de calor do mais quente para o mais frio até se atingir o equilíbrio;

Quando dois sistemas em equilibrio térmico estão em contacto térmico, nunca flui calor de um para outro de modo a produzir-se uma diferença de temperatura entre eles.

Segunda Lei da Termodinâmica

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

É impossível produzir um processo cujo resultado seja a transferência de energia térmica de um corpo mais frio para outro mais quente

Enunciado de Clausus

2ª LEI DA TERMODINÂMICA

Restringe o tipo de conversões energéticas nos processos termodinâmicos

Formaliza os conceitos de processos reversíveis e irreversíveis

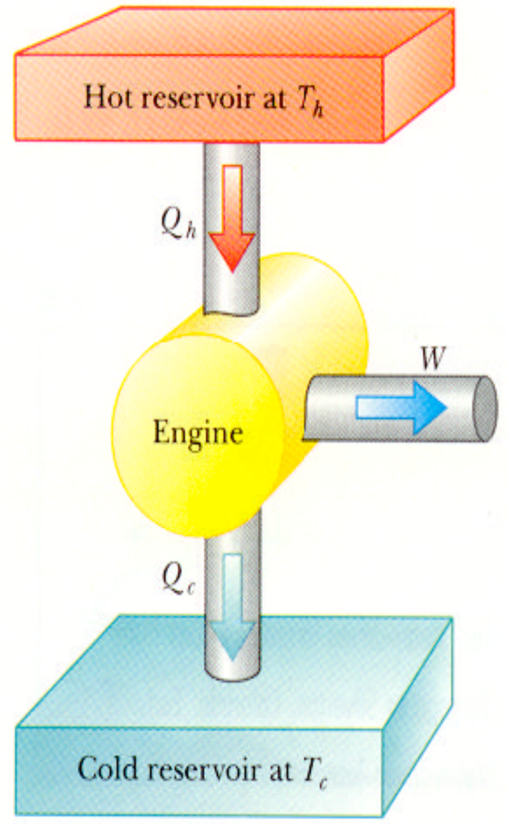
Máquinas térmicas e a segunda lei da termodinâmica.

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- A segunda lei da termodinâmica nasceu das observações de Sadi Carnot (1796-1832) que estudou a melhor maneira de aumentar o rendimento das máquinas térmicas.

- Uma máquina térmica converte energia térmica em energia mecânica através dos seguintes passos:
  1. Absorve energia térmica de um reservatório de temperatura mais elevada (Q_q) ;
  2. Realiza trabalho (W);
  3. Expele energia térmica para um reservatório de mais baixa temperatura. (Q_f)



Máquinas térmicas e a segunda lei da termodinâmica.

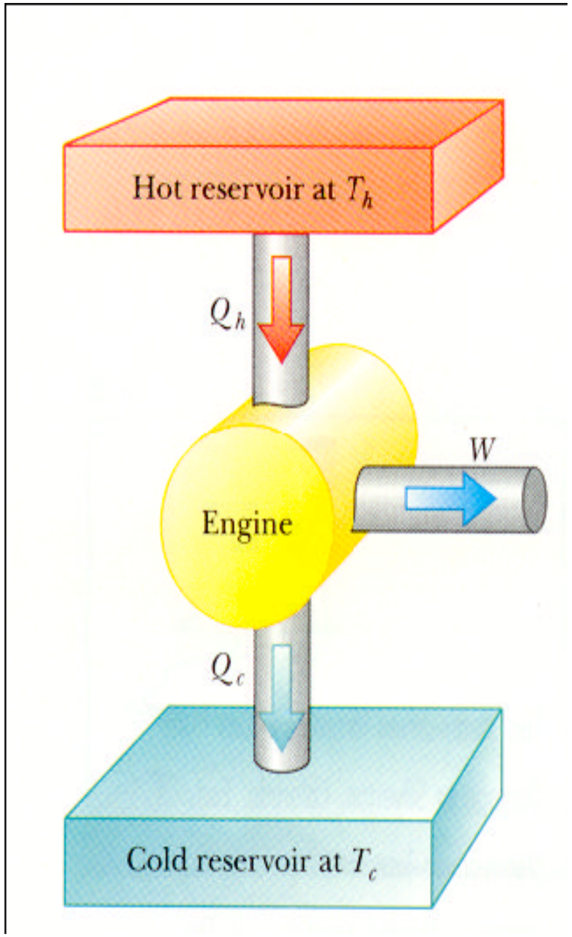
Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

(a) As máquinas térmicas são cíclicas, isto é, voltam repetidamente ao mesmo estado, o que corresponde à noção de reversibilidade;

(b) Para as máquinas térmicas funcionarem e produzirem trabalho, precisam não só de uma fonte quente, fonte de calor (caldeira), mas também de uma fonte fria (condensador).

$$\boldsymbol{Q_q - Q_f = W}$$



Máquinas térmicas

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

O rendimento de uma máquina térmica vem dado por:

$$\eta = \frac{W}{Q_q} = \frac{Q_q - Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q}$$

A situação ideal em que Q_f é zero e, portanto o rendimento é 1 nunca se verifica. Ou seja, numa máquina térmica não é possível transformar todo o calor recebido em trabalho. (2ª lei da termodinâmica).

Problema

- Uma máquina térmica tem um rendimento de 35%.
  1. Qual o trabalho efectuado por ciclo considerando que a máquina recebe 150J de calor de um reservatório quente em cada ciclo;
  2. Que quantidade de calor é enviada para a fonte ria em cada ciclo de funcionamento desta máquina?

- Respostas:
  1. 52,5J
  2. 97.5J

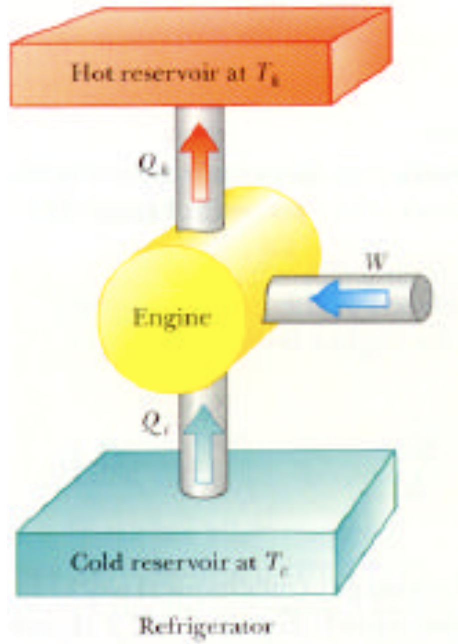
u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Máquinas frigorificas

- As máquinas frigoríficas são dispositivos que operam no modo inverso à da máquina térmica.
  1. é realizado trabalho sobre ela;
  2. retira energia térmica de um reservatório de temperatura mais baixa;
  3. expele energia térmica para um reservatório de mais baixa temperatura

A eficiencia de uma máquina frigorifica (COP) é o quociente entre o calor retirado à fonte fria (Qf) e o trabalho que foi necessário fornecer à máquina,

$$COP = \frac{Q_f}{W}$$



Exercicio

- Um frigorifico tem um coeficiente de desempenho de 4,0. Que quantidade de calor é transferido no reservatório quando 200KJ de calor são removidos de interior deste frigorifico?
- Resposta
- 250kJ

Máquina de Carnot

Das suas observações Carnot formulou o seu célebre

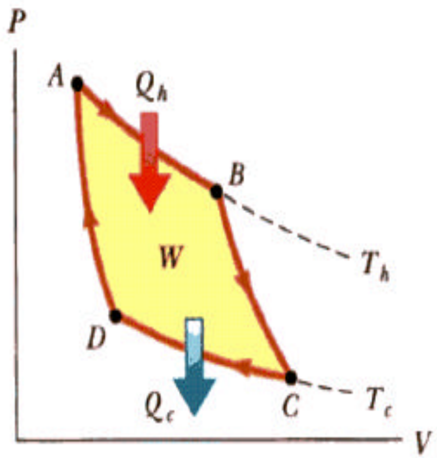
TEOREMA : ***Nenhuma máquina térmica funcionando entre uma fonte quente e uma fonte fria pode ter um rendimento superior ao de uma máquina térmica reversível funcionando entre esses mesmos reservatórios segundo o seguinte esquema:***

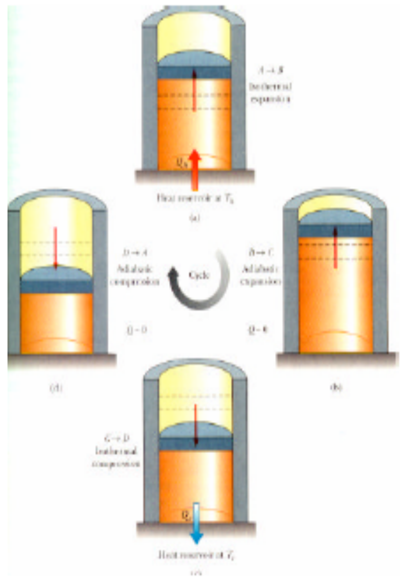
(a) expansão isotérmica;

(b) expansão adiabática;

(c) Compressão isotérmica;

(d) compressão adiabática.



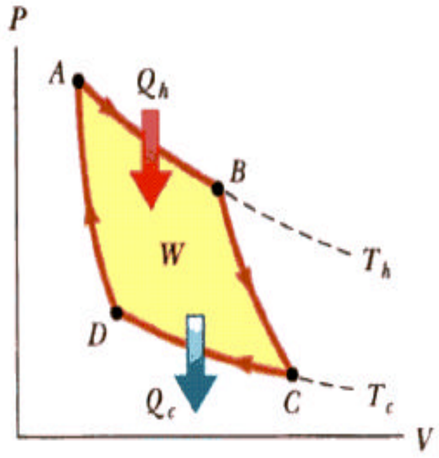


u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Máquina de Carnot

Fazendo o balanço energético das transformações envolvidas no ciclo de Carnot vem,

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_q}$$



Exercicios:

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Uma máquina de Carnot opera entre dois reservatórios de calor, um a 500K e o outro a 300K.

1. Qual o rendimento dessa máquina?
2. Se 200kJ de calor forem removidos da fonte quente, qual a quantidade de trabalho que foi produzido

Respostas

1. 40%
2. 80kJ

Entropia

- Ao tentar estabelecer o 2º princípio da Termodinâmica, Clausius encontrou uma grandeza que medisse a irreversibilidade do processo, ou a quantidade de calor que não produzia trabalho – a **Entropia** S. Assim qualquer processo termodinâmico ocorrido num sistema envolve uma variação da entropia que é dada por

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

- Em que Q é o calor trocado entre o sistema e T a temperatura do sistema

Exercicios:

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Determine a variação da energia interna do sistema em cada uma das seguintes situações:

a)recebe 500 cal e realiza um trabalho de 400 J

b)recebe 300 cal e sovre ele é feito um trabalho de 420 J

c)cede 1200 cal, mantendo-se o sistema com volume constante.

Exercicios:

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Determine a variação da energia interna do sistema num processo adiabático:

a)uma expansão realizando um trabalho de 5J

b)uma compressão correspondendo a um trabalho de 80J

Exercicios:

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Qual o trabalho realizado por um gás ideal ao expandir-se isotermicamente de um volume inicial de 3 l a 20 atm, para um volume final de 24 l?

Exercicios:

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A quantidade de 1g de água ocupa o volume de 1,00cm à pressão atmosférica; quando a água ferve transforma-se em 1671cm de vapor. Determine a variação da energia interna neste processo.

Exercicios:

Calcule o rendimento máximo de uma máquina térmica operando antreos limites de temperatura de 100°C e 400°C.

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Física Geral I

Teoria Cinética dos gases

Modelo molecular de um gas;
- **Interpretação da pressão**
- **Interpretação da temperatura**
- **velocidade quadratica média**
- **Teorema da equipartição**

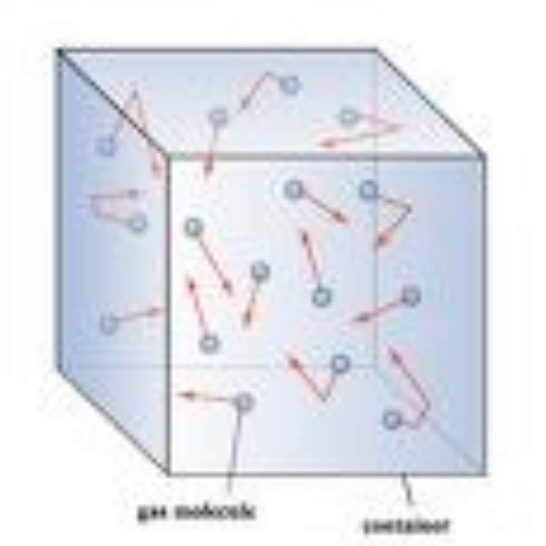
Livre percurso médio;
Distreibuição de velocidades moleculares;
Distribuição Maxwell-Boltzman;
Distribuição de energia

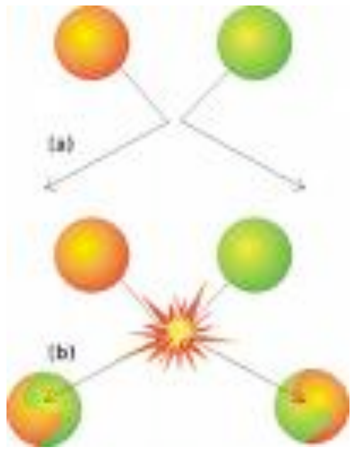
Capítulo 4-A

Bento Caldeira
2008 - 2009

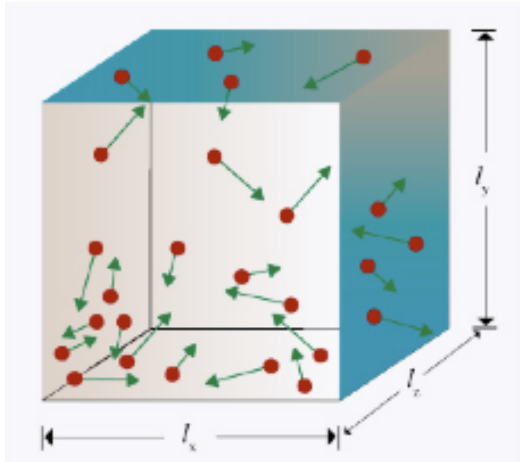
Teoria Cinética dos gases

- A teoria cinética dos gases procura explicar algumas leis da Termodinâmica a partir de leis simples da mecânica aplicadas aos átomos de um gás e usando conceitos estatísticos.





Postulados básicos da Teoria Cinética:



- Um gás é constituído por um grande número de moléculas com uma separação média entre elas muito maior que as suas dimensões.
- O movimento individual das moléculas obedece às Leis de Newton, mas no conjunto movem-se aleatoriamente.
- As moléculas sofrem colisões elásticas entre elas e com as paredes dos recipiente que as contém.
- As forças entre as moléculas são desprezáveis excepto durante as colisões.
- O gás é constituído por moléculas iguais (puro)

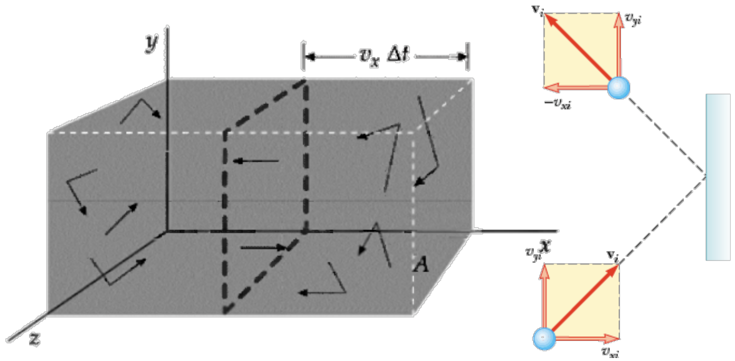
Modelo molecular para a pressão

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Partindo da hipótese:

... a pressão é devida às colisões das moléculas com as paredes do recipiente.

Considerar um recipiente rectangular de volume V, contendo N moléculas, cada uma de massa m e velocidade v.



O número de moléculas que chocam no intervalo Dt na parede de área A, perpendicular à direcção x é dado pelo produto de:

- Número de moléculas por unidade de volume : N/V;
- Moléculas cuja velocidade na direcção x as coloca ao alcance da parede no intervalo Dt : vx Dt A;
- ½ porque estatisticamente metade das moleculas afastam-se da parede

$$n^{o}\ \ choques = \frac{1}{2}\frac{N}{V}v_x \Delta t A$$

Modelo molecular para a pressão

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Calculando a força exercida por estas moléculas e dividindo-a pela área temos que a pressão é dada por:

$$P = \frac{N}{V}\left(mv_x^2\right)$$

Ou

$$PV = Nmv_x^2$$

Como nem todas as moléculas têm a mesma velocdade, substitui-se v_x por $(v_x)_{med}$ e colocamos em termos de energia cinética pelo que vem,

$$PV = 2N(\frac{1}{2}mv_x^2)_{med}$$

Interpretação molecular da temperatura

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Considerando a equação de estado dos gases ideais e a relação $nR=Nk$ em que k é a constante de Boltzman da equação anterior podemos tirar,

$$PV = 2N(\frac{1}{2}mv_x^2)_{med} = NkT$$

donde podemos deduzir

$$(\frac{1}{2}mv_x^2)_{med} = \frac{1}{2}kT$$

ou seja, a energia cinética média associada ao movimento na direcção x é proporcional à temperatura.

Como $(v_x^2)_{med} = (v_y^2)_{med} = (v_z^2)_{med}$ vem $(v^2)_{med} = 3(v_x^2)_{med}$

$$(\frac{1}{2}mv^2)_{med} = \frac{3}{2}kT$$

A velocidade das moléculas

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Da anterior equação temos,

$$(v^2)_{med} = 3\frac{kT}{m} = \frac{3kN_AT}{N_Am} = \frac{3RT}{M}$$

onde M é a massa molar do gás.

A velocidade quadratica média, v_{rms} é dada por,

$$v_{rms} = \sqrt{(v^2)_{med}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Equação que dá a velocidade das moléculas em função da temperatura

Exercicio

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A massa molar do oxigénio gasoso (o_2) é de cerca de 32g/mol e a do hidrogénio (H_2) é de cerca de 2g/mol. Calcule:

a) A velocidade *rms* de uma molécula de oxigénio quando a temperatura é de 300K.

b) A velocidade *rms* de uma molécula de hidrogénio à mesma temperatura.

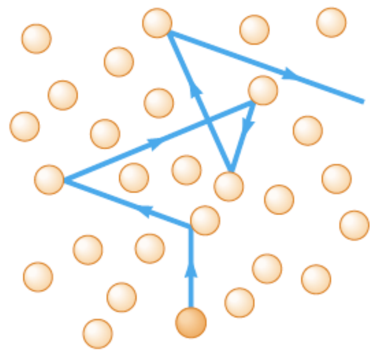
(R=8.31J.mol^{-1}.K^{-1})

Soluções:

a) 483m/s

b) 1930m/s

Livre percurso médio - λ



Se a ordem de grandeza da velocidade média das partículas é de centenas de km/s, porque razão se destapa um frasco de perfume num canto da sala e o cheiro não chega quase instantaneamente a todos os pontos da sala?

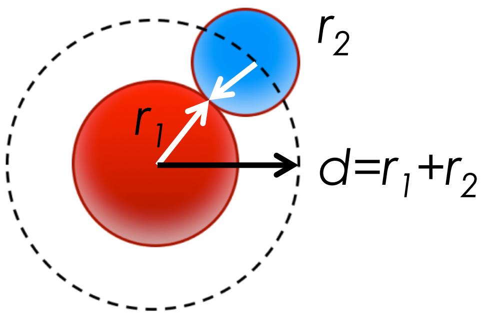
Porque as moleculas chocam, seguindo um caminho aos ziguezagues.

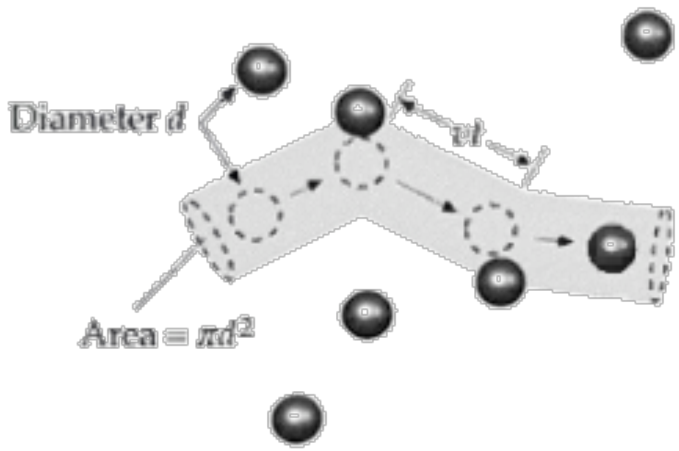
Livre percurso médio é a distância média percorrida por uma molécula de gás entre colisões com outras moléculas.

Relaciona-se com:
Abundância de moléculas no meio;
Dimensão das moléculas
Velocidade das moléculas

Livre percurso médio - λ

Duas moléculas de raios r_1 e r_2 chocam quando a distância entre os seus centros é igual a $d=r_1+r_2$





Num intervalo t a molécula percorre uma distancia vt e colide com todas as moléculas que estejam num volume cilindrico $\pi d^2 vt$. O número dessas moléculas (que colidem) é $n_v \pi d^2 vt$ *(* $n_v = N/V$*). Assim, o percurso livre médio é o percurso total (*vt*) a dividir pelo número de colisões:*

$$\lambda = \frac{vt}{n_v \pi d^2 vt} = \frac{1}{n_v \pi d^2}$$

Livre percurso médio - λ

Esta dedução foi feita no pressuposto de apenas uma molécula estar em movimento e as restantes em repouso. Tomando em linha de conta o movimento das outras a equação vem

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n_v \pi d^2}$$

O Intervalo médio entre colisões é chamado tempo de colisão τ *e o inverso deste tempo a frequência de colisões.*

$$\tau = \frac{\lambda}{v_{med}}$$

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Exercicio

- O centro de controlo de venenos quer saber mais sobre o monóxido de carbono e como se propaga através de uma sala. Então calcule:

a) o livre caminho médio de uma molécula de CO;

b) Estimar o tempo médio entre colisões;

Sabe-se que a massa molar do CO é 28g/mol; a temperatura é 300K e 1atm os diâmetros da molecula de CO e ar são da mesma dimensão e de diâmetro $3,75x10^{-10}$m; 1atm=1,013x105Pa; k=1,38x10-23J/K

Soluções:

a) 6,53x10-8m

b) 517m/s

Distribuição de velocidades moleculares

Física Geral I

u·évora
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

- A distribuição mais provável de velocidades das de N moléculas de um gás é dada por

$$N_v = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

- com

$$v_{rmq} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1.73\sqrt{\frac{kT}{m}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 1.60\sqrt{\frac{kT}{m}} \qquad v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = 1.41\sqrt{\frac{kT}{m}}$$