Perspectiva na arte do Renascimento: a construção de Alberti

Pedro Macias Marques

Uma das coisas de que mais gosto nos livros do Eduardo Veloso é da vontade que me deixam de ir ler os livros que ele leu. O Eduardo era um leitor entusiasmado e aguçava-nos a curiosidade quando falava dos livros que tinha lido. Um dos últimos trabalhos que fez foi o livro *Arte e Geometria no Renascimento* (2020), em edição digital, disponível na página da APM. O livro não ficou completo, mas os capítulos que foram escritos já nos dão material para muitas horas de exploração das conexões entre a arte e a geometria.

Um dos capítulos do livro é dedicado a Leon Battista Alberti (1404 - 1472), humanista e arquitecto, que fez a mais antiga descrição de uma construção geométrica rigorosa para representar objectos em perspectiva linear que hoje se conhece. Não conhecemos a origem da construção, porque no seu livro *De pictura* (um manuscrito de 1435), como era habitual na época, Alberti não diz quem é o seu autor. Alberti dedicou a Filippo Brunelleschi (1377 - 1446) a versão em italiano deste livro, *Della pittura* (escrito em 1436). Alguns autores vêem nisto uma indicação de que poderia ser Brunelleschi quem tenha transmitido a construção a Alberti, mas não há consenso sobre isto entre os historiadores.

O que proponho aqui é que olhemos para esta construção, recorrendo a várias formas de a representar, e tendo por base dois livros que o Eduardo refere e, à sua maneira, nos convida a ler: *The Geometry of an Art*, de Kirsti Andersen (2007) e *The Invention of Infinity*, de Judith Field (1997). Comecemos pela descrição da construção. Quem quiser, pode acompanhar este artigo com um programa de geometria dinâmica ao lado, onde pode ir fazendo a construção passo a passo (ver caixa). Levará algum tempo, mas a recompensa de poder mexer nos pontos iniciais e ver o efeito sobre as figuras valerá a pena.

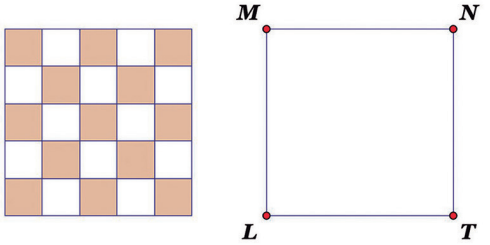

Figura 1. Início da construção de Alberti

Na figura 1, temos à esquerda uma vista de cima de um pavimento quadrado, e à direita o plano da figura onde o vamos representar. Por simplicidade, imaginamos que o plano da figura é um quadrado *LMNT*.

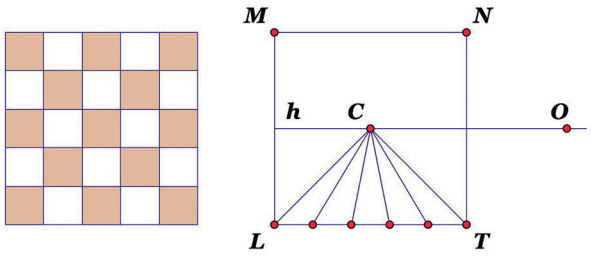

Figura 2. Construção de Alberti: ponto de fuga principal e ponto de vista

Alberti diz-nos que coloquemos sobre o plano da figura um ponto *C*, a que chama *punctus centricus* (Alberti, 1540), e que hoje designaríamos por ponto de fuga principal (figura 2). Se pensarmos que o olho do pintor é um ponto, o ponto *C* é a sua projecção ortogonal sobre o plano da figura. As rectas perpendiculares à recta *LT* convergem neste ponto.

Até aqui, a construção é semelhante ao que já faziam muitos pintores que procuravam representar em perspectiva. As rectas perpendiculares ao plano da figura (na figura 1, à esquerda, os segmentos verticais do pavimento) são representadas como concorrentes num ponto de fuga. A dificuldade estava em representar as rectas paralelas à recta *LT*, e decidir qual seria a distância relativa entre elas. Uma solução comum era colocá-las de forma que a proporção entre duas distâncias consecutivas

fosse de 2 para 3. Esta regra tinha um problema claro, apontado por Alberti: a diagonal do quadrado do pavimento não era transformada numa recta.

Descrição resumida da construção de Alberti:

- construir um quadrado *LTNM*;
- colocar um ponto *C* no seu interior;
- dividir o segmento *LT* em partes iguais (aqui escolhemos 5 partes, mas qualquer número serve);
- unir cada um dos pontos marcados sobre o segmento *LT* ao ponto de fuga *C*;
- construir a recta *h*, paralela a *LT*, passando por *C;*
- construir um ponto *O* sobre a recta *h*;
- unir *O*, por meio de segmentos, aos pontos marcados sobre o segmento *LT*;
- construir o ponto *L"*, intersecção do segmento *OL* com o segmento *NT*;
- construir a recta paralela a *LT* que passa por *L"*;
- repetir os dois passos anteriores para cada um dos pontos marcados sobre o segmento *LT*.

É agora que vem a parte genial da construção: construímos uma recta *h*, paralela ao segmento *LT*, passando por *C*. Alberti diz-nos que coloquemos um ponto *O* sobre a recta *h*. Em seguida, traçamos os segmentos que unem o ponto *O* aos pontos marcados no segmento *LT* (figura 3). Sobre as intersecções destes segmentos com o segmento *NT*, traçamos paralelas à recta *LT*.

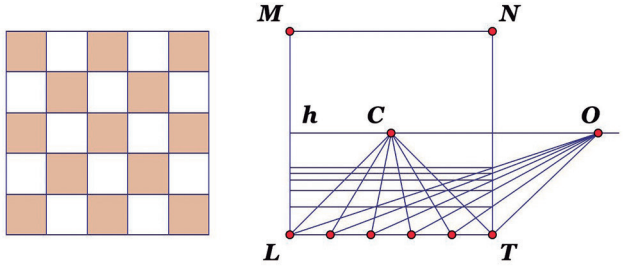

Figura 3. Construção de Alberti: últimos passos

E já está. Podemos preencher os quadriláteros que obtivemos em forma de xadrez, como o pavimento original, obtendo o que vemos na figura 4. Se está a ler isto acompanhado por um programa de geometria dinâmica, é altura de deslocar o ponto *O* sobre a recta *h*, para ver o efeito sobre o pavimento.

Alberti não explica porque é rigorosa a construção que descreve. Mas podemos tentar nós perceber o que está por trás dela, se recorrermos à perspectiva cavaleira para imaginar um pintor diante de um pavimento como este. Na figura 5, representamos o olho do pintor como ponto *O* e o seu pé como ponto *P*, no plano do pavimento. Traçamos dois segmentos unindo o ponto *O* aos vértices no fundo da sala, *R* e *S*. Para representar o pavimento no plano da figura, precisamos de saber onde estão as imagens destes dois vértices pela projecção central de centro em *O*, isto é, onde é que os segmentos intersectam o plano da figura.

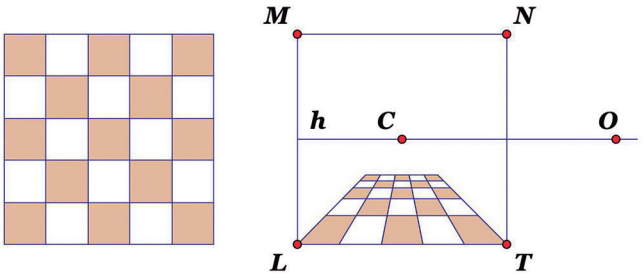

Figura 4. Pavimento representado segundo a construção de Alberti

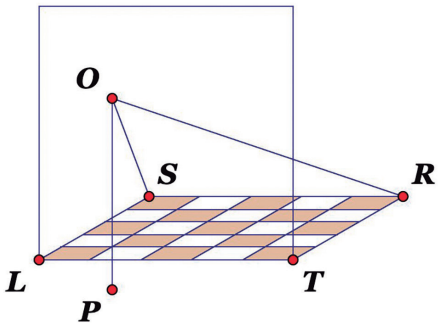

Figura 5

Para isso, podemos imaginar que o pintor se desvia para a direita, e que o seu pé fica colinear com os dois vértices laterais do pavimento, *R* e *T* (figura 6). Aqui representamos por *P'* a nova posição do pé do pintor e por *O'* a nova posição do seu olho, e designamos por *R"* a intersecção do segmento *O'R* com o plano da figura. Ora, como a recta *OO'* é paralela ao segmento *SR*, no fundo da sala, os pontos *O*, *O'*, *R* e *S* incidem num mesmo plano, e a intersecção deste plano com o plano da figura é a recta paralela a *OO'* que passa por *R"*. Obtemos assim as imagens de *R* e *S* no plano da figura pela projecção central de centro *O* (os pontos *R'* e *S'* na figura 7). O ponto de fuga principal será a intersecção das rectas *LS'* e *TR'*.

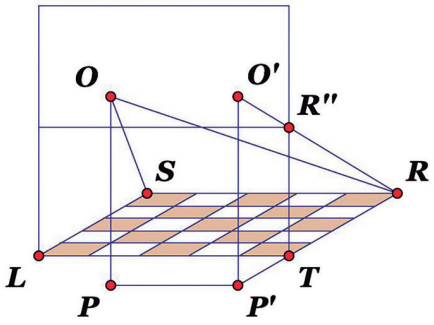

Figura 6

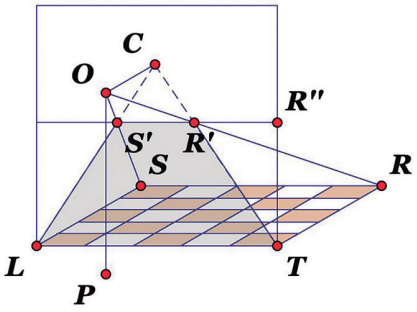

Figura 7

Na figura 8, temos uma representação análoga à que acabámos de fazer, vista de lado, desta vez deslocando o pintor para a esquerda, para facilidade de leitura. O ponto *S*" nesta figura faz o papel que fazia o ponto *R*" na anterior.

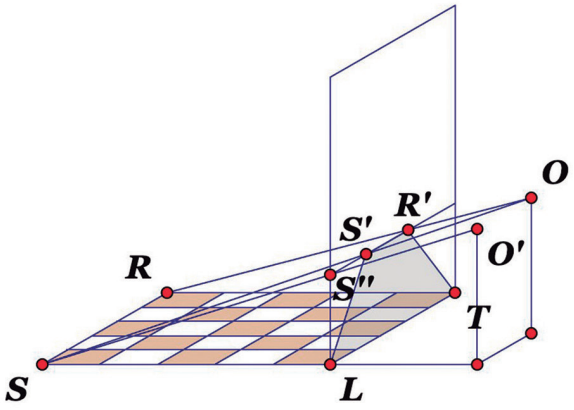

Figura 8

Finalmente, na figura 9, juntamos ambas as representações, mas escondemos a maioria dos pontos iniciais. Acrescentamos ainda os segmentos que partem de *O*' para os pontos marcados no segmento *LT*. Aí podemos ver o início da construção de Alberti e, espero, entender o seu sentido.

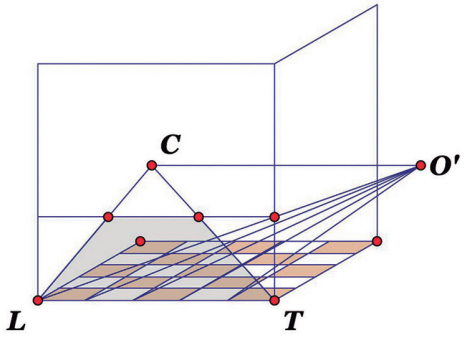

Figura 9

Durante anos, no Grupo de Trabalho de Geometria, o Eduardo trouxe-nos variados temas para discutir, aprender e pensar como poderiam ser abordados na escola. Em geral, conseguíamos fazer as duas primeiras coisas, a última é a mais difícil. Creio que a melhor homenagem que lhe podemos fazer é aproveitar os livros e as memórias que nos deixou para levar a geometria às salas de aula.

Nota

As figuras que acompanham este artigo foram feitas no *Geometer's Sketchpad*, versão 5.10 (3056).

Referências

Alberti, L. B. (1540). *De pictura, Basileia.* (manuscrito original de 1435) Digitalização disponível em https://archive.org/details/gri_000033125008508091/

Andersen, K. (2007). *The Geometry of an Art: The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences.* Springer.

Field, J. F. (1997). *The invention of infinity: Mathematics and Art in the Renaissance.* Oxford University Press.

Veloso, E. (2020). *Arte e Geometria no Renascimento.* APM . https://wordpress.apm.pt/wp-content/uploads/2020/10/ArtGeom_OUT_2020.pdf

Pedro Macias Marques
Universidade de Évora

MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

Vistas

A tarefa que apresento fez parte da Sessão Prática 7, realizada no ProfMat 89 em Viana do Castelo, dinamizado pelo Eduardo Veloso e por mim. Enquanto a questão 1 teve por base o trabalho desenvolvido com alunos de turmas do 7.º ano do Projeto MAT789, as questões 2 e 3 foram pensadas especialmente para a sessão prática.

Leonor Santos