



Universidade de Évora - Instituto de Investigação e Formação Avançada

Programa de Doutoramento em Ciências da Educação

Tese de Doutoramento

**Conhecimento sobre Estatística e o seu ensino com
investigações estatísticas: um estudo de caso no 2.º Ciclo do
Ensino Básico**

Mónica Sofia Correia Patrício

Orientador(es) | Ana Paula Canavarro

Évora 2022



Universidade de Évora - Instituto de Investigação e Formação Avançada

Programa de Doutoramento em Ciências da Educação

Tese de Doutoramento

**Conhecimento sobre Estatística e o seu ensino com
investigações estatísticas: um estudo de caso no 2.º Ciclo do
Ensino Básico**

Mónica Sofia Correia Patrício

Orientador(es) | Ana Paula Canavarro

Évora 2022



A tese de doutoramento foi objeto de apreciação e discussão pública pelo seguinte júri nomeado pelo Diretor do Instituto de Investigação e Formação Avançada:

Presidente | Bravo Nico (Universidade de Évora)

Vogais | Ana Paula Canavarro (Universidade de Évora) (Orientador)
Ana Sofia Ferreira Caseiro (Instituto Politécnico de Lisboa)
António Manuel Borralho (Universidade de Évora)
Hélia Margarida Pintão de Oliveira (Universidade de Lisboa - Instituto de Educação)
Regina Célia Grandó (Universidade Federal de Santa Catarina)

Resumo

Conhecimento sobre Estatística e o seu ensino com investigações estatísticas: um estudo de caso no 2.º Ciclo do Ensino Básico

O objetivo deste estudo é contribuir para a identificação e compreensão do conhecimento de Estatística e do seu ensino que os professores mobilizam quando põem em prática investigações estatísticas em sala de aula. Para tal, tendo como referência o caso de uma professora do 2.º ciclo de escolaridade, procura-se dar resposta às seguintes questões: (i) Que conhecimento de Estatística evidenciou a professora relativamente às diferentes etapas de uma investigação estatística em sala de aula? (ii) Que conhecimento sobre o ensino da Estatística evidenciou a professora relativamente às diferentes etapas de uma investigação estatística?

As investigações estatísticas assumem particular relevo para a aprendizagem, promovendo o desenvolvimento da literacia estatística enquanto objetivo curricular do ensino da Estatística. Desenvolvem-se através de quatro etapas, interligadas e requerendo particulares saberes e processos de raciocínio (Etapa 1 - Formulação das questões de investigação; Etapa 2 - Planeamento e recolha de dados; Etapa 3 - Organização e tratamento dos dados; e Etapa 4 - Interpretação dos resultados e formulação de conclusões).

O conhecimento do professor é desafiado quando põe em prática investigações estatísticas na aula tanto a nível do conhecimento de Estatística como a nível do conhecimento de didática da Estatística, como revela a investigação empírica sobre o conhecimento do professor para ensinar Estatística.

O estudo, de natureza qualitativa, assumiu uma abordagem interpretativa, concretizando-se através de um estudo de caso sobre uma professora de Matemática do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Esta professora integrou, juntamente com a investigadora, um grupo de trabalho colaborativo que objetivou criar viabilidade para o estudo, através da discussão de temáticas relevantes no âmbito da Educação Estatística e, em particular, a planificação e reflexão sobre um conjunto de aulas em que se desenvolveu uma investigação estatística. Foram recolhidos dados sobre o pensamento e ação da professora provenientes das sessões de trabalho referidas, das aulas observadas, das entrevistas semi-estruturadas de curta duração (após cada aula) e de longa duração (no início e no final da recolha de dados) e ainda da recolha documental.

A análise dos dados mostra, relativamente ao conhecimento de Estatística da professora, que este, no geral, é adequado nas diferentes etapas da investigação estatística, embora se identifique alguma necessidade de aprofundamento na etapa de Planeamento da recolha de dados, onde se notaram algumas inseguranças, e na etapa de Interpretação dos resultados e formulação de conclusões, em que um conhecimento predominantemente processual relativamente aos resumos estatísticos impactou a compreensão da sua representatividade e comprometeu o entendimento da sua importância enquanto ferramentas de transnumeração.

Quanto ao seu conhecimento sobre o ensino da Estatística, identificam-se desafios com os quais a professora se deparou em todas as etapas da investigação estatística, decorrentes maioritariamente da falta da sua experiência em planificar e conduzir aulas através de uma abordagem investigativa da Estatística e em identificar e colmatar as dificuldades dos alunos durante este tipo de trabalho, mais evidentes na primeira etapa de Formulação das questões de investigação que a professora identifica como aquela que mais contrangimentos lhe causou. Esta investigação sugere a necessidade de os professores aprofundarem o seu conhecimento de Estatística e da sua didática através de experiências de formação, com uma forte abordagem exploratória centrada no desenvolvimento de investigações estatísticas e ancoradas na prática letiva dos professores.

Palavras-chave: Ensino da Estatística, Conhecimento de Estatística, Conhecimento sobre o ensino de Estatística, Investigações estatísticas, Prática letiva.

Abstract

Knowledge about Statistics and its teaching with statistical investigations: a case study in the 2nd Cycle of Basic Education

The objective of this study is to contribute to the identification and understanding of the knowledge of Statistics and its teaching that teachers mobilize when they put into practice statistical investigations in the classroom. To this end, having as a reference the case of a teacher of the 2nd cycle of schooling, we seek to answer the following questions: (i) What knowledge of Statistics did the teacher show in relation to the different stages of a statistical investigation in the classroom? (ii) What knowledge about the teaching of Statistics did the teacher show in relation to the different stages of a statistical investigation?

Statistical investigations are particularly important for learning, promoting the development of statistical literacy as a curricular objective of teaching Statistics. They are developed through four stages, interconnected and requiring particular knowledge and processes of reasoning (Stage 1 - Formulation of research questions; Stage 2 - Planning and data collection; Stage 3 - Organization and processing of data; and Stage 4 - Interpretation of results and formulation of conclusions).

The teacher's knowledge is challenged when he puts statistical investigations into practice in the classroom, both at the level of knowledge of Statistics and at the level of knowledge of didactics of Statistics, as empirical research on the teacher's knowledge to teach Statistics reveals.

The study, of a qualitative nature, took an interpretive approach, materializing itself through a case study of a Mathematics teacher of the 2nd Cycle of Basic Education. This teacher joined, together with the researcher, a collaborative work group that aimed to create feasibility for the study, through the discussion of relevant themes within the scope of Statistical Education and, in particular, the planning and reflection on a set of classes in which developed a statistical investigation. Data on the teacher's thinking and action were collected from the aforementioned work sessions, from the observed classes, from short-term (after each class) and long-term (at the beginning and end of data collection) semi-structured interviews and still from the documentary collection.

The data analysis shows, regarding the teacher's knowledge of Statistics, that, in general, it is adequate in the different stages of the statistical investigation, although some need to deepen in the Planning stage of data collection was identified, where some insecurities were noted. , and in the stage of Interpretation of results and formulation of conclusions, in which a predominantly procedural knowledge regarding statistical summaries impacted the understanding of their representativeness and compromised the understanding of their importance as transnumbing tools. As for her knowledge about the teaching of Statistics, challenges that the teacher faced at all stages of statistical research were identified, resulting mainly from the lack of her experience in planning and conducting classes through an investigative approach to Statistics and in identify and overcome the students' difficulties during this type of work, more evident in the first stage of Formulation of research questions that the teacher identifies as the one that caused her the most embarrassment.

This investigation suggests the need for teachers to deepen their knowledge of Statistics and its didactics through training experiences, with a strong exploratory approach focused on the development of statistical investigations and anchored in the teaching practice of teachers.

Keywords: Statistics, Knowledge of Statistics, Knowledge about teaching Statistics, Teaching practice, Statistical investigations.

Às duas Marias da minha vida.

Agradecimentos

À minha querida orientadora e amiga, Professora Doutora Ana Paula Canavarro, que muito me tem apoiado ao longo destes últimos anos nesta minha aventura de ser professora e investigadora e muito me tem inspirado a ser melhor profissional e pessoa.

Aos professores colaborantes neste estudo, pela disponibilidade e empenho nas causas da profissão, da Matemática e da amizade.

Ao meu pai, restantes familiares e amigos que me apoiaram e incentivaram a nunca desistir.

À minha querida e doce Maria que, primeiro cá de dentro e depois cá de fora, assistiu impaciente ao concretizar deste sonho da mãe.

Ao António, por tudo...

Índice geral

Capítulo I

Introdução	1
Motivação para o estudo	1
Pertinência do estudo	3
Objetivo e questões do estudo	7

Capítulo II

A Estatística e o seu ensino	9
Orientações curriculares para o ensino da Estatística.....	10
A Estatística e a Matemática	10
Literacia estatística, Raciocínio estatístico e Pensamento estatístico ..	12
A Literacia estatística como objetivo curricular	21
A Estatística no currículo	30
Investigações estatísticas	46
Organização e representação de dados	60
Medidas Estatísticas.....	70

Capítulo III

O conhecimento do professor para ensinar Matemática	89
Breve enquadramento	89
O conhecimento do professor	90
Natureza do conhecimento do professor	91
Estrutura do conhecimento do professor	94
Conteúdo do conhecimento do professor	96
O conhecimento didático do professor de Matemática	101
O conhecimento didático do professor de Matemática e a prática letiva	106
A planificação.....	107
A condução	109
A reflexão	124
O conhecimento do professor para ensinar Estatística	125

Investigação empírica sobre o conhecimento do professor para ensinar Estatística	135
Conhecimento de Estatística	136
Conhecimento de didática da Estatística.....	152

Capítulo IV

Metodologia	173
Opções metodológicas	173
O contexto da investigação	177
Técnicas e instrumentos de recolha de dados	178
A entrevista.....	179
A observação de aulas	180
A análise documental	181
A análise dos dados.....	184
O trabalho colaborativo	190
Relevância para o estudo.....	192
Natureza do trabalho	193
Cronograma das sessões de trabalho.....	194
Fundamentos de natureza ética.....	195

Capítulo V

A professora Inês	197
Apresentação.....	197
A pessoa e a professora	198
O contexto profissional	201
Conhecimento de Estatística	201
Conhecimento do ensino da Estatística.....	203
Síntese	207
A prática letiva com investigações estatísticas.....	208
Seleção da tarefa e seu desenvolvimento	208
Etapa 1: Formulação das questões de investigação.....	210
Planificação.....	211
Condução.	215
Reflexão.	224

Síntese da Etapa 1.....	227
Conhecimento de Estatística.....	227
Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas.....	228
Etapa 2: Planeamento e recolha de dados.....	232
Planificação.....	233
Condução.....	238
Reflexão.....	253
Síntese da etapa 2.....	257
Conhecimento de Estatística.....	257
Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas.....	258
Etapa 3: Organização e representação dos dados.....	265
Planificação.....	266
Condução.....	270
A reflexão.....	306
Síntese da Etapa 3.....	310
Conhecimento de Estatística.....	310
Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas.....	313
Etapa 4: Interpretação dos dados e formulação das conclusões.....	320
Planificação.....	320
Condução.....	325
A reflexão.....	340
Síntese da Etapa 4.....	344
Conhecimento de Estatística.....	344
Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas.....	346
Reflexão final.....	354
Balanço geral.....	354
Conhecimento de Estatística.....	355
Conhecimento sobre o ensino da Estatística com investigações estatísticas.....	356
Tarefa.....	356
Planificação.....	357
Condução.....	358
Trabalho colaborativo.....	360

Capítulo VI

Conclusão	363
Síntese do estudo	363
Conclusões do estudo.....	365
O conhecimento de Estatística no desenvolvimento de investigações estatísticas na sala de aula	365
Etapa 1: Formulação das questões de investigação.	365
Etapa 2: Planeamento e recolha de dados.....	366
Etapa 3: Organização e tratamento de dados.....	368
Etapa 4: Interpretação dos resultados e formulação das conclusões.	371
O conhecimento sobre o ensino da Estatística no desenvolvimento de investigações estatísticas na sala de aula	373
Etapa 1: Formulação das questões de investigação.	373
Etapa 2: Planeamento e recolha de dados.....	376
Etapa 3: Organização e representação de dados.....	380
Etapa 4: Interpretação dos dados e formulação das conclusões	384
Síntese das conclusões do estudo	389
Considerações finais	394
Referências bibliográficas.....	399
ANEXOS	415

Índice de Quadros

Quadro 1 - Termos para distinguir os três propósitos do ensino e aprendizagem da estatística (delMas, 2002, p.6).....	15
Quadro 2 - Modelo do pensamento estatístico com 4 dimensões (Wild & Pfannkuch, 1999, p. 226).....	19
Quadro 3 – Categorias principais do conhecimento estatístico base (Gal, 2002).	26
Quadro 4 - Questões críticas sobre amostragem acerca da informação estatística (Gal, 2002, p.16).....	27
Quadro 5 - Níveis de desenvolvimento estatístico esperado por nível de escolaridade e etapas do processo estatístico (NCTM, 2007).....	34
Quadro 6 - Níveis de desenvolvimento estatístico de acordo com as diferentes etapas do processo investigativo (Franklin et al., 2007).....	38
Quadro 7 – Tópicos de aprendizagem para a o tema Organização e Tratamento de Dados, nos 3 ciclos do ensino básico, presentes no PMEB (2007).....	40
Quadro 8 - Orientações curriculares gerais e metodológicas do NPMEB, por ciclo de escolaridade, de acordo com as quatro etapas do processo investigativo (ME, 2007; Martins & Ponte, 2010).....	41
Quadro 9 - Conteúdos e objetivos de aprendizagens previstos nas Aprendizagens, por ciclo de escolaridade e de acordo com as cinco etapas de uma investigação estatística (Canavarro et al., 2021).....	44
Quadro 10 - Comparação das diferentes etapas do ciclo investigativo por diferentes autores.....	49
Quadro 11 - Níveis de compreensão gráfica – (Friel, Curcio & Bright, 2001; Monteiro & Ainley, 2003; Shaughnessy, 2007; González et al., 2011; Batanero, 2011).....	65
Quadro 12- Níveis de compreensão gráfica e exemplos de comportamentos (Shaughnessy, 2007, p. 991).....	66
Quadro 13 - Níveis da compreensão gráfica – Ayoma (2007).....	66
Quadro 14 - Diferentes significados do conceito de média (Batanero, 2000b).....	80
Quadro 15 - Exemplos de contextos para os vários significados da média (Konold & Pollatsek, 2004, p. 177).....	81
Quadro 16 - Categorias do conhecimento didático do professor (Oliveira et al., 1999, p. 197).....	104
Quadro 17- Conhecimento profissional relacionado com a prática letiva (Ponte, 2011, p. 301).....	107
Quadro 18 - Aspectos do conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007, p. 430) (adaptado).....	127
Quadro 19- Modelo conceptual do conhecimento do professor para ensinar estatística em relação ao pensamento estatístico e às investigações (Burgess, 2009).....	132
Quadro 20 – Modelo para análise do conhecimento do professor para ensinar Estatística adotado no presente estudo (Canavarro, 2003; Groth, 2007; Burgess, 2009; Ponte, 2012; Martins e Ponte, 2010) (adaptado).....	135
Quadro 21 – Distribuição das aulas pelas diferentes etapas da investigação estatística.....	181
Quadro 22 – Estrutura das aulas de Inês apresentadas nos planos de aula.....	183

Quadro 23 - Sistema de codificação utilizado no estudo	187
Quadro 24 - Categoria e subcategorias de análise	188
Quadro 25 - Cronograma das sessões de trabalho colaborativo	194
Quadro 26 – Distribuição das aulas pelas diferentes etapas da investigação estatística	210
Quadro 27 - Distribuição das variáveis a estudar por cada grupo (AO_2).....	239
Quadro 28 - Tipos de gráficos selecionados pela docente para cada uma das variáveis dos grupos.....	290

Índice de Figuras

Figura 1 - Relação hierárquica entre literacia estatística, raciocínio e pensamento estatísticos (Garfield & Ben-Zvi, 2007, p. 381)	14
Figura 2 – Modelo de literacia estatística (Gal, 2002, p. 4)	25
Figura 3 - Gráficos com erros de construção (Martins & Ponte, 2010)	63
Figura 4 - Gráfico sem erros de construção (Martins & Ponte, 2010)	63
Figura 5 – Posicionamento da média numa representação gráfica de uma distribuição simétrica (Martins & Ponte, 2010, p. 123)	74
Figura 6 - Posicionamento da média e da mediana em representação gráfica de diferentes tipos de distribuições (Martins & Ponte, 2010, p. 135)	74
Figura 7 - Representação da média como partilha equitativa por compensação ("deslocam-se 3 cubos da torre maior de modo a ficarem todas com 4 cubos") (Monteiro, 2009b).....	76
Figura 8 - Diagrama com o número de animais de cada criança (Frankilin et al., 2007)77	
Figura 9 - Diagrama com os animais igualmente distribuídos (Frankilin et al., 2007)..	77
Figura 10 - Diagrama com um ponto movido (Frankilin et al., 2007)	78
Figura 11 - Diagrama com dois pontos movidos (Frankilin et al., 2007).....	78
Figura 12 - Diagrama com difentes pontos movidos (Frankilin et al., 2007)	78
Figura 13 - Diagrama com a distância dos pontos.....	78
Figura 14 - Diagrama com a distância dos pontos originais ao 5 (Frankilin et al., 2007)	79
Figura 15 - Domínios do conhecimento matemático para ensinar (Ball et al., 2008)..	100
Figura 16 - Vertentes do conhecimento didático (Ponte, 2012, p. 4)	103
Figura 17 - Relação entre os diversos tipos de tarefas, relativamente ao seu grau de desafio e estruturação (Ponte, 2005, p. 17).	111
Figura 18 - Duração de diferentes tipos de tarefas (Ponte, 2005, p. 19)	111
Figura 19 - Os contextos das tarefas matemáticas (Ponte, 2005, p. 20).....	112
Figura 20 - Estrutura hipotética para o conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007).....	126
Figura 21 - Elementos hipotéticos de SKT e estrutura de desenvolvimento (Groth, 2013)	131
Figura 22 - Modelo para aprender a ensinar investigações estatísticas (Makar, 2008)	159

Figura 23 - Tema, tópicos e subtópicos: Plano de aula 1	182
Figura 24 - Fase de introdução da aula: Plano de Aula 1	184
Figura 25 - Tarefa específica da 1. ^a etapa da investigação (Sousa, 2002).....	211
Figura 26 – “Objetivos específicos”: Planos de Aula 1.....	213
Figura 27 – “Desenvolvimento/apresentação/discussão da tarefa” - Plano de Aula 1 .	214
Figura 28 - "Questões a colocar aos alunos" - Plano de Aula 1	215
Figura 29 - Registo feito pela professora no quadro - Recuperação a partir do vídeo (AO_1).....	222
Figura 30 – Tarefa da 2. ^a etapa da investigação (Sousa, 2002).....	233
Figura 31 - “Desenvolvimento/apresentação/discussão da tarefa” - Plano de Aula 2..	235
Figura 32 - "Questões a coloca aos alunos": Plano de aula 2.....	236
Figura 33 - Registo feito pela professora no quadro - Recuperação a partir do vídeo (AO_2).....	244
Figura 34 - Tarefa da 3. ^a etapa da investigação (Sousa, 2002).....	266
Figura 35 - "Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 4	268
Figura 36 - "Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 5	268
Figura 37 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 4	269
Figura 38 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 5	270
Figura 39 - Tabela de frequências do grupo 1 - variável "N.º de calçado" – recuperação a partir do vídeo (AO_4).	271
Figura 40- Tabela de frequências do grupo 2 - variável "Cor dos olhos" - recuperação a partir do vídeo (AO_4)	272
Figura 41 - Tabela de frequências do grupo 4 - variável "Número de irmãos" - recuperação a partir do vídeo (AO_4).	273
Figura 42 - Gráfico de barras do grupo 4 - variável “N.º de horas que jogam videojogos por dia” – imagem retirada do vídeo (AO_5).....	300
Figura 43 - Pictograma do grupo 2 - variável "Cor dos olhos" – imagem retirada do vídeo (AO_5).....	301
Figura 44 – Diagrama de caule-e-folhas do grupo 2 - variável "Altura" – imagem retirada do vídeo (AO5).....	302
Figura 45 – Gráfico circular do grupo 2 projetado em acetato - variável "N.º de pessoas do agregado familiar" – imagem retirada do vídeo (AO_5).....	303
Figura 46 - Diagrama de caule-e-folhas do grupo 5 - variável “Peso das mochilas” – imagem retirada do vídeo (AO_5).....	304
Figura 47 - Tarefa da 4. ^a etapa da investigação (Sousa, 2002).....	320
Figura 48 - "Objetivos específicos": Plano de aula 7	322
Figura 49 - "Desenvolvimento e /apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 6	323
Figura 50 - "Desenvolvimento da tarefa/apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 7	323
Figura 51 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 6	324
Figura 52 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 7	325

Figura 53 - Acetato do grupo 1 – Perfil do aluno típico da turma - variável "N.º de calçado", respetivas medidas estatísticas e diagrama de caule-e-folhas.....	334
Figura 54 - Texto final - Perfil do aluno típico da turma de acordo com as variáveis estudadas pela turma.....	335
Figura 55 – Extensão às conclusões do grupo 5 – reflexão sobre “O peso da mochila” (AO_7).....	339
Figura 56 - Extensão da tarefa do grupo 2 – reflexão sobre “O peso da mochila” (AO_7)	339
Figura 57 - Extensão às conclusões do grupo 4 –	339
Figura 58 - Extensão às conclusões do grupo 4 – reflexão sobre “N.º de horas semanais de videojogos.....	339
Figura 59 - Extensão às conclusões do grupo 6 – reflexão sobre a “Alimentação” (AO_7).....	340
Figura 60 - Extensão da tarefa do grupo 3 – reflexão sobre a “Alimentação” (AO_7)	340
Figura 61 - Planificação das sessões de trabalho colaborativo.....	419

Índice de Anexos

Anexo 1– Ficha do professor participante no estudo	417
Anexo 2 – Cronograma geral das atividades do estudo	418
Anexo 3 – Planificação das sessões de trabalho colaborativo.....	419
Anexo 4 – Guião da 1. ^a Entrevista.....	422
Anexo 5 – Guião da 2. ^a entrevista	425
Anexo 6 – Guião para Reflexão sobre a condução da aula	428
Anexo 7 – Registo para observação de aula pela investigadora.....	429
Anexo 8 – Pedido de autorização para registo de informação áudio e videogravada ..	430
Anexo 9 – Guião da investigação estatística “Como são os alunos da minha turma?”	431
Anexo 10 – Estrutura dos Planos de Aula da professora.....	433
Anexo 11 – <i>PowerPoints</i> informativos usados pela professora	434
Anexo 12 – Extensões à investigação realizadas pela professora	439
Anexo 13 – Materiais utilizados nas Sessões de Trabalho Colaborativo	442

Capítulo I

Introdução

Este capítulo inicia-se com a apresentação das motivações pessoais da investigadora para a realização do presente estudo. Em seguida, discute-se a sua pertinência. Por fim, apresenta-se o objetivo do estudo e as questões de investigação que o nortearam.

Motivação para o estudo

Statistical thinking will one day be as necessary for efficient citizenship as the ability to read and write!

Samuel S. Wilks¹

Há uns anos atrás, enquanto a investigadora efetuava algumas pesquisas contactou, por acaso, com a citação anterior do estatístico Samuel S. Wilks, a qual a deixou a pensar e a tem acompanhado desde então.

Recuando um pouco mais no tempo, a primeira vez que a investigadora contactou com Estatística enquanto aluna, foi no ensino secundário, na década de 90, no âmbito do programa de Matemática então em vigor (ME, 1991d). Posteriormente, já no ensino superior, a unidade curricular (UC) de “Estatística e Probabilidades” no âmbito da Licenciatura de professores do ensino básico variante de Matemática e Ciências da Natureza, permitiu-lhe também aprofundar o seu conhecimento estatístico. De ambas as experiências, recorda a realização de uma enorme quantidade de cálculos fastidiosos que

¹ Citação do discurso presidencial em 1951 do estatístico matemático Samuel S. Wilks (1906 - 1964) para a American Statistical Association.

o tratamento de dados exigia onde era permitido o uso da calculadora científica para os poder realizar com maior proeficiência, mas recorda também a realização de estudos estatísticos, os quais objetivaram a consolidação e/ou regulação das aprendizagens, uma vez que se seguiram à lecionação dos conteúdos. No caso do estudo estatístico realizado na UC de “Estatística e Probabilidades”, que é o que recorda com maior pormenor pela maior proximidade temporal, os dados foram-lhe apresentados a partir de uma fonte secundária e o seu contexto de origem, o qual era parcialmente desconhecido, carecia de ser completado de acordo com a criatividade e sentido crítico dos alunos para que se adequasse aos mesmos e atribuísse significado à sua interpretação e à formulação das conclusões. A metodologia de trabalho sugerida pela docente foi a de trabalho em grupo. Aprender Estatística através de uma abordagem exploratória foi uma imagem que a investigadora reteve, por um lado, porque foi um experiência agradável e desafiante e, por outro, porque lhe fez todo o sentido aprender daquela forma.

Enquanto professora de Matemática do 2.º ciclo, nas oportunidades que lhe ofereceram a lecionação do tema aos seus alunos, tentou sempre proporcionar-lhes a mesma experiência que os seus professores lhe tinham proporcionado a si. Contudo, a prática letiva veio evidenciar a necessidade de aprofundamento do seu conhecimento, sobretudo a nível de didática da Estatística, para responder a todos os desafios que o ensino através de uma abordagem exploratória/investigativa da Estatística acarreta.

Mais tarde, já durante a frequência do doutoramento em Educação pela Universidade de Évora, o entusiasmo partilhado entre a investigadora e a sua orientadora, professora doutora Ana Paula Canavarro, sobre o conhecimento didático dos professores, que já havia dado lugar à sua dissertação de mestrado (Patrício, 2010), e sobre o ensino da Estatística, materializou-se no trabalho que se apresenta em seguida.

Hoje, à distância deste estudo e de muitos anos de ensino, a investigadora reconhece que compreende mais profundamente o alcance da afirmação de Wilks. Que, a cada dia que passa, ela é mais atual e concorda mais com ela. Que só quando nos disponibilizamos a aprender, a investir em formação, quando investigamos um determinado assunto do nosso interesse, passando por todas as etapas do ciclo investigativo, estamos em condições de compreender o alcance da informação com a qual nos deparamos no dia-a-dia. É assim que se espera que todos os cidadãos aprendam Estatística, é assim que se espera que todos os professores a ensinem.

Pertinência do estudo

O mundo do século XXI é governado por números. Todos os dias, somos confrontados com informação estatística sobre as mais diversas áreas da esfera social (e.g., medicina, economia, desporto, educação e política). Os cabeçalhos dos jornais utilizam dados estatísticos para nos dão conta dos aumentos nos preços dos combustíveis, das médias dos resultados dos exames nacionais, da taxa de incidência da Covid-19, da eficácia de uma determinada vacina e do número de refugiados da guerra da Ucrânia, por exemplo. A publicidade está inundada de números, os quais utiliza de forma competitiva e, às vezes abusiva, prometendo as melhores condições de adesão a determinada rede de comunicações ou os mais baixos juros e preços na compra de produtos. Toda esta informação influencia consciente ou inconscientemente as nossas decisões a nível pessoal e profissional e orienta-nos no exercício da nossa cidadania (Franklin et al., 2007; Martins & Ponte, 2010; Steen, 2002).

A Estatística, como a ciência que trata os dados assume nos dias de hoje uma importância primordial no desenvolvimento da sociedade atual (Martins & Ponte, 2010).

Existe hoje uma relação direta entre o grau de desenvolvimento de um país e o seu sistema estatístico na produção de estatísticas completas e fiáveis, já que estas contribuem para a tomada de decisões a nível económico, social e político.

As mudanças que assistimos numa sociedade orientada por dados devem ter expressão máxima a nível educacional. Os currículos escolares devem incorporar as características sociais e culturais de uma determinada época e, assim como o conhecimento cresce, as tecnologias evoluem e as necessidades individuais e sociais mudam, também a escola e o currículo devem acompanhar esta evolução e traduzir a herança cultural presente na sociedade na qual os alunos se irão inserir (APM, 1996).

Atribuir sentido aos dados com que somos confrontados a todo o momento, melhorar as previsões e lidar com a incerteza, variabilidade e complexidade são competências essenciais para se ser um consumidor informado, um cidadão esclarecido e um trabalhador eficiente, só possível através do desenvolvimento uma literacia estatística forte, que não surge espontaneamente pela simples participação na atividade social, pelo que a escola é chamada a desempenhar um papel fundamental na educação dos alunos

neste campo (Batanero, 2000a; Batanero & Godino, 2005; Ponte & Fonseca, 2001; Shaughnessy, 2007).

Verifica-se que a preocupação com a compreensão de ideias elementares de Estatística tem vindo a refletir-se nas últimas décadas com a crescente incorporação da Estatística nos currículos escolares de vários países, incluindo Portugal, e mais recentemente com recomendações explícitas à sua abordagem desde os níveis mais elementares de ensino e através de uma abordagem investigativa (Batanero, 2000a; Canavarró et al., 2021; Gattuso & Ottaviani, 2011; Martins & Ponte, 2010; Shaughnessy, 2007).

A literacia estatística surge hoje como o objetivo fundamental do ensino da Estatística a nível elementar. Visa uma educação estatística básica para todos os cidadãos em geral que lhes forneça ferramentas para lidar de forma inteligente com a informação quantitativa no mundo ao seu redor e lhes possibilite interpretar essa informação, tomarem decisões informadas com base nela, valorizarem e colaborarem com o trabalho dos estatísticos (Batanero & Godino, 2005; Garfield & Ben-Zvi, 2008; Martins & Ponte, 2010; Steen, 2002). Por outras palavras, a literacia estatística pretende desenvolver nos alunos a capacidade de planear e realizar uma investigação estatística e conseguir ter uma postura crítica em relação a investigações já realizadas (Martins & Ponte, 2010). Assim, deve dar-se também particular atenção “à compreensão das condições de uso dos conceitos e representações estatísticos, de modo a perceber quando essa utilização está a ser bem-feita ou de forma enganadora” (Ponte et al., 2005, p. 107).

A investigação em Educação Estatística tem evidenciado dificuldades dos alunos em relação aos conteúdos estatísticos quer a nível concetual quer processual. Estas dificuldades parecem estar relacionadas com a própria natureza da Estatística, bem como tipo de ensino e experiências de aprendizagem proporcionados aos alunos (Martins & Ponte, 2010). A aprendizagem da Estatística não garante por si só que os alunos sejam estatisticamente letrados. A resposta parece estar na qualidade das aprendizagens realizadas, que muito se relacionam com a forma como a Estatística é apresentada aos alunos, devendo privilegiar-se uma abordagem investigativa que permita deslocar a ênfase do cálculo e do treino de procedimentos para o processo geral de investigação. Só esta forma de aprendizagem dos conteúdos estatísticos permitirá aos alunos compreenderem a importância da Estatística na sociedade (Martins & Ponte, 2010; Ponte & Fonseca, 2001; Steen, 2002).

Todavia, a Educação estatística depara-se com sérios desafios, desde logo a nível curricular. É possível encontrar nos currículos dos diferentes países, e, por vezes, dentro do mesmo país nos currículos que se vão sucedendo, perspectivas distintas em relação ao ensino da Estatística, as quais parecem estar relacionadas com a visão que se tem da Estatística e que passam mensagens contraditórias aos professores (Batanero, 2000). Embora vários autores defendam a perspectiva da Estatística como Análise de dados, existe uma tendência ainda dominante na qual a Estatística é encarada como um tópico ou ramo da Matemática. Esta visão em relação à Estatística tem consequências na forma como ela é ensinada aos alunos na medida que se tendem a sobrevalorizar cálculos, procedimentos e fórmulas, em detrimento de objetivos mais concordantes com a natureza desta ciência como o desenvolvimento da literacia estatística, tendo por base a realização de investigações estatísticas (Cobb & Moore, 1997; delMas, 2004; Gal & Garfield, 1997; Groth, 2007; Ponte & Fonseca, 2001).

Outro aspeto também problemático para o ensino da Estatística parece ser o facto de os professores reconhecerem as orientações curriculares, mas estas não terem reflexo visível na sua prática letiva (Fernandes, 2009). Na origem da não implementação das orientações curriculares por parte dos professores, parece estar a pouca familiaridade com o tema, pois muitos deles referem ter tido durante a vida académica um escasso contacto com a Estatística (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004). Os docentes evidenciam, de uma forma mais ou menos consciente, um fraco conhecimento estatístico e, principalmente, didático. Para além de revelarem dificuldades em alguns conceitos estatísticos, demonstram também não saber como implementar uma perspectiva exploratória da Estatística recorrendo a investigações estatísticas e que os incapacita para prepararem alunos estatisticamente letrados (Batanero, Burrill & Reading, 2011).

Resulta assim que para estes professores fazer Estatística é muitas vezes sinónimo de realizar cálculos e procedimentos. Os conceitos são frequentemente apresentados aos alunos sem qualquer ligação ao contexto do mundo real ou, no máximo, dentro de exemplos artificiais usando uma abordagem tradicional e procedimental. Por conseguinte, os alunos terminam o ensino básico com um conhecimento estatístico insuficiente para utilizá-lo de forma crítica, como se espera dos cidadãos de hoje em dia (Gattuso & Ottaviani, 2011).

Na medida que o professor é um elemento-chave no processo de ensino e aprendizagem, torna-se premente ajudar os professores a colmatar as suas dificuldades e a resolver as problemáticas existentes em relação ao ensino e aprendizagem da Estatística.

Por um lado, é importante investir na investigação sobre o conhecimento para ensinar Estatística dos professores, quer a nível nacional quer internacional (Espinel, Bruno & Plasencia, 2008; Fernandes, 2009). Pouco se sabe ainda sobre que conhecimento os professores têm e que conhecimento é necessário terem para ensinar Estatística (Batanero, 2011; Chick & Pierce, 2008). Esta necessidade ainda é mais evidente no caso dos professores em exercício, pois a pouca investigação realizada neste âmbito tem sido maioritariamente sobre futuros professores, já que a consciência dos professores experientes das suas dificuldades quer a nível do conteúdo quer a nível didático condicionam a sua abertura à participação de projetos de investigação (Shaugnessy, 2007). Para além disso, relativamente à abordagem investigativa do ensino da estatística, a investigação tem mostrado também que os docentes têm pouca ou nenhuma experiência em ensinar estatística por esta via e, por isso, esta abordagem resulta problemática para eles (Batanero, Burrill & Reading, 2011; Leavy, 2010; Makar, 2008; Ribeiro, 2006; Santos & Ponte, 2014a).

Por outro lado, é necessário um forte aprofundamento quer do conhecimento estatístico dos professores quer da sua didática, pois ambos os tipos de conhecimento influenciam diretamente a aprendizagem dos alunos (Ball et al., 2008; Batanero, Burrill & Reading, 2011; Fernandes, 2009; Ponte, 2011, 2012; Shulman, 1987).

Assim, um largo investimento tem de ser feito na formação inicial de professores, na formação contínua e na promoção de práticas colaborativas entre professores, em que lhes seja dada a possibilidade de desenvolverem situações didáticas em que experimentem primeiro as mesmas atividades propostas aos alunos e vivenciem as mesmas dificuldades e tenham a oportunidade de desenvolver o seu próprio pensamento estatístico, pois na verdade, muitos deles não têm experiência com a análise de dados e não entendem o papel da variabilidade e a ideia de distribuição que são conceitos-chave para o desenvolvimento do pensamento estatístico dos seus alunos. De outra forma, será pouco provável que explorem tais situações na sala de aula com os seus alunos e que as orientações curriculares sejam uma realidade na prática dos professores (Fernandes, 2009; Gattuso & Ottaviani, 2011).

Em suma, grande parte dos aspetos analisados acima legitimam a importância deste estudo na medida que a sua temática se desenvolve em torno do conhecimento de Estatística dos professores e do seu ensino com investigações estatísticas e se refere a uma professora em exercício, no contexto de uma experiência de trabalho colaborativo. Os seus resultados pretendem também fornecer um contributo relevante para a criação e implementação de programas de formação que capacitem os professores e futuros professores para preparem alunos estatisticamente letrados.

Objetivo e questões do estudo

O conhecimento do professor e o ensino e aprendizagem da Estatística através de uma abordagem investigativa constituem-se como as duas temáticas-chave deste estudo. A prática letiva ocupa também aqui um lugar de destaque por se assumir que o conhecimento didático do professor é fortemente ancorado na prática letiva e é nela que ele se expressa e se desenvolve (Ponte, 2012). Assim, a observação da sua prática letiva no desenvolvimento de investigações estatísticas na sala de aula, nos seus diferentes momentos (preparação, condução e reflexão), constitui o veículo para melhor aceder e compreender este conhecimento (Schön, 1992). O trabalho colaborativo ofereceu o contexto para que este estudo se desenvolvesse, tendo-se revestido de uma intencionalidade dupla: por um lado, pretendeu criar condições de viabilidade para o estudo, constituindo uma oportunidade de desenvolvimento profissional para os professores envolvidos, uma vez que os professores nunca tinham desenvolvido investigações estatísticas em sala de aula nos moldes que Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) preconizam; por outro lado, constituiu-se como uma estratégia para investigar a prática letiva de professores e aceder ao seu conhecimento didático (Boavida & Ponte, 2002).

O objetivo deste estudo é contribuir para a identificação e compreensão do conhecimento de Estatística e do seu ensino que os professores mobilizam quando põem em prática investigações estatísticas em sala de aula. Para tal, tendo como referência o caso de uma professora de 2.º ciclo de escolaridade, procura-se dar resposta às seguintes questões:

1. Que conhecimento de Estatística evidenciou a professora relativamente às diferentes etapas de uma investigação estatística em sala de aula?
2. Que conhecimento sobre o ensino da Estatística evidenciou a professora relativamente às diferentes etapas de uma investigação estatística?

Capítulo II

A Estatística e o seu ensino

Este primeiro capítulo do enquadramento teórico está organizado em quatro secções: *(i)* Orientações curriculares para o ensino da Estatística; *(ii)* Investigações estatísticas; *(iii)* Organização e representação de dados; *(iv)* Medidas estatísticas.

Na primeira secção, começam por apresentar-se as diferenças entre a Estatística e a Matemática que justificam a existência de objetivos e estratégias de ensino diferentes. Seguidamente analisa-se o significado de literacia estatística, tentando demarcá-la do raciocínio e pensamento estatístico, indicando as razões que legitimam a sua importância enquanto objetivo curricular. Por fim, explicita-se o lugar da Estatística no currículo internacional, dando particular relevo às orientações do NTCM e do relatório GAISE, e no currículo nacional, nomeadamente às orientações presentes no Programa de Matemática do Ensino Básico vigente da altura da recolha de dados (ME, 2007) e ao Programa de Matemática do Ensino Básico em vigor atualmente (Canavarro et al., 2021).

Na segunda secção, discute-se a importância das investigações estatísticas como abordagem fundamental para o ensino da Estatística, constituindo uma poderosa ferramenta de ensino, promovendo a aprendizagem significativa dos conceitos e representações estatísticas.

Por último, na terceira e quarta secções, apresenta-se literatura relevante sobre “Organização e representação de dados” e “Medidas estatísticas”, respetivamente, enquanto tópicos fundamentais de aprendizagem (nomeadamente no 2.º ciclo que é o ciclo a que diz respeito este estudo) devendo ser ensinados como ferramentas de análise de dados no âmbito do desenvolvimento de investigações estatísticas, discutindo-se as

dificuldades dos alunos na sua aprendizagem e os desafios que colocam ao professor o seu ensino.

Orientações curriculares para o ensino da Estatística

A Estatística e a Matemática

A Estatística e a Matemática são duas ciências autónomas. As diferenças entre elas devem ser claras uma vez que, nos níveis de ensino básico e secundário, a Estatística está integrada na disciplina de Matemática e é ensinada por professores de Matemática – que devem entender a natureza diferente destas duas ciências que justificam formas de ensino distintas e concordantes com a sua essência (Martins & Ponte, 2010). A primeira, embora seja uma ciência matemática, é muito distinta dos vários ramos da segunda que se estudam nos ensinos básico e secundário, como a Geometria, a Álgebra e a Análise (Martins & Ponte, 2010).

Tal como referem Cobb e Moore (1997), "a estatística faz um uso essencial da matemática, mas tem o seu próprio território para explorar e seus próprios conceitos centrais para guiar a exploração" (p. 814). Para além de uma ciência, a Estatística é também uma técnica que oferece a outras áreas do saber um conjunto de conhecimentos e instrumentos para tratar dados que variam. A omnipresença da variabilidade nos dados, a qual a Estatística possui ferramentas para tratar, justifica a sua existência e dá-lhe um conteúdo que é o aspeto mais distintivo que a demarca da Matemática. Também o tipo de pensamento que a Estatística requer é diferente já que os dados são números cujo significado é atribuído pelo contexto (Cobb & Moore, 1997).

À semelhança de Cobb e Moore (1997), também outros autores consideram a Estatística uma ciência matemática e não um campo da Matemática com as suas regras próprias, características e formas de pensamento e apresentam algumas ideias-chave que permitem diferenciar estas duas ciências, como por exemplo:

i) O papel do contexto. A este respeito, Cobb e Moore (1997) referem que o contexto em Matemática "obscurece a estrutura" enquanto "na análise de dados, o contexto fornece significado" (p. 803). Para Gal e Garfield (1997), o contexto é o ponto de partida e de

chegada em Estatística já que motiva procedimentos diferentes, é a fonte de significado e a base para a interpretação dos dados. O GAISE *College report* 2016 (Carver et al., 2016) indica que o contexto dos dados é uma parte essencial integrante da experiência de resolução de problemas estatísticos. A análise de um conjunto de dados deve incluir um contexto que explique como e por que razão os dados foram recolhidos. O contexto em Matemática pode eventualmente ser uma fonte de definição de problemas ou um meio para motivar os alunos (Gattuso & Ottaviani, 2011).

ii) *A natureza dos problemas.* Enquanto que a Matemática lida com problemas de natureza determinista, a Estatística lida com problemas de natureza estocástica, com um elevado grau de indeterminação e de incerteza e delimitados pelo seu contexto. Os problemas estatísticos, ao contrário dos matemáticos, não têm uma solução única, considerada certa ou errada, e esta é sempre avaliada com base na qualidade do raciocínio, na adequabilidade dos métodos utilizados e na natureza dos dados e evidências utilizadas. Os problemas estatísticos reais têm início com a formulação de uma questão e culminam com a apresentação de uma opinião que pode ter diferentes graus de razoabilidade (Gal & Garfield, 1997).

iii) *Tipo de raciocínio.* O tipo de raciocínio empregue também é distinto. Enquanto a Matemática promove a abstração, a Estatística dedica-se à interpretação de dados no seu contexto. Assim, a Estatística lida com um tipo de raciocínio indutivo que requer, em simultâneo, o conhecimento de dados e do seu contexto, demarcando-se do modo dedutivo, formal e estruturado da Matemática (Franklin et al., 2007; Gal & Garfield, 1997; Gattuso & Ottaviani, 2011).

iv) *A ideia de variabilidade.* A variabilidade é um conceito com diferentes significados em Matemática e em Estatística. Enquanto na Matemática os alunos estudam a dependência entre variáveis; em Estatística, a noção de variabilidade como “a propensão das observações para um conjunto de dados mudarem” é central e constitui um aspeto fundamental que tem de ser levado em conta para a compreensão da distribuição (Gattuso & Ottaviani, 2011, p. 127).

v) *O papel dos dados.* A Matemática e a Estatística diferem também no uso que fazem dos números. A Matemática busca abstrair, encontrar padrões e generalizar a partir dos números e das suas operações; para a Estatística, os números são dados embebidos do seu contexto. O conhecimento da natureza dos dados e do contexto de onde e como estes são produzidos são aspetos essenciais para a prossecução da sua análise e a formulação de conclusões, como já foi referido anteriormente (Gattuso & Ottaviani, 2011)

vi) *Abordagem à medição*. A dependência da medição é diferente para a Matemática e para a Estatística. Em Matemática, muitas vezes, as medições deduzem-se por abstração através de hipóteses, definições e teoremas, pelo que as medidas dos objetos geométricos, que ajudam a encontrar a prova, podem ser apenas aproximações e não necessitam de ser muito precisas. Em Estatística, a realização medições válidas é crucial e a precisão dos dados é fundamental para a compreensão e descrição do mundo real (Gattuso & Ottaviani, 2011).

Em suma, fazer Estatística, embora empregue ferramentas matemáticas, envolve conceitos essenciais que não são de natureza matemática, os quais justificam a sua independência enquanto ciência, como os conceitos de: “variabilidade”, “dados” e “incerteza”; por outro lado, a Estatística emprega processos não matemáticos como “atribuir significado aos dados com base no contexto” ou “escolher o método estatístico adequado para responder a questões práticas de interesse” (Burril & Biehler, 2011; Franklin et al., 2007; Gal & Garfield, 1997; Gattuso & Ottaviani, 2011; Groth, 2013).

Na medida que a Estatística usa muita Matemática, seria de esperar a primeira tivesse uma expressão mais significativa nas aulas de Matemática. Há razões bastante plausíveis para que os professores de Matemática ensinem Estatística pois os alunos, quando fazem Estatística, trabalham vários conceitos e procedimentos matemáticos sob outra perspectiva o que pode levá-los a desenvolverem mais interesse pela disciplina, mesmo os possuem uma visão negativa da mesma (Gattuso & Ottaviani, 2011). Todavia, as lacunas no conhecimento estatístico e do seu ensino que os professores evidenciam funcionam como um obstáculo ao desenvolvimento até do próprio pensamento estatístico e tornam o “casamento” entre a Matemática e a Estatística problemático nas escolas (Gattuso & Ottaviani, 2011).

Literacia estatística, Raciocínio estatístico e Pensamento estatístico

O ensino tradicional, com o foco na probabilidade formal e no desenvolvimento de capacidades do tipo calculatório, não teve sucesso na exploração de todo o potencial da Estatística como ferramenta para extrair informação de um mundo dominado pela incerteza. Esta constatação motivou uma mudança imperativa na ênfase e na procura de novas metas de aprendizagem (Broers, 2006). Nas últimas duas décadas, com a reforma

do ensino da Estatística, tem surgido um apelo cada vez mais forte para que a Educação estatística assente em três grandes pilares: a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico (delMas, 2002).

Porém, a literatura traduz a inexistência de definições consensuais para os três conceitos, criando problemas de operacionalização quer a nível curricular, quer a nível instrucional ou até investigacional (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Broers, 2006; delMas, 2002).

A inconsistência existente, no que se refere ao significado destes conceitos, é notória quando a literacia estatística é muitas vezes confundida com literacia quantitativa e os termos raciocínio e pensamento estatísticos são usados para definir as mesmas capacidades. Parece existir uma sobreposição em diferentes domínios, sendo que a definição de um propósito de ensino pode incorporar capacidades de um ou dois dos restantes (Ben-Zvi & Garfield, 2004; delMas, 2002).

Embora conscientes da dificuldade em estabelecer a diferenciação entre estes três conceitos, já que existem itens que se sobrepõem a mais do que um deles, alguns autores apresentam uma definição com os aspetos mais distintivos da literacia estatística, do pensamento e do raciocínio estatísticos, (Garfield, delMas & Chance, 2003; Garfield & Ben-Zvi, 2007):

- A *literacia estatística* inclui capacidades básicas e importantes que podem ser utilizadas na compreensão de informação estatística ou em processos de investigação, como: organizar dados, construir e ler tabelas, trabalhar com diferentes representações dos dados. Inclui também a compreensão dos conceitos, vocabulário e símbolos estatísticos, bem como a compreensão das probabilidades como medida da incerteza (Garfield, delMas & Chance, 2003; Garfield & Ben-Zvi, 2007).
- O *raciocínio estatístico* refere-se à forma como as pessoas raciocinam através de ideias estatísticas e atribuem significado à informação estatística. Envolve a realização de interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou resumos de dados. Inclui também as conexões que se podem estabelecer entre dois ou mais conceitos (p.e. medidas de dispersão e de tendência central) ou combinar ideias sobre dados e acaso, o que leva a fazer inferências e interpretar resultados estatísticos. Subjacente a esse raciocínio está uma compreensão conceptual de ideias fundamentais, como: distribuição, centro, dispersão, associação, incerteza, aleatoriedade e amostragem. O raciocínio significa entender e ser capaz de explicar processos estatísticos e ser plenamente capaz

de interpretar os resultados estatísticos (Garfield, 2002; Garfield, delMas & Chance, 2003; Garfield & Ben-Zvi, 2007).

- O *pensamento estatístico* tem como cerne as investigações estatísticas, porquê e como estas são conduzidas e as “grandes ideias” subjacentes às mesmas, tais como a omnipresença da variação e quando e como usar métodos apropriados de análise de dados. Envolve conhecimentos sobre amostragem, sobre modelos de simulação de fenómenos aleatórios e de como os dados são produzidos para estimar probabilidades. Inclui ser capaz de compreender a importância do contexto e utilizá-lo para definir os problemas de investigação e tirar conclusões, bem como para reconhecer e compreender todo o processo de investigação. Diz também respeito à capacidade de avaliar e criticar resultados da resolução de um problema ou as conclusões de uma investigação estatística (Garfield, delMas & Chance, 2003; Garfield & Ben-Zvi, 2007).

Garfield e Ben-Zvi (2007), analisam a relação existente entre a literacia estatística, pensamento e raciocínio estatístico. Para além da independência entre alguns domínios e da sobreposição de outros, parecem também considerar a existência de uma relação hierárquica entre estes três constructos (Fig. 1).

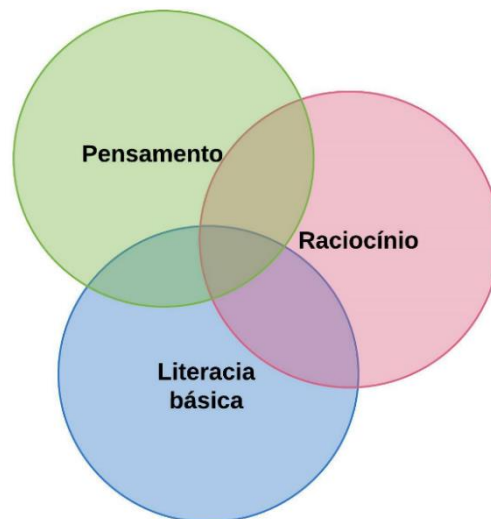


Figura 1 - Relação hierárquica entre literacia estatística, raciocínio e pensamento estatísticos (Garfield & Ben-Zvi, 2007, p. 381)

Para os autores, a literacia estatística é a habilidade-chave esperada por todos os cidadãos de uma sociedade inundada de informação. Ela fornece as capacidades base para o raciocínio e para o pensamento estatístico. Num patamar intermédio desta hierarquia,

situa-se o raciocínio e, logo a seguir, num nível de ordem superior que requer a forma de pensar dos estatísticos profissionais, o pensamento (Garfield e Ben-Zvi, 2007).

Na mesma linha de ideias, também delMas (2002) refere a existência de uma relação hierárquica entre literacia estatística, raciocínio e pensamento estatísticos em que a primeira parece funcionar como que um pré-requisito para o raciocínio estatístico. Considera que, enquanto a literacia estatística está restrita a operações básicas, como ser capaz de identificar exemplos de um conceito, conseguir descrever gráficos, distribuições e relações e interpretar resultados de procedimentos estatísticos; o raciocínio estatístico está mais relacionado em perceber “como” e “porquê” os dados são produzidos, perceber o papel da amostra de uma distribuição no cálculo de um intervalo de confiança. O pensamento estatístico, por seu turno, constitui o objetivo mais abrangente do ensino da estatística que engloba e se suporta por uma base de literacia estatística e de raciocínio. Por outras palavras, o pensamento estatístico desenvolve-se quando é pedido aos alunos para aplicarem a sua literacia básica e o raciocínio ao contexto (delMas, 2002).

O autor apresentou assim um modelo que consiste numa lista de termos que permite distinguir os objetivos da literacia, do pensamento e do raciocínio estatísticos e fornece orientações aos professores para desenvolverem mais um objetivo do que outro (Quadro 1). Para delMas (2002), qualquer conteúdo estatístico é suscetível de desenvolver cada um dos propósitos anteriores, sendo que o que nos situa em cada um deles não é tanto o conteúdo, mas o que nós pedimos aos alunos para fazerem com esse conteúdo. Portanto, é a natureza da tarefa proposta aos alunos que determina qual ou quais dos três domínios se pode ou podem desenvolver.

Quadro 1 - Termos para distinguir os três propósitos do ensino e aprendizagem da estatística (delMas, 2002, p.6)

Literacia	Raciocínio	Pensamento
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar • Descrever • Reformular • Traduzir • Interpretar • Ler 	<ul style="list-style-type: none"> • Porquê? • Como? • Explicar (o processo) 	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicar • Criticar • Avaliar • Generalizar

Se o objetivo é desenvolver a *literacia estatística*, os professores podem solicitar aos alunos para identificarem exemplos ou casos de um termo ou conceito, descreverem gráficos, relações e distribuições, reformularem ou traduzirem resultados estatísticos ou interpretarem os resultados de um procedimento estatístico.

Tarefas cujo foco seja o desenvolvimento do *raciocínio estatístico* devem propor aos alunos para explicarem porquê e como os resultados foram produzidos (por exemplo explicarem o processo que produz uma amostra estatística, explicar como a média atua como ponto de equilíbrio, explicarem porque é que a mediana é resistente a *outliers*, ou explicarem porque é que uma amostra aleatória tende a ser uma amostra representativa) ou como se justifica uma conclusão.

Por fim, o *pensamento estatístico* é promovido quando os alunos são desafiados a aplicar o seu conhecimento a problemas da vida real, e a criticar e avaliar o processo e conclusões de um estudo ou a generalizar o conhecimento obtido na sala de aula a novas situações (delMas, 2002).

O exemplo seguinte pode ajudar a ilustrar as diferenças existentes entre os itens de classificação dos três tópicos (Ilustração 1).

Problema: O seguinte diagrama de caule-e-folhas indica a média anual de queda de neve (em polegadas) de uma amostra aleatória de 25 cidades norte-americanas.

0	000000024
1	028
2	00228
3	8
4	2248
5	48
6	0

- *Literacia estatística:* Descreve esta distribuição;
- *Raciocínio estatístico:* Sem realizares cálculos, refere se esperas que a média da queda de neve seja maior, menor ou igual à mediana? Porquê?
- *Pensamento estatístico:* Um investigador tem dados sobre a queda de neve média para essas mesmas cidades de há 20 anos atrás. Ele pretende saber se atualmente a queda de neve é maior ou menor do que há 20 anos atrás. Indica uma forma adequada para o investigador responder a esta questão.

Ilustração 1 – Literacia, raciocínio e pensamento estatísticos (Garfield, delMas & Chance, 2003, p.11)

Há algo comum nas perspetivas apresentadas: todas elas são organizadas em torno de um núcleo fundamental comum – o conhecimento estatístico (Broers, 2006). Contudo, os três conceitos parecem ter uma relação um pouco diferente com o conhecimento estatístico base. Enquanto a literacia estatística está associada a um conhecimento proposicional (ou declarativo) que se refere a um conjunto de conhecimentos de estatística elementares (proposições), fragmentados, que qualquer aluno precisa saber e o qual não é evidência suficiente para uma compreensão significativa da disciplina; o raciocínio estatístico

permite aos alunos compreenderem a conexão entre conceitos e a capacidade de vincular proposições, requerendo uma compreensão concetual. Por último, o pensamento estatístico exige a interação entre compreensão conceptual e conhecimento processual (capacidade dos alunos de aplicar corretamente a estatística) de estatística e desenvolve-se por exposições repetidas a contextos de problemas que exigem a aplicação significativa de estatísticas (Broers, 2006).

De acordo com Shaughnessy (2007), cada um destes três constructos, pese embora a sobreposição existente, são importantes focos impulsionadores para a investigação, ensino e desenvolvimento curricular em Estatística. O autor refere que, enquanto os modelos para interpretar a *literacia estatística* têm uma vertente *prescritiva* pois sugerem o que os alunos devem fazer para serem cidadãos informados, para tomarem decisões acertadas e para tomarem vantagem sobre os dados com que são confrontados. Incluem também recomendações para o desenvolvimento do pensamento crítico e quais as evidências dos dados que podem ser questionadas e analisadas; os modelos de *raciocínio estatístico*, os quais são um sinal de crescimento da investigação neste campo, apresentam um carácter *descritivo* na medida que explicam e clarificam como as pessoas pensam sobre Estatística, o que parecem saber e compreender e as dificuldades que possuem. A descrição do pensamento estatístico pode criar oportunidades para consolidar as ideias estatísticas.

A respeito dos modelos de *pensamento estatístico*, Shaughnessy (2007) refere que têm um carácter *normativo* na medida que refletem o que os alunos devem saber, o que consideram que são os conceitos e os processos importantes da disciplina. Um exemplo é o modelo de pensamento estatístico com quatro dimensões de Wild e Pfannkuch (1999) que incluem duas dimensões chamadas ciclos da atividade estatística – o ciclo investigativo e o ciclo interrogativo – e mais duas dimensões chamadas de “Tipos de pensamento estatístico” e “Disposições” (Quadro 2).

Para as autoras, quando um aluno trabalha com um problema estatístico, as quatro dimensões são ativadas contínua e simultaneamente, o que permite analisar o seu pensamento estatístico. Este tende a ser qualitativamente melhor à medida que aumenta o conhecimento estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999).

Relativamente à primeira dimensão – “Ciclo investigativo” (Quadro 2 (a)) – esta refere-se à forma de agir e pensar durante o desenvolvimento de uma investigação estatística. O ciclo PPDAC (Problema, Plano, Dados, Análise, Conclusões) preocupa-se em abstrair e

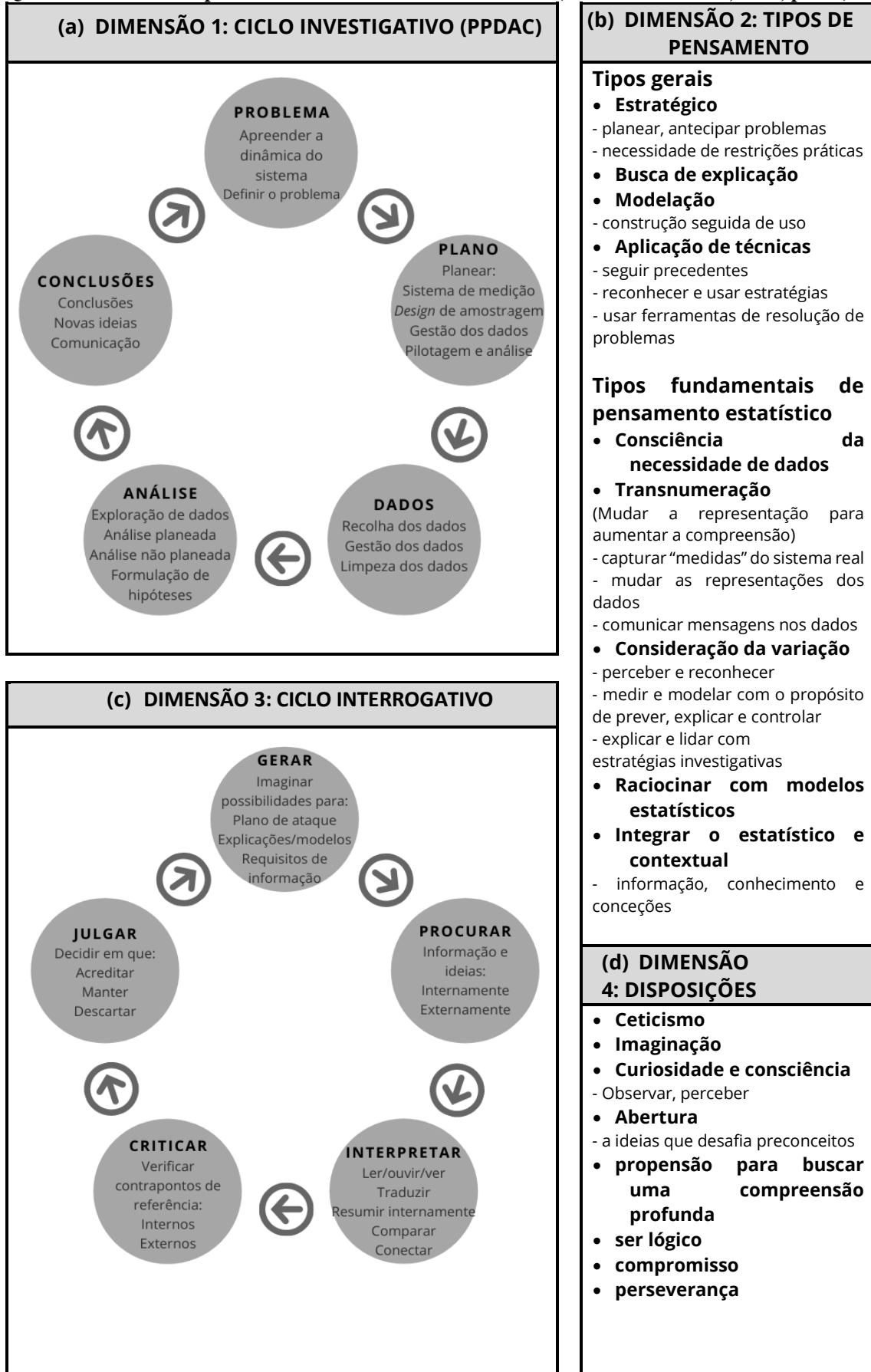
resolver um problema estatístico baseado num problema "real" maior. Para que o objetivo se concretize, muita atenção deve ser dada aos estágios iniciais (PP) do ciclo, ou seja, compreender a dinâmica de um sistema, formulação do problema, plano e questões de medição (Wild & Pfannkuch, 1999). Mais aspetos do ciclo investigativo e das investigações estatísticas serão discutidos mais à frente.

A dimensão “Tipos de pensamento” (Quadro 2 (b)) possui duas subdivisões. Enquanto a primeira diz respeito a estratégias de pensamento mais gerais utilizadas na resolução de problemas; a segunda refere-se a tipos de pensamento que têm inerentes uma natureza estatística.

Os “tipos de pensamento” a que se refere a segunda divisão, são: a) Reconhecimento da *necessidade de dados*, pela inadequação das experiências pessoais para fazer julgamentos sobre situações reais; b) Procura de causas e explicações e previsão de acontecimentos a partir da exploração da *variabilidade*, (c) raciocinando através de *modelos estatísticos*; d) Consideração e *integração do contexto* é fundamental não só para observar mas também interpretar as mensagens existentes nos dados; e) *Transnumeração* que consiste num processo dinâmico de realização de várias transformações numéricas para facilitar a compreensão (representações tabulares, representações gráficas e resumos numéricos) (Wild & Pfannkuch, 1999; Shaughnessy & Pfannkuch, 2002).

“O Ciclo Interrogativo” (Quadro 2 (C)) resulta num processo de pensamento genérico, constantemente em uso durante a resolução de problemas estatísticos, tendo um carácter recursivo (Shaughnessy & Pfannkuch, 2002). Segundo Shaughnessy (2007), envolve uma atividade metacognitiva explícita na medida que utiliza uma componente reflexiva intensa pois, ao resolver um problema estatístico, o sujeito tem de lidar com crenças, emoções e o perigo da sua perspectiva pessoal. Esta dimensão sugere que a resolução de problemas estatísticos tem de ser realizada por “detetives” que constantemente questionam e refletem sobre a adequabilidade dos processos de produção de dados e de análise de dados (Shaughnessy & Pfannkuch, 2002; Shaughnessy, 2007). O ciclo tem início com um diálogo imaginativo entre o conhecimento estatístico e o contexto que servem de suporte à *geração* de possíveis causas, explicações e modelos, de possíveis formas de extrair informações do sistema real e de formular planos de abordagem para o problema. Segue-se a *busca* de mais informações e ideias na literatura, em especialistas sobre o contexto e por recolha e análise dos dados.

Quadro 2 - Modelo do pensamento estatístico com 4 dimensões (Wild & Pfannkuch, 1999, p. 226)



Após essa fase, é altura de realizar uma *interpretação* que implica processar todas as formas de informação, incluindo gráficos, resumos e outros produtos de análise estatística. Consiste em interconectar novas informações aos modelos mentais existentes, ampliando-os.

Na fase *crítica* da informação e das ideias recebidas, examina-se se a interpretação sugerida faz sentido e se possui consistência: “... [estaremos] [...] discutindo connosco, pesando contra o nosso conhecimento do contexto, contra o nosso conhecimento estatístico, contra as restrições sob as quais estamos trabalhando [...]” (Wild & Pfannkuch, 1999, p. 232).

A interpretação crítica resulta num *juízo*, o qual vai muito além que uma simples resposta a uma questão de investigação. Envolve, entre outras coisas, uma avaliação da confiabilidade das informações, da plausibilidade de explicações concorrentes, sobre em que aspetos os assuntos do contexto e a compreensão estatística concordam, e se existe necessidade de mais pesquisa (Wild & Pfannkuch, 1999).

A dimensão “Disposições” (Quadro 2 (d)) refere-se às qualidades pessoais genéricas que se deve possuir quando se resolve um problema estatístico ou de outra área qualquer, as quais condicionam o pensamento estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999). De acordo com Shaughnessy (2007), quem resolve problemas deve “ser curioso, estar atento, ter imaginação, ser cético, estar aberto a interpretações alternativas e buscar compreensão profunda” (p. 964).

Uma análise mais profunda do modelo apresentado por Wild e Pfannkuch (1999) permite-nos concluir que a propensão para pensar estatisticamente é algo que não pode ser facilmente aprendido numa situação de sala de aula. O pensamento estatístico é, antes de mais, um fundamental método de investigação que não pode ser simplesmente aprendido, mas que tem de ser amadurecido através do desenvolvimento de projetos de investigação em que o uso da Estatística é incorporado numa questão de investigação pertencente a um determinado contexto e todos os passos do projeto exigem uma interação constante entre a Estatística, o problema e o contexto (Broers, 2006).

Em suma, a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico foram postulados com vista à busca de uma visão futura melhorada da educação estatística,

tendo os três em comum o facto de o seu cerne ser o conhecimento estatístico, embora possuam uma relação diferente com este conhecimento base.

A qualidade e o sucesso do ensino e aprendizagem da Estatística parece residir no esforço em tornar os alunos cidadãos estatisticamente alfabetizados, proficientes em raciocínio estatístico e manifestando pensamento estatístico. Estes constructos, pese embora tenham ganho proeminência enquanto metas importantes de aprendizagem para o ensino da Estatística, as quais estruturam o nosso pensamento sobre o que ensinar e como atingir esses resultados, revelam problemas no que se refere à sua conceptualização e à sua operacionalização a nível curricular, instrucional e investigacional (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Broers, 2006; delMas, 2002).

No entanto, como refere delMas (2002), do ponto de vista instrucional, a sobreposição existente nos três propósitos de ensino da Estatística é positiva já que sugere que uma única atividade instrucional tem o potencial de desenvolver mais do que um dos três propósitos.

Na medida que a literatura evidencia em relação hierárquica entre os três grandes objetivos da educação estatística - literacia estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico, em que o pensamento se suporta no raciocínio e este, por sua vez, tem por base a literacia estatística, e não obstante a dificuldade as dificuldades em definir e diferenciar estes três conceitos, em virtude de estes terem como núcleo fundamental o conhecimento estatístico, não é de estranhar que, sobretudo a nível elementar, a literacia tenha assumido um maior protagonismo a nível curricular quer em Portugal quer noutros países. Por conseguinte, ser-lhe-á dada uma maior atenção na seção seguinte.

A Literacia estatística como objetivo curricular

No século XXI, a literacia estatística surge como a competência-chave esperada de cidadãos pertencentes a uma sociedade impregnada de informação.

Uma participação plena na sociedade – em termos da vida quotidiana e até em termos do exercício da cidadania – requer uma forte literacia estatística. Para se ser um cidadão estatisticamente letrado, deve compreender-se Estatística suficiente para se ser capaz de

consumir a informação com que nos defrontamos diariamente, pensar criticamente e tomar boas decisões com base na mesma (Gal, 2002; Rumsey, 2002; Schield, 2004).

Porém, esta não surge espontaneamente pela simples participação na atividade social, tendo a escola como missão a educação dos alunos neste campo (Ponte & Fonseca, 2001).

A literacia estatística é hoje um conceito central em educação estatística e constitui um dos grandes objetivos curriculares em alguns países desenvolvidos (Broers, 2006; Canavarro et al., 2021; Gal, 2002; Ponte & Sousa, 2010; Rumsey, 2002; Shield, 2004).

A este respeito, Martins e Ponte (2010) referem que:

O objetivo do ensino da Estatística, a nível elementar, é, antes de mais, promover a literacia estatística, ensinando os alunos a ler e interpretar dados. Tal como foi importante para os nossos avós aprenderem a ler e contar, hoje em dia, a educação para a cidadania inclui saber ler e interpretar os números e gráficos com que nos deparamos no dia-a-dia (p. 7).

O desenvolvimento da literacia estatística como objetivo curricular, é uma perspetiva que se afasta bastante da visão que tem informado o ensino da estatística e que privilegiava apenas destrezas de tipo calculatório (determinação das medidas estatísticas) e processuais (construção de tabelas e gráficos). Para além das habilidades anteriormente enunciadas, pretende-se, hoje, que os alunos vão mais além e as utilizem de uma forma crítica para compreenderem e analisarem criticamente a enorme quantidade de informação em que o mundo está imerso (Ponte & Sousa, 2010).

Ao passo que a importância do desenvolvimento da literacia estatística apresenta um consenso crescente na comunidade de educadores estatísticos, como uma capacidade essencial a todos os indivíduos para serem cidadãos totalmente funcionais na sociedade moderna, menos consensual é o significado do termo. A literatura em educação estatística inclui diversas definições para literacia estatística, resultando assim num significado amplo e, usualmente, pouco consistente (Ridgway, Nicholson & McCusker, 2011; Rumsey, 2002).

Se alguma similaridade existe nas definições de literacia estatística é o foco na presença de um conhecimento estatístico-base (Broers, 2006). Garfield (1999), por exemplo, define a literacia estatística como “a compreensão da linguagem estatística: palavras, símbolos e termos. Ser capaz de interpretar gráficos e tabelas” (p.1). Também Snell (1999) se refere à literacia estatística como “a habilidade para compreender os conceitos estatísticos e raciocinar ao nível mais básico” (p.1).

As definições de literacia estatística tomam normalmente duas direções. Por um lado, focam-se em estipular exatamente o que é que um cidadão letrado em estatística deve saber de estatística. Por outro lado, enunciam requisitos adicionais para alguém se tornar estatisticamente letrado, que vão para além do conhecimento estatístico (Broers, 2006).

Por exemplo, Rumsey (2002) apresenta os resultados de aprendizagem esperados no desenvolvimento da literacia estatística, os quais parecem dividir-se em dois tipos: (i) “ser capaz de funcionar como um membro informado da sociedade na era da informação e; (ii) ter uma compreensão básica de termos estatísticos fundamentais, das ideias e das técnicas” (p. 3). Assim, a fim de trazer alguma clareza à discussão sobre o tema, a autora propôs substituir o termo “literacia estatística” pelos dois tipos de resultados de aprendizagem que se espera desenvolver nos alunos, os quais apelidou de: “competência estatística” e; “cidadania estatística”. A “competência estatística” refere-se ao conhecimento básico que tem subjacentes raciocínio e pensamento estatísticos, envolvendo as seguintes componentes: 1) Consciencialização dos dados; 2) Compreensão de determinados conceitos estatísticos básicos e da sua terminologia; 3) Conhecimento dos princípios básicos de recolha de dados e geração de estatísticas descritivas; 4) Capacidades básicas de interpretação (a capacidade de descrever o que significam os resultados no contexto do problema), e; 5) Capacidades básicas de comunicação (ser capaz de explicar os resultados para outra pessoa) (p. 4).

A “cidadania informada”, por seu turno, refere-se ao objetivo final de desenvolver a capacidade de funcionar como um cidadão informado na sociedade da informação. Não obstante, a cidadania estatística requer competência estatística na medida que pode exigir raciocínio e pensamento estatísticos de elevado nível (Rumsey, 2002).

Para Shield (2004), a literacia estatística é “tipicamente mais sobre palavras do que números, mais sobre evidências do que fórmulas” (p.9). Consiste na habilidade de ler e interpretar a informação, de usar a estatística como evidência num argumento, colocar boas questões e pensar criticamente sobre os dados. A literacia estatística diz mais respeito a perguntas do que a respostas e ajuda-nos a colocar melhores questões para que possamos fazer melhores julgamentos e tomar melhores decisões. Resulta na capacidade mais importante para lidar com a quantidade crescente de dados com os quais somos confrontados e ajudar a responder à questão mais comum dos estatísticos: “O que é que isto significa?” (Shield, 1999, 2004).

Watson e Callingham (2003) referem a natureza hierárquica da literacia estatística, apresentando três níveis de desenvolvimento: (1) a compreensão da terminologia estatística básica; (2) a compreensão dos termos estatísticos num contexto real, e; (3) a capacidade de criticar evidências que aparecem num contexto sem uma justificação estatística adequada. Esta perspetiva foi utilizada para a compreensão dos alunos sobre amostragem em termos de (1) definições mais sofisticadas de amostra; (2) uma maior interrelação entre amostras e o seu contexto real; (3) a capacidade emergente de questionar evidências inapropriadas feitas a partir de amostras, em jornais (Watson & Callingham, 2003). Pessoas que estejam no nível 3 são capazes de questionar e criticar conclusões dos *media* que envolvam estatística, utilizando os seus conhecimentos estatísticos básicos e a sua compreensão do contexto (Shaugnessy, 2007).

Também Gal (2002), propõe a literacia estatística como um constructo de natureza hierárquica. Sugere a existência de um conhecimento básico dos conceitos e procedimentos estatísticos, contudo, como se refere a uma competência, inclui não só um amplo conjunto de conhecimentos factuais e de certas capacidades formais e informais, mas também “crenças enraizadas”, “hábitos de mente”, “atitudes”, “consciencialização geral” e “perspetiva crítica”.

O autor desenvolveu uma conceção de literacia sobre o que se espera que os adultos saibam a nível estatístico, enquanto consumidores de informação. O termo literacia estatística é proposto através de duas componentes interrelacionadas: (a) a capacidade de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, argumentos relacionados com os dados ou fenómenos estocásticos, que podem ser encontrados em diversos contextos; (b) a capacidade de discutir ou comunicar as reações a essa informação estatística, através da compreensão do significado da informação, emitir opiniões sobre as implicações desta informação, ou as suas preocupações em relação à aceitabilidade das conclusões apresentadas (Gal, 2002).

O autor propõe assim um modelo sobre o conhecimento base e outros processos que os adultos devem desenvolver, como a compreensão, a interpretação, a avaliação crítica e a reação a mensagens estatísticas com as quais contactam através da televisão, jornal, *internet*, atividades da comunidade, eventos políticos ou cívicos e profissionais. O modelo assume que a literacia estatística envolve uma componente de *conhecimento* composta por cinco elementos cognitivos (capacidades de literacia global, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento do contexto e conhecimento sobre formulação

de questões críticas) e uma componente relativa a *disposições* do indivíduo, composta por dois elementos afetivos (postura crítica e crenças e atitudes) (Gal, 2002) (Figura 2).

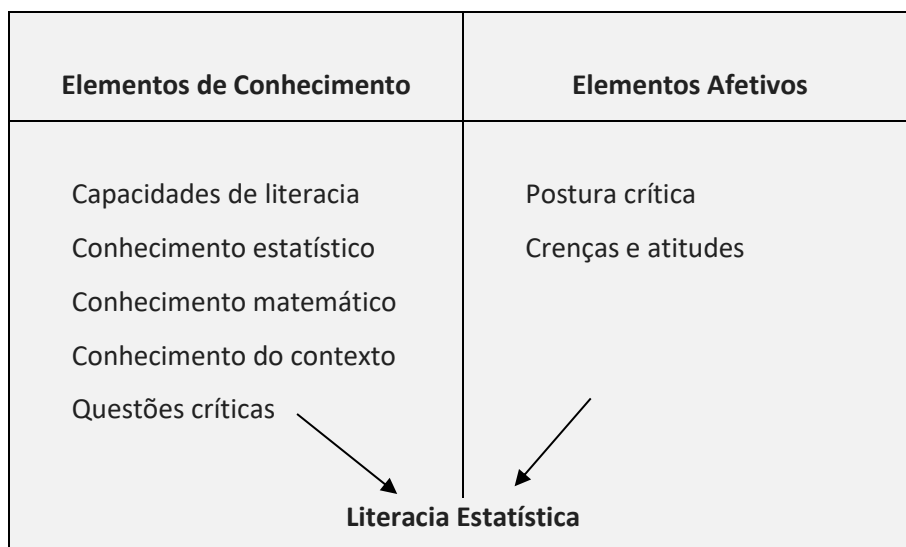


Figura 2 – Modelo de literacia estatística (Gal, 2002, p. 4)

De acordo com o autor, as duas componentes da literacia estatística apresentadas, bem como os respetivos elementos, não devem ser considerados estáticos nem ser analisados de uma forma isolada, pois estes são dinâmicas e dependentes do contexto.

Compreender e interpretar informação estatística requer, para além de conhecimento estatístico, outros tipos de conhecimento base, como: capacidades de literacia, conhecimento matemático e conhecimento do contexto. Por outro lado, uma avaliação crítica da informação estatística, após ser compreendida e interpretada, depende de elementos adicionais, como: a habilidade para colocar questões críticas e assumir uma postura crítica, que por sua vez é suportada por crenças e atitudes (Gal, 2002).

Relativamente aos cinco elementos cognitivos, apresentados no quadro X, os quais juntos, de acordo com Gal (2002), contribuem para a habilidade de compreender, interpretar e avaliar criticamente e, se necessário, reagir a informações estatísticas, o autor entende o seguinte:

- *Capacidade de literacia* - inclui a habilidade para compreender mensagens formuladas com diferentes níveis de complexidade e diferentes estilos de escrita ou fala, bem como informação representada de diferentes formas. Para além disso, espera-se que o leitor seja crítico em relação a essa informação através da compreensão do contexto em que a informação está embebida, do conhecimento da sua fonte, perceber qual o propósito da mesma e avaliar a validade e fiabilidade dos argumentos apresentados.

- *Conhecimento estatístico base* - resulta num pré-requisito para compreender e interpretar informação estatística. Consiste no conhecimento dos conceitos e procedimentos básicos estatísticos e probabilísticos e na capacidade de relacionar ideias e conceitos matemáticos. Qualquer tentativa de listar um conjunto de conhecimentos que idealmente garanta o desenvolvimento da literacia estatística é incorreto. Este aspeto não pode ser discutido em termos absolutos estando dependente do nível de literacia que se espera que um cidadão desenvolva em função do seu contexto pessoal, social e profissional. Em alternativa, Gal (2002) propõe cinco categorias principais que devem integrar do conhecimento estatístico base (Quadro 3).

- *Conhecimento matemático base* é necessário para a compreensão de algumas das grandes ideias estatísticas como o cálculo das medidas estatísticas e do seu significado, para a organização dos dados, para a compreensão da fraca resistência da média, para o cálculo de percentagens e para perceber conexões entre os resumos estatísticos, gráficos e tabelas e os dados brutos em que estão baseados, etc. No entanto, o cerne da estatística deve deixar de ser cálculo pesado, sobretudo numa altura em que a sociedade está mais dependente dos computadores, para se passar a focar em ideias poderosas, como por exemplo a de variabilidade (Gal, 2002);

Quadro 3 – Categorias principais do conhecimento estatístico base (Gal, 2002).

1. Saber por que os dados são necessários e como podem ser produzidos.
2. Familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas com a estatística descritiva;
3. Familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas com representações gráficas e tabulares;
4. Compreensão de noções básicas de probabilidade;
5. Saber como as conclusões e inferências estatísticas são alcançadas.

- O *conhecimento do contexto* é determinante para a interpretação de uma informação estatística. O contexto motiva certos procedimentos, pelo que os dados devem ser analisados a luz do seu contexto. O contexto fornece significado e torna o leitor mais crítico e menos vulnerável em relação às conclusões apresentadas. Sem informações sobre o contexto, o leitor fica condicionado pelos produtores de informação e torna-se mais difícil de perceber o porquê das diferenças ocorridas entre grupos, que interpretações alternativas podem existir sobre a associação de determinadas variáveis e por que o motivo estudo pode não ser fiável (Gal, 2002);

- A *capacidade crítica* dos cidadãos é muito importante para que estes compreendam o propósito implícito a uma informação estatística e que os mesmos dados podem ser

usados para defender ideias diferentes. Muitas vezes os dados são manipulados para influenciarem um ponto de vista ou uma tomada de decisão. Muitas técnicas podem ser usadas para acentuar ideias, como por exemplo selecionar uma amostra de conveniência dos dados recolhidos, usar métodos gráficos para tornar diferenças de percentagem visualmente mais acentuadas.

A este respeito, Gal (2002) apresenta-nos um conjunto de questões que uma pessoa estatisticamente alfabetizada deve ter em mente para permitir uma melhor avaliação crítica da informação estatística e a formação de julgamentos e interpretações mais informadas (Quadro 4).

Para se ser estatisticamente letrado deve conseguir-se ativar as cinco bases de conhecimento descritas anteriormente ou partilhar com os outros as suas opiniões, juízos ou interpretações alternativas.

Quadro 4 - Questões críticas sobre amostragem acerca da informação estatística (Gal, 2002, p.16)

1. Qual é a fonte dos dados? Que tipo de estudo foi desenvolvido? Este tipo de estudo é razoável tendo em conta o contexto?
2. Foi usada uma amostra? Como foi feita a amostragem? Quantas pessoas participaram no estudo? A amostra é grande o suficiente? Será que a amostra é representativa da população? A amostra é de alguma forma tendenciosa? No geral, esta amostra pode conduzir a inferências válidas sobre a população-alvo?
3. As técnicas de recolha de dados e os instrumentos de medida (testes, questionários, entrevistas) utilizados para gerar os dados reportados são confiáveis e usados com exatidão?
4. Qual a forma da distribuição subjacente aos dados em bruto (em que é que se baseia este resumo estatístico)? Será que essa forma importa?
5. As estatísticas apresentadas são apropriadas para este tipo de dados? (por exemplo, foi utilizada média para resumir dados ordinais; a moda é um resumo razoável? os valores discrepantes podem influenciar o resumo estatístico e deturpar a realidade?
6. O gráfico está construído de forma adequada, ou ele distorce a tendência dos dados?
7. Como foi esta afirmação probabilística originada? Existem dados credíveis suficientes para justificar a estimativa de probabilidade dada?
8. No geral, as conclusões são sensatas e corroboradas pelos dados? (por exemplo, a correlação é confundida com causalidade, ou uma pequena diferença fez dominar?
9. É necessário informações ou procedimentos adicionais para permitir avaliar a fiabilidade dos argumentos? Está a faltar alguma informação? (por exemplo, que o produtor "esqueceu-se convenientemente" de especificar o tamanho real da amostra?).
10. Existem interpretações alternativas para o significado das conclusões ou explicações diferentes para a sua causa (por exemplo, uma intervenção ou uma variável moderadora podem ter afetado os resultados? Existem implicações adicionais ou diferentes que não foram mencionados.

No entanto, e tal como já foi referido, a literacia estatística não se esgota em aspetos cognitivos. Para que qualquer forma de ação ocorra, esta tem de ser sustentada por certas “disposições” que, no caso da literacia estatística, incluem três conceitos relacionados, mas distintos: postura crítica, crenças e atitudes (Gal, 2002). Estes aspetos estão listados na Figura 2 na componente “Elementos afetivos” e de acordo com Gal (2002) referem-se ao seguinte:

- *Postura crítica.* Espera-se que adultos estatisticamente letrados adotem uma postura intrínseca de questionamento, relativamente à informação quantitativa, a qual pode ser, intencionalmente ou não, enganadora, unilateral, tendenciosa ou incompleta. Ser capaz de recorrer espontaneamente à lista de questões críticas (Quadro 4) confrontando dados, argumentos e conclusões;
- *Certas crenças e atitudes* estão subjacentes à postura crítica das pessoas incitando-as a um esforço mental e permitindo-lhes assumir riscos o que constitui um dos traços mais distintivos da literacia estatística. Os adultos devem desenvolver uma visão positiva de si mesmos como indivíduos capazes de raciocinar estatística e probabilisticamente e manifestar vontade e interesse para "pensar estatisticamente". Isso pressupõe que tenham algum apreço pelo poder dos processos estatísticos e pelos estudos empíricos, em detrimento de conclusões com base em experiências pessoais.

Em suma, Gal (2002) propõe que o comportamento estatisticamente letrado requer a ativação conjunta de cinco conhecimentos base inter-relacionadas (literacia, estatística, matemático, contexto/mundo e crítico), e que tal comportamento requer a presença de uma postura crítica apoiada por certas crenças e atitudes. Este tipo de comportamento é reflexo de uma propensão para o raciocínio lógico, para a curiosidade e para a mente aberta. Por um lado, o modelo contém os “Elementos de conhecimento” que envolvem componentes cognitivas da literacia estatística (por exemplo: saber resumir os dados e fazer cálculos a partir dos mesmos para tirar significado); por outro lado, contém os “Elementos disposicionais” que engloba um conjunto de aspetos não-cognitivos que também são determinantes no desenvolvimento da literacia estatística (por exemplo: uma pessoa que interpreta um gráfico pode ter conhecimentos, experiências e crenças que podem influenciar e diferenciar a sua interpretação do mesmo). Por conseguinte, o desenvolvimento da literacia estatística vai muito além do conhecimento formal e

académico, requerendo outro tipo de aspetos que não apenas capacidades estatísticas. Assim, é necessário trabalhar com os alunos com métodos diferentes dos tradicionais e com recurso à realização de investigações estatísticas.

Uma interseção das perspetivas analisadas sobre literacia estatística, permite destacar cinco áreas-chave comuns às várias definições, a desenvolver para um cidadão se tornar estatisticamente alfabetizado. As primeiras quatro destas áreas-chave são de natureza cognitiva, às quais acresce uma área-chave adicional, de natureza não cognitiva, pertencente mais ao foro emocional dos cidadãos:

i) *Consciência dos dados.* É importante que os dados utilizados num determinado estudo sejam adequados ao problema de investigação. É preciso ter-se consciência da fonte dos dados, da sua disponibilidade e acessibilidade quando se examinam conclusões estatísticas. É também necessário ter-se sempre presente a importância do contexto na análise dos dados (Rumsey, 2002).

ii) *Capacidade para compreender conceitos estatísticos.* Ben-Zvi e Garfield (2004), Gal (2002), Garfield, delMas e Chance (2003), Rumsey (2002), Snell (1999), Watson e Callingham (2003), sugerem a necessidade de compreender os conceitos e a terminologia básica, incluindo os símbolos estatísticos, o que vai muito além de usar mecanismos estatísticos, inclui a capacidade para compreender e usar ferramentas como percentagens, proporções, medidas estatísticas, tabelas, gráficos, diagramas.

iii) *Capacidade de analisar, interpretar e avaliar informação estatística.* A capacidade para organizar dados, construir gráficos e tabelas, trabalhar com diferentes representações de dados, descrever e resumir os dados são competências muito importantes para dar sentido à informação, para explicar conceitos complexos e tendências. Compreender que a forma como os dados estão organizados influencia a interpretação dos mesmos. A literacia estatística não é só acerca da compreensão de conceitos estatísticos, mas também acerca de uma avaliação crítica se os conceitos estatísticos são aplicados com um propósito fundamentado. Requer uma compreensão de todo o processo estatístico desde a recolha de dados à avaliação dos resultados, sem descurar nunca o contexto (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Broers, 2004; Gal, 2002; NCTM, 1991; Rumsey, 2002; Watson & Callingham, 2003).

iv) *Capacidade de comunicar a informação estatística e conclusões.* É a capacidade de transformar os dados em informação usando palavras. Inclui a capacidade de discutir as

reações a essa informação estatística, imitar opiniões e preocupações sobre as implicações desta informação e sobre a aceitabilidade de determinadas conclusões (Gal, 2002; Rumsey, 2002).

v) *Elementos adicionais*. O desenvolvimento do comportamento estatisticamente letrado é afetado e apoiado por uma inclinação das pessoas para aplicar uma postura crítica e pelas motivações de descoberta e curiosidade, crenças e atitudes positivas em relação à importância das investigações estatísticas e em relação a si mesmo e às suas capacidades. Requer uma “pré-disposição” para pensar estatisticamente sobre os assuntos do quotidiano e com confiança no raciocínio estatístico (Gal, 2002; Steen, 2002).

Os professores e educadores estatísticos interessados na forma como os cidadãos podem interpretar e comunicar sobre mensagens estatísticas enfrentam inúmeros desafios e responsabilidades. Para desenvolver a literacia estatística, é necessário envolver os alunos em experiências de aprendizagem bastante mais ricas que aquelas que são usualmente proporcionadas na sala de aula para garantir que todas as componentes do conhecimento estatístico base da literacia estatística sejam desenvolvidas, preocupação que não tem sido evidenciada por falta de tempo e/ou preparação de professores. O professor deve ainda ser um modelo de aplicação no desenvolvimento de uma postura crítica e de crenças e atitudes positivas sobre o domínio (utilidade das investigações estatísticas) e sobre si mesmo (Gal, 2002).

A Estatística no currículo

Em todos os países, a presença da Estatística nos currículos de Matemática é ainda relativamente recente e a sua relevância curricular tem verificado uma evolução quantitativa e qualitativa ao longo dos anos. Foi já no final da década de 50, que a Estatística se estriou nos ensinos superior e secundário e desde então assumiu uma tradição vincada em muitos países, através de uma abordagem marcadamente teórica (Batanero & Diaz, 2010; Ponte & Fonseca, 2001).

Mais tarde, no final da dos anos 70, a Estatística foi generalizada a todos os níveis de ensino em países pioneiros como Inglaterra, em que o seu ensino já era perspectivado como “trabalho com dados”. Posteriormente, esta abordagem tornou-se marcante nos currículos de outros países (Ponte & Fonseca, 2001).

A nível internacional, e também nacional, nos currículos atuais da disciplina de Matemática, parecem ter vindo a coexistir duas tendências dominantes relativamente ao ensino da Estatística: (i) ênfase no processo de *análise de dados*, que permite perspetivar a verdadeira natureza desta ciência; (ii) como um capítulo da Matemática, sobrevalorizando-se os aspetos *conceituais e/ou computacionais* (Ponte & Fonseca, 2001). A perspetiva ainda dominante parece ser esta última em que a Estatística é encarada e ensinada como um tópico ou ramo da Matemática, aspeto que muito amplia o fosso existente entre a Estatística escolar e a natureza da estatística enquanto ciência (Cobb & Moore, 1997; delMas, 2004; Gal & Garfield, 1997; Groth, 2007).

Também relativamente ao conteúdo, os currículos enfatizam as ideias matemáticas de formas diferentes. Alguns valorizam os sumários estatísticos (média, moda, mediana, desvio padrão, quartis,...), outros priorizam as representações estatísticas (gráficos, tabelas, diagramas,...) e outros preocupam-se em desenvolver ideias estatísticas importantes (como centro, variabilidade, distribuição,...). Outra vertente que diferencia os currículos é a abordagem que fazem às investigações estatísticas (Ponte, 2011).

Em Portugal, a Estatística viria a surgir no currículo a partir da década de 60, no ensino secundário, por via de uma reforma do ensino da Matemática, apelidada de Matemática Moderna. Uns anos mais tarde, em consequência da reforma do sistema educativo de 1986, no início da década de 90, o tema foi introduzido no Programa (ME, 1990, 1991a, 1991b, 1991c), nos 2.º e 3.º ciclos do ensino básico, mas com uma importância bastante reduzida sendo conotado como um capítulo da Matemática com pouca importância em que se sobrevalorizavam os aspetos matemáticos, nomeadamente os conceitos, cálculos e procedimentos (Fernandes, 2009; Ponte & Sousa, 2010).

Foi no início do século XXI que a Estatística assumiu um maior protagonismo nos documentos programáticos para o ensino básico. O Programa de Matemática para o Ensino Básico (PMEB), publicado em 2007 (ME, 2007), vem consolidar a importância da Estatística e concretizar orientações para o seu ensino. Este Programa traduziu-se num reajustamento ao anterior Programa datado de 1990/1991 (ME, 1990, 1991a, 1991b, 1991c). A designação do anterior bloco temático “Estatística é Probabilidades” foi substituída por “Organização e tratamento de dados”, designação que espelha, de uma forma mais adequada, as competências gerais que se pretendem desenvolver ao longo do ensino básico que constituem um nível introdutório da análise estatística de dados (Loura, 2009). Este documento, enfatiza o desenvolvimento da literacia estatística como o grande

objetivo curricular do ensino da Estatística, com apelo direto à realização de investigações estatísticas (Martins & Ponte 2010).

Uns anos mais tarde, foi publicado outro Programa de Matemática para o ensino básico (ME, 2013) com uma lógica conceptual diferente do programa anterior a este (ME, 2007). Este novo programa de Matemática continua também a contemplar a Estatística integrada em todos os ciclos do ensino básico, sob o título “Organização e Tratamento de Dados” (ME, 2013), embora o aspeto mais distintivo diga respeito a uma mudança nas finalidades e objetivos do ensino e aprendizagem da Estatística que vem, de alguma forma, recuperar a visão vigente do programa publicado em 90/91 (ME, 1990, 1991a, 1991b, 1991c). Assim, o cerne do ensino e aprendizagem da Estatística deixa de ser o desenvolvimento da literacia estatística, passando a ser a aquisição de conteúdos e o conhecimento de procedimentos e técnicas.

Recentemente, foram publicadas as novas Aprendizagens Essenciais para o ensino Matemática (Canavarro et al., 2021). Este novo documento curricular retoma e aprofunda a importância da literacia como objetivo curricular, preconizando um ensino da Estatística através de uma abordagem investigativa que envolva os alunos nas diferentes etapas do ciclo investigativo desde os primeiros anos do ensino básico.

Na medida que, aquando da recolha de dados do presente estudo, o programa de Matemática do ensino básico que estava em vigor era o PMEB (2007), cujas orientações para o ensino da Estatística, são concordantes com os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007) e com o *GAISE Report (2005) (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education)* (Franklin et al., 2007), são estes os documentos curriculares internacionais e nacionais este assumirão maior destaque nas secções seguintes. Dá-se também atenção às novas *Aprendizagens Essenciais para o ensino da Matemática* (Canavarro et al., 2021) pela sua relevância atual.

Orientações a nível internacional. Nos Estados Unidos da América, a importância atribuída à Estatística como parte integrante do currículo de Matemática foi assinalada pelo NCTM (1991) nas *Normas para o Currículo e a avaliação em Matemática Escolar* que vieram introduzir diretrizes relativas ao ensino e aprendizagem da Estatística e das Probabilidades em todos os níveis de ensino:

Neste século de informação e tecnologia há cada vez mais a necessidade de compreender a forma como a informação é processada e traduzida em conhecimento utilizável. Dado que a sociedade utiliza cada vez mais dados para fazer previsões e tomar decisões é importante que os alunos desenvolvam a compreensão dos conceitos e dos processos utilizados na análise de dados. Para que os alunos sejam cidadãos inteligentes que possam tomar decisões de forma crítica e informada, são necessários conhecimentos estatísticos (p. 125).

A nível internacional, o NCTM (1991) refere que atividades como a determinação de medidas estatísticas, a construção e a leitura de gráficos, como resposta a questões específicas, são importantes, mas refletem uma natureza muito limitada da estatística. Este documento defende que o ensino da Estatística deve ter como cerne a investigação e exploração de situações do mundo real em que os alunos tenham um envolvimento ativo em todas as fases do processo: formulação de questões; recolha e organização de dados; representação de dados em tabelas, gráficos, distribuição de frequência e estatística elementar; análise de dados; estabelecimento de conjeturas; comunicação da informação de forma convincente; e desenvolvimento de apreço pelos processos estatísticos como meios poderosos de tomadas de decisão. Outro aspeto importante será a avaliação das argumentações de outros, visto que toda a informação disponível no dia-a-dia é frequentemente baseada na análise de dados.

A importância do uso de instrumentos tecnológicos é também bastante salientada na medida que permite aos alunos libertar tempo para explorar a essência da estatística através da análise dos dados de diferentes pontos de vista e com diferentes representações da mesma informação, estabelecendo inferências e argumentos e construindo e avaliando esses argumentos com base na análise desses dados (NCTM, 1991).

É referido ainda que, paralelamente ao ensino da estatística, o ensino das probabilidades deve ser considerado também fulcral na matemática escolar: “Para se ser um cidadão informado é essencial o conhecimento sobre probabilidades e sobre a área da estatística que com elas está relacionada” (p.129). Assim, os alunos devem ser encorajados a fazer conjeturas (baseadas nas falsas intuições e conceções erróneas) e a testar essas conjeturas por experimentação e simulação para que compreendam a relação entre a expressão numérica do valor da probabilidade e os acontecimentos que originam estes valores. Devem perceber também que a medida da certeza ou da incerteza varia à medida que se recolhem mais dados (NCTM, 1991).

Um pouco mais tarde, e em linha com as normas anteriores, o NCTM publica em 2007 a obra *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* que preconiza que, para além das

diretrizes referidas anteriormente, os alunos formulem questões que possam ser respondidas através dos dados que recolhem, explicando como esses dados devem ser recolhidos e utilizados. Recomenda também um forte desenvolvimento dos conteúdos de Estatística e de Probabilidades cujos conceitos e procedimentos deverão ir adquirindo um maior aprofundamento ao longo dos diferentes níveis de ensino, em detrimento da repetição constante dos mesmos temas e atividades, para que no final do ensino secundário os alunos possuam um conhecimento sólido de estatística elementar. O trabalho com dados e a sua análise permite aos alunos estabelecerem conexões entre conceitos e procedimentos dentro da disciplina de Matemática e entre outras disciplinas escolares ou experiências quotidianas. Para além disso, o raciocínio estatístico é importante para a vida futura dos alunos, quer profissional quer quotidiana, o qual nem sempre é intuitivo não se desenvolverá sem ser em contexto escolar. Assim, os programas de ensino do pré-escolar ao 12.º ano deverão habilitar todos os alunos para (NCTM, 2007, p. 52):

- Formular questões que possam ser abordadas por meio de dados e recolher, organizar e apresentar dados relevantes que permitam responder a essas questões;
- Selecionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados;
- Desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas em dados;
- Compreender e aplicar conceitos de probabilidades.

O quadro 5 indica, de forma sumária, os patamares de desenvolvimento esperados, por nível de escolaridade, tendo em conta as diferentes etapas do processo investigativo (NCTM, 2007).

Quadro 5 - Níveis de desenvolvimento estatístico esperado por nível de escolaridade e etapas do processo estatístico (NCTM, 2007)

Etapa 1 – Formulação de questões	
Pré – 2.º ano	- Colocar questões e reunir dados acerca de si próprios e do meio envolvente
3.º – 5.º anos	- Colocar questões sobre si mesmos, do seu ambiente, relacionados com a escola ou comunidade e sobre matérias estudadas noutras disciplinas.
6.º – 8.º anos	- Colocar questões que focam temas e interesses da atualidade como a reciclagem, a conservação e os direitos dos trabalhadores.
9.º – 12.º anos	- Colocar questões e investigar problemas que exploram temas mais complexos.
Etapa 2 – Recolha de dados	
Pré – 2.º ano	-Efetuar planos simples de recolha de dados em que os dados sejam objetos reais (p.ex.: sapatos). - O professor fornece grelhas de contagem, listas de classificação ou tabelas para os alunos registarem os dados a recolher. - Reconhecer que a organização dos dados fornece informação acerca do fenómeno em estudo. - Agrupar e classificar objetos de acordo com os seus atributos e organizar dados relativos a objetos.

	<ul style="list-style-type: none"> - Representar dados através de objetos, imagens e gráficos.
3.º – 5.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Conceber um plano de recolha de dados e decidir se é mais adequado recolher dados por inquérito, medição ou observação. - Utilizar dados de fontes secundários da escola, cidade ou da <i>Internet</i>, avaliando a sua fiabilidade. - Distinguir dados de natureza qualitativa e quantitativa. - Familiarizar-se com diferentes tipos de representações, como: tabelas, diagramas de pontos, gráficos de barras. - Selecionar e interpretar representações adequadas à natureza dos dados. - Discutir valores dos gráficos de dados numéricos que não se encontram no conjunto de dados, como valores dos eixos, escalas, frequência absoluta. - Utilizar programas informáticos para ordenar e representar dados.
6.º – 8.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Conceber experiências ou inquéritos para recolha de dados relevantes relativos a uma característica partilhada por duas populações, ou a diferentes características dentro da mesma população. - Aprender a pesquisar dados relevantes de fontes secundárias na <i>Internet</i> ou em publicações que melhor se adequam àquilo que pretendem. - Selecionar, criar e usar representações gráficas mais adequadas incluindo histogramas, diagramas de extremos e quartis e diagramas de dispersão.
9.º – 12.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender as diferenças entre estudos e inferir o que pode ser feito a partir de cada um. - Saber as características de estudos bem planeados e o papel do aleatório nas sondagens e experiências. - Planear sondagens, estudos de observação e experiências. - Compreender o significado de dados quantitativos e qualitativos, bivariados ou multivariados, e do termo variável. - Compreender e usar histogramas, diagramas de extremos e quartis, e diagramas de dispersão. - Calcular medidas elementares e distinguir uma medida de um parâmetro.
Etapa 3 – Análise de dados	
Pré – 2.º ano	<ul style="list-style-type: none"> - Descrever partes de dados e o conjunto total como um todo, para determinar o que os dados mostram.
3.º – 5.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Descrever a forma e as características mais importantes de um conjunto de dados, e comparar conjuntos de dados relacionados, dando ênfase ao modo como os dados estão distribuídos. - Usar medidas de centro, principalmente a mediana, e compreender o que cada uma indica ou não acerca do conjunto de dados. - Desenvolver as noções de valor “típico” ou “médio” partindo das noções informais de “o que há mais” e “o do meio”, os alunos aprendem as 3 medidas de centro: moda, mediana e, de modo informal, a média. No 5.º ano, quando os alunos são experientes com a moda e a mediana, poderão explorar o significado da média como ponto de equilíbrio com conjuntos pequenos de dados.
6.º – 8.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Continuar a usar a moda e a mediana e aprender a usar a média para descrição do centro de um conjunto de dados. - Compreender a média como ponto de equilíbrio. - Relacionar as medidas de centro com as medidas de dispersão numa distribuição. - Identificar, usar e interpretar medidas de localização e de dispersão, incluindo a média e a amplitude inter-quartil. - Realizar experiências que envolvam tecnologia em que os alunos alteram valores num conjunto de dados e observam os efeitos dessa alteração na média e na mediana e verificar a resistência dessas medidas.

	<ul style="list-style-type: none"> - Verificar que diferentes gráficos refletem características diferentes de um conjunto de dados. - Verificar que a comparação entre dois conjuntos de dados é mais efetiva num diagrama de extremos e quartis do que num histograma; - Discutir e compreender a correspondência entre conjuntos de dados e as suas representações gráficas (histogramas, diagramas de caule-e-folhas, diagramas de extremos e quartis e diagramas de dispersão).
9.º – 12.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentar a distribuição de dados quantitativos univariados, descrever a sua forma, e selecionar e calcular as medidas que os definem. - Apresentar e analisar, para dados quantitativos bivariados, um diagrama de dispersão, e determinar coeficientes e equações de regressão e coeficientes de correlação, usando a tecnologia. - Apresentar e discutir dados bivariados, com variáveis qualitativas. - Reconhecer como é que transformações lineares de dados univariados afetam a sua forma, centro e dispersão. - Identificar tendências nos dados bivariados e encontrar funções que os modelem ou transformá-los para poderem ser modelados.
Etapa 4 - Interpretação dos resultados	
Pré – 2.º ano	<ul style="list-style-type: none"> - A inferência inicia-se no 3.º ano com a introdução à ideia de amostragem. - Realizar discussões informais sobre se as conclusões seriam iguais se a amostra fosse noutra turma.
3.º – 5.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Propor e justificar conclusões e previsões baseadas em dados e conceber formas de as investigar mais profundamente. - Noção de amostra de uma população. - Observar que amostras recolhidas de uma mesma população podem variar, comparando as medidas estatísticas da amostra com a da população. - Refletir sobre os aspetos que afetam a representatividade de uma amostra.
6.º – 8.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Usar observações acerca das diferenças existentes entre duas ou mais amostras, para fazer previsões sobre as populações de onde as amostras foram retiradas. - Formular conjeturas acerca de possíveis relações entre duas variáveis de uma amostra, baseando-se em diagramas de dispersão e retas de regressão. - Usar conjeturas na formulação de novas questões e no planeamento de novos estudos para lhe dar resposta.
9.º – 12.º anos	<ul style="list-style-type: none"> - Usar simulações para explorar a variabilidade das medidas estatísticas de amostras e construir distribuições amostrais. - Compreender como as medidas das amostras refletem os valores dos parâmetros da população e usar as distribuições amostrais. - Avaliar relatórios publicados de dados, através da análise do seu plano, da adequação da análise dos dados e da validade das conclusões. - Compreender como são usadas técnicas estatísticas no controlo de qualidade.

A ASA, *The American Statistical Association*, publicou o GAISE (2005) (*Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education*) (Franklin et al., 2007) que consiste num relatório com um conjunto de recomendações sobre o ensino e avaliação em estatística, o qual foi em 2016 tendo-se mantido as recomendações apresentadas em 2005, embora estas tenham sido reordenadas e clarificadas. (Carver et al., 2016, p. 3):

- Ensinar o pensamento estatístico (literacia estatística);
- Ensinar estatística como um processo investigativo de resolução de problemas e de tomada de decisões;

- Dar aos alunos experiência com o pensamento multivariado.
- Focar na compreensão conceptual (ao invés de mero conhecimento de procedimentos);
- Integrar dados reais com um contexto e um propósito;
- Fomentar aprendizagem ativa na sala de aula;
- Usar a tecnologia para explorar conceitos e analisar os dados;
- Usar a avaliação para melhorar e avaliar a aprendizagem do aluno.

Os autores clarificam que as duas primeiras recomendações referem-se ao “que ensinar” e as quatro últimas relacionam-se com o “como ensinar”. As principais alterações que adicionaram referem-se ao foco da primeira recomendação (ensinar o pensamento estatístico). Assim, defendem que o cerne do ensino proporcionado aos alunos deve ser desenvolvimento do pensamento estatístico enquanto processo investigativo de resolução de problemas e tomada de decisões ao invés de os alunos assumirem uma visão errada da estatística como um conjunto de fórmulas e métodos desconetados. Os alunos devem trabalhar com questões de investigação desafiantes cuja resposta requeira que eles investiguem e explorem relações entre muitas variáveis, exigindo um pensamento multivariado, próximo das questões reais com as quais serão confrontados enquanto adultos (Carver et al., 2016, p. 3).

Este relatório fornece uma estrutura concetual para a Educação Estatística que dá uma imagem coerente do currículo geral, organizado em três níveis de desenvolvimento (A, B e C), um elementar, um intermédio e um outro mais avançado. Embora os 3 níveis possam ser equipados aos ciclos de escolaridade, eles foram concebidos tendo em conta o desenvolvimento da literacia estatística e não a idade. De acordo com os autores, a educação estatística deve ser entendida como um processo de desenvolvimento que requer o seu tempo de amadurecimento. Todos os alunos, independentemente do nível de escolaridade, caso não tenham experiência com Estatística, devem começar pelos conceitos e tarefas do nível elementar (nível A). A aprendizagem começa por ser mais orientada pelo professor no nível A, mas vai-se tornando mais dirigida pelos alunos nos níveis B e C (Franklin et al., 2007).

No referido documento, é possível encontrar recomendações para as 4 etapas do processo investigativo (1) Formulação de questões; 2) Recolha de dados; 3) Análise de dados; 4) Interpretação dos resultados) de acordo com cada um dos níveis de desenvolvimento (A, B e C), das quais se apresenta uma síntese no quadro 6.

Quadro 6 - Níveis de desenvolvimento estatístico de acordo com as diferentes etapas do processo investigativo (Franklin et al., 2007).

Etapa 1 – Formulação de questões		
Nível A	Nível B	Nível C
<ul style="list-style-type: none"> - Iniciação à compreensão do significado de uma questão estatística. - Colocar questões de interesse com a ajuda do professor. - Questões são restritas à sala de aula. 	<ul style="list-style-type: none"> - Maior compreensão sobre o que é uma questão estatística. - Começar a colocar as suas próprias questões de interesse. - Questões não restritas à sala de aula. 	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar questões estatísticas por natureza. - Colocar as suas próprias questões de interesse. - Questões procuram generalização.
Etapa 2 – Recolha de dados		
Nível A	Nível B	Nível C
<ul style="list-style-type: none"> - Entender a variabilidade natural de indivíduo para indivíduo. - Censo na sala de aula. - Experiências simples. 	<ul style="list-style-type: none"> - Iniciar a consciencialização do planeamento para as diferenças. - Planeamento com amostragem. - Início ao uso de amostras aleatórias. - Experiências comparativas. - Começar a usar o significado de aleatório. 	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender como realizar um planeamento adequado e implementá-lo para a recolha de dados através de: inquérito por amostragem; observação; experimento comparativo simples.
Etapa 3 – Análise de dados		
Nível A	Nível B	Nível C
<ul style="list-style-type: none"> - Estabelecer comparações entre indivíduos e entre indivíduos e grupos. - Compreender a ideia de distribuição. - Descrever uma distribuição. - Observar a associação entre duas variáveis. - Usar ferramentas para explorar distribuições e associação, incluindo: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Gráfico de barras, gráfico de pontos, diagrama de caule-e-folhas e diagrama de dispersão. ▪ Tabelas (usando contagens). ▪ Média (partilha justa), Mediana, Moda, Amplitude. ▪ Categoria Modal. 	<ul style="list-style-type: none"> - Aprender a usar determinadas propriedades de distribuições como ferramentas de análise. - Quantificar a variabilidade dentro um grupo. - Comparar dois grupos através de representações gráficas e medidas estatísticas. - Média como ponto de equilíbrio. - Compreender o erro de amostragem. - Quantificar a associação; - Usar modelos simples de associação. - Introdução de estratégias mais sofisticadas de comparação e resumo de uma distribuição, como: Histogramas; Intervalo Interquartil; Desvio padrão; Caixa de bigodes. 	<ul style="list-style-type: none"> - Entender e usar a análise de distribuições como um conceito global. - Identificar resumos adequados para os dados numéricos e categóricos através de tabelas, gráficos e medidas estatísticas. - Descrever e quantificar o erro de amostragem. - Quantificar a associação. - Usar modelos de associação apropriados.
Etapa 4 – Interpretação dos resultados		
Nível A	Nível B	Nível C
<ul style="list-style-type: none"> - Os alunos não interpretam além dos dados. - Inferir para a sala de aula. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer se os dados são viáveis observando além dos dados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Os alunos são capazes de olhar além dos dados em alguns contextos.

<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer que os resultados podem ser diferentes em outra classe ou grupo. - Reconhecer a limitação do alcance de inferir para a sala de aula. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer se uma amostra é representativa de uma população. - Descrever a distinção entre dois grupos em relação ao centro, forma e dispersão. - Média como ponto de equilíbrio. - Reconhecer a distinção entre estudos observacionais e experimentais. - Observar as diferenças de força da associação. - Interpretação básica de modelos de associação. - Entender a distinção entre associação e causa-efeito. - Entender interpretações básicas de medidas de associação. 	<ul style="list-style-type: none"> - Generalizar da amostra para a população. - Perceber o efeito de aleatoriedade nos resultados de experimentos. - Entender a diferença entre estudos observacionais e experimentais. - Interpretar medidas de força de associação. - Interpretar modelos de associação. <p>Distinguir entre conclusões de estudos de associação e experimentos.</p>
--	---	---

Orientações a nível nacional. As orientações para o ensino da Estatística presentes no PMEB (ME, 2007), as quais estão alinhadas com os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007) e com o GAISE Report (2005) (Franklin et al., 2007), apresentam como objetivo curricular central do ensino da Estatística o desenvolvimento da literacia estatística, tendo por base a realização de investigações estatísticas, com a participação dos alunos em todos os processos do ciclo investigativo (formulação de questões, recolha, representação, organização e interpretação de dados e realização de inferências) bem como a capacidade de interpretar e avaliar criticamente os resultados de um estudo estatístico já realizado (Martins & Ponte, 2010; Ponte & Sousa, 2010).

De acordo com este documento, deve ser dada a oportunidade de os alunos formularem questões que possam ser respondidas pelos dados, sendo da sua responsabilidade a decisão de como recolher, organizar e representar a informação, cuja interpretação pode conduzi-los a estabelecer novas relações e conjeturas. É também proposta a realização de experiências aleatórias para explorar a regularidade a longo termo, identificando e listando os resultados possíveis. Devem ainda ser exploradas situações de possibilidade e impossibilidade de generalização dos resultados da informação recolhida para toda a população (Ponte & Sousa, 2010).

No PMEB (ME, 2007) existem indicações claras para que o trabalho em Organização e Tratamento de Dados seja realizado em todos os ciclos do ensino básico, através de um

aprofundamento progressivo dos tópicos de aprendizagem para os diferentes ciclos presentes do quadro 7 (ME, 2007).

Assim, pretende-se, por um lado, que os alunos desenvolvam a capacidade de compreenderem e usarem conceitos (como dados, variável, população, amostra, distribuição e medidas estatísticas) e representações estatísticas (como tabelas e gráficos). Por outro lado, os alunos devem compreender o que é uma investigação estatística e devem desenvolver os aspetos do pensamento estatístico característicos das suas etapas fundamentais (Formulação de questões, Recolha, Análise e Interpretação dos Dados). Estes dois objetivos devem desenvolver-se em paralelo e reforçar-se simultaneamente, para que a aprendizagem da disciplina tenha significado (Ponte & Sousa, 2010).

Quadro 7 – Tópicos de aprendizagem para a o tema Organização e Tratamento de Dados, nos 3 ciclos do ensino básico, presentes no PMEB (2007)

1.º Ciclo		2.º Ciclo	3.º Ciclo
1.º e 2.º anos	3.º e 4.ºanos		
Representação e interpretação de dados -Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos - Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e Carroll - Tabela de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas	Representação e interpretação de dados e Situações aleatórias - Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos - Gráficos de barras - Moda - Situações aleatórias	Representação e interpretação de dados e Situações aleatórias - Formulação de questões - Natureza dos dados - Tabelas de frequências absolutas e relativas - Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas - Média aritmética - Extremos e amplitude - Situações aleatórias	Planeamento estatístico - Especificação do problema - Recolha de dados - População e amostra Tratamento de dados - Organização, análise e interpretação de dados – histograma - Medidas de localização e dispersão - Discussão de resultados Probabilidade -Noção de fenómeno aleatório e experiência aleatória -Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento

No quadro 8 apresenta-se uma síntese comparativa dos principais objetivos de aprendizagem do ensino da Estatística previstos do NPMEB (ME, 2007), por nível de escolaridade, de acordo com as quatro etapas do processo investigativo (ME, 2007; Martins & Ponte, 2010).

Quadro 8 - Orientações curriculares gerais e metodológicas do NPMEB, por ciclo de escolaridade, de acordo com as quatro etapas do processo investigativo (ME, 2007; Martins & Ponte, 2010)

Etapa 1 – Formulação de questões		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> - Formulação de questões de interesse relacionadas com a turma, orientadas pelo professor. - Classificação e contagem de objetos utilizando diagramas de <i>Venn</i> e de <i>Carroll</i>. - Trabalho com dados qualitativos e quantitativos discretos. No caso de serem contínuos, devem ser discretizados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Formulação de questões de interesse mais abrangentes, incluindo outras áreas ou disciplinas do currículo (p.ex.: problemas ambientais e sociais) Formular questões suscetíveis de tratamento estatístico, identificar os dados a recolher e a forma de os obter. - Distinguir dados qualitativos, quantitativos discretos e contínuos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Formulação de questões de interesse sobre problemas reais (p.ex.: investigações em ciência, sobre a alimentação, mudanças climáticas, ou variação da natalidade).
Etapa 2 – Recolha de dados		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> - Realização de censos. - Recolher dados registando-os através de esquemas de contagem gráfica (<i>tally charts</i>) e de gráficos de pontos (1.º e 2.º anos). - recolher e organizar dados qualitativos e quantitativos (discretos) utilizando tabelas de frequências (3.º e 4.º anos). 	<ul style="list-style-type: none"> - Recolher, classificar em categorias ou classes e organizar dados de natureza diversa. - Recolher dados recorrendo a observação ou experimentação e recorrendo a fontes secundárias como a Internet. - Explorar situações que evidenciem fontes de enviesamento, na recolha de dados. Por exemplo, para saber se os alunos de uma escola gostam de futebol, utilizar como amostra uma turma que pratica futebol. Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa. 	<ul style="list-style-type: none"> - Planear adequadamente a recolha de dados tendo em vista o estudo a realizar. - Identificar e minimizar possíveis fontes de enviesamento na recolha dos dados. - Distinguir entre população e amostra e ponderar elementos que podem afetar a representatividade de uma amostra em relação à respetiva população. - O planeamento deve contemplar o tipo e o número de dados a recolher. - Propor a recolha de dados de fontes primárias e secundárias, incluindo a Internet e publicações periódicas. - Diversificar os métodos de recolha de dados: observação, experimentação e questionários.
Etapa 3 – Análise de dados		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> - Organizar os dados em tabelas de frequências absolutas e representá-los através de pictogramas (1.º e 2.º anos) e gráficos de barras (3.º e 4.º anos). - Determinar a moda de um conjunto de dados (3.º e 4.º anos). 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas - Compreender e determinar a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização, num dado contexto. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir, analisar e interpretar representações dos dados (incluindo o histograma) e tirar conclusões. - Compreender e determinar a mediana, os quartis e a amplitude interquartis de um conjunto de dados. - Utilizar diversas representações gráficas:

	- Compreender e determinar os extremos e a amplitude de um conjunto de dados.	diagrama circular e gráfico de barras para dados qualitativos; gráfico de barras para dados discretos; histograma para dados contínuos; diagramas de caule-e-folhas e de extremos e quartis, para dados discretos ou contínuos.
Etapa 4 – Interpretação de dados		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> - Ler, explorar e interpretar informação (apresentada em listas, tabelas de frequências, gráficos de pontos e pictogramas) respondendo a questões e formulando novas questões. - Usar a moda para interpretar e comparar informação (3.º e 4.º anos) - Discutir se será ou não razoável generalizar os resultados obtidos para todos os alunos da escola (3.º e 4.º anos). 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados, e formular conjecturas a partir desses resultados. - Utilizar informação estatística para resolver problemas e tomar decisões. - Realçar a natureza distinta das diferentes medidas calculadas a partir dos dados: a média, localizando o centro da distribuição dos dados; os extremos, localizando outros pontos importantes; a amplitude medindo a variabilidade presente dos dados. - Utilizar as medidas de variabilidade para comparar indivíduos do mesmo grupo ou para comparar grupos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Escolher as medidas de localização mais adequadas para resumir a informação contida nos dados. - Comparar as distribuições de vários conjuntos de dados e tirar conclusões. - Identificar semelhanças e diferenças entre as distribuições atendendo às suas formas (simetria e enviesamento) e medidas de localização e de dispersão. - Responder às questões do estudo e conjecturar se as conclusões válidas para a amostra serão válidas para a população.

Igualmente fundamentais na aprendizagem da Estatística são os *recursos* utilizados, como sejam os dados e a tecnologia. Quanto aos dados utilizados, estes devem ser reais e referentes a situações do quotidiano, recolhidos pelos alunos ou encontrados em jornais e revistas e na *Internet*. Relativamente à tecnologia, as calculadoras gráficas e os computadores (em particular a folha de cálculo) são fundamentais para a realização de cálculos fastidiosos e de representações tabulares e gráficas, bem como para a visualização de conceitos e relações entre os mesmos (Martins & Ponte, 2010). Tal como referem os autores, “a comparação do comportamento da média e da mediana, quando se modificam alguns dos dados de um certo conjunto, é impraticável sem a utilização de calculadoras ou do computador” (p. 16).

Quanto à *organização do trabalho dos alunos*, este deve variar. Os alunos devem ter oportunidade de trabalhar autonomamente, de ter momentos de interações em pequeno

grupo e de participar em discussões coletivas no seio da turma. O trabalho em grupo é a forma natural de organização para o desenvolvimento de explorações e investigações estatísticas, por resultar mais estimulante, criativo e rico. Para que este resulte, é necessário da parte do professor, em cada uma das etapas do processo investigativo, a definição de objetivos claros, sua calendarização e verificação. Aos alunos cabe a responsabilização e empenhamento pelo seu cumprimento. Os produtos dos diversos grupos devem ser apresentados à turma e ser objeto de discussão. A fase de discussão, por um lado permite desenvolver a capacidade de comunicação dos alunos e, por outro, é um momento privilegiado para partilhar e debater ideias, consolidar e sistematizar conteúdos, negociar significados e institucionalizar o conhecimento (Martins & Ponte, 2010).

No que se refere à *avaliação das aprendizagens estatísticas*, os autores recomendam a diversificação de instrumentos e estratégias de recolha de informação como noutros temas matemáticos, realçando a importância do *feedback* para os alunos regularem a sua aprendizagem. No caso das investigações e projetos, a avaliação reveste-se de uma especificidade própria, considerando, desejavelmente, a informação do professor recolhida ao longo do processo, a apresentação oral e o relatório escrito do trabalho desenvolvido (Martins & Ponte, 2010).

Uns anos mais tarde, foi publicado outro Programa de Matemática para o ensino básico (MEC, 2013) com uma lógica conceptual diferente do programa anterior a este (ME, 2007). Este novo programa de Matemática continua também a contemplar a Estatística integrada em todos os ciclos do ensino básico, sob o título “Organização e Tratamento de Dados” (MEC, 2013), embora o aspeto mais distintivo diga respeito a uma mudança nas finalidades e objetivos do ensino e aprendizagem da Estatística. Assim, o cerne do ensino e aprendizagem da Estatística deixa de ser o desenvolvimento da literacia estatística, com apelo direto à realização de investigações estatísticas, passando a ser a aquisição de conteúdos e o conhecimento de procedimentos e técnicas, valorizando uma aprendizagem mais procedimental e formal da Estatística com um apelo forte à memorização (Henriques e Fernandes, 2015). Este programa (MEC, 2013) representa um retrocesso em relação ao programa anterior (ME, 2007) na medida que são omitidas importantes orientações curriculares e recomendações para o ensino da Estatística, amplamente reconhecidas no seio da Educação Estatística, que põem em causa a aprendizagem da disciplina pelos alunos (Henriques & Fernandes, 2015).

Recentemente, a publicação das novas *Aprendizagens Essenciais para o Ensino Básico* (Canavarro et al., 2021) vieram revogar o anterior programa e os demais documentos curriculares que, entretanto, lhe sucederam. É um documento que incorpora as exigências e necessidades da sociedade do século XXI e que está apostado em proporcionar a todos os alunos um conjunto de saberes e capacidades essenciais através de experiências de aprendizagem ricas e desafiantes.

A nível da Estatística, cujo tema recebe o nome de “Dados e Probabilidades”, este documento está alinhado com as mais importantes orientações curriculares internacionais (GAISE, 2005; NCTM, 2007; NCTM, 2017) e com a investigação em Educação Estatística mais relevante. O desenvolvimento da literacia estatística dos alunos constitui-se no objetivo curricular do ensino e aprendizagem do tema, ao longo dos três ciclos do ensino básico, com níveis de aprofundamento crescente, em que as investigações estatísticas, realizadas através de cinco etapas (Questões estatísticas; Recolha e organização e representação de dados; Análise de dados; Interpretação e Conclusão; Comunicação e divulgação de um estudo), se constituem como um meio e um fim de aprendizagem. Pretende-se que os alunos tenham a oportunidade de participar em todas as etapas do ciclo investigativo e sejam implicados nas decisões inerentes ao trabalho em cada uma delas, desde a identificação de questões de interesse até à comunicação do trabalho desenvolvido. Pretende-se também que os alunos desenvolvam o espírito crítico que lhes permita a análise de estudos, ou suas componentes, realizadas por outros e divulgados na comunicação social.

Em seguida, no quadro 9, apresenta-se uma síntese comparativa dos principais conteúdos e objetivos de aprendizagem referentes ao tema “Dados” previstos nas *Aprendizagens Essenciais* (Canavarro et al., 2021), por nível de escolaridade, de acordo com as cinco etapas do processo investigativo preconizadas neste documento.

Quadro 9 - Conteúdos e objetivos de aprendizagens previstos nas *Aprendizagens*, por ciclo de escolaridade e de acordo com as cinco etapas de uma investigação estatística (Canavarro et al., 2021)

Etapa 1 – Questões estatísticas		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> - Participar na formulação de questões estatísticas sobre diferentes características qualitativas (1.º e 2.º ano) e quantitativas discretas (3.º e 4.º ano). - Formular conjeturas sobre 	<ul style="list-style-type: none"> - Formular questões do seu interesse, sobre características quantitativas contínuas, estabelecendo conexões com o ambiente e bem-estar, por exemplo. 	<ul style="list-style-type: none"> Formular questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas sobre temas de outras disciplinas do currículo. - Classificar as variáveis quanto à sua natureza: qualitativas (nominais <i>versus</i>

eventuais relações entre duas características qualitativas.		ordinais) e quantitativas (discretas <i>versus</i> contínuas).
Etapa 2 – Recolha, organização e representação de dados		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
<p><u>Recolha de dados (fontes primárias e secundárias)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Participar na definição de quais os dados a recolher e decidir sobre a fonte primária de dados ou secundárias. - Participar criticamente na seleção de um método de recolha dos dados (observação ou inquérito) reconhecendo que diferentes métodos têm implicações nas conclusões. - Recolher dados através de um dado método de recolha de fontes primárias ou secundárias. <p><u>Organização de dados</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - tabelas de contagem; - tabelas de frequência absoluta - Diagramas de Carrol. <p><u>Representação gráfica</u> (título, legendas e fonte)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pictogramas. - Gráficos de barras (simples e justapostas). - Diagramas de caule-e-folhas (simples e duplo). <p><u>Análise crítica de gráficos</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar num dado estudo e justificar a(s) escolha(s). - Analisar representações gráficas presentes nos <i>media</i> e discutir criticamente a sua Adequabilidade. 	<p><u>Recolha de dados (fontes primárias e secundárias)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Participar na definição de quais são os dados a recolher e decidir onde devem ser recolhidos, quem inquirir e/ou o que observar. - Recolher dados a partir de fontes primárias ou sítios credíveis na Internet (dados contínuos agrupados em classes e não agrupados/listas), através de um dado método de recolha. - Construir questionários simples, com questões de resposta fechada, com recurso a tecnologia, e aplicá-los. <p><u>Organização de dados</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer que os dados contínuos conduzem à necessidade de agrupar dados em classes, de igual amplitude, sem regras formais. - Tabela de frequências absolutas e relativas organizadas em classes (usar título). <p><u>Representação gráfica</u> (título, legendas e fonte)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gráficos circulares. - Gráficos de linhas. - Histogramas. <p><u>Análise crítica de gráficos</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar num dado estudo e justificar a(s) escolha(s). - Analisar representações gráficas presentes nos <i>media</i> e discutir criticamente a sua adequabilidade e o efeito de eventuais manipulações. 	<p><u>Recolha de dados (fontes primárias e secundárias)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Distinguir população de amostra. - Identificar a população sobre a qual pretende recolher dados e em que circunstâncias se recorre a uma amostra. - Planificar a seleção da amostra, relativamente à qual serão recolhidos os dados, acautelando a sua representatividade. - Definir quais os dados a recolher, selecionar a fonte e o método de recolha dos dados, e proceder à sua recolha (preferencialmente de sítios credíveis da Internet) e limpeza. <p><u>Organização de dados</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Agrupamento de dados contínuos em classes. - Usar tabelas de frequências para organizar os dados (usar legenda na tabela). <p><u>Representação gráfica</u> (título, legendas e fonte)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gráficos de linhas. - Gráficos de barras sobrepostas. - Histogramas. - Diagramas de extremos e quartis paralelos. <p><u>Análise crítica de gráficos</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar num dado estudo e justificar a(s) escolha(s). - Analisar e comparar diferentes representações gráficas presentes nos <i>media</i> e discutir criticamente a sua adequabilidade e o efeito de eventuais manipulações.
Etapa 3 – Análise de dados		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
<p><u>Resumo dos dados:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Moda e extremos 	<p><u>Resumo dos dados:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Média, Classe modal e Amplitude 	<p><u>Resumo dos dados:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Mediana, Amplitude, Quartis e Amplitude intequartil

	- Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.	- Identificar a diferença entre medidas que fornecem informação em termos de localização (central) e medidas que fornecem informação em termos de dispersão. - Interpretar as medidas de localização, de dispersão, e relacioná-los com a representação em histograma e em diagrama de extremos-e quartis.
Etapa 4 – Interpetação e conclusão		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
- Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, relacionando as representações e resumos estatísticos. - Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas.	- Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, relacionando as representações e resumos estatísticos. - Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas.	- Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, relacionando as representações e resumos estatísticos. - Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas.
Etapa 5 – Comunicação e divulgação de um estudo		
1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
- Decidir o Público-alvo. - Recursos de comunicação - (posters, infográficos) – apresentar informação de forma rigorosa, eficaz, apelativa e não enganadora.	- Decidir o Público-alvo. - Recursos de comunicação - (posters, infográficos digitais, relatórios) – apresentar informação de forma rigorosa, eficaz, apelativa e não enganadora. Contar a história por detrás dos dados.	- Decidir o Público-alvo. - Recursos de comunicação - (posters, infográficos digitais, relatórios) – apresentar informação de forma rigorosa, eficaz, apelativa e não enganadora. Contar a história por detrás dos dados.

Na medida que, aquando da recolha de dados do presente estudo, o programa de Matemática do ensino básico que estava em vigor era o PMEB (2007), este assumirá maior destaque neste trabalho.

Investigações estatísticas

Investigar é uma parte essencial da natureza matemática. Para os matemáticos profissionais, a atividade de investigar consiste em “descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respetivas propriedades (Ponte et al., 2005, p.13).

Uma investigação matemática desenvolve-se tendo por base um ou mais problemas. Pode assim afirmar-se que existe uma relação próxima entre os problemas e as investigações já que na génese de qualquer investigação está a formulação do problema a resolver (Ponte et al., 2005). Assim, um “problema” estatístico é uma questão bem determinada que se coloca numa das etapas da investigação e para a qual não há resposta imediata (Martins & Ponte, 2010).

A atividade matemática tem sido caracterizada em termos de etapas de resolução de problemas e dos estados mentais a elas conetados. Polya (1945) foi o pioneiro a delinear as etapas para a resolução de um problema (compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano, verificação), e a explicitar as heurísticas que lhes estavam associadas. Todavia, as fases para a resolução de problemas preconizadas por Polya não encerram em si um aspeto fundamental da atividade matemática - a formulação de problemas, que precede a sua resolução e constitui uma das diferenças basilares que permite a distinção entre a resolução de problemas e as investigações matemáticas (Ponte, 2005).

A literatura tem evidenciado que a investigação é um importante veículo para a construção do conhecimento. A atividade matemática dos matemáticos profissionais, ao servir de inspiração como experiência de ensino e aprendizagem, proporciona aos alunos oportunidades de aprendizagem que lhe possibilita contactar de perto com o trabalho dos matemáticos e uma visão mais genuína da natureza desta ciência e uma maior compreensão dos processos que lhe estão associados. Assim, a investigação matemática como tarefa de ensino e aprendizagem identifica a *aprendizagem* da matemática com o *fazer* matemática (Oliveira et al., 1996; Ponte et al., 2005).

Vários são os autores que têm defendido que também o ensino da Estatística deve ter uma abordagem investigativa (Batanero & Diaz, 2004; Carver et al., 2016; MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011; Makar & Fielding-Wells, 2011; Martins & Ponte, 2010; Ponte et al., 2005; NCTM, 2000; Steen, 2002; Wild & Pfannkuch, 1999).

Quando o desenvolvimento de uma investigação estatística na sala de aula se prolonga no tempo e possui uma natureza complexa, diz-se que se trata de um projeto estatístico, ou simplesmente projeto. Assim, investigação estatística e projeto são dois conceitos cujo significado se sobrepõe (Martins & Ponte, 2010).

Estatísticos e educadores estatísticos cada vez mais advogam que o objetivo fundamental da educação estatística deve ser o desenvolvimento da capacidade de formular e conduzir investigações, enfatizando a importância de se incluir todas as etapas de uma investigação “particularmente aquelas que produzem dados a serem investigados - aqueles que envolvem a identificação do problema ou questão, planejamento da investigação e recolha de dados - e a fase de interpretação dos resultados, da análise ou da exploração dos dados no contexto” (MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011, pp. 11-12).

A “Organização e tratamento de dados”, protagonista do ensino da Estatística em muitas salas de aulas, deve ser ensinada como parte de um processo geral de pensamento estatístico. Este processo recebe o nome de ciclo investigativo (MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011; Ponte et al., 2005).

O ciclo investigativo é o cerne das investigações estatísticas e é utilizado para resolver problemas estatísticos reais (Wild & Pfannkuch, 1999). Tal como já foi discutido anteriormente, Wild e Pfannkuch (1999), consideram o Ciclo Investigativo como uma das quatro dimensões do pensamento estatístico (a par de Tipos de pensamento, Ciclo interrogativo e Disposições), o qual inclui cinco fases: Problema (P), Plano (P), Dados (D), Análise de dados (A) e Conclusões da investigação (C) (PPDAC) (Quadro 2 (A)).

O modelo apresentado tem algumas semelhanças com o modelo apresentado por Polya (1945) para a resolução de problemas (Compreensão, Plano, Executar, Verificação), no entanto, as diferenças residem, sobretudo, nas fases PPD. No ciclo investigativo, os problemas estatísticos são muitas vezes pouco claros e emergem de contextos confusos, há necessidade de um ajuste e uma interatividade constantes entre as fases PP de forma a transformar uma situação pré-estatística num problema estatístico. Também a fase D é distinta, pois os dados de um problema estatístico são de natureza diferente de os dados num problema matemático. Estes muitas vezes têm de ser limpos, possuem fontes de variação incontrolláveis, questões de contexto, etc. (Shaughnessy, 2007).

Wild e Pfannkuch (1999), consideram o ciclo investigativo dividido em 5 etapas (PPDAC), o mesmo acontecendo com Friel e Bright (1995) que sugerem um quinto componente - “comunicação de resultados”. Todavia, geralmente, num ciclo investigativo são consideradas quatro etapas (Batanero & Diaz, 2004; Franklin et al., 2007; Martins & Ponte, 2010) (Quadro 10).

O número diferente de etapas dos ciclos investigativos consideradas por alguns autores em relação a Wild e Pfannkuch (1999), parece dever-se ao facto de estes associarem, de forma explícita ou implícita, a etapa de “Recolha de dados” à etapa de “Planeamento” ou à de “Análise”. No entanto, tal como referem Carver et al. (2016), mais importante que recomendar um número específico de etapas para o ciclo investigativo, é garantir que os alunos aprendam estatística a partir da realização de investigações, em tenham oportunidade de participar em todas as etapas do ciclo investigativo, começando por uma questão de investigação motivadora, seguida da recolha de dados e que termine com a formulação das conclusões, pois só assim compreenderão a verdadeira natureza do processo.

Quadro 10 - Comparação das diferentes etapas do ciclo investigativo por diferentes autores

Wild & Pfannkuch, (1999)	Friel & Bright (1995)	Batanero & Diaz (2004)	Franklin et al. (2007)	Martins & Ponte (2010)
Problema	Formular questões	Formulação do problema	Formular questões	Formulação de questões
Plano	Recolher os dados	Decisão sobre os dados a serem recolhidos	Recolher dados	Planeamento da recolha de dados
Dados	Analisar os dados	Recolha e análise dos dados		Organização e tratamento dos dados
Análise	Interpretar os resultados			Analisar dados
Conclusões	Comunicar os resultados	Conclusões sobre o problema formulado	Interpretar os resultados	Interpretação dos resultados e formulação de conclusões

Na mesma linha de ideias, Henriques e Oliveira (2012) referem que cada uma das etapas de um ciclo investigativo tem um valor próprio, mas só quando aprendidas como um todo integrado, dando um papel ativo aos alunos em cada uma delas, é possível que estes compreendam a lógica do processo, a importância de cada etapa no mesmo e o propósito das várias técnicas estatísticas. Cada uma das etapas de uma investigação estatística envolve aspetos particulares de raciocínio e pensamento. Essa especificidade de cada uma delas, gera desafios para os professores e permitem identificar questões-chave no seu

ensino, tal como a literatura evidencia e se expõe em seguida. Doravante, adotando neste estudo a nomenclatura estabelecida por Martins e Ponte (2010) para o ciclo investigativo dividido em quatro etapas (Formulação das questões de investigação, Planeamento da recolha de dados, organização e tratamento dos dados e Interpretação dos resultados e formulação de conclusões).

Formulação das questões de investigação

A formulação de questões de investigação é essencial no ciclo investigativo pois funciona como a força-motriz que orienta toda a investigação (MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011; Makar & Fielding-Wells, 2011).

Nesta etapa, os alunos devem, a partir de um problema geral, formular pequenas questões estatísticas por natureza, ou seja, que envolvam variabilidade nos dados para que possam, efetivamente, ser respondidas com por eles (Martins & Ponte, 2010).

Segundo Franklin et al. (2007), a formulação de questões de natureza estatísticas é um aspeto central de permite distinguir a Estatística da Matemática e que deve ser desenvolvida desde os primeiros anos: “A formulação de uma questão estatística requer uma compreensão da diferença entre uma questão que antecipa uma resposta determinista e uma resposta baseada em dados que variam” (p. 11).

Por exemplo, não faz sentido investigar “quantos alunos da turma da Maria têm nome?”, pois sabemos que todos têm nome e, portanto, esta questão não tem interesse do ponto de vista estatístico pela inexistência de variabilidade. Contudo, a questão “qual o peso dos alunos da turma da Maria?” poderá constituir uma questão interessante para o estudo do comportamento da variável “Peso”, relativamente aos alunos da turma da Maria, em particular estudar-se a obesidade da turma (Martins & Ponte, 2010).

Em Estatística é possível investigar situações muito variadas, pelo que qualquer investigação facilmente promove a interdisciplinaridade e a conexão entre assuntos. Temáticas como problemas ambientais (poluição, alterações climáticas, tratamento de resíduos), problemas sociais (níveis de escolarização da população, desemprego, distribuição da riqueza), questões de saúde (epidemias, prevenção de doenças) são importantes pontos de partida para investigações (Ponte et al., 2005). Por exemplo, no

seu estudo, Sousa (2002) desenvolveu uma investigação estatística com o tema “Investigando o aluno típico da turma”, relacionada com características biológicas, sociais e culturais dos alunos de uma turma do 6.º ano de escolaridade.

Heaton e Michaelson (2002) sugerem ainda que uma boa questão estatística deve ser aberta, adequadas ao nível cognitivo dos alunos, estatisticamente rica, ou seja, que proporcionem um conhecimento vasto de estatística e estejam relacionadas com outras áreas do currículo. A escolha da questão é muito importante pois impacta a recolha de dados, a sua organização e análise bem como a interpretação dos mesmos. Deve preferir-se questões que apelem ao conhecimento relacional com propósitos mais amplos em detrimento de perguntas que apelam a um conhecimento factual do tipo “Quanto?” ou “Qual?”.

Vários autores enfatizam a necessidade de o problema a investigar dever sempre ter origem numa curiosidade sobre o mundo real ou numa necessidade concreta dos alunos e as questões devem ser do seu interesse (Franklin et al., 2007; Martins & Ponte, 2010; NCTM, 2007). No caso dos alunos do 1.º ciclo, os quais possuem uma curiosidade natural, estes têm facilidade em formular questões, as quais necessitam ser muito orientadas pelo professor, e estudar assuntos mais próximos da sua experiência e relacionadas com a turma tais como: “Que animais de estimação têm os colegas da turma?”, “Quais os tipos de piza preferidos pelos colegas da turma?”. À medida que os alunos progredem no nível de escolaridade, a abrangência das questões de investigação que colocam aumenta e suplanta o ambiente da turma incluindo, se possível, outras áreas e disciplinas para que seja possível o estabelecimento de conexões entre a Estatística e a Matemática e outras áreas do conhecimento. As investigações sobre problemas sociais ou ambientais ou temas da atualidade podem propiciar que os alunos proponham soluções e sintam utilidade no seu trabalho (Martins & Ponte, 2010; NCTM, 2007).

O *GAISE report* (Franklin et al., 2007), recomenda que, no primeiro nível de desenvolvimento (nível A), o professor ajude os alunos a colocar as suas questões de interesse, as quais são limitadas à sala de aula, como por exemplo”, “Que tipo de música é mais popular entre os alunos desta turma?” ou “Qual o comprimento das palavras desta página do livro?”. Posteriormente, no nível B, são os alunos a colocar as suas próprias questões de interesse, não restritas à sala de aula, que lhes permita comparar grupos de dados, como por exemplo: “Como é que os tipos de música variam entre turmas diferentes?” ou “Serão mais compridas as palavras de um capítulo do livro do 5.º ano do

que as palavras de um capítulo do livro do 3.º ano?”. No terceiro nível (nível C), os alunos colocariam questões mais complexas como: “Que tipo de música é mais popular entre os alunos da nossa escola?” ou “Será que os livros do 5.º ano possuem palavras mais compridas que os livros do 3.º ano?”.

Ainda acerca das questões de investigação, Makar e Fielding-Wells (2011) referem que estas devem ser: interessantes, desafiantes e relevantes, indo ao encontro das capacidades, interesses e motivações dos alunos; estatísticas por natureza, pois devem ser respondidas através da recolha e interpretação dos dados; inicialmente, mal estruturadas e ambíguas de forma a serem reformuladas e negociadas juntamente com os alunos. Por exemplo, segundo os autores, existem palavras vagas como "típico", "melhor", "maior" e "mais apropriado" cujo entendimento necessita de ser discutido e partilhado. No seu estudo, a questão de investigação “Qual é o melhor projeto para uma aeronave louca?” suscitou dúvidas relativamente ao significado de “melhor”: seria “a aeronave que voava mais longe?” “mais rápida?”, “a que tinha maior autonomia para voar?”, cada um dos quais conduziria a investigações diferentes (Makar & Fielding-Wells, 2011).

Para fazer face à ambiguidade das questões, os alunos devem antever possíveis interpretações para essa pergunta e prováveis respostas por forma a refinar a mesma e tornar a sua redação o mais clara possível (Henriques & Oliveira, 2012; Martins & Ponte, 2010).

De acordo com Batanero e Diaz (2004), a fase de formulação de questões é uma das mais difíceis. Os alunos raramente propõem questões formuladas de forma clara e o papel dos professores é ajudá-los a passar de um tema geral (desporto) para uma pergunta que possa ser respondida (na temporada passada, equipas que jogaram no próprio campo de futebol saíram-se melhor do que as que jogaram no campo oposto?). As autoras fornecem uma lista de questões que o professor pode utilizar para ajudar os alunos a clarificarem as suas questões de investigação:

“ - O que queres descobrir? - O que deves medir / observar / perguntar? - Que dados precisas? - Como poderás recolher os teus dados? - O que vais fazer com eles?
 - Achas que podes fazer isso? - Achas que encontrarás problemas? Quais? - Consegues responder à tua pergunta? - Em que medida os resultados te serão úteis?” (p. 10).

Burguess (2009) refere que, a primeira etapa do ciclo investigativo - Formular questões de investigação – requer pensar em relação ao ciclo interrogativo. Esta etapa inicial é

complexa para os alunos envolvendo mais dificuldades do que os professores esperam à partida. Este aspeto requer da sua parte um bom conhecimento sobre as dificuldades que os alunos podem enfrentar para colocar questões adequadas (conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem) e conhecimento de estratégias para orientar os alunos nesse processo (conhecimento do ensino) e ambos estão naturalmente dependentes do conhecimento do conteúdo. A formulação de uma questão de investigação envolve a ativação dos ciclos interrogativos e investigativos, sendo que devem potenciar um diálogo constante dos alunos com os dados e relacionando a questão de investigação, com as previsões e os resultados, já que a questão inicial impacta todas as etapas do ciclo investigativo. Por exemplo, o professor do estudo de Burgess não tinha considerado a complexidade de observar muitas variáveis em simultâneo e o seu efeito, quer na questão colocada quer posteriormente na análise dos dados.

A investigação tem mostrado que o aspeto mais crítico para os professores nesta fase é a falta de conhecimento e experiência em planear e conduzir investigações. Estes revelam dificuldade em usar a questão inicial para orquestrar o projeto e em formular problemas dignos de investigação ou a orientar os alunos a fazê-lo (Makar & Fielding-Wells, 2011).

Planeamento da recolha de dados

Nesta etapa concebe-se um plano apropriado de como selecionar e recolher os dados e emprega-se esse plano para os recolher. São escolhidas as formas de gerar os dados, se através de técnicas de recolha de dados (questionário, entrevista, observação, etc.) (fontes primárias) ou se a partir de conjuntos de dados pré-existentes, como aqueles disponíveis na *Internet* e outras fontes (fontes secundárias). Por vezes, é realizado o processo de amostragem. Existem questões que, pelos objetivos do estudo ou pela sua natureza, têm de ser realizadas a toda a população e este parece ser o procedimento mais óbvio para os alunos. Outras questões, implicam a realização de uma amostragem, aspeto ao qual os alunos se mostram resistentes pois ignoram as dificuldades inerentes à realização de um censo. Tendem facilmente a admitir que um estudo que não é feito à população toda resulta menos fiável e credível. A possibilidade de trabalhar com estes dois contextos permitirá aos alunos desenvolver os conceitos de variabilidade e representatividade (Henriques & Oliveira, 2012; Martins & Ponte, 2010).

O processo completo de recolha de dados envolve a sua recolha, tratamento e limpeza. Estes elementos-chave conduzem a discussões importantes acerca da compreensão da necessidade de os dados serem representativos e bem recolhidos. Os estudos piloto ajudam no planeamento de recolha de dados confiáveis (MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011). Com frequência, estes aspetos estão omissos no ensino da Estatística pois os dados são muitas vezes apresentados aos alunos já pré-fabricados para demonstrar uma propriedade específica (Heaton & Mickelson, 2002; Makar & Fielding-Wells, 2011).

MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) enfatizam a importância de uma investigação estatística contemplar o estudo de mais do que uma variável estatística já que lhe confere autenticidade pelo facto de os problemas reais serem complexos e envolverem uma grande variedade de variáveis. Mesmo quando se selecionam pelo menos duas variáveis dentro de um contexto mais amplo ou mais complexo de conjuntos de dados, este aspeto facilita uma abordagem mais holística e realista e promove o desenvolvimento do pensamento estatístico. À medida que os alunos progredem na escolaridade, deve haver um aumento progressivo do nível de complexidade dos conceitos e métodos estatísticos com reflexo no número crescente e tipo de variáveis a considerar (evoluindo das qualitativas, para as quantitativas discretas e depois para as quantitativas contínuas).

O NCTM (2007) recomenda que a recolha de dados, nos primeiros anos do ensino básico, se baseie em planos simples, fornecendo o professor grelhas de contagem e tabelas para os alunos registarem os dados à medida que os vão recolhendo, podendo estes ser objetos reais. À medida que progredem do 1.º ciclo, o planeamento e avaliação da eficácia dos métodos de recolha de informação deverão merecer uma atenção crescente por parte dos alunos. No 2.º e 3.º ciclos, os alunos deverão trabalhar mais com dados recolhidos por terceiros ou obtidos por simulação. Nos anos subsequentes, os alunos deverão compreender as finalidades dos inquéritos, dos estudos de observação e das experiências. O GAISE *report* 2005 (Franklin et al., 2007) enuncia, num nível inicial, a realização de censos da sua turma, estudando a variabilidade natural através da comparação entre indivíduos e estudos experimentais simples. No segundo nível de desenvolvimento, os alunos realizam censos a duas ou mais turmas, planeiam e realizam sondagens e estudos experimentais comparativos, iniciando-se na amostragem aleatória. Os autores chamam a atenção para as dificuldades em realizar inquéritos por questionário. Neste nível, os alunos devem começar a entender que as questões devem estar redigidas de forma clara, e ser inequívocas e fáceis de entender. Devem evitar levar o respondente a dar uma

resposta, ou seja, não devem ser tendenciosas. As questões de resposta fechada, devem conter todas as hipóteses de resposta, ou seja, devem ser exaustivas, mas sem que haja sobreposição em duas ou mais hipóteses. Por exemplo, na pergunta “Quantas horas estudas numa noite típica?”, as hipóteses de resposta “nenhuma”, “uma ou menos” e “uma ou mais” pode gerar confusão aos respondentes que estudam uma hora. No terceiro nível, os alunos compreendem como realizar um plano adequado para sondagens, estudos observacionais e experimentais, sabem como implementá-lo e conduzi-lo.

O PMEB (ME, 2007) recomenda, ao nível do 1.º ciclo, a realização de censos restritos à turma em que é o professor que fornece os instrumentos de recolha de dados e auxilia esta etapa, estudando-se variáveis de natureza qualitativa e quantitativa discreta. No 2.º ciclo, os alunos planeiam os dados a recolher, a forma de o fazer e implementam esse plano. Devem iniciar-se nos estudos observacionais e experimentais e na recolha de dados de fontes secundárias (*Internet*), distinguindo entre variáveis de natureza qualitativa e quantitativa discreta e contínua. No terceiro ciclo, aprofundam o trabalho realizado no segundo ciclo, iniciando-se nas sondagens e na distinção entre população e amostra.

É importante que os professores estejam despertos para a importância de os alunos serem confrontados com problemas reais e com a necessidade de selecionarem os métodos de recolha de dados, possibilitando-lhes uma resposta mais autêntica acerca da sua eficácia e permitindo-lhes desenvolver, conseqüentemente, um conhecimento mais profundo sobre as diferentes metodologias de recolha de dados. Aos professores, cabe o papel de apoiarem os alunos em decisões metodológicas como a seleção da população e do tamanho da amostra. Resulta assim que, professores e alunos apresentam pouca experiência com o raciocínio e com a tomada de decisões necessários para o planeamento da recolha e da organização de dados. Um maior aprofundamento do conhecimento estatístico dos professores e da sua experiência para com as investigações estatísticas, permitiria aos mesmos fornecer um maior apoio aos alunos no planeamento de investigações e na tomada de decisões metodológicas essenciais e a reconhecer as oportunidades de aprendizagem significativa que surgem quando os alunos têm permissão para enfrentar e resolver problemas que surgem durante a recolha de dados (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

Organização e tratamento de dados

Nesta etapa, resume-se a informação através de métodos gráficos e numéricos adequados e usam-se esses métodos para analisar os dados. Utilizam-se tabelas e gráficos, para organizar a informação contida nos dados, de forma a realçar as suas características mais importantes. Para além disso, realiza-se uma descrição numérica das distribuições através de números que realçam alguns aspetos específicos da mesma, nomeadamente a localização do seu centro e a dispersão ou variabilidade apresentada pelos dados (Franklin et al., 2007; Martins & Ponte, 2010).

A complexidade desta etapa reside no facto de esta envolver aspetos que requerem conhecimento processual e conceptual. Os alunos têm de explorar os dados e transformá-los em informação para poderem responder às suas questões iniciais. O conhecimento dos alunos sobre gráficos e sobre medidas estatísticas para identificar padrões e tendências dos dados desempenham um papel crucial enquanto ferramentas que permitem responder às questões de investigação (Henriques & Oliveira, 2012; Martins & Ponte, 2010).

O NCTM (2007) refere que até ao 2.º ano os alunos devem de compreender que os dados podem ser organizados e que esta organização facilita a obtenção de resposta para as questões formuladas. Nesta altura, os alunos começam a entender o conjunto de dados como um todo. Atingido este objetivo, os alunos mais velhos necessitam de ferramentas para resumir e descrever o conjunto de dados, tais como gráficos e medidas estatísticas, que, no 1.º ciclo, devem ser trabalhadas informalmente através da ideia de meio, ponto de equilíbrio ou concentração. A realização de comparações estatisticamente válidas é outro aspeto importante da análise dos dados que, no caso do 1.º ciclo, deve resumir-se à descrição e à comparação determinados atributos em dois ou mais conjuntos de dados. No 2.º ciclo as diferenças devem ser quantificadas através da comparação das medidas estatísticas adequadas. Ao longo do 2.º e 3.º ciclos e secundário os alunos vão necessitando de ferramentas mais diversificadas para os ajudar na comparação de conjuntos de dados.

O PMEB (ME, 2007) preconiza que sejam os alunos a assumir o protagonismo na seleção das representações e medidas que melhor resumem os dados de acordo com a sua natureza e com os aspetos que pretendem evidenciar. Ao longo dos três ciclos, os alunos vão aumentando o repertório de representações e medidas estatísticas para os dados. Quanto às representações gráficas, no 2.º ciclo é introduzido o gráfico circular e os alunos representam as variáveis contínuas em diagramas de caule-e-folhas e no 3.º ciclo junta-

se a este repertório o histograma. Relativamente aos resumos numéricos, os alunos contam com a moda no 1.º ciclo, no 2.º ciclo introduzem-se a média e a amplitude e no 3.º ciclo a mediana (Martins & Ponte, 2010). Os autores referem que se deve também proporcionar aos alunos o contacto com gráficos incorretamente construídos para evidenciar ou camuflar uma tendência a fim de desenvolverem uma atitude crítica face à utilização de gráficos enganadores (Martins & Ponte, 2010).

Verifica-se que, na maioria das salas de aula, a análise de dados é o ponto de entrada dos alunos na aprendizagem da Estatística. Estes contactam geralmente com dados que não são reais, os quais já foram limpos e selecionados para ilustrar um determinado objetivo da aula, perdendo-se o valor pedagógico das discussões que o tratamento de dados complexos pelos alunos pode alavancar sobre *outliers*, erros e resultados imprevistos. Outro aspeto de extrema importância nesta fase é o de permitir que os alunos selecionem as representações dos seus próprios dados pois, para além de eles verificarem a sua adequabilidade em relação à natureza dos dados, o processo de mudança de representações de dados permite revelar relações e padrões alternativos nos mesmos. Embora a gestão do tempo seja uma preocupação pertinente para os professores, esta é compensada pelo desenvolvimento de um entendimento mais profundo, da perseverança e da eficácia que advém de os alunos trabalharem com dados à escala real (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

Neste contexto, as tecnologias, como o computador e a calculadora, podem dar um importante contributo para “desenvolver a compreensão dos conceitos e a análise dos dados” (Franklin et al., 2007). Ao possibilitarem o tratamento de dados reais, a realização rápida de cálculos morosos e o uso de uma grande variedade de representações, libertam os alunos para estudarem relações nos dados, visualizarem conceitos e aprofundarem ideias estatísticas importantes (Martins & Ponte, 2010; Ponte et al., 2005). Tal como referem Martins e Ponte (2010), “por exemplo, a comparação do comportamento da média e da mediana, quando se modificam alguns dos dados de um certo conjunto, é impraticável sem a utilização de calculadoras ou do computador (p. 16), todavia, este aspeto está bastante facilitado com o uso da folha de cálculo.

A *Internet* é também um importante recurso para o ensino da Estatística pela enorme variedade de dados estatísticos que é possível de lá extrair, bem como as *applets* que permitam visualizar as propriedades e comportamento de alguns conceitos estatísticos (Martins & Ponte, 2010; Ponte et al., 2005).

Interpretação dos resultados e formulação das conclusões

Nesta etapa, os alunos terão de interpretar os resultados obtidos e formular as conclusões. As conclusões podem ou não responder às questões iniciais. Em caso afirmativo, os alunos devem também fornecer fortes argumentos baseados nos dados organizados ou nos seus resumos (medidas estatísticas) relacionando-as com o contexto. Caso não respondam, será necessário reformular as questões e recolher novos dados. (Henriques & Oliveira, 2012).

Martins e Ponte (2010) referem que esta etapa envolve a interpretação dos resultados tendo como foco a questão inicial. Assim, realiza-se a formulação das conclusões da investigação tendo em conta os dados recolhidos, bem como possíveis generalizações para além dos dados e enunciam-se novas questões suscitadas pelos dados para futuras investigações.

Gal (2002) refere que esta fase é muito importante para o desenvolvimento da literacia, pois inclui a capacidade de comunicar e criticar processos estatístico, na medida que os alunos interpretam os resultados de investigação e refletem sobre o processo, nomeadamente sobre a adequação dos dados e eficácia da análise e sugerem conclusões críticas.

Outro aspeto muito importante desta fase é a realização de inferências. A este respeito, o NCTM (2007) refere que, nos primeiros anos, os alunos trabalham com censos a toda a turma, por exemplo, já que o conceito de amostragem é difícil, os alunos tendem a considerar mais credíveis os seus juízos do que as informações obtidas a partir dos dados. A partir do final do ensino básico, os alunos deverão compreender a noção de seleção de amostra e inferência estatística e que é possível quantificar o grau de incerteza de alguns resultados estatísticos e devem saber avaliar a validade de argumentos baseados em dados que surgem na imprensa. O GAISE *report* refere que, no nível inicial (nível A), os alunos devem fazer inferências informais quanto tentam responder às questões de investigação. No nível seguinte (nível B), os resultados devem ser interpretados através da inferência realizada à população com base na amostra. No nível C, os alunos devem aprofundar o seu raciocínio inferencial e sua conexão com a probabilidade, bem como a capacidade de explicar o raciocínio estatístico aos outros.

O PMEB (ME, 2007) refere que ao longo dos três ciclos do ensino básico, os alunos devem ter a oportunidade de, para a mesma situação, comparar diferentes tipos de

representações para verificarem as suas potencialidades e a sua adequação em função da natureza das variáveis envolvidas e dos aspetos que se pretendem analisar.

Os alunos devem ser capazes de escolher as medidas de localização mais adequadas para resumir a informação contida nos dados, dando particular ênfase ao contexto e à natureza dos dados. Espera-se que os alunos comecem a compreender que os resultados que obtêm, ao estudar determinados conjuntos de dados, são suscetíveis de generalização, em determinadas condições, permanecendo sempre alguma incerteza nas conclusões formuladas sobre a população (Martins & Ponte, 2010).

MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) referem que a realização de projetos estatísticos constitui um terreno fértil para o desenvolvimento da capacidade de comunicação quer oral quer escrita, em particular, na fase das conclusões. O desenvolvimento desta capacidade não constitui apenas um fim em si mesmo, é também um meio de aprofundamento das aprendizagens. Para os autores, “escrever um relatório estatístico é uma atividade metacognitiva que desenvolve a literacia e o pensamento estatísticos (p. 116)”.

Também Batanero e Diaz (2004), corroboram esta ideia ao afirmarem que o ato de explicar aos outros as nossas decisões, ações e interpretações reforça o processo de raciocínio estatístico.

O papel do professor é recorrer a técnicas de questionamento e de compreensão da análise estatística promotoras do raciocínio dos alunos de forma a interligar e relacionar as suas conclusões com a questão de investigação e os dados que recolheram (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

Em suma, a compreensão do processo investigativo é central para o trabalho em estatística (Friel & Bright, 1995). Verifica-se, porém, que o ensino da Estatística tem enfatizado, sobretudo, as fases DAC (Dados, Análise e Conclusão) do Ciclo Investigativo em detrimento das fases PP (Problema e Plano). As tarefas estatísticas com que os alunos contactam na sala de aula tendem a fornecer uma visão bastante empobrecida do que é a ciência, já que lhes é apresentada uma estatística pré-fabricada em que a formulação do problema, o *design* e a recolha de dados lhes são geralmente omitidos (Shaughnessy, 2007).

A participação em todo o ciclo PPDAC é importante para que os alunos aprofundem a sua compreensão da complexidade dos processos estatísticos. Para isso, os professores precisam de deixar os alunos cometer os seus próprios erros e apoiá-los nos desafios que vão surgindo. Assim, os alunos desenvolvem a resiliência, a motivação e uma maior compreensão do mundo implementando os seus planos e ações. Este tipo de trabalho exige, necessariamente, alterações no papel do professor e na dinâmica da sala de aula. A ordem é menor e existe mais ruído o que muitas vezes é considerado contraproducente para muitos professores requerendo destes um maior esforço e mudanças na monitorização o comportamento dos alunos perante as normas de sala de aula estabelecidas (Makar & Fielding-Wells, 2011).

Organização e representação de dados

Os gráficos estatísticos e as tabelas possuem uma importância crucial na nossa sociedade. Para além de estarem presentes em vários meios de comunicação, na *Internet* e no contexto profissional, a aprendizagem das tabelas e gráficos são importantes por muitos outros fatores (Gonzalez et al., 2011; Monteiro & Ainley, 2003).

Existe um consenso geral de que um cidadão informado deve saber ler e interpretar criticamente os gráficos e tabelas com os quais são confrontados diariamente nos mais variados contextos (Artiaga & Batanero, 2011).

Os gráficos e as tabelas são ferramentas essenciais à organização e representação de dados pois permitem uma rápida perceção visual das suas características mais importantes (Martins & Ponte, 2010; Shaughnessy, 2007).

A principal vantagem dos gráficos, relativamente às tabelas, está na rapidez de leitura, pois permite-nos uma perceção imediata da moda e da ordem de grandeza que toma cada um dos valores ou categorias que as variáveis em estudo assumem (Martins & Ponte, 2010).

Os gráficos são objetos semióticos complexos que partilham elementos estruturais e convenções de construção e interpretação próprios os quais devem ser adquiridos pelos alunos (Friel, Curcio & Bright, 2001), como:

a) o *título e os rótulos* referem aspetos do conteúdo contextual do gráfico e das variáveis apresentadas. Nas tabelas também se incluem etiquetas para que diferenciam as variáveis apresentadas, os seus valores, os diferentes tipos de frequências e percentagens; o *quadro* do gráfico diz respeito aos eixos, escalas, marcas de referência em cada eixo que dão informação sobre as unidades de medida e grandezas representadas; b) *especificadores* são dimensões visuais usadas para representar os dados, por exemplo os retângulos nos histogramas ou os pontos num diagrama de dispersão. Os autores alertam para o facto de nem todos os especificadores possuírem o mesmo grau de dificuldade de compreensão; d) *fundo* (qualquer cor, grade e imagens sobre as quais o gráfico pode ser sobreposto). Contudo, a familiaridade com estas componentes e com as convenções relacionados com os mesmos não garante por si só a compreensão de um determinado gráfico, a qual muitas vezes está dependente do contexto (Friel, Curcio & Bright, 2001).

Os gráficos podem ter, respetivamente, duas *finalidades* distintas: *análise de dados e comunicar informação*.

A construção e interpretação de gráficos constitui um processo de *análise de dados* através do qual é possível estabelecer relações e fazer inferências a partir dos mesmos (Monteiro & Ainley, 2003). Funcionam como ferramentas de descoberta que permitem dar sentido aos dados, analisar e revelar aspetos, padrões e relações escondidas nos mesmos, as quais não eram possíveis de perceber e visualizar de outra forma. Os gráficos são também instrumentos de transnumeração, uma forma básica de raciocínio estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999), em que se aumenta a compreensão dos dados e se produzem novas informações, ao se mudar de um tipo de representação para outro. Por exemplo, ao passar de uma lista de dados desordenada para um histograma visualiza-se a moda e percebe-se a simetria ou o enviesamento da distribuição (Friel, Curcio & Bright, 2001).

Garfield e Gal (1999) referem a capacidade de representar dados como um tipo específico do raciocínio estatístico. Segundo os autores, o raciocínio sobre a representação de dados, envolve:

[...] a compreensão da maneira pela qual um gráfico se destina a representar uma amostra, a compreensão de como ler e interpretar um gráfico e saber

como modificar um gráfico para melhor representar um conjunto de dados; ser capaz de ver além de artefactos aleatórios numa distribuição e reconhecer características gerais tais como a forma, o centro e distribuição (p. 6).

Por outro lado, os gráficos são também poderosos instrumentos de comunicação. Os tipos de gráficos que mais comumente aparecem na comunicação social são geralmente usados para *comunicar informação* a partir de um sumário dos dados originais de fontes externas. São simples na sua forma e conteúdo, e destinam-se a exibir padrões. São geralmente gráficos de barras, de linhas, os gráficos circulares e os pictogramas e mostram dados sob a forma de proporções ou percentagens (Friel, Curcio & Bright, 2001).

Dentro do currículo escolar, os alunos também encontram gráficos a partir de fontes externas em disciplinas como as ciências sociais e estudos de contextos nos quais gráficos já desenhados são apresentados também para fins de comunicação (González et al., 2011).

A destreza na leitura crítica de gráficos, a sua construção e interpretação são elementos essenciais da literacia estatística (; Arteaga et al., 2016; Friel et al., 2001; Gonzalez et al., 2011). Para Gal (2002), a “Familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas com representações gráficas e tabulares” constitui um dos cinco constituintes fundamentais do conhecimento estatístico base requeridos para se ser estaticamente letrado. Este aspeto inclui ter a noção de que, a possibilidade de representação tabular ou gráfica, permite a deteção de padrões e de tendências nos dados e que, diferentes tipos de representações, conduzem a perspectivas distintas dos mesmos. Assim, tão importante como saber ler a informação representada desta forma, é conhecer as convenções para a construção destas representações e estar-se desperto para a possibilidade de se violarem tais convenções (manipular) de forma intencional com o intuito de camuflar ou sobrevalorizar tendências nos dados (Gal, 2002). Para que os gráficos cumpram a sua função em pleno, é necessário que sejam adequados à natureza dos dados e não surjam erros na sua construção, pois estes aspetos podem conduzir a conclusões incorretas decorrentes da sua análise (Arteaga et al., 2016).

Por exemplo, nos dois gráficos de barras que se seguem houve manipulação das escalas dos seus eixos onde estão marcadas as frequências para se transmitirem informações incorretas e tendenciosas (Figura 3).

Assim, a representação gráfica da esquerda procura realçar a ideia de um aumento acentuado do número de queixas, enquanto a do lado direito, procura desvalorizar esse aumento.

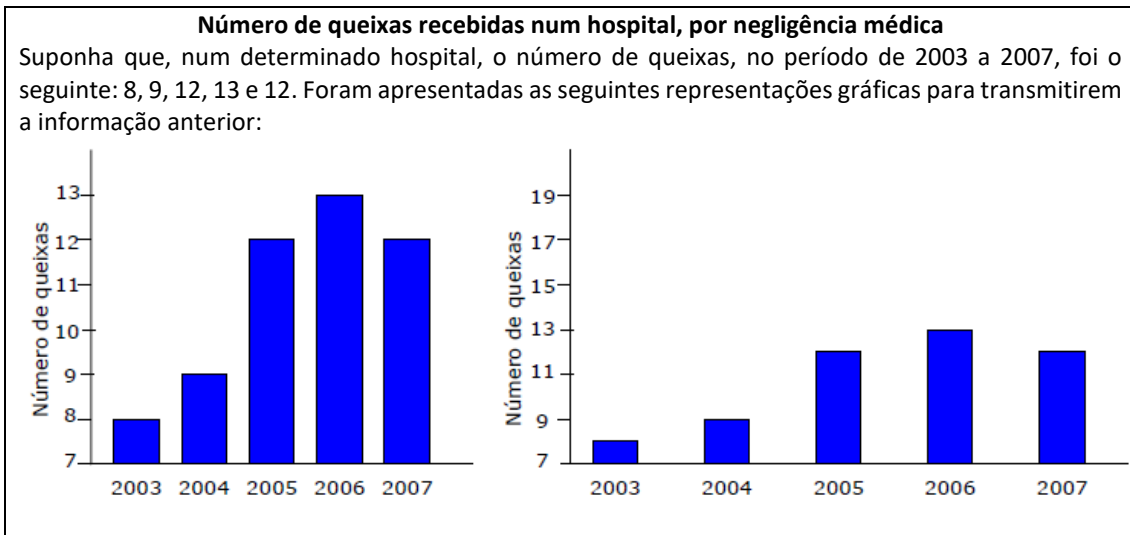


Figura 3 - Gráficos com erros de construção (Martins & Ponte, 2010)

Verifica-se que, em ambos os gráficos, existe um erro de construção pois a escala do eixo vertical não se inicia na origem, ponto de coordenadas (0,0).

Acresce ainda o facto de, no gráfico do lado direito, se ter diminuído a distância entre os incrementos do eixo vertical, ao mesmo tempo que se aumentou a distância entre as categorias no eixo horizontal (Martins & Ponte, 2010).

Um exemplo de representação correta seria a que se mostra em seguida, na figura 4.

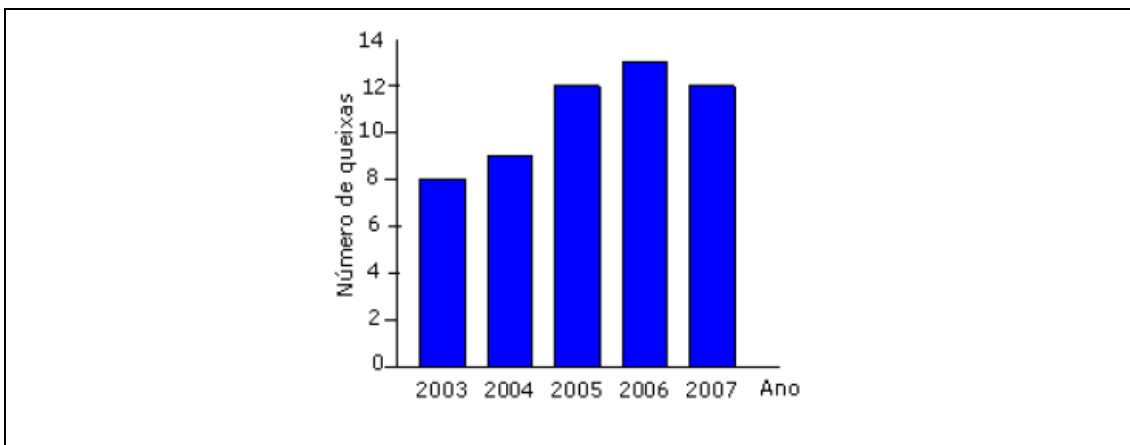


Figura 4 - Gráfico sem erros de construção (Martins & Ponte, 2010)

Na medida que a compreensão dos gráficos ou compreensão gráfica é um aspeto basilar da literacia estatística, os gráficos tornaram-se assim um elemento fundamental do currículo escolar (Friel, Curcio & Bright, 2001).

A compreensão dos gráficos ou compreensão gráfica tem sido alvo da atenção de vários investigadores, nomeadamente Friel, Curcio & Bright (2001), que a definem a como “a

capacidade de extrair significado dos gráficos criados por si próprios ou por outras pessoas” (p.132) em situações do dia-a-dia (jornais, comunicação social), bem como construir gráficos que melhor convenham aos dados.

A capacidade de compreensão gráfica pode ser desenvolvida em vários contextos escolares, nomeadamente em contextos de “investigação” (os alunos trabalham como matemáticos ou estatísticos) e de “leitura” (os alunos trabalham como cidadãos através da leitura de comunicação social impressa). Num contexto de “investigação”, os alunos envolvem-se em investigações empíricas, a partir de dados reais, e têm de analisar e interpretar os gráficos próprios e tirar as suas conclusões. Os contextos de “leitura” dizem respeito a situações do dia-a-dia em que os cidadãos têm de interpretar gráficos (na televisão, nos jornais, nos sites da internet, etc.) (Gal, 2002; Monteiro & Ainley, 2003).

Friel, Curcio e Bright (2001), descrevem o desenvolvimento da compreensão gráfica como um processo gradual e dinâmico que requer interação entre os aspetos visuais e conceituais do gráfico, mobilização de conhecimentos e experiências na construção de novos significados e a construção de vários tipos de gráficos no contexto de diferentes problemas estatísticos.

Os autores enunciaram três patamares de compreensão gráfica, os quais identificam com os três níveis (“*ler os dados*”, “*ler entre os dados e ler além dos dados*”) apresentados por Curcio (1987, 1989), respetivamente: um nível mais *elementar* centrado em extrair dados de um gráfico, ler elementos isolados (i.e. localizar, traduzir); um nível *intermédio* caracterizado por fazer a comparação entre elementos e achar relações entre dados mostrados no gráfico (i.e. integrar, interpretar); e um nível mais *avançado* que inclui a capacidade de fazer extrapolações a partir dos dados e analisar as relações implícitas no gráfico (i.e. generalizar, predizer). Este terceiro nível requer dos alunos uma compreensão profunda da estrutura dos dados (Friel et al., 2001; González et al., 2011).

Posteriormente, Friel, Curcio e Bright (2001) ampliaram a classificação de Curcio (1987, 1989), introduzindo um novo nível “*ler detrás dos dados*”. A introdução deste quarto nível é apoiada por vários autores que consideram que é mais complexo e envolve mais do que “*ler além do gráfico*” (Friel, Curcio & Bright, 2001; González et al., 2011; Monteiro & Ainley, 2003; Shaughnessy, 2007) (Quadro 11).

Quadro 11 - Níveis de compreensão gráfica – (Friel, Curcio & Bright, 2001; González et al., 2011; Batanero, 2011; Monteiro & Ainley, 2003; Shaughnessy, 2007)

Ler os dados
<ul style="list-style-type: none"> • Focado em extrair dados do gráfico • Leitura literal do gráfico sem interpretar as informações contidas nele
Ler entre os dados
<ul style="list-style-type: none"> • Centrado em encontrar relações entre os dados • Interpretação e integração dos dados do gráfico • Requer a habilidade para comparar quantidades e o uso de outros conceitos e destrezas matemáticas
Ler além dos dados
<ul style="list-style-type: none"> • Requer extrapolação e identificação de relações com o intuito de fazer previsões e generalizações • Previsões e inferências a partir de informações dos dados que não se refletem diretamente no gráfico.
Ler detrás dos dados
<ul style="list-style-type: none"> • Requer um olhar crítico sobre os dados • Procurar possíveis causas para a variação • Procurar relações entre as variáveis • Estabelecer conexões entre um gráfico e o seu contexto • Avaliar criticamente o método de recolha de dados e extensões das conclusões

Monteiro e Ainley (2003), baseados em Gal (2001), identificam o nível de compreensão gráfica "ler detrás dos dados", com o elemento de literacia estatística “sentido crítico” que consiste em analisar o gráfico articulando entre a representação gráfica, o conteúdo apresentado e os próprios conhecimentos prévios. É uma capacidade relacionada com o papel dos cidadãos na sociedade, os quais necessitam de olhar criticamente para a informação, nomeadamente a apresentada pelas diferentes fontes governamentais quer sejam sobre desemprego, inflação, pobreza, etc.

Shaughnessy (2007), numa reminiscência de Wild e Pfannkuch (1999), refere a importância de “ler detrás do gráfico”, ou seja, de procurar causas especiais para a variação dos dados e estabelecer conexões entre o gráfico e o seu contexto. González, Espinel e Ainley (2011), acrescentam procurar relações entre as variáveis (Quadro 12).

Batanero (2011), refere-se ao novo nível de compreensão gráfica como forma de avaliar criticamente o método de recolha de dados, a sua validade e fiabilidade, assim como possibilidades de extensão das conclusões.

Friel, Curcio e Bright (2001) identificam ainda seis comportamentos que consideram estritamente associados com aos três níveis de compreensão gráfica. Shaughnessy (2007), acrescenta ainda dois comportamentos adicionais que se relacionam com o quarto nível proposto “ler detrás dos dados”.

Quadro 12- Níveis de compreensão gráfica e exemplos de comportamentos (Shaughnessy, 2007, p. 991)

Ler os dados
<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer as componentes de um gráfico • Falar a linguagem de um gráfico
Ler entre os dados
<ul style="list-style-type: none"> • Compreender relações entre tabelas, gráficos e dados • Dar sentido a um gráfico, evitando a personalização e mantendo um postura objetiva ao falar de gráficos
Ler além dos dados
<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar um gráfico e responder a questões sobre o mesmo • Reconhecer qual o tipo de gráfico mais apropriado para um determinado conjunto de dados e o seu contexto
Ler detrás dos dados
<ul style="list-style-type: none"> • Procurar possíveis causas para a variação dos dados • Procurar relações para as variáveis apresentadas

Aoyama (2007), baseada num constructo de Watson & Callingham (2003) sobre literacia estatística, apresentou a compreensão gráfica de uma forma hierárquica descrevendo em cada nível o que os alunos conseguem ou não fazer (Quadro 13).

Quadro 13 - Níveis da compreensão gráfica – Ayoma (2007)

Níveis de compreensão gráfica	
1. Nível idiossincrático:	Os alunos não conseguem ler corretamente o gráfico e ver tendências nos dados.
2. Nível básico de leitura:	Os alunos conseguem ler valores nos gráficos e ver tendências, embora não consigam usar as características do gráfico para explicar o significado do contexto.
3. Nível racional/literal:	Os alunos conseguem ler valores particulares no gráfico e verificar tendências; conseguem explicar literalmente os significados do contexto usando características do gráfico, embora não consigam sugerir interpretações alternativas.
4. Nível crítico:	Os alunos conseguem ler o gráfico, compreender o contexto e avaliar a confiabilidade da informação, no entanto são incapazes de sugerir hipóteses alternativas.
5. Nível hipotético e de modelação:	Os alunos conseguem ler os gráficos, aceitar e avaliar a informação, e sugerir os seus próprios modelos ou hipóteses explicativas.

Numa tentativa de identificar os elementos que contribuem para a literacia estatística relativamente aos gráficos, González, Espinel e Ainley (2011), apresenta um resumo onde definem *competência gráfica* como a união de três capacidades diferentes a serem usadas:

- A habilidade de extrair dados de diferentes tipos de gráficos e interpretar significados a partir deles lendo entre, além e detrás dos dados apresentados e formar hipóteses sobre o fenómeno presente no gráfico;
- A capacidade de seleccionar e criar gráficos apropriados para situações específicas, com ou sem o suporte tecnológico;

- A capacidade para avaliar criticamente gráficos e distinguir as vantagens e limitações relativas a representações gráficas particulares e reconhecer que criar um gráfico envolve uma interpretação dos dados originais.

Vários estudos sobre a compreensão de gráficos estatísticos pelos alunos concluíram que o trabalho com gráficos constitui uma atividade complexa. Indicam que os alunos têm deficientes capacidades de interpretação gráfica e não estão preparados para raciocinar além dos gráficos. Indicam também que, a não ser que o gráfico seja muito simples, os alunos podem ter dificuldades, até, em ler o gráfico (Shaughnessy, 2007).

Wu (2004) investigou as dificuldades dos alunos para com a compreensão de gráficos e concluiu que os alunos têm mais facilidade em tarefas como ler e contruir gráficos do que em tarefas que requerem capacidades mais complexas como interpretá-los e avaliá-los. Os principais erros que os alunos cometeram foram referentes aos seguintes aspetos: a) erros com convenções (escalas, título, rótulos e especificadores); b) tipo de gráfico (confusão entre histogramas e gráficos de barras); c) proporcionalidade nos pictogramas; d) confusão entre frequência e valor da variável. Outros tipos de erros, também muito frequentes nos alunos, relacionam-se com o uso da informação dada e com o uso do contexto. Refere que estes aspetos devem ter implicações para o trabalho dos professores os quais devem ajudar os seus alunos a corrigir erros acerca das convenções sobre gráficos, ajudar a desenvolver a sua capacidade de resolução de problemas estatísticos, incitá-los ao uso do conhecimento contextual para a resolução de um problema sobre gráficos e orientá-los no sentido de desenvolver a sua capacidade de para comunicar ideias matemáticas de forma clara.

Também Fernandes, Morais e Lacaz (2011) identificaram várias dificuldades dos alunos na construção de gráficos estatísticos. Os autores referem que a fraca competência dos alunos, enquanto produtores de informação, irá refletir-se na sua capacidade de utilizar a informação, especificamente no que se refere à leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

Curcio (1987) refere que as principais dificuldades dos alunos aparecem nos níveis superiores da compreensão gráfica (“ler entre os dados” e “ler além dos dados”). Expõe que a idade representa uma variável importante para a compreensão gráfica.

Num outro estudo sobre como os alunos aprendem conceitos relacionados com o uso e interpretação de gráficos, Friel e Bright (1996) referem que estes: (1) confundem os eixos

em gráficos de linhas e histogramas; (2) têm problemas com o uso de intervalos de dados; (3) usam a média para descrever o que é típico mais frequentemente do que a moda; e (4) parecem ter dificuldade em encontrar as medidas de centro - média e mediana - a partir do gráfico.

Uma possível explicação para todas as dificuldades evidenciadas pelos alunos, parece ser, segundo Batanero (2001), a aparente simplicidade da linguagem gráfica. Na verdade, a autora sugere que qualquer gráfico representa um modelo matemático cuja construção e interpretação resulta complexa, ao contrário do que muitos professores e alunos consideram. A redução estatística que a representação gráfica requer, ou seja, a passagem de dados individuais para agregados de dados (frequência) parece ser difícil para os alunos. Além disso, os gráficos podem dizer respeito a vários tipos de frequências (absoluta, relativa, acumulada e em percentagem).

Os professores assumem, por vezes, que a elaboração tabelas e gráficos é fácil e dedicam-lhe pouco tempo. No entanto, o desenvolvimento de uma tabela frequência ou gráfico é uma primeira redução estatística, porque eles perdem os valores originais de cada um dos dados individuais, passando para a distribuição de frequências. Este conceito é já de si complexo, referindo-se ao agregado (população ou da amostra) e não a dados particulares, o que é uma característica essencial de muitos conceitos estatísticos. Enquanto os alunos compreendem bem propriedades que se referem a indivíduos, como a cor do cabelo ou a altura de uma pessoa, acham mais problemático entender a ideia de distribuição de altura de um grupo.

Devemos também observar que, numa tabela ou gráfico aparecem (ou podem aparecer) diferentes tipos de frequências: absoluta, relativa, percentagem e frequências acumuladas (p.79).

Ferreira e Viseu (2013) referem a importância do tipo de tarefas desenvolvidas em sala de aula para abordar as representações gráficas têm implicações no desenvolvimento da compreensão estatística dos alunos. Também os professores parecem ter um papel fulcral já que a compreensão gráfica dos alunos parece beneficiar com objetivos instrucionais que apelem à justificação e à explicação do ponto de vista dos alunos sobre a veracidade da informação veiculada nessas representações. Os autores referem ainda que quando os conteúdos estatísticos são abordados tendo por base temas do quotidiano, por exemplo da comunicação social, e quando o contexto das tarefas diz respeito a situações reais, estes tendem a provocar níveis mais elevados de compreensão gráfica e os alunos tendem a apreciar positivamente o valor da Estatística e referem que consideraram ter compreendido a utilidade e a aplicabilidade dessas representações a situações do quotidiano.

A investigação em Educação Estatística tem mostrado que a ênfase do ensino é colocada na construção de gráficos em detrimento de competências mais complexas como a sua interpretação. As experiências com gráficos proporcionados aos alunos têm objetivos muito limitados, sobrevalorizando-se aspetos técnicos em detrimento do contexto social com o qual a informação estaria relacionada. Por conseguinte, as abordagens pedagógicas propostas aos alunos devem ser mais ricas e incluir uma maior variedade de representações gráficas, bem como a discussão de significados e interpretação de gráfico para que os alunos tenham a possibilidade de desenvolver a sua *compreensão gráfica* e poderem usar os gráficos de uma forma eficaz (Carvalho, Monteiro & Campos, 2010; González et al., 2011; Monteiro & Ainley, 2003; Shaughnessy, 2007). A este respeito, Carvalho (2009) refere que os professores devem proporcionar aos alunos tarefas em que os gráficos são discutidos de forma crítica, quer do ponto de vista conceptual onde se estudam as relações matemáticas, quer do ponto de vista estatístico onde se analisam os dados presentes.

Friel e Bright (1995) referem que os alunos precisam para falar mais sobre gráficos na sala de aula, incluindo discutir a sua estrutura e como esta informa e influencia as conclusões que podem ser tiradas sobre: (i) a informação descrita pelos gráficos e/ou (ii) as previsões ou inferências que pode ser retiradas dos gráficos.

O foco instrucional deve estar na construção de vários gráficos dentro de um contexto mais amplo de investigações estatísticas que incidem sobre o uso de gráficos para fins de fazer sentido aos dados, pois só assim os alunos desenvolvem a *compreensão gráfica*. Representar gráficos sem contexto, não ajuda a compreender o que os gráficos são, para que servem e porque é que as convenções fazem sentido (Friel, Curcio & Bright, 2001; González et al., 2011).

Todavia, só recentemente, a Análise de Dados começou a receber a ênfase merecida nos currículos escolares e com ela também os gráficos. Por conseguinte, os professores podem não ter tido experiências de conhecimento profissional adequadas para aprender a interpretar dados presentes em gráficos e para saber como melhor desenvolver estas competências nos seus alunos (Friel, Curcio & Bright, 2001).

Em suma, o desenvolvimento da *compreensão gráfica* ou do *sentido gráfico* é uma vertente muito importante da literacia estatística, a qual se refere à capacidade de construir um gráfico, de interpretar a informação que contém, de olhar para além dos dados

analisando com profundidade a informação apresentada relacionando-a com o contexto e encontrando possíveis relações explícitas e implícitas nos dados e fazendo extrapolações a partir dos mesmos. Esta capacidade não se desenvolve espontaneamente, exige tempo e requer uma sequência de ensino, o envolvimento em tarefas diversificadas envolvendo gráficos, tendo o professor um papel determinante em criar contextos relevantes e significativos para o seu desenvolvimento (Carvalho, Monteiro & Campos, 2010; Monteiro & Ainley, 2003).

A escolha das tarefas e o modo como os alunos trabalham na sala de aula é determinante para o aumento da sua competência gráfica. Em Estatística, as tarefas a selecionar devem privilegiar o desenvolvimento de investigações estatísticas e não apenas a aplicação e treino de algoritmos e procedimentos. Todavia, é sabido que na sala de aula do ensino básico as tarefas com gráficos são bastante limitadas, no que se refere ao desenvolvimento dos níveis de compreensão gráfica, enfatizando-se a construção mecânica de gráficos, através da marcação de eixos, de pontos ou de escalas, bem como a leitura e descrição dos dados em detrimento da extrapolação de dados. O uso de tecnologias na sala de aula permite libertar os alunos de tarefas mais morosas e rotineiras para que eles se centrem na exploração, visualização e interação (Monteiro, 2009).

Para que os alunos desenvolvam um conhecimento profundo sobre gráficos, e façam um uso efetivo dos mesmos, eles necessitam de materiais didáticos cuidadosamente elaborados e de professores cuja compreensão gráfica e os seus conhecimentos didáticos relacionados com este assunto estejam bem desenvolvidos. Os professores necessitam de desenvolver o seu conhecimento sobre gráficos e de como ensinar gráficos (Friel, Curcio & Bright, 2001; González et al., 2011).

Medidas Estatísticas

Na secção anterior, discutiu-se a importância da construção de tabelas e gráficos como um processo para resumir a informação estatística e facilitar a sua análise, mas não é o único. Para além da realização de resumos gráficos, também os resumos numéricos, resultantes da determinação das medidas estatísticas, constituem reduções importantes dos dados que permitem caracterizá-los. Das medidas estatísticas, destacam-se as medidas

de localização (ou tendência central) – média, moda e mediana – que localizam o centro da distribuição e as medidas de dispersão – amplitude, amplitude interquartil, desvio médio absoluto, desvio padrão – que medem a variabilidade dos dados (Martins & Ponte, 2010).

As medidas estatísticas são também instrumentos de transnumeração, uma forma básica de raciocínio estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999), em que se aumenta a compreensão dos dados e se produzem novas informações, ao se reduzirem os mesmos, o qual envolve: compreender o significado dos diferentes tipos de medidas; saber selecionar a que melhor resume e representa um determinado conjunto dados; compreender que o uso de resumos para fazer previsões são tanto mais precisos quanto maior for a amostra; saber que um bom resumo de dados inclui uma medida de centro e uma de dispersão; saber que os resumos decorrentes das medidas de centro e de dispersão podem ser úteis para comparar distribuições (Garfield & Gal, 1999).

Atualmente, a compreensão das medidas estatísticas constitui também um aspeto fulcral da literacia estatística (Batanero, 2001). Todavia, as medidas de tendência central já integravam os currículos escolares de muitos países mesmo antes da relevância curricular que a Estatística assumiu nos últimos anos. Este aspeto parece ter várias justificações, como: o facto de os dados e conceitos estatísticos fazerem parte da vida quotidiana de qualquer cidadão; serem ferramentas transversais a várias disciplinas do currículo escolar dos alunos; constituírem conhecimentos básicos necessário em muitas profissões; aparecerem muitas vezes na comunicação social; desempenharem um papel muito importante no desenvolvimento do raciocínio crítico (Batanero, 2000; Jacobbe & Carvalho, 2011).

Acresce ainda o facto de as medidas estatísticas, como resumos de informação, serem geralmente reportadas como um valor singular o que se encaixa na visão tradicional da Matemática de que existe apenas uma resposta correta para um determinado problema (Jacobbe & Carvalho, 2011).

As medidas estatísticas constituem reduções radicais dos dados perdendo-se, com este processo, várias informações sobre a distribuição (Martins & Ponte, 2010). No entanto, tal como referem Konold e Pollatsek (2002), “os dados precisam ser reduzidos devido à sua complexidade”, em particular, devido à dificuldade de manter os valores individuais na memória (p. 268).

Mokros e Russell (1995) referem a redução de grandes, intratáveis e desordenadas quantidades de dados em representações sumárias de informação como um dos objetivos da estatística. A necessidade de reduzir dados e os descrever de uma forma sucinta é inerente a qualquer criança e desenvolve-se paralelamente à ideia de representatividade. Quanto mais cedo os alunos forem confrontados com a necessidade de descrever um conjunto de dados de uma forma resumida, mais cedo desenvolverão a sua própria noção de representatividade e, com ela, aparecerão as primeiras noções informais de média, mediana e moda. Os alunos que começam por desenvolver o significado das medidas de centro como valores representativos da distribuição podem recorrer a ideias intuitivas sobre o que parece “razoável”. As medidas de centro, ao contrário do que muitos professores e manuais assumem, são muito mais do que apenas uma outra aplicação da divisão e que as crianças que compreendem a noção de partilha equitativa, percebem a noção de média. Os autores defendem que as medidas de centro não são uma entidade matemática com existência isolada; são antes uma ferramenta para resumir e descrever conjuntos de dados e para comparar distribuições.

Não existe uma medida que seja mais completa ou melhor do que outra. Todas apresentam prós e contras pelo que têm de ser cuidadosamente escolhidas de acordo com a que melhor representa o conjunto de dados que se pretende resumir e tendo em conta o contexto e a situação específica em causa (Martins & Ponte, 2010).

O contexto surge assim como um aspeto importantíssimo para a interpretação da informação estatística, tal como refere delMas (2002). O autor expõe que, quando um procedimento, um termo ou uma definição são ensinados, os alunos devem também aprender a que contextos estes são ou não aplicáveis. Mais, os alunos devem aprender a selecionar os procedimentos adequados ou saber identificar as condições que legitimam o uso de um determinado procedimento. Da mesma forma, todos os processos relacionados com a análise de informação, como a determinação de medidas estatísticas, devem ser ensinados de uma forma integrada e não isolada, no âmbito de tarefas ligadas ao contexto, como é o caso das investigações estatísticas, para que os alunos possam desenvolver uma maior compreensão do seu significado e saibam em que contextos devem selecionar cada uma delas e que informação sobre os dados estas nos transmitem (delMas, 2002).

“Será mesmo necessário utilizar dois tipos de medidas, isto é de localização e de dispersão, para caracterizar um conjunto de dados?” (Martins & Ponte, 2010, p. 119). Em resposta a esta questão, os autores apresentam a seguinte situação:

Suponha de dois alunos do 7.º ano obtiveram as seguintes notas no 3.º período:										
Pedro	4	3	3	3	3	3	4	3	4	3
João	5	2	2	3	4	3	5	3	3	3

Não obstante ambos os alunos terem tido igual média (3,3), o João não transitou de ano. Assim, a média como medida de localização para resumir dos dados, foi insuficiente para caraterizar e diferenciar as duas distribuições. Informações sobre a variabilidade dos dados são perdidas quando se determinam medidas de centro, pelo que é importante, a par destas, se determinarem também medidas de dispersão, as quais nos indicariam que, no caso do João, os dados estão mais dispersos, do que os do Pedro (Martins & Ponte, 2010).

A situação anterior remete-nos também a representatividade da média. Em que situações a média será uma medida representativa dos dados? Por que razão?

A média de um conjunto de dados ou de uma amostra é, muitas vezes, representativa e, em certo sentido, típica desse conjunto de dados, salvo quando a distribuição não é simétrica, podendo ser substituída por outras medidas mais resistentes como por exemplo a mediana. Médias de diferentes conjuntos de dados podem constituir um mecanismo importante para comparar distribuições e perceber os seus contrastes (Shaughnessy, 2007).

Martins e Ponte (2010), pretendem elucidar para o facto de a média nem sempre ser uma boa medida para representar os dados através do seguinte exemplo:

Suponha um aluno que ao longo do ano fez 6 testes, em que teve negativa em 5 deles e uma positiva, no primeiro teste, que era muito simples:					
19	8,9	7,8	9,4	8,6	9,3

Embora todas as notas, exceto uma, estejam no intervalo [7,8; 9,4], a média (10,5) não reflete o conjunto das notas do aluno e, portanto, não é representativa deste conjunto de dados (Martins & Ponte, 2010).

Isto acontece porque a média é uma medida que é facilmente influenciada pelos valores discrepantes (“*outliers*”) de uma amostra, dizendo-se que possui uma fraca resistência a

valores “muito pequenos” ou “muito grandes”, mesmo que sejam em pequeno número em relação aos restantes. No caso do exemplo anterior, o 19 inflacionou a média fazendo com que esta tomasse um valor que não espelha o desempenho do aluno nos testes que realizou. Resulta que a *fraca resistência da média* faz com que se tenha de ter cuidado com a sua utilização pois pode dar-nos uma visão distorcida do conjunto de dados que pretende representar (Martins & Ponte, 2010).

Assim, a média constitui um bom resumo dos dados em distribuições aproximadamente simétricas, em que os dados se concentram maioritariamente no centro do histograma e não se dispersem muito pelas caudas (Figura 5).

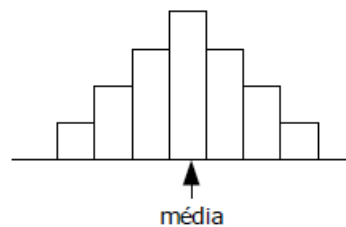


Figura 5 – Posicionamento da média numa representação gráfica de uma distribuição simétrica (Martins & Ponte, 2010, p. 123)

Neste caso, o centro está bem definido e a média é o ponto de equilíbrio do gráfico que tem em conta a frequência das classes bem como a distância a que estão do centro.

A mediana, como medida de centro cujo valor divide a amostra ao meio (metade dos valores da amostra são inferiores ou iguais à mediana e os restantes são maiores ou iguais à mediana), no histograma representada pelas duas partes com igual área, coincide com a média numa distribuição simétrica, como a do lado esquerdo da figura 6.

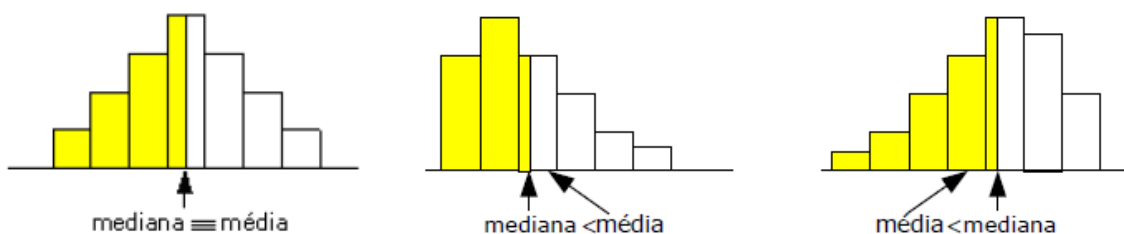


Figura 6 - Posicionamento da média e da mediana em representação gráficas de diferentes tipos de distribuições (Martins & Ponte, 2010, p. 135)

No histograma do meio, observa-se um enviesamento da distribuição para a direita (alguns valores grandes como *outliers*), pelo que a média será “puxada” para a direita da

mediana, ou seja, terá um valor maior que esta. Num histograma que apresenta o enviesamento para a esquerda (alguns valores pequenos como *outliers*), como o do lado direito da figura 6, a média será “puxada” para a esquerda da mediana, ou seja, será menor que ela (Martins & Ponte, 2010).

Tal como já tinha sido referido, a fraca resistência da média a valores discrepantes, como é o caso das distribuições enviesadas que observámos na figura 6, faz com que esta seja uma medida pouco representativa dos dados nessas situações e seja mais adequado utilizar-se a mediana. A mediana é uma medida muito resistente e não é afetada por valores extremos, ao contrário da média (Martins & Ponte, 2010).

Observe-se que o simples cálculo da média e da mediana pode dar-nos a informação da forma da distribuição dos dados: se a distribuição dos dados for enviesada para a direita a média tende a ser maior que a mediana; se for aproximadamente simétrica, a média aproxima-se da mediana e se for enviesada para a esquerda, a média tende a ser inferior à mediana (Martins & Ponte, 2010).

A média é a medida de localização mais frequentemente utilizada para localizar o centro de um conjunto de dados. Embora, do ponto de vista processual, o seu algoritmo seja mais ou menos simples, do ponto de vista conceptual, é um conceito complexo que pode tomar diferentes significados os quais são subvalorizados pelos professores (Gregório, 2012; Shaughnessy, 2007).

De acordo com Monteiro (2009b) e Franklin et al., (2007), podem considerar-se, fundamentalmente, dois significados para a média: *divisão por partilha* ou *partilha justa e ponto de equilíbrio*. A média como *divisão por partilha* remete, principalmente, para o algoritmo (somam-se os valores e divide-se pelo número total de dados). Neste caso, a média é o valor que representa um conjunto de dados como se todos fossem iguais (Monteiro, 2009b).

Segundo a autora, do ponto de vista instrucional, este tipo de problemas pode ser explorado através de um gráfico de barras (ou cubos de encaixe) em que barras (torres) de diferentes comprimentos se transformam em barras (torres) de igual comprimento, por compensação, ou seja, retira-se das maiores para dar às menores (Figura 7). Este tipo de estratégia permite uma visualização rápida do valor da média sem recorrer ao algoritmo aumentando a compreensão do mesmo e a relação da média com a divisão (Monteiro, 2009b).

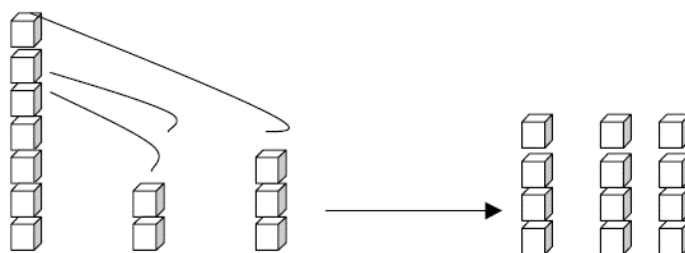


Figura 7 - Representação da média como partilha equitativa por compensação ("deslocam-se 3 cubos da torre maior de modo a ficarem todas com 4 cubos") (Monteiro, 2009b)

Franklin et al. (2007) propõem a abordagem de média como *partilha justa* para o nível mais elementar de ensino (1.º ciclo). No comprimento do nome dos alunos de uma turma, por exemplo, a média deve ser interpretada como “Que comprimento teriam os nossos nomes se tivessem o mesmo número de letras?” (p.30). Também os autores sugerem que este conceito seja ilustrado com torres de cubos (em que cada torre representa o número de alunos com um determinado número de letras no nome) em seguida pede-se que juntem os cubos todos no meio e os redistribuam de forma justa, de forma que cada aluno fique com o mesmo número de cubos. Este modelo pode ser comparado ao algoritmo para o cálculo da média em que se adicionam todos os valores (juntam-se todos os cubos) e divide-se pelo número total de dados (compartilham-se os cubos de forma justa). Neste nível de ensino, os alunos devem desenvolver o processo de cálculo com ou sem o auxílio da tecnologia para que futuramente ampliem a compreensão da média através da aprendizagem de outras interpretações desta medida.

Relativamente à média como *ponto de equilíbrio*, todos os valores são importantes, bem como o número de vezes que se repetem (frequência absoluta) e ainda a sua distância em relação à média. Instrucionalmente, um modelo sugestivo para a exploração deste significado da média, seria o de ir colocando todos os valores da variável numa linha numérica horizontal que representa um balancé equilibrado no valor da média. À medida que os valores iam gravitando à volta da média, estes tinham de manter o balancé equilibrado. Por exemplo, se média fosse 3, representava-se o 3 como ponto de equilíbrio e iam-se colocando os valores da variável que mantinham o equilíbrio. Ao se colocar um valor no 5, podia proceder-se de uma de duas formas: ou colocar-se dois valores no 2 ou um valor no 1 para manter o equilíbrio (Monteiro, 2009b)

Franklin et al., (2007) referem que ao nível do 2.º e 3.º ciclo, a noção de média deve ser expandida para sumário numérico acerca de uma coleção numérica de dados através da interpretação de *ponto de equilíbrio* da distribuição. Os autores apresentam um modelo

sugestivo para a exploração deste significado da média, que permite uma visualização rápida e inteligível do conceito, através de um balancé que está em equilíbrio no ponto que representa a média, tal como expõe a seguinte situação: Foi perguntado aos alunos quantos animais e estimação tinham. As respostas foram as seguintes: 1, 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 9. Estas foram resumidas no diagrama seguinte, em que cada “X” é substituído por “post-it” (Figura 8).

Se todos os animais forem combinados num grupo, este terá um total de 45 animais. Depois de redistribuídos igualmente pelos 9 alunos, cada aluno fica com 5 animais. Assim, a média de animais é 5. O diagrama da figura 9 representa a evidência de que os 9 alunos têm exatamente 5 animais.

Como seria de esperar, o *pivot* é colocado no valor 5 e, em seguida, o eixo horizontal ir-se-á equilibrar neste ponto do *pivot*. Isto é, o "ponto de equilíbrio" para o eixo horizontal deste diagrama é 5 (Figura 9). O eixo horizontal funciona como um balancé que está em equilíbrio no ponto de apoio assinalado por 5.

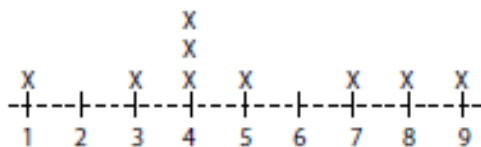


Figura 8 - Diagrama com o número de animais de cada criança (Frankilin et al., 2007)

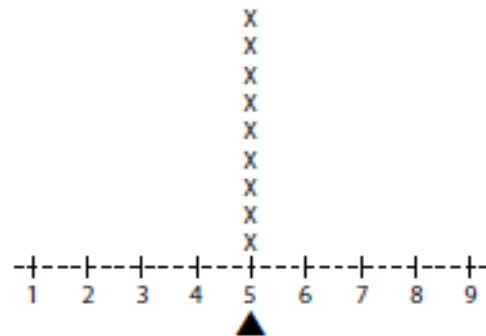


Figura 9 - Diagrama com os animais igualmente distribuídos (Frankilin et al., 2007)

Mas vejamos melhor porque é que o 5 é o ponto de equilíbrio para os dados originais. Começemos por observar o que acontece se se movimentar um ponto do valor 5 para o 7 como mostra a figura 10. Rapidamente se percebe que, se o *pivot* permanecer no ponto 5, o eixo horizontal irá inclinar-se para a direita. O que se pode fazer com os restantes pontos colocados sobre o 5 para "reequilibrar" o eixo horizontal no ponto do *pivot*? Uma vez que o 7 é duas unidades superiores a 5 ($7-5=2$), uma solução é mover um ponto duas unidades abaixo de 5 para o 3 ($5-3=2$) (Figura 11).

Existem outras formas de manter o balancé em equilíbrio, sem que seja necessário manter todos os valores acumulados no ponto 5 (Franklin et al, 2007; Martins & Ponte, 2010), o

que do ponto de vista instrucional é importante para os alunos compreenderem que distribuições diferentes podem ter a mesma média.

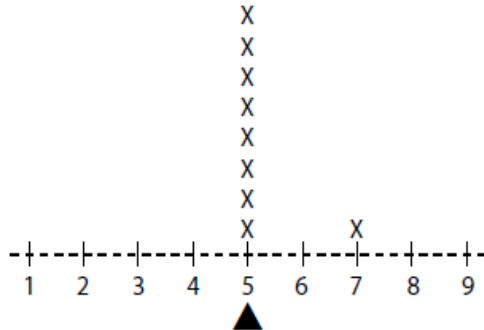


Figura 10 - Diagrama com um ponto movido (Frankilin et al., 2007)

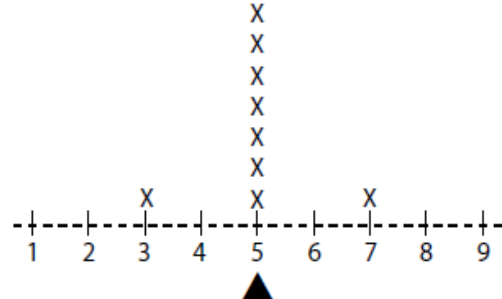


Figura 11 - Diagrama com dois pontos movidos (Frankilin et al., 2007)

Assim, outra solução possível para reequilibrar o eixo horizontal no ponto de equilíbrio 5 seria moverem-se dois pontos do 5 para o 4 (Figura 12).

Se cada “X” (ponto) do diagrama da figura 12 for substituído pela distância entre cada um dos valores e o 5, observa-se que a distância dos dois pontos abaixo de 5 (os dois 4) é igual à distância do único valor acima de 5 (o 7) (Fig. 16). Por este motivo, o 5 é o ponto de equilíbrio.

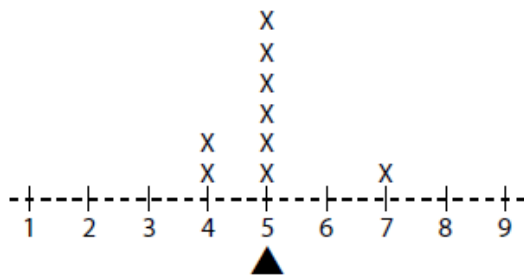


Figura 12 - Diagrama com difentes pontos movidos (Frankilin et al., 2007)

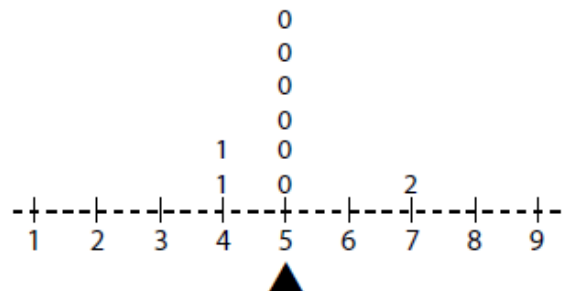


Figura 13 - Diagrama com a distância dos pontos ao 5 (Frankilin et al., 2007)

Substituindo no gráfico cada um dos valores originais pela sua respectiva distância ao 5, este fica com o com o aspeto da figura 14 (Franklin et al., 2007).

Repare-se que a distância total para os valores abaixo de 5 é 9, o que é igual à distância total para os valores acima de 5. Por esta razão, a média (5) é o ponto de equilíbrio do eixo horizontal (Franklin et al., 2007).

Se substituirmos o termo distância por diferença entre os valores e a média, facilmente se conclui que as diferenças entre os valores abaixo da média e a média têm valores negativo (por exemplo $(4-5=-1)$).

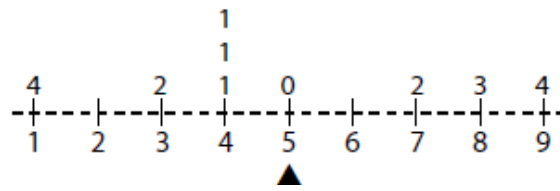


Figura 14 - Diagrama com a distância dos pontos originais ao 5 (Franklin et al., 2007)

Assim, se a soma, em valor absoluto dos termos dessas diferenças é igual à soma das diferenças dos valores acima da média, resulta que, no caso da média, a soma das diferenças entre todos os valores da amostra e a média, é igual a zero (Martins & Ponte, 2010). O aspeto anterior constitui uma das propriedades da média a qual pode ser enunciada da seguinte forma: “Se a todos os valores da amostra, subtrairmos a média, a soma das diferenças obtidas é igual a zero” (Martins & Ponte, 2010, p.131).

Outros autores consideram estas e outras interpretações para a média (Monteiro, 2009b). Estas diferentes interpretações têm subjacentes o objetivo ou intenção que se possui quando se calcula ou usa a média. Assim, vários autores apresentam exemplos ilustrativos de problemas que sugerem cada uma das interpretações de média, embora refiram a possibilidade de interpretações alternativas, mas menos óbvias (Konold & Pollatsek, 2002).

Batanero (2000b), para analisar o significado de média, apresenta-nos várias representações do conceito partindo de problemas-tipo (P1, P2, P3 e P4) (Quadro 14).

A autora refere que se propuser o P1 aos seus alunos, a maioria irá somar os valores e dividir por 8 para obter o valor 6,1475. Este problema (P1) é um exemplo particular de uma classe de problemas de “estimação de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medida” ou *cálculo da melhor estimativa do valor desconhecido*. Constitui a génese da emergência do conceito de média aritmética.

A média aritmética pode também ser utilizada quando se necessita de *partilhar e obter uma quantidade equitativa* para conseguir uma distribuição uniforme. Problemas

semelhantes ao P2 seria obter a renda *per capita*, a velocidade média durante uma viagem ou a classificação final num exame composto por vários exames parciais.

No caso do P3, utilizamos a média da altura do salto antes e depois do treino para se verificar se o mesmo produziu algum efeito. Esta é outra aplicação da média que é servir de *elemento representativo de um conjunto de valores dados*, cuja distribuição é aproximadamente simétrica. Para representar um conjunto de dados, toma-se a média por ser o “centro de gravidade” dos valores da distribuição. No entanto, se a distribuição for muito inviesada é o valor mais frequente (moda) ou o valor central dos dados ordenados (mediana) o valor mais representativo. Este aspeto está relacionado com as propriedades da média pois esta é influenciada por todos os valores da distribuição, sendo pouco resistente a valores discrepantes, tal como já foi discutido atrás (Batanero, 2000b).

Quadro 14 - Diferentes significados do conceito de média (Batanero, 2000b)

Interpretação/ Significado	Problemas-tipo																																	
Estimação de um valor desconhecido	<u>Problema 1 (P1)</u> : Um objeto é pesado com o mesmo instrumento por 8 alunos de uma turma, obtendo-se os seguintes valores em gramas: 6,2; 6,0; 6,0; 6,3; 6,1; 6,23; 6,15; 6,2. Qual será a melhor estimativa do peso real do objeto?																																	
Partilha equitativa/justa	<u>Problema 2 (P2)</u> : Uns meninos levam para a aula caramelos. Andrés leva 5, Maria 8, José 6, Cármen 1 e Daniel nenhum. Como repartir os caramelos de forma equitativa?																																	
Elemento representativo	<u>Problema 3 (P3)</u> : Ao medir-se a altura saltada (em cm) por um grupo de alunos, antes e depois de terem efetuado um treino desportivo, obtiveram-se os seguintes valores.																																	
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aluno</th> <th>Ana</th> <th>Bea</th> <th>Carol</th> <th>Diana</th> <th>Elena</th> <th>Fanny</th> <th>Gia</th> <th>Hilda</th> <th>Ines</th> <th>Joana</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Antes do treino</td> <td>115</td> <td>112</td> <td>107</td> <td>119</td> <td>115</td> <td>138</td> <td>126</td> <td>105</td> <td>104</td> <td>115</td> </tr> <tr> <td>Depois do treino</td> <td>128</td> <td>115</td> <td>106</td> <td>128</td> <td>122</td> <td>145</td> <td>132</td> <td>109</td> <td>102</td> <td>117</td> </tr> </tbody> </table>	Aluno	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Gia	Hilda	Ines	Joana	Antes do treino	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115	Depois do treino	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117
	Aluno	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Gia	Hilda	Ines	Joana																							
Antes do treino	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115																								
Depois do treino	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117																								
Achas que o treino é benéfico?																																		
Valor mais provável	<u>Problema 4 (P4)</u> : A altura média dos alunos de uma escola é 1,40m. Se tirarmos uma amostra aleatório de 5 alunos, verifica-se que a altura dos primeiros 4 é 1,38m, 1,42m, 1,60m, 1,40m. Qual seria a altura mais provável do quinto aluno?																																	

Relativamente ao P4, em várias situações é necessário saber o valor que será obtido com maior probabilidade quando se retira um elemento aleatório de uma população. Por exemplo, ao prever a esperança de vida ou o lucro esperado de um investimento no mercado de ações, a média da variável na população é tomada como previsão, como valor esperado. Problemas como o P1 ao P4 levaram à construção do significado da média, à

identificação das suas propriedades e posteriormente à definição de outras medidas estatísticas de centro, como a moda e a mediana, que são preferíveis à média em situações específicas (Batanero, 2000b).

Konold e Pollatsek (2004), investigaram a complexidade do conceito média e apresentam-nos quatro perspetivas conceptuais desta medida no contexto de diferentes problemas em que esta se aplica: média como *senal no meio do ruído*, média como *valor típico*, média como *partilha justa* e média como *resumo de dados*. O quadro 15 apresenta alguns exemplos de contextos que sugerem as diferentes interpretações de média, expostas pelos autores.

Quadro 15 - Exemplos de contextos para os vários significados da média (Konold & Pollatsek, 2004, p. 177)

Interpretação/ Significado	Exemplo de contextos
Resumo de dados	Ruth trouxe 5 doces, Yael trouxe 10, Nadav trouxe 20 e Ami trouxe 25. Pode dizer-me com um número quantos doces cada criança trouxe?
Partilha justa	Ruth trouxe 5 doces, Yael trouxe 10, Nadav trouxe 20 e Ami trouxe 25. As crianças que trouxeram mais deram alguns para aqueles que trouxeram menos até que todos tivessem o mesmo número de doces. Com quantos doces ficou cada criança?
Valor típico	O número de comentários feitos por oito estudantes durante um período de aula foram 0, 5, 2, 22, 3, 2, 1 e 2. Qual foi o número típico de comentários feitos naquele dia?
Senal no meio do ruído	Um pequeno objeto foi pesado separadamente na mesma balança por nove estudantes numa aula de Ciências. Os pesos (em gramas) obtidos por cada estudante foram 6.2, 6.0, 6.0, 15.3, 6.1, 6.3, 6.2, 6.15, 6.2. Qual a melhor estimativa do peso real deste objeto?

Para os autores, a perspetiva da *média como resumo de dados*, a média é uma forma de reduzir um conjunto de números num só valor. Este aspeto é importante devido à complexidade dos valores e ao facto de ser difícil reter todos os valores na memória. No entanto, é preciso ter em consideração que esta condensação dos dados pode resultar numa perda de informação, nomeadamente sobre a forma da distribuição (Konold & Pollatsek, 2004).

A média como *partilha justa* é uma conceção que está muito associada ao algoritmo. Várias quantidades distribuídas de forma desigual entre indivíduos são recolhidas e são uniformemente redistribuídas pelos mesmos. Neste tipo de casos não se relaciona o valor calculado com os restantes dados do conjunto, não há preocupação em interpretar este valor, nem como os restantes dados estão distribuídos em relação ao mesmo ou se existem valores discrepantes (Konold & Pollatsek, 2004).

A média como um *valor típico* é a interpretação de média mais corrente nos níveis mais elementares de escolaridade. Os alunos parecem entender por “típico” a posição de um valor na distribuição (se está ao centro da distribuição) ou a sua frequência (se é o valor mais frequente ou o valor máximo). Os alunos mais novos tendem a utilizar a moda para resumir os dados porque parece satisfazer ambos os critérios anteriores (Konold & Pollatsek, 2004).

A média como *senal no meio do ruído* é apresentada pelos autores como o mais importante conceito de média. Significa que um valor, não obstante a variabilidade dos dados, representa esses mesmos dados. De acordo com esta perspetiva, cada observação é uma estimativa de um valor desconhecido, mas específico. A média dos valores é interpretada como a melhor estimativa do peso real. Os autores defendem que esta é a conceção mais importante e útil de média sendo muito importante para estabelecer comparações entre duas distribuições e constitui o contexto ideal para a introdução do conceito de média. Esta ideia não tem tido muita expressão curricular. Segundo os autores, habitualmente os currículos apresentam visões empobrecidas da conceção de média que vai pouco além do conceito de média como resumo de dados. Para os autores as conceções de média como *valor típico* e média como *partilha justa* como não são muito úteis para estabelecer comparações entre grupos de dados não lhes deve ser atribuída tanta relevância junto dos estudantes (Konold & Pollatsek, 2004).

Batanero (2000) defende que o significado de média é complexo e envolve os seguintes tipos de elementos: - *Elementos extensivos*: Reconhecer o campo de problemas de onde surge o conceito e onde este se aplica; - *Elementos atuativos*: habilidade operatória nos diferentes algoritmos e procedimentos relacionados com o conceito: - *Elementos ostensivos*: as notações e palavras com que denotamos o objeto e em geral todas as suas representações; - *Elementos intensivos*: as definições e propriedades do objeto: - *Elementos validativos*: a capacidade de argumentar e justificar propriedades, relações e soluções do problema.

Para a autora, a compreensão da média não pode reduzir-se a conhecer a sua definição e as suas propriedades (elementos intensivos) mas deve envolver também o reconhecimento dos problemas a que esta se aplica (elementos extensivos), as notações com ela relacionadas e as suas diferentes representações (elementos ostensivos), a habilidade operatória e processual, no que se refere ao algoritmo (elementos atuativos), e, por fim, a capacidade de argumentar e justificar relações e soluções dos problemas,

como por exemplo saber que medida estatística de centro utilizar em determinados contextos e porquê (elementos validativos) (Batanero, 2000).

Vejamos com maior pormenor as dificuldades dos alunos na aprendizagem dos conteúdos estatísticos identificadas pela investigação em Educação Estatística. Serão a média, a mediana e a moda conceitos fáceis? Será que os alunos compreendem a média e a mediana? Será que eles compreendem que a média e a mediana nos dão informação sobre a forma de uma distribuição e acerca do centro e variação da mesma e que, em certas situações, é mais apropriado usar uma que outra? (Zawojewski & Shaughnessy, 2000)

A média, por ser um dos conceitos com mais desenvolvimento na teoria de estatística e o mais referenciado socialmente, é também aquele que tem sido mais investigado, sobretudo no que se refere ao modo como os alunos o aprendem e compreendem (Gattuso & Mary, 1998).

A investigação tem mostrado que os alunos têm alguma dificuldade em calcular a média e a mediana, mas o principal problema reside na escolha da medida estatística que melhor se adequa a diferentes contextos, acabando por escolher a média, independentemente da distribuição, por lhes ser a mais familiar, talvez. Os autores defendem que os alunos só estarão aptos para escolher entre as diferentes medidas estatísticas de centro se tiverem noção da distribuição (Zawojewski & Shaughnessy, 2000).

Pese embora a média seja considerada como um conceito fácil, Pollatsek, Lima e Well (1981) referem que uma grande quantidade de alunos não compreende o conceito de média ponderada. Quando lhes é pedido para calcularem a *média ponderada* de duas médias dadas num problema, os alunos respondem efetuando a média aritmética dessas duas médias. Os autores descrevem o erro que consiste em aplicar a fórmula de cálculo para resolver o seguinte problema (Batanero, 2000, p.3):

Há 10 pessoas num elevador, 4 mulheres e 6 homens. O peso médio das mulheres é 60 quilogramas e o peso médio dos homens é 80 quilogramas. Qual é o peso médio das 10 pessoas que vão no elevador?

O erro de que falam Pollatsek, Lima e Well (1981) seria os alunos resolverem o problema anterior por meio da média aritmética ($60+80/2=70$) em vez da média ponderada [$(4 \times 60 + 6 \times 80) / 10 = 72$].

Os autores referem ainda que, para muitos alunos, o cálculo do algoritmo da média é o único processo que eles possuem para resolver problemas e o seu conhecimento sobre

média resume-se ao domínio de uma fórmula de cálculo. O aspeto anterior parece estar na origem de vários dos erros que eles cometem na resolução de problemas estatísticos uma vez que o algoritmo não esclarece que valores devem entrar na soma, não informa quando é oportuno calcular a média ou outra medida estatística e não diz se o valor calculado é razoável (Pollatsek, Lima & Well, 1981).

Monteiro (2009b) refere que a compreensão das propriedades da média é muito importante para o entendimento conceptual desta medida estatística. Assim, no processo de ensino os alunos devem ser confrontados com experiências de aprendizagem que lhes proporcionem uma reflexão sobre estas propriedades. Strauss e Bichler (1988) debruçaram-se sobre o estudo da compreensão da média aritmética, por alunos com idades entre os 8-14 anos, mais concretamente das suas propriedades: a) A média é um valor compreendido entre os extremos da distribuição; b) A soma dos desvios dos dados em relação à média é zero; c) O valor da média é influenciado pelo valor de cada um dos dados; d) A média não tem por que ser igual a um dos valores dos dados; e) O valor obtido da média pode ser uma fração (ele pode não ter sentido para a variável considerada); f) Há que ter em conta os valores nulos para o cálculo da média; g) A média é um “representante” dos dados a partir dos quais foi calculada.

Os autores referem que o conceito de média é complexo e difícil de entender. Encontram dois níveis diferentes de dificuldade na compreensão das propriedades por parte dos alunos que tende a melhorar com a idade. Se, por um lado, os alunos parecem compreender facilmente que a média fica situada entre valores extremos, que valores particulares podem influenciar a média e que a média não tem de ser necessariamente igual a nenhum dos valores que são somados (propriedades a), c) e d)) ; por outro lado, os alunos, em particular os mais jovens, apresentam grande dificuldade em compreender que o zero deve ser incluindo no cálculo da média, que a soma dos desvios à média é zero e que a média é um valor representativo de todos os dados (propriedades b), f) e g)).

Carvalho (1998), identificou alguns erros comuns no cálculo da média, da mediana e da moda na resolução de tarefas estatísticas: - Moda: Tomar como moda a maior frequência absoluta; - Mediana: Não ordenar os dados para calcular a mediana; calcular o valor central das frequências absolutas ordenadas; calcular a moda em vez da mediana; enganar-se ao calcular o valor central. - Média: Calcular a média dos valores das frequências; Não ter em conta o valor das frequências absolutas para o cálculo da média.

O conceito de representatividade é um conceito complexo. Diversos estudos evidenciam que os alunos de diferentes níveis de ensino revelam dificuldade em compreender se a média constitui ou não um bom resumo dos dados de uma distribuição e, por isso, tendem, por exemplo, a usar a moda em questões que requerem a descrição do que é típico num conjunto de dados (Konold & Higgins, 2003).

Batanero (2000b) refere que de entre as três medidas de tendência central, a mediana parece ser a menos evidente para os alunos. A dificuldade deste algoritmo reside no facto de os alunos estarem habituados a métodos de cálculo e soluções únicos para os problemas matemáticos e o algoritmo para a calcular, o que não acontece no caso da mediana em que o algoritmo é variável consoante o número de dados seja par ou ímpar ou se tenha dados agrupados ou não. Algumas das dificuldades identificadas no cálculo desta medida são a falta de ordenação inicial dos dados, a não contabilização de valores repetidos e a utilização do dado central das frequências absolutas ou a média dos extremos (Batanero, 2000; Ponte et al. 2005).

A identificação da moda parece ser simples para os alunos desde os primeiros anos de ensino, no entanto, verifica-se a alguns erros na sua interpretação. Um erro bastante comum que os alunos costumam cometer é, em dados agregados, tendem a considerar a moda como a maior frequência absoluta em vez do respetivo valor da variável (Batanero, 2000b).

Mokros e Russell (1995), concluem após o seu estudo de investigação com alunos dos 4.º, 6.º e 8.º anos acerca das suas conceções sobre a compreensão de média, que estas se incluem em 5 constructos mentais diferentes: média como *moda*, média como *algoritmo*, média como *razoável*, média como *ponto médio* e média como *ponto de equilíbrio*. Os autores referem que as cinco perspetivas anteriores podem agrupar-se segundo dois critérios: (a) perspetivas que não reconhecem a noção de representatividade (média como *moda* e média como *algoritmo*); (b) perspetivas que têm inerentes a ideia de representatividade (média como *razoável*, média como *ponto médio* e média como *ponto de equilíbrio*).

As conceções anteriores revelam de que forma os alunos estão a desenvolver uma definição útil sobre um conceito estatístico importantíssimo que são as medidas de tendência central. Os alunos constroem esta definição a partir do contacto com muitos exemplos de conjuntos de dados. Até que os alunos não entendam um conjunto de dados como um todo, como uma unidade e não como uma simples série de valores, eles não

serão capazes de descrever e resumir esses dados, pois “o todo é mais que a soma das partes”. Uma medida estatística de centro constitui um valor que representa aspetos do conjunto de dados como um todo e não faz sentido para os alunos enquanto um conjunto de dados não for considerado como uma entidade real (Mokros & Russell, 1995).

Os alunos que possuem uma perspetiva *modal* (também apelidado de “maioria”), que são os alunos mais novos do estudo que se situam no 3.º e 4.º anos de escolaridade, o conjunto de dados não representa uma entidade para eles, mas apenas o valor dos números. O valor representativo de um conjunto de dados não tem significado para eles já que se auxiliam de observações sobre valores individuais ou, por vezes, por agregados de valores. Quanto à perspetiva *algorítmica*, os alunos são incapazes de realizar conexões entre o processo e o contexto atual. Tal como na perspetiva *modal*, os alunos não pensam sobre o significado da medida calculada, pois o seu foco são os procedimentos e desta perspetiva que entendem as medidas estatísticas. Os alunos que consideram a média como *razoável* tendem a relatar informação das suas experiências pessoais. Este grupo parece ter construído uma noção qualitativa de representatividade, mas não uma definição precisa, talvez porque eles considerem a média como matematicamente razoável, mas uma aproximação não precisa de um conjunto de dados. Os alunos que possuem a perspetiva de média como *ponto médio* desenvolveram uma definição mais precisa das medidas estatísticas de centro, embora esta falhe quando a distribuição não é simétrica e a definição de *ponto médio* só possa ser aplicado à mediana (Mokros & Russell, 1995; Shaughnessy, 2007). Quanto à conceção média como *ponto de equilíbrio*, os alunos para além de terem atenção ao conceito de média, têm atenção também à definição matemática. Possuem uma ideia de representatividade vincada e as suas tentativas de construir possíveis distribuições a partir de uma medida de centro são caracterizadas por relacionarem as medidas de centro com os dados numa relação matemática precisa que pode ser aplicada a qualquer contexto e que define as medidas como uma forma de representar o conjunto de dados como um todo. O seu forte sentido de ponto de equilíbrio nos dados são uma ajuda preciosa na definição precisa desse equilíbrio, e é neste ponto que os autores lamentam não terem encontrado a maioria dos alunos, mas apenas uma pequena parte (Mokros & Russell, 1995; Shaughnessy, 2007).

Os alunos com as perspetivas - *razoável*, *ponto médio* e *equilíbrio* estão todos na direção do desenvolvimento da definição de medidas de centro. As suas estratégias para a resolução de problemas são variadas e cada uma delas encarna diferentes aspetos da

construção da definição de medidas de centro. Estas definições formam-se e desenvolvem-se de forma cada vez mais clara e precisa, construindo-se e trabalhando-se com uma grande variedade de exemplos e contra-exemplos em diferentes contextos.

O contacto formal com o conceito de média aritmética deve acontecer quando os alunos possuírem um conhecimento-base sólido da ideia de representatividade, já que, segundo os autores, a média aritmética constitui um objeto matemático de uma complexidade insuspeita que se esconde por detrás do simples algoritmo para a calcular. Os conhecimentos prévios dos alunos são muito importantes para a construção e compreensão dos conceitos estatísticos e para o desenvolvimento da literacia estatística (Mokros & Russell, 1995).

Face ao exposto, pode concluir-se que os conceitos de média, mediana e moda são conceitos muito complexos que requerem um longo período de ensino, que começa no 1.º ciclo e avança nos seguintes níveis de escolaridade, bem como um aprofundamento progressivo em que primeiro os alunos desenvolvem os seus conhecimentos informais e posteriormente os confrontam o conhecimento formal, envolvendo experiências de aprendizagem que proporcionam aos alunos o uso de diferentes contextos e representações destes conceitos. Só através de múltiplas experiências com uma grande variedade de grupos de dados, os alunos desenvolvem as ferramentas e conceitos de que necessitam para lidarem com os dados e interpretar a informação com que são confrontados no dia-a-dia. Da investigação apresentada, pode concluir-se que o conhecimento de uma fórmula de cálculo por parte dos alunos não implica necessariamente a compreensão do conceito de média. Assim, se a compreensão do conceito de média se esgotar no domínio de conhecimento do tipo instrumental e calculatório, é provável que os alunos cometam erros na resolução de tarefas estatísticas. Se outrora se dava muita importância ao cálculo e à simples mecanização dos algoritmos (elementos atuativos) do conceito de média, as tecnologias como a calculadora gráfica, os programas de computador ou a folha de cálculo vêm relativizar essa importância já que permitem não só realizar os cálculos com uma maior rapidez, como também permitem um maior leque de representações e a resolução de problemas mais reais, possibilitando uma aprendizagem com mais significado. As tecnologias permitem também introduzir mais elementos atuativos e ostensivos na medida que o leque de representações disponíveis é maior e permite também colocar situações problemáticas

mais reais e cuja solução requer a aprendizagem de conceitos estatísticos. O trabalho com tecnologias por ser cooperativo, motiva o interesse dos alunos, permite explorar os dados em profundidade, fortalecendo os elementos intensivos e validativos, na medida que os alunos exercitam a sua capacidade de argumentação (Batanero, 2000b; Batanero, Godino, Green, Holmes & Vallecillos, 2008; Mokros & Russell, 1995).

Capítulo III

O conhecimento do professor para ensinar Matemática

Este segundo capítulo do enquadramento teórico é dedicado ao professor e ao seu conhecimento profissional. Após um breve enquadramento do tema, discute-se a natureza, estrutura e conteúdo do conhecimento profissional do professor de Matemática. Seguidamente, apresenta-se as componentes do conhecimento mais fortemente ancoradas na prática letiva, discutindo-se o significado do conhecimento didático e, a partir deste, a noção do conhecimento estatístico para ensinar. Numa quinta secção, aprofunda-se o conhecimento sobre a prática letiva sobre Estatística, dada a centralidade que esta componente do conhecimento didático ocupa neste estudo. Por fim, na última secção, apresenta-se a investigação empírica mais relevante sobre o conhecimento de Estatística e do seu ensino.

Breve enquadramento

O professor é uma componente fundamental e ativa no processo de ensino e aprendizagem (Ponte, 2012). A assunção desta premissa tem impulsionado o estudo do professor, em particular o estudo do seu conhecimento, e tem dominado a atenção dos investigadores em educação matemática nos últimos anos (Groth, 2013; Ponte et al., 1998; Ponte, 2012).

O papel do professor é, portanto, decisivo para um ensino de Matemática de qualidade para o qual muito contribuem uma formação matemática adequada, competências

didáticas desenvolvidas, um bom relacionamento com os alunos, bem como uma postura de constante aprofundamento e atualização em relação à profissão (Ponte, 2012).

A profissão de professor possui desafios e conflitos característicos (Calderhead, 1987), sendo que um dos maiores desafios com o qual o professor se depara é a necessidade de uma aprendizagem contínua e uma mudança contante na sua atuação para fazer face à complexidade da sociedade atual. Assim, o conhecimento do professor necessita de estar em constante atualização, devendo este assumir um papel ativo na construção do seu conhecimento, identificando as suas necessidades de formação e tomando a sua prática como ponto de partida e ponto de chegada para a ampliação do mesmo (Nunes & Ponte, 2010). O conhecimento do professor sofre assim influências variadas, possui uma especificidade própria e tem um efeito decisivo no tipo de ensino que os professores proporcionam aos seus alunos (Ponte, 2012). Por outras palavras, o processo de ensino e aprendizagem, desenvolvido num contexto institucionalizado, é condicionado pelas características e natureza do conhecimento do professor. Importa, porquanto, o esclarecimento do que se entende por este conhecimento (Llinares & Sánchez, 1990).

O conhecimento do professor

A ideia de que o conhecimento profissional do professor era determinado apenas pelo conhecimento acerca do assunto a ensinar dominou, por vários anos, a atenção dos investigadores (Llinares & Sánchez, 1990). Todavia, na década de 80 assiste-se a um robustecimento de teoria sobre o professor. São exemplos disso, os trabalhos de Freema Elbaz (1983) a qual destaca a importância do “conhecimento prático do professor”, a obra de Donald Schön (1983), *The reflective practioner*, o qual desperta a atenção para a importância da “reflexão na ação” e a noção de “pedagogical content knowledge” de Lee Shulman (1986), a qual faz a síntese entre o conteúdo (matemática) e o seu ensino (pedagogia). Assim, para uma melhor compreensão do conhecimento do professor e da sua importância no processo de ensino e aprendizagem, analisa-se em seguida a sua natureza, estrutura e conteúdo.

Natureza do conhecimento do professor

Várias têm sido as aproximações à conceptualização do conhecimento profissional do professor. Todavia, se alguma similaridade existe entre as tentativas de caracterização do conhecimento profissional do professor, é que este está sempre associado a uma “tensão” existente entre o conhecimento teórico, transmitido através dos livros, de carácter geral e proposicional, independente de contexto; e o conhecimento derivado da prática, mais contextualizado e proveniente de situações concretas, formado a partir da sua experiência profissional (Llinares & Sánchez, 1990).

Freema Elbaz (1983), defende a premissa de que o conhecimento é, essencialmente, adquirido e desenvolvido através da experiência, o qual apelidou de “conhecimento prático” (*practical knowledge*). Este tipo de conhecimento experiencial é informado pelo conhecimento teórico acerca do assunto a ensinar, e pelas áreas de desenvolvimento da criança, teorias sociais e de aprendizagem, sendo integrado pelo professor incorporando opiniões e valores pessoais, que orientam a sua prática. A autora não nega a importância do conhecimento do conteúdo, o conhecimento proposicional, mas refere que este é muitas vezes sobrevalorizado quando é comparado com o conhecimento que os especialistas de diferentes áreas devem ter, em detrimento de outros tipos de conhecimento como, por exemplo, o conhecimento sobre psicologia, cuja importância tem sido demonstrada. A conceptualização de “conhecimento prático” sugere que o professor possui um conjunto de fontes que lhe permitem ter um papel ativo na transformação do seu conhecimento e na determinação dos seus modos de atuação e objetivos a alcançar (Elbaz, 1983).

Também Schön (1983) atribui uma especial importância à prática. Tal como os demais profissionais, o professor detém um corpo de conhecimento que vai muito para além de um saber de cunho meramente académico, teórico e proposicional; é um conhecimento de natureza diversificada e complexa e é desenvolvido e construído com base na experiência (Schön, 1983).

Refere-se ao conhecimento profissional como uma “competência artística” que os profissionais evidenciam em situações da prática singulares, incertas e conflituosas. Resulta em juízos, decisões e ações eficientes e inteligentes que realizam de um modo espontâneo e hábil, sem conseguirem estabelecer as regras e os procedimentos que

seguem ou explicitá-los verbalmente. É, por isso, um conhecimento tácito, ou seja, um “saber mais do que o que podemos dizer” (Schön, 1992, p.33).

Para se reportar a este conhecimento essencialmente prático, Schön utiliza a terminologia *conhecimento na ação*, que está embebido do contexto em que se desenrola, estruturado a nível social e institucional e é partilhado por toda a comunidade de profissionais que, em situações indeterminadas e imprevistas da sua profissão, mantêm um diálogo reflexivo com a prática e revelam, através dela, a sua forma particular de ver o mundo. É esta capacidade de *reflexão sobre e na ação e de reflexão sobre a reflexão na ação* que permite um diálogo entre o pensamento e a ação, de forma a reorganizar o conhecimento, reestruturando algumas das suas estratégias de atuação, teorias sobre os fenómenos e modos de configurar o problema, reinventando um plano para uma nova compreensão, suscetível de modelar a sua prática futura, aumentando a competência. Porquanto, um profissional competente é também um investigador, e não somente um perito cujo comportamento está modelado, a sua atividade é inteligente, resultando numa tentativa de ajuste e contínua deteção e correção do erro.

De acordo com Schön, o que os professores conhecem está na prática. Assim, quando se tenta descrever o conhecimento tácito que está implícito nas ações, através da observação e reflexão sobre elas, tais descrições resultam sempre em construções, mais ou menos distorcidas, que têm subjacentes o seu propósito e o sistema linguístico utilizado, pois resultam da tentativa de converter num carácter estático, explícito e simbólico algo que é naturalmente implícito e dinâmico. Estas descrições resultam em meras conjeturas que necessitam sempre de ser postas à prova, através da observação das ações originais (Schön, 1992).

Tal como Schön, também Calderhead (1987) reconhece que ensinar é uma atividade profissional reflexiva que resulta num processo complexo e intencional de resolução de problemas profissionais. Refere que os professores possuem um corpo especializado de conhecimento, adquirido através da formação e da experiência, e confiam neste para a sua prática diária. É um conhecimento orientado para o objetivo de ensinar os seus alunos e, muitas vezes, algo preocupado em responder também às solicitações dos demais agentes do processo educativo e contaminado pelas suas solicitações.

É um conhecimento que responde a situações complexas e ambíguas, analisando-as e interpretando-as, fazendo julgamentos e tomando decisões para traçar uma linha de ação

em benefício dos seus alunos. As respostas dos professores são intuitivas, imediatas e adaptadas ao contexto em que se desenrolam (Calderhead, 1987).

Na mesma linha de ideias, Berliner (1987) refere que “a experiência pode mudar uma pessoa” (p.81). Segundo este autor, o que permite a competência em qualquer área da atividade humana é a capacidade de se refletir sobre a experiência. Desta forma, os professores competentes possuem um conhecimento mais elaborado e diversificado, que foi desenvolvido ao longo de anos de experiência e prática, ressaltando que nem todos os professores aprendem da mesma forma, pelo que experiência não é condição única e suficiente para desencadear competência. Por conseguinte, este tipo de conhecimento especializado, complexo, frequentemente tácito e simplesmente derivável da experiência, que difere do dos professores em início de carreira, é de uma natureza diferente do conhecimento do conteúdo, pois engloba representações mentais acerca dos alunos e da organização e gestão da sala de aula, determinando, condicionando e alterando o próprio conhecimento do conteúdo dos professores. Resulta num conhecimento que advém de muitas horas de instrução e de interação com os alunos, ao qual o autor chamou *conhecimento pedagógico (pedagogical knowledge)* que influencia a organização e a gestão da sala de aula e é a base para interpretar o currículo.

Alinhada com as conceptualizações de Elbaz e Schön sobre a natureza prática do conhecimento do professor, Cladinin (1985) reconhece ao professor um tipo de conhecimento especial que se origina e se desenvolve tendo por base a prática e que incorpora as intenções e valores do próprio, o qual apelidou de *conhecimento prático pessoal (personal practical knowledge)*. De acordo com Guimarães (2008), o adjetivo “pessoal” refere-se ao facto de este tipo de conhecimento integrar e estar integrado na pessoa que o professor é; e o qualificativo “prático” pretende salientar o papel central da prática no desenvolvimento e na compreensão do conhecimento do professor, pois é nela que o conhecimento se revela e se amplia. Nesta linha de ideias, o conhecimento de um professor não é unicamente teórico nem prático, mas composto por ambos os tipos de conhecimentos, combinados com a experiência e características pessoais do professor e expressos por ele em situações particulares (Cladinin, 1985).

Numa perspetiva algo distanciada das anteriores, Shulman (1986) caracteriza como redutoras as conceptualizações anteriores por darem excessiva atenção à prática e ignorarem a importância do conhecimento do conteúdo na génese do conhecimento profissional do professor, aceitando a existência de uma dicotomia entre a teoria e a

prática no *conhecimento pedagógico do conteúdo* (*pedagogical content knowledge*). Para a autora, o professor possui um conhecimento teórico e prático do assunto a ensinar que informa e é informado pelo seu ensino.

Estrutura do conhecimento do professor

São muitos os autores que teorizam acerca da estrutura do conhecimento profissional do professor. Elbaz (1983) refere que é razoável admitir-se que o conhecimento do professor obedece a uma estrutura interna, pois é um conhecimento que guia a sua prática e gera alguma consistência ao seu trabalho. Por conseguinte, a autora refere que o conhecimento está organizado de uma forma hierárquica, com diferentes níveis de generalidade, destacando três termos para refletir os distintas formas de mediação entre pensamento e ação: *regras de prática*, *princípios práticos* e *imagens*.

As *regras de prática* constituem diretrizes específicas, claramente formuladas para indicar o que se deve “fazer ou não fazer” na resolução de um conflito encontrado na prática. Os *princípios práticos* são mais inclusivos e de formulação menos explícita, sendo mais expressivos acerca da dimensão pessoal do conhecimento prático do professor cuja ação é normalmente consistente com as suas crenças pessoais e objetivos. Podem mediar o pensamento e a ação em ambos os sentidos e resultam da reflexão. A *imagem* é de todos a menos explícita e a mais inclusiva das três. A substância de uma imagem consiste numa perspectiva particular de como o ensino deve ser, incorporando sentimentos, valores, crenças, necessidades, conhecimento teórico, conhecimento do contexto e experiência. As imagens são utilizadas pelo professor de forma intuitiva para os ajudar a atingir os seus propósitos (Elbaz, 1986). Estão, por isso, embebidas de juízos de valor, sendo sumários descritivos e metafóricos do posicionamento global do professor que orientam a sua conduta, expressam os seus propósitos e medeiam o pensamento e a ação (Llinares & Sánchez, 1990).

Elbaz refere ainda que estes três níveis estão interrelacionados de uma forma não unidirecional e interagem uns com os outros, mas nem sempre os três níveis estão envolvidos. As imagens e os princípios podem dar origem a várias regras que os exemplificam. Segundo Guimarães (1996), tanto as regras como os princípios práticos incorporam várias componentes do conhecimento, enquanto as imagens orientam as

tomadas de decisões e a realização de julgamentos que orientam a prática, sendo temporais, interativas e não neutras.

O conceito de imagem é assim central para a concetualização do conhecimento do professor também para Cladinin (1986) tal como para Elbaz (1983). De acordo com a investigadora, *as imagens* são estruturantes no conhecimento prático do professor o qual é indissociável da prática já que é nela que se desenvolve. As imagens organizam e integram a experiência do professor no seu conhecimento prático de forma não neutra, pois incorporam também uma dimensão moral, uma dimensão afetiva, uma dimensão de nível pessoal e profissional. Este conhecimento prático pode revelar-se tanto na dimensão profissional do professor como na dimensão pessoal privada (Cladinin, 1986).

Berliner (1987) também forneceu algum contributo para a compreensão de como se estrutura o conhecimento do professor na sua mente, tendo concluído que os professores experientes diferem dos professores em início de carreira de diversas formas. No caso dos professores mais experientes, a sua experiência dá-lhes *representações mentais* acerca do aluno típico. Possuem *esquemas* elaborados (redes de conhecimento que orientam a prática) e um repertório com significados pessoais acerca dos alunos, inteiramente desenvolvidos, através dos quais operam, estando estes devidamente “rotulados” com termos. Quando um aluno é rotulado de tímido, o termo chama episódios ou eventos que são a sua fonte rica de conhecimento pessoal. Enquanto os professores novatos possuem um tipo de conhecimento proposicional, formado por factos, princípios e conceitos, os professores experientes possuem *imagens* acerca dos conhecimentos e habilidades que os alunos podem possuir, daqueles que podem necessitar de mais apoio seu, e dos comportamentos e problemas de indisciplina que pode vir a ter, que adveio da experiência. Também a sua memória para a informação está organizada de maneira diferente e sua percepção é mais seletiva e centrada nos eventos e episódios instrucionais; por conseguinte, o que recordam parece ser mais funcional. Em suma, os professores experientes parecem possuir um processo cognitivo que engloba *esquemas ricos*, um *conhecimento episódico* sobre os alunos e uma *memória singular* para analisar o trabalho dos mesmos ou para planear outras tarefas instrutivas.

Também Wilson, Shulman e Richert (1987) apresentam uma proposta para a organização do conhecimento profissional. Segundo as autoras, o conhecimento humano é armazenado em conjuntos e organizado em *esquemas* que as pessoas utilizam para interpretar situações familiares e raciocinar acerca de situações novas. Por conseguinte,

as experiências são traduzidas em *representações internas*. A habilidade de representar um assunto é um aspecto importante do conhecimento. Para que os professores sejam bem sucedidos, não basta terem uma compreensão intuitiva ou pessoal de um conceito, princípio ou teoria particular, devem também compreender maneiras de comunicar o conhecimento e de o transformar nas finalidades do ensino. O professor tem assim um papel importante no desenvolvimento de representações poderosas e apropriadas, pois necessita de avaliar a sua própria compreensão do assunto a ensinar e deve ter um bom conhecimento das possibilidades representacionais relevantes para a compreensão deste por parte dos seus alunos. Desta forma, o professor possui um vasto *reportório representacional* como *narrativas, exemplos, associações*, pois tal como “os alunos são muitos múltiplos também as representações devem ser várias” (Wilson, Shulman & Richert, 1987, p.113). Esta multiplicidade é continuamente criada pelo professor, introduzindo alterações e representações alternativas nos seus esquemas, suscetíveis de enriquecer e aumentar a sua própria compreensão sobre assunto que ensina.

Conteúdo do conhecimento do professor

Quanto ao conteúdo do conhecimento do professor, vários são os autores que testemunham o seu caráter diversificado (Berliner, 1987; Calderhead, 1987; Elbaz, 1983; Shulman, 1986).

Elbaz (1983) propõe cinco categorias para descrever o conteúdo do *conhecimento prático do professor*: *conhecimento de si* (self), *conhecimento do contexto de ensino* (milieu of teaching), *conhecimento do assunto a ensinar* (subject matter), *conhecimento do desenvolvimento do currículo* (curriculum development) e *conhecimento instrucional* (instruction). O *conhecimento de si* diz respeito à forma como os valores pessoais e propósitos dos professores se relacionam e informam a sua prática. Inclui também a imagem que o professor tem de si, enquanto professor e profissional, a forma como vê o seu lugar da sala de aula e na escola e os tipos de autoridade e responsabilidade que assume. O *conhecimento do contexto* de ensino é expresso pelas declarações e opinião acerca do mesmo e pela forma como o professor organiza a sua experiência social na escola. Inclui a configuração da sala de aula, as relações do professor com os colegas e administradores da escola, a sua visão acerca do contexto político de educação e o lugar que pretende ocupar dentro da escola. O *conhecimento do assunto a ensinar* refere-se ao

conhecimento que é concebido na e para a prática, incluindo a forma como a experiência modifica esse conhecimento. Diz respeito às concepções que estão na base das diferentes facetas do assunto e as formas como os professores selecionam e combinam diferentes áreas da disciplina. Refere-se também à visão que os professores possuem dessa mesma disciplina e das suas finalidades. O *conhecimento do desenvolvimento do currículo* diz respeito à forma como os professores percebem o processo de desenvolvimento curricular e os processos de formação, a organização do processo instrutivo, a elaboração de materiais, os objetivos e as finalidades do currículo e as necessidades dos alunos bem como o impacto que estes aspectos têm na sua evolução do conceito de currículo. O *conhecimento instrucional* engloba o conhecimento dos alunos e do processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Berliner (1987), o conhecimento do professor difere bastante do conhecimento do conteúdo a ensinar já que inclui o conhecimento acerca dos saberes prévios e das necessidades dos seus alunos, de estratégias de sala de aula e acerca dos tipos de comportamentos e problemas de indisciplina que pode esperar influenciando e alterando o próprio conhecimento do conteúdo dos professores.

Também Calderhead (1987) destaca que o conhecimento do professor, para além do conhecimento do assunto a ensinar, abarca outros tipos de conhecimento como conhecimento sobre o currículo, sobre os métodos de ensino e sobre o comportamento das crianças e experiência associada à riqueza de trabalhar com crianças em numerosos contextos e com diferentes materiais.

Na tentativa de reunir consenso acerca daquilo que os professores necessitam saber, Wilson, Shulman e Richert (1987) levaram a cabo uma investigação, tendo-se debruçado sobre o que, como viriam a constatar, constitui apenas uma das componentes do conhecimento profissional do professor - o *conhecimento dos professores acerca do assunto a ensinar* (Subject Matter Knowledge) - e o papel que esse conhecimento desempenha no ensino.

Shulman et al. (1987) desenvolveram um modelo onde referem que os professores extraem diversos tipos de conhecimentos quando necessitam de realizar decisões sobre o conteúdo na sua prática, propondo sete componentes para o conhecimento profissional base para ensinar:

- (a) o *conhecimento do assunto a ensinar (Knowledge of the subject matter)*, inclui as estruturas substantivas (ideias, factos, e conceitos de um determinado campo e as relações entre eles) e as estruturas sintáticas da disciplina (conhecimento da forma como a disciplina cria e avalia novo conhecimento);
- (b) o *conhecimento pedagógico geral (General pedagogical knowledge)*, que inclui teorias e princípios sobre ensino e aprendizagem, conhecimento dos alunos e conhecimento dos princípios e técnicas do comportamento e gestão da aula que não estão relacionados diretamente com o assunto a ensinar;
- (c) o *conhecimento do currículo (Knowledge of curriculum)*, que reflete o seu entendimento dos programas e materiais designados para lecionar determinados tópicos e assuntos a um determinado nível;
- (d) o *conhecimento dos alunos (Knowledge of learners)*, incluindo conhecimento das suas características e das suas formas de aprender, assim como aspetos motivacionais e desenvolvimento da sua aprendizagem;
- (e) o *conhecimento de outros assuntos (Knowledge of other content)*, que engloba conhecimentos de outras disciplinas que não aquela que leciona;
- (f) o *conhecimento das metas, finalidades e valores educativos (Knowledge of educational aims)* que contribuem para as decisões pedagógicas;
- (g) o *conhecimento pedagógico do conteúdo (Pedagogical content knowledge)* que inclui a compreensão do que significa ensinar um determinado assunto, como também as os princípios e técnicas para o fazer.

Na perspetiva das autoras, o modelo das componentes do conhecimento base é desenvolvido sobre o pressuposto de que os professores requerem um corpo de conhecimento profissional que engloba conhecimentos de pedagogia em articulação com o assunto a ensinar. Assim, os professores devem dominar o assunto a ensinar e esse conhecimento é provável que influencie a sua prática e a aprendizagem dos alunos; todavia, o conhecimento do assunto a ensinar revela-se por si só insuficiente, pois os professores necessitam de encontrar formas de comunicar esse conhecimento aos alunos. Por conseguinte, qualquer tentativa de conceptualização do conhecimento do professor deve incluir dois aspetos: o conhecimento teórico e o conhecimento prático do assunto a ensinar, que informa e é informado pela sua prática. A reflexão constitui o cerne deste processo de aprendizagem a partir da experiência, em que o professor se detém para “olhar para trás”, reflete acerca do ensino e da aprendizagem que ocorreu e reconstrói

significados. Como que um processo cíclico, ele regressa ao ponto de partida com uma nova compreensão, fruto de uma transformação do seu conhecimento profissional (Shulman et al., 1987).

O professor possui assim um corpo de conhecimentos profissionais que inclui um conhecimento do assunto a ensinar e conhecimentos de pedagogia necessários para ensinar esse conteúdo, o qual Shulman apelidou de *conhecimento pedagógico do conteúdo* (*pedagogical content knowledge*) que emerge tendo por base o conhecimento do conteúdo e cresce à medida que aquele é transformado nas finalidades do ensino (Shulman, 1986).

Nas palavras de Shulman, o *conhecimento pedagógico do conteúdo*, é uma forma de conhecimento de conteúdo que compreende (Shulman, 1986, p. 9):

[...] os tópicos mais regularmente ensinados numa determinada área, as formas de representação daquelas ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explanações, e demonstrações - em uma palavra as maneiras de representar e de formular o assunto que o fazem compreensível a outro [...] incluem igualmente uma compreensão do que faz a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil: as concepções e as pré-concepções que os alunos de idades e de proveniências diferentes trazem com eles para a aprendizagem [...].

Ball, Thames e Phelps (2008), baseados no trabalho desenvolvido por Shulman, apresentaram uma conceptualização alternativa para o conhecimento do professor de Matemática, tendo-o apelidado de *conhecimento matemático para ensinar* (*mathematical knowledge for teaching*), o qual, de acordo com os autores, se subdivide em duas dimensões: o conhecimento do assunto a ensinar e o conhecimento pedagógico do conteúdo. Assim, referem que a primeira dimensão, o *conhecimento do assunto a ensinar* (*subject matter knowledge*) pode ser subdividido em conhecimento comum do conteúdo (*common content knowledge – CCK*), *conhecimento especializado do conteúdo* (*specialized content knowledge – SCK*) e *conhecimento do horizonte do conteúdo* (*horizon content knowledge*); a segunda dimensão, o *conhecimento pedagógico do conteúdo* (*pedagogical content knowledge*) subdivide-se, por sua vez, no *conhecimento do conteúdo e dos alunos* (*knowledge of the content and students*) e no *conhecimento do conteúdo e do ensino* (*knowledge of the content and teaching*). Posteriormente, os autores consideraram poder incluir-se nesta dimensão uma nova categoria, o *conhecimento sobre o conteúdo e currículo* (*knowledge of the content and curriculum*) (Figura 15).

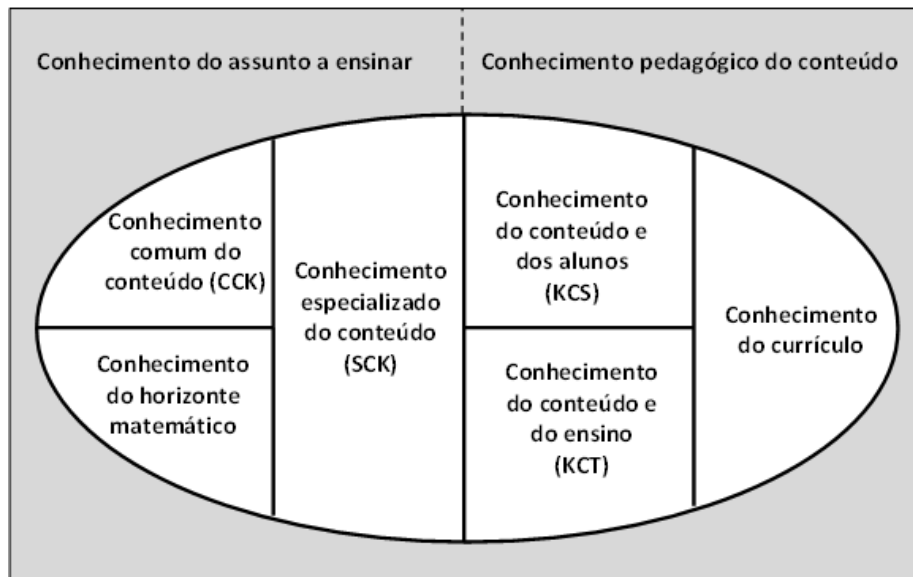


Figura 15 - Domínios do conhecimento matemático para ensinar (Ball et al., 2008)

Quanto à dimensão – *conhecimento do assunto a ensinar* (*subject matter knowledge*) - o primeiro domínio, *conhecimento comum do conteúdo* (CCK), refere-se ao conhecimento e capacidades matemáticas que o professor precisa evidenciar, as quais partilha com outros profissionais que não os de ensino, que lhe permite, por exemplo, resolver corretamente um problema de matemática. O professor precisa dominar o assunto que ensina para reconhecer quando os seus alunos dão respostas erradas, para identificar uma definição inadequada num manual, ou, até mesmo, para quando escreve no quadro deve saber utilizar com rigor os termos e a notação matemática. Em suma, necessita de estar apto a realizar o trabalho que propõe aos seus alunos. Já o *conhecimento especializado do conteúdo* (SCK) é um tipo de conhecimento partilhado apenas por professores e com o propósito específico de ensinar. Está presente quando os professores detetam padrões nos erros cometidos pelos alunos, quando aceitam uma resolução pouco usual mas que funciona, quando usam representações matemáticas de uma forma efetiva, ou, quando apresentam as características de um conteúdo de uma forma compreensível para os alunos. Os autores incluem aqui ainda um terceiro domínio, o *conhecimento do horizonte do conteúdo* (*horizon content knowledge*) que engloba a consciência da forma como os tópicos matemáticos estão relacionados no currículo, capacitando os professores para a articulação vertical e horizontal do currículo (Ball et al., 2008).

No que concerne à segunda dimensão referente ao *conhecimento pedagógico do conteúdo* (*pedagogical content knowledge*), um dos domínios que os autores referem existir é o *conhecimento do conteúdo e dos estudantes* (KCS) que requer uma interseção entre o

conhecimento específico da matemática e a compreensão e familiaridade com os alunos, com o seu pensamento matemático, os seus processos de aprendizagem, interesses e motivações. Nesta dimensão os autores incluem também o *conhecimento do conteúdo e do ensino* (KCT), combina o conhecimento sobre a matemática e o conhecimento sobre o ensino necessários: (i) à preparação da prática letiva, seleção de tarefas, à sequenciação de conteúdos; (ii) à condução da prática, na escolha de métodos e procedimentos a utilizar, na seleção de representações mais poderosas de um assunto ou exemplos mais compreensível para os alunos, nas decisões e gestão que faz na aula; (iii) na fase discussão, quando tem de decidir quando interromper para clarificar o assunto, quando deve pedir a um aluno para fazer o ponto da situação, quando deve colocar novas questões ou propor uma nova tarefa para fortalecer a aprendizagem de um conteúdo. Por fim, os autores incluem ainda uma última categoria que apelidaram de *conhecimento do conteúdo e do currículo* (*knowledge of content and curriculum*) que inclui o conhecimento do conjunto dos programas e materiais disponíveis que constituem as ferramentas de trabalho do professor, bem como, da forma como deve sequenciar conteúdos para alcançar os objetivos do currículo (Ball et al., 2008).

O conhecimento didático do professor de Matemática

Em Portugal, a assunção da inegável importância do papel do professor para um ensino de Matemática de qualidade, determinou que o professor fosse o cerne dos estudos levados a cabo pelos educadores matemáticos que se estabeleceram como comunidade científica e profissional na década de 80. Assim, nos anos 90, no nosso país bem como em muitos outros países, assiste-se a um florescimento de trabalhos sobre o professor, tendo sido o domínio de investigação em Portugal sobre o qual se produziu um maior número de trabalhos interessantes e originais, principalmente impulsionados pelos trabalhos Elbaz (1983), Schön (1983) e Shulman (1986) (Ponte, 2008, 2012).

Na sequência de vários estudos empíricos realizados em Portugal nesta altura, surge assim uma nova conceptualização para a natureza do conhecimento profissional do professor – o conhecimento didático. Assume-se que o conhecimento didático do professor de Matemática, embora recorra a conhecimentos de natureza teórica sobre Matemática e o

seu ensino, bem como a conhecimentos de natureza social e experiencial (sobre os alunos, sobre a dinâmica da sala de aula, etc.), este é essencialmente um conhecimento orientado para a prática letiva com Matemática (Canavarro 2003; Ponte & Oliveira, 2002; Ponte, 2010, 2012).

A importância da prática letiva como o cerne do conhecimento do professor é um dos aspetos mais característico da educação matemática em Portugal e deve-se muito ao trabalho conjunto realizado entre professores de Matemática e educadores matemáticos cuja proximidade permitiu perspetivar o conhecimento profissional do professor de uma forma mais genuína e fidedigna, a partir da sua prática profissional (Ponte, 2008).

O conhecimento didático é assim identificado com o *conhecimento pedagógico do conteúdo* (*pedagogical content knowledge*) de Shulman (Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas & Ferreira, 1999b). É um tipo de conhecimento que (Ponte et al., 1999b):

[...] faz a síntese entre pedagogia e conteúdo [...] este [o professor] não só conhece a disciplina e princípios pedagógicos gerais, como os conhece de um modo integrado, em função das necessidades da sua prática profissional (p.45).

O conhecimento profissional do professor, nomeadamente o conhecimento didático que é o seu traço mais distintivo, é um conhecimento abrangente, complexo e diversificado que inclui vários tipos de conhecimentos, tanto relacionados com o conteúdo como com a pedagogia, que estão fortemente mesclados (Canavarro, 2003; Ponte et al., 1999b).

As componentes do conhecimento didático estão completamente dependentes entre si e marcam sempre presença, de uma forma mais ou menos incisiva, na prática do professor quando ensina Matemática. Por conseguinte, na prática letiva do professor (Ponte & Oliveira, 2002):

Está presente a Matemática escolar, estão presentes certos objetivos e prioridades curriculares, está presente a visão do aluno e do modo como aprende, bem como um conhecimento de modos de trabalho, recursos e formas de atuação prática do professor (p. 8).

Das várias componentes do conhecimento profissional, as que mais se relacionam com a prática letiva, onde faz sentir mais a especificidade da disciplina de Matemática, são as que constituem as quatro categorias do conhecimento didático do professor de Matemática: conhecimento da matemática, conhecimento dos alunos e da aprendizagem,

conhecimento do currículo e conhecimento da prática letiva (Figura 16) (Canavarro 2003; Ponte & Oliveira, 2002; Ponte, 2010, 2012).

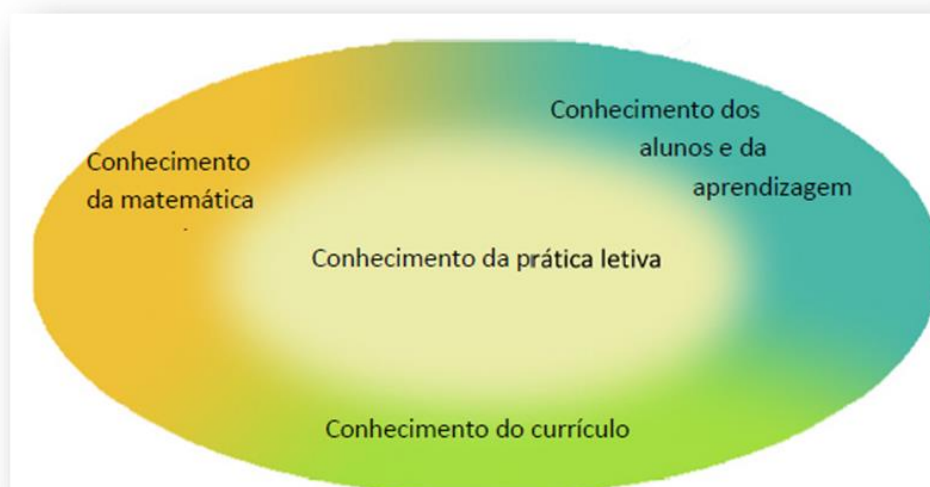


Figura 16 - Vertentes do conhecimento didático (Ponte, 2012, p. 4)

No modelo apresentado na figura 16 sobre o conhecimento didático, é possível identificar os dois aspetos-chave que o distingue de outros modelos e cuja especificidade já foi discutida anteriormente: o facto de o conhecimento da prática letiva ser o cerne do conhecimento didático do professor (também apelidado de “instrucional knowledge” por autores como Elbaz, por exemplo) e que o conhecimento didático, embora dependa das suas várias vertentes, é neste núcleo que se tomam as decisões mais importantes que regulam e orientam toda a atividade de ensinar; de se admitir que as várias vertentes do conhecimento didático do professor não existem dissociadas e que estão sempre mais ou menos presentes sempre que o professor ensina Matemática (Ponte, 2012).

Todavia, verifica-se, como já havia sido referido, que o conhecimento profissional “não existe compartimentado” e, por isso, o conhecimento didático está relacionado com outros dois “domínios essenciais” do conhecimento do professor: (i) o conhecimento de si mesmo - inclui a auto-imagem que o professor possui enquanto pessoa e profissional, as suas virtudes e limites; (ii) o conhecimento do contexto – engloba conhecimento da escola, da comunidade, da sociedade. Inclui, também, aspetos relacionados com a visão da profissão, como o estatuto, autonomia, investimento (Ponte, 1995, 2012).

Oliveira, Segurado e Ponte (1999) apresentam alguns dos indicadores pertencentes a cada uma das componentes do conhecimento didático do professor (Quadro 16). O conhecimento didático apresenta como primeira componente o *conhecimento da Matemática*. Para além do conhecimento de tópicos específicos, esta vertente do

conhecimento engloba também uma visão geral sobre a Matemática, quer como ciência quer como disciplina escolar, a perspectiva sobre a sua natureza e a sua relação com a realidade. Todos estes domínios do conhecimento matemático possuem uma base formal e objetiva, mas estão também intimamente relacionados com o conhecimento prático do professor (Ponte, 1995, 2012).

Quadro 16 - Categorias do conhecimento didático do professor (Oliveira et al., 1999, p. 197).

Matemática	Conceitos Terminologia Relações entre conceitos Processos matemáticos Forma de validação de resultados Competências básicas e processos de raciocínio
Alunos e processos de aprendizagem	Relação entre ação e reflexão Papel das interações Papel das concepções dos alunos Papel dos conhecimentos prévios Estratégias de raciocínio Perspetivas em relação às capacidades dos alunos
Currículo	Finalidades e objetivos Ligação entre conceitos Ligação com os outros assuntos Representações dos conceitos Materiais
Instrução	Ambiente de trabalho e cultura da sala de aula Tarefas – conceção, seleção, sequenciação Tarefas – apresentação, apoio da execução, reflexão Atividade Comunicação e negociação de significados Modos de trabalho na sala de aula

A perspetiva anterior é, em alguns aspetos, semelhante à exposta por Ball (1991), que propõe uma descrição do conhecimento matemático para o ensino com três componentes: (i) o conhecimento da disciplina, que inclui o conhecimento proposicional e procedimental (tópicos específicos e relações entre eles, conceitos, assim como procedimentos e algoritmos) e que tende a ser a visão generalizada do que é o conhecimento matemático para o ensino; (ii) conhecimento sobre a disciplina, que engloba o entendimento acerca da natureza do conhecimento matemático e da atividade matemática, que tem tido pouca expressão curricular; não obstante, a visão dos professores acerca da Matemática é transmitida, de uma forma inadvertida, aos seus alunos, através da forma como organizam as suas aulas, nas tarefas e materiais que selecionam e pelo tipo de discurso que mantêm com os seus alunos, e; (iii) a relação do

professor com a disciplina refere-se à atitude, à resposta emocional e ao relacionamento com a disciplina.

Uma segunda componente do conhecimento didático é o *conhecimento do aluno e dos seus processos de aprendizagem*. O sucesso do processo de ensino e aprendizagem deve incluir, por parte do professor, um conhecimento profundo dos seus alunos como pessoas, dos seus interesses, gostos, valores, referências culturais e da forma como eles aprendem (Ponte, 2012).

Verifica-se todavia que o conhecimento dos professores acerca dos seus alunos e da aprendizagem parece não ser guiado de uma forma explícita pela teoria, mas, tal como as outras componentes, resulta num saber predominantemente prático que os professores adquirem através da experiência com as turmas que vão tendo e pela reflexão acerca das estratégias que vão implementado e dos resultados que vão obtendo, as quais nem sempre são compatíveis com as teorias académicas dominantes (Canavarro, 2003; Ponte, 2012).

O *conhecimento curricular* surge como a terceira categoria do conhecimento didático. Diz respeito ao currículo e ao modo como o professor faz a gestão curricular. Engloba o conhecimento das finalidades, dos objetivos e orientações gerais do ensino da Matemática, a organização dos conteúdos, o conhecimento do currículo dos anos que leciona e dos anos anteriores e posteriores, o domínio do conhecimento dos materiais utilizáveis, das abordagens e estratégias e das formas de avaliação a utilizar. Este tipo de conhecimento é fulcral na tomada de decisões sobre a forma de orientar o processo de ensino e aprendizagem e necessidade ser constantemente revisto para acompanhar a evolução das perspetivas curriculares vigentes (Ponte, 1995; Ponte 2012).

Por fim, a quarta componente, o *conhecimento da prática letiva* o qual apresenta um papel determinante nas fases de planificação, condução e avaliação do processo de ensino e aprendizagem (Canavarro, 2003). Inclui a planificação a longo e a médio prazo bem como por aula, a conceção de tarefas, e tudo o que está relacionado com a condução efetiva das aulas de Matemática, que é o seu núcleo, nomeadamente, organização do trabalho dos alunos, criação de uma cultura de aprendizagem, a regulação da comunicação e a avaliação das aprendizagens dos alunos e do ensino do próprio professor. Inclui também a reflexão sobre a sua prática por parte do professor (Ponte & Oliveira, 2002; Ponte, 2012).

Em suma, o conhecimento didático é resultado de uma mescla de vários tipos de conhecimentos. Sempre que o professor ensina está presente a Matemática escolar, estão presentes os objetivos e prioridades curriculares, está presente a visão do aluno e do modo como este aprende e estão presentes o conhecimento de metodologias, estratégias e formas de atuação que permitem ao professor tornar os conhecimentos compreensíveis para os alunos (Ponte & Oliveira, 2002; Ponte, 2012).

Para tentar aceder ao conhecimento didático dos professores é muito importante trabalhar em estreita ligação com profissionais experientes. Assume-se que o conhecimento didático já existe associado às práticas desses professores, evolui com as condições sociais e as orientações curriculares e a partir da reflexão que o professor realiza sobre a sua prática. Pode ser desenvolvido em projetos de colaboração envolvendo investigadores e professores tanto mais quanto maior for o seu envolvimento pessoal (Ponte, 2008, 2012).

O conhecimento didático do professor de Matemática e a prática letiva

A prática letiva surge como o elemento identitário do professor. É através dela que o professor revela a sua identidade enquanto profissional e é também através da reflexão que o professor faz da sua ação que desenvolve o seu conhecimento profissional (Schön, 1986).

A centralidade do conhecimento da prática letiva na conceptualização do conhecimento profissional, em particular do conhecimento didático que se constitui como um conhecimento orientado para a atividade de ensinar, bem como a sua relevância nos objetivos da presente investigação, justificam uma atenção na discussão teórica.

O conhecimento da prática letiva inclui todo o conhecimento que é mobilizado pelo professor antes da aula, em termos de preparação bem como depois, em termos de reflexão, mas o seu núcleo essencial diz respeito ao conhecimento sobre a condução da aula de Matemática, nomeadamente na conceção e seleção das tarefas, nas formas de organização do trabalho dos alunos, na criação de uma cultura de aprendizagem da sala de aula, na regulação da comunicação e a avaliação das aprendizagens dos alunos e do ensino do próprio professor (Ponte & Oliveira, 2002).

No quadro que se segue (Quadro 17) é possível identificar alguns indicadores do conhecimento do professor evidenciados em cada uma das três fases cruciais da prática letiva: a planificação, a condução e a reflexão (Ponte, 2011). Seguidamente, analisa-se cada uma dessas fases apresentando os desafios que são colocados aos professores em cada uma delas.

Quadro 17- Conhecimento profissional relacionado com a prática letiva (Ponte, 2011, p. 301)

Planificação	<ul style="list-style-type: none"> • Objetivos do currículo • Estrutura da aula (introdução / exploração / discussão) • Tarefas • Materiais • Organização do trabalho dos alunos • Gestão de tempo • Avaliação
Condução	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação das tarefas e negociação do trabalho e normas (contrato) • Orientação da comunicação na sala de aula • Negociação de significados estatísticos • A tomada de decisões de acordo com o fluxo da aula
Reflexão	<ul style="list-style-type: none"> • Os objetivos curriculares foram cumpridos? • Os alunos aprenderam o que era pretendido? • A planificação era apropriada? • Os episódios de sala de aula foram tratadas adequadamente?

A planificação

Planificar é “um processo psicológico básico em que a pessoa visualiza o futuro, estabelece meios e fins e constrói estruturas para guiar a sua ação futura” (Clark & Yinger, 1987, p.86).

Segundo Clark e Yinger (1987), o processo de planificação consiste num plano mental de ideias e conhecimentos acerca dos alunos, da escola, do currículo, que se misturam para formar uma “imagem” que atua como um guia da ação na sala de aula.

Planificar pode servir diferentes propósitos e pode apresentar vários tipos: anual, por período, por semana, por unidade ou por aula. A mais usual entre os professores é a

planificação por unidade e, em seguida, por semana e depois por aula (Clark & Yinger, 1987).

Ao plano mental realizado por uma aula, Ponte et al. (1999b) apelidam-no de agenda. Caracteriza-se por ser um processo dinâmico, que tem um início anterior à ação e evolui à medida que a preparação da aula se torna mais específica, ou mesmo durante a própria aula, quando o professor necessita de fazer escolhas, tomar decisões e fazer alterações imprevistas. A agenda termina com o final da aula, podendo vir a servir apenas como objeto de análise.

Esta imagem mental pode ou não assumir forma escrita, variando este aspeto em função da experiência profissional do professor (Canavarro, 2003).

As razões mais frequentes que levam os professores a planificar são as seguintes: i) para satisfazer necessidades pessoais imediatas (para reduzir a incerteza e a ansiedade, para encontrar direção a seguir, confiança e segurança); ii) como um meio e um fim instrucional (para conhecer material, para recolher e organizar materiais, para organizar o tempo e o fluxo da atividade); iii) para utilizar diretamente os planos durante a instrução (para organizar os alunos, para iniciar a atividade, como auxiliar de memória, para fornecer um quadro para a instrução e avaliação) (Clark & Yinger, 1987).

O leque de prioridades a que obedece a planificação do professor não é linear. Os docentes tendem a privilegiar os interesses dos alunos e o contexto de ensino em detrimento por exemplo de aspetos relacionados com os objetivos. Os objetivos são também a componente da planificação à qual os professores dedicam menos tempo, já que tendem a dedicar mais atenção à abordagem dos conteúdos e, em seguida, ao delineamento de estratégias e tarefas a realizar (Clark & Yinger, 1987).

Também Gimeno (1989) ressalta a importância das tarefas como “elementos decisivos e estruturantes da ação do professor (p. 304)”. De acordo com o autor, as tarefas concretizam a ação e são o esqueleto que ajudam a compreender a prática letiva dos professores.

Porém, para Ponte (2001), a planificação não se esgota na escolha das tarefas. O professor, antes da aula, tem de tomar decisões igualmente importantes as quais dependem da tarefa apresentada, do currículo e dos constrangimentos do contexto, e dos objetivos valorizados:

Depois de decidir a tarefa, ainda há mais que planificar. Isto inclui tomar decisões acerca do tempo, organização e gestão da turma, e

avaliação. Quanto tempo deve a turma trabalhar sobre a tarefa? Irão trabalhar individualmente, em grupos pequenos ou em grande turma? Como é que os alunos obterão *feedback* do trabalho realizado? Estas decisões dependem. (p. 5)

Relativamente aos materiais de suporte desta planificação, Garção (2004) refere que os manuais são os principais mediadores da ação do professor.

A condução

Não obstante a importância da planificação e da reflexão, o aspeto fulcral do conhecimento sobre a prática letiva é a condução da aula, também identificada com a fase a monitorização. Esta fase tem por base a agenda definida, no entanto recorre às estruturas conceptuais do conhecimento do professor em tempo real e resulta numa tensão constante entre os objetivos previamente estabelecidos e a avaliação que realiza da atividade dos alunos (Ponte et al., 1999b).

As experiências de aprendizagem que o professor promove na sua sala de aula estão dependentes das tarefas que propõe aos seus alunos, constituindo estas o elemento mais distintivo da prática do professor e a identidade da aula (Ponte, 2011).

Ponte et al. (1999a) ressaltam a importância do complexo papel do professor na condução da aula, pois esta não se esgota com a seleção de tarefas válidas e envolventes pese embora estas tenham uma importância determinante no ensino dos professores e na aprendizagem dos alunos. Por conseguinte:

O professor tem de ser capaz de construir um ambiente de aprendizagem estimulante e criar múltiplas oportunidades de discussão e reflexão entre os alunos, mas isto não será bastante se as tarefas matemáticas propostas não constituírem um terreno propício a uma exploração matemática rica ou se não forem suficientemente desafiantes [...] Contudo, o professor será sempre um ator central neste processo e parte do seu trabalho não pode ser formalizado. Fica a cargo do seu senso matemático e educacional decidir o que é importante a cada momento, escutando muito, mostrando flexibilidade, e tentando descobrir qual será o movimento seguinte mais adequado (p. 149).

Assim, para além da importância de o professor selecionar tarefas adequadas é igualmente relevante a forma como o as propõe e as conduz durante a aula (Ponte, 2005).

Tarefas matemáticas. Uma tarefa é o objetivo de toda a atividade matemática em que o aluno se envolve. Ela pode ser proposta pelo professor, ser da iniciativa dos alunos ou até resultar da negociação entre professor e alunos (Ponte, 2005).

As tarefas não possuem todas o mesmo potencial formativo, nem apresentam o mesmo papel no processo de ensino e aprendizagem (Ponte, 2009).

De acordo com NCTM (1994) as tarefas ricas e desafiantes para um ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática efetivos apresentam as seguintes características:

-
- Apela à inteligência dos alunos,
 - Desenvolvem a compreensão e aptidão matemática,
 - Estimulam os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas,
 - Apela à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático,
 - Promovem a comunicação sobre Matemática,
 - Mostram a Matemática como uma atividade humana permanente,
 - Têm em atenção diferentes experiências e predisposições dos alunos,
 - Promovem o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer Matemática.
-

As tarefas matemáticas, quanto à sua *natureza* podem diferir relativamente ao grau de desafio e ao grau de estruturação. O grau de desafio relaciona-se com a percepção da complexidade e dificuldade da tarefa, variando entre “desafio reduzido” e “desafio elevado”; enquanto o grau de estruturação de uma tarefa pode ser “fechada” quando é claramente enunciado o que é dado e o que é pedido ou “aberta” se existe uma certa indeterminação no ponto de partida, no ponto de chegada ou em ambos (Ponte, 2005).

A figura 17 evidencia a relação existente entre os diferentes tipos de tarefas através do cruzamento das dimensões grau de desafio e grau de estruturação.

No 1.º e 2.º quadrantes, situam-se as tarefas muito estruturadas, ditas fechadas, como os exercícios e os problemas. Enquanto os primeiros originem um desafio reduzido, os problemas são suscetíveis de provocar um desafio elevado. O 3.º e 4.º quadrante dizem respeito às tarefas pouco estruturadas, ou seja, abertas, nomeadamente as explorações, as investigações e os projetos. Embora as explorações conduzam a um desafio reduzido, as investigações e os projetos, pelo contrário, são suscetíveis de envolver os alunos em graus bastante elevados de desafio intelectual (Ponte, 2005).

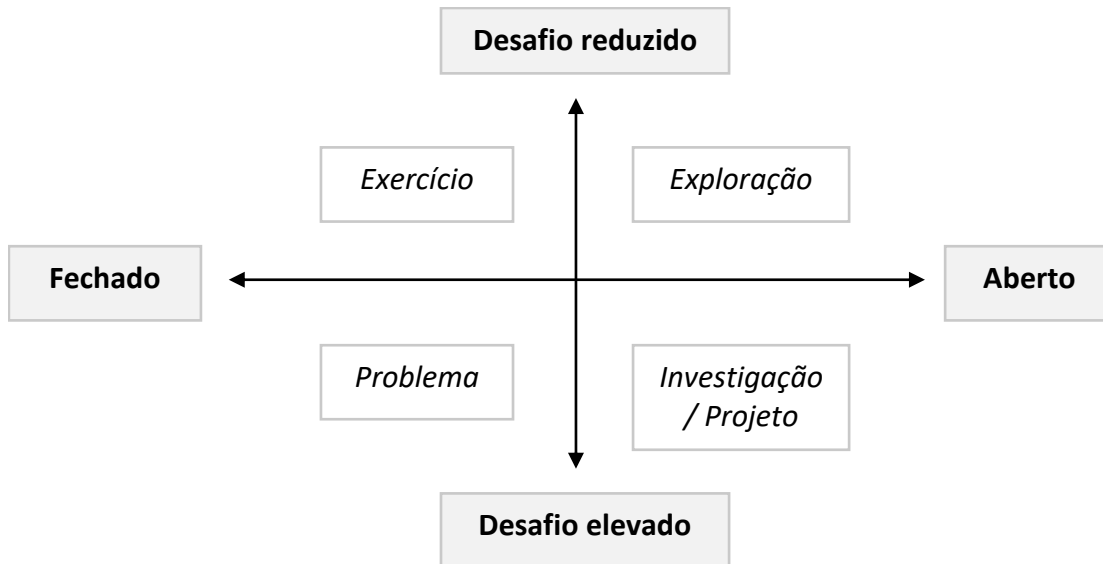


Figura 17 - Relação entre os diversos tipos de tarefas, relativamente ao seu grau de desafio e estruturação (Ponte, 2005, p. 17).

A barreira que separa e demarca a essência de uma determinada tarefa nem sempre é muito clara, pois, por exemplo, o que é um exercício para uns alunos pode resultar num problema para outros, e vice-versa. Assim, a natureza de uma tarefa está também intimamente relacionada com os alunos a quem se destina, com os seus conhecimentos prévios, bem como com a natureza do apoio que é fornecido pelo professor (Ponte, 2005).

Assim, não basta a tarefa ser desafiante é igualmente importante o papel do professor para não reduzir o seu potencial formativo no modo como estas são apresentadas aos alunos, como estes as exploram, o tipo de apoio que o professor fornece para ajudá-los a superar as suas dificuldades e como elas servem de veículo à institucionalização do novo conhecimento matemático (Ponte, 2009).

Quanto à duração, as tarefas podem demorar minutos, uma aula ou até semanas e meses, variando entre tarefas curtas e longas como se pode observar na figura 18.

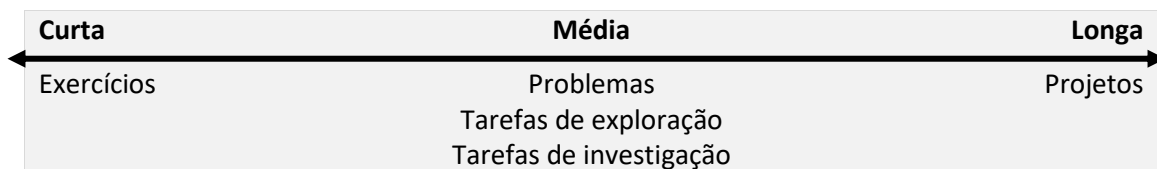


Figura 18 - Duração de diferentes tipos de tarefas (Ponte, 2005, p. 19)

O exemplo de uma tarefa de longa duração é o projeto, o qual partilha muitos aspetos da essência das investigações. Contudo, pese embora conduza a aprendizagens diversificadas, ricas e profundas, comporta um risco acrescido em virtude de se prolongar

no tempo e este aspeto poder, de algum modo, levar os alunos a perderem o interesse e a desmotivarem-se.

O contexto é outra dimensão importante a ter em conta quando se selecionam tarefas. Ponte (2005) refere que as tarefas podem apresentar um contexto real que possibilita aos alunos reconhecerem a importância da Matemática ao serviço da realidade, como as tarefas de modelação e de aplicação. Por outro lado, sugere que “os alunos podem também sentir-se desafiados por tarefas formuladas em contextos matemáticos (investigações, problemas, explorações) e a sua realização permite-lhes perceber como se desenvolve a atividade matemática dos matemáticos profissionais” (p. 26). E expõe, igualmente, o papel preponderante das “tarefas de longa duração (projetos) [...] no desenvolvimento de diversos objetivos curriculares” (p. 26).

Num ponto intermédio situam-se as tarefas formuladas em contexto de semirrealidade, as quais, embora constituam situações reais, têm pouco interesse ou significado para os alunos já que apresentam uma realidade truncada, focando-se apenas em algumas propriedades que interessam e significam mais a quem as enuncia (Ponte 2005).

A figura 19 pretende ilustrar os três contextos em que as tarefas como os exercícios, os problemas e as investigações podem ser formulados: Realidade, Semirrealidade e Matemática pura.



Figura 19 - Os contextos das tarefas matemáticas (Ponte, 2005, p. 20)

Uma tarefa não deve ser considerada de modo isolada, ela só faz sentido integrada num todo coerente, pois pese embora cada uma das tarefas possa dar um contributo importante à aprendizagem, é um conjunto de tarefas de natureza diversificado e interrelacionadas entre si que permitem que os objetivos curriculares de uma determinada unidade de ensino e aprendizagem se cumpram (Ponte, 2009).

Por fim, não menos importante é a sequenciação coerente das tarefas pelo papel e importância desempenhados por cada uma cuja ordem é também relevante e permite um percurso de trabalho favorável a uma aprendizagem efetiva (Canavarro & Santos, 2012). A sequência de tarefas de forma articulada (cadeias de tarefas) permite a construção de percursos de aprendizagem que proporcionem aos alunos uma aprendizagem profunda através da construção de conceitos e a compreensão de procedimentos recorrendo a

diferentes tipos de representações e ao estabelecimento de conexões dentro da matemática e desta com outras áreas do saber (Ponte 2005, 2009, 2014).

Todavia, não obstante as orientações curriculares no sentido de se diversificar o mais possível a natureza das tarefas propostas aos alunos e integrá-las de forma coerente, os exercícios são o tipo de tarefa que têm merecido o maior destaque na prática dos professores. A existência de tarefas mais abertas e/ou cognitivamente mais desafiantes parece passar despercebida a muitos docentes (Ponte, 2005, 2011).

Comunicação na sala de aula. Também o tipo de comunicação que o professor promove na sala de aula constitui um elemento essencial da prática letiva do professor. Ensinar e aprender são processos amplamente comunicativos pois a comunicação, para além de ser meio através do qual se ensina e aprende, é também uma finalidade desse mesmo ensino (Menezes, 2000; Ponte & Serrazina, 2004)).

Assim, é ressaltada a importância de os alunos aprenderem a comunicar matematicamente ao se considerar um dos objetivos curriculares primordiais para os alunos se tornarem matematicamente alfabetizados de forma a fazerem face às questões em aberto numa sociedade tecnológica. Para que tal objetivo se veja cumprido é necessário (NCTM, 1991):

[...] a aprendizagem dos sinais, símbolos e termos da matemática (...) através de situações problemáticas em que os alunos tenham oportunidade de ler, escrever e discutir ideias onde o uso da linguagem matemática se torne natural. Os alunos, ao comunicar as suas ideias, aprendem a clarificar, refinar e consolidar o seu pensamento matemático (p. 7).

O NCTM (2008) considera que “a comunicação é uma parte essencial da matemática e da educação matemática (...) é uma forma de partilhar ideias e clarificar a compreensão matemática. Através da comunicação as ideias tornam-se objetos de reflexão, aperfeiçoamento, discussão e correção” (p. 66). Preconizam quatro normas das quais todos os programas de ensino do pré-escolar ao secundário devem habilitar os seus alunos:

-
- Organizar e consolidar o seu pensamento matemático através da comunicação;
 - Comunicar o seu pensamento matemático de forma coerente e clara aos colegas, professores e outros;
 - Analisar, avaliar e alargar o seu conhecimento matemático, considerando o pensamento e as estratégias dos outros;
 - Usar a linguagem matemática como um meio de expressão matemática preciso (p.66).
-

No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), o desenvolvimento da capacidade de comunicação por parte do aluno, é assumido como um objetivo curricular importante cuja operacionalização está dependente da criação de oportunidades de comunicação adequadas, assumidas como uma vertente essencial no trabalho que se realiza na sala de aula. No referido documento, no ponto 4 dos “Objetivos gerais de aprendizagem”, pode ler-se o seguinte:

Os alunos devem ser capazes de, oralmente e por escrito, descrever a sua compreensão matemática e os procedimentos matemáticos que utilizam. Devem, igualmente, explicar o seu raciocínio, bem como interpretar e analisar a informação que lhes é transmitida por diversos meios. Estas capacidades desenvolvem-se comunicando por uma variedade de formas e aperfeiçoando os seus processos de comunicação (p.4).

Parecem assim emergir duas perspetivas sobre comunicação em geral, e comunicação matemática em particular. Cada uma destas perspetivas, parecem estar relacionadas com a visão que os professores têm sobre a Matemática e sobre o processo ensino e aprendizagem desta disciplina:

(i) *a comunicação como organização e transmissão de informações:* Neste quadro, se se perspetiva a Matemática como um conjunto de verdades objetivas, como algo independente e exterior ao sujeito, é natural que se entenda comunicação como uma transmissão de mensagens entre duas pessoas através de um processo linear. A aprendizagem é então encarada como a aquisição de uma organização complexa de símbolos, signos e representações matemáticas (Ponte et al., 2007).

(ii) *a comunicação como um processo de interação social.* Em oposição, se a Matemática é entendida como uma atividade humana e uma construção cultural partilhada pelos intervenientes, a comunicação é perspetivada como um processo de interação social de contextos múltiplos, onde ocorrem processos de negociação de significados, a partir dos quais emerge o conhecimento. A aprendizagem da Matemática converte-se, assim, num processo de interação e reflexão que se desenvolve em concordância com a natureza desta ciência, a partir da interação entre as pessoas da aula: professores e alunos (Boavida, Paiva, Cebola & Vale, 2008; Ponte & Serrazina, 2000; Ponte et al., 2007). A comunicação na sala de aula baseada na interação e na negociação de significados proporciona aos alunos aprendizagens significativas e, ao professor, indicadores sobre o processo de ensino e aprendizagem. Na medida que existe partilha de ideias matemáticas, esta permite

a apropriação de novas ideias e fortalecimentos de outras por parte dos alunos. Por conseguinte, “a comunicação permite aprender, mas também contribui para uma melhor compreensão do próprio pensamento” (Boavida et al., 2008, p. 61).

A importância da negociação de significados para uma aprendizagem significativa é também discutida por Bishop e Goffree (1986). Os autores referem que para que uma nova aprendizagem seja efetiva é necessário que aluno seja capaz de a ligar aos seus conhecimentos pré-existentes. Assim, o significado matemático é obtido através da realização de conexões entre a ideia em discussão e os conhecimentos matemáticos e pessoais do indivíduo. Cada professor possuirá um conjunto de significados e correções e os alunos os deles, os quais são únicos para cada indivíduo. Quando existe uma discussão em que os participantes são levados a partilhar as suas ideias surge a necessidade de clarificar os conceitos e ir mais além nas explicações ao encontro do referente do outro, com a necessidade de fazer uso de exemplos e contra-exemplos, metáforas e analogias as quais serão trocadas e comparadas pondo em evidência similaridades e diferenças. Através desta partilha, cada um aprende mais sobre os referentes dos outros, com analogias, metáforas, exemplos e conexões sobre o conhecimento existente, resultando numa aprendizagem mais profunda e significativa.

Para que os dois aspetos essenciais da comunicação na aula de Matemática claramente identificados na literatura (Ponte & Serrazina, 2000) - interação e negociação de significados continuada entre os intervenientes na sala de aula - se vejam cumpridos, muito contribui o papel fundamental do professor como facilitador ou inibidor de processos comunicativos na sala de aula, O seu carácter primordial revela-se, desde logo, através das tarefas que seleciona. A *seleção de tarefas* abertas (como investigações e explorações) e estimulantes devem proporcionar tópicos de discussão poderosos e interessantes, promover um discurso centrado nas ideias matemáticas e não em cálculos e procedimentos. Assim, as interações que ocorrem no desenrolar da atividade matemática, despoletada por tarefas desta natureza, criam inúmeras oportunidades de aprendizagem, permitem a partilha de ideias e estratégias e, conseqüentemente, a negociação de novos significados (Boavida et al., 2008; Martinho & Ponte, 2005). Outro aspeto primordial para o desenvolvimento da comunicação matemática é a *criação de uma cultura de sala de aula* que considere espaço/tempo para interações que permitam que os alunos se sintam confortáveis para argumentar e discutir as ideias uns dos outros.

Por último, e não menos importante, o *discurso* que o professor utiliza, o qual tem inerente os modos e tipos de comunicação que valoriza e desenvolve.

Os modos de comunicação na sala de aula têm subjacentes as concepções dos professores. Assim, as finalidades do ensino e da aprendizagem da Matemática que o professor valoriza irão repercutir-se na forma como organiza o ambiente de sala de aula, aspeto que se reflete nas tarefas propostas, nos papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos e no tipo de discurso e comunicação que mobiliza e proporciona (Menezes, 2003).

Brendefur e Frykholm (2000) propõem quatro modos de comunicação matemática em que, cada nível sucessivo, assume necessariamente as características de seu antecessor: (i) *comunicação unidirecional*; (ii) *comunicação contributiva*; (iii) *comunicação reflexiva*; e (iv) *comunicação instrutiva*.

A primeira é associada ao ensino tradicional, apresentando a matemática como um corpo de estático de conhecimentos e assumindo o professor o protagonismo do discurso da aula, apresentando os conceitos e explicando os modos de resolução dos exercícios. O papel dos alunos é ouvir o que o professor diz, para depois reproduzir. As suas participações são frequentemente limitadas às respostas dadas às perguntas fechadas dos professores (Brendefur & Frykholm, 2000; Boavida et al., 2008). De acordo com Brendefur e Frykholm (2000), o modo de comunicação unidirecional é um “lugar comum” nas salas de aula em que a prática letiva dominada pelo discurso do professor não encoraja o desenvolvimento de aprendizagens significativas.

A *comunicação contributiva*, assenta numa conversa limitada entre professores e alunos ou entre alunos, tipicamente de natureza corretiva, baseada no “É assim que se faz...” (Brendefur & Frykholm, 2000, p. 127). Pese embora pressuponha a intervenção dos alunos no discurso, os quais participam com respostas, sugestões ou explicações, este aspeto não constitui uma alteração muito significativa na qualidade das interações em relação ao modelo anterior, já que as intervenções dos alunos são de baixo nível cognitivo, com pouca ou nenhuma reflexão profunda (Boavida et al., 2008; Brendefur & Frykholm, 2000).

A *comunicação reflexiva* constitui um processo mais complexo do que o anterior. Embora inclua comunicação de natureza contributiva, na medida em que os alunos compartilhem suas ideias, estratégias e soluções com os colegas e professores, o cerne da diferença reside no facto do trabalho realizado nas aulas se tornar objeto de discussão e o discurso,

rico em ideias matemáticas e de relações entre elas, se tornar objeto de reflexão quando os alunos tentam validar e refutar as conjeturas decorrentes dos seus pares (Boavida et al., 2008; Brendefur & Frykholm, 2000).

A *comunicação instrutiva*, a quarta perspectiva central sobre modos de comunicação, envolve mais do que as interações entre alunos e professores. A este nível, a comunicação pode originar mudanças no conhecimento matemático dos alunos e as suas ideias matemáticas dão *feedback* ao professor acerca de como deve organizar e conduzir a sua prática a fim de construir e aprofundar os seus conhecimentos. Na medida em que os alunos podem expor as suas ideias, o professor pode não só compreender os pontos fortes dos processos de pensamento dos alunos, bem como as suas limitações, dando-lhe indicações para a sua prática letiva, constituindo-se, por isso, num processo de comunicação muito poderoso (Boavida et al., 2008; Brendefur & Frykholm, 2000).

Claro está que numa aula o professor não assume apenas um modo de comunicação, sendo esta pode conter momentos que se enquadram em diversas categorias, ou seja, um momento de comunicação reflexiva pode suceder a uma fase da aula em que a comunicação foi essencialmente contributiva. No entanto, a análise da comunicação de uma aula de Matemática passa pela identificação da forma predominante. Através da observação de um conjunto de aulas de um professor pode identificar-se um estilo comunicativo que melhor descreve a sua forma de ensinar Matemática (Guerreiro, 2012; Menezes, 2004).

Ao passo que os modos de comunicação unidirecional e contributiva têm subjacentes a visão do conhecimento matemático como um corpo constituído por definições e procedimentos, como algo que os professores deverão transmitir, com maior ou menor intervenção dos alunos; os modos de comunicação reflexiva e instrutiva encaram o conhecimento matemático como algo em construção, através da discussão e da comunicação reflexiva que tenta implantar nas suas aulas (Guerreiro, 2012; Menezes, 2004).

Vários são também os tipos de comunicação que podem estabelecer-se na sala de aula, são eles: a *exposição*, o *questionamento* e a *discussão* (Fonseca, 2009; Ponte & Serrazina, 2000).

A *exposição* é um tipo de comunicação muito centrada no professor é utilizada quando se pretende expor uma ideia, um trabalho, uma história (Ponte & Serrazina, 2000).

O *questionamento*, também muito dependente na figura do professor, (Ponte & Serrazina, 2000) em que este formula questões de três tipos: focalização, confirmação e de inquirição (Mason, 2000). Com o primeiro tipo, *focalização*, o professor pretende chamar a atenção do aluno para uma determinada característica, propriedade ou objeto que considera importante que o aluno atente também. Assim, como em educação existe a ideia pré-concebida de que é mais importante perguntar do que dizer, o professor fá-lo sob a forma de uma pergunta focada no que está a pensar. Todavia, quando não obtém uma resposta rápida ou a esperada, este tende a afunilar o seu discurso fazendo uma série de perguntas de nível cognitivo decrescente que dificilmente conduzem à aprendizagem, devendo ser evitado. Como alternativa, caso o professor detete este tipo de interação na sua prática, pode simplesmente apontar ou dizer ao aluno o que pretende que ele atente, refazer a pergunta e o modo de interação ou então mudar de assunto e perguntar mais tarde, refletindo sempre se a pergunta é clara para os alunos e se está, de facto, a perguntar o que pretende (Mason, 2000).

Com questões do segundo tipo, de *confirmação* (ou perguntas teste), os professores pretendem avaliar os conhecimentos dos alunos sobre os conteúdos trabalhados, estabelecer conexões entre ideias e regular o comportamento dos alunos em sala de aula (Guerreiro, 2012; Mason, 2000).

As questões de *inquirição* (ou *perguntas genuínas*), por último, acontecem quando o professor está genuinamente interessado na forma como o aluno está a pensar e/ou no estado do seu conhecimento, pretendendo obter esclarecimentos e aprofundar a compreensão sobre os mesmos. Ao contrário das anteriores, as questões de inquirição têm uma natureza aberta uma vez que o professor não sabe de antemão a resposta que vai obter (Mason, 2000).

Ainda a respeito do questionamento como tipo de comunicação, Menezes (1996b) refere que não é a quantidade de questões efetuadas durante a aula que promovem a aprendizagem, mas sim a qualidade das mesmas. Assim, perguntas que permitem um variado leque de respostas são suscetíveis de provocar maior discussão sendo este o tipo de questões privilegiadas pelos professores que propõe tarefas de natureza aberta. Pelo contrário, professores que propõe habitualmente tarefas rotineiras é de esperar que as suas questões apelem mais à memorização do que ao raciocínio (Fonseca, 2009).

A *discussão* como tipo de comunicação consiste na partilha de ideias entre vários intervenientes. Resulta num momento ótimo para o professor clarificar as ideias dos

alunos com a contribuição dos restantes colegas, para estes desenvolverem a compreensão do seu próprio pensamento, para se realizarem conexões e para se introduzir alguma formalidade na linguagem (Fonseca, 2009). Neste quadro, o professor deve incentivar os alunos a escreverem e a falarem sobre as suas ideias, pois na medida que estas se tornam objeto de reflexão, a compreensão das mesmas é melhorada e o pensamento organizado e clarificado. A comunicação dessas mesmas ideias e estratégias aumenta a sua apropriação, pois os alunos têm de convencer a pequena comunidade de matemáticos, que é a sua turma, da validade das mesmas, apresentando justificações e argumentos plausíveis. A interação com os outros é, pois, um meio primordial para analisarmos e aperfeiçoarmos as nossas ideias matemáticas e esta é a essência na matemática como construção social (Ponte & Serrazina, 2000).

Em suma, a comunicação matemática constitui um instrumento de regulação direta do processo de ensino e aprendizagem na medida que o professor pode diagnosticar o progresso dos alunos e as suas dificuldades; permite o desenvolvimento da capacidade de comunicação (oral e escrita) já que este aspeto constitui um objetivo curricular importante na disciplina de Matemática; e, por fim, a comunicação tem um papel essencial do desenvolvimento de significados matemáticos e na compreensão de conceitos matemáticos, através da publicitação oral e escrita, que emerge das conexões entre as ideias matemáticas que são partilhadas em discussão e outras pessoais que os alunos possuem (Ponte et al., 2007).

Nas salas de aula do nosso país, a comunicação como um processo de interação e de negociação de significados tem tido pouco reflexo nas práticas dos professores, em particular nas salas de aula de Matemática (Ponte, 2011).

Verifica-se que o processo de comunicação na sala de aula de Matemática pode colocar sérios desafios, quer para os professores quer para os alunos, o que se deve fundamentalmente a uma experiência matemática anterior baseada na transmissão passiva de conceitos e no treino repetitivo de procedimentos em detrimento da interação e a negociação de significados (Brendefur & Frykholm, 2000; Menezes, 2004). A este respeito, Bishop e Goffree (1986) referem que uma comunicação baseada no controlo e protagonismo do professor é inibidora de negociação de significados matemáticos sendo o conhecimento matemático imposto aos alunos. Este tipo de comunicação restrito entre professor-aluno têm consequências negativas na aprendizagem dos alunos gerando insuficiências e incorreções no conhecimento matemático.

Estilos de ensino. A análise de diferentes elementos da prática do professor, como o tipo de tarefas que o professor seleciona frequentemente na sala de aula e/ou tipo de comunicação que elege, sugerem a existência de padrões na conduta dos professores dos diferentes níveis de ensino em momentos distintos e permitem identificar dois estilos na sua prática:

(i) *Ensino direto:* a) as tarefas são reduzidas a exercícios-tipo e as situações de aprendizagem são artificiais; b) para cada tarefa há uma estratégia e uma resposta corretas; c) os alunos recebem “explicações” e o professor fornece “exemplos” e os alunos aprendem “como fazer coisas”, (d) o professor coloca questões e fornece *feedback* imediato e os alunos colocam questões de esclarecimento (e) o professor e manual são a autoridade (Ponte, 2011);

(ii) *Aprendizagem exploratória:* a) os alunos contactam com uma variedade de tarefas como explorações, investigações, problemas, projetos e exercícios; (b) as situações apresentadas aos alunos são reais e existe uma variedade de estratégias para resolver as tarefas; (c) os alunos resolvem as tarefas para descobrir as estratégias de resolução e o professor pede aos alunos para explicarem e justificarem o seu raciocínio, portanto (d) os alunos são também uma autoridade em sala de aula; (e) os alunos são encorajados a discutir as suas ideias com os colegas (trabalhando em grupos ou a pares); existe frequentemente discussão de ideias por toda a turma e os significados matemáticos são negociados na sala de aula (Ponte, 2011).

Ao passo que no ensino direto os alunos contactam com um conhecimento matemático já pronto, o qual é exposto inicialmente pelo professor e em seguida consolidado pelos alunos através do treino repetitivo de exercícios, com contextos muitas vezes pouco realísticos, selecionados criteriosamente pelo professor para ilustrar conceitos e procedimentos em busca da estratégia e da resposta certa; na aprendizagem exploratória, por oposição, os alunos trabalham a partir de tarefas valiosas, de natureza diversa, que admitem, frequentemente, várias estratégias de resolução apresentadas pelo professor e cujo contexto pode ir desde o real ao puramente matemático (Ponte, 2009).

No que se refere ao papel dos alunos, enquanto no ensino direto se limitam a ouvir os ensinamentos do professor, o qual explica através de vários exemplos os conceitos e os procedimentos, tendo por base o manual adotado, para os alunos repetirem em seguida; no ensino exploratório, em contrapartida, os alunos têm de descobrir estratégias para

resolver as tarefas propostas pelo professor, o qual solicita aos alunos para explicarem e justificarem os seus raciocínios, partilhando com eles a autoridade na sala de aula (Ponte, 2009).

Relativamente aos estilos comunicativos, no ensino expositivo ou direto, a comunicação tem por base a sequência I-R-F, ou seja, iniciação-resposta-*feedback* em que o professor coloca uma questão, recebe a resposta do aluno e exerce validação imediata da mesma (Ponte & Serrazina, 2000). Aos alunos são permitidos pequenos contributos, normalmente de baixo nível cognitivo, para colocarem as suas dúvidas e/ou responderem às questões de confirmação colocadas pelo professor. Na aprendizagem exploratória, os alunos trabalham autonomamente em grupo na exploração das tarefas e discutem com os seus colegas as estratégias de resolução, as quais serão posteriormente apresentadas à turma e submetidas ao seu escrutínio na fase de discussão, altura em que se argumentam ideias e justificam raciocínios e os significados matemáticos são negociados (Ponte, 2009).

A aula típica com ensino e aprendizagem exploratória apresenta geralmente três ou quatro fases: a fase de lançamento da tarefa; a fase de exploração da tarefa; a fase de discussão; e a fase de sistematização (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008). Na primeira fase, geralmente de curta duração, o professor introduz a tarefa à turma e cuida que os alunos a interpretem corretamente e se sintam desafiados para o trabalho que lhe segue. Na fase seguinte, os alunos trabalham autonomamente, em pares ou em grupo, na exploração da tarefa. Segundo Martins e Ponte (2010), o trabalho em grupo é uma organização natural na realização de investigações estatísticas pois, uma vez que estas tarefas se prolongam no tempo e incluem várias etapas com objetivos diferentes, este aspeto permite a divisão de responsabilidades entre os alunos. Para além disso, o trabalho em grupo resulta mais criativo, estimulante e completo. A eficácia deste tipo de trabalho está dependente do grau de envolvimento dos alunos, bem como da definição do professor de objetivos claros, estabelecimento de prazos, e monitorização constante do trabalho.

O professor vai apoiando o trabalho dos alunos, zelando para que as suas intervenções não diminuam o nível cognitivo das tarefas e, em simultâneo, seleciona também os grupos cujas estratégias quer ver apresentadas e discutidas na fase de discussão, sequenciando a ordem das mesmas (Canavarro, 2011, 2014; Stein et al., 2008).

Na fase que se segue, os alunos apresentam as suas resoluções e tentam convencer a turma da validade das mesmas, justificando as suas ideias. Esta fase da aula, em que os alunos

questionam e são questionados relativamente ao trabalho realizado permite, por um lado, desenvolver a sua capacidade de comunicação; por outro lado, as ideias emergentes são sistematizadas de forma a se estabelecerem conexões para se aprofundarem conhecimentos já existentes e realizarem novas aprendizagens a partir da negociação de significados matemáticos. O papel do professor é o de gerir as interações dos alunos e garantir a qualidade matemática das mesmas, comparando a eficácia das várias estratégias apresentadas. (Canavarro, 2011, 2014; Martins & Ponte, 2010; Stein et al., 2008).

Existem muitas razões que tornam difícil o professor praticar um ensino exploratório na sala de aula e fazem com que o ensino direto seja o tipo de ensino ainda muito frequente. O ensino exploratório, baseado em tarefas matematicamente desafiantes e centradas nos alunos, coloca desafios aos professores que vão para além da seleção de tarefas e da criação de condições para que os alunos as explorem, a pares ou em grupo, e apresentem e discutam as suas estratégias e ideias com a turma (Canavarro, 2003; Ponte, 2011; Stein et al., 2008).

Dado que, este tipo de tarefas, admitem várias estratégias de resolução é, por vezes, difícil ao professor antecipar os caminhos únicos e inesperados através dos quais os alunos abordam a tarefa, muitas vezes pouco familiarizados também com este tipo de trabalho. Assim, os professores sentem-se inseguros com aulas desta natureza já que é difícil prever todas as ideias e questões que os alunos podem colocar e, além disso, é mais complexo de gerir o trabalho dos alunos nestas condições, já que a interação é maior. O papel do professor é o de interpretar a forma como os alunos atribuem significado às tarefas e orquestrar as discussões promovendo o estabelecimento de conexões entre as ideias dos alunos e os conhecimentos matemáticos, tornando a aprendizagem significativa e a sua visão sobre esta ciência mais genuína (Canavarro, 2003; Ponte, 2011; Stein et al., 2008).

De acordo com Stein et al. (2008), as discussões matemáticas são uma parte fundamental do ensino de matemática de qualidade, como tal, o papel do professor na sala de aula deve mudar de “distribuidor de conhecimento” e “árbitro da correção matemática” para um gestor de ambientes de aprendizagem em que os alunos se envolvem ativamente na construção do seu conhecimento através da exploração em grupo de tarefas mais complexas e realistas e, em seguida, compartilham as suas estratégias e soluções em discussões de toda a turma que são orquestradas por si. A ação do professor consiste em ajudar a aprofundar os significados matemáticos pessoais e coletivos e apoiar o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos, tornando público o seu

pensamento e guiando o seu discurso em direções matematicamente corretas, encorajando-os a construir e avaliar suas próprias ideias matemáticas e as dos outros.

Os autores indicam cinco práticas para ajudar os professores menos experientes a se sentirem melhor preparados para orquestrar discussões de forma a diminuir a sua imprevisibilidade e poderem planejar com antecedência e antecipar as contribuições dos alunos, preparar as possíveis respostas que podem aparecer e tomar decisões sobre como estruturar as apresentações para cumprir os objetivos delineados. Especificamente, as cinco práticas são: (1) antecipar as respostas prováveis dos alunos a tarefas matemáticas cognitivamente exigentes, (2) monitorar as respostas dos alunos às tarefas durante a fase de exploração, (3) selecionar alunos específicos para apresentar as suas estratégias matemáticas durante a fase de discussão e síntese, (4) sequenciar as respostas dos alunos que serão exibidas e (5) ajudar a turma a fazer conexões matemáticas entre as respostas dos diferentes alunos e entre as respostas dos alunos e as ideias-chave (Stein et al., 2008).

Todavia, o trabalho desenvolvido em sala de aula não depende apenas do professor. Este é condicionado pelos alunos e por outros fatores externos, como por exemplo os currículos já que enfatizam as ideias matemáticas de formas diferentes. No que se refere à Estatística, alguns valorizam os sumários estatísticos (média, moda, mediana, desvio padrão, quartis,...), outros priorizam as representações estatísticas (gráficos, tabelas, diagramas,...) e outros preocupam-se em desenvolver ideias estatísticas importantes (como centro, variabilidade, distribuição,...). Outra vertente que diferencia os currículos é a ênfase que atribuem às investigações estatísticas (Ponte, 2011).

Tal como refere Ponte (2009), “a mudança do ensino direto para um ensino e aprendizagem exploratório representa um grande desafio para o professor” (p.106). Esta requer alterações profundas nos elementos mais estruturantes da prática do professor: as tarefas passam a ter um cunho desafiante, os alunos têm um papel ativo e central na construção do seu conhecimento e o professor deixar de ser a única autoridade na sala de aula para passar a regular as interações sociais entre todos os intervenientes. Para o autor, são necessárias várias condições para a concretização desta mudança, como por exemplo, a construção de materiais de apoio para o professor que permitam ajudar a concretizar as intenções curriculares e a formação contínua de professores com concretização na prática letiva.

A investigação desenvolvida mostra que este desafio está ao alcance de todos os professores, desde que assumam este tipo de ensino como uma meta pessoal e obtenham

apoio das várias fontes e entidades com as quais se relacionam, desde a escola às autoridades educacionais, não ignorando o contributo da investigação educacional (Ponte et al., 1999a).

A reflexão

Concluída a etapa de condução da aula, é altura de refletir acerca da mesma, é a fase da avaliação final. Esta fase inicia-se com a condução da aula e refere-se a um balanço relativo à consonância entre a agenda e a leitura realizada acerca dos resultados obtidos nos seguintes aspetos: (a) o grau de previsibilidade das reações dos alunos em relação ao planeado; (b) a adequação dos objetivos e a conduta do professor. A avaliação pode ter um carácter implícito, como geralmente ocorre com todos os professores quando tudo decorre como o previsto, ou, pelo contrário, pode apresentar um carácter explícito quando o professor sente necessidade de realizar uma reflexão deliberada sobre a sua ação (Ponte et al., 1999b).

A reflexão sobre a ação e sobre a experiência é uma capacidade muito importante que permite a competência em qualquer área da atividade humana (Berliner, 1987).

A *reflexão* pode dar um contributo fundamental à mudança do professor e constitui um processo-chave do desenvolvimento profissional do professor. É através da reflexão sobre a prática que o professor legitima a teoria (Saraiva et al., 2003).

Através da prática, o professor aciona um ou mais esquemas do conhecimento que vão ser fortalecidos pela produção de novos esquemas decorrentes das decisões e ações que realiza em função da atividade concreta. Decorrida a ação, novas entidades conceptuais se formarão através da reflexão e da avaliação dos episódios da memória (Ponte et al., 1999b).

De acordo com Schön (1992), as capacidades de *reflexão na ação*, enquanto esta decorre, e de *reflexão sobre a ação*, após a ação ter tido lugar, são modalidades de conhecimento prático que se relacionam e complementam. A reflexão implica um diálogo entre o pensamento e a ação em situações problemáticas e incertas da prática do professor que lhe permite reorganizar o conhecimento, reestruturar algumas das suas estratégias de atuação, construir uma compreensão mais profunda de teorias e fenómenos, suscetível de modelar a sua prática futura e aumentar a competência.

O conhecimento do professor para ensinar Estatística

Muita investigação tem sido realizada em torno do *conhecimento matemático para ensinar* (*mathematical knowlegde for teaching*) (MKT). Uma conclusão inegável que advém destes trabalhos é a de que o professor precisa de ambos, do *conhecimento do assunto a ensinar* e do *conhecimento pedagógico do conteúdo* (*pedagogical content knowledge*) (PCK) e que estes dois conhecimentos têm consequências na aprendizagem dos alunos (Ball et al., 2008; Groth, 2007, 2013; Ponte, 2011; Shulman, 1987). Mais difícil parece ser conceptualizar o *conhecimento estatístico para ensinar* (*statistical knowlegde for teaching*) (SKT), pois este tem diferenças relativamente ao *conhecimento matemático para ensinar*.

Muitos dos modelos utilizados para o estudo do conhecimento matemático para ensinar (Ball et al., 2008; Ponte, 2012; Shulman, 1987) têm sido úteis para estudar o conhecimento profissional sobre Estatística já que esta constitui um tópico do currículo da Matemática, no entanto vários autores têm defendido a sua especificidade, desenvolvendo modelos que procurassem salvaguardar as diferenças existentes entre os raciocínios estatístico e matemático (delMas, 2004; Groth, 2007, 2013; Burgess, 2009).

A Estatística é uma disciplina autónoma da Matemática e de natureza distinta, como já foi discutido atrás (Groth, 2007; Shaughnessy, 2007). O principal aspeto distintivo é que as questões estatísticas são de natureza estocástica, enquanto as questões matemáticas são de natureza determinística. A Estatística lida com muitas atividades não matemáticas como, por exemplo, atribuir significado aos dados através da análise do contexto e escolher um *design* adequado para poder responder a questões de interesse. O raciocínio estatístico envolve, simultaneamente um conhecimento dos dados e do seu contexto. No entanto, não obstante as diferenças, estes dois quadros teóricos partilham um tronco comum, uma vez que a Estatística utiliza Matemática (Groth, 2013).

Groth (2007), tendo por base Hill et al. (2004), apresenta um modelo que parte do pressuposto da existência de dois tipos de conhecimento do conteúdo no conhecimento estatístico para ensinar: (i) o *conhecimento comum* (*common knowledge*) que inclui as competências desenvolvidas em cursos convencionais de Matemática, tais como: resolver

problemas, fazer cálculos com precisão, fazer afirmações matemáticas corretas; (ii) *conhecimento especializado* (*specialized knowledge*) que abrange os conhecimentos e competências desenvolvidas para responder a dilemas e situações matemáticas que surgem no contexto de ensino, tais como: fornecer explicações entendíveis para os alunos, ser capaz de entender métodos não convencionais dos alunos e construir e avaliar múltiplas representações para os conceitos. Assim, *conhecimento especializado* de Groth (2007) parece também incluir aspectos pedagógicos e relativos a alunos, mais concretamente, parece compreender aspectos do *conhecimento de conteúdo e dos alunos e conhecimento de conteúdo e do ensino* (Ball et al., 2008; Hill et al., 2004) motivo pelo qual o autor parece ter sentido necessidade de rever e ampliar o presente modelo posteriormente (Figura 20).

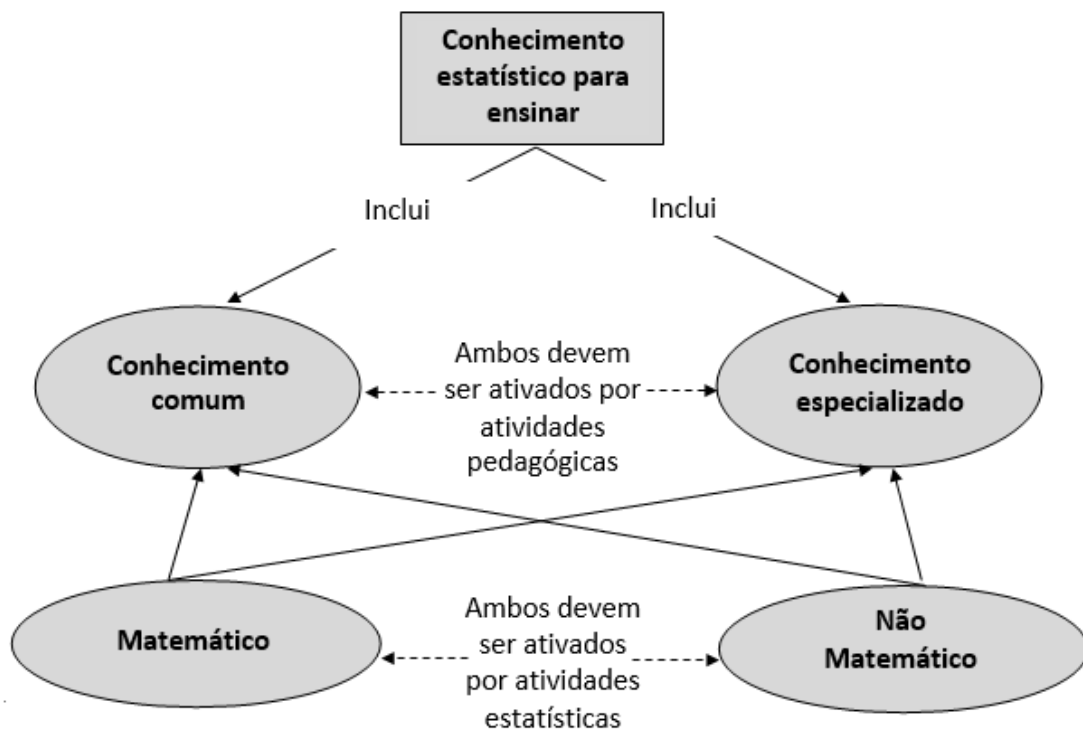


Figura 20 - Estrutura hipotética para o conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007)

Este modelo surge com o intuito de tentar caracterizar a tarefa de ensinar Estatística, diferenciando-a da de ensinar Matemática, propondo, assim, hipóteses sobre que *conhecimento comum* e que *conhecimento especializado* precisam os professores para apoiar a aprendizagem dos alunos em cada uma das quatro fases das investigações estatísticas, apresentadas no *GAISE Report* (Franklin et al., 2007): (a) formular questões; (b) recolher dados; (c) analisar dados; (d) interpretar os dados. Neste processo, o autor

faz a distinção entre *conhecimento matemático* e *não matemático* para ensinar estatística, o que nem sempre é linear pois considera que muitas destas atividades estatísticas requerem a conjugação destes dois conhecimentos e não a sua compartimentação.

No quadro seguinte (quadro 18) apresenta-se exemplos de algumas situações, que podem surgir em cada uma das fases de uma investigação estatística, constantes no *GAISE Report* (Franklin, et al., 2007) e que utilizam principalmente um conhecimento matemático ou estatístico, comum ou especializado, de acordo com Groth (2007).

Quadro 18 - Aspetos do conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007, p. 430) (adaptado)

Formular questões		
Tipos de conhecimento	Comum	Especializado
Matemático	Fazer uma leitura correta de gráficos como a caixa de bigodes (boxplots) com o intuito de formular questões a partir dos dados	Compreender como é que os alunos interpretam os diferentes tipos de gráficos estatísticos.
Não matemático	Compreender a distinção entre uma questão determinista e uma questão de natureza inferencial.	Avaliar o potencial das questões formuladas pelos alunos no processo investigativo e a sua repercussão nas fases seguintes do processo.
Recolher dados		
Tipos de conhecimento	Comum	Especializado
Matemático	Construir algoritmos de simulação precisos e medir corretamente quantidades	Compreender as dificuldades dos alunos na medição e identificar as dificuldades que os alunos podem ter em construir algoritmos de simulações
Não matemático	Construir questões de investigação e <i>designs</i> de investigação	Antecipar as dificuldades dos alunos em compreender o papel e o propósito da amostragem aleatória
Analisar dados		
Tipos de conhecimento	Comum	Especializado
Matemático	Calcular a média, moda e mediana.	Identificar as propriedades da média, da moda, da mediana, em que os alunos possam ter dificuldades de compreensão.

Não matemático	Identificar os contextos reais em que é mais útil calcular a média aritmética ou outra medida que melhor represente os dados.	Ter a noção de que os alunos que tendem a calcular a média aritmética de um conjunto de dados sem pensar na sua relevância no contexto dos dados.
Interpretar os dados		
Tipos de conhecimento	Comum	Especializado
Matemático	Interpretar corretamente o significado do conceito <i>p-value</i> .	Compreender as interpretações dos alunos do significado do conceito <i>p-value</i> .
Não matemático	Avaliar a se um nível de significância escolhido por um investigador é apropriado	Antecipar a sobregeneralização dos alunos do termo “significante”.

Mais recentemente, Groth (2013) apresentou um novo quadro teórico para caracterizar o SKT, a partir de várias teorias já existentes. Começa assim por revisitar Groth (2007) que parte da premissa que a estatística é uma disciplina autónoma da matemática, no entanto, na medida que a estatística usa matemática, as categorias do MKT (*conhecimento do assunto a ensinar* e do *conhecimento pedagógico do conteúdo* (Ball et al., 2008)) informam e servem de ponto de partida para conceptualizar o SKT e os seus elementos (Groth, 2013).

Na medida que a teoria de Groth (2007) foi refinada e ampliada tendo por base Ball et al., (2008), algumas alterações foram introduzidas, nomeadamente a adição das categorias: “*conhecimento do horizonte*”, “*conhecimento do conteúdo e ensino*”, “*conhecimento do conteúdo e dos alunos*” e “*conhecimento currículo*”. Dá-se também a recategorização de exemplos do *conhecimento especializado* em *conhecimento do conteúdo e dos alunos*. Por exemplo, o elemento “o professor compreender as dificuldades dos alunos na leitura de gráficos”, em Groth (2007) correspondia a *conhecimento especializado*, em Groth (2013) passa estar incluído no *conhecimento do conteúdo e dos alunos* (Figura 21).

Assim, relativamente às seis categorias do MKT identificadas em Ball et al. (2008), Groth redefine-as e apresenta alguns exemplos específicos de *conhecimento do assunto a ensinar* e *conhecimento pedagógico do conteúdo* sobre estatística.

O *conhecimento comum do conteúdo* diz respeito a competências desenvolvidas em cursos normais de matemática, como realizar cálculos corretamente, fazer afirmações de

matemática corretas e resolver problemas. Exemplos deste tipo de conhecimento aplicado à estatística incluem: ler gráficos corretamente, distinguir entre dados quantitativos e categóricos, construir as questões de uma investigação, calcular estatísticas descritivas, escolher a estatística descritiva adequada para um determinado contexto, saber como calcular e interpretar as medidas de tendência central e de dispersão, compreender a ideia de amostra aleatória, reconhecer a variabilidade como um elemento central no estudo da estatística (Groth, 2007, 2012, 2013).

O *conhecimento especializado do conteúdo* refere-se a um conhecimento matemático distintivo, não familiar aos matemáticos. Permite ao professor selecionar representações para tornar o assunto compreensível para os alunos. Exemplos de conhecimento especializado de Estatística inclui, por exemplo, saber representar a média como “valor típico”, “partilha justa”, “reduzidor de dados” ou “sinal no meio do ruído” (Groth, 2007, 2012, 2013).

O *conhecimento do horizonte* ajuda os professores a compreenderem de que forma as tarefas desenvolvidas numa determinada aula fornecem ideias mais avançadas que serão estudadas posteriormente. Acarreta saber Estatística para além do currículo prescrito. Auxíla o professor a guiar investigações em direções que permitam fornecer bases para a aprendizagem em anos subsequentes (Groth, 2012, 2013).

O *conhecimento do conteúdo e dos alunos* permite ao professor antecipar dificuldades que os alunos irão ter em aprender um assunto e ter isso em conta quando planifica e conduz as aulas. O conhecimento sobre as estratégias comuns dos alunos pode ajudar os professores a antecipar potenciais obstáculos no desenvolvimento do seu pensamento estatístico. Inclui compreender as dificuldades que os alunos possuem na leitura de diferentes tipos de gráficos, identificar as propriedades da média aritmética que os alunos têm mais dificuldade em compreender e reconhecer que os alunos tendem a calcular uma estatística sem considerarem o contexto (Groth, 2012; 2013).

O *conhecimento do conteúdo e do ensino* acarreta ao professor possuir um repertório de estratégias específicas para ensinar determinados conceitos. Por exemplo, utilizar o processo de investigação estatística como uma estratégia de ensino pode evidenciar este tipo de conhecimento (Groth, 2012).

Conhecimento do currículo, envolve conhecer a estrutura característica dos currículos. Um aspeto do desenvolvimento do currículo inclui compreender diferentes filosofias

subjacentes nos materiais curriculares para ensinar estatística. Por exemplo, compreender o propósito e as vantagens de uma instrução baseada em investigações permite aos professores implementar inovações curriculares mais fiéis às intenções dos *designers* dos currículos (Groth, 2012).

Groth não nega também a existência de sobreposição na discussão destas categorias, na medida que estas partilham finalidades comuns. Por exemplo, o conhecimento especializado e o conhecimento do conteúdo e do ensino visam tornar o conteúdo compreensível para os alunos. Na mesma linha, o conhecimento do conteúdo e do ensino e o conhecimento do currículo têm como intuito usar estratégias específicas para facilitar a aprendizagem dos alunos (Groth, 2013).

A estrutura do quadro teórico apresentado por Groth (2013) não se resume a aplicar as categorias do MKT à Estatística, introduzindo elementos novos a esta teoria. Assim, para identificar pontos de referência no desenvolvimento do *conhecimento do assunto a ensinar* do SKT, Groth introduz as chamadas *conhecimentos-chave do desenvolvimento* (*key development understandings*) (KDU's). As KDU's são um constructo que consiste em marcos cognitivos na aprendizagem sobre ideias e assuntos de referência necessárias para aprender o conteúdo e que irão ajudar o professor a desenvolver o conhecimento do conteúdo. As *ideias pedagogicamente poderosas* (*pedagogical powerful ideas*) são um constructo introduzido para identificar pontos de referência e mecanismos de desenvolvimento do *conhecimento pedagógico do conteúdo* no SKT. Resumem-se às ideias que ocorrem em resultado de o professor transformar as KDU's em conhecimento compreensível para os alunos, ou seja, quando o professor usa uma ideia ou conteúdo chave do seu conhecimento (comum, especializado ou do horizonte) e o transforma adequadamente no ensino, tornando-o compreensível para os alunos. Neste modelo, o *conhecimento de conteúdo e dos alunos* é considerado fundamental na formação das *ideias pedagogicamente poderosas* dado que o professor, antes de lecionar uma ideia chave, deve começar por prever quais as diferentes estratégias usadas pelos alunos e suas principais dificuldades (Groth, 2013).

Mais do que fazer uma discussão exaustiva de todas as KDU's e *pedagogically powerful ideas* relevantes para ensinar estatística, Groth pretende combinar estes elementos distintivos com as categorias do *conhecimento do assunto a ensinar* e do *conhecimento pedagógico do conteúdo* e formar um quadro teórico unificado, tal como se pode observar na figura 21 (Groth, 2013).

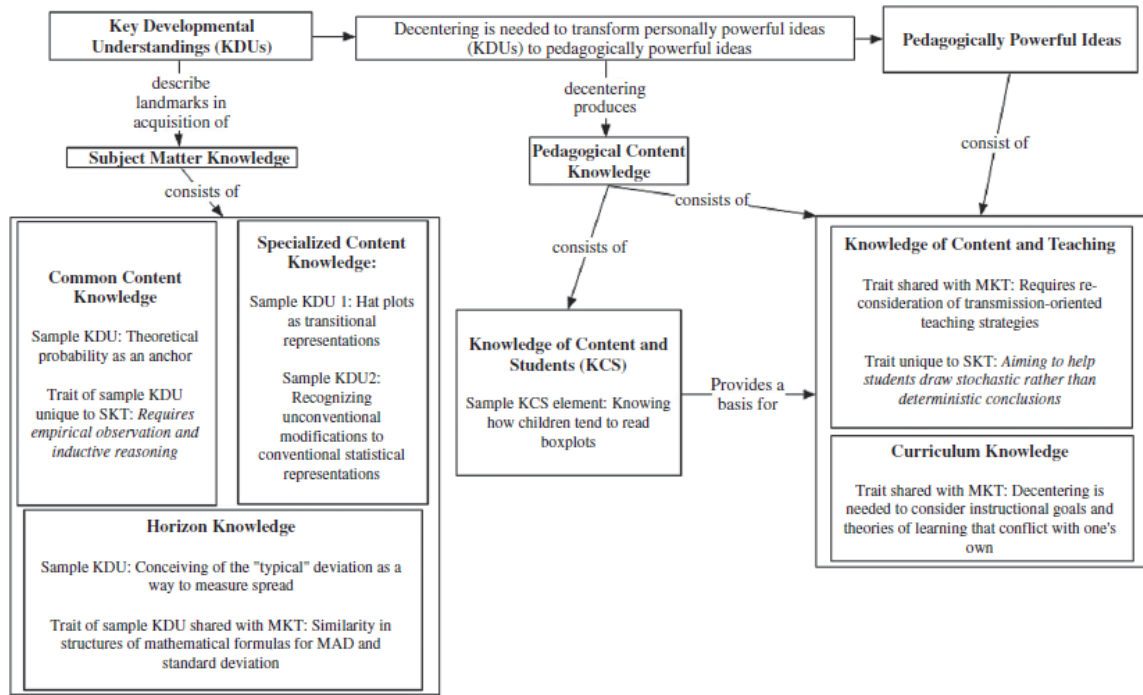


Figura 21 - Elementos hipotéticos de SKT e estrutura de desenvolvimento (Groth, 2013)

Os três retângulos na parte superior da figura ilustram a afirmação de que as KDU's são transformadas em *ideias pedagogicamente poderosas* através do mecanismo de "decentering". A ideia de "decentering" (descentramento) é muito importante na medida que consiste na capacidade de considerar metas de ensino e teorias de aprendizagem que entram em conflito com as do professor e podem permitir-lhe desenvolver ideias pedagogicamente poderosas, perspetivar melhor os seus alunos, ajudar a entender a filosofia subjacente de um currículo e implementar com maior fiabilidade materiais curriculares inovadores.

O ramo vertical do lado esquerdo da figura sugere que podem ser identificadas KDU's específicas nas categorias *conhecimento do assunto a ensinar* (*conhecimento comum, conhecimento especializado e conhecimento do horizonte*). Da parte inferior do retângulo do centro, rotulado de "decentering", estende-se uma seta que sugere que o "decentering" é necessário para o desenvolvimento do *conhecimento pedagógico do conteúdo*, o qual implica tornar o assunto compreensível para os alunos. As categorias do *conhecimento pedagógico do conteúdo* são mostradas para identificar exemplos desse tipo de conhecimento. O *conhecimento de conteúdo e ensino* e do *conhecimento curricular* são retratados como categorias de *ideias pedagogicamente poderosas*, uma vez que tal conhecimento implica ter estratégias de conteúdo específico para ajudar as crianças a

desenvolver KDU's. O *conhecimento de conteúdo e dos alunos* está posicionada como uma base potencial para a formação de *ideias pedagogicamente poderosas* (Groth, 2013). Burgess (2009) criou um modelo teórico baseado no modelo do conhecimento matemático para ensinar de por Hill, Schilling e Ball (2004) e cruza-as as com as dimensões do pensamento estatístico incluídas no modelo de Wild e Pfankuch (1999) propondo uma matriz para analisar o conhecimento estatístico para ensinar no domínio das investigações estatísticas onde surgem: (i) diferentes vertentes do conhecimento do professor – conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento do conteúdo e dos alunos e conhecimento do conteúdo e do ensino; (ii) diferentes aspetos do pensamento estatístico – reconhecimento da necessidade de dados, transnumeração, consideração da variação, raciocinar com modelos, integrar o aspeto estatístico e contextual; e (iii) outros tipos de pensamento mais gerais – ciclo investigativo, ciclo interrogativo e disposições de Wild e Pfankuch (1999). Esse modelo foi posteriormente utilizado pelo investigador para analisar o trabalho quotidiano do professor quando ensina através de investigações estatísticas (Quadro 19).

Quadro 19- Modelo conceptual do conhecimento do professor para ensinar estatística em relação ao pensamento estatístico e às investigações (Burgess, 2009)

		Conhecimento estatístico para ensinar			
		Conhecimento do conteúdo		Conhecimento pedagógico do conteúdo	
		Conhecimento comum do conteúdo	Conhecimento específico do conteúdo	Conhecimento do conteúdo e dos alunos	Conhecimento do conteúdo para ensinar
Tipos de Pensamento	Necessidade dos dados				
	Transnumeração				
	Variação				
	Raciocínio com modelos				
	Integração da estatística e contexto				
Ciclo Investigativo					
Ciclo interrogativo					
Disposições					

Nos modelos de SKT apresentados por Groth (2007, 2013) e Burgess (2009) podemos encontrar algumas similaridades: ambos os modelos têm por base os trabalhos de Hill,

Schilling e Ball (2004) sobre o Conhecimento Matemático para Ensinar (MKT) e ambos envolvem o processo de investigação estatística.

Também Batanero e Godino (2005) referem a existência de conhecimento profissional do professor que ensina Estatística, o qual apelidam de *Conhecimento didático em Estatística*. Envolve conhecimento estatístico (conteúdo) e conhecimento didático do conteúdo e inclui as seguintes componentes: (i) Reflexão epistemológica sobre o significado dos conceitos e procedimentos, sua evolução e desenvolvimento; (ii) Análise das transformações do conhecimento, de diferentes níveis de compreensão do mesmo conceito, para o adaptarmos a diferentes níveis de ensino; (iii) Estudo das diferentes dificuldades, erros e obstáculos do alunos na aprendizagem e das suas estratégias na resolução de problemas que permitirão orientar melhor o ensino e a avaliação das aprendizagens; (iv) Análise do currículo, das situações didáticas, metodologias de ensino para determinados temas e recursos didáticos específicas. Análise de todo o tipo de recursos metodológicos para melhorar a ação didática.

A descrição de *conhecimento didático em Estatística* de Batanero e Godino (2005) harmoniza-se, de certa forma, com o modelo de Ponte (2011), o qual o autor apelida de *conhecimento profissional para ensinar estatística* e se baseia no conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) de Shulman em que o conteúdo e a pedagogia interagem harmoniosamente pois o professor para além de conhecer o conteúdo disciplinar conhece também os princípios pedagógicos de uma forma integrada em função das necessidades da sua prática profissional (Ponte et al., 1999b; Ponte, 2011).

Ponte (2011) refere que o *conhecimento profissional para ensinar Estatística* pode ser conceptualizado a partir de três polos: (a) o *conhecimento dos alunos*, incluindo os seus processos de aprendizagem, estratégias de pensamento, dificuldades, interesses e cultura; (b) o *conhecimento do currículo*, que abrange as finalidades, níveis de desenvolvimento, conexões entre os tópicos matemáticos e outras disciplinas; e (c) *conhecimento da prática de ensino*, que se refere a planificação da instrução, condução da atividade da sala de aula e a reflexão sobre a prática letiva.

O professor aprende a partir da sua ação e da reflexão que realiza sobre a mesma. Assim, o conhecimento do professor é indissociável da sua prática letiva. O conhecimento sobre a prática letiva surge assim como o cerne do conhecimento do professor e é a partir dela que o professor gere conflitos e toma decisões que regulam todo o processo de ensino (Ponte, 2012).

Neste estudo, a prática letiva assume um papel destaque. O conhecimento do professor, embora resulte de uma amálgama de saberes informados pela teoria (conhecimento declarativo), é na prática que ele se revela e se desenvolve. Esta premissa tem consequências para a investigação educacional na medida que, qualquer tentativa para aceder ao conhecimento profissional que os professores possuem, tem de se ter em conta não só o conhecimento declarativo (factos e teorias), como também a sua prática letiva, reconhecendo-o como um conhecimento orientado para a ação de ensinar e situado, sendo influenciado pela instituição e pelo contexto em que os professores trabalham (Ponte, 2011; Schön, 1992).

O modelo adotado para a análise de conteúdo na presente investigação tem como referências o modelo do *conhecimento estatístico para ensinar* de Groth (2007) e de Burgess (2009) e o modelo do *conhecimento didático do professor* de Matemática de Canavarro (2003), Ponte e Oliveira (2002) e Ponte (2012).

Assim, tomaram-se como ponto de partida os modelos de Groth (2007) e de Burgess (2009) para analisar o *conhecimento estatístico para ensinar* que os professores mobilizam quando ensinam através de investigações estatísticas, e precisam para apoiar a aprendizagem dos alunos em cada uma das quatro etapas das investigações estatísticas ((a) Formulação das questões; (b) Planeamento da recolha de dados; (c) Organização e tratamento de dados; (d) Interpretação dos resultados e formulação das conclusões)), enunciadas por Martins e Ponte (2010) e introduziram-se algumas alterações.

Em primeiro lugar, no que se refere ao conhecimento do conteúdo, não se distingue aqui o conhecimento matemático do estatístico já que, tal como concluiu Groth (2007), a atividade estatística requer pouco esta compartimentação e esta distinção resulta artificial.

Em segundo lugar, relativamente ao conhecimento especializado, o qual em Groth (2013) é recategorizado e passa a integrar as componentes do conhecimento pedagógico do conteúdo, tendo por base Ball et al., (2008), harmonizando-se com o *conhecimento didático* de Canavarro (2003), Ponte e Oliveira (2002) e de Ponte (2012).

O conhecimento didático do professor inclui as quatro componentes mais fortemente ligadas à prática letiva (conhecimento do conteúdo de ensino, conhecimento do currículo, conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem e conhecimento da prática letiva ou do ensino) as quais não existem dissociadas e que estão sempre mais ou menos presentes sempre que o professor ensina Matemática (Ponte, 2012).

Nesta investigação, assumem particular interesse duas das componentes do conhecimento didático: o “conhecimento do conteúdo de ensino (Estatística)” e o “conhecimento da prática letiva” ou “conhecimento do ensino”, pelo facto de este representar o núcleo fundamental do conhecimento didático, dada a sua centralidade e interações com as demais componentes, constituindo o cerne onde se tomam as decisões mais importantes que regulam e orientam toda a atividade de ensinar (Ponte, 2012).

Assim, o modelo proposto para análise do conteúdo neste estudo resulta de uma fusão entre os modelos de Groth (2007) e Burgess (2009) com as alterações já indicadas em que se dá especial destaque ao “conhecimento do conteúdo (Estatística)” e ao “conhecimento do ensino do conteúdo (Estatística)” como fundamentais no conhecimento didático (Ponte, 2011, 2012), o qual apresenta um papel determinante nas fases de planificação, condução e avaliação do processo de ensino e aprendizagem (Canavarro, 2003) (Quadro 20).

Quadro 20 – Modelo para análise do conhecimento do professor para ensinar Estatística adotado no presente estudo (Canavarro, 2003; Groth, 2007; Burgess, 2009; Ponte, 2012; Martins e Ponte, 2010) (adaptado)

Etapas de uma investigação estatística	Conhecimento de Estatística	Conhecimento sobre o ensino da Estatística
1 - Formulação de questões		
2 – Planeamento da recolha de dados		
3 – Organização e tratamento dos dados		
4 – Interpretação dos resultados e formulação das conclusões dos dados		

Investigação empírica sobre o conhecimento do professor para ensinar Estatística

Nesta secção, apresenta-se investigação empírica relevante acerca do conhecimento do professor para ensinar Estatística. O aumento do relevo curricular atribuído à Estatística nos últimos anos, tem motivado o robustecimento do corpo teórico neste tema (Ponte, 2011). Todavia, existe a necessidade de continuar a realizar mais investigação nesta área

já que o se sabe sobre que conhecimento os professores têm e que conhecimento é necessário terem para ensinar Estatística ainda é considerado insuficiente (Batanero, 201; Chick & Pierce, 2008; Fernandes, 2009,).

Batanero, Burrill e Reading (2011) referem, a propósito do conhecimento profissional sobre Estatística que, se por um lado, o *conhecimento estatístico dos professores* desempenha um papel importante na qualidade do seu ensino, já que as decisões instrucionais na sala de aula estão dependentes deste conhecimento; por outro lado, o *conhecimento pedagógico de Estatística* vai muito além de se ser proficiente em Matemática, inclui outros tipos de conhecimento necessários para os professores serem competentes na sala de aula, que lhes permita tornar o conteúdo compreensível para os alunos. Estes dois tipos de conhecimento são indissociáveis e são muito importantes para a aprendizagem dos alunos (Ball et al., 2008; Batanero, Burrill & Reading, 2011; Ponte, 2011, 2012; Shulman, 1987).

Em seguida apresentam-se os dados referentes a alguns estudos realizados nos últimos anos sobre estas duas vertentes do conhecimento do professor para ensinar Estatística: o conhecimento do conteúdo (Estatística) e o Conhecimento pedagógico de Estatística ou conhecimento de didática da Estatística.

Conhecimento de Estatística

Relativamente ao *conhecimento de Estatística*, ir-se-á adotar a perspetiva de Ball (1991) sobre o conhecimento de matemática para ensinar e incluir aqui vários aspetos como: (i) a relação do professor com a disciplina (relacionamento, resposta emocional); (ii) conhecimento sobre a disciplina (natureza do seu conhecimento e da sua atividade, visão acerca da mesma), e; (iii) o conhecimento da disciplina (tópicos específicos e relações entre eles, conceitos, assim como procedimentos e algoritmos) (Ball, 1991).

Em relação à Estatística, os professores revelam, na sua generalidade, uma atitude negativa que pode condicionar a sua formação, o ensino e pode repercutir-se também nas futuras atitudes dos seus alunos (Estrada, Batanero & Fortuny, 2004, Martins 2015). A este respeito, Gattuso e Pannone (2002) referem que uma possível explicação parece ser a fraca preparação em relação à disciplina com a qual os professores terminam os seus

estudos que faz com que contem com poucos recursos para a sua prática profissional. Na medida que os professores evitam ensinar estatística aos seus alunos, estes perdem a oportunidade de aprofundar e desenvolver o seu conhecimento profissional a partir da sua prática letiva e, por conseguinte, muitos estudos evidenciam que as atitudes em relação à estatística são muito semelhantes entre professores em formação e professores em exercício (Gattuso & Pannone, 2002).

Em linha com o que foi dito anteriormente, Estrada, Batanero e Fortuny (2004) desenvolveram um estudo sobre as atitudes de professores e futuros professores do 1.º ciclo em relação à Estatística. Os resultados obtidos indicam que as atitudes dos investigados em relação à Estatística são muito semelhantes, embora estas sejam ligeiramente mais positivas nos professores já em exercício o que induz a concluir que a prática letiva pode melhorar as atitudes.

Ainda relativamente às atitudes de professores em relação à Estatística, Martins (2015), num estudo sobre as atitudes dos professores dos 1.º e 2.º ciclo do ensino básico em exercício, concluiu que estes têm uma conceção clara que a Estatística é útil e desempenha um papel importante no quotidiano dos cidadãos. Parecem também concordar com a relevância curricular da Estatística na atualidade. No entanto, fora do contexto escolar, os professores parecem ter alguma resistência em relação à Estatística já que não a veem como uma ferramenta na sua vida diária e revelam um sentimento de descrença em relação à sua utilização, por exemplo nas informações da TV.

Com respeito à melhoria das atitudes dos professores em relação à Estatística, a literatura aponta duas possíveis soluções: uma melhor preparação dos professores é um requisito importante para melhorar as suas atitudes em relação à disciplina (Estrada, Batanero & Fortuny, 2004); uma maior experiência letiva no ensino da Estatística pode levar a um aumento do conhecimento estatístico dos professores, a uma reflexão sobre a importância do seu ensino e à tomada de consciência da sua aplicabilidade, podendo conduzir a atitudes mais positivas em relação a esta disciplina (Martins, 2015).

Relativamente ao *conhecimento da Estatística*, verifica-se que esta tem sido um assunto frequentemente esquecido e subvalorizado pelos professores, pese embora a sua importância e utilidade sejam amplamente reconhecidas e a sua notoriedade curricular seja cada vez maior (Estrada, 2007).

Monteiro (2009) estudou um conjunto de professores do 2.º e 3.º ciclo em exercício que estavam a realizar a profissionalização em serviço. O objetivo do estudo era perceber que significado os professores davam à média, assim como compreender o modo como trabalhavam este assunto com os seus alunos. Os resultados mostram uma formação académica dos professores muito restrita acerca da noção de média, assente na utilização de fórmulas, a qual não os preparou convenientemente para ensinar a média de acordo com uma perspetiva concetual. Um entendimento tão insuficiente do conceito de média compromete, por um lado, a compreensão de outros conceitos como o de variabilidade; por outro lado, condiciona uma prática letiva virada para a perspetiva concetual que proporcione aos alunos uma compreensão profunda e abrangente deste conceito, através do domínio estratégias diversas. Por exemplo, a estratégia da compensação a partir de um gráfico de barras, ou com materiais como os cubos de encaixe no caso das crianças mais pequenas só pode ser implementada por professores que possuam um conhecimento profundo do conceito de média. Assim, estes professores tendem a proporcionar aos seus alunos uma aprendizagem muito limitada baseada no cálculo da média através do algoritmo e no treino de exercícios do mesmo tipo apresentados no manual da disciplina. Este estudo mostra, de forma inequívoca, a necessidade de os professores aprofundarem o seu conhecimento de Estatística e sua didática pelo que a formação inicial e contínua deve ter este aspeto em conta.

Fernandes, Carvalho e Correia (2011) referem que os professores do 1.º e 2.º ciclo do ensino básico do estudo de Barros (2004) tendem a destacar, a nível epistémico, apenas o carácter prático e instrumental da Estatística em detrimento de outros aspetos específicos do conhecimento estatístico. Consideram importante o ensino da Estatística por ser um tema útil no dia-a-dia das pessoas, para a sua participação social esclarecida e crítica. Os autores referem também que os professores sobre os quais incidiu o seu trabalho não destacam aspetos distintivos relativamente à natureza do conhecimento estocástico e à natureza do conhecimento matemático, nomeadamente a não existência de uma resposta única ou definitivamente certa ou errada e quanto ao grau de incerteza e erro associado à mesma (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011).

Quanto ao *conhecimento de/sobre Estatística*, verifica-se que a formação estatística dos professores é insuficiente, é de cunho essencialmente teórico e não está adequada ao trabalho que vão desempenhar nas suas aulas, nem às necessidades da sociedade atual. Estas lacunas no conhecimento dos professores podem provocar, a longo prazo, pouco

interesse pelo assunto e um efeito negativo sobre o processo de ensino e aprendizagem (Estrada 2007).

Batanero, Godino e Navas (1997) conduziram um estudo com futuros professores do 1.º ciclo sobre os aspetos interpretativos distintos do conceito de média aritmética. Os resultados salientam a existência de erros conceptuais e dificuldades na aplicação prática dos conhecimentos sobre as medidas estatísticas de centro, sobretudo no que se refere ao tratamento dos valores atípicos e na relação entre média, moda e mediana em distribuições assimétricas. Os autores explicam esta elevada percentagem de erros com o escasso ou nulo aprofundamento que se faz nos ensinamentos básico e secundário sobre os conteúdos anteriores. O enfoque das medidas de centro, de acordo com Batanero, Godino e Navas (1997), é habitualmente o domínio dos algoritmos e fórmulas e a sua aplicação a situações estereotipadas, em detrimento da interpretação dos resultados e a reflexão sobre a pertinência da aplicabilidade de determinados procedimentos estatísticos, a qual não permite que os alunos compreendam o significado integral do conceito.

Burguess (2002) realizou um estudo sobre o conhecimento estatístico de futuros professores do 1.º ciclo e analisou o “sentido de dados” que estes revelaram ao desenvolver uma tarefa aberta para identificação de padrões nos mesmos. O estudo mostra que os futuros professores parecem estar habituados a trabalhar com procedimentos estatísticos de uma forma isolada ao invés de os usarem de uma forma integrada e pertinente numa investigação completa, comprometendo assim o seu pensamento estatístico. Durante a realização de uma investigação estatística, os professores perdem de vista o objetivo da investigação e, em vez disso, tenderam a se concentrar na produção de gráficos. Para muitos a investigação termina aqui. O autor refere que, através do desenvolvimento de investigações estatísticas, os alunos são encorajados a apreciar o propósito de cada um dos tipos de transnumeração e, em especial, a integrar o pensamento estatístico com o seu conhecimento do contexto. Assim, o estudo aponta para a necessidade de as investigações estatísticas assumirem um maior protagonismo no ensino da Estatística para que os alunos desenvolvam uma compreensão mais profunda do processo de investigação e de como as suas etapas são interdependentes. Ao serem envolvidos em investigações, os estudantes poderão compreender o propósito de desenvolver habilidades estatísticas específicas e melhorar todas as facetas do seu pensamento estatístico.

Num estudo levado a cabo por Barros (2004) com futuros professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico concluiu-se que, embora os participantes estivessem na fase final da sua formação, estes sentiram dificuldades e cometeram erros em variados conteúdos do tema de Estatística, designadamente: na interpretação de medidas estatísticas; na interpretação de gráficos; na determinação da média e da mediana de dados agrupados; na inversão do algoritmo da média; na impossibilidade de aplicação da média e da mediana a certo tipo de variáveis estatísticas; nas propriedades da média e da mediana; na seleção da estatística que melhor representa uma distribuição; na localização das medidas de tendência central numa distribuição; e na planificação dos passos para a realização de um estudo estatístico. De entre as medidas de tendência central, destaca-se a mediana como o conceito que levantou mais problemas. Observou-se ainda que, em várias situações, utilizaram fórmulas sem terem em conta o contexto e, perante resultados absurdos, não avaliaram a sua razoabilidade.

Sorto e White (2004) num estudo desenvolvido com futuros professores do ensino médio nos Estados Unidos da América (6.º - 8.º ano) sobre o conhecimento estatístico, concluíram que os professores apenas conseguem calcular e estimar a média de pequenos conjuntos de dados representados num gráfico de linhas. Quando lhes é fornecido um conjunto de dados maior e se lhes pede para calcular a média, estes estimam a mediana sem considerar a distribuição ou então, na tentativa de calcular a média dos dados, fazem a média das frequências em vez disso. Alguns professores foram criativos ao encontrar os seus próprios métodos para obter a mediana de dados categóricos. Os professores não compreendem o significado das medidas de centro ou de dispersão e o que é que elas dizem sobre os dados e, em vez disso, socorrem-se dos algoritmos para encontrar respostas. Este aspeto, de acordo com os autores, é reflexo da metodologia ensinada nos níveis mais elementares de cálculo da média com ênfase no algoritmo. Estes professores têm consciência de que é possível ter diferentes conjuntos de dados com a mesma média, mas apenas uma pequena percentagem consegue justificá-lo com argumentos que recorram ao algoritmo ou ao conceito de média como ponto de equilíbrio. Também só um número reduzido de professores da amostra foi capaz de criar uma distribuição dado um valor específico para a média que não um número inteiro. Muitos deles sentiram-se incomodados pelo facto de a média não ser um número inteiro.

Groth e Bergner (2006) investigaram a compreensão de média, moda e mediana de 46 futuros professores dos níveis de ensino elementar e médio. O estudo baseou-se em

questões em que solicitavam que os futuros professores apresentassem a definição de medidas de tendência central e indicassem de que forma as mesmas são similares ou diferentes entre si. Os dados mostram que a maioria dos futuros professores possui um nível baixo de compreensão da média, moda e mediana, limitando-se a reproduzir definições para indicar as semelhanças e diferenças entre estas medidas; outros, porém, mais que os anteriores, situaram-se já num nível superior de pensamento, identificando mais as medidas de centro com um objeto matemático do que simplesmente com um procedimento. As suas respostas evidenciam que os cálculos permitem chegar a um valor, mas não indicam o seu significado. Dos 16 professores que se posicionam nos níveis mais elevados de compreensão das medidas de centro, apenas 3 se situam no nível desejável pelos educadores. Estes professores são caracterizados por possuírem níveis abstratos de pensamento, pois as suas respostas vão para além de um conhecimento processual. Eles têm a preocupação de justificar quando uma medida de centro é mais útil que outra, tendo em conta um determinado conjunto de dados, ou seja, têm em conta o impacto da forma da distribuição na representatividade das medidas de centro.

O estudo de Estrada (2007) sobre o conhecimento de futuros professores acerca de conhecimentos estatísticos elementares veio complementar o estudo de Batanero, Godino e Navas (1997) apresentando alguns resultados coincidentes. A autora refere que os professores, independentemente dos anos de estudo de Estatística, cometem erros em relação a alguns dos conceitos estatísticos elementares como: média, moda e mediana; na inversão do algoritmo da média; e em conceitos relacionados com amostragem. As conclusões deste estudo levantam questões elementares sobre a “cultura estatística” dos professores e saber como transmiti-la aos alunos. Um futuro professor tem de dominar e saber aplicar os conceitos que vai ensinar aos seus alunos. Para além disso, deve conhecer outros conceitos que constituem parte da bagagem do conhecimento de qualquer cidadão. O estudo aponta também para uma necessidade premente em reforçar a formação estatística que os professores recebem. Segundo a autora, este e outros estudos proporcionam uma informação valiosa para iniciar uma reforma nos planos de estudo das universidades que permitam melhorar a formação específica e didática dos futuros professores.

Nunes (2008) estudou as dificuldades sentidas por 3 professores no ensino da estocástica no 6.º ano de escolaridade. Relativamente aos conteúdos de Estatística do 6.º ano, apesar de a sua formação ter sido reduzida nesta área, os professores consideraram não ter

dificuldades por se tratar de um tema fácil de aprender e de ensinar. No entanto, a nível do conhecimento do conteúdo, evidenciaram algumas lacunas na lecionação de alguns assuntos sem lhes conferir grande aprofundamento e alguma insegurança, não assumida, principalmente no que se refere à compreensão das medidas estatísticas. Neste estudo, não foram evidenciadas outras dificuldades por parte dos professores talvez pelo facto de as questões colocadas aos alunos não requererem grande desenvolvimento e exploração.

González e Pinto (2008), num estudo realizado com futuros professores sobre o ensino de gráficos estatísticos, concluíram que os professores revelam um conhecimento escasso ou inexistente em relação às representações gráficas em particular, e um conhecimento muito frágil em Estatística no geral. Os futuros professores não foram capazes de reconhecer certos tipos de gráficos, por exemplo o diagrama de caule-e-folhas. Um dos professores não considerou os gráficos como conhecimento estatístico importante.

Espinel, Bruno e Plasencia (2008) conduziram um estudo sobre 109 futuros professores do 1.º ciclo tendo concluído que os professores têm grandes dificuldades no raciocínio estatístico e não são bem-sucedidos com perguntas que requerem níveis mais elevados de compreensão gráfica. A formação que estes professores receberam manifesta-se insuficiente para as exigências curriculares com as quais se vão deparar na sua prática, já que revelam bastantes dificuldades em interpretar gráficos e em compreender o que está para além da informação explícita dos mesmos, evidenciando lacunas relacionadas com a simetria, valores discrepantes e frequências relativas acumuladas. Revelaram-se também incapazes de associar a descrição de variáveis diferentes ao respetivo gráfico da distribuição.

Num estudo realizado por Caseiro (2010) com professores do 1.º ciclo foi possível verificar que estes demonstram dificuldades em responder corretamente a problemas de Organização e Tratamento de Dados do Programa (ME, 2007), embora evidenciem consciência acerca das suas próprias dificuldades nesse tema. Os resultados do estudo também mostram que os professores evidenciam um conhecimento estatístico limitado no âmbito das seis dimensões do trabalho estatístico analisadas neste estudo (“Formulação de questões”, “Recolha de dados”, “Análise de dados”, “Necessidade dos dados”, “Transnumeração” e “Integração da estatística e do contexto”). Com este estudo conclui-se que os professores de 1.º ciclo demonstram não possuir conhecimentos necessários para lecionar Estatística ao nível do 1.º ciclo do ensino básico de acordo com

as orientações curriculares constantes do Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007).

Batanero, Arteaga e Ruiz (2010) analisaram os gráficos produzidos por 93 futuros professores do 1.º ciclo no âmbito de um projeto estatístico onde tiveram de comparar duas variáveis estatísticas. Esta investigação sugere que a construção e interpretação de gráficos é uma atividade complexa para os professores, pese embora estes tenham de ensinar a linguagem gráfica aos seus alunos e utilizá-la como uma ferramenta na sua vida profissional. Embora cerca de dois terços dos participantes tenham produzido um gráfico com a complexidade semiótica suficiente para obter uma conclusão adequada, metade dos gráficos ou eram inadequadas para o problema ou estavam incorretos. Apenas um terço dos participantes foram capazes de chegar a uma conclusão em relação à questão de investigação.

Arteaga, Batanero, Ortiz e Contreras (2010) estudaram as competências de futuros professores do ensino básico na construção e interpretação de gráficos estatísticos. Os resultados mostram que muitas das dificuldades evidenciadas pelos futuros professores sobre este tema se devem a carências referentes ao sentido de número. Embora a maioria tenha sentido a necessidade de realizar gráficos para analisar os dados, apenas 47 % dos gráficos produzidos estão completamente corretos. Os autores sugerem o trabalho com gráficos estatísticos na formação inicial como veículo para desenvolver simultaneamente a competência gráfica e o sentido de número. Neste sentido, apresentaram os erros mais frequentes cometidos pelos futuros professores e relacionaram-nos com o sentido de número, a saber: a) *erros formação da distribuição de frequências a partir de uma lista de dados* – uma quarta parte da amostra é incapaz de agrupar os valores iguais de uma variável estatística e de calcular a frequência com que aparece um determinado valor, não utilizando a ideia de variável estatística; b) *erros nas escalas ou nas divisões dos eixos* – cerca de 10% dos gráficos representados possuem escalas inadequadas que não cobrem todo o campo de variação da variável ou então cobrem-na excessivamente, outros gráficos omitem a escala num dos eixos ou em ambos e/ou não indicavam a origem das coordenadas. Outro aspeto problemático é o facto de os futuros professores utilizarem escalas não homogêneas, evidenciando erros de raciocínio proporcional. Para além disso, também representaram incorretamente valores na reta real; d) *eleição gráficos inadequados* – cerca de 4% dos gráficos construídos não expressam a tendência ou a variabilidade dos dados, como o caso do gráfico circular. Utilizam indistintamente o

histograma e o gráfico de barras não compreendendo as suas diferenças nem a que tipo de dados se pode aplicar um ou outro; e) *confusão entre a variável independente e dependente de um gráfico* – em cerca de 1 % dos gráficos construídos os futuros professores não fazem distinção entre o valor da variável estatística e a sua frequência; f) *representação incorreta de valores na reta numérica* – cerca de 4,4% dos gráficos evidenciam dificuldades em representar os intervalos com extremo comum na reta numérica como se fossem intervalos disjuntos. Evidenciam também falta de compreensão sobre o propósito do histograma que é representar as frequências em cada intervalo, de forma que cada barra de um intervalo é proporcional à frequência dos valores representados; g) *comparações numéricas sem sentido* – alguns futuros professores (8,8%) comparam num mesmo gráfico valores de variáveis diferentes que não são comparáveis. Outro erro comum é compararem num mesmo gráfico medidas estatísticas cuja comparação não tem sentido; h) *dificuldades no cálculo de resumos estatísticos a partir de gráficos* – os resultados mostram alguma resistência por parte dos professores em calcular resumos estatísticos diretamente da interpretação dos gráficos, estando mais propensos a utilizar as fórmulas matemáticas; i) *dificuldades na interpretação da informação numérica dos dados* – os dados mostram que os futuros professores não alcançam os níveis superiores de interpretação gráfica proposta por Curcio (1987, 1989) e ampliada por Friel, Curcio e Bright (2001), ou seja, realizam uma leitura literal dos dados sem visualizar tendências e padrões numéricos nos mesmos.

Num outro estudo, Leavy (2010) investigou futuros professores do 1.º ciclo no processo de aprender a ensinar Estatística, planeando e refletindo sobre a realização de investigações estatísticas com crianças. Os resultados evidenciam que o ensino da estatística é considerado fácil pelos futuros professores. Os participantes perspetivam a Estatística como a aplicação de um determinado número de procedimentos e de conjuntos predefinidos de dados, os quais dominam, e, por isso, não experimentam insegurança no ensino desta disciplina. Outra conclusão decorrente deste estudo é que o conhecimento estatístico dos futuros professores é frágil. Os participantes revelaram pouca compreensão acerca de cada uma das medidas de tendência central, bem como acerca da relação entre elas. Assim, tenderam a sobrestimar a complexidade destas medidas, mostraram pouco domínio das suas propriedades e foram incapazes de explicar o porquê de uma medida de tendência central ser preferível do que outra quando se trata de um conjunto de dados com valores atípicos, revelando dificuldades na compreensão do impacto da seleção de

uma determinada medida ou de um determinado tipo de gráfico e sua relação com a natureza dos dados (Leavy, 2010).

Quintas, Oliveira e Ferreira (2011) levaram a cabo um estudo exploratório com professores de Matemática do ensino secundário e concluíram que existe a necessidade de aprofundar alguns conceitos estatísticos fundamentais do Programa de Matemática do ensino secundário. Em particular, os professores evidenciaram algumas lacunas em relação às propriedades das medidas de localização (média, mediana e moda) e à noção de desvio padrão. O conceito de reta de regressão parece pouco claro para estes professores bem como o tipo de retas de regressão que se obtém a partir de calculadoras gráficas.

Batanero, Burrill & Reading (2011) resumem as dificuldades e erros que os professores evidenciam relativamente a ideias estatísticas fundamentais. Verifica-se que os mesmos possuem uma fraca compreensão de média e de mediana e têm dificuldades em construir e interpretar gráficos. Usam apenas o raciocínio verbal no que se refere à variação e possuem uma fraca compreensão do desvio-padrão como uma medida de homogeneidade da amostra; comparam as distribuições apenas em termos das medidas de centro; confundem correlação com causa; ou veem um teste estatístico como uma prova matemática de uma hipótese. Os autores acrescentam ainda que muitas destas dificuldades dos professores são partilhadas com os seus alunos.

Fernandes, Carvalho e Correia (2011) referem a respeito das dificuldades e erros cometidos por alunos dos 7.º, 10.º anos e do ensino superior (futuros professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico) estudados em Carvalho (2004), Boaventura (2003) e Barros (2004), respetivamente, salienta-se o facto de alguns deles serem comuns a alunos de diferentes níveis de escolaridade, o que significa que uma maior experiência de ensino, logo um maior número de oportunidades para trabalhar estes conteúdos, em geral, não contribui significativamente para erradicar muitos desses erros e dificuldades.

Jaccobe (2012) realizou um estudo sobre a compreensão da média e da mediana por 3 professores do ensino médio, nos Estados Unidos. Este estudo está em linha com a investigação realizada sobre o tema e identifica equívocos comuns acerca do conceito de média que conduzem a potenciais implicações para programas de preparação de professores. Os resultados da exploração de problemas envolvendo a compreensão de dois dos conceitos mais importantes no currículo vigente amplia a premência de preparar adequadamente os professores para ensinar Estatística. Como este estudo aponta, não se

pode presumir que os professores compreendam o assunto em profundidade suficiente para ensinar Estatística eficazmente. Consequentemente, devem ser operacionalizados programas de formação que permitam aos professores ampliar o seu conhecimento do conteúdo e o seu conhecimento didático, os quais constituam uma oportunidade de desenvolvimento profissional.

Os professores devem ter oportunidade de explorar problemas que tratam a média como um ponto de equilíbrio o que os ajudará a ampliar a compreensão do significado das medidas estatísticas de centro, contactando com contextos onde a mediana pode ser uma medida mais representativa de centro do que a média e vice-versa, por exemplo. De acordo com o autor, este estudo ajudou os professores a tomarem consciência da sua falta de conhecimento de conteúdo na área da Estatística e um desejo de receber formação focada na vertente do conteúdo. O facto de os professores abordarem a Estatística com base em procedimentos, em detrimento de uma abordagem conceptual, impede-os de tomarem consciência das lacunas no seu conhecimento, o qual muitas vezes consideram inquestionável. A participação dos professores nesta experiência levou-os a questionar o seu conhecimento e as suas atitudes em relação à Estatística e a que ficassem mais recetivos a programas de desenvolvimento profissional focados em Estatística (Jacobbe, 2012).

Arteaga, Batanero, Contreras e Cañadas (2016) estudaram os gráficos produzidos por 207 futuros professores do ensino básico para resolverem uma tarefa aberta em que tiveram de comparar três variáveis estatísticas. Os resultados sugerem problemas na compreensão gráfica dos futuros professores. Verifica-se que mais de metade dos gráficos construídos pelos analisados apresentaram erros relacionados com regras de construção de gráficos, seleção de gráficos, sentido de número e erros concetuais, dos quais: cerca de 20% apresentam erros nas escalas relacionados com a falta de compreensão da representação de números na reta real ou com a proporcionalidade; 30% dos gráficos apresentam erros ainda mais importantes que revelam que os futuros professores não conhecem quais os gráficos mais adequados para determinadas variáveis, nem o propósito da comparação de duas distribuições. Os autores concluem que estes futuros professores possuem um conhecimento pobre sobre gráficos elementares e não estão preparados para ensinar este conteúdo de acordo com as orientações curriculares vigentes. Assim, ressaltam a importância de a formação inicial de professores investir no desenvolvimento e aprofundamento do conhecimento estatístico dos futuros professores no que refere à

construção e leitura de gráficos de acordo com os níveis de competência gráfica propostos por Curcio (1987). O estudo mostra ainda que o uso da folha de cálculo é pouco familiar para os professores tendo sido a ferramenta eleita para a construção de gráficos por apenas uma quarta parte da amostra, sendo que os restantes professores realizaram os gráficos com papel e lápis. De acordo com Arteaga, Batanero, Contreras e Cañadas (2016), o uso de ferramentas tecnológicas para a análise de dados acarreta dificuldades acrescidas aos futuros professores. Para além de conhecimentos estatísticos, requer um conhecimento das opções do *software* utilizado, pelo que muitos professores aceitam acriticamente as opções de saída que o mesmo oferece sem explorar as opções de mudar a escala, o tipo de gráfico, etc. Assim, os futuros professores que utilizaram o computador cometeram mais erros na construção de gráficos que os que os realizaram com papel e lápis.

Orta, Paez, Altamirano e Castro (2018) realizaram uma investigação cujo objetivo era estudar a compreensão que os educadores de infância em serviço tinham sobre representatividade de um conjunto de dados exibido graficamente. Utilizaram como referencial teórico, o conceito de Conhecimento Comum de Conteúdo (Ball et al., 2005; Hill, Ball, & Schilling, 2008), os níveis de compressão gráfica (Curcio, 1989) e as ideias utilizadas por Mokros e Russell (1995) para descrever as abordagens aos problemas sobre médias. A partir dos resultados e com base nas abordagens de Mokros e Russell (1995), os autores concluíram que os educadores apresentam, maioritariamente, as seguintes noções de média: média como moda, média como algoritmo e média como ponto médio. Os educadores estudados evidenciam ainda níveis baixos de compreensão gráfica, conseguindo estabelecer relações apenas entre os dados do gráfico, as quais não são suficientes para que façam previsões ou inferências a partir delas. Este estudo evidencia da sua parte um conhecimento comum do conteúdo adquirido na formação inicial deficitário com consequências para a implementação do currículo e para o ensino dos seus alunos. Os autores referem a necessidade e importância dos professores realizarem investigações estatísticas para a construção de conhecimentos básicos de Estatística.

Fernandes, Batanero e Gea (2019), desenvolveram um estudo cujo objetivo era estudar a adequação dos métodos estatísticos escolhidos por futuros professores dos primeiros anos para analisar dados estatísticos, bem como a sua respetiva aplicação. Os dados mostram que a escolha dos métodos estatísticos, a seleção das frequências e das medidas estatísticas foram os aspetos mais problemáticos para os professores. Relativamente às frequências, a maioria dos estudantes determinaram frequências acumuladas (absolutas e

relativas) para uma variável estatística qualitativa nominal. No caso das medidas estatísticas, apenas metade dos professores estudados selecionaram e calcularam corretamente estas medidas, sendo que o erro mais comum foi considerarem as frequências em vez dos valores das variáveis para o seu cálculo. Quanto aos gráficos, cerca de três quartos dos futuros professores selecionaram adequadamente gráficos de barras e circulares para representar os dados, no entanto, a omissão de vários elementos do gráfico, como sejam o título e os nomes dos eixos, dificultou a sua leitura e interpretação. Segundo os autores, as dificuldades dos futuros professores na seleção das representações gráficas e das medidas estatísticas que melhor resumem os dados podem estar relacionadas com um ensino e aprendizagem da estatística orientados para as fórmulas e os cálculos, a qual dispensa os alunos na tomada de decisões sobre quais métodos estatísticos devem usar, os quais são, normalmente, especificados nos enunciados das tarefas fechadas que são mais usuais em sala de aula, o que é uma abordagem bastante limitada face às recomendações atuais.

Martínez e Contreras (2019) estudaram o raciocínio de 75 futuros professores do ensino básico intuitivo sobre gráficos encontrados na imprensa. Para tal, elegeu-se uma notícia de um meio de comunicação e efetuaram-se várias perguntas com o intuito de se estudar o seu nível de cultura estatística. Os resultados mostram que os futuros professores estudados apresentam sérias dificuldades com a interpretação crítica da informação estatística apresentada na comunicação social já que são incapazes de compreender que a notícia, da forma como está apresentada, pode levar a conclusões incorretas. Na primeira questão, onde se perguntava se o gráfico apresentado era adequado para explicar a informação, a maioria dos professores respondeu afirmativamente por se tratar de um gráfico visualmente apelativo e impactante (mapa de Espanha), não acautelando que a informação dada pelo gráfico estava incompleta e poderia levar a deduções e conclusões erróneas. Na segunda questão, em que se perguntava sobre a correção da informação apresentada, a maioria dos futuros professores respondeu que sim somente pelo facto de ter sido originada por um meio de comunicação que consideravam fiável.

Ainda relativamente aos gráficos estatísticos, Anasagasti e Korta (2019) estudaram as representações gráficas apresentadas por 50 futuros professores de Educação Básica no desenvolvimento de um projeto de investigação estatística, mediante o uso de um *software* informático. Os resultados mostraram que os futuros professores revelam ter dificuldades na construção e apresentação de gráficos e que, provavelmente, o uso acrítico

do *software* esteve na origem da maior parte dos erros cometidos. Verifica-se que os gráficos mais utilizados pelos futuros professores foram os gráficos de barras e os gráficos circulares, mas também apareceram alguns histogramas, pictogramas e polígonos de frequência. Em muitas ocasiões, os gráficos apresentados não estavam adequados ao tipo de variável, sobretudo se a variável era quantitativa discreta ou contínua. Por exemplo, os futuros professores construíram gráficos de barras no lugar de histogramas para representarem variáveis quantitativas contínuas, como “o número de minutos semanais que os sujeitos passam a realizar uma atividade física”. Todavia, não ficou claro no estudo se o aspeto anterior se deve a um erro conceitual ou se foi uma consequência da não modificação das opções estabelecidas pelo programa. Para além disso, os erros centraram-se na apresentação dos gráficos que torna a informação neles contida, em particular a inexistência de títulos do eixo vertical e horizontal, legendas, etc.

Os autores concluíram que parte dos futuros professores estudados não refletiu sobre os resultados obtidos, nem questionaram a adequabilidade do gráfico apresentado, se a informação apresentada se podia ler e entender e se permitia responder à questão de investigação (Anasagasti & Korta; 2019)

Na investigação levada a cabo por Caseiro e Machado (2019) com futuros professores dos primeiros anos sobre a importância da realização de trabalho de projeto em educação estatística, foram detetadas dificuldades no desempenho dos analisados ao longo das várias etapas do trabalho de projeto (Problema, Plano, Dado, Análise e Conclusão). Os autores referem que a fase do *Problema* foi a mais problemática para os futuros professores e este aspeto parece estar relacionado com a sua falta de experiência para com este tipo de trabalho. Os analisados tenderam a apresentar um tema geral do trabalho sem formularem qualquer problema inicial. Mais tarde, tiveram a oportunidade de refletir e melhorar o problema e as questões de investigação através do *feedback* dos seus professores, contudo, continuaram a apresentar dificuldades na concretização desta fase do ciclo investigativo. À semelhança da etapa anterior, também a fase do *Plano* causou alguns constrangimentos aos futuros professores por ser um tipo de trabalho que não estão habituados a realizar. Quando lhes foi solicitado para recolherem dados por grupo sobre a medida do palmo dos colegas, estes não planearam o trabalho e tenderam a recolher dados repetidos dos elementos da amostra e a forma como realizaram as medições também foi diferente. No final, os estudantes puderam refletir sobre a importância da

realização de um plano de trabalho que tenha em conta a seleção dos elementos da amostra bem como a forma de recolha dos dados. Na fase de *Dados*, os futuros professores continuaram a revelar dificuldades. Embora estivessem habituados a responder a questionários, na sua elaboração revelaram dificuldades em formular e diversificar as questões constantes nos mesmos, mesmo após o *feedback* dos investigadores e da discussão em grande grupo. Após a recolha de dados, na fase *Análise*, tiveram de organizar os dados sob a forma de representações e medidas estatísticas as quais foram trabalhadas durante um conjunto de aulas para apoiar o seu trabalho nesta fase. Não obstante a familiaridade dos analisados com as representações estatísticas e com a sua forma de construção a qual foi visível na diversidade utilizada, foi possível identificar algumas dificuldades em relação à sua adequação ao tipo de variáveis em estudo, o mesmo acontecendo com as medidas estatísticas. Os futuros professores pareceram não compreender o significado de mediana já que tentaram calculá-la para uma variável de natureza qualitativa. Também relativamente às representações gráficas, revelaram não distinguir entre gráfico de barras e histograma e mostraram dificuldades na compreensão da adequação de cada um deles à natureza das variáveis já que construíram um gráfico de barras para representar uma variável de natureza quantitativa contínua. A análise de dados realizada pelos grupos, tenderam a ser muito sintéticas, enquanto outras referiram diversas medidas estatísticas, sem a preocupação de as relacionarem entre si e com o contexto, evidenciando não conhecer seu o significado nem eleger as que melhor representavam os dados. Na fase das Conclusões, foi evidente a preocupação dos futuros professores em responder às questões de investigação, tendo alguns grupos fundamentado as suas conclusões com referência a estudos empíricos já realizados (Caseiro & Machado, 2019).

No contexto de uma experiência formativa com licenciados inseridos num curso de especialização para professores de Matemática que decorreu no Brasil, Rodrigues e Ponte (2022a) analisaram as componentes cognitiva e afetiva da literacia estatística de 18 professores. Os autores referem a literacia uma competência essencial necessária aos professores de Matemática que ensinam os conteúdos estatísticos aos alunos do ensino básico, contudo os resultados deste estudo evidenciam a necessidade de os professores participantes ampliarem a sua literacia estatística. A nível da componente cognitiva da literacia estatística, os professores tenderam a apresentar interpretações incorretas sobre as medidas de tendência central. A nível dos gráficos, os professores estudados não

evidenciaram uma postura de questionamento crítico na sua interpretação, para além de não saberem como um gráfico deve ser apresentado de forma a apresentar a informação de forma coerente. Relativamente à componente afetiva da literacia estatística, os professores revelaram nas respostas apresentadas às questões colocadas uma atitude pouco positiva em relação aos conteúdos estatísticos, uma falta de postura crítica diante das suas interpretações e falta de flexibilidade para ressignificar essas mesmas interpretações. Para colmatar as fragilidades dos professores a nível da literacia estatística, os autores apontam a necessidade de proporcionar aos professores, quer na formação inicial quer na formação contínua, oportunidades de aprendizagens significantes que lhes permita proporcionar aos seus alunos experiências de ensino concordantes com as orientações curriculares dominantes para o ensino da Estatística.

Em suma, existem poucos estudos referentes ao conhecimento estatístico dos professores e os que existem são maioritariamente referentes aos gráficos estatísticos ou à média aritmética, são com futuros professores dos primeiros anos e mostram um conhecimento estatístico muito limitado (Barros, 2004; Estrada, 2007; Godino & Navas, 1997; Nunes, 2008).

A literacia estatística que constitui uma competência-chave para os cidadãos do século XXI, parece necessitar de ser ampliada e desenvolvida para os professores a poderem desenvolver nos seus alunos. Os docentes mostram fragilidades quer na vertente cognitiva (conhecimento do significado das medidas estatística, adequação dos gráficos) quer na vertente afetiva (postura negativa em relação aos conteúdos estatísticos e falta de criticidade em relação aos gráficos e interpretações dos dados (Rodrigues & Ponte, 2022a). Em relação ao conhecimento dos professores sobre investigações estatísticas, os estudos mostram dificuldades nas diferentes fases do ciclo estatístico (Problema, Plano, Dados, Análise e Conclusões) (Caseiro, 2010). Contudo, as fases iniciais de uma investigação estatística (Problema e Plano) são as que causam mais constrangimentos aos professores, em particular a fase do *Problema*, por ser um tipo de trabalho que não estão habituados a fazer. Assim, os futuros professores apresentam muitas dificuldades em formular um problema de investigação, tendendo a apresentar apenas temas gerais (Caseiro & Machado, 2019). Tal como sugere Burgess (2002), os professores estão habituados a trabalhar a estatística como um conjunto de procedimentos isolados.

Já quanto ao conhecimento sobre gráficos, a investigação tem mostrado uma competência gráfica limitada, já que para os futuros professores a construção e interpretação de gráficos é problemática (Arteaga et al., 2010; Batanero et al., 2010; Espinel et al., 2008; Gonzalez & Pinto, 2008; Gonzalez et al., 2011; Martínez & Contreras, 2019). De uma forma geral, as principais dificuldades dos professores são: - a interpretação de gráficos, pois tendem a realizar uma leitura literal dos mesmos, ficando-se pelo nível mais básico (“ler os dados”) de competência gráfica proposta por Cúrcio (1987) (Arteaga et al., 2016, 2019; Batanero et al., 2010; Espinel et al., 2008); a seleção de tipo de gráfico mais adequado à natureza dos dados. Por exemplo, confundem histograma com gráfico de barras, usando indiferentemente um ou outro (Arteaga et al., 2019; Caseiro & Machado, 2019; Espinel et al., 2008).

Relativamente aos estudos sobre medidas estatísticas, a investigação empírica sobre a compreensão do conceito de medidas de tendência central é muito reduzida. Dos estudos existentes referentes ao conhecimento do conteúdo de Estatística, a maioria foca-se no conceito de média aritmética (Jacobe & Carvalho, 2011). Os estudos têm mostrado que os professores possuem um conhecimento bastante processual das medidas estatísticas pois identificam-nas apenas com o seu algoritmo de cálculo (Rodrigues & Ponte, 2022b) e raramente sabem justificar quando uma medida de centro é mais útil do que outra, tendo em conta um determinado conjunto de dados, ou seja, não reconhecem o impacto da forma da distribuição na representatividade das medidas de centro (Groth & Bergner, 2006). Outro aspeto problemático para os professores é a fraca compreensão dos conceitos de média e mediana que os leva a querer determiná-las para variáveis qualitativas (Barros, 2004; Caseiro & Machado, 2019). Também a determinação da média e da mediana para dados agrupados traz algumas dificuldades e confusão entre as frequências e os valores da variável (Barros, 2004; Fernandes, Batanero & Gea, 2019).

A nível concetual, os professores tendem a entender a média como “partilha justa” um significado esperado dos alunos do nível de escolaridade mais elementar. Evidenciam também uma compreensão reduzida de amostragem e de estratégias de recolha de dados para determinadas variáveis (Rodrigues & Ponte, 2022b).

Conhecimento de didática da Estatística

Se o conhecimento de Estatística dos professores não está adequado para preparar os alunos para os desafios e exigências da sociedade atual e lhes coloca várias dificuldades, mais pronunciadas ainda parecem ser as limitações dos professores quanto ao conhecimento de didática da Estatística, indispensável para a sua prática letiva (Estrada, 2007; Sorto & White, 2004).

Gatusso e Panonne (2002), num estudo com professores em exercício dos vários níveis do ensino básico e secundário, concluíram que poucos professores ensinam Estatística na escola e quando o fazem reduzem-na a cálculos rotineiros e a fórmulas. Os docentes não reconhecem a Estatística como uma ciência autónoma da Matemática, o que se reflete também na forma como a ensinam aos seus alunos. Uma grande parte dos observados reconheceu que abrevia, e em alguns casos suprime, com frequência o programa de Estatística por falta de tempo, porque consideram que a Estatística não está tão fortemente relacionada com os restantes conteúdos matemáticos e porque preferem desenvolver outros assuntos e preparar os alunos para os exames finais. Os autores referem que, na medida que os professores evitam ensinar Estatística aos seus alunos, perdem a oportunidade de aprofundar e desenvolver o seu conhecimento profissional a partir da sua prática letiva e, por conseguinte, muitos estudos evidenciam que as atitudes em relação à Estatística são muito semelhantes entre professores em formação e professores em exercício.

Cai e Gorowara (2002) investigaram os tipos de representações pedagógicas sobre medidas estatísticas de centro utilizadas por 23 professores experientes e futuros professores do ensino médio (6.º até 8.º ano) dos Estados Unidos. Os autores referem que um ensino eficaz requer, para além de conhecimento do conteúdo, um adequado domínio da representação de ideias matemáticas e relações entre elas para favorecer a compreensão dos alunos. Este estudo evidenciou algumas diferenças significativas, bem como semelhanças interessantes nas conceções e construções de representações pedagógicas dos professores experientes e inexperientes. Na entrevista, os professores experientes foram capazes utilizar uma maior variedade de representações, bem como antever os erros mais comuns dos alunos; enquanto os professores inexperientes utilizaram representações algébricas, quase que exclusivamente. É interessante notar que, embora os professores experientes tenham conseguido antecipar os erros mais comuns que os alunos podiam cometer ao resolver determinados problemas, eles raramente enumeraram formas de os ajudar a superá-los, mesmo quando foram solicitados a fazê-

lo. No entanto, as diferenças anteriores entre os professores experientes e inexperientes não foram claramente evidentes na geração de representações pedagógicas na sua planificação das aulas, pese embora o conhecimento dos professores experientes em representações fosse maior e mais diversificado. Este aspeto pode dever-se à estrutura rígida e fechado de um plano de aula sob a forma de tabela utilizado pelos professores. Outra possível explicação poderá ser a existência de uma desconexão entre o conhecimento dos professores e a sua capacidade de planear e planificar as aulas (Cai & Gorowara, 2002).

No estudo desenvolvido por Heaton e Mickelson (2002) com 44 futuros professores (do Pré-Escolar ao 6.º ano de escolaridade) em que estes tiveram de planear, conduzir e refletir sobre uma investigação estatística com crianças em sala de aula, os autores identificaram vários problemas. Em primeiro lugar, as questões utilizadas pelos analisados tenderam a ser unidimensionais (do tipo “Quantos dentes tens?”, “Qual é a tua carne preferida?”) com uma resposta correta, as quais conduziram a uma síntese dos dados que não foi além de um sumário descritivo baseado no conhecimento factual que as mesmas proporcionaram. Raramente os futuros professores formularam questões relacionais com objetivos de investigação mais amplos. Este estudo evidenciou a existência de temas e questões que conduzem a investigações estatisticamente mais interessantes e intelectualmente mais desafiantes do que outros pelo que é importante que os professores saibam como apoiar os alunos a identificar questões limitantes e a apresentar questões interessantes do ponto de vista estatístico e intelectual. Outro aspeto não menos problemático foi o facto de os autores terem verificado por parte dos futuros professores uma tendência para se concentrarem nos aspetos mais técnicos da investigação como a construção de gráficos perdendo de vista o propósito maior que é o sentido da investigação. Mais, em muitas salas de aula a construção dos gráficos marcou o fim da investigação, parecendo que a construção de gráficos vale por si só e tornou-se num objetivo de aprendizagem sem que houvesse a preocupação em interpretar os dados e relacionar os gráficos com as questões de investigação. Para os autores, as duas problemáticas identificadas parecem estar relacionadas com a própria incerteza dos futuros professores sobre os componentes e a complexidade do raciocínio com dados. Na medida que o processo investigativo completo constituía uma novidade para estes futuros professores, o ensino proporcionado aos seus alunos foi limitado ao nível do conhecimento estatístico e do tópico sob investigação já que tenderam a centrar o ensino

nas componentes do processo investigativo mais familiares para si como recolher dados e construir gráficos. Esta falta de flexibilidade faz com que seja difícil, os futuros professores identificarem momentos críticos de ensino e decidir o que fazer com eles quando surgem (Heaton & Mickelson, 2002).

Sorto e White (2004), num estudo desenvolvido com futuros professores do ensino médio (6.º - 8.º anos), nos Estados Unidos da América, sobre as dificuldades do conhecimento estatístico e do conhecimento estatístico para ensinar, concluíram que neste último tipo de conhecimento as dificuldades dos professores são bastante mais pronunciadas, sobretudo no que se refere ao conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem. Os professores não conseguiram identificar os erros dos alunos que determinaram a mediana para dados categóricos. Para além disso, os professores não conseguiram apresentar argumentos para convencer um aluno de que podem existir diferentes conjuntos de dados com a mesma média, nem explicar qual o significado de uma média de 3,5 pessoas.

Barros (2004) desenvolveu um estudo com futuros professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico os quais revelaram alguma insegurança em termos do conteúdo de ensino (Estatística), bem como algumas dificuldades em encontrar estratégias diversificadas para o ensino do tema. Verificou-se, ainda, que as metodologias de ensino foram, essencialmente, influenciadas pelos manuais escolares, pela sua experiência enquanto alunos, pelo tempo disponível para dedicar aos conteúdos, pelas características da turma e por dificuldades a nível do conhecimento científico e didático. Assim, as dificuldades sentidas ao nível do conhecimento de Estatística e do conhecimento didático de Estatística funcionaram como uma limitação afetando as suas escolhas em termos de ensino, tornando mais pobre a exploração do tema, em particular tendo influência preponderante na seleção de determinadas tarefas em detrimento de outras. A investigadora refere ainda que, face às dificuldades manifestadas pelos participantes do estudo, evidencia-se a necessidade de desenvolver nos futuros professores uma atitude reflexiva de modo a consciencializá-los das suas dificuldades e, conseqüentemente, a motivá-los para colmatar lacunas tanto do ponto de vista científico e didático.

Fernandes, Sousa e Ribeiro (2004) levaram a cabo um estudo em que participaram três professores do 3.º ciclo e ensino secundário. Em termos de resultados, verificou-se que a formação de dois dos professores em relação à Estatística era bastante limitada. Durante o ensino do tema, todos eles salientaram o seu carácter prático, motivador e significativo

para os alunos, recorreram a manuais escolares, usaram novas tecnologias centradas no professor e valorizaram o trabalho de grupo. Estes professores afirmaram não ter quaisquer dificuldades em ensinar o tema.

Ribeiro (2006) estudou três professoras do 3.º ciclo do ensino básico e secundário, que lecionavam o 7.º ano de escolaridade na mesma escola. O estudo realizado permitiu concluir que as professoras tinham uma reduzida formação em Estatística e pouca experiência de ensino desta temática embora elas lecionassem há já alguns anos, o que pode estar na origem das suas dificuldades em planificar as aulas de Estatística. Ao longo do estudo, as professoras recorreram maioritariamente a tarefas de natureza fechada realizadas por si em que os dados eram obtidos a partir dos próprios alunos (e.g., relativos a características, interesses e preferências dos alunos) ou retiradas dos manuais escolares, privilegiando um conhecimento factual e processual. Na implementação das tarefas, os alunos trabalharam, quase sempre, individualmente, prevaleceu uma metodologia de ensino tradicional e privilegiou-se uma comunicação expositiva, centrada no professor e enfatizando os conhecimentos e a memorização. Contrariamente às expectativas das professoras, os alunos revelaram dificuldades em todos os conteúdos abordados na unidade de Estatística do 7.º ano de escolaridade, desde a compreensão dos conceitos à aplicação de procedimentos e à realização de cálculos. Verificou-se que as professoras não aprofundavam as dificuldades dos alunos e, ao invés disso, propunham mais exercícios, aumentavam o trabalho de casa e, outras vezes, apresentavam elas próprias as respostas. Globalmente, o ensino da unidade revestiu-se de um carácter superficial, tendo as suas opções metodológicas sido, essencialmente, influenciadas pelo tempo disponível para dedicar a esta unidade, pelos manuais escolares, pelas características da turma, pelas suas experiências enquanto alunas e por um conhecimento científico e, sobretudo, didático pouco profundo. Além disso, salientou-se ainda a não utilização de novas tecnologias, a não utilização de estratégias de trabalhos de grupo e de trabalho de projeto e uma avaliação individual com base num teste escrito. Os resultados obtidos neste estudo evidenciam a necessidade de aprofundar a formação dos professores em Estatística e de criar condições para o ensino deste tema de acordo com a importância que atualmente lhe é reconhecida (Fernandes, Carvalho & Ribeiro, 2007; Ribeiro, 2006).

Burguess (2007) estudou o conhecimento necessário para ensinar Estatística através de investigações de quatro professores neozelandeses do 1.º ciclo. O estudo mostrou que, para um ensino eficaz de Estatística por meio de investigações, é necessário que os

professores tenham conhecimento sobre as quatro dimensões do pensamento estatístico incluídas no modelo de Wild e Pfankuch (1999) (Tipos de pensamento, ciclo investigativo, ciclo interrogativo e disposições). Se algum aspeto do conhecimento não estiver disponível ou não for usado, os professores perderão oportunidades de desenvolver a aprendizagem dos alunos, prejudicando-a. Implicações devem ser tiradas para a formação inicial e contínua de professores, de acordo com o autor.

Fernandes, Alves e Machado (2008) desenvolveram um estudo envolvendo quatro professoras, duas com experiência predominante no 3.º ciclo do ensino básico e as outras duas com experiência predominante no ensino secundário, tendo verificado alguma evolução positiva nas práticas letivas com Estatística destas professoras em relação a estudos anteriores. No que se refere às opções metodológicas, destacou-se o trabalho em grupo dos alunos o qual se revestiu um carácter mais sistemático e abrangente, o recurso a tarefas de carácter prático, contextualizadas e relacionadas com a vida real e o recurso, em maior ou menor grau, às tecnologias no ensino da Estatística, em particular a utilização da folha de cálculo e das calculadoras gráficas. Em geral, os professores reconhecem e valorizam algumas das recomendações atuais para o ensino da Estatística, sem, no entanto, as implementarem sistematicamente nas suas práticas letivas, como é o caso do reconhecimento de vantagens no uso do trabalho de grupo e das Tecnologias de Informação e Comunicação.

Chick e Pierce (2008) estudaram 27 futuros professores do 1.º ciclo. As conclusões apresentadas tiveram por base planos de aula realizados pelos professores sobre um recurso que incluía dados e a oportunidade para abordar questões de literacia estatística. O estudo permitiu concluir que o tipo de ensino de Estatística que o professor desenvolve na sala de aula, se centrado em conceitos e procedimentos ou focado no desenvolvimento do pensamento crítico, depende das suas conceções, do seu conhecimento de Estatística e do seu conhecimento pedagógico de Estatística. Verificou-se que os professores mostraram uma atitude ambivalente em relação à Estatística e uma incapacidade ou falta de vontade para se envolver profundamente com o recurso. A maioria dos planos de aula dos professores estavam focados no domínio das regras para a construção de gráficos, seleção correta de gráficos ou no domínio de cálculos e procedimentos, em detrimento da compreensão da fonte de dados ou suas implicações. Não se notou da parte destes professores uma preocupação em desenvolver as competências anteriores que consideraram importantes de forma interligada, com base na exploração dos dados do

recurso e uma interpretação significativa dos mesmos. A maioria desses professores não considerava que os alunos fossem capazes de se empenhar seriamente com os dados fornecidos pelo recurso. Denota-se, de acordo com os autores, uma tendência entre estes professores, mais forte entre os professores dos primeiros anos, para escolher tarefas práticas que exigem apenas um pensamento superficial em detrimento de tarefas conceitualmente mais desafiadoras que podem não parecer "divertidas" na sala de aula.

Nunes (2008) estudou as opções metodológicas de 3 professores no ensino da estocástica no 6.º ano de escolaridade e verificou que os trabalhos de projeto e as investigações estatísticas não foram explorados por nenhum dos professores. Após uma ligeira introdução dos conceitos, os professores propunham aos alunos tarefas para a aplicação e consolidação dos mesmos, que consistiam na resolução de exercícios do manual escolar ou de fichas de trabalho por eles preparadas, as quais desenvolviam sobretudo competências instrumentais e de cálculo, deixando de lado, quase sempre, as competências de interpretação e argumentação. As questões que os professores colocavam aos alunos eram geralmente muito fechadas, não permitindo aprofundar o seu pensamento nem compreender as suas dificuldades e confrontá-los com elas.

Watson, Callingham e Donne (2008), num estudo com 42 professores de todos os níveis de ensino, concluíram que alguns deles não respondem corretamente em questões que exigem uma resposta a uma incompreensão particular de um aluno e não conseguem identificar os próximos passos a serem realizados para ajudarem os alunos a superarem as suas dificuldades e a desenvolverem o pensamento estatístico.

González e Pinto (2008) exploraram o conhecimento de didática da Estatística e as conceções de quatro futuros professores do ensino secundário sobre organização e representação de dados estatísticos. Nenhum dos professores estudados revelou conhecer o processo de ensinar gráficos estatísticos e quais as dificuldades dos alunos subjacentes à aprendizagem deste conceito, desconhecendo os níveis cognitivos de Curcio (1987) associados à representação gráfica e as várias componentes e processos de interpretação. Consequentemente, os professores perderam oportunidades para ajudar seus alunos a enfrentar essas dificuldades e alcançar uma compreensão mais profunda dos conceitos fundamentais. Revelaram uma visão curricular muito simplista sobre a aprendizagem de gráficos, muito centrada em aspetos processuais com recurso a atividades mecânicas e de aquisição de habilidades focadas na sua construção, análise de conceitos e a aplicação de algoritmos e fórmulas. Tal como referem os autores, para ensinar gráficos estatísticos é

necessário seguir um determinado percurso com várias fases relacionadas: a construção de gráficos, a interpretação de gráficos (e não simplesmente apenas a sua leitura) e a aplicação de algoritmos e fórmulas. Os autores concluem reforçando a ideia de uma necessidade premente de formação específica por parte dos futuros professores sobre as diferentes representações gráficas, as suas características, dificuldades e a sua importância no processo de ensino e aprendizagem.

A propósito do ensino com investigações estatísticas, Makar (2008) refere que esta metodologia raramente é usada na escola e resulta complexa e problemática para os professores. O foco do ensino da Estatística continua a ser os cálculos, os procedimentos e os gráficos. Para melhor compreender o processo de aprender a ensinar através de investigações estatísticas, a autora estudou 5 professores primários australianos (1.º ano ao 6.º ano) com níveis de experiência variados. Propôs um modelo para melhor compreender o envolvimento dos professores no desenvolvimento da confiança, comprometimento e habilidade em ensinar através de investigações estatísticas. À medida que os professores ficaram mais familiarizados e mais experientes com o processo investigativo, foram emergindo vários níveis de competência com diferentes características e diferentes elementos de progressão (Makar, 2008) (Figura 22).

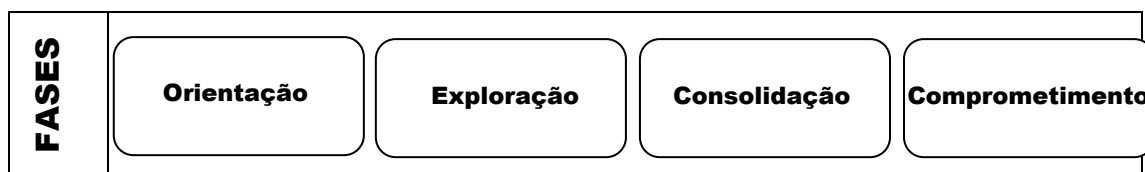


Figura 22 - Modelo para aprender a ensinar investigações estatísticas (Makar, 2008)

O ciclo de orientação representa o primeiro contacto dos professores com as investigações estatísticas. Estar preparado para antecipar o processo investigativo numa sala de aula é de longe o obstáculo mais desafiante para os professores que se culpam por não ter previsto alguns contributos dos alunos, não vendo que a imprevisibilidade decorre da própria natureza deste processo. Durante as suas experiências iniciais, o foco principal dos professores é o desenvolvimento de uma antevisão acerca deste processo, preocupando-se, sobretudo, em apresentar um problema interessante e com aspetos estruturais da sua sala de aula (por exemplo, o trabalho em grupo, o tipo de apoio a dar de forma a permitir que os alunos sejam autónomos) (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

No ciclo exploratório, após os professores terem experienciando o que as investigações estatísticas parecem ser na sala de aula, eles reagiram a desafios que apareceram durante

a primeira fase. Por exemplo, eles conseguiram aperceber-se de um conjunto de potenciais direções nas diferentes fases do ciclo investigativo (PPDAC) (Wild & Pfannkuch, 1999) e responderam alterando questões de gestão que surgiram em cada um desses ciclos. Os professores continuaram preocupados com os aspetos de logística, como organizar e coordenar o trabalho de grupo e ajudar os alunos a desenvolver a independência. A sua crescente experiência ajudou-os a modificar os seus estilos de ensino para começarem a abordar e a resolver estas questões (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

Durante o ciclo de consolidação, os professores continuaram a desenvolver uma imagem do que estava envolvido no ensino de investigações estatísticas aos alunos, focando-se mais em refinar o processo para melhorar a aprendizagem dos alunos, em detrimento de aspetos menos importantes, como por exemplo a gestão da sala de aula e questões logísticas. Eles encontram maior facilidade em elaborar e colocar questões mais ricas para iniciar o processo e conseguiram também estruturar melhor os aspetos mais subtis do ensino das investigações estatísticas para desenvolver uma compreensão mais profunda do conteúdo nos alunos. Nesta fase, os professores já se sentem mais seguros a negociar o equilíbrio entre a tomada de decisão dos alunos e a fornecer alicerces para mantê-los focados no processo de investigação. Aumentou o interesse em apoiar a aprendizagem dos alunos, bem como em ajudá-los a elaborar conexões entre a questão colocada, os dados recolhidos e as conclusões tiradas. Os professores precisam de experienciar primeiro este aspeto na sala de aula para que consigam antever os seus papéis em fornecer alicerces aos seus alunos neste processo (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

No ciclo de comprometimento, depois de decorrem dois anos desde o início desta experiência, os professores estão claramente comprometidos em incluir as investigações estatísticas na sua prática letiva, assim como em ajudar outros colegas de profissão a desenvolver e a melhorar o seu ensino de investigações estatísticas (Makar & Fielding-Wells, 2011).

Sosa (2010) estudou o conhecimento didático de Estatística de dois professores, em Espanha. Os resultados do estudo revelam que cada professor é influenciado pela conceção que possui sobre a Estatística e o seu ensino, sobre o tipo de formação que recebeu enquanto estudante e sobre a sua experiência docente. O autor concluiu também que os professores possuem um repertório muito reduzido para o ensino da representação gráfica exigindo aos alunos apenas o nível de compreensão gráfica mais baixo – “ler o

gráfico”. Este aspeto é atribuído tanto ao conhecimento didático do conteúdo que estes professores possuem, como também ao currículo vigente que propõe objetivos bastante parcos relativamente a este assunto. O estudo destacou ainda a experiência do professor como um elemento diferenciador em alguns aspetos da sua prática letiva (Sosa, 2010). Os resultados mostram que o conhecimento didático do conteúdo é único e cada professor possui uma conceção diferente de Estatística e sobre o ensino e aprendizagem da representação gráfica. No entanto, encontraram-se algumas similaridades como as dificuldades relacionadas com a aquisição e integração de alguns domínios do conhecimento didático do conteúdo, como: relacionar o conhecimento do conteúdo a ensinar com as representações instrucionais e com o conhecimento do processo de aprendizagem dos alunos; utilizar uma variedade de recursos e materiais para o ensino da representação gráfica; conhecer o conteúdo e o estudo da representação gráfica para além da construção de gráficos (Sosa, 2010).

Leavy (2010), no seu estudo sobre futuros professores do 1.º ciclo no processo de aprender a ensinar estatística através da realização de investigações estatísticas, concluiu que a experiência dos professores com investigações estatísticas é bastante limitada. No planeamento de investigações estatísticas, os investigados revelaram dificuldades em saber o que fazer e como o fazer nas diferentes etapas do ciclo investigativo. Na primeira etapa, a formulação de questões para motivar investigações estatísticas foi também problemático para os professores devido a uma tensão que os mesmos sentiram entre a geração de questões que conduzissem simultaneamente a investigações interessantes para os alunos, ao desenvolvimento do raciocínio crítico e à inferência informal. Resultou que, inicialmente, todas as investigações propostas geraram dados discretos o que acabou por ser um fator limitante já que, em comparação com os dados contínuos, os dados discretos limitam os tipos de análise que podem ser realizadas a partir dos dados bem como o grau de inferências que podem ser feitas.

Os participantes não estavam seguros da lógica por trás da seleção de uma determinada medida estatística ou gráfico e tiveram dificuldades em coordenar a sua compreensão estatística com as características de cada etapa do ciclo investigativo. Contudo, a autora refere também que o planeamento de aulas com investigações estatísticas e a sua respetiva reflexão constituiu uma oportunidade de desenvolvimento do conhecimento estatístico e do desenvolvimento de perspetivas mais sofisticadas dos dados (Leavy, 2010).

Num estudo levado a cabo por Quintas, Oliveira e Ferreira (2011) sobre o conhecimento didático de Estatística de professores do ensino secundário, as autoras referem que alguns investigados consideram que os alunos têm dificuldades em lidar com conceitos estatísticos básicos. O estudo evidencia a necessidade de os professores aperfeiçoarem a sua capacidade de avaliar as respostas dos alunos e compreender os seus argumentos face a situações da sala de aula. Sugere ainda que os professores aprofundem o seu conhecimento no domínio da aprendizagem e das dificuldades e erros mais frequentes dos alunos, sob pena de algumas oportunidades de ensino não serem aproveitadas para ajudar os alunos a aprofundar os seus conhecimentos e a superar as suas dificuldades.

Henriques e Oliveira (2013) estudaram o conhecimento de futuros professores de 3.º ciclo e ensino secundário sobre investigações estatísticas. A análise dos dados recolhidos teve por base o modelo conceptual do conhecimento estatístico para ensinar de Burgess (2007). As autoras concluíram que a maioria das dimensões do conhecimento do professor, em relação às diversas categorias do pensamento estatístico, marcam presença na sua reflexão escrita. Os dados recolhidos evidenciam indicações favoráveis relativamente à natureza do conhecimento que a futura professora está a desenvolver sobre a realização de investigações estatísticas com os alunos. No que se refere às dimensões do conhecimento estatístico para ensinar, verifica-se que o conhecimento que está mais relacionado com a prática letiva como as dimensões *conhecimento do conteúdo e dos alunos* e *conhecimento do conteúdo para ensinar* são as que menos se evidenciaram, sendo pouco profundas e abrangentes, pois as oportunidades de reflexão da professora sobre a sua prática letiva com investigações é muito limitada e também, pelo facto do ensino da estatística através de investigações ser recente nas orientações curriculares, os futuros professores não o experienciaram na sua aprendizagem. Segundo Oliveira e Henriques (2014), o quadro concetual utilizado nesta investigação é adequado para analisar o *conhecimento estatístico para ensinar* do futuro professor em contexto de formação inicial, identificando-se aspetos a melhorar. Todavia, as autoras reconhecem algumas dificuldades em separar algumas componentes do conhecimento do professor, nomeadamente, entre *conhecimento especializado* e *conhecimento de conteúdo e alunos*, tal como a literatura indica.

Leiria (2013) estudou o conhecimento de duas professoras do 3.º ciclo do ensino básico acerca do ensino da representação gráfica. Os dados mostram que, embora as professoras possuam um conhecimento do conteúdo adequado, revelam muitas fragilidades a nível

do conhecimento pedagógico do conteúdo no que se refere ao saber necessário para ensinar representações gráficas estatísticas, nomeadamente na transformação do seu conhecimento estatístico e curricular em experiências de aprendizagens significativas para os alunos que lhes permita o desenvolvimento de capacidades fundamentais. As professoras mostraram dificuldades na implementação de tarefas inovadoras em sala, como é o caso das investigações estatísticas, e apresentam um conhecimento deficitário das dificuldades e dos processos de aprendizagem dos alunos. A investigadora concluiu que as professoras não cumprem integralmente as orientações curriculares vigentes da altura (ME, 2007) pelo que não basta introduzir novas orientações curriculares para que elas sejam uma realidade na prática dos professores.

Santos e Ponte (2014a), a propósito de um estudo com futuras educadoras e professoras (1.º e 2.º ciclo) cujo objetivo era compreender os conhecimentos e capacidades que estas possuíam sobre Estatística e sobre didática de Estatística, analisaram as suas perspetivas sobre as investigações estatísticas como tarefa de ensino e aprendizagem e o modo como conduzem uma investigação estatística na sala de aula. Os autores concluíram que as futuras professoras têm dificuldade em realizar investigações estatísticas de modo a desenvolver nos alunos compreensão, sentido crítico e autonomia para a realização do ciclo investigativo. Os aspetos anteriores parecem dever-se ao modo como as participantes perspetivam uma investigação estatística como um conjunto de procedimentos isolados a aplicar – tema, questionário, tabela de frequências, gráfico – com pouca preocupação para com a compreensão, integração e razoabilidade dos mesmos. Os dados evidenciaram ainda que uma das futuras professoras estudadas possui ideias erróneas acerca dos conceitos de população e amostra e estas influenciam a forma como esta tece considerações sobre os dados (Santos & Ponte, 2014b). Esta investigada evidenciou dificuldades na condução de investigações estatísticas nomeadamente na primeira e última etapa do ciclo investigativo (Problema, plano, dados, análise e conclusões) onde é requerido um conhecimento didático mais robusto e onde a sua experiência enquanto aluna é praticamente inexistente, tendendo a sobrevalorizar as etapas e processos que lhes eram mais familiares como a recolha e análise dos dados e dando como praticamente concluída a investigação com a construção das representações gráficas (Santos & Ponte, 2014b). A futura professora refere valorizar a ideia de se devem responsabilizar e envolver os alunos na definição do problema e no processo de decisão de como recolher os dados mas este aspeto teve pouco reflexo na sua prática apresentando

dificuldades em extrair informações dos alunos e concretizar este aspeto tendo assumido ela a liderança e conduzido estas fases.

Ainda relativamente ao mesmo estudo, Santos (2015) refere que os resultados mostram uma grande influência da formação inicial na área da Estatística para o conhecimento estatístico e para o conhecimento didático dos professores relativamente a este tema. Assim, investigação mostra que as futuras professoras têm um conhecimento estatístico, em particular dos instrumentos de organização de dados (tabelas e gráficos) e de medidas de tendência central, marcadamente processual o qual projetam no conhecimento do aluno e do ensino deste tema já que as dificuldades que identificam nos alunos dizem mais respeito a procedimentos estatísticos do que ao processo investigativo, por se identificarem possivelmente também com estas dificuldades enquanto alunas. As suas experiências enquanto alunas no ensino deste tema são também evidentes na forma como valorizam as etapas de recolha e análise de dados em detrimento das restantes usando o método de explicação para ajudar os alunos a ultrapassarem as suas dificuldades.

Seker (2018) investigou a forma como os professores de Matemática turcos do 7.º ano de escolaridade põem em prática tarefas estatísticas cognitivamente exigentes e como essa implementação influencia a aprendizagem dos alunos. Esta investigação foi realizada num contexto de alterações curriculares em que a ênfase do ensino da Estatística foi deslocada dos aspetos matemáticos e computacionais das medidas estatísticas (média, moda e mediana) para os processos e pensamento estatístico. Os resultados mostram que os professores implementaram a maioria das tarefas de alto nível cognitivo sem terem reduzido o grau de complexidade da tarefa e esse aspeto implicou ganhos consideráveis para os alunos a nível da sua aprendizagem. Contudo, em algumas tarefas, os professores reduziram o nível de desafio das mesmas na sua fase de introdutória dando muitas explicações para os alunos completarem a tarefa sem dificuldade. Este aspeto parece estar relacionado com o facto de os professores possuírem falta de conhecimento estatístico relacionado com os significados da média (por exemplo, tarefas de nivelamento) o que fez com que a professora não conseguisse ajudar os alunos a resolver a tarefa por outro meio que não fosse a determinação da média através do uso do algoritmo, quando era suposto usarem apenas o método do nivelamento. O autor refere ainda que existem outros fatores que influenciam o professor a reduzir o grau de complexidade da tarefa, para além da falta de conhecimento estatístico: os constrangimentos com o tempo, o tipo

conhecimento e crenças dos professores e as solicitações dos alunos para o professor simplificar a tarefa.

Gómez-Blancarte e Ortega (2018) realizaram uma revisão crítica da investigação em Educação Estatística realizada no âmbito da centralidade dos projetos estatísticos na sala de aula. Os autores concluíram que os projetos estatísticos tendem a ocupar um lugar periférico no currículo porque não são considerados centrais para o processo de ensino. Não obstante os currículos proporem os projetos como veículo principal através do qual os tópicos estatísticos devem ser ensinados, estes, em mais de oitenta por cento dos casos, são usados com outros objetivos como, por exemplo, mecanismos para sintetizar os tópicos depois que eles já haviam sido abordados. Por fim, concluiu-se também que os projetos quando foram aplicados como ferramenta central de ensino, eles eram também usados para avaliar a aprendizagem dos alunos.

Henriques, Oliveira e Batista (2019) estudaram dez futuros professores de Matemática e de Física e Química no âmbito de um programa de formação que objetivou a sua capacitação para o desenvolvimento de tarefas de integração STEM (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*) na sala de aula. Os dados recolhidos evidenciam da parte dos professores de ambas as áreas um reconhecimento da centralidade da Estatística nesta experiência de aprendizagem, a qual se parece dever ao facto da natureza investigativa da tarefa requerer a análise e interpretação de dados reais. Para estes futuros professores, este aspeto permite aos alunos compreenderem a utilidade da Estatística, realizarem aprendizagens significativas e alcançarem processos complexos de pensamento. Os professores reconheceram a importância da tecnologia utilizada (*TinkerPlots*) no desenvolvimento de investigações estatísticas. Como obstáculos, indicam a complexidade inerente ao desenvolvimento deste tipo de projetos em sala de aula, necessitando de dar particular atenção a este aspeto durante o planeamento das aulas.

Buehring (2021), no seu estudo longitudinal de investigação-ação sobre o desenvolvimento do pensamento estatístico com crianças do 1.º ciclo no Brasil com recurso a investigações estatísticas, refere que este trabalho é difícil e requer abertura suficiente da parte do professor para alterar e adaptar os seus planos de aula e questionar a sua prática. A autora referiu que na fase inicial da investigação, em que deu voz aos alunos para colocarem as suas questões a respeito de fenómenos significativos da sua curiosidade, foi problemática quer para eles quer para si pois gerou uma dificuldade relacionada com a categorização que a mesma não estava à espera. Fazer perguntas

envolve categorizar, ou seja, olhar para o fenómeno que uma determinada lente que nos leva a focar em certos atributos em detrimento de outros e este aspeto é complexo para as crianças. A autora refere que as perguntas que resultaram desta aula foram perguntas autênticas, envoltas em dúvida e indecisão, que precisavam ser revistas e reformuladas o que lhe provocou alguma inquietação e angústia. Todavia, tal como refere a autora “que para ensinar Estatística não é possível ir para a sala de aula sabendo tudo, que aquilo que eu pensei estar adequado não estava” (p. 150) pelo que primeiro, antes de avançar, decidiu trabalhar primeiro a classificação com os alunos e mudar o planeamento realizado anteriormente.

No âmbito de uma experiência de formação mais abrangente que teve lugar no Brasil num curso de especialização para professores, Rodrigues e Ponte (2021) analisaram o conhecimento de duas professoras de Matemática experientes sobre a prática letiva com o desenvolvimento de investigações estatísticas, as quais nunca haviam experimentado quer no percurso formativo quer no profissional. O curso foi estruturado através da articulação entre o conhecimento de Estatística e de didática da Estatística através de atividades diretamente orientadas para a prática letiva dos professores. Os resultados evidenciam a importância da planificação antecipada das aulas que acautele, por um lado, a motivação dos alunos e por outro a concretização dos objetivos de aprendizagem, na exploração dos conteúdos e no desenvolvimento de todas as etapas da investigação estatística. Por exemplo, a escolha das questões de investigação, por parte dos alunos, por vezes, necessitam de alguma orientação por parte dos professores para garantir o cumprimento de objetivos de aprendizagem mais amplos e ricos. Outro aspeto que o estudo mostrou foi a necessidade de os alunos assumirem papéis diferentes daqueles que assumem no ensino tradicional, o que pareceu ser problemático para alguns professores. Este tipo de aulas, requer uma abordagem exploratória com o envolvimento dos alunos no trabalho e decisões tomadas em todas as etapas do ciclo investigativo. A preocupação excessiva com a ordem e com a vertente disciplinar e comportamental limita o desenvolvimento da vertente cognitiva. Os autores concluem que as dificuldades evidenciadas pelas professoras nas diferentes etapas da investigação estão relacionadas com a sua inexperiência para com este tipo de tarefas quer a nível formativo quer a nível profissional. Assim, recomendam que os professores contactem com o desenvolvimento de tarefas de investigação nos seus percursos formativos para que desenvolvam o seu

conhecimento de Estatístico e da sua didática e fiquem preparados para desenvolvê-los com os seus alunos.

No contexto da mesma experiência formativa com professores de Matemática, Rodrigues e Ponte (2022b) estudaram outros dois professores do ensino básico do Brasil sobre a forma como desenvolvem o seu conhecimento didático relacionado com o conhecimento de Estatística e com o conhecimento da prática letiva. O curso foi estruturado através da articulação entre o conhecimento de Estatística e da sua didática através de atividades diretamente orientadas para a prática letiva dos professores. Os resultados iniciais, antes da experiência, evidenciaram fragilidades no conhecimento de Estatística dos professores bem como no conhecimento da prática letiva no início do processo formativo. Em relação ao primeiro, os professores tendiam a identificar as medidas estatísticas com os seus algoritmos de cálculo sem se referirem ao seu significado tendo em conta o contexto. A nível concetual, entendiam a média como “partilha justa” um significado esperado dos alunos do nível de escolaridade mais elementar. Na forma como descreviam a realização de uma investigação estatística a nível escolar, evidenciavam uma compreensão reduzida de amostragem e de estratégias de recolha de dados para determinadas variáveis. Relativamente ao conhecimento da prática letiva, os professores enunciavam tarefas rotineiras e pouco desafiantes do ponto de vista cognitivo para desenvolverem com os seus alunos e revelavam não identificar o ciclo investigativo como uma possível tarefa a desenvolver na sala de aula. A abordagem exploratória proporcionada no curso permitiu que os professores desenvolvessem o seu conhecimento estatístico referente a conceitos associados com a realização de investigações estatísticas. Relativamente ao conhecimento da prática letiva, os professores desenvolveram o seu conhecimento de como promover um ensino baseado no desenvolvimento de explorações e investigações estatísticas. Este estudo evidenciou que experiências formativas que apelem fortemente ao diálogo entre a teoria e a prática podem preparar os professores para ensinar estatística de acordo com as exigências e necessidades curriculares atuais.

Em suma, os estudos apresentados sugerem que o conhecimento estatístico para ensinar dos professores é muito limitado (Estrada, 2007; Sorto & White, 2004) em todos os seus pilares decisivos enunciados por Ponte (2011): (a) o *conhecimento dos alunos*, (b) o *conhecimento do currículo* (c) *conhecimento da prática letiva*. A tomada de consciência deste aspeto deve sugerir várias implicações para a formação de professores.

Quanto ao *conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem*, verifica-se que este é bastante reduzido, revelando-se o mais problemático de todas as componentes do conhecimento estatístico para ensinar (Henriques & Oliveira, 2013; Sorto & White, 2004). Várias são as investigações que corroboram a ideia de que os professores têm um conhecimento deficiente sobre o que os alunos sabem sobre Estatística, sobre os seus erros e dificuldades mais comuns e sobre a forma de os ajudar a ultrapassar. Os aspetos anteriores fazem com que os professores percam muitas oportunidades de ajudar os alunos a desenvolver um conhecimento mais profundo dos conceitos estatísticos fundamentais (Cai e Gorowara, 2002; González e Pinto, 2008; Nicholson e Darnton, 2003; Quintas, Oliveira & Ferreira, 2011; Ribeiro, 2006; Sorto & White, 2004; Watson, Callingham & Donne, 2008).

No que concerne ao *conhecimento do currículo* e das orientações curriculares para o ensino da Estatística, os estudos realizados mostram que os professores parecem conhecer as orientações curriculares relevantes para o ensino e avaliação em Estatística, no entanto, demonstram dificuldades e limitações na implementação dessas orientações (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011; Leiria, 2013). As atitudes em relação à Estatística bem como o limitado conhecimento estatístico e didático de estatística dos professores podem ser um problema e um obstáculo para a implementação de novas orientações curriculares concordantes com as exigências da sociedade (Batanero, 2008) as quais acabam por não ter muita expressão na sua prática letiva. Assim, verifica-se que muitos abreviam, e em muitos casos suprimem, os conteúdos programáticos de Estatística, reduzindo-os a cálculos rotineiros e a fórmulas, por falta de tempo, de preparação e/ou porque preferem desenvolver outros assuntos e preparar os alunos para os exames (Gatusso & Panone, 2002).

Relativamente ao *conhecimento sobre a prática letiva*, verifica-se que este é bastante escasso e este problema parece decorrer de dois aspetos: por um lado, a fraca preparação em relação à disciplina, quer a nível do conteúdo quer a nível didático, com a qual os professores terminam os seus estudos que faz com que contem com poucos recursos para a sua prática profissional (Gattuso e Pannone, 2002); por outro, na medida que evitam ensinar estatística aos seus alunos, perdem a oportunidade de aprofundar e desenvolver o seu conhecimento profissional a partir da sua prática letiva (Gattuso & Pannone, 2002).

Outra ideia que a investigação tem mostrado é a de que a Estatística constitui para os docentes um tema fácil de ensinar e de aprender. Este aspeto parece decorrer do facto de

os conteúdos estatísticos serem ensinados com baixo grau de aprofundamento focados no desenvolvimento de competências processuais e de cálculo, com recurso a tarefas fechadas e de baixo nível de complexidade cognitiva, as quais não permitem compreender as dificuldades dos alunos e confrontá-los com as mesmas (Batanero, Burrill & Reading, 2011; Fernandes, Carvalho & Correia, 2011; Nunes, 2008).

Não obstante os professores reconhecerem algumas recomendações atuais para o ensino da Estatística (Fernandes, Alves & Machado, 2008), as suas opções metodológicas não espelham esse aspeto já que a sua prática letiva é essencialmente influenciada pelo seu conhecimento do conteúdo e didático pouco profundos, pela sua experiência enquanto alunos e pelo tempo disponível para dedicar ao tema (Barros, 2004; Chick & Pierce, 2008; Ribeiro, 2006). Assim, os professores recorrem frequentemente a tarefas de natureza fechada, o manual escolar funciona ainda como um mediador da sua prática letiva e os alunos trabalham quase sempre individualmente. O tipo de ensino que privilegiam é o ensino direto, centrado no professor, recorrendo a uma comunicação expositiva, enfatizando um conhecimento factual e processual (Barros, 2004; Leiria, 2013; Nunes, 2008; Ribeiro, 2006).

A abordagem eleita para o ensino da Estatística tem implicações diretas no facto de os professores e alunos percecionarem a Estatística como um tema mais fácil, quando comparado com outros temas matemáticos. As exigências subjacentes à resolução de uma tarefa em que se pede para determinar uma estatística específica são menores do que numa tarefa em que se pede para escolher e justificar a estatística mais adequada à situação. Frequentemente, os alunos não exploraram este último tipo de tarefas, que requerem a tomada de decisões fundamentadas (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011). Assim, as competências desenvolvidas são sobretudo instrumentais e de cálculo, em detrimento de competências de interpretação e argumentação, empobrecendo-se o ensino do tema e não permitindo que se compreendam as verdadeiras dificuldades dos alunos e confrontá-los com as mesmas (Makar, 2008; Nunes, 2008, Rodrigues & Ponte, 2022b).

Os professores tendem a possuir um conhecimento estatístico, em particular das representações gráficas e das medidas de tendência central, marcadamente processual o qual projetam no conhecimento do aluno e do ensino deste tema já que as dificuldades que identificam nos alunos dizem mais respeito a procedimentos estatísticos do que ao processo investigativo (Santos, 2015).

Por exemplo, no caso do ensino das representações gráficas estatísticas, os professores possuem um conhecimento pedagógico do conteúdo limitado relativamente ao processo de ensinar gráficos estatísticos e quais as dificuldades dos alunos subjacentes à aprendizagem deste conceito, desconhecendo os níveis cognitivos de Curcio (1987) associados à representação gráfica e as várias componentes e processos de interpretação. Assim, os professores perderam oportunidades para ajudar seus alunos a enfrentar essas dificuldades e alcançar uma compreensão mais profunda dos conceitos fundamentais (González & Pinto, 2008; Leiria, 2013).

Relativamente ao ensino das medidas estatísticas, o conhecimento limitado a nível concetual dos significados da média projeta-se no conhecimento do ensino já que os professores contam com poucos recursos para ensinar o conteúdo e ajudarem os alunos a resolverem tarefas por outro meio que não fosse a determinação da média através do uso do algoritmo, por não conhecerem o método do nivelamento, por exemplo (Seker, 2018).

No que se refere às investigações estatísticas que constituem nos dias hoje a abordagem metodológica fundamental para o ensino da estatística (Ponte et al., 2005), verifica-se que estas têm um lugar muito periférico no currículo, servindo para sintetizar conteúdos estatísticos nas escassas vezes que são desenvolvidas pelos professores (Gomez-Blancarte & Ortega, 2018). Alguns professores não identificam as investigações estatísticas como uma tarefa que se possa realizar na sala de aula (Rodrigues & Ponte, 2022b). Assim, os docentes têm pouca ou nenhuma experiência em ensinar estatística por esta via e, por isso, esta metodologia resulta complexa e problemática para os mesmos quando têm de planificar, conduzir e refletir sobre aulas com investigações estatísticas (Batanero, Burrill & Reading, 2011; Leavy, 2010; Makar, 2008; Ribeiro, 2006; Rodrigues & Ponte, 2022b; Santos & Ponte, 2014a). Buehring (2021) refere mesmo que este tipo de trabalho é difícil e requer do professor flexibilidade suficiente para alterar e adaptar os seus planos de aula e questionar a sua prática.

A inexperiência dos professores em conduzir aulas com investigações estatísticas é um fator limitador do desenvolvimento do raciocínio estatístico dos alunos já que os docentes tendem a apresentar dificuldades em extrair informações dos alunos durante as várias etapas da investigação, levando-os a liderarem o discurso da aula e a se substituírem ao trabalho dos alunos durante as mesmas (Santos & Ponte, 2015), ou então a reduzirem o grau de complexidade da tarefa (Seker, 2018).

Outro aspeto problemático para os professores parece ser a necessidade de os alunos, em aulas com uma abordagem exploratória, assumirem papéis diferentes daqueles que assumem no ensino tradicional, o que causa constrangimentos a docentes com preocupação excessiva com a ordem e com a vertente disciplinar dos alunos, a qual pode comprometer o desenvolvimento da vertente cognitiva dos mesmos (Rodrigues & Ponte, 2021).

A investigação tem mostrado que os professores perspetivam o ciclo investigativo como um conjunto de procedimentos isolados (Santos & Ponte, 2014a). Os professores tendem a revelar dificuldades em todas as suas etapas, sendo que a etapa inicial do *Problema* parece ser uma das que mais constrangimentos lhes traz (Buehring, 2021; Leavy, 2010; Santos & Ponte, 2014b). Vários estudos referem a existência de uma tensão da parte dos professores entre a formulação de questões pelos alunos de acordo com os seus interesses e que conduzam simultaneamente a investigações interessantes que permitam o cumprimento de objetivos curriculares amplos, pelo que é necessária uma certa orientação da parte da sua parte nesta etapa (Leavy, 2010; Rodrigues & Ponte, 2021). Por outro lado, os dados têm revelado que os professores tendem a sobrevalorizar a fase de *Análise* por incluir processos estatísticos que lhes são mais familiares, como o cálculo das medidas estatísticas e a construção de gráficos. Para muitos professores a investigação termina com esta fase (Santos & Ponte, 2014b).

Contudo, investigação recente que analisa o desenvolvimento do conhecimento de Estatística e da sua didática de professores e futuros professores envolvidos em experiências de formação, com uma forte abordagem exploratória centrada no desenvolvimento de investigações estatísticas com um apelo forte ao diálogo entre a teoria e a prática, podem preparar os professores para ensinar estatística de acordo com as orientações curriculares vigentes, ajudando-os a compreender a centralidade da Estatística no mundo atual e a relevarem a importância de os alunos desenvolverem tarefas de natureza investigativa através da análise e interpretação de dados reais para uma aprendizagem com significado (Henriques, Oliveira & Batista, 2019; Rodrigues & Ponte, 2021).

Capítulo IV

Metodologia

Neste capítulo, começa por fundamentar-se as opções metodológicas adotadas à luz da problemática do estudo e das questões de investigação que o nortearam. Em seguida, apresentam-se os participantes na investigação e os critérios para a sua seleção. Posteriormente, descrevem-se as técnicas e instrumentos de recolha de dados. Na secção seguinte, expõe-se o modo como os dados empíricos foram analisados. Por fim, numa última seção, apresenta-se a natureza do trabalho colaborativo desenvolvido entre a investigadora e os professores participantes e discute-se a sua relevância para o cumprimento dos objetivos do estudo.

Opções metodológicas

O presente estudo tem como objetivo contribuir para a identificação e compreensão do conhecimento de Estatística e do seu ensino que os professores mobilizam quando põem em prática investigações estatísticas em sala de aula.

O professor e o seu conhecimento constituem-se como o cerne deste estudo. A prática letiva assume particular importância, enquanto matriz fundamental do conhecimento didático do professor, que oferece o contexto para que esse conhecimento se revele e se amplie (Ponte, 2012). Como refere Schön (1992), dado o carácter tácito e contextualizado do conhecimento na ação do professor, este é melhor apreendido através da observação da sua prática nos seus diferentes momentos (preparação, condução e reflexão), a qual

constituirá aqui o veículo que melhor permitirá aceder e compreender este conhecimento profissional.

Este estudo adota uma metodologia de natureza qualitativa, ancorada no paradigma interpretativo, pois a sua finalidade é gerar compreensão acerca do conhecimento que os professores mobilizam nas suas práticas, e os fatores que a orientam e a tornam particular, tendo em conta o contexto em que se desenvolve, a partir dos significados que atribuem ao que os rodeia (Bogdan & Biklen, 1994; Almeida *et al.*, 2000).

Assim, pretende-se a busca da globalidade dos fenómenos, estudando-se a realidade sem a fragmentar e sem a descontextualizar, partindo-se de dados e não de teorias prévias para os compreender e explicar, evidenciando particularidades em detrimento de leis gerais (Almeida *et al.*, 2000). Por outras palavras: “a preocupação não é a de saber se os resultados são suscetíveis de generalização, mas sim a de que outros contextos e sujeitos a eles podem ser generalizados” (Bogdan & Biklen, 1994, p.66).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994) e Carmo e Ferreira (1998), uma investigação qualitativa possui várias características que podem estar cumulativamente contempladas, sendo umas mais evidentes que outras, o que por si só não invalida a sua natureza: (a) ser naturalista; (b) ser descritiva; (c) interessar mais o processo do que simplesmente o produto ou os resultados; (d) ser indutiva; (e) ser holística e humanística; (f) a investigadora constituir o principal instrumento de recolha de dados.

No caso deste estudo em concreto, considera-se que ele reúne todas as características de uma investigação qualitativa, como se passa a justificar. Assim, esta investigação: é *naturalista*, pois a investigadora preocupou-se com o contexto em que as ações foram desencadeadas para serem melhor compreendidas e não se perder de vista o seu significado. As práticas dos professores foram observadas no seu ambiente natural de sala de aula (Bogdan & Biklen, 1994; Carmo & Ferreira, 1998); é *descritiva*, na medida em que os dados recolhidos são sob a forma de palavras ou imagens e não de números. A investigadora analisou os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma como foram registados ou transcritos. Nenhuma informação foi considerada trivial sob pena de permitir uma melhor compreensão do objeto de estudo (Bogdan & Biklen, 1994; Carmo & Ferreira, 1998); a ênfase é colocada nos *processos* em detrimento dos produtos. Os investigadores qualitativos são “eternos insatisfeitos”, não se contentam em saber que determinado fenómeno existe, procuram conhecer e compreender tudo o que se relaciona com ele, “tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas

constroem significados e descrevem em que consistem estes mesmos significados” (Bogdan & Biklen, 1994, p.70); é *indutiva* pois os dados foram analisados de uma forma indutiva, ou seja, as abstrações foram construídas à medida que os dados particulares recolhidos se foram agrupando, desenvolvendo-se conceitos e chegando à compreensão de fenómenos, a partir de padrões provenientes dos mesmos, não sendo seu objetivo tecer generalizações, tal como referem Bogdan e Biklen (1994); é *holística*, pois a investigadora teve em conta a realidade global dos professores, estudando o passado e o presente dos mesmos como um todo; é *humanística*, pois o foco da investigadora foi apreender rigorosamente as perspectivas dos professores, o modo como dão sentido às suas vidas, perceber o que eles experimentam e o modo como interpretam as suas experiências, colocando-se o mais possível na sua perspectiva (Bogdan & Biklen, 1994; Carmo & Ferreira, 1998).

Por fim, a investigadora foi o principal instrumento de recolha de dados. A fiabilidade e a validade dos dados dependem muito da sua sensibilidade e objetividade e do seu conhecimento e experiência (Bogdan & Biklen, 1994; Carmo & Ferreira, 1998).

Este estudo assume a modalidade de investigação (*design*) de estudo de caso. Os casos são entidades bem definidas podendo ser pessoas, disciplinas, cursos, instituições, políticas, sistemas educativos, etc. (Ponte, 2006). Um estudo de caso intenta estudar um fenómeno de forma sistemática e contribuir para a sua compreensão global (Merriam, 1988).

Yin (2010) refere que o estudo de caso constitui um método de investigação adequado quando se pretende responder às questões “como?” e “porquê?”, em que o investigador tem pouco ou nenhum controlo sobre os acontecimentos e o estudo se focaliza na investigação empírica de um fenómeno contemporâneo em profundidade, no seu contexto real e os limites entre o contexto e o fenómeno não estão claramente definidos. A sua força exclusiva assenta na sua capacidade de lidar com uma ampla diversidade de evidências (documentos, artefatos, entrevistas, observações) com os dados a necessitar de convergir através da triangulação.

Um estudo de caso tem como objetivo abarcar a particularidade e a complexidade de um caso singular. Ao mesmo tempo que busca o detalhe da interação com os seus contextos para compreender a sua atividade, pretende descobrir as características singulares que tornam o caso de interesse especial em si mesmo (Stake, 2007).

Assim, a finalidade dos estudos de caso não é tecer generalizações para um universo, mas sim generalizar e expandir teorias (generalização analítica) (Yin, 2010). Um estudo de caso pode ter um profundo valor analítico na medida que permite confrontar os seus resultados com a teoria já existente e ajudar a confirmá-la e levantar novas questões e hipóteses de estudo para investigações futuras, um aspeto basilar em investigação educacional (Ponte, 2006).

Segundo Ponte (2006), embora um estudo de caso tenha uma forte componente descritiva, ele deve objetivar um alcance analítico que não se limita a descrever o fenómeno, mas também a interrogar a situação, a confrontar a teoria e a levantar novas questões para serem investigadas.

Assim, de acordo com Ponte (2006), estudos de caso distintos têm relevâncias diversas pelo facto de acrescentarem diferente valor e implicações à teoria existente. Assim, o estudo de caso é tanto mais valioso quanto o investigador for capaz de (i) Evidenciar os aspetos caraterísticos de cada caso: cada caso é único e o investigador deve conseguir mostrar o essencial e fundamental de cada um deles; (ii) Contribuir para aprofundar a teoria existente: um estudo de caso pouco vale por si próprio mas pelas questões que levanta para a realização de nova investigação sobre o fenómeno em estudo e pelo diálogo que realiza com a teoria já existente procurando confirmá-la ou infirmá-la (Ponte, 2006).

Embora os estudos de caso múltiplos valham pela sua possibilidade de contrastar vários aspetos do fenómeno em estudo, esta investigação constitui um estudo caso único. Dos três professores participantes, apenas uma foi selecionada para constituir um caso nesta investigação, embora estivesse previsto a elaboração de dois casos. No entanto, uma primeira abordagem aos dados recolhidos das duas professoras, nomeadamente no contexto da escrita de artigos, confirmou o que já o próprio processo de recolha havia começado a revelar: as duas professoras geravam, sobre o assunto em estudo, casos muito idênticos, que pouco acrescento e confronto trariam à investigação. Assim, a opção foi para a realização de um estudo de caso único, valorizando-se a possibilidade de elaborar um estudo mais completo, rico de detalhe e denso (Yin, 2010; Stake, 2010). Esta opção contribuiu para uma maior profundidade na compreensão do fenómeno em estudo. A opção foi para o caso da professora com mais experiência em ensino no geral e com ensino através de uma abordagem exploratória em particular, aspeto que se considerou importante dado o foco no ensino com investigações estatísticas.

Pretende-se, assim, potenciar o alcance analítico do caso, evidenciar-se as suas particularidades à luz do quadro teórico de referência, confrontando-o com outros casos já existentes na literatura como forma de mapear de maneira geral a temática em estudo, almejando generalizar para a teoria e levantar novas questões para futuras investigações (Ponte, 2006).

O contexto da investigação

Foram selecionados para participar neste estudo três professores de Matemática do 2.º ciclo do Ensino Básico, com categoria profissional e tempos de serviço diferentes, a lecionar o 6.º ano de escolaridade. A escolha do nível de ensino indicado para a realização do estudo relaciona-se com o facto de este ser aquele com o qual a investigadora, pela sua formação inicial, está diretamente relacionada e porquanto este aspeto poderia permitir-lhe uma maior compreensão dos mesmos e um maior desenvolvimento profissional.

Outro aspeto não menos importante que conduziu à seleção destes professores foi o facto de estes serem colegas de profissão na Escola onde a investigadora lecionava, os quais a mesma conhecia e com os quais estava habituada a trabalhar colaborativamente, sobretudo no caso das duas professoras, e reconhecia abertura à inovação e flexibilidade nas suas práticas o que facilitava a concretização do projeto, tal como referem Ponte, Segurado e Oliveira (2003).

Assim, convidou para este estudo todos os professores que lecionavam o 6.º ano de escolaridade naquela escola que, para além da investigadora, eram mais três professores. Os seus alunos, iriam abordar o tema “Organização e Tratamento de dados” pela primeira vez no 2.º ciclo, por decisão do grupo disciplinar, por razões relacionadas com a gestão do currículo e do tempo.

Os participantes foram três professores de Matemática do 2.º ciclo, licenciados em Ensino Básico de Matemática e Ciências da Natureza por uma Escola Superior de Educação que, à data do estudo, tinham as seguintes idades, categoria profissional e tempos de serviço: Inês, 40 anos de idade, professora do Quadro de Escola, com cerca de 16 anos de experiência; Maria, 38 anos de idade, professora contratada, com cerca de 11 anos de

experiência; e Luís, de 36 de idade, professor contratado, com cerca de 12 anos de experiência.

Ultrapassada a fase da seleção dos professores, foi altura de formalizar a sua participação no estudo. Assim, procedeu-se à realização de uma reunião entre investigadora e cada um dos professores, com o intuito de firmar um acordo onde foram explicados aos professores o objetivo do estudo e questões de investigação, bem como os seus direitos e deveres enquanto colaboradores no mesmo (Anexo 1). Foi fornecido um cronograma de atividades a cada professor onde estavam discriminadas e calendarizadas todas as ações que tinham que levar a cabo, como sejam: a participação em duas entrevistas e em doze sessões de trabalho colaborativo; a planificação, lecionação e a reflexão de um conjunto aulas a observar pela investigadora. Esta calendarização sofreu posteriormente ajustes, relacionados com a disponibilidade da investigadora e dos professores (Anexo 2).

Dos três professores participantes, após a recolha de dados, foi selecionada para constituir um caso nesta investigação apenas uma das professoras, pelas razões que já foram apontadas anteriormente.

Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Num estudo de caso utilizam-se diferentes técnicas e instrumentos de recolha de dados, e é esta multiplicidade de fontes de evidências que lhe confere robustez (Carmo e Ferreira, 1998; Yin, 2010; Quivy & Campenhoudt, 2003). Existe, assim, a recolha de uma grande diversidade e quantidade de dados relativos aos casos, os quais conduzem a uma maior profundidade e detalhe na informação sobre cada um em concreto. Por triangulação da informação recolhida, os significados são clarificados o que proporciona uma grande familiaridade com as vidas e culturas dos investigados. Ao longo do estudo, caminha-se para a formulação de uma teoria rigorosa com base na análise dos dados recolhidos e fiel aos mesmos, a qual se consubstancia na teoria já existente (Carmo & Ferreira, 1998; Quivy & Campenhoudt, 2003; Yin, 2010).

Tendo em conta a riqueza que advém da existência de várias fontes de dados e da sua triangulação para a melhor compreensão dos casos, utilizaram-se, neste estudo, as

seguintes técnicas e instrumentos de recolha de dados: a entrevista semiestruturada, a observação não participante e a análise documental.

A entrevista

As entrevistas têm a função de revelar clareza acerca de certos aspetos do fenómeno estudado, permitindo recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, o que possibilita ao investigador perceber a forma como este interpreta o mundo, sugerindo-lhe pistas para completar a leitura, sendo essencial que a entrevista decorra de uma forma aberta e flexível (Bogdan & Biklen, 1994; Quivy & Campenhoudt, 2003).

Nas entrevistas semiestruturadas ou guiadas, não obstante, possuírem uma determinada estrutura, é permitido ao entrevistado a liberdade de falar sobre os assuntos e de exprimir opiniões. O facto de apresentarem uma estrutura e focarem certos assuntos possibilita obter dados comparáveis entre vários sujeitos, simplificando grandemente a sua análise (Bell, 1997; Bogdan & Biklen, 1994). O investigador deve ter atenção à parcialidade, consciencializando-se de que a sua maneira de ser e de se exprimir pode influenciar os entrevistados (Bell, 1997).

Tendo em conta os pressupostos anteriores, realizaram-se duas entrevistas semiestruturadas a cada um dos professores, com base em guiões previamente elaborados, uma no início do estudo (Anexo 4) e outra no final (Anexo 5), as quais tiveram a duração média de 90 minutos.

A primeira entrevista tinha como objetivos apresentar, em traços gerais, o percurso académico e profissional dos professores e caracterizar o seu conhecimento profissional nas seguintes dimensões: conhecimento de si, conhecimento do contexto; conhecimento de Estatística; conhecimento do currículo; conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem e conhecimento da prática letiva.

A segunda entrevista almejava, por um lado, caracterizar o conhecimento de Estatística e sua didática dos professores, após a participação neste projeto, de modo a poder estabelecer-se um paralelo com os dados recolhidos na primeira entrevista e perceber as similaridades e divergências que emergiam; por outro lado, pretendia-se que os docentes realizassem um balanço da sua participação neste projeto de natureza colaborativa, fazendo referência aos constrangimentos, às mais-valias e às aprendizagens realizadas.

Em alguns casos pontuais, pretendia-se também esclarecer alguns aspetos que ficaram menos claros nos dados recolhidos com os demais instrumentos.

Ao longo do estudo, fizeram-se também entrevistas informais aos professores, após cada uma das aulas observadas, objetivando esclarecer as suas intenções e decisões, bem como incitar à reflexão e perceber o balanço que cada um fez das mesmas.

Todas as entrevistas foram audiogravadas e transcritas na íntegra pela investigadora.

A observação

Segundo Quivy e Campenhoudt (2003), a observação direta não participante é aquela em que o próprio investigador procede diretamente à recolha de informações no ambiente natural onde a ação costuma ocorrer, sem se dirigir aos sujeitos observados e incide sobre todos os indicadores pertinentes previstos. Tal como referem Bogdan e Biklen (1994), “os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. Entendem que as ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência” (p. 48). A recolha de dados tem como suporte um guião construído a partir daqueles indicadores ou comportamentos a observar, onde regista diretamente as informações sem que o sujeito observado tenha acesso à produção da informação procurada. Durante a observação não participante, o investigador deve ser discreto, integrando-se no contexto como se dele fizesse parte, mas sem interferir nele, atuando unicamente como espectador. Deve manter-se neutro num contexto educativo e deve ter consciência de que os seus sentimentos e preconceitos, ou seja, a sua subjetividade, são suscetíveis de causar enviesamentos (Bogdan & Biklen, 1994).

Tendo em conta os pressupostos anteriores, a investigadora observou, de forma não participante, nove aulas de cada professor as quais incidiram sobre o tema “Organização e tratamento de dados”. Do conjunto de aulas observadas, foram selecionadas para análise apenas as referentes ao desenvolvimento de uma investigação estatística.

Inês necessitou de sete aulas, com a duração de noventa minutos, para desenvolver a investigação estatística em sala de aula. A distribuição das aulas pelas diferentes etapas da investigação pode observar-se no quadro que se segue (Quadro 21).

Quadro 21 – Distribuição das aulas pelas diferentes etapas da investigação estatística

Fases da investigação	N.º de aulas
Etapa 1: Formulação de questões de investigação	1
Etapa 2: Planeamento e recolha de dados	2
Etapa 3: Organização e representação dos dados	2
Etapa 4: Interpretação dos dados e formulação das conclusões	2

De referir que as últimas quatro aulas da investigação tiveram uma duração média de 120 minutos. Inês precisou de mais de noventa minutos para cada uma destas aulas tendo ocupado o horário das aulas de Ciências Naturais e/ou de Formação Cívica cuja lecionação também era da sua responsabilidade, as quais compensava posteriormente.

As aulas foram vídeo e audiogravadas e recolheram-se também notas de campo registadas no guião de observação. A investigadora filmou sempre do fundo da sala onde se manteve discretamente durante as aulas.

Foram também recolhidos dados por observação durante as doze sessões de trabalho colaborativo. A natureza e a pertinência do trabalho colaborativo desenvolvido será discutido, mais à frente, noutra seção. Nestas sessões, a investigadora assumiu o papel de responsável pelo trabalho colaborativo desenvolvido. O seu papel consistiu em proporcionar aos professores a discussão de temáticas e conteúdos relevantes no âmbito da Educação Estatística e importantes para o desenvolvimento do estudo, bem como promover momentos de planificação e reflexão sobre as aulas observadas. Estas sessões foram audiogravadas e tiraram-se notas de campo (Anexo 7).

A análise documental

Os materiais elaborados pelos sujeitos de observação podem também constituir dados para análise, resultando numa fonte de férteis descrições da perspetiva do sujeito acerca do mundo em geral (Bogdan & Biklen, 1994). Bell (1997) afirma que todos os documentos são suscetíveis de veicular informações inadvertidas pelo autor dos mesmos. Cabe ao investigador apreendê-las e avaliar o seu significado preciso, colocando-se na sua perspetiva e analisando-o rigorosamente.

A análise documental foi utilizada pela investigadora como técnica de recolha de dados complementar à entrevista e à observação de aulas. A referida análise incidiu

principalmente sobre os planos de aula produzidos pela professora, assim como sobre as notas de campo que a investigadora realizou durante as aulas observadas e as sessões de trabalho colaborativo.

Inês selecionou para as suas planificações uma adaptação do guião utilizado no Programa de Formação Contínua para professores de Matemática que frequentou entre 2009 e 2011, com a seguinte estrutura: “Tema, tópicos e subtópicos”; “Propósito principal de ensino”; “Objetivos gerais e específicos”; Capacidades transversais: comunicação matemática, resolução de problemas, raciocínio matemático”; “Tarefa”; “Recursos”; “Explicação da tarefa e distribuição de material”; “Desenvolvimento da tarefa/apresentação/discussão da tarefa”; “Questões a colocar aos alunos”; “Síntese final/Registo das conclusões” (Anexo 10).

Os planos de aula de Inês denotam uma consulta atenta do Programa de Matemática vigente na altura (ME, 2007).

O primeiro ponto dos planos de aula, “Tema, tópicos e subtópicos”, o tema indicado pela professora foi “Organização e tratamento de dados” e o “Tópico” foi “Representação e interpretação de dados” o qual Inês divide em subtópicos, tal como no documento curricular em vigor (ME, 2007), de acordo com os conteúdos programáticos que pretende abordar em cada aula ou fase da investigação (Figura 23).

<p>Tema: Organização e tratamento de dados</p> <p>Tópicos: Representação e interpretação de dados</p> <p>Subtópico: Formulação de questões; Natureza dos dados</p>

Figura 23 - Tema, tópicos e subtópicos: Plano de aula 1

Relativamente ao “Propósito principal de ensino”, a professora manteve-o também invariável em todos os planos de aula e este coincide com o que o Programa (ME, 2007, p.42) apresenta: “Desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas”.

O ponto seguinte dos planos de aula eram os “Objetivos”, os quais a professora subdividiu em “objetivo gerais” e “objetivos específicos”. No que concerne aos primeiros, Inês apresentou em todas as planificações da investigação estatística os três que estavam também presentes no documento programático de 2007 (ME, 2007, p. 42), a saber: “Ser capazes de explorar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística; Ser

capazes de selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para recolher, organizar e representar dados; Ser capazes de planejar e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjeturas a partir deles, utilizando linguagem estatística”. Relativamente aos “Objetivos específicos”, ao utilizar os objetivos específicos presentes no Programa de Matemática (ME, 2007, p. 43), considerou fundamental tentar adequá-los a cada uma das fases da investigação estatística.

Em seguida, Inês em todos os seus planos de aula apresentou a possibilidade de se desenvolverem as três “Capacidades transversais” preconizadas no Programa de Matemática (ME, 2007, pp. 46-47), as quais eram: a “Resolução de problemas”, o “Raciocínio matemático” e a “Comunicação matemática”.

No ponto seguinte estavam indicados “recursos” a utilizar os quais, na sua maioria, foram comuns a todas as aulas: enunciado da tarefa e respetiva folha de respostas, material de escrita, o quadro branco e respetivas canetas, a calculadora e o computador e projetor (multimédia) para projetar documentos.

O ponto se seguia nos planos de aula de Inês era “Fases da aula”. Inês aqui explicava como iria realizar a condução da sua aula subdividida como exemplifica o quadro 22:

Quadro 22 – Estrutura das aulas de Inês apresentadas nos planos de aula

Estrutura da aula		Tempo (minutos)
Parte 1	“Explicação da tarefa e distribuição do material	5
Parte 2	“Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa”	Variável
Parte 3	“Síntese final/ Registo das conclusões”.	5

No que se refere à primeira fase da aula, Inês manteve a sua descrição inalterável em todos os planos de aula e etapas da investigação e dedicou-lhe cinco minutos. De acordo com o que os planos de aula expunham, esta fase pretendia ser a fase de introdução ao trabalho a desenvolver, requerendo em simultâneo a leitura da tarefa e uma explicação da mesma aos alunos de uma forma pouco demorada, para além de pretender motivá-los e envolvê-los no trabalho a realizar. Propunha também dar informação sobre a organização do trabalho a desenvolver pelos alunos, nomeadamente explicando que a discussão dos produtos dos alunos terá lugar em vários momentos ao longo da aula e não somente no final (Figura 24).

- Explicação da Tarefa e Distribuição de Material (5 minutos)

Depois de lida a tarefa os alunos deverão trabalhar em grupos de 4 ou 5.

No arranque da atividade, procura-se envolver os alunos no trabalho e explica-se de forma breve, o que se pretende, informando que durante o decorrer da aula cada grupo deverá apresentar à turma as suas respostas. Cada aluno deve fazer o seu próprio registo e um deles também deve copiar as respostas do grupo numa folha de resposta que será recolhida no final.

A discussão vai-se desenrolando em pequeno grupo e apenas a discussão das diversas estratégias e sistematização será com toda a turma. Nesta aula a apresentação e a discussão será feita em vários momentos da aula e não apenas no final.

Figura 24 - Fase de introdução da aula: Plano de Aula 1

Dentro do mesmo ponto, Inês continuava a descrição da forma como pensava conduzir a segunda fase da aula -“Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa”, intercalando momentos de trabalho autónomo dos alunos com momentos de apresentação/discussão, de acordo com o número de questões da tarefa específica de cada etapa da investigação.

Neste ponto dos Planos de Aula, Inês incluía as “Questões a colocar aos alunos”. Assim, a professora formulava um vasto conjunto de questões específicas, relacionadas com cada aula evidenciando uma grande preocupação com este aspeto.

Finalmente, na terceira parte da aula, propunha frequentemente realizar uma sistematização dos conteúdos abordados com recurso a um *PowerPoint* informativo ou através da realização de registos no caderno diário.

A professora entregou, ao todo, seis planos de aula referentes a este projeto, sendo que três deles foram entregues previamente antes da observação das respetivas aulas.

A análise dos dados

A análise dos dados é uma tarefa de natureza complexa. Consiste num processo analítico, que requer a interpretação dos dados de modo a torná-los compreensíveis e os seus

resultados partilháveis. Digamos que é o percurso de transformação que os dados sofrem desde “páginas de descrições vagas” até ao “produto final” (Bogdan & Biklen, 1994):

O processo de análise de dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo. O investigador qualitativo planeia utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes. Não presume que se sabe o suficiente para reconhecer as questões importantes antes de efetuar a investigação (p.50).

Este processo consiste num incessante e sistemático método de busca e organização das várias fontes de dados recolhidos, como as transcrições de entrevistas, os relatos de observação de aulas e outros documentos, com o objetivo de aumentar a compreensão dos mesmos. A análise dos dados engloba “o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspetos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

Neste estudo, a análise de dados mais formal iniciou-se após a conclusão da recolha de dados, todavia, a recolha e a análise de dados coexistiram, pois, a reflexão acerca do que se vai descobrindo no trabalho de campo é algo inevitável para o investigador qualitativo, sob pena de se perder uma orientação do trabalho realizado e dos dados recolhidos serem insuficientes para posterior análise (Bogdan & Biklen, 1994).

Desde o início da recolha de dados, o investigador tem a possibilidade de ir testando a validade das suas primeiras interpretações, das ideias e teorias que começam a emergir sobre os casos, de forma a poder afunilar o âmbito do estudo e complementar as informações, refinando as teorias formadas ou mesmo abandonando-as (Bogdan & Biklen, 1994; Canavarro, 2003).

A primeira fase da análise de dados, ocorreu com a transcrição e tratamento das primeiras entrevistas realizadas aos professores. Os dados foram organizados numa tabela comparativa contendo as entrevistas dos professores, seguindo um sistema de categorias, sendo depois reduzidos. Esta primeira entrevista, que tinha como intuito obter uma perspetiva geral do percurso académico e profissional dos professores e caracterizar o seu conhecimento profissional antes do estudo, fornecendo o suporte informativo para o início da escrita dos casos.

A fase da análise que se seguiu foi a escrita dos relatos das aulas observadas, das reflexões sobre as aulas observadas e das sessões de trabalho colaborativo. Estes relatos apresentavam já uma forma reduzida dos dados, pois não eram transcrições, mas resumos, o mais completos possível. Por conseguinte, eram relatos descritivo-analíticos, com os episódios determinantes e a descrição dos aspetos particulares que caracterizavam cada um dos momentos de recolha de dados. Este foi um trabalho bastante moroso e difícil face ao volume de dados recolhidos.

Por último, e antes de se iniciar a análise formal dos dados, procedeu-se ao tratamento da entrevista final realizada aos professores, que pretendia a obtenção de informações sobre o conhecimento estatístico e sobre o ensino com o desenvolvimento investigações estatísticas na sala de aula, as principais preocupações e as dificuldades encontradas, bem como esclarecimento de outros aspetos ainda pouco claros. Esta entrevista foi tratada exatamente do mesmo modo descrito para a anterior.

Seguiu-se a análise formal dos dados que consistiu em percorrer algumas vezes todos os dados organizados cronologicamente de forma a ter uma noção da totalidade dos mesmos (Bogdan & Biklen, 1994). A leitura dos dados, cruzando os vários instrumentos de recolha, foi sugerindo relações importantes subjacentes ao objetivo do estudo que deles emergissem e a repetição e o destaque de palavras, frases, padrões de comportamento, forma dos professores pensarem e acontecimentos, permitindo encaixar estes indicadores nas unidades e categorias de análise definidas *à priori* informadas pela teoria. Esta categorização prévia foi sendo refinada e reformulada à medida que o processo de análise evoluía, dando espaço à criação de uma nova categorização.

Nesta altura, tomaram-se duas decisões muito importantes para o estudo decorrentes da vasta quantidade de dados recolhidos e das características dos mesmos tendo em conta o objetivo da investigação delineado e as questões que o nortearam. Assim, em primeiro lugar, considerou-se que a delimitação do âmbito do estudo acrescentaria qualidade ao mesmo e, por conseguinte, selecionaram-se apenas os dados referentes ao desenvolvimento de uma investigação estatística, excluindo-se os restantes dados referentes à lecionação da unidade de ensino e aprendizagem “Organização e tratamento de dados” mas fora daquele âmbito. Em segundo lugar, decidiu-se pela realização de um estudo de caso único. As mais-valias que a realização de um estudo de caso múltiplo ofereciam pela possibilidade de contrastar os dados revelaram-se menos proveitosas para o cumprimento dos objetivos da investigação e para uma maior compreensão do

fenómeno em estudo do que a oportunidade de estudar em profundidade o caso da professora com mais experiência em ensino no geral e em ensino com uma abordagem exploratória em particular, potenciando-se o alcance analítico do caso pela evidenciação das suas particularidades e pelo confronto com outros casos já existentes na literatura, com o intuito de generalizar para a teoria e levantar novas questões para futuras investigações (Ponte, 2006).

Posteriormente, desenvolveu-se um sistema de codificação para facilitar a organização dos dados e auxiliar a sua apresentação (Bogdan & Biklen, 1994). O sistema de códigos (Quadro 23) apresenta informação sobre a técnica/ instrumento de recolha de dados e outras informações pertinentes.

Quadro 23 - Sistema de codificação utilizado no estudo

Codificação utilizada sobre a técnica/ instrumento de recolha de dados					
Técnica/ Instrumento	Entrevista		Observação direta		Recolha documental
Identificação	Entrevista	Reflexão das aulas observadas	Aulas observadas	Sessões de trabalho colaborativo	Planos de aula
Número	1, 2	1, 2, 3,...7	1, 2, 3,...7	1, 2, 3,...12	1, 2, 3,...7
Exemplo	E_1 (Entrevista 1)	RAO_2 (Reflexão da aula observada 2)	AO_3 (Aula observada 3)	STC_4 (Sessão de trabalho colaborativo 4)	PA_5 (Plano de aula 5)

O modelo adotado para a análise de conteúdo na presente investigação teve como referências o modelo do *conhecimento estatístico para ensinar* de Groth (2007) e de Burgess (2009) e o modelo do *conhecimento didático do professor* de Matemática de Canavarro (2003), Ponte e Oliveira (2002) e de Ponte (2012). Resultou de uma fusão entre os modelos de Groth (2007) e Burgess (2009), com algumas adaptações já explicadas no Capítulo II, em que se dá especial destaque ao conhecimento do conteúdo (Estatística) e ao conhecimento do ensino da Estatística como núcleo fundamental do conhecimento didático (Ponte, 2011, 2012), o qual apresenta um papel determinante nas fases de planificação, condução e reflexão da prática letiva (Canavarro, 2003) (Quadro 24). Assim, definiram-se duas unidades de análise: (i) *o conhecimento de Estatística*; (ii) *conhecimento sobre o ensino da Estatística*. O conhecimento sobre o ensino ou prática letiva constitui o cerne do conhecimento didático responsável pelas decisões mais importantes que regulam e orientam toda a atividade de ensinar pelo que se optou neste

estudo por se dar mais evidência a esta componente em detrimento das restantes (Ponte, 2012).

Quadro 24 - Categoria e subcategorias de análise
(Burgess, 2009; Canavarro, 2003; Friel, Curcio & Bright, 2001; Groth, 2007; Heaton & Mickelson, 2002; Henriques & Oliveira, 2012; Makar & Fielding-Wells, 2011; Martins & Ponte, 2010; ME, 2007; Ponte & Oliveira, 2002; Ponte, 2012, 2013) (adaptado)

Categorias/ Subcategorias de análise		
Etapas de uma investigação estatística	Conhecimento de Estatística Evidencia <i>conhecimento estatístico</i> relativo a:	Conhecimento sobre ensino da Estatística Evidencia <i>conhecimento sobre o ensino da Estatística</i> relativo a:
Etapa 1: <i>Formulação de questões de investigação</i>	- Formulação de questões estatísticas - Variáveis estatísticas (natureza)	- Estrutura e dinâmica das aulas - Trabalho dos alunos - Abordagem à Estatística - Estilos de comunicação - Recursos tecnológicos
Etapa 2: <i>Planeamento e recolha de dados</i>	- População e amostra - Dados (natureza) - Métodos de recolha de dados - Recolha de dados	
Etapa 3: <i>Organização e tratamento dos dados</i>	- Tabelas de frequências - Representações gráficas <ul style="list-style-type: none"> • seleção • construção - Medidas estatísticas <ul style="list-style-type: none"> • seleção • determinação • significado 	
Etapa 4: <i>Interpretação dos dados e formulação de conclusões</i>	- Interpretação dos dados: <ul style="list-style-type: none"> • Análise de representações gráficas • Análise das medidas estatísticas - Formulação de conclusões: <ul style="list-style-type: none"> • Conclusões sustentadas pelo estudo • Resposta à questão inicial do estudo • Novas questões suscitadas pelo estudo. 	

No que se refere à unidade de análise (*i) conhecimento de Estatística*), definiram-se como categorias de análise as quatro etapas de uma investigação estatística enunciadas por Martins e Ponte (2010): (1 - Formular questões de investigação”; 2 – Planeamento da recolha de dados; 3 – Organização e tratamento de dados; 4 – Interpretar os resultados e formular as conclusões interpretar os dados), tendo-se tomado como ponto de partida os modelos de Groth (2007) e de Burgess (2009) para analisar o *conhecimento estatístico para ensinar* que os professores mobilizam quando ensinam através de investigações estatísticas e precisam para apoiar a aprendizagem dos alunos em cada uma das suas quatro etapas. Para cada uma das categorias anteriores, definiram-se subcategorias referentes *conhecimento de conceitos de organização e representação dos dados* presentes no PMEB (ME, 2007) para este nível de ensino, bem como outras que emergiram dos dados, a saber: *a) Categoria “Etapa 1: Formulação das questões de investigação”* – Subcategorias: “Formulação de questões estatísticas”; - “Variáveis (natureza)”; *b) Categoria “Etapa 2: Planeamento da recolha de dados”* – Subcategorias: “População e amostra”; - “Dados (natureza)”; “Métodos de recolha de dados”; “Recolha de dados”. *c) Categoria “Etapa 3: Organização e tratamento de dados”* – Subcategorias: “Tabelas de frequências”; - “Representações gráficas (seleção e construção)”; “Medidas estatísticas (seleção e determinação)”; *d) Categoria “Etapa 4: Interpretação dos resultados e formulação das conclusões”* – Subcategorias: “Interpretação dos dados (Análise de representações gráficas; Significado das medidas estatísticas)”: “Formular conclusões (Conclusões sustentadas pelo estudo; Resposta à questão inicial do estudo; Novas questões suscitadas pelo estudo)”.

Relativamente à unidade de análise *“ii) conhecimento sobre o ensino da Estatística”*, as categorias definidas foram igualmente as quatro etapas de uma investigação estatística enunciadas por Martins e Ponte (2010): (1 - Formular questões de investigação”; 2 – Planeamento da recolha de dados; 3 – Organização e tratamento de dados; 4 – Interpretar os resultados e formular as conclusões). O estudo da prática letiva, enquanto veículo para a compreensão do conhecimento do professor (Schön, 1992), nos seus três momentos (Planificação, Condução e Reflexão) que a definem assumiram particular relevo, tendo-se constituído as seguintes subcategorias, adaptadas de Ponte (2011, p. 301): *a) Estrutura e dinâmica das aulas; b) Trabalho dos alunos; c) Abordagem à Estatística; d) Estilos de comunicação; e) Recursos tecnológicos.*

Seguiu-se, por fim, a fase e interpretação dos dados, organizados nas unidades, categorias e subcategorias de análise apresentadas no quadro 24, atribuindo-lhe significados e relacionando-os de forma a refinar ou reformular a teoria inicial. Esta interpretação foi complementada com a análise documental. Desta forma, concluiu-se a escrita do caso, já iniciada anteriormente. Finalmente, escreveram-se as conclusões, extraindo os aspetos relevantes dos momentos de análise anteriores, com o intuito de responder às questões de investigação formuladas.

O trabalho colaborativo

Dada a complexidade dos processos educativos, com alterações curriculares constantes que muitas vezes colocam sérios desafios aos professores demasiadamente problemáticos para serem enfrentados individualmente (Boavida & Ponte, 2002), o trabalho colaborativo tem assumido uma importância crescente como promissor para fortalecer o relacionamento entre professores e entre professores e investigadores preocupados em compreender e expandir o conhecimento profissional (Olson, 1997; Robbuti et al., 2006).

O termo “colaboração” implica uma relação dialógica entre dois significados: co-laborar (trabalhar em conjunto) e também co-aprender (aprender juntos). Envolve professores em atividades conjuntas, com objetivos comuns, num diálogo e investigação constantes, bem como apoio mútuo na abordagem de questões que os desafiam profissionalmente, ajudando-os a refletir sobre seu papel na escola e na sociedade. Ao usar o termo "trabalho", incluem-se todas as dimensões do ensino e a atividade de desenvolvimento profissional através do qual os professores se tornam mais informados sobre a sua prática (Robbuti et al., 2006).

A colaboração consiste num trabalho conjunto que envolve uma negociação cuidadosa, a tomada conjunta de decisões, uma comunicação eficaz e aprendizagem mútua centrada na promoção diálogo profissional (Robbuti et al., 2006). Neste quadro, a colaboração é um valioso recurso na medida em que: i) quando se unem várias pessoas em torno de um objetivo comum, capitalizam-se energias e fortalece-se a determinação em agir; ii) diferentes pessoas em torno do mesmo trabalho crescem experiência, competência,

ideias e segurança para promover a mudança e implementar inovações com êxito; iii) a interação, a comunicação e a reflexão conjunta criam sinergias acrescidas para a aprendizagem mútua aumentando a possibilidade de enfrentar com êxito obstáculos e incertezas (Boavida & Ponte, 2002).

O sucesso de trabalho colaborativo depende muito da criação de objetivos comuns e em responder às diferentes necessidades individuais de todos os participantes (Ponte, Segurado & Oliveira, 2003). É a inevitabilidade da existência de intenções e expectativas individuais diferentes, que proporciona uma maior diversidade de significados e perspectivas e tornam a investigação colaborativa mais promissora e desafiante (Orr, 1997).

É a diversidade de conhecimentos expressos num trabalho colaborativo que torna a reconstrução de novo conhecimento possível. Os participantes têm de sentir segurança para expressar e partilhar diferentes pontos de vista, colocar novas questões, arriscar diferentes perspectivas, interpretações e teorias não validadas (Olson, 1997).

A colaboração pode desenvolver-se entre colegas, por exemplo entre professores que trabalham no mesmo projeto. Também pode ocorrer entre pessoas com diferentes papéis e estatutos, por exemplo, entre professores e investigadores em educação (Robbuti et al., 2006). No entanto, implícita ao conceito de colaboração, está a ideia de mutualidade na medida em que todos têm de sentir que têm um papel reconhecido no projeto cujo desenvolvimento lhes traz benefícios. O conhecimento é socialmente contruído através da partilha e, para que a colaboração resulte, todos os participantes têm de se ver a si próprios e aos outros como conhecedores cujas ideias merecem ser partilhadas e ouvidas (Olson, 1997).

A colaboração entre investigadores e professores é importante para ambos. Para os professores, porque lhes permite refletirem sobre a sua prática, partilharem experiências, implementarem novas propostas, enriquecerem a própria prática e tornarem público e compreensível o seu conhecimento; para os investigadores pois, para além de poderem sentir-se úteis para a prática dos professores, ficam mais próximos do professor tornando a investigação mais informada (Boavida & Ponte, 2002). Requer, pois, um “envolvimento ativo dos professores comprometidos com uma análise profunda de suas próprias práticas bem como dos investigadores interessados no ensino” (Ponte, Segurado & Oliveira, 2003, p. 88). Este tipo de trabalho necessita de professores interessados em Matemática, capazes de refletir sobre as suas próprias práticas, e dispostos a assumirem riscos. Em

contrapartida, os professores também precisam de recursos, de troca de experiências e às vezes de suporte direto (Ponte, Segurado & Oliveira, 2003).

O trabalho colaborativo é “um excelente meio de estabelecer e manter a confiança num contexto e envolver os informantes diretamente na investigação, como colaboradores com o investigador” (Erickson, 1986, p. 142). Assim, resulta que o trabalho colaborativo entre investigadores e outros professores é uma maneira natural de envolver os professores na investigação e fornecer um interessante contexto de investigação produzindo novas ideias sobre o ensino (Ponte, Segurado & Oliveira, 2003).

Relevância para o estudo

O objetivo deste estudo é contribuir para a identificação e compreensão do conhecimento de Estatística e do seu ensino que os professores mobilizam quando põem em prática investigações estatísticas em sala de aula. Atendendo ao facto de os professores participantes neste projeto nunca terem desenvolvido tarefas de investigação estatística nas suas aulas, pelo menos nos moldes que Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) preconizam e sobre o qual este estudo assenta, o trabalho colaborativo reveste-se aqui de uma dupla importância: por um lado, pretende criar condições de viabilidade para o estudo, constituindo uma oportunidade de desenvolvimento profissional para os professores envolvidos, correspondendo a algumas das suas legítimas expectativas; por outro lado, o trabalho colaborativo constitui-se como uma estratégia para investigar a prática letiva de professores (Boavida & Ponte, 2002).

Neste estudo, a colaboração assume-se assim como um importante veículo que pretende fornecer o contexto para que o conhecimento dos professores se revele, se clarifique e se aprofunde através da discussão de ideias fundamentais sobre Estatística e através da preparação e da reflexão conjunta da prática letiva (Erickson, 1986; Olson, 1997; Orr, 1997; Boavida & Ponte, 2002).

O trabalho colaborativo era apanágio da prática de duas das professoras participantes neste estudo. A investigadora aproveitou a cultura de colaboração já instituída entre alguns dos participantes, tornando-a mais sistemática e aprofundada. De há três anos a esta parte, a investigadora trabalhava colaborativamente com estas professoras, na

experimentação do novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007), enquanto colega de grupo disciplinar de Matemática do 2.º ciclo no Agrupamento de Escolas a que pertenciam.

Assim, as relações já estavam estabelecidas havendo um forte clima de companheirismo, respeito e admiração mútuos, quer a nível pessoal quer a nível profissional, os quais são muito importantes em qualquer colaboração e propiciadores de trabalho frutífero (Boavida & Ponte, 2002; Olson, 1997).

No âmbito deste projeto, este trabalho colaborativo constitui-se assim num cenário natural onde o trabalho da investigadora teve uma dupla vertente: foi, por um lado, colega de trabalho tendo desenvolvido junto dos seus alunos o mesmo tipo de trabalho que os seus colegas; e, por outro lado, foi responsável por dinamizar sessões de trabalho colaborativo sistemáticas para que se criassem condições de viabilidade para o estudo e se pudesse aceder e melhor compreender o conhecimento profissional dos professores sobre Estatística. Este duplo papel trouxe mais-valias acrescentadas quer à investigadora quer à investigação. Por um lado, permitiu compreender de uma forma mais profunda e detalhada os obstáculos e dificuldades que os professores enfrentaram no desenvolvimento deste projeto e as formas de as superar o que proporcionou uma concretização mais efetiva do objetivo do estudo; e, por outro lado, trouxe um maior desenvolvimento profissional à investigadora.

Natureza do trabalho

As sessões de trabalho colaborativo foram doze e realizaram-se às terças-feiras das 16h30 às 18h00 numa sala disponível da Escola onde os professores e a investigadora lecionavam. Tiveram início antes da observação das aulas dos professores sobre investigações estatísticas em sala de aula e acompanharam o desenvolvimento de todo o projeto.

As sessões de trabalho colaborativo foram organizadas da seguinte forma: (a) *sessões temáticas*; (b) *sessões de preparação e/ou reflexão sobre a prática letiva*; (c) *sessões mistas*. Os objetivos das sessões de trabalho colaborativo foram os seguintes:

(a) *Sessões temáticas* - Abordagem e desenvolvimento de assuntos/tópicos/conteúdos com vista a um esclarecimento e aprofundamento significativo do conhecimento

matemático e didático para a leção do tema “Organização e Tratamento de Dados” em consonância com o PMEB (2007);

(b) *Sessões de preparação e/ou reflexão sobre a prática letiva* - Planificação e/ou reflexão sobre a prática letiva referente às aulas observadas. A planificação conjunta revestiu-se de um carácter geral, tendo-se definido nestas sessões alguns aspetos como: o papel do professor, recursos a utilizar, organização dos alunos, estrutura e dinâmica da aula e os produtos pedidos aos alunos. A planificação mais pormenorizada, com a descrição da condução da aula, foi realizada, individualmente, por cada um dos professores, tendo como suporte um guião com estrutura livre, o qual se pretendia que fosse enviado à investigadora com alguma antecedência antes da observação das respetivas aulas. A reflexão sobre a prática letiva era respeitante a situações pertinentes das aulas observadas, selecionadas previamente a partir da reflexão pós-aula realizada pelos professores e pela investigadora, relevantes para o estudo.

(c) *Sessões mistas* - incluíam as duas modalidades anteriores.

Cronograma das sessões de trabalho

Apresenta-se em seguida o cronograma das sessões de trabalho colaborativo, indicando para cada uma delas a data em que teve lugar e a sua natureza (de acordo com a secção anterior) ((a) *sessões temáticas*; (b) *sessões de preparação e/ou reflexão sobre a prática letiva*; (c) *sessões mistas*) (Quadro 25).

Quadro 25 - Cronograma das sessões de trabalho colaborativo

Sessões de Trabalho Colaborativo (STC)																
Data	Fevereiro 2012				Março 2012				Abril 2012			Maio 2012				
	/	/	/	28	6	15	20	27	10	/	24	30	7	14	22	29
Natureza	/	/	/	a)	a)	a)	a)	a)	b)	/	c)	c)	b)	b)	a)	b)

A informação mais detalhada sobre a temática discutida, os objetivos a alcançar e os recursos utilizados em cada uma sessões de trabalho colaborativo pode ser consultada no quadro 61 (Anexo 3).

Fundamentos de natureza ética

A ética relativa à investigação com sujeitos humanos refere-se ao normativo que norteia os procedimentos e à qual nenhum investigador deve ficar indiferente. No entanto, não obstante a existência de linhas orientadoras, as decisões de carácter ético estão estritamente relacionadas com a pessoa que o investigador é, com os seus valores e crenças (Bogdan & Biklen, 1994). Todavia, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), existem dois aspetos fundamentais neste âmbito: “o consentimento informado e a proteção dos sujeitos contra qualquer espécie de danos”.

Face ao exposto, a investigadora, antes do início do estudo, reuniu com os professores a fim de firmar um acordo no qual constavam os objetivos do mesmo, bem como algumas clarificações referentes aos direitos do professor, enquanto participante nesta investigação. Durante a mesma, os professores foram informados e esclarecidos acerca dos propósitos do estudo e foi-lhes fornecido um cronograma das atividades onde estes puderam observar e compreender o que se esperava que fossem os seus contributos no mesmo. Foram, também, informados de como e quando as suas intervenções iriam ser áudio e vídeo-gravadas e/ou e para que fim. Esta informação foi repetida sempre que se realizou uma gravação ao longo do estudo. De igual forma, foi efetuado um pedido de autorização aos Encarregados de Educação dos alunos dos professores para recolha de informação vídeo e audiogravada tendo sido garantida a proteção das identidades dos alunos bem como da sua imagem (Anexo 7).

A investigadora comprometeu-se a salvaguardar a identidade dos professores, na medida em que em todos os registos que resultaram deste trabalho se referem a nomes fictícios, sob pena dos resultados do estudo lhes causar qualquer transtorno ou prejuízo. Responsabilizou-se ainda por fornecer *feedback* dos resultados do estudo quando este estivesse concluído, assim como a facultar-lhes uma cópia do mesmo.

Outro aspeto importante relacionado com os princípios gerais éticos, por um lado, e com a validade do estudo, por outro, foi o facto de o caso realizado acerca da professora lhe ter sido entregue e dado a ler de forma a este avaliar o grau de identificação com a pessoa que estava descrita, em particular, no que refere aos significados e interpretações construídas a partir dos dados, ou se, pelo contrário, detetava incongruências que o

perturbasse. De referir que a professora referiu concordar com o conteúdo do caso, não tendo sido necessária a realização de alterações significativas.

A questão da fiabilidade dos dados obtidos foi outro dos aspetos que nunca se perdeu de vista neste estudo. Assim, a investigadora tentou sempre ser autêntica em relação aos dados que recolheu, assim como na interpretação e compreensão que estes lhe suscitaram, procurando não se deixar influenciar por fatores de natureza intrínseca ou extrínseca a si própria, que pudessem proporcionar enviesamentos.

Por último, uma questão não menos importante foi a relação mantida entre a investigadora e os professores, integralmente baseada no respeito pela pessoa que os professores são, na compreensão pelas suas ideias tentando sempre colocar-se o mais possível na sua perspetiva, e admiração pela sua disponibilidade em abrir a sua sala de aula a um elemento estranho à mesma e pela dedicação e empenho com os quais abraçaram este desafio.

Capítulo V

A professora Inês

Inês é o nome adotado pela professora que vai constituir-se no único caso deste estudo. O presente capítulo irá centrar-se nesta professora.

Assim, começa-se por apresentar Inês. Segue-se a caracterização da pessoa, da professora e do seu contexto profissional. Para concluir este ponto, tenta caracterizar-se o seu conhecimento de Estatística e o seu conhecimento do ensino de Estatística, de acordo com (Ponte, 2011, 2012).

Numa segunda secção, caracteriza-se a prática letiva da professora com investigações estatísticas, considerando os momentos de planificação, condução e reflexão das aulas, por etapas do seu desenvolvimento. Para cada uma das etapas da investigação estatística desenvolvida, analisa-se o conhecimento de Estatística e o conhecimento sobre o seu ensino com investigações estatísticas, evidenciados pela professora.

Por fim, numa terceira secção, analisa-se a reflexão da professora sobre a sua prática letiva com o desenvolvimento de uma investigação estatística. Apresenta-se o balanço que realizou da sua prestação neste projeto e destaca-se os principais aspetos do conhecimento de Estatística e do conhecimento sobre o ensino com investigações estatísticas que a professora salientou.

Apresentação

Inês tem, à data da recolha de dados, 40 anos, é licenciada em Ensino Básico de Matemática e Ciências da Natureza por uma Escola Superior de Educação e é professora do Quadro de Escola, com cerca de dezasseis anos de experiência.

É uma mulher discreta, determinada, muito disponível para os outros e que gosta de um bom desafio. Do ponto de vista profissional, considera-se exigente, persistente, dedicada e gosta de estar em constante aprendizagem, fazendo do trabalho colaborativo e da formação profissional as suas bandeiras.

A investigadora conheceu Inês numa escola do distrito de Évora onde trabalharam em conjunto durante três anos letivos. Este período coincidiu com a fase de antecipação da generalização do Programa de Matemática para o ensino básico de 2007 (ME, 2007), no qual o grupo de Matemática de 2.º ciclo daquela escola fez um grande investimento quer a nível de formação profissional, quer a nível de trabalho individual e colaborativo. Desta experiência resultou, inevitavelmente, uma enorme cumplicidade e admiração por parte da investigadora para com esta professora, pela forma de estar no ensino, bem como pelo entusiasmo partilhado pelo ensino da Matemática, levando-a a convidar Inês para participar neste projeto.

A pessoa e a professora

Inês explica que sempre gostou muito de ensinar, aspeto que pesou na altura de decidir a sua profissão. Considera-se uma professora exigente no que se refere às aprendizagens dos alunos, mas não descarta a importância do aspeto relacional. Para Inês, um bom professor tem de ganhar os alunos pelo afeto, pela admiração e pela confiança:

Acho que não se pode ser um bom professor se só se for muito bom tecnicamente; como nunca se pode ser um bom professor se só se é amigo dos alunos. As coisas têm de estar juntas, senão, falha sempre alguma coisa [...] eu tento pôr-me do lado deles e acho que eles me veem como alguém que está ali para ensinar mas que também está ali para os ajudar (E_1).

No entanto, Inês tem consciência de que um professor nunca consegue chegar a todos os alunos, nem ela própria tem essa pretensão, refere. Perante essa impossibilidade, a professora considera que para si o mais importante é conseguir que a maioria dos alunos aprenda o mínimo desejável:

Acho que consigo chegar à maior parte deles [...] Claro que eu queria sempre mais e queria que todos aprendessem, mas isso é impossível, estamos a lidar com meninos (E_1).

Para Inês, a maior dificuldade da sua profissão é um professor ter de se sujeitar a estar longe da sua residência e da família para ter emprego. Outro aspeto negativo é a quantidade de horas que se tem de dedicar à profissão, sacrificando horas das componentes pessoal e familiar, para que o trabalho realizado seja de qualidade. Socialmente, a profissão de professor está também bastante descredibilizada. Acresce ainda o facto de, a nível monetário, o salário de professor não fazer jus ao investimento pessoal e profissional que esta profissão acarreta e que em nada dignifica a docência:

Olha, eu acho que as principais dificuldades são o estarmos longe de casa [...] o estar longe da família; [...] Acho que, acima de tudo, é o número de horas que tem de se dedicar para que as coisas sejam bem feitas e se tenha a certeza que se escolheu o melhor [...] isso rouba-nos muito tempo e, lá está, a família vai muitas vezes ficando para trás e nós próprios vamos ficando para trás e isso às vezes assusta-me um bocado. [...] Monetariamente, também não penso que sejamos assim tão bem remunerados quanto isso, de maneira nenhuma [...] quer dizer, acho que também não nos reconhecem (E_1).

Inês sente uma grande gratificação na sua profissão quando os alunos aprendem, quando os observa entusiasmados pela aprendizagem, quando alguns pais dos seus alunos reconhecem o seu trabalho ou quando alguns alunos a recordam mesmo passado muito tempo. A professora afirma com convicção que faz aquilo que gosta, referindo que se sente realizada, na maior parte dos dias:

É assim: o sentir que eles aprenderem, o sentir que eles têm algum gosto pelas coisas, é muito importante. Depois o sentir que muitas vezes os pais vêm falar comigo e reconhecem o meu trabalho, acho que isso é muitíssimo importante. A semana passada uma mãe veio ter comigo a dizer-me: - a minha filha está no 12.º ano e lembra-se de si! (E_1).

Embora Inês seja professora de Matemática e Ciências da Natureza e tenha habilitação profissional para lecionar as duas disciplinas ao nível do 2.º ciclo do ensino básico, a disciplina que mais gosta de lecionar é Matemática. A professora considera esta disciplina mais desafiante para si pois é mais exigente a nível da preparação e da condução de aulas e também a nível da avaliação.

Para Inês, o difícil para o professor na preparação e condução das aulas de Matemática é pôr-se no papel do aluno: é conseguir antever o seu pensamento e antecipar todas as dificuldades e as possíveis estratégias e conclusões que eles irão tirar a partir de uma tarefa matemática. E para além disso, considera também difícil tentar que numa situação matemática nada se perca a nível de conhecimento, relacionar todos os conteúdos com aquilo que já se aprendeu e abrir portas para aquilo que ainda se vai aprender. É por isso

que Inês refere que quando está a preparar as suas aulas não há nenhum fator externo que a desconcentre.

Preparar é a Matemática, isso depende dos conteúdos, a Matemática é mais difícil porque tu tens de imaginar tudo, tens de te por na pele e tens de perceber o que é que se relaciona com tudo o que já fizeste e o que podes vir a fazer (E_1).

Porém, Inês vê todo o seu esforço recompensado quando verifica os alunos conseguiram utilizar uma estratégia matemática diferente de todas as que ela preparou, quando ela verifica que eles compreenderam um conceito e conseguem aplicá-lo a situações novas.

Quando eu sinto que eles estão a aprender, quando eu sinto que eles até encontraram uma estratégia que não lembra a ninguém, mas até chegaram lá, quando eu sinto que eles perceberam, que eles conseguem passar aquilo para outras situações, acho que é assim uma coisa fantástica (E_1).

Já no caso das Ciências da Natureza, Inês refere que é igualmente uma disciplina complexa de preparar necessitando da parte do professor de pesquisa e constante atualização científica para não cometer erros. No entanto, embora considere que seja também interessante levar os alunos a descobrirem e a relacionarem os fenómenos naturais, para a professora o ensino desta disciplina apela mais à memorização e os alunos têm de ter um pensamento mais formatado e não tão divergente como no caso da Matemática.

Em relação às Ciências [disciplina] é diferente [...] a natureza realmente é uma coisa espetacular e é isso que eu lhes tento transmitir [...] que na natureza tudo se liga com tudo, que tudo faz sentido mas depois não há bem esta parte da compreensão, é mais a parte de os termos de levar a compreender, mas depois têm decorar, não há muitas coisas que variem. [...] se fosse na Matemática já lhes dizia “vá toca a pensar numa forma diferente” quer dizer são mais formatados, é uma coisa diferente, não é que não seja giro eles descobrirem por que é que as coisas acontecem, relacionarem e que eu também não queira isso, mas ali o pensamento é mais... (E_1).

Inês tem realizado um grande investimento a nível formação profissional ao longo da sua carreira. De todas as formações realizadas, destaca o Programa de Formação Contínua para professores de Matemática, da responsabilidade da Universidade de Évora, o qual realizou durante três anos com muita dedicação e entusiasmo e considera ter sido muito importante para o seu desenvolvimento profissional.

O contexto profissional

Para a professora, a Escola onde presta funções pelo terceiro ano consecutivo e na qual já havia trabalhado anteriormente, insere-se num meio socioeconómico médio alto, sendo que as famílias têm expectativas elevadas em relação ao futuro destes alunos, valorizando muito a sua educação. No entanto, e uma vez que esta escola é pública, ela abarca todo o tipo de alunos com as mais diversas proveniências e problemáticas sociais:

O meio socioeconómico da escola é médio para o alto. Há uns anos seria favorecido, agora é a classe média alta, e normalmente a classe média alta ou a classe média, diríamos, tem algum grau de ambição para os filhos e dá alguma importância à educação. [...] Nós aqui, acaba por ser um nível médio, tens o muito bom, tens o médio e depois tens o mau, mas isto não é nenhuma redoma, isto é a realidade, a nossa vida é assim (E_1).

Para Inês, a Escola tem um ambiente agradável para se trabalhar e, quanto ao corpo docente, considera que os seus colegas são no geral bons profissionais.

A professora refere que, embora a Direção também influencie, quem faz a Escola são as pessoas, e, dentro das várias estruturas e órgãos da mesma, nunca teve nenhum problema, mantendo uma relação cordial com todos os seus colegas. Porquanto, Inês refere que a Avaliação da Carreira Docente foi um fator que veio aumentar as divergências e a desconfiança entre os colegas, o que teve consequências negativas na qualidade do ambiente de trabalho.

No presente ano letivo em que se efetua a recolha de dados no âmbito deste projeto, Inês, para além de ser professora de Matemática e de Ciências da Natureza de 5.º e 6.º ano, acumula também os cargos de Diretora de Turma, Coordenadora do grupo disciplinar de Matemática do 2.º ciclo e ainda é uma das professoras responsáveis pelo Núcleo de Promoção da Educação para a Saúde da escola.

Conhecimento de Estatística

Inês considera o ensino e aprendizagem da Estatística muito importante em virtude de as decisões que são tomadas atualmente, a nível global, terem suporte em dados estatísticos.

Todas as decisões que estão a ser tomadas até a nível nacional, a nível global, são muitas vezes com base em dados estatísticos. [...] Mas as grandes decisões, hoje em dia, são todas tomadas com dados estatísticos. Basta veres os telejornais do princípio ao fim (E_1).

Assim, considera muito importante que os alunos aprendam Estatística para perceberem o seu valor e o impacto que a informação estatística pode ter na vida das pessoas. Por um lado, a Estatística é muito importante pois ajuda a fazer previsões e a tomar decisões informadas; por outro lado, é essencial que os alunos aprendam a ser críticos em relação à fiabilidade da informação estatística já que esta pode ser manipulada para servir as mais variadas intenções.

O que me parece mais importante que eles percebam é a importância da Estatística no dia-a-dia, que eles percebam não só o valor que ela tem, mas também o valor que ela pode não ter, que é até que ponto as coisas estão a ser manipuladas. Por um lado, aprenderem a fazer previsões, aprenderem a saber escolher, a tomar decisões com base nos dados estatísticos; por outro lado perceberem que isso também pode ser manipulado e que eles também têm de ter o discernimento para saber o que é melhor (E_1).

A Estatística é um campo da Matemática que Inês aprecia desde aluna. Durante o ensino básico e secundário, não se recorda de ter aprendido Estatística já que, segundo a mesma, nessa altura a ênfase do ensino da Matemática recaía sobre a Álgebra, as Funções e a Trigonometria. Assim, o seu primeiro contacto com a Estatística foi já enquanto aluna do Ensino Superior.

Recorda ter tido uma única cadeira semestral de Estatística e Probabilidades no seu curso que considera a ter preparado bem a nível teórico, de acordo as necessidades e a realidade da altura, sem cuidar, no entanto, da didática associada, isto é, como se ensina e aprende Estatística:

[...] a Estatística que eu tive não foi de ensino da Estatística, foi Estatística, foi uma cadeira de análise matemática [...] Eu acho que a nível científico foi boa, tendo em conta que também já foi feita há muito tempo. [...] Para aquilo que era pedido na altura, a nível científico foi boa. [...] Em termos didáticos havia uma disciplina de didática da matemática, que já na altura achei que deixou muito a desejar, e a Estatística, que eu me lembre, já passou muito tempo, não foi lá abordado, não era uma coisa que fosse abordada. (E_2).

Para fazer face à fraca preparação didática que obteve para ensinar Estatística, costuma pesquisar sempre bastante. Outro aspeto que lhe permitiu um grande desenvolvimento profissional e colmatar algumas fragilidades da sua formação inicial foi a sua participação na fase de antecipação da generalização do novo Programa de Matemática (ME, 2007).

Eu acho que tenho de pesquisar. Tenho sempre, tenho mesmo que pesquisar, acho que temos sempre de pesquisar. Acho que facto de aqui na escola termos feito a experimentação do novo Programa foi muito importante abriu muito os horizontes porque a gente não tinha nada (E_1).

Conhecimento do ensino da Estatística

Quando planifica a sua prática letiva, Inês explica que começa por selecionar uma tarefa introdutória que considere aliciante para os alunos e que lhes permita, de uma forma autónoma, chegarem eles próprios às ideias essenciais sobre o assunto. Depois, elege o tipo de metodologia de trabalho a realizar pelos alunos, se individual, a pares ou em grupo. Posteriormente, Inês estuda a tarefa e tenta esgotar todas as possibilidades de resolução da mesma, por forma a ser o menos possível surpreendida na aula. Termina selecionando a forma de sistematização da tarefa e recolhendo um conjunto de exercícios-tipo que servirão para consolidar o conteúdo em estudo e desenvolver diferentes ideias sobre o mesmo assunto.

[...] se consigo arranjar uma tarefa ou um exercício [...] que os leve até onde eu quero. Portanto, eles perceberem a razão das coisas, não é. Depois, se eu conseguir arranjar como é que eu vou fazer, trabalho individual, trabalho a pares, trabalho de grupo. Depois, o que é que espero com aquilo, tenho de resolver, tenho de imaginar todas as maneiras possíveis e imaginárias de resolver aquilo, não é, e depois como é que eu vou fazer a sistematização daquele assunto e a partir daí que exercícios vou fazer de consolidação (E_1).

Quanto à importância atribuída à planificação. Inês considera a planificação da prática letiva de extrema importância em qualquer tipo de aulas, sobretudo nas aulas com tarefas de investigação.

Para esta professora, quanto menos experiente o professor for com o tipo de trabalho que vai desenvolver na sua sala de aula, mais exaustiva terá de ser a planificação que deve realizar, pois, embora todas as aulas gozem de alguma imprevisibilidade, as aulas com trabalho em grupo e, mais ainda, aquelas que envolvem tarefas de natureza aberta como as investigações são bastante imprevisíveis, sendo necessário antever vários contextos.

Em relação à sala de aula, é muito importante [a planificação]. Quanto menos é a experiência, mais importante é. Claro que eu sei que muitas vezes há coisas que surgem na altura porque como já há alguns anos que trabalho, não neste tipo de projeto de investigação, mas em trabalho de grupo, já tenho alguma facilidade em dar a volta ao texto ali na altura. Claro que se eu tiver pensado, para mim é mais fácil, porque já previ as situações e, ainda por cima, num trabalho destes de investigação, em que é preciso preveres muita coisa, a planificação é muito importante e quanto mais exaustiva melhor (E_2).

Pese embora a importância que Inês atribui à planificação, a professora refere que a planificação deve ser apenas um plano já que muitas vezes o professor durante a aula deve ter flexibilidade suficiente para adaptar a sua planificação para ir ao encontro das

necessidades dos seus alunos: “A planificação também vale o que vale; [o que conta] é a sala de aula e tu chegas lá e, às vezes, tens de dar a volta àquilo tudo” (E_2)

Para planificar a sua prática letiva, Inês recorre a vários recursos, como materiais publicados pela APM, materiais trabalhados no âmbito do PFCM, pesquisas na *Internet*, não gostando de se cingir só ao manual adotado considerando-o um instrumento de trabalho como outro qualquer que pode ser substituído sempre que se achar pertinente.

Eu tenho lá em casa materiais que são publicados pela APM, materiais que nos foram dados no âmbito da formação, ou pesquisa. Eu acho que é assim: se eu tiver tempo não gosto de me cingir ao manual e olhar para ali e dizer “está bom!”. [...] o manual é um instrumento de trabalho como outro qualquer, não é o instrumento de trabalho, é um instrumento que tem de ser usado, mas pode ser substituído, se eu achar que aquilo não é a melhor alternativa (E_1).

Para Inês o manual não medeia a sua prática: por vezes não segue a sequência dos conteúdos programáticos proposta pelos mesmos e proporciona outras experiências de aprendizagem aos alunos que vão para além do manual. A professora refere até que prescindiria de ter de trabalhar com manual pois apreciou muito a experiência de ter trabalhado sem manual durante dois anos, aquando da antecipação da generalização do novo Programa de Matemática (ME, 2017), em que teve de pesquisar muito e ser muito crítica o que a levou a aprender muito.

[...] eu dou-lhe a importância que tem [...] e dou-lhe volta em 3 tempos [...] porque aquilo não está na sequência que eu quero. [...] eu nunca me cingi só ao manual, mas hoje em dia então tem mesmo a importância que tem porque depois de a gente ter trabalhado dois anos sem o manual eu até trabalhava outra vez e não tinha vontade nenhuma de pegar em nenhum deles, [...] Porque eu acho que vai mais ao encontro da nossa maneira de ensinar, porque nos obriga a uma grande pesquisa, porque nos obriga a ser críticos (E_1).

O tipo de tarefas que Inês costuma selecionar com maior frequência para as suas aulas são problemas. No entanto, Inês refere que desde que contactou com as tarefas de natureza investigativa que desenvolveu um entusiasmo especial para com este tipo de tarefas e que gostaria de as realizar com maior frequência, mas não existem muitas tarefas desta natureza à disposição dos professores. Assim, como considera que a comunicação matemática é uma competência transversal matemática muito importante de se desenvolver nos alunos, acaba por ser este o seu critério de seleção - tarefas que apelem ao desenvolvimento da comunicação matemática.

A maior parte delas são de resolução de problemas depois há uma coisa que eu gosto especialmente que é a comunicação matemática, e se calhar se há uma que

os obriga a comunicar eu se calhar escolho essa e não outra. Ah, pois escolho!
(E_1)

No que se refere à Estatística, Inês refere que sempre ensinou Estatística da mesma forma. Introduzia e lecionava os conteúdos a partir de duas ou três variáveis estatísticas de natureza quantitativa ou qualitativa discreta, relacionadas com os alunos, como: “o número de irmãos”, “o mês de aniversário”, “o tamanho do sapato”, etc. A partir daí, construía tabelas de frequência absoluta, escolhiam o tipo de gráfico que melhor se adequava à situação, se os gráficos de barras e/ou os pictogramas e depois interpretavam. Evitava tratar variáveis contínuas pois não tinha uma representação gráfica que se adequasse a esse tipo de variável, já que no Programa anterior (ME, 1991) ao Programa de 2007 (ME, 2007) não se dava o diagrama de caule-e-folhas, nem o histograma no 2.º ciclo.

Normalmente, quando eu dou esta matéria, escolho um tema que vá ao encontro do que eles dão e depois vou desenvolver um gráfico, primeiro uma tabela de frequências. Isto era o que eu costumava fazer, depois o gráfico, depois o pictograma, depois interpretarmos, fazer perguntas acerca dos mesmos, escolher qual o melhor gráfico para representar a situação. [...] Porque há uma data de anos que o que eu fazia era sempre o mesmo: lá estudávamos o número de irmãos, os aniversários, os sapatos [tamanho do calçado] [...] E na altura [variável] [...], portanto dados contínuos, [...] não falávamos muito porque histogramas não se davam, diagramas de caule-e-folhas também não, portanto... (STC_4).

No entanto, no ano letivo anterior, em que foi a primeira vez lecionou Estatística ao abrigo do Programa de 2007 (ME, 2007), Inês reconhece que já começou a trabalhar a Estatística de uma forma diferente. Dá como exemplo uma tarefa que fez e que considera essencial “A melhor jogadora de basquetebol” (Anexo 12). Trata-se de uma tarefa que solicita aos alunos que decidam e justifiquem qual a jogadora, de entre três das quais se conhecem as pontuações em sete jogos efetuados, a quem deve ser atribuído o prémio de melhor jogadora de basquetebol. Para tal, espera-se que os alunos usem medidas estatísticas para fundamentarem a sua decisão, podendo admitir-se diferentes respostas como válidas em função dos argumentos estatísticos utilizados. Assim, segundo a professora, esta tarefa desenvolve várias capacidades dos alunos, para além das capacidades de cálculo, como o espírito crítico para a tomada de decisões, a comunicação matemática e resolução de problemas do quotidiano:

Eu acho que aquele tipo de tarefas como aquela que nós fizemos no ano passado, que era aquela da “Melhor jogador do basquetebol (...), para os miúdos tomarem decisões e cruzarem dados que eu acho que é mesmo muito importante. [...]

O espírito crítico, a tomada de decisões, a comunicação matemática [...] exige uma resolução de um problema, não é bem um problema matemático é um problema do quotidiano [...] obriga-os a ter comunicação matemática, a tomar uma decisão e a ter espírito crítico sobre uma coisa, não é (E_1).

Em suma, as tarefas que professora gosta de trabalhar em Estatística são aquelas que incluam dois aspetos que, quanto a si, são essenciais e indissociáveis: a recolha e organização dos dados e a conseqüente tomada de decisões decorrente da análise desses mesmos dados:

Portanto é assim: Por um lado tens a parte de eles aprenderem a recolher dados e a organizá-los; Por outro lado, tens a parte de depois pegares naquilo e fazeres uma análise. Porque não são a mesma coisa, mas precisamos das duas! Não há que dissociar uma coisa da outra. (E_1)

Quanto ao uso de tecnologia, Inês considera importante o seu uso e refere utilizar a calculadora com muita frequência já o computador, embora já tenha utilizado noutras escolas, em contexto sala de aula, para a realização de gráficos no Excel, refere que os meios tecnológicos nas escolas são escassos o que impossibilita o seu uso.

Calculadora sim, com muita frequência. Computador aqui na escola não, mas [noutra] usei uma ou duas vezes. Para fazerem gráficos. [...] Aqui não, porque os meios tecnológicos não são os melhores. [...] Quer dizer, a gente gostava de fazer coisas que depois não pode! (E_1)

A metodologia de trabalho dos alunos eleita nas suas aulas é o trabalho em grupo. Inês sente-se muito gratificada com o entusiasmo que os alunos revelam ao trabalhar em grupo e o tipo de trabalho que produzem ao conseguir chegar a conclusões e ideias matemáticas que muitas vezes a surpreendem pela positiva pelo alcance das mesmas.

O que é que me dá mais satisfação fazer, aí dá-me imensa satisfação quando eles estão a trabalhar em grupo e quando estão a produzir e a tirar conclusões e a lembrarem-se de coisas que eu não me teria lembrado, aí isso é das melhores coisas. É uma aula em que eles pronto fizeram trabalho de grupo, isso é espetacular. (E_1)

Quanto à avaliação das aprendizagens dos alunos, Inês considera que esta deve ter um carácter contínuo, ou seja, que deve realizar-se ao longo de todo o ano letivo. Pretende valorizar a evolução, sem ignorar os aspetos negativos. Para além dos momentos formais de avaliação que Inês refere serem as fichas de avaliação, valoriza também a participação, a cooperação, a resolução de problemas, a comunicação matemática, o raciocínio, as regras de saber estar em sala de aula, entre outros.

Além dos momentos formais de avaliação que são as fichas de avaliação [...] a participação, a cooperação, a resolução de problemas, a comunicação matemática, o raciocínio e depois o estar em sala de aula, sem falar das outras coisas, se faz sempre os trabalhos de casa, esse tipo de coisas. E é contínua, vem desde o primeiro período até ao final, eles sabem que os erros que eles cometem não se podem apagar, não é, o que é bom mantém-se e o que é mau tem que haver melhoria. Eu não posso ignorar também as coisas menos boas (E_1).

Síntese

Inês é professora do Quadro de Escola e conta com 16 anos de experiência. Do ponto de vista profissional, considera-se uma professora exigente e dedicada, valorizando muito o trabalho colaborativo e a formação profissional, destacando o PFCM por lhe ter proporcionado um grande desenvolvimento profissional.

Quanto ao *conhecimento de Estatística*, Inês considera a sua aprendizagem muito importante dada a sua relevância atual e o do impacto que esta tem na vida das pessoas, já que todas as decisões a nível global são baseadas em dados estatísticos. Na sua formação, o primeiro contacto formal que teve com esta ciência foi no ensino superior. Refere sentir-se segura a nível teórico para lecionar Estatística, contudo, reconhece a possibilidade da existência de algumas lacunas a nível didático, as quais tem tentado suprimir através de pesquisa e de formação.

Relativamente ao *conhecimento do ensino da Estatística*, Inês refere que a introdução do novo programa (ME, 2017) veio trazer-lhe uma nova perspetiva sobre o ensino e aprendizagem desta disciplina e a vontade abandonar a sua forma antiga de ensinar. Assim, considera que as tarefas estatísticas devem encerrar em si, por um lado, a recolha e organização de dados e, por outro lado, a tomada de decisões decorrentes da análise desses mesmos dados.

A metodologia de trabalho dos alunos eleita pela professora para as aulas de Estatística é o trabalho em grupo, pelo entusiasmo que os alunos revelam e por permitir um alcance maior a nível das ideias matemáticas.

Quanto à tecnologia, Inês refere utilizar com muita frequência a calculadora no ensino da Estatística, já o computador, mais concretamente a folha de cálculo, diz já a ter utilizado

no passado para construir gráficos, embora não utilize com a frequência que gostaria, pois as escolas não estão apetrechadas tecnologicamente de forma adequada.

A prática letiva com investigações estatísticas

Esta secção é dedicada à prática letiva de Inês relativa ao desenvolvimento de uma investigação estatística. Em primeiro lugar, apresentam-se as motivações da professora para a seleção de uma tarefa de investigação estatística e indica-se o seu desenvolvimento em traços gerais. Seguidamente, descreve-se a forma como planificou, conduziu e refletiu acerca das aulas referentes a cada uma das etapas da investigação estatística: Etapa 1 – Formulação das questões de investigação; Etapa 2 – Planeamento e recolha de dados; Etapa 3 - Organização e representação de dados; Etapa 4 - Interpretação dos dados e formulação das conclusões (Martins & Ponte, 2011). Por fim, para cada etapa, analisa-se ainda o conhecimento de Estatística e o conhecimento sobre o ensino de Estatística com investigações estatísticas que a professora evidenciou.

Seleção da tarefa e seu desenvolvimento

Os professores participantes neste estudo decidiram que as tarefas de investigação estatística fariam parte do seu leque de possibilidades para a lecionação da unidade Organização e Tratamento de dados das suas turmas de 6.º ano de escolaridade. Uma das sessões de trabalho colaborativo tinha sido dedicada à discussão da importância curricular das investigações estatísticas e os professores estavam na disposição de experimentar abordagens mais concordantes com as orientações curriculares vigentes.

Inês, particularmente, queria cortar definitivamente com a sua forma usual de lecionar Estatística que consistia em começar por explicar a utilidade da Estatística e, posteriormente, estudar duas ou três características dos alunos. Para ela, ensinar desta forma não fazia mais sentido:

Olha, eu por acaso estive a pensar porque a minha maneira de começar era: explicar “para que é que servia a Estatística”, “quando é que ela era utilizada”. Depois eram as célebres perguntas: “quanto é que calças?”, “quantos irmãos tens?”, “em que mês fazes anos?” [risos]. Portanto, era sempre a mesma conversa! [...] acho que estarmos a fazer isso outra vez não fazia muito sentido (STC_6).

A professora sugeriu então uma das investigações estatísticas exploradas nas sessões de trabalho colaborativo intitulada de “Como são os alunos da minha turma?” (Sousa, 2002) (Anexo 8). O objetivo desta investigação era os alunos caracterizarem o aluno típico da sua turma, com oportunidade de estudar características do seu interesse, participando em todas as etapas do ciclo investigativo, desde a formulação das questões de investigação até à interpretação dos dados e a formulação das conclusões finais: “Eu gostei muito daquela tarefa que tu trouxeste, aquela de investigação, “Como é que é o aluno típico da turma?” (STC_6)

No entanto, Inês sentia em si uma tensão que não se furtava a partilhar: por um lado, não queria desperdiçar a oportunidade que este estudo lhe oferecia para experimentar uma abordagem inovadora para ensinar Estatística; por outro lado, o facto de esta experiência ser completamente nova para si apresentava-lhe algumas dificuldades relacionadas com a prática letiva. Em primeiro lugar, tinha muitas dúvidas em como planificar as aulas com trabalho desta natureza: “Agora, que eu vou ter muitas dúvidas até sexta-feira, vou ter de certeza, porque eu nunca fiz uma coisa desse tipo. Acho que tudo e mais alguma coisa me vai surgir...” (STC_6)

Em segundo lugar, embora Inês inicialmente tenha pensado esta tarefa como uma forma de consolidar e avaliar os conhecimentos dos alunos, o grupo de professores decidiu que a aprendizagem seria mais significativa caso a investigação servisse de contexto para a leção de todos os conteúdos programáticos previsto no programa (ME, 2007). Assim, a professora não sabia como garantir que todos os alunos aprendessem todos os conteúdos programáticos já que o trabalho que iriam desenvolver no seio de cada grupo era diferente em consequência das distintas características que iriam estudar. Para Inês, nem todos os alunos iriam ter a oportunidade de construir todos os tipos de gráficos e de calcular todas as medidas estatísticas e, não obstante a partilha necessariamente existente na fase de discussão das aulas, este aspeto não garantia por si só que eles aprendessem.

Uma coisa é eu apresentar e “é muito giro porque o meu gráfico é diferente de o do lado”, mas eu não posso deixar de dar a matéria toda a todos. Portanto, e não é com uma apresentação dos colegas que eles ficam a saber, só vendo, porque a Matemática tem de ser experimentada, mesmo, não é. Só vendo, eles nunca ficam a saber como é que se faz um gráfico de caule-e-folhas, as regras corretas para fazer um pictograma, porque eles já viram muitos (STC_3).

Para desenvolver a investigação estatística e ensinar todos os conteúdos estatísticos a partir dela, acautelando também o facto de a sua turma ser bastante numerosa (vinte e sete alunos), Inês antevia poder demorar-se seis ou sete aulas.

Quando eu pensei em quatro aulas, eu pensei logo ao princípio que havia conceitos que eles já tinham dado. Se fosse uma tarefa introdutória e se eu desse a matéria a partir daqui eu não precisava de quatro aulas, eu precisava de mais de quatro aulas. [...] seis, sete, se calhar. Agora, também é assim tudo um bocado... depende também do tamanho da turma. A minha direção de turma até são miúdos que se portam razoavelmente bem, mas são vinte e sete e eu sou uma [...] porque é assim eles todos têm de aprender (STC_3).

As aulas necessárias para o desenvolvimento da investigação estatística por Inês foram distribuídas pelas suas quatro etapas, conforme o apresentado no quadro 26.

Quadro 26 – Distribuição das aulas pelas diferentes etapas da investigação estatística

Etapas da investigação estatística	Aulas
Etapa 1: Formulação de questões de investigação	1
Etapa 2: Planeamento e recolha de dados	2 e 3
Etapa 3: Organização e representação dos dados	4 e 5
Etapa 4: Interpretação dos dados e formulação das conclusões	6 e 7

A tarefa inicial, adaptada de “Como são os alunos da minha turma?” (Sousa, 2002) (Anexo 8), emprestou um conjunto de questões relacionadas com o trabalho estatístico a desenvolver em cada uma das quatro etapas da investigação estatística, configurando-se em tarefas específicas para cada uma delas. As tarefas específicas referentes a cada etapa do desenvolvimento da investigação estatística são apresentadas no início das secções que se seguem.

Etapa 1: Formulação das questões de investigação

A figura 25 representa a tarefa específica referente à primeira etapa da investigação estatística, adaptada de “Como são os alunos da minha turma?” (Sousa, 2002) (Anexo 8).

<p>1.ª Etapa Preparação das questões de investigação Discute, com os teus colegas, sobre:</p> <p>1. Os dados (físicos, sociais, culturais,...) que devem entrar na caracterização do aluno típico da turma;</p>
--

2. Como pensas que vai ser o perfil do aluno típico da tua turma;
3. Se será necessário traçar um perfil para os rapazes e outro para as raparigas? Justifica a decisão tomada.

Figura 25 - Tarefa específica da 1.ª etapa da investigação (Sousa, 2002)

Planificação. Apresenta-se em seguida a planificação realizada por Inês da aula da primeira etapa da investigação de “Formulação das questões de investigação”, conjugando os seus contributos para a planificação coletiva e aspetos mais importantes do seu plano individual.

Para a planificação da primeira etapa da investigação, Inês e os restantes professores centraram a sua discussão na primeira questão da tarefa da etapa (Figura 25), a qual dizia respeito ao tipo de variáveis a estudar para caracterizar o aluno típico da turma. A sua principal preocupação foi a de se colocarem no papel dos alunos e inventariarem as possíveis variáveis que estes poderiam fazer surgir em primeiro lugar, considerando que seriam as de carácter físico dada a faixa etária dos alunos. Tendo em conta esta expectativa, Inês referiu que se devia traçar um perfil para os rapazes e outro para as raparigas na caracterização do aluno típico da turma:

Não, temos de fazer para o rapaz e para a rapariga [...] Eu acho que eles acabam por querer fazer um modelo mais físico por isso é que eu acho que tem de haver de rapaz e de rapariga (STC_6).

A ideia de que as investigações estatísticas deviam incluir temas que, para além de serem do interesse dos alunos, pudessem ser orientados para problemáticas da atualidade (saúde, ambientais, etc.) e/ou para outras áreas do currículo de modo a propiciarem discussões e reflexões interessantes (Heaton & Mickelson, 2002) e apelarem ao desenvolvimento do espírito crítico dos alunos e de uma cidadania ativa, foi amplamente debatida nas sessões de trabalho colaborativo. Assim, os professores concordaram em incluir no seu inventário de possibilidades a estudar variáveis suscetíveis de proporcionarem debates ricos, com potencialidades de contribuir para a melhoria da sua vida, como por exemplo o “peso da mochila, e acrescentaram outras também interessantes. Neste contexto, Inês sugeriu temas como a “alimentação saudável”, o “índice de massa corporal”, as “atividades de tempos livres”, o “desporto”, a “reciclagem”, entre outros.

A este respeito, Inês revelou preocupação em como guiar a discussão de forma a fazer surgir no seio da turma estas variáveis sem ser muito diretiva, pois acreditava que os alunos, sem a intervenção do professor, dificilmente se lembrariam delas.

Mas agora, olhem lá, eu percebo a das “mochilas” e também lá queria chegar, agora como é que eu levo isto sem ser imposto [...] .
 Não vão lá, acho que não, [...] Talvez a partir do “peso” e do “peso” é que podes passar para as “mochilas”. Tens de ter aqui uma ponte (STC_6).

De acordo com a professora, o seu papel nesta aula seria o de primeiro dar alguma liberdade aos alunos para eles inventariarem as suas variáveis preferidas, mas depois deveria orientá-los de forma a eles irem ao encontro do que pretendia. “Primeiro tens de lhes dar uma certa liberdade e depois é que [...] temos de orientar para o que nos agrada (STC_6)”.

Inês deixa transparecer alguma inquietação relativamente a esta etapa do projeto. As dúvidas pareciam ser muitas, pois estava com dificuldades em efetuar um plano mental desta aula, em antever o seu papel na condução da mesma e em antecipar o que podia esperar dos seus alunos, pois este trabalho era completamente novo para si: “Estás tu e estou eu [aflita] ... e tenho de estar a magicar porque a aula é já sexta-feira” [...] o meu problema com esta tarefa é eu desorientar-me e não os saber orientar.” (STC_6)

Para Inês, a principal dificuldade para os alunos nesta etapa da investigação era eles inventariarem a variáveis a estudar e também decidirem quais seriam mais pertinentes para o estudo.

A principal dificuldade que eles vão ter aqui é logo aqui na primeira questão na 1.1. que é serem capazes de decidir quais é que são os dados que eles devem escolher. Que são pertinentes para eles recolherem, que são mensuráveis, seja de que forma for (STC_3).

Relativamente à metodologia de trabalho, referiu que os alunos iriam trabalhar em grupos de 4 ou de 5 elementos em virtude do número de alunos que tem na turma. Os grupos seriam feitos por si para que fossem equilibrados do ponto de vista do aproveitamento em Matemática.

[...] para já os grupos eu já os levo feitos não há cá discussão nenhuma, porque eles já sabem que os grupos não são como eles querem, senão não são equilibrados (STC_6).

Inês evidenciava uma grande preocupação com os registos escritos, os quais considerava muito importantes para que os alunos não se dispersassem. Como tal, sugeriu que eles ficassem com o enunciado da tarefa de cada etapa da investigação e que fizessem registos no caderno diário.

Mas algumas coisas têm de ficar escritas senão eles começam a dispersar [...] os miúdos têm de ficar com um guião ou no caderno diário [com registos] . Se tu estás 90 minutos a falar sobre isto, mesmo que tu registes no quadro, se aquelas cabeças não registam, aquelas cabeças deixam de ali estar (STC_6).

Ainda no que se refere aos registos, Inês sugeriu também a criação de uma folha de respostas por grupo que funcionasse posteriormente como um instrumento de avaliação do trabalho realizado dentro de cada grupo.

Eu fiz uma folha de respostas em que eles por grupo têm de copiar as respostas deles às várias perguntas para ali [...] primeiro para ter uma base de trabalho e para poder avaliar o que eles fazem [...] (STC_7).

Quanto à planificação individual, para a presente etapa da investigação, no seu plano de aula, Inês indicou como subtópicos a abordar “Formulação de questões; Natureza dos dados”, tendo apontado como objetivos de aprendizagem específicos os que mostra a figura 26.

Objetivos específicos:
<ul style="list-style-type: none"> • Formular questões suscetíveis de tratamento estatístico, e identificar os dados a recolher e a forma de os obter. • Distinguir dados de natureza qualitativa de dados de natureza quantitativa, discreta ou contínua. • Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa.

Figura 26 – “Objetivos específicos”: Planos de Aula 1

De referir que o último objetivo indicado “Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa” é mais concordante com os propósitos das duas etapas seguintes da investigação do que com a presente.

Quanto à estrutura da aula, a professora apresentou-a dividida em 3 partes: - 1.^a parte: “Explicação da tarefa e distribuição do material” (5 minutos); - 2.^a parte - “Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa” (60 minutos); - 3.^a parte - “Síntese final/ Registo das conclusões” (5 minutos). A figura 27 representa as intencionalidades da professora na condução da aula, relativamente à fase de “Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa”, a qual se caracteriza por um trabalho faseado em vários momentos, de acordo com as três questões da tarefa. Assim, para cada uma delas, prevê um lançamento breve, seguido da sua exploração pelos alunos e posterior apresentação à turma.

- Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/ discussão da tarefa (60 minutos)

Em primeiro lugar discutem cada questão no seio do seu grupo sendo atribuído em tempo de 10 minutos para cada uma delas. A professora vai circulando pelos vários grupos e presta todos os esclarecimentos que julgar necessário motivando-os para a investigação e incentivando o trabalho de grupo.

Após a resposta à questão 1, o porta-voz de cada grupo transmite à turma os critérios que considera mais importantes para caracterizar o aluno típico da sua turma. O professor regista-os no quadro tendo o cuidado de os agrupar segundo a lógica utilizada pelos vários grupos.

Deve ficar claro se as variáveis escolhidas são ou não passíveis de ser estudadas e se dentro de cada um dos temas escolhidos podemos definir subgrupos.

De seguida, o professor pede aos vários grupos que escolham 5 ou 6 das características que estão no quadro e que elaborem um pequeno texto sobre o que julgam ser o aluno típico da turma.

Após todos terem concluído, o porta-voz de cada grupo lê o seu texto para a turma.

Pode questionar-se os alunos se encontram semelhanças e diferenças entre as descrições apresentadas.

Posteriormente os grupos respondem à questão 3 e de seguida apresentem à turma as suas respostas. Nesta fase é importante verificar se há diferenças nas respostas e questionar os alunos sobre o motivo dessas diferenças, levando-os a pensar na fiabilidade das suas conjeturas bem como a sentir necessidade de pesquisar para verificar a sua veracidade.

No caso de ainda restar tempo, em grande grupo, pede-se aos alunos que agrupem os dados, registados no quadro em dois grandes grupos, utilizando uma parte do quadro para registar esta nova divisão.

Espera-se que os agrupem em variáveis quantitativas e qualitativas e que após alguma discussão percebam que as primeiras se dividem em dois subgrupos ou seja, em discretas e contínuas.

Projeta-se um PowerPoint com esta informação e distribui-se aos alunos uma folha com os vários conceitos para que os mesmos fiquem arquivados no caderno.

Figura 27 – “Desenvolvimento/apresentação/discussão da tarefa” - Plano de Aula 1

Na apresentação a professora pretende que se clarifiquem alguns significados, nomeadamente a seleção de variáveis estatísticas nas inventariadas pelos alunos e na confrontação de diferentes conjeturas por parte dos alunos sobre o aluno típico da turma, com necessidade de serem testadas de uma investigação estatística.

Uma análise do tipo de questões apresentadas no ponto “Questões a colocar aos alunos” (Figura 28) permite verificar a intenção de colocar na aula questões que são maioritariamente do tipo inquirição, de natureza aberta, já que são perguntas genuínas que objetivavam aceder ao pensamento matemático dos alunos e guiá-los na busca de conhecimento matemático novo (Mason, 2000). Embora a maioria esteja relacionada com a finalidade desta etapa da investigação, uma parte considerável relaciona-se com o conteúdo estatístico “natureza dos dados” que a professora equacionava ensinar nesta aula.

- Questões a colocar aos alunos**
1. Que características pensam que podem definir um aluno?
 2. Pensas que serão apenas características físicas? Ou haverá outras?
 3. Dá exemplos de características sociais e culturais.
 4. Como pensas que vai ser o perfil do aluno típico da tua turma?
 5. Em que te baseaste para fazer essa caracterização?
 6. Encontram algumas semelhanças entre os textos que os grupos elaboraram? E diferenças?
 7. Será necessário traçar um perfil para os rapazes e outro para as raparigas? Porquê?
 8. Os grupos deram todos a mesma resposta?
 9. Porque será que as respostas são diferentes?
 10. Depois de terem ouvido as respostas 2 e 3 dos colegas porque julgam que surgem diferenças?
 11. Qual foi a base para poderem traçar o aluno típico? Como agiram ou pensaram para chegar às vossas descrições?
 12. Serão então as vossas respostas totalmente credíveis?
 13. Então o que teremos que fazer para traçarmos um perfil credível e assim não haver dúvidas quando tivermos que o comunicar a outros?
 14. Vamos agora ordenar as características que vocês sugeriram, será que têm todas a mesma natureza? Isto é posso estudá-las de igual forma?
 15. A que características podem atribuir uma qualidade?
 16. A que características/ variáveis posso atribuir um número ou quantidade, isto é quais podem ser quantificadas?
 17. Será que dentro destas últimas posso conta-las de igual forma? Porquê?
 18. De que forma as posso contar?
 19. No caso do outro subgrupo de que forma as posso medir? Nestas situações que utensílios devo utilizar?
 20. Relaciona os utensílios com as variáveis.
 21. Refere agora quantos subgrupos podemos formar com as variáveis quantitativas?

Figura 28 - "Questões a colocar aos alunos" - Plano de Aula 1

A descrição da aula de Inês culminou com a fase de “Síntese final/ Registo das conclusões, com a duração de 5 minutos. Para sistematização, apresentaria um *PowerPoint* com os conteúdos abordados e distribuiria uma ficha informativa aos alunos para constar no caderno diário.

De referir que neste plano de aula estão omissos vinte minutos no que se refere à distribuição dos tempos da aula, não estando claro o objetivo de Inês nesse período da aula.

Condução. Nesta secção apresenta-se a condução da primeira aula referente à primeira etapa da investigação estatística - “Preparação das questões de investigação”.

Aula 1: “Preparação das questões de investigação”. A aula teve início pelas 10h30 com uma *introdução geral* dedicada à *organização dos alunos, do seu trabalho e dos materiais*.

A professora deu assim a indicação da constituição dos grupos de trabalho, da necessidade de se eleger um porta-voz para comunicar os produtos do grupo à turma e de um secretário para realizar os registos do grupo numa folha de resposta própria que a utilizaria como instrumento de avaliação em cada aula. Para além da folha de respostas, cada grupo contaria ainda com enunciados individuais da tarefa específica desta etapa (Figura X) e uma mica para arquivar estes e outros materiais utilizados ao longo do projeto.

Já com o enunciado da tarefa da primeira etapa da investigação na posse dos alunos, Inês começou o *lançamento da tarefa*. Num primeiro momento, tentou a *adesão dos alunos à tarefa*, desafiando-os para o trabalho e facultando uma breve explicação sobre o trabalho a desenvolver, apoiada na ideia de terem de realizar uma descrição da turma a outras pessoas.

Nós hoje vamos começar uma atividade que espero que vocês gostem bastante [...] ”Vamos imaginar que nós vamos entrar em contacto com outras pessoas e que queremos falar na nossa turma [...] vamos ter de dar dados às pessoas de como é que nós somos. “Como é que será a nossa turma?”. Vamos ter de pensar em várias coisas que vamos dizer às pessoas sobre nós. Vamos começar agora a ler o textozinho e depois eu vou dando ordens e vocês vão ouvindo, se fazem favor (AO_1).

Solicitou ainda a leitura em voz alta por um dos alunos de um pequeno preâmbulo que constava na tarefa global (anexo 9), que resumia, de forma geral, o trabalho que iriam desenvolver ao longo da investigação.

Num segundo momento, com o objetivo de promover a *apropriação dos alunos à tarefa*, solicitou que um deles lesse para a turma as questões da tarefa específica desta etapa (Figura X). Facultou ainda uma breve explicação e estabeleceu objetivos sobre o trabalho a desenvolver para responder à primeira questão. Pretendia, tal como expôs, que os alunos realizassem cada uma das questões em 5 minutos e, após concluírem cada uma delas, apresentassem as suas respostas à turma.

Então a nossa primeira etapa é esta e no fundo tem 3 pequenas sub-etapas. Vamos à primeira sub-etapa. Vamos fazer o seguinte: [...] Eu vou dar 5 minutos para vocês pensarem que tipo de dados poderiam ser importantes para caracterizar a vossa turma junto de outras pessoas. Este vou dar 5 minutos, vocês fazem o registo daqueles dados que acham importantes e depois vamos discutir na turma. Depois, passamos à questão n.º 2, dou-vos outra vez um tempo, vocês respondem e depois apresentam à turma e depois passamos à questão n.º 3 e procedemos de igual forma. Entendido? (AO_1)

Toda esta fase introdutória foi inteiramente da responsabilidade da professora, tendo esta dominado o discurso. Os alunos iniciaram a exploração da primeira questão da tarefa sem evidenciarem dúvidas ou pedirem quaisquer esclarecimentos à professora.

Enquanto circulava pelos grupos para se inteirar do seu trabalho e avaliar o seu progresso, Inês foi surpreendida com o facto de estes não terem compreendido o que era para fazer na primeira questão - “1- Indica os dados (físicos, sociais, culturais,...) que devem entrar na caracterização do aluno típico da turma”: uns estavam bloqueados sem conseguirem avançar pois pareciam não perceber o que se entendia por variáveis culturais e sociais; outros não estavam a responder ao que era pedido, pois ao invés de estarem a indicar as características que consideravam importantes estudar para caracterizar o aluno típico da turma, estavam a fazer uma descrição do perfil do aluno típico, precipitando-se na resposta à questão seguinte.

Ao se deparar com esta dificuldade dos alunos, Inês tentou, dentro dos grupos, apoiar o seu trabalho focando ideias produtivas, através da colocação de questões de confirmação e também com sugestões (pistas), para que estes compreendessem o objetivo da questão, mantendo bastante presente uma certa *atitude reguladora e orientadora* de algumas intervenções dos alunos.

Aluno 1: Nós fizemos as características físicas. Isto é de um aluno no geral. [...] Nós escrevemos: é moreno, tem olhos castanhos,...

Professora: Aí já me estas a responder à questão número dois, já me estás a dizer o perfil. Eu agora quero que penses quais é que são as características que vais dizer. Não quero já que mas descrevas. Isso podes aproveitar para a questão número dois. Então o cabelo é castanho é...

Alunos: ...

Professora: Na questão número um, vocês têm de dizer aquilo que vão estudar. Tu estás a estudar o quê?

Alunos: A cor do cabelo (AO_1).

Por conseguinte, a consciência desta dificuldade por parte dos alunos, fez com que Inês tivesse de alterar a sua agenda, tendo de redobrar o tempo previsto para esta fase da aula para que refizessem as suas respostas.

Inês iniciou a *apresentação/ discussão da primeira questão*, enquanto alguns grupos ainda estavam a ultimar os registos. Enquanto isso, preparou-se para registar no quadro as características referidas e decidiu fazê-lo agrupando-as pelas categorias indicadas no enunciado – físicas, culturais, sociais – e acrescentou as psicológicas por terem sido muito sugeridas pelos alunos.

Tal como havia previsto na planificação coletiva, as variáveis físicas foram aquelas que os alunos mais facilmente inventariaram e às quais dedicaram mais tempo. A professora começou assim por definir a ordem das apresentações e convidou a participar o grupo com a resposta mais simples, o qual só elencou variáveis físicas. Depois, foi gerindo as participações dos alunos solicitando o contributo de outros grupos com variáveis da mesma categoria para que não houvesse repetições.

Grupo 1: Nós temos os dados físicos: a altura, o peso, a cor do cabelo, a cor dos olhos e a cor da pele.

Professora: Alguém considerou, dentro destes dados físicos, uma característica que não esteja ali? Algum grupo? Levanta o braço. (AO_1)

Outros grupos acrescentaram a esta lista de variáveis físicas a estudar como “o sexo” e “a idade”.

Ainda dentro dos dados físicos, houve outras variáveis que os alunos sugeriram, como: “se usa óculos”, “se usa brincos”, “se tem borbulhas”. A professora aproveitou as sugestões dos alunos para que estas fossem objeto de reflexão e discussão e se clarificasse que tipo de variáveis seriam pertinentes no âmbito da investigação a realizar, pois parecia considerar que características dos alunos que não fossem permanentes não faziam sentido tendo em conta os objetivos do estudo.

Assim, através de questões de *inquirição e confirmação*, promoveu a reflexão e colocou à discussão a pertinência das variáveis anteriores, tendo em conta os critérios já apontados, envolvendo os alunos na tomada de decisão sobre a validação ou rejeição das variáveis apresentadas pelos colegas, resultando num estilo de *comunicação mais reflexivo*.

Aluno: “se usa brincos”.

Professora: Calma! Será que esses dados serão assim tão importantes?! [...] Eu posso por aqui e depois nós vamos discutir se realmente é fácil vocês determinarem “se usa brincos”, ver se realmente será importante. [...]

Aluno: “se tem ou não borbulhas”.

Professora: Vamos lá pensar noutras coisas que realmente nos caracterizam! Achas que era assim tão importante eu estar a dizer uma característica que num dia eu posso ter e no dia seguinte posso não ter? [...] É uma coisa que faz parte de ti? Teres esta borbulha aqui. Amanhã vais continuar a tê-la? Aquilo que nós vamos dizer é qualquer coisa que nos acompanha pelo menos durante algum tempo, não é, certo? [...] Vocês acham com aquilo que eu estou a dizer alguma daquelas características deixa de fazer sentido?

Alunos: Os brincos, as borbulhas...

Aluno: Porque hoje posso tê-los e amanhã posso já nem os ter.

Professora: Exatamente!

Aluno: Ou hoje posso ter uns e amanhã posso ter outros (AO_1).

Também a característica “se usa ou não óculos” foi bastante controversa já que um dos alunos, pelo menos, considerava que esta variável não era pertinente para o estudo, tal como as anteriores. A professora tinha um entendimento diferente, bem como uma parte significativa dos alunos, o que gerou uma discussão bastante acesa em que esta aproveitou a oportunidade para fomentar a capacidade de argumentação por parte dos alunos. Assim, colocando *questões de focalização e inquirição* e fornecendo sugestões, tentou desafiar os alunos a apresentarem argumentos para validar/refutar as ideias do colega e que o convencessem, evitando impor a sua autoridade e promovendo interações diretas entre os alunos, proporcionando uma comunicação do *tipo reflexivo*.

Professora: Estava a ouvir aí outras pessoas que estavam a dizer que os “óculos” também não deviam estar ali. Levantam o braço e ouvem.

Quem concorda levanta o braço e diz porquê e depois quem não concorda também afirma porquê. Vamos lá ver, devem lá estar os óculos porquê?

Aluno: Porque, tipo, “os óculos” eu hoje uso e amanhã também vou ter de usar porque é falta de vista.

Professora: Exatamente. [...] Diz lá.

Alunos: Mas nós também podíamos tirar os óculos e usar lentes de contacto.

Professora: Mas ouve uma coisa: os óculos, para quem vê mal, fazem parte de nós ou não? [...] Vou perguntar novamente, alguém acha que, perante o que argumentámos, devemos tirar os óculos?

Aluno: Sim.

Professora: Porquê?

Aluno: Porque é um bem material não faz bem parte de nós e, além disso, nem todas as pessoas usam. [...]

Professora: O F. continua a achar que não. Quem é que quer contra-argumentar,? Ou vocês estão convencidos com o que ele disse?

Alunos: É verdade que os óculos não fazem parte de nós, mas, às tantas, se precisarmos deles e se os utilizarmos, eles fazem parte de nós porque se não os usarmos não conseguimos ver.

Professora: Exatamente. Eu estou a falar por mim [...] É assim, acaba por fazer parte de nós.

Aluno: Mas não é de todos, é só de alguns!

Professora: Quem é que quer arranjar um contra-exemplo para falar sobre os óculos com o F.? [...]

Aluno: Disseste que nem todos usam óculos [...] Nem todos são do mesmo tamanho, têm a mesma altura, nem todos têm o mesmo peso (AO_1).

Pese embora o aluno parecesse não estar ainda muito convencido, o facto de todos os alunos da turma estarem de acordo com os argumentos apresentados e face ao adiantado da hora, a professora decidiu encerrar esta questão e continuar a aula chamando à discussão outras categorias de características que os alunos tivessem indicado, acabando esta e as outras variáveis referidas por não integrarem a lista das variáveis a estudar, talvez

por não serem consensuais e/ou por se afastarem mais daquelas que inicialmente tinha previsto.

A identificação de características não físicas foi ainda mais complexa para os alunos. Este aspeto parece estar relacionado com o facto de os alunos se terem focado também bastante em características de personalidade para estudar como “simpatia”, “ser bom amigo”, “ser divertido”, “ser tímido”. Embora a professora não tenha negado à partida a possibilidade de se estudarem estes aspetos da personalidade, chamou a atenção dos alunos para o facto de serem aspetos difíceis de avaliar e que se tinha de refletir sobre a sua pertinência no estudo, mostrando-se pouco agradada com o seu surgimento.

Então vamos lá aqui ver, a personalidade, calma, a personalidade tem vários aspetos. Já estivemos a ver ali com o grupo da C. que não é propriamente das coisas mais fáceis de estudar, pois não? Temos de pensar muito, muito bem sobre estes aspetos psicológicos. É que não é fácil! Não é fácil determinar estes aspetos. Há outros que são muito mais fáceis de estudar, certo. Portanto, depois temos de pensar se realmente é por aqui que a gente quer ir (AO_1).

Outra dificuldade que os alunos revelaram foi em especificar as variáveis a estudar, pois tenderam a apresentá-las sob a forma de temas gerais e abrangentes, como por exemplo: “a amizade”, “os gostos”, “o desporto”. Com o intuito de focalizar as respostas dos alunos e evidenciar as dificuldades que advêm de se realizarem questões de investigação definidas de forma vaga e pouco objetiva, a professora colocou *questões de focalização e confirmação* e forneceu informações, configurando um modo de comunicação *contributiva*.

Aluno 1: Nós tínhamos “gostos”.

Professora: Então agora vais-me dizer que gostos é que querias saber dos outros.

Aluno 1: Tudo.

Professora: Tudo? Mas tudo o quê? Em que sentido? [...] Então quando tu perguntas a outra pessoa do que é que ela gosta, tens de dar o tema.

Aluno 2: Gostas de comida, gostas de um filme... [...]

Aluno 3: Desporto.

Professora: Ah, começo a ouvir coisas importantes! E então é o desporto quê? Digo o quê? Digo só desporto? Digo o desporto que as pessoas gostam mais, que praticam, que gostam de ver na televisão, que quê? Vamos a aterrar!

Aluno: “O desporto que praticam” (AO_1).

A fase da discussão já ia longa e a professora acusava alguma angústia no seu discurso. Os alunos tiveram dificuldade em elencar até as variáveis mais simples e foram por caminhos que a professora não havia previsto, para além disso, não tinham ainda referido nenhuma das variáveis suscetíveis de gerar discussões interessantes, do ponto de vista da

professora. Por outro lado, os ajustes necessários na gestão do tempo fizeram com que a professora considerasse estar a “transgredir” o plano de aula.

[...] eu sei que estou atrasada. Sei que estou a transgredir o plano de aula completamente. Agora é assim: se o estou a fazer é porque vocês estão com dificuldades. Não estamos a chegar lá (AO_1).

A tensão entre a escassez de tempo e a necessidade de garantir as respostas esperadas para dar cumprimento aos objetivos delineados na planificação, fizeram com que a professora fosse mais diretiva nas suas intervenções, algo que tinha evitado ao longo de toda a aula. Assim, através de *questões de focalização e confirmação* e fornecendo pistas, precipitou o surgimento de uma das variáveis que pretendia, resultando uma *comunicação do tipo contributivo*.

Professora: E com os vossos hábitos diários, não têm nada para me dizer? As rotinas diárias... por amor de Deus! Eu hoje estou mesmo triste com vocês! Toca a ter mais maturidade, vamos lá ver se a gente diz coisas que valham a pena, se não vamo-nos chatear! E vocês são capazes! [...] É assim, por exemplo, eu há bocadinho ouvi dizer coisas importantes ali atrás, tinha a ver com as horas que estudavam e tinha a ver com uma coisa muito importante que eu também ouvi ali.

Aluno: Os tempos livres.

Professora: Sim, mas eu também ouvi outra coisa ainda. Tinha a ver com as horas de quê? [Faz gesto com as mãos]

Alunos: de dormir... horas de descanso?

Professora: Ah, as horas de descanso! Bom meninos, agora já começamos a ter qualquer coisa que faça mais sentido! (AO_1).

Decorridos quase três quartos da aula, a professora efetuou o lançamento da questão número 2 da tarefa específica desta etapa, a qual considerava ser mais acessível para os alunos. Para favorecer a sua interpretação, explicou o trabalho a realizar. Assim, solicitou que eles selecionassem 6 das variáveis presentes no quadro branco (Figura 29) e procedessem à realização de conjecturas sobre o perfil do aluno típico da turma. Estipulou cinco minutos para este trabalho.

Então vamos ver se trabalhamos em grupo, de novo. Com o que ali está, vão fazer uma suposição. Olham para ali e escolhem 6 aspetos, não escolham apenas aspetos físicos, escolham dos vários aspetos [categorias] que ali estão e vão tentar imaginar como será o aluno típico da vossa turma. [...] Redigem um texto pequenino. E eu agora vou mesmo contar os 5 minutos! (AO_1).

Enquanto os alunos realizavam o trabalho, Inês foi circulando pelos grupos sem interferir muito no seu trabalho e sem responder às suas solicitações dos para lhes validar o trabalho: “Vocês é que sabem, a opinião é vossa eu agora não posso dizer nadinha. Eu só posso

ajudar-vos a escrever uma palavra que vocês não saibam, não me posso pronunciar” (AO_1).

<p>Dados Físicos</p> <ul style="list-style-type: none"> - altura; - peso; - cor do cabelo; - cor dos olhos; - cor da pele - género - IMC - Idade 	<p>Óculos;</p> <p>Berbulhas</p> <p>Brincos</p>	<p>Cultura</p> <ul style="list-style-type: none"> - Religião; - Ocupação de tempos livres; - 	<ul style="list-style-type: none"> - Desporto que pratica; - Alimentação (comida); - Cor do vestuário; - Tipo de filmes; - Gostos musicais; - Videojogos preferidos; - N.º de horas de descanso.
		<p>Escola</p> <ul style="list-style-type: none"> - Média das notas - N.º de horas de estudo 	
		<p>Psicológicas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Simpatia; - Bom amigo; - Divertido; - Tímido. 	

Figura 29 - Registo feito pela professora no quadro - Recuperação a partir do vídeo (AO_1)

Passados dez minutos, Inês decidiu dar início à apresentação aleatória dos produtos dos alunos, referindo que não haveria lugar a comentários sobre a opinião dos diferentes grupos e que depois, num outro momento, se discutiria esse aspeto.

Os alunos apresentaram assim as suas conjecturas, umas mais elaboradas do que outras, como o casos dos grupos 4 e 5 respetivamente, tendo a professora intervindo apenas para gerir as participações dos alunos na discussão.

No final, em jeito de desafio, deixa uma questão de inquirição para incentivar a reflexão sobre o contraste de algumas ideias e dar sentido à investigação, sublinhando a existência de pontos de vista diferentes nos perfis apresentados.

Grupo 5: O aluno típico desta turma é um rapaz, gosta de filmes de ação, é cristão.

Grupo 4: O aluno típico da turma tem 12 anos [...] ocupa os tempos livres a estudar e a brincar, as suas notas são boas, uma média de Satisfaz Bem, é simpático e bom amigo e a sua disciplina preferida é Matemática. [...]

Professora: Nós estamos a ver que houve aqui caracterizações diferentes. Vocês viram se houve algum ponto que houve grupos que se contradisseram?

Alunos: Os anos, não, a religião.

Professora: Ficamos por aqui, que é só para vocês perceberem que se calhar houve características em vocês foram muito parecidos uns com os outros e outros que nem por isso, não é? (AO_1)

Findas as apresentações, a professora, sem se alongar muito em explicações, *lança a questão número 3*, cujo objetivo era os alunos se pronunciarem sobre a necessidade de se efetuar ou não um perfil do aluno típico da turma por sexo. Para tal, *estabelece objetivos*: “Vão responder à questão número 3 em grupo e têm de a justificar”.

Durante o *momento de exploração* que lhe sucedeu, Inês cuidou de não responder às solicitações dos alunos para validar a correção das ideias apresentadas e promoveu o seu raciocínio insistindo na justificação das opiniões por eles apresentadas.

Vocês é que sabem, eu agora só posso ouvir. Essa é a vossa justificação, eu hoje não posso dizer se está certo ou se está errado. Pensem lá bem e justifiquem. Têm de justificar a vossa opinião [...] nós depois vamos ver se a vossa opinião corresponderia à verdade mas agora não me posso pronunciar (AO_1).

O início das *apresentações* teve lugar já durante o intervalo sem lugar a quaisquer tipos de interações devido ao adiantado da hora.

E agora vão ouvir, ouçam uma coisa, há opiniões diferentes, nós não temos que agora pronunciar-nos sobre a opinião dos outros. Cada grupo tem direito a ter a sua opinião. Depois vamos falar sobre ela, mas ninguém se pronuncia agora, certo? (AO_1).

A professora definiu a ordem e geriu as apresentações dos alunos durante a discussão. Os primeiros a apresentar foram os alunos que consideraram não ser necessário fazer o perfil do aluno típico por sexo, seguidos dos grupos com opinião contrária, tendo existido empate nos pontos de vista. Vejam-se dois exemplos.

Grupo 6: Não será necessário traçar o perfil para os rapazes e para as raparigas porque ambos têm praticamente os mesmos gostos.

Grupo 3: Sim, será necessário traçar um perfil para os rapazes e para as raparigas porque nem sempre gostam das mesmas coisas, não têm as mesmas características físicas nem psicológicas (AO_1).

Finda esta fase da aula, a professora realizou um momento de *sistematização* a fim de promover a reflexão dos alunos para *dar sentido à investigação*. Assim, através de questões de focalização e confirmação, a professora, buscando pequenos contributos dos alunos, incitou ao confronto entre diferentes ideias existentes nos perfis sobre o aluno típico efetuados e relevou a necessidade de se realizar um estudo estatístico para testar as conjeturas e se efetuar um perfil fidedigno.

Professora: Então, vamos lá aqui ver, houve caracterizações físicas diferentes, certo? O que é nós temos de fazer para chegar a um consenso. Será que é apenas falar? Reparem, nem todos os meninos tiveram caracterizações do aluno típico iguais ou tiveram? Há aqui diferenças. A vossa caracterização foi feita com base no quê? Quando vocês fizeram a caracterização do aluno típico fizeram com base no quê? Na vossa quê?

Alunos: Mente. Imaginação

Professora: Vocês tiveram uma base concreta para fazer isso? Tiveram? Uma base concreta? O que seria uma base concreta para nós podermos, efetivamente,

dizer que a maior parte das pessoas são morenas? O que é que nós tínhamos de fazer?

Aluno: Estatística.

Professora: O que é isso da Estatística? O que é que a Estatística te permitia? O que e que ias fazer com a Estatística? Porque é que deste essa resposta? Podes não saber o que é a Estatística, mas o que é que tu achas que se devia fazer. Ou alguém que tenha opinião levanta o braço.

Aluno: Ver se a maioria desta turma tinha essa cor de cabelo.

Professora: Então tínhamos de fazer o quê?

Alunos: Uma pesquisa.

Professora: Uma pesquisa, exatamente. E para outros dados, o que é que a gente tinha de fazer na mesma? Tínhamos de fazer uma...

Alunos: Pesquisa.

Professora: O que é que a gente tem de fazer afinal para ver quem é que tem razão? Uma pesquisa. E é isso que nós vamos começar a fazer nas próximas aulas (AO_1).

Reflexão. Inês focou a sua reflexão relativa a esta primeira etapa da investigação estatística nos aspetos que a surpreenderam, quer negativa quer positivamente.

Começou por referir a dificuldade que os alunos tiveram na realização da primeira questão, a qual a parece relacionar com a introdução que realizou à tarefa. Aquando da sua explicação, considerou que tinha sido explícita o suficiente para garantir a apropriação da tarefa pelos alunos, mas tal não aconteceu como concluiu em seguida. Quando circulava pelos grupos para avaliar a sua progressão no trabalho, apercebeu-se de que parte dos alunos descreviam o aluno típico da turma ao invés de indicarem as características/variáveis que pretendiam estudar.

É assim: ao princípio, acho que eles começaram logo por fazer o aluno típico. Eles não perceberam [a questão um] ... ou eu julgava que tinha sido explícita e, se calhar, não fui. Eles não perceberam a questão número um. Quando me dei conta deles, estavam a fazer era a responder já à questão dois (RAO_1).

De acordo com a professora, o lançamento da tarefa teria sido mais eficiente se a tivesse explicado melhor: “Eu acho que a única coisa que eu mudava era explicar melhor a primeira pergunta (RAO_1).”

O fornecimento de um exemplo, tal como fez noutra turma, também podia ter facilitado a compreensão da tarefa e a progressão mais rápida ao encontro dos objetivos esperados, de acordo com Inês. Contudo, a decisão de não o fazer foi deliberada: por um lado, pareceu-lhe desnecessário tendo subestimado o grau de dificuldade desta questão para os alunos; por outro lado, porque não queria direcionar o trabalho dos alunos ao dar

exemplos de características, queria que fossem eles a fazê-lo de acordo com os seus interesses.

Eu fiz uma coisa diferente, eu não dei nenhum exemplo e isso levou a que eles demorassem mais tempo a chegar lá, porque eu achava que era uma coisa tão simples que não havia necessidade de eu dizer. E alguma coisa que eu dissesse ia beneficiar e iam aparecer coisas iguais. [...] Porque eu meu objetivo foi que fossem eles a fazer. Na primeira aula eu achei que aquilo ia ser fácil, eu estava frustradíssima, e eles não chegavam lá! (STC_9)

Este trabalho de elencar características a estudar foi difícil para os alunos. Para além de terem tido muita dificuldade no arranque da tarefa, posteriormente, ficaram muito presos às variáveis de carácter físico sem conseguirem chegar a outro tipo de variáveis que Inês pretendia, sobretudo, aquelas mais relacionadas com problemáticas da atualidade e/ou com outras áreas do currículo. Por considerar muito importante que fossem os alunos a chegar eles próprios às variáveis pretendidas, através de pistas e questionamento, Inês fez uma intervenção demorada neste sentido, quer durante o trabalho autónomo dos alunos quer durante a discussão da tarefa, com consequências para a gestão do tempo. Este aspeto não teve grande reflexo prático o que deixou Inês muito frustrada.

O que me deixou mais frustrada, que eu não pensava que houvesse tanta dificuldade [...] foi a parte de eles dizerem as variáveis sem perceberem. Portanto, eles estavam a dizer... as características físicas foram fáceis, mas depois aquela parte... foi demasiado, quer dizer, [...] demorei demasiado tempo. Eu não queria dar as respostas e estava ali a ver, a ver, a ver se eles diziam, e aquelas almas sem dizerem nada, e eu a tentar arranjar exemplos, que me levassem lá sem dizer o que é que era (RAO_1).

Para além do trabalho dos alunos não ter ido ao encontro das expectativas da professora, estes ainda foram por caminhos que a mesma não havia previsto, como por exemplo, o facto de pretenderem estudar aspetos da sua personalidade.

Uma foram os aspetos psicológicos que eu não tinha pensado, de maneira nenhuma [...] Mas mesmo... e o que eu notei é que, ao contrário daquilo que eu supunha, os aspetos psicológicos foram aqueles que foram mais levantados, que eles ali no quadro já disseram poucos (RAO_1).

Assim, perante um número tão elevado de variáveis não previstas, Inês não foi capaz de tomar decisões relativamente a algumas delas, nomeadamente as de personalidade, porque teve dúvidas quanto à possibilidade e forma de estas serem trabalhadas e não as queria eliminar por terem sido muito referidas pelos alunos: “Tenho de ver se aquilo chega para o que se pretende, porque se para esta turma é muito importante o aspeto psicológico, eu não posso tirar logo” (RAO_1).

Por outro lado, tinha de cruzar várias informações e atender a vários critérios de seleção pois queria que cada grupo estudasse variáveis que tivesse escolhido, que as mesmas apresentassem natureza diferente e cujos temas se relacionassem. Assim, a forma como Inês tentou responder à situação foi ganhar tempo para efetuar este trabalho após a aula.

[...] e pensei: “eu tenho de ganhar tempo”. Eu tenho de ir para casa pensar no que faço a estas variáveis, para além de eles estarem com a cabeça na lua, eu própria também me tive de proteger a mim, porque eu estava a ver ali uma data de variáveis que eu não sabia o que havia de fazer! (STC_7)

Por conseguinte, Inês teve de realizar alguns ajustes aos objetivos delineados na planificação resultantes da monitorização realizada à atividade dos alunos e da perceção em relação às suas dificuldades e entusiasmo acerca trabalho que estavam a realizar. Assim, decidi não abordar o conteúdo “natureza dos dados” nesta aula em que teria de continuar a insistir num assunto que à partida os alunos estavam com dificuldades e não conheciam ainda, preferindo manter o entusiasmo dos alunos pela investigação continuando o trabalho autónomo em grupo.

Eu vou explicar, eu estive pensando em fazer a classificação a partir das variáveis, só que, eles demoraram tanto tempo, tanto tempo e estavam a ficar dispersos. E eu pensei: se agora vou classificar uma coisa que demorou tempos a tirar daquelas cabeças, tivemos aqui uma guerra serrada, ali nalgumas questões eles já estavam dispersos e se eu vou pedir a classificação das variáveis, [...] os miúdos nunca se vão sentir entusiasmados. (STC_7).

Quanto às restantes questões, os alunos já não revelaram tantas dificuldades e conseguiram progredir de forma mais autónoma tendo recuperado o entusiasmo inicial. Inês parece ter ficado mais agradada com o desempenho dos alunos nestas questões.

Em relação à questão número dois que pretendia que os alunos realizassem conjecturas sobre o perfil do aluno típico da turma, a professora refere que os alunos fizeram descrições muito próximas da realidade: “Eles até têm coisas que correspondem, que estão muito perto da realidade. [...] Houve descrições muito interessantes” (STC7).

No que concerne à questão número três sobre a necessidade de se traçar um perfil do aluno típico por sexo, Inês mostrou-se muito satisfeita com os argumentos apresentados pelos alunos pois souberam justificar bem as suas opiniões.

[...] mas a mais engraçada foi a última, em que eu lhes perguntei se havia necessidade de fazer um perfil para rapaz e para rapariga e eles são 6 grupos, 3 disseram que sim e 3 disseram que não e dentro das razões eles ambos tinham razão. [...] Portanto, ambos, eu acho, souberam justificar, ambos têm razão (STC_7).

Inês não quis deixar de ressaltar também a importância de ter questionado os alunos e de os ter levado a refletir sobre a fiabilidade das conjecturas sobre o aluno típico da turma para que verificassem que estas eram apenas uma mera opinião, que variavam de grupo para grupo. Pretendia assim, que os alunos concluíssem que só era possível responder ao problema inicial de uma forma fidedigna realizando uma investigação estatística, à qual os alunos apelidaram de pesquisa, embora alguns alunos parecessem apresentar uma noção simples do trabalho que teriam de desenvolver.

Depois eu confrontei-os: “então, aparecem estas respostas diferentes, isto foi feito com base em quê?”. “ Ah, no que nós achamos.” “Então o que é que vocês acham que temos de fazer para dar uma resposta fiel”[...]. Nunca me falaram em estudo, falaram-me numa pesquisa (STC_7).

Síntese da Etapa 1

Em seguida, relacionam-se os diferentes momentos da prática letiva (planificação, condução e reflexão) e analisa-se o conhecimento de Estatística e o conhecimento sobre o ensino da Estatística com investigações estatísticas evidenciados pela professora.

Conhecimento de Estatística. Durante a primeira etapa da investigação estatística, cuja tarefa se desenvolvia tendo por base a definição das variáveis estatísticas a estudar pelos alunos, o *conhecimento de Estatística* da professora emergiu em alguns episódios da aula os quais se passam a analisar.

Os alunos elencaram algumas variáveis que Inês não havia previsto e sobre as quais parecia ter dúvidas se eram pertinentes e/ou se podiam ser estudadas com objetividade.

Assim, Inês parecia entender que as variáveis a estudar, tendo em conta os objetivos do estudo, deviam dizer respeito a características que persistam no tempo, pelo que perante o surgimento de variáveis como por exemplo “se tem borbulhas”, “se usa brincos”, Inês socorrendo-se dos argumentos anteriores levou a que os alunos sentissem eles próprios a necessidade de as excluir. Quanto às variáveis relacionadas com aspetos de personalidade, a professora demonstrou não sentir total confiança para validar/rejeitar estas variáveis durante a aula. Por um lado, tal como referiu da reflexão, não queria rejeitá-las já que foram muito indicadas pelos alunos e a professora queria ter em conta os seus interesses; por outro não tinha a certeza de como estudar estas variáveis com objetividade. Assim,

decidiu ganhar tempo e pronunciar-se sobre estes aspetos na aula seguinte apenas na aula seguinte, revelando um *conhecimento nem sempre situado de planeamento estatístico*.

Outro momento da aula em que o conhecimento de Estatística da professora foi evidente foi quando Inês tentou focalizar as contribuições dos alunos relativamente às variáveis que pretendiam estudar já que tenderam a apresentá-las em forma de “tema” e não de característica. A professora alertou para as consequências da formulação de questões de investigações de forma vaga e pouco objetiva tendo explicado que estas podem dificultar a continuidade da investigação por não estar implícito o foco em busca de uma resposta, tendo revelado *conhecimento sobre formulação de questões de investigação*.

Por último, Inês revelou *conhecimento sobre o propósito da presente etapa de uma investigação estatística* quando, na tentativa de dar sentido à investigação que os alunos estavam a desenvolver, os confrontou com as diferentes conjeturas que efetuaram sobre o aluno típico da turma para que estes compreendessem que só através da realização do presente estudo seria possível efetuar-se um perfil do aluno típico da turma que fosse credível e fiável.

Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas. Em seguida, analisa-se o conhecimento do ensino evidenciado pela professora, tendo em conta os seguintes aspetos: “Estrutura e dinâmica da(s) aula(s)”, “Trabalho dos alunos”, “Abordagem à Estatística”, “Estilos de comunicação” (Ponte, 2011) e “Recursos tecnológicos”.

Estrutura e dinâmica da(s) aula(s): A aula foi mediada pela estrutura da tarefa da primeira etapa da investigação estatística, a qual possuía três questões. Assim, para cada questão, tal como previsto na planificação individual, a professora encetou três fases distintas e consecutivas com a seguinte ordem: introdução/ lançamento da questão; trabalho autónomo dos alunos; apresentação/discussão do trabalho realizado.

A fase de arranque geral da tarefa, com a duração de 5 minutos, pretendeu a organização dos alunos em grupos, do seu trabalho e dos respetivos materiais. Seguiu-se um segundo momento introdutório, com a duração de 5 minutos, em que a professora começou a focar a atenção dos alunos para a tarefa, desafiando-os para o trabalho e tentando promover a sua apropriação apoiada na leitura do seu enunciado por parte dos alunos e numa explicação breve do trabalho a desenvolver.

Seguiu-se o primeiro momento de trabalho autónomo em que os alunos revelaram muitas dificuldades na resposta a esta questão que tinha como objetivo indicar as variáveis que pretendiam estudar para caracterizar o aluno típico da turma. Este aspeto, fez com que a professora, ao avaliar o progresso dos alunos, tenha aumentado o apoio fornecido aos grupos, explicando novamente a questão com necessidade de ser mais diretiva e de ampliar o tempo exploração de 10 para de 20 minutos.

A fase de apresentação/discussão referente à primeira questão, com a duração de 30 minutos, foi muito demorada e exigente para a professora com necessidade de depurar e focalizar as respostas dos alunos e fazer surgir os resultados esperados.

O mau arranque por parte dos alunos na primeira questão teve prejuízo noutras fases da aula e a necessidade de reajustar a planificação realizada. Assim, as introduções da segunda e terceira questões foram também breves, com cerca de 3 minutos. Nas fases de exploração que lhes seguiram, a generalidade dos alunos já conseguiu trabalhar mais rápida e autonomamente sem necessidade de muito apoio da parte da professora. As respetivas fases de apresentação foram apressadas, com cerca de 5 minutos para cada uma, sem lugar a quaisquer interações devido à escassez de tempo, em consequência de a primeira questão tinha subtraído todo o tempo de discussão planeado para a tarefa.

A aula terminou, já após o toque de saída, com a fase de síntese final, com uma duração de cerca de 5 minutos, em que a professora deu significado ao trabalho realizado.

A classificação das variáveis elencadas pelos alunos quanto à sua natureza, como estratégia de abordar este conteúdo, seria realizada na aula seguinte com necessidade de se ajustar a planificação realizada.

Trabalho dos alunos: Quanto à forma de trabalho dos alunos, a professora elegeu o trabalho em grupo de 4 e 5 elementos para esta e para as restantes etapas da investigação, com grupos previamente selecionados por si para garantir a equidade no que refere às capacidades cognitivas dos mesmos, segundo a mesma.

No arranque da primeira etapa da investigação, Inês deu completa liberdade aos alunos para elencarem as variáveis que pretendiam estudar de acordo com os seus interesses, para tentar caracterizar o aluno típico da turma. No entanto, os alunos revelaram muitas dificuldades em compreenderem o que era pedido e foram por caminhos imprevistos pela professora. De acordo com Inês, as dificuldades dos alunos ficaram a dever-se à introdução que realizou à primeira questão, a qual refere não ter cumprido o seu papel,

por inexperiência sua. Julgou ter garantido a apropriação da questão através da leitura do seu enunciado em grande grupo pelos alunos e no fornecimento de explicações breves, no entanto, de acordo com a mesma, estes revelaram-se insuficientes para a compreensão do trabalho a desenvolver. Faltou, segundo Inês, dar um exemplo que decidiu não fazer por não querer direcionar o trabalho dos alunos e diminuir o nível cognitivo da questão e por ter menosprezado o seu grau de dificuldade.

Embora Inês, durante a planificação conjunta, tenha antevisto que o seu papel nesta aula passaria por, numa primeira fase, dar liberdade aos alunos para inventariarem livremente as variáveis a estudar de acordo com os seus interesses e posteriormente orientá-los para fazer surgir outras da sua conveniência; verifica-se que durante a aula a professora mostrou alguma dificuldade em guiar a discussão por forma a extrair dos alunos os contributos necessários para fazer surgir os resultados esperados por uma questão de conveniência ao estudo e ao cumprimento dos objetivos curriculares propostos, levando à necessidade de acrescentar algumas por si mesma, possivelmente por falta de experiência sua neste tipo de trabalho e alguma relutância em ser muito diretiva no seu discurso.

Após a discussão da primeira questão, os alunos engrenaram na tarefa e conseguiram progredir rápida e autonomamente no trabalho, tendo-se apropriado facilmente das questões seguintes sem grande suporte por parte de Inês. Na segunda questão que incentivava os alunos a preverem o que poderia ser encontrado nos dados, Inês deixou que os alunos trabalhassem livremente, focando apenas o seu trabalho em seis características à sua escolha e apelando à justificação das suas ideias. O mesmo aconteceu na questão seguinte que solicitava que os alunos justificassem se achavam necessário definir um perfil do aluno típico por sexo. Os alunos apresentaram os seus trabalhos sem lugar a qualquer reação da parte dos colegas e da professora devido à escassez de tempo. No final da aula, em jeito de síntese, a professora promoveu a reflexão dos alunos incitando à constatação do surgimento de diferentes opiniões sobre o aluno típico da turma as quais deveriam de ser sujeitas a validação com a realização de uma investigação estatística. Inês durante a reflexão da aula, mostrou-se mais agradada com a forma como os alunos trabalharam nestas duas últimas questões já que foram mais ao encontro das suas expectativas pois souberam, de acordo com a mesma, apresentar argumentos e justificar bem as suas opiniões.

No final desta primeira etapa, denota-se uma preocupação da professora em dar sentido à investigação e ao trabalho realizado nesta etapa, aspeto que Inês ressaltou também durante a reflexão que fez da aula, parecendo ser um aspeto importante para si.

Abordagem à Estatística: Quando existiu a necessidade de clarificar significados estatísticos nesta etapa, a professora tentou envolver os alunos neste processo. Para o efeito, solicitou-lhes pequenos contributos sob a forma de resposta a questões colocadas por si para primeiro perceber as suas ideias prévias sobre o assunto em questão e, a partir destas, os conduzir à resposta desejada. Este aspeto foi evidente quando a professora, durante a fase de discussão da aula, teve de auxiliar os alunos a focalizarem e a refinarem as suas respostas ao encontro de variáveis estatísticas, as quais eles tenderam a apresentar sob a forma de temas gerais a estudar. Também durante esta fase, tal como Inês havia previsto na planificação, perante as dificuldades dos alunos em inventariarem variáveis que não de carácter físico, Inês teve de dirigir a apresentação dos alunos para fazer surgir resultados esperados, concretamente as variáveis suscetíveis de provocar discussões interessantes transversais a outras áreas do currículo e/ou a aspetos problemáticos da sociedade não elencadas pelos alunos. Outras vezes mostrou vontade de atribuir uma maior responsabilidade aos alunos na tomada de decisões relativamente à inclusão de variáveis indicadas por alguns grupos referentes a características físicas que não perduravam no tempo, as quais considerou não terem viabilidade para o estudo por esse mesmo motivo. Assim, solicitou-lhes que manifestassem a sua opinião e a justificassem e outras vezes que contrapusessem as ideias dos colegas, apresentando argumentos.

Estilos de comunicação: Na fase de introdução geral e nos momentos introdutórios subjacentes a cada uma das questões da tarefa desta etapa da investigação, verifica-se que a professora apresentou um estilo de *comunicação* predominantemente *unidirecional*, assumindo o controlo do discurso para organizar o trabalho e para lançar as questões, solicitando apenas contributos pontuais e pouco relevantes aos alunos.

As fases de trabalho autónomo dos alunos foram marcadas pelo domínio do estilo de *comunicação contributivo* em que o discurso foi maioritariamente da responsabilidade da professora. Os alunos foram frequentemente chamados a intervir para responderem a questões de confirmação, colocadas por Inês para verificar o seu entendimento em relação ao trabalho que estavam a realizar e para os ajudar a progredir no trabalho e sair de situações de bloqueio.

Nas fases de apresentação/discussão das questões, houve também um predomínio *da comunicação de estilo contributivo* marcado por um questionamento orientador da professora em que, através de questões de focalização e confirmação, procurou clarificar alguns significados estatísticos, embora o *estilo reflexivo* também tenha surgido em alguns momentos, em que expressou vontade de dar mais voz aos alunos ao tentar proporcionar uma maior interação verbal entre eles.

Por fim, num momento final de sistematização do trabalho realizado durante esta etapa da investigação, a professora apelou à reflexão e análise sobre as diferentes conjeturas realizadas pelos alunos, começando por colocar questões de inquirição as quais, devido à escassez de tempo, são transformadas em questões de confirmação com o intuito de os conduzir à resposta desejada, concretamente que só através da realização de um estudo estatístico é possível obter-se um perfil do aluno típico fidedigno.

Verifica-se que, embora Inês tenha proposto no seu plano de aula um conjunto diverso de questões para colocar aos alunos as quais possuíam na sua generalidade uma natureza aberta, do tipo inquirição, as tensões sentidas durante a aula associadas à necessidade de fazer surgir resultados esperados, à gestão do tempo e à inexperiência da professora para com este tipo de trabalho, fizeram com que estas tivessem pouca expressão no discurso da professora, substituindo-as maioritariamente por questões de confirmação, resultando num perfil comunicativo predominantemente contributivo ao longo da aula.

Recursos tecnológicos: A professora fez uso do computador da sala de aula e do projetor multimédia para projetar a tarefa desta etapa da investigação.

Etapa 2: Planeamento e recolha de dados

A figura 30 representa a tarefa específica referente à segunda etapa da investigação estatística, adaptada de “Como são os alunos da minha turma?” (Sousa, 2002) (Anexo 8).

2.ª Etapa	
Preparação da recolha dos dados	
1.	Escreve na forma de pergunta cada uma das características a investigar.
2.	Que respostas pensas obter para cada pergunta?
3.	De que modo (através de observação, medição ou inquérito) podes obter as respostas?
4.	Prepara folhas de registo para os dados que vais recolher. Usa uma folha para cada uma

das características que vais estudar.

5. Qual é a natureza dos dados em cada caso? Diz quais são os que dizem respeito a qualidades e quais os que foram obtidos por contagem ou medição (qualitativos discretos ou contínuos, respetivamente).

Figura 30 – Tarefa da 2.^a etapa da investigação (Sousa, 2002)

Planificação. Apresenta-se em seguida a planificação realizada por Inês das aulas da segunda etapa da investigação - aulas número dois e três para o “Planeamento” e “Recolha de dados”, respetivamente. Para o efeito, indicam-se os seus contributos para a planificação coletiva e aspetos mais relevantes do seu plano individual.

A *planificação da aula número dois* teve por base a tarefa da segunda etapa da investigação (Figura X) cujo objetivo era a formulação das questões de investigação e a preparação dos instrumentos de recolha de dados referentes às variáveis a estudar dentro de cada grupo. Neste sentido, os professores realizaram uma discussão muito focada nos critérios a eleger para a atribuição das variáveis aos grupos de trabalho para se proceder posteriormente a uma recolha, organização e representação de dados equilibrada quanto ao desafio cognitivo de grupo para grupo.

No que se refere à decisão sobre o número de variáveis a atribuir a cada grupo, Inês chamou a atenção dos colegas para o facto de não se incorrer na tentação de se atribuir um número elevado variáveis por grupo pois este aspeto poderia constituir um obstáculo ao estudo, tal como refere Sousa (2002) num documento discutido nas sessões de trabalho colaborativo. De acordo com a professora, variáveis a mais poderiam dificultar o trabalho final em que se tinham de relacionar todas as variáveis pelo que sugeria a atribuição de duas ou três variáveis, no máximo, por grupo.

Eu acho que isso é giro, o problema é que eu acho que estamos a ter variáveis a mais... mas a gente já vai ver... também pode ser cada grupo a tratar de duas e aí as coisas ... mas depois como é que tratamos isto no geral?! Há de ser lindo! [...] se cada grupo ficar com três variáveis, isto vai dar informação que nunca mais acaba. (STC_6)

Quanto ao critério para seleção das variáveis a atribuir a cada grupo, os professores assumiram que se atribuiriam três variáveis de acordo com a sua natureza: uma qualitativa, uma quantitativa discreta e outra quantitativa contínua. Para Inês, existiam variáveis mais complexas de estudar e que conduziam a discussões mais interessantes do que outras e devia existir um equilíbrio entre os grupos: “porque a cor dos olhos não tem discussão

nenhuma nem a cor do cabelo mas quem vai perguntar outras coisas tem mais trabalho, temos que ter aqui um equilíbrio! (STC_6)”

A professora considerava também que as variáveis a atribuir a cada grupo, para além de terem natureza diferente, deviam relacionar-se de alguma forma e, se possível, dizerem respeito ao mesmo tema para que depois o texto final, com as conclusões de cada grupo, fizesse mais sentido. “E nós não devíamos orientar isto de modo a que as variáveis se relacionassem de alguma forma? [...] porque senão fica: “têm maioritariamente olhos castanhos, gostam de ver televisão e calçam o 38. Não faz muito sentido [risos]! (STC_6)”

Assim, de modo a garantir o cumprimento de todos os critérios de seleção indicados, Inês referiu que a escolha das variáveis a atribuir ficaria a seu cargo para que não houvesse competição e para garantir uma equidade de trabalho entre os vários grupos.

Relativamente aos métodos e instrumentos de recolha de dados, Inês parecia sentir-se pouco à vontade com este aspeto da condução da investigação estatística já que não era um trabalho que estivesse habituada a realizar na sua prática e parecia também antecipar dificuldades a este respeito para os alunos. Todavia, considerava que as decisões relacionadas com uma recolha e com uma organização eficiente dos dados deviam antes ser debatidos com os alunos, mas previa que isso iria demorar muito tempo, aspeto que a preocupava.

[...] e quantas perguntas fazes? Se tens ou não um questionário? Isso também tem de ser discutido. [...] aí ias por castanho, verde, azul [...] Depois vais ver o peso, já tens de por para cada um ou então tens de escolher o intervalo [...] aí não há questionário, há pesagens [...] então aí tens de discutir. O problema é estarmos a correr contra o tempo. [...] eles conseguem recolher? Eles recolhem e poem tudo ao monte, a nossa discussão é se aquela forma de organizar será a mais eficiente. (STC_6)

No seu plano de aula, Inês apresentou uma descrição mais pormenorizada da segunda aula, a qual alternava momentos de introdução e de exploração para cada uma das questões da tarefa da segunda etapa (Figura 31). A professora previu adiar a resolução da questão 4 para outro momento.

- Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/ discussão da tarefa (60 minutos)

De início a professora projeta as variáveis escolhidas pela turma na aula anterior. De seguida mostra um novo quadro onde apresenta as três variáveis propostas para cada grupo.

Em primeiro lugar discutem cada questão no seio do seu grupo sendo atribuído em tempo de 10 minutos para cada uma delas. A professora vai circulando pelos vários grupos e presta todos os esclarecimentos que julgar necessário motivando-os para a investigação e incentivando o trabalho de grupo.

As questões 1 e 2 devem ser respondidas apenas no seio de cada grupo de forma a que não se quebre o efeito surpresa quando aplicarmos os questionários.

Em grande grupo esclarece-se a 3. Posteriormente os grupos respondem à questão 3 referindo de que forma podem recolher as informações que respondam às questões formuladas em 1.

No que respeita á questão 4, caso não exista tempo para ser discutida passa para um momento seguinte.

Em grande grupo, pede-se aos alunos que agrupem as variáveis, escolhidas pela turma em dois grandes grupos, utilizando o quadro para registar esta divisão.

Espera-se que os agrupem em variáveis quantitativas e qualitativas e, que após alguma discussão, percebam que as primeiras se dividem em dois subgrupos ou seja, em discretas e contínuas.

Projeta-se um PowerPoint com esta informação e distribui-se aos alunos uma folha com os vários conceitos para que os mesmos fiquem arquivados no caderno.

Por fim em grupo classificam cada uma das variáveis que lhes foi atribuída.

Pede-se aos alunos que enviem os questionários para o *email* da professora no decorrer da semana.

Figura 31 - “Desenvolvimento/apresentação/discussão da tarefa” - Plano de Aula 2

Quanto às “Questões a colocar aos alunos” nesta aula” (Figura 32), verifica-se que Inês indicou um conjunto de questões repetidas em relação ao plano anterior (a sombreado na figura 32) pelo facto de não ter conseguido abordar o conteúdo “natureza dos dados” e tencionar fazê-lo na presente aula. Uma análise das questões não sombreadas permite verificar que estas são maioritariamente do tipo “inquirição”, de natureza aberta, com o intuito de desafiar os alunos a aprofundar o seu conhecimento estatístico tendo por base as suas ideias prévias (Mason, 2000).

Na distribuição dos tempos da aula apresentada, existe uma parte (20 minutos) em que não fica claro o seu objetivo.

Relativamente à *planificação da aula número 3* sobre a “Recolha de dados”, os professores focaram a sua discussão em como se iria proceder para recolher os dados. Na aula anterior, os professores demoraram-se mais do que tinham inicialmente previsto e ainda não tinha havido lugar à recolha dos dados. Os próprios instrumentos de recolha de

dados ainda não estavam prontos e os professores previam, se necessário, momentos extra aula para os ultimar.

- Questões a colocar aos alunos**
1. Qual foi a base para poderem traçar o aluno típico? Como agiram ou pensaram para chegar às vossas descrições?
 2. Serão então as vossas respostas totalmente credíveis?
 3. Então o que teremos que fazer para traçarmos um perfil credível e assim não haver dúvidas quando tivermos que o comunicar a outros?
 4. Escreve na forma de pergunta cada uma das características a investigar, dá um exemplo.
 5. Podes fazer o mesmo tipo de questão para todas as variáveis que o teu grupo vai estudar?
 6. Que cuidados deves ter na elaboração das questões para que não existam dúvidas quando fores analisar as respostas?
 7. De preferência as questões devem ser abertas ou fechadas?
 8. Que respostas pensas obter para cada pergunta?
 9. De que modo (através de observação, medição ou inquérito) podes obter as respostas?
 10. Dá exemplo de uma variável para cada uma das situações?
 11. Vamos agora ordenar as características que vocês sugeriram, será que têm todas a mesma natureza? Isto é posso estudá-las de igual forma?
 12. A que características podem atribuir uma qualidade?
 13. A que características/ variáveis posso atribuir um número ou quantidade, isto é quais podem ser quantificadas?
 14. Será que dentro destas últimas posso conta-las de igual forma? Porquê?
 15. De que forma as posso contar?
 16. No caso do outro subgrupo, de que forma as posso medir? Nestas situações que utensílios devo utilizar?
 17. Relaciona os utensílios com as variáveis.
 18. Refere agora quantos subgrupos podemos formar com as variáveis quantitativas?
 19. Qual é a natureza dos dados em cada caso? Diz quais são os que dizem respeito a qualidades e quais os que foram obtidos por contagem ou medição (qualitativos discretos ou contínuos, respetivamente).

Figura 32 - "Questões a coloca aos alunos": Plano de aula 2

Inês parecia mostrar predileção pelos questionários como instrumento de recolha de dados por estes garantirem o anonimato e considerar ser esta a forma mais correta e eficiente para os alunos recolherem e tratarem os dados.

Eu confesso que tinha pensado em questionário tanto que a ideia era que eles me mandassem para o *e-mail* [...] punha em papel, o menos possível, e já trazia os questionários prontos. Depois, cada grupo responsabilizava-se por recolher, púnhamos numa caixinha e depois ia-se tratar os dados que tinham recolhido, sem saber se tinha sido a Maria ou o Manel! (STC_8)

Para que os questionários estivessem prontos a tempo da próxima aula (aula n.º 3) destinada à recolha dos dados, Inês tencionava dedicar uma parte da aula de Formação Cívica para rever alguns aspetos dos questionários que recebeu no seu *e-mail*: “Agora,

houve três grupos que me mandaram e eles são seis [grupos] e têm lá coisas que eu acho que na Formação Cívica vou ter de falar com eles, senão nunca mais a gente se despacha!” (STC_8).

Inês pretendia também nesta aula voltar à tarefa da segunda etapa da investigação e realizar a questão número 4, a qual tinha deixado por fazer por não lhe ocorrer no momento a finalidade de construir folhas de registo de dados. Todavia, em conversa com a sua colega de trabalho colaborativo Maria, percebeu que estas podiam ser úteis, no caso da recolha de dados por entrevista.

Portanto, saltei a pergunta 4. Agora, quando chegar à próxima aula, tenho de debater com eles como é que a gente faz isso. Se calhar, a maneira mais rápida foi aquela da Maria, pelo menos tu pensaste nisso porque a minha vai demorar mais tempo (STC_8).

Os professores consideraram também importante decidir como organizar as turmas para que houvesse uma recolha de dados eficiente e ordenada. Inês partilhou com os colegas que antevia que esta parte da tarefa pudesse resultar numa grande confusão e demorar tempo desnecessário, caso não fosse planeada. Sugeriu até que os alunos já trouxessem previamente de casa informações sobre a sua massa corporal e sobre a sua altura, ideia que não foi acolhida pelos colegas, os quais consideraram ser importante estes efetuarem as medições na aula.

[...] como é que a gente naquela aula vai fazer para os deixar recolher os dados? Aquilo tem de haver ali uma ordem para os deixarmos recolher as coisas [...] Eles que se meçam e se pesem em casa [...] olha lá, a gente não pode perder tempo com isso tens pouquíssimas aulas! (STC_6)

Os professores decidiram que, após a recolha dos dados, era essencial organizar os mesmos, se possível ainda durante a aula número três. Neste contexto, Inês colocou à consideração do grupo o tipo de organização a realizar: se tabelas simples de contagem ou tabelas de frequências absolutas e relativas.

Eu acho que a organização é fundamental, senão ninguém se entende! Agora, a organização pode ser numa tabela muito simples sem nenhuma pretensão, só de contagens ou pode ser uma tabela de frequências absolutas e relativas já uma coisa mais organizada. (STC_8)

Foi consensual que os dados deviam ser organizados em tabelas de frequências absolutas e relativas até porque estes conteúdos faziam parte do Programa de Matemática do 2.º ciclo (ME, 2007).

A forma de lecionar os conteúdos também parecia ser uma inquietação muito presente para de Inês. Os conteúdos de Estatística seriam todos abordados a partir desta tarefa de investigação estatística e com base nas ideias prévias dos alunos, contudo, seria sempre necessário o professor acrescentar informação. Para Inês, toda a informação devia ser registada no caderno pelos alunos pois este aspeto constituía um elemento facilitador da aprendizagem. Era assim que planeava proceder na terceira aula para ensinar a construção de tabelas de frequências.

Entretanto, eles têm de começar a registar coisas. Em relação à frequência e às tabelas, a gente tem de parar ali a aula um bocado e dizer: meus amigos, vamos organizar os dados numa tabela!”. Eles podem ali ter algumas ideias e a gente vamos fazendo ali, mas depois tens de lhe mostrar quais são as regras para fazeres uma tabela de frequências absolutas e relativas. Eles têm de saber, aquilo tem de ficar sintetizado (STC_8).

Condução. Apresenta-se, em seguida, a condução da segunda e terceira aulas referentes à segunda etapa da investigação estatística.

Aula 2: “Planeamento”. A aula teve início com um *primeiro momento introdutório* com a intenção de promover a adesão dos alunos à tarefa. Assim, dominando completamente o discurso, configurando um modo de comunicação unidirecional, a professora recordou o trabalho desenvolvido na etapa anterior e lembrou as dificuldades sentidas pelos alunos em definir as variáveis a estudar como forma de justificar a necessidade de ter introduzido outras variáveis para além daquelas que surgiram, nomeadamente algumas de natureza quantitativa, como “o número de irmãos” e o “número de pessoas do agregado familiar”, por uma questão de conveniência ao estudo e aos seus objetivos curriculares.

[...] na última aula, nós começámos [...] a pensar como é que iríamos fazer um estudo sobre a nossa turma. [...] E lembram-se que vocês tiveram alguma dificuldade em organizar os dados e em lembrarem-se de dados que fossem fáceis de observar, não foi?! [...] se calhar, era importante que nós disséssemos a alguém que não é do planeta Terra o que é isso do “número de irmãos” e “com quantas pessoas vivemos” (AO_2).

Para continuar a sistematizar o trabalho desenvolvido na primeira etapa e dar sentido à investigação, a professora considerou ainda importante reforçar a importância da realização de um estudo estatístico para se efetuar um perfil do aluno típico fidedigno, ao qual os alunos apelidaram de “pesquisa”. Assim, Inês conjugou um modo de comunicação contributiva com um questionamento baseado na confirmação do entendimento dos alunos sobre o trabalho já realizado, em busca da resposta pretendida.

Professora: Como vocês disseram, fizeram as vossas descrições, por exemplo há uma que até eu lembro-me perfeitamente não era igual em todos os grupos. [...] Isso foi feito com base no quê, quando vocês me dizem essas coisas? Vocês têm a certeza do que estão a dizer? Ou fizeram o quê?

Alunos: Uma estimativa?

Professora: Sim. Será uma coisa que é fidedigna? Posso ter a certeza absoluta assim só por uma análise muito... uma estimativa de que aquilo é verdade? [...] Será que eles fizeram um estudo exaustivo? Ou foi aquilo que achavam que a maior parte das pessoas faziam? Temos de fazer o quê? Será que podemos ficar só por este estudo? [...] O que é que temos de fazer que vocês disseram ontem ao final da aula?

Alunos: Pesquisar.

Professora: Temos de pesquisar. [...] Eu agora não posso dizer mais nada (AO_2).

Posteriormente, a professora deu início um *segundo momento introdutório*, em que organizou o trabalho dos alunos, informando cada grupo das três ou quatro variáveis que lhes coube estudar, as quais a professora projetou no quadro branco (Quadro 27).

É assim, eu dividi por grupos e tentei arranjar 3 variáveis por grupo. [...] vocês preocuparam-se em escrever dentro da alimentação a refeição preferida e então este grupo vai estudar a partir daqui o “peso”, “quantas refeições fazem por dia”, “quantas refeições de *fast-food* fazem por semana” e o “prato preferido” (AO_2).

Quadro 27 - Distribuição das variáveis a estudar por cada grupo (AO_2)

Grupo	Natureza das Variáveis		
	Quantitativas		Qualitativas
	Discretas	Contínuas	
1	N.º de refeições de <i>fast-food</i> por semana N.º de refeições que faz por dia	Peso	Alimentação – comida/ prato preferido
2	N.º de sapato	N.º de horas por semana que pratica desporto	Desporto preferido
3	N.º irmãos	N.º de horas por dia/semana que joga videojogos	Videojogos preferidos
4	N.º de pessoas do agregado familiar	Altura	Cor do cabelo Cor dos olhos
5	N.º de livros que leu no último trimestre (completos)	N.º de horas de estudo por semana Peso da mochila	Disciplina(s) preferida(s)
6	N.º de letras do nome	Idade	Características psicológicas - Simpatia; - Bom amigo; - Divertido; - Tímido

Seguidamente, focou a atenção dos alunos na tarefa específica da segunda etapa da investigação solicitando a um dos alunos lesse a primeira questão em voz alta e, após isso, em virtude da dificuldade sentida pelos alunos no arranque da tarefa da aula anterior,

forneceu algumas informações sobre como formular as questões de investigação, como forma de ajudar os alunos a se apropriarem da primeira questão.

A semana passada, eu pensava que tinha explicado tudo muito bem, afinal estavam cheios de dúvidas! [...] A primeira coisa é, das três coisas que vocês têm que estudar, vamos colocar numa questão que possa ser respondida pelos outros e tem que ser respondida sem que haja dúvidas, entendido? (AO_2)

Assim, através de questões de confirmação foi tentando aceder às suas ideias prévias e a partir daí acrescentou informação. Começou por referir a importância de as questões de investigação estarem bem formuladas e de não serem ambíguas para que a informação recolhida seja fidedigna. Mencionou também que, para que estas sejam respondíveis pelos dados, muitas vezes há necessidade de se realizarem perguntas de resposta fechada, dando um exemplo com uma variável que não constava da lista a estudar, “o animal preferido”.

Professora: E as perguntas também temos de pensar muito bem nelas. [...] Eu vou perguntar qual é o animal preferido e tenho vinte sete meninos, cada um tinha um animal preferido. Vocês acham que era fácil estudar esse animal?

Alunos: Não.

Professora: Eu ia dizer o quê aos marcianos? “Olha somos 27 e cada um gosta de seu animal!” Então se as nossas respostas não forem mais ou menos semelhantes, o que é que nós temos de fazer? Será que a nossa pergunta pode ficar no ar? Vocês acham que devemos escrever assim “Diz características tuas psicológicas.” ou devemos fazer uma pergunta mais fechada?

Aluno: Mais fechada.

Professora: [...] Já alguma vez responderam a algum inquérito? E as pessoas faziam-vos perguntas de que género? Faziam-vos perguntas para vocês darem respostas de três linhas? Então faziam-vos perguntas de que maneira?

Alunos: De cruzinhas.

Professora: De cruzinhas. Então quando eu faço respostas de cruzinhas estou a fazer uma pergunta aberta ou uma pergunta fechada?

Aluno: Fechada. Só podem escolher das opções que estão lá.

Professora: Exatamente, M.! Então, vocês têm que perceber quando vão fazer a vossa questão que tipo de resposta é que querem, certo. Percebido? E mais não posso dizer. (AO_2)

Seguidamente, a professora deu *início ao trabalho em grupo*, dando dez minutos para formulação das questões de investigação.

Entretanto, foi circulando de grupo em grupo para prestar apoio aos mesmos, colocando questões de confirmação e fornecendo sugestões e pistas para levar os alunos a melhorar as questões e respetivas possibilidades de resposta, cuidando não diminuir o nível cognitivo da questão.

Assim, a professora sugeriu num dos grupos que na questão de investigação referente ao “número de letras do nome”, as suas possibilidades de resposta deviam estar ordenadas por ordem crescente para não levar a enganos da parte do respondente.

Professora: Nós vamos considerar o quê? O nome completo ou o nome próprio?

Aluna: O nome próprio. Nós fizemos 6 letras, 7 letras, menos de 6 letras.

Professora: Então mas vamos lá ver, isso tem de estar por ordem (AO_2).

A professora sugeriu também que os alunos indicassem, na questão relativa aos aspetos de personalidade, o número de possibilidades que se devem assinalar, caso contrário as conclusões em relação a essa variável podiam ficar inviabilizadas, na sua opinião.

Alunos: Em relação às características psicológicas nós escolhemos “simpático”, “tímido” ...

Professora: Mas aí vocês dão as características, mas são as pessoas que têm de assinalar. Então e se uma pessoa assinalasse duas em vez de assinalar uma. A gente normalmente quando faz essas coisas diz dentro deste grupo escolha...

Aluna: Duas.

Professora: Podes por uma série de características, mas não podes deixar... imagina uma pessoa acha que é aquilo tudo, achas que pode assinalar tudo? Como é que vocês estudam isso, ficamos na mesma, não é? De entre as 5 características abaixo, [escolhe] as duas que melhor te caracterizam (AO_2).

Outro aspeto que a professora frisou foi a necessidade do aumento do número de possibilidades de resposta relativamente à questão de investigação sobre a idade, já que os alunos pareciam não estar a contemplar todos os valores que a variável podia assumir na turma.

Professora: Quantas hipóteses vocês deram para a idade?

Aluna: Para a idade? 11 anos ou 12 anos ou mais.

Professora: Então não poderá haver 13? Não estão a encurtar isso de mais!?

Aluna: Então professora está “12 anos ou mais”.

Professora: Mas e que tal darem mais uma hipótese? Há de haver uma idade que não há de aparecer, na vossa turma não aparece, mas vocês podem alargar isso mais.

Aluna: Na idade temos 11 anos, 12 anos, 13 anos ou mais de 13 anos (AO_2).

Passados vinte minutos, a professora interrompeu o trabalho de grupo para fazer o ponto da situação. Todos os grupos indicaram já terem terminado a primeira questão da tarefa e, na maioria dos casos, também a segunda em virtude de terem formulado questões de investigação de resposta fechada.

Eu já sei que estava a passar o tempo, mas como vos vi entusiasmados, deixei estar.” [...] E agora vamos lá fazer o ponto da situação para ver como é que

podemos avançar, se não ficamos muito atrasados. Vamos lá ver: este grupo já tem as perguntas todas formuladas? E este? (AO_2)

Assim, sem haver lugar à apresentação/discussão dos produtos realizados pelos grupos, Inês efetuou o *lançamento da terceira questão da tarefa* solicitando a um aluno que lesse para a turma o enunciado da questão e realizando uma breve explicação para favorecer a sua interpretação.

A questão 3, vamos lá tentar entender: para cada um dos assuntos [...] como é que vocês podem obter as respostas e já estão aí 3 hipóteses: ou através de inquérito ou através de observação ou de medição. [...] portanto, para cada uma das variáveis que vocês têm de estudar, se calhar, podem estudá-las de forma diferente ou obter a resposta de forma diferente! Vocês agora é que vão decidir dentro dos grupos (AO_2).

Durante os dez minutos que demorou o trabalho em grupo, a professora foi circulando pelos grupos para avaliar o seu progresso. Inês pareceu dar completa liberdade aos alunos para elegerem a técnica de recolha de dados de acordo com as suas preferências, ajudando a situar apenas os grupos que possuíam variáveis cujos dados seriam recolhidos preferencialmente por medição.

Em seguida, solicitou que um dos alunos lesse a questão número cinco e informou que iriam deixar a questão 4 de “preparação da folha de registo dos dados a recolher” para realizar noutro momento.

Antes de lançar a questão 5 referente à classificação das variáveis de acordo com a sua natureza, a professora considerou importante abordar primeiro o conteúdo “natureza dos dados” para que os alunos pudessem realizá-la com maior propriedade.

Deu então início a um modo de comunicação *contributiva* em que incentivou pequenos contributos dos alunos como resposta a questões de confirmação colocadas por si com vista a fazer surgir as ideias que pretendia.

Lida a questão número 5, a professora não lançou o trabalho de grupo como os alunos esperavam e preferiu promover um novo questionamento, baseado em questões de confirmação, sobre a “natureza dos dados” com vista à classificação das variáveis do estudo, em grande grupo. Esta mudança de estratégia parece estar relacionada com o facto de a professora considerar que desta forma fazia uma gestão mais eficiente do tempo e/ou que os alunos aprendiam melhor assim, recorrendo a uma comunicação de estilo contributivo.

Inês começou então a formar dois conjuntos, no quadro, com as variáveis que os alunos iam referindo, distinguindo entre variáveis qualitativas e quantitativas. Agrupou as qualitativas do lado esquerdo e pretendia fazer o mesmo com as quantitativas que os alunos enunciavam em resposta às suas questões no lado direito. Assim, explicou que as quantitativas eram aquelas que se referiam a “uma quantidade” que se podiam “quantificar” e que se podiam “medir ou pesar”; as qualitativas, por seu turno, eram aquelas que “não se podiam quantificar” e que diziam respeito a uma “qualidade” ou um “atributo”. Os alunos revelaram alguma dificuldade inicial na compreensão da distinção destas variáveis.

Professora: Por exemplo quando estávamos aqui a discutir de era alto se era baixo o que é que temos de fazer o quê?

Aluno: Medir.

Professora: Uma medição, então é uma quantidade [...] é quantitativa, podemos quantificar. Podemos quantificar a cor dos olhos ou podemos atribuir apenas uma cor, dar-lhe um atributo? Quando eu estou a falar aqui da cor, estou a dar um atri...

Alunos: ... buto. [...]

Professora: Mas há coisas que eu posso contar ou posso medir, estão relacionadas com quantidades. Que coisas é que eu posso colocar aqui deste lado?

Aluno: Os videojogos.

Professora: [...] Quando eu digo “o número de videojogos” coloco aqui ou coloco aqui?

Aluno: Quantidade.

Professora: Quando eu estou a falar do número de videojogos eu estou a falar de uma quantidade. Quando eu falo do tipo, estou a referir-me ao quê?

Aluno: Qualidade (AO_2).

Em seguida, facilitou a distinção entre dados quantitativos discretos e contínuos, centrando-se nas formas de obter os dados (por contagem e medição, respetivamente), a partir das variáveis de um dos grupos projetadas no quadro (Figura 33), não se preocupando nesta fase com grandes formalismos na linguagem deixando esse aspeto mais tarde. Para o caso das variáveis quantitativas contínuas, indicou ainda a necessidade existência de um instrumento de medida (como o relógio para o caso da variável idade) e que estas podiam tomar um “valor aproximado” e não unicamente um “valor certo” e que “cresciam no tempo”, parecendo pretender referir-se ao facto de as variáveis contínuas poderem assumir valores não inteiros, ao contrário das discretas, evidenciando conhecimento estatístico.

Professora: Vamos lá aqui por exemplo pensar no grupo 4. [...] Quando eu olho aqui para o número de irmãos, o que eu tenho de pensar para obter esta informação? Vou ter de fazer o quê?

Alunos: Um inquérito.

Professora: Mas a pessoa que responde tem de fazer o quê antes?

Alunos: Uma contagem.

Professora: Uma contagem, certo? [...] Quando eu determino o n.º de horas tenho que utilizar o quê? Vou fazer o quê?

Alunos: Uma contagem.

Professora: Mas olhem uma coisa, as horas contam-se?! Quando eu olho para o relógio estou a fazer uma contagem ou estou a fazer o quê?

Aluno: Uma medição.

Professora: Uma medição, porque reparem lá: quando eu olho para o relógio tenho sempre horas certas?

Alunos: Não.

Professora: Não tenho, pois não. É assim, se não tenho sempre as horas certas, não posso dizer que é uma hora só uma hora, então e depois os minutos e os segundos? Quando estou a dizer uma hora é um valor aproximado, mas na realidade uma hora não é uma contagem que fiquemos só na hora, estamos a fazer uma medição, prolonga-se no tempo, certo, cresce no tempo. E quando eu falo na altura tenho que fazer o quê?

Alunos: Uma medição.

Professora: E quando eu falo no peso?

Alunos: Uma medição.

Professora: E há aqui uma que eu tenho muitas dúvidas. E quando eu falo na idade?

Aluno: Medição.

Professora: Porquê?

Aluno: Porque é os anos, os meses, os dias...

Professora: Ah, porque a idade nós normalmente não vamos responder às pessoas: “tenho 11 anos e tantos dias [...] nós não temos só 10 anos nem 11, é qualquer coisa que continua no tempo, vai variar, não é? [...] que até sabemos que às vezes estamos muito mais perto dos 12 do que dos 11 que já lá vão, portanto também estamos a fazer uma medição. Boa, chegaram lá! [...] há de aí haver uma pergunta, comecem já a pensar nisso (AO_2).

<u>Qualidades</u>	<u>Quantidades</u>	
	<u>Medição</u>	<u>Contagem</u>
Psicológicas	Idade	N.º de irmãos
Cor do cabelo	Peso	N.º de refeições
Cor dos olhos	Altura	N.º de desportos que pratica
Cor da pele		

Figura 33 - Registo feito pela professora no quadro - Recuperação a partir do vídeo (AO_2)

Em jeito de síntese, Inês projetou um *PowerPoint* informativo (anexo 11) para sistematizar os conteúdos que esteve a ensinar aos alunos sobre a “natureza dos dados” estreando apenas nesta altura a terminologia correta para a classificação de variáveis quantitativas contínuas e discretas. Posteriormente, pediu a uma aluna para ler a

informação presente no *PowerPoint* e distribuiu uma ficha informativa contendo os diapositivos que acabara de projetar a cada um dos alunos para constar no caderno diário.

Com a aula a aproximar-se do fim, a professora deu indicações aos alunos para passarem a computador as suas questões de investigação realizadas durante a aula de hoje, as quais lhe enviariam por *e-mail*, para configurarem nos questionários a aplicar na próxima aula para recolher os dados.

Aula 3: “Recolha de dados”. A aula teve início com a organização dos alunos e dos materiais, incluindo a distribuição dos questionários enviados pelos grupos já fotocopiados e preparados para serem entregues.

Em seguida, a professora iniciou um *primeiro momento introdutório* em que promoveu a adesão dos alunos à tarefa através da realização de uma sistematização do trabalho desenvolvido nas etapas anteriores como forma de dar significado à investigação. Assim, recorreu a um modo de comunicação contributiva, com um questionamento baseado na confirmação do entendimento dos alunos sobre o trabalho já desenvolvido, conectando-o com o trabalho a desenvolver.

Professora: Vamos lá ver, o que é que nós já fizemos até agora relativamente ao nosso trabalho? Qual era o problema que tínhamos que resolver? Qual é o grande problema que temos que resolver?

Alunos: Temos que apresentar a nossa turma a um extraterrestre.

Professora: Para apresentar a nossa turma, nós decidimos que íamos fazer um estudo sobre a nossa turma. Nós temos uma opinião sobre a turma, mas a nossa opinião é baseada em quê? Numa observação geral, não é? E é baseada em quê mais? Numa ideia que a gente tem da turma. Será essa a informação que nós temos que dar aos extraterrestres? Ou temos que procurar uma informação que seja mais fiel à realidade?

Alunos: Tem que ser mais fiel à realidade.

Professora: O que é que nós vamos fazer para procurar uma informação mais fiel à realidade?

Alunos: Vamos fazer uma pesquisa.

Professora: Uma pesquisa. Podemos fazer uma pesquisa através de quê?

Alunos: De inquéritos.

Professora: Inquéritos e mais?

Aluno: Medição.

Professora: Mais.

Alunos: Observação.

Professora: Então vamos fazer o quê? Um estudo esta...

Alunos: ... tístico (AO_3).

Continuando com um registo de comunicação contributiva, pautados por um questionamento orientador, a professora foi solicitando pequenas contribuições dos alunos com vista a de introduzir nova informação sobre alguns conceitos importantes relacionados com planeamento estatístico, os quais considerou importante que os alunos aprendessem nesta etapa.

Começou por explicar o significado de “População” e “Amostra” e a diferença entre ambas, indicando apenas a possibilidade de as unidades individuais a estudar serem pessoas. Reportando-se ao caso concreto da investigação estatística que estava a ser desenvolvida pela turma, levou os alunos a concluir que se estava a estudar toda a população. Pareceu não considerar possível que os alunos, e até ela própria, realizassem estudos estatísticos envolvendo toda a população quando o seu número de elementos é maior do que o número de elementos de uma turma, como por exemplo fazer um estudo estatístico a toda a população da sua escola. De acordo com a professora, nesse caso, ter-se-ia de escolher uma amostra da população.

Professora: Nós, quando fazemos um estudo estatístico ou estudamos todas as pessoas ou... neste caso vai ficar alguém de fora da turma?

Alunos: Não.

Professora: [...] nós vamos escolher como população toda a turma para estudar, certo? Imaginem que eu ia fazer um estudo sobre as pessoas todas da escola. Acha que era possível? Não era possível, pois não? Então nós íamos escolher o quê? Algumas pessoas para fazer o estudo e a partir daí podíamos tentar tirar conclusões, certo? [...] No nosso caso, a nossa população é igual ao quê? Nós estamos só a tirar um grupinho ou estamos a considerar todos os alunos da turma?

Aluno: Vinte e sete pessoas.

Professora: [...] Então quando eu estou a fazer um estudo, o que é isto de população?

Aluno: São as pessoas que estão a ser estudadas.

Professora: Neste caso são as pessoas que estão a ser estudadas. Quando eu não faço um estudo sobre todas as pessoas e escolho um grupo mais pequenino, digo que tenho uma amostra. Pode ser alguma vez uma amostra maior do que a população?

Alunos: Não.

Professora: Não pode. Pode ser igual, mas não pode ser maior (AO_3).

Para reforçar o conceito de “amostra”, referiu ainda o significado de “Sondagem” como um inquérito que se faz a uma amostra da população para depois, a partir daí, fazer um estudo e tirar conclusões sobre a população inteira, o qual parecia já fazer parte do vocabulário dos alunos.

Professora: Então vamos lá ver, quando há eleições e se telefona para a casa das pessoas... quem é que já veio com os pais votar aqui à escola? Se viermos assim para o final da tarde, o que é que estão umas pessoas a fazer ali à porta com uns papelinhos? Nunca viram?

Alunos: Uma sondagem.

Professora: Uma sondagem. Estão a inquirir todas as pessoas do país?

Alunos: Não.

Professora: Portanto, escolhem ali de um leque de pessoas e vão fazer a pergunta à pessoa, não é, e a partir daí vão fazer um estudo. A partir daquela, nós chamamos amostra, a partir daquela amostra, de uma parte mais pequenina da população, vão tentar perceber como seria a resposta do país inteiro, certo? (AO_3)

Abordou também o conceito de “Censo” parecendo restringi-lo ao Recenseamento da População Portuguesa que se realiza de dez em dez anos pelo Instituto Nacional de Estatística, ressaltando as dificuldades de concretização que este acarreta.

Professora: Por exemplo, o que é que aconteceu no ano passado [...] todos os pais tiveram de preencher umas coisas muito, muito, muito grandes. Foi os...

Alunos: Censos.

Professora: Que nós só fazemos de dez em dez anos. É de tal maneira complicado estudar a população toda que só se faz esses estudos de dez em dez anos. De resto, fazem-se estudos mais pequeninos. Está bem.

Então aqui o nosso estudo a população é igual à amostra (AO_3).

Posteriormente, a professora iniciou um *segundo momento introdutório*, objetivando focar a atenção dos alunos no trabalho que iriam realizar. A intenção da professora era realizar a questão número 4 da tarefa da segunda etapa, de preparação da folha de registo de dados, a qual, só após a aula, se apercebeu do seu propósito.

Antes de lançar o trabalho de grupo referente a essa questão, a professora guiou a participação dos alunos através de questões focalização e confirmação e outras pistas para aceder às suas ideias prévias e tomá-las como ponto de partida para integrar nova informação. Assim, tentou que os alunos compreendessem a necessidade de se encontrarem formas eficientes de registo dos dados, através da construção de tabelas que agilisassem o posterior processo de organização.

Professora: Agora, há meninos que decidiram ao estudar fazer vários processos: entrevista, outros decidiram fazer questionário escrito, outros decidiram fazer medição e outros observação, conforme os casos. [...] Por exemplo, ali o grupo da A. decidiu fazer observação numa série de situações. Agora, a minha pergunta é: por exemplo, elas vão observar a cor dos olhos e a cor do cabelo. [...] . E agora como é que eu faço os registos? Como é que eu tenho a certeza que já considere os alunos todos?

Aluna: Vou contando, vou escrevendo.

Professora: Qual é a vossa ideia? [...]

Aluno: Podemos por os nomes em ordem alfabética.

Professora: Muito bem. Aqui precisamos dos nomes? Basta pôr o quê?

Aluno: Os números. [...]

Aluno: Por exemplo, pôr a cor dos olhos e à frente por os números que têm essa cor.

Professora: Também é uma situação, sim senhor. Fazer ao contrário, por a cor dos olhos, sim. E outra coisa ainda mais eficiente, o que é que nós costumamos usar em Matemática, já ouvi!

Aluno: Tabelas (AO_3).

Iniciado o trabalho autónomo, a professora foi circulando pelos grupos para prestar apoio ao trabalho dos alunos, colocando questões e fornecendo pistas para a construção de tabelas, cuidando de não direcionar o trabalho dos alunos configurando uma comunicação contributiva.

Aluna: Ó professora, os olhos assim mais comuns são o castanho, o verde, o preto...

Professora: Então, onde é que estão as opções que vocês fizeram? Onde é que está a folha? Vocês é que fizeram as opções, eu só me limitei a organizar.

Aluna: Ah, castanho, verde, azul, preto. Pronto já está!

Professora: Então agora pegas na régua, A....

Aluna: Já está aqui. Agora falta fazer as outras.

Professora: Então vá! (AO_3)

Entretanto, houve um grupo que questionou a professora sobre o trabalho que estavam a realizar que consistia na realização de uma tabela de registo de dados para uma variável cujo instrumento de recolha de dados que elegeram foi o questionário. Foi neste momento que a professora refletiu sobre o facto de ser desnecessária a realização de folhas de registo para os dados que iriam ser recolhidos por questionário.

Professora: Estávamos a ver aqui outra tabela, por exemplo aqui esta pergunta: “qual é o prato preferido? Então vamos lá ver, aqui vocês já me dão opções, não é?”

Aluna: No inquérito, aqui não é preciso. [...]

Professora: Precisam é quando tiverem recolhido os vossos inquéritos de perceber como é que organizam aquilo que recolheram [...] Este aqui, não sendo entrevista, estamos aqui a cometer um erro [...] Sem querer, induzi-vos em erro (AO_3).

Ao se aperceber do seu lapso, pois havia solicitado folha de registo também para as variáveis que iam ser recolhidas por questionário quando só eram necessárias para a recolha de dados por medição, observação e entrevista, a professora foi de grupo em grupo certificar-se que os alunos não estavam a fazer trabalho supérfluo e esclarecê-los.

Aproximava-se o momento mais esperado pelos alunos nesta aula – a recolha de dados. Os alunos estavam muito entusiasmados e ansiosos por esse momento.

Aluno: Professora, isto vai demorar muito?

Professora: Qual é o vosso tema? Se tu tiveres tudo bem prontinho, não demora muito. [...]

Aluno: Podemos começar a recolher os dados?

Professora: Calma, já vai (AO_3).

Antes de iniciar o momento de recolha dos dados, a professora, adotando o mesmo perfil comunicativo que utilizou até então, reforçou algumas ideias, prestou alguns esclarecimentos e forneceu pistas com vista a promover uma recolha de dados mais eficiente e antecipou possíveis erros que os alunos podiam cometer nas interpretações das perguntas, resultantes da reflexão e partilha realizadas na última sessão de trabalho colaborativo.

Professora: Quando vocês forem fazer alguma as questões têm de ter muita clareza. Quando eu digo “o número de irmãos” inclui eu própria?

Alunos: Não.

Professora: Tens de dizer à pessoa: Tu não contas! [...]

Professora: Têm que saber explicar às pessoas o que é o agregado familiar.

Alunos: Sim que é o número de pessoas que vive em tua casa.

Professora: Incluindo a própria pessoa. [...] Não é a mesma coisa que a pergunta deles, a pergunta deles é o n.º de irmãos não entram vocês a pergunta deles é ao agregado familiar, vocês entram (AO_3).

Inês transmitiu também algumas regras para a organização dos alunos e sequenciação da recolha de dados, a qual antevia complexa, para que esta se processasse de uma forma mais rápida e os alunos permanecessem disciplinados. Assim, em primeiro lugar os alunos iriam permanecer sentados a responder aos questionários que lhes iriam ser distribuídos por um elemento de cada um dos grupos. Como os questionários estavam identificados com o grupo de trabalho a que pertenciam, estes seriam devolvidos à proveniência por um elemento de cada grupo após preenchidos. Após esta fase, far-se-iam as entrevistas e as medições em simultâneo. Os alunos encarregues por recolher informação sobre o “peso” e sobre a altura iriam situar-se próximo das balanças e das fitas métricas coladas na parede e chamariam os colegas por ordem alfabética para se procederem a essas medições. Os restantes alunos, salvo os encarregues por fazer as entrevistas, deveriam manter-se sentados para que pudessem ser entrevistados pelos colegas.

Vamos ver se a gente consegue organizar-se, primeiro fazemos os questionários por escrito, está bem? Depois, de termos os questionários escritos passamos às entrevistas e às medições. [...]

A atividade é muito gira se vocês cumprirem as regras, se não cumprirem as regras não tem graça absolutamente nenhuma. Calminha! (AO_3)

A *recolha de dados* teve lugar com agitação normal de ter 27 alunos dentro da sala de aula, em movimento, realizando tarefas distintas e comunicando uns com os outros. A professora foi circulando pela sala, dando algumas sugestões, lembrando algumas regras, questionando os grupos se detinham a totalidade dos questionários respondidos e situando-se junto dos grupos das medições para se certificar que estavam a proceder corretamente para recolher essa informação.

No final da recolha de dados, surgiram alguns imprevistos. Houve um grupo que se apercebeu que, em três dos seus questionários, os colegas se esqueceram de referir o sexo, o que complicava a organização dos dados já que os alunos tencionavam traçar o perfil por sexo. Houve outro grupo que se apercebeu que grande parte dos colegas havia assinalado apenas uma opção nas características psicológicas, quando estava indicado para assinalarem duas. A professora mostrou-se muito descontente com este descuido de alguns alunos o que impossibilitava a progressão no trabalho dos respetivos grupos, alertando também para a importância destes aprenderem a respeitar e atribuir relevância aos estudos estatísticos.

Mas é que não foi uma pessoa nem duas, foram uma série delas. Ouçam uma coisa, quando nós não somos fieis a recolher os dados, quando nós não somos fieis a responder àquilo que as pessoas nos pedem a nossa informação vai estar deturpada (AO_3).

Em relação ao primeiro grupo, para que não se perdesse tempo em repetir os questionários, um dos alunos deu uma sugestão à professora para solucionar o problema.

Aluno: É contar o número de meninos e contar o número de meninas para ver quantos é que falta.

Professora: Quantas meninas são e quantos rapazes. Dividam lá aí o masculino e o feminino. Se não conseguirmos por aqui, temos de repetir o inquérito (AO_3).

Entretanto os alunos conseguiram despistar a quem pertenciam os questionários, o reconhecimento da caligrafia foi um fator facilitador.

Em relação ao segundo grupo, a professora decidiu que se repetiria o questionário para garantir a fiabilidade das conclusões. Solicitou assim o prolongamento desta aula, em

mais trinta minutos, para que depois do intervalo se pudessem resolver este e outros imprevistos e se possível avançar para a próxima etapa.

No tempo que restou da aula emprestada pela Formação Cívica, e a professora decidiu começar a preparar a etapa seguinte de “Organização e representação dos dados”. Assim, deu início a um *momento introdutório* em que promoveu a adesão dos alunos à tarefa começando interligando o trabalho realizado com o trabalho a realizar, dando assim sentido à investigação. Assim, a professora através de uma comunicação *contributiva* pautada por um questionamento orientador, guiou a participação dos alunos através de questões focalização e confirmação e outras pistas para aceder às suas ideias prévias e, a partindo daí, mobilizou conhecimentos necessários sobre o trabalho a desenvolver na fase seguinte. Durante este momento da aula, um dos alunos mostrou associar a Estatística à organização de dados que é apenas uma das etapas do trabalho estatístico, como a professora clarificou.

Professora: Então, agora que já recolhemos os dados temos que ir organizá-los, senão ninguém consegue trabalhá-los [...] O que é importante agora fazer? Quem é que tem ideias?

Aluno: Numa Estatística.

Professora: Sim, numa Estatística, mas Estatística é aquilo tudo que a gente está a fazer. A Estatística não é só organização de dados, temos de pensar no problema, temos de pensar nas questões, temos de pensar nos inquéritos. [...]

Aluno: Tabelas de frequência.

Professora: O que é isso de tabelas de frequência? Eu já ouvi falar em tabelas, quem é que já tem sugestões? O que é que a gente vai fazer agora?

Aluno: contar.

Professora: [...] O que é que a gente tem de fazer? Quem é que tem ideias?

Aluno: Agora, pomos o número da pergunta e quantas vezes responderam e fazemos isso para todas as perguntas (AO_3).

Em seguida, a professora projetou um *PowerPoint* informativo 2 (anexo 11) e começou a abordar algumas formas tabulares de organização e representação de dados, com recurso a exemplos de fora do contexto da investigação em curso. Assim, perfilando um estilo de comunicação híbrido, a professora intercalou momentos de *comunicação unidirecional* de exposição de conceitos, com momentos de *comunicação contributiva* através de questões de confirmação para obter *feedback* sobre o entendimento dos alunos relativamente às ideias que estava a expor.

A primeira representação que apresentou foi uma tabela simples de contagem que os alunos facilmente identificaram com o processo de contagem utilizado para eleger o

Delegado e o Sub-delegado de turma. A professora referiu que esta era uma forma de representação tabular muito simples mas que dava já algumas informações importantes sobre os dados, nomeadamente uma ideia geral do comportamento dos dados, sobre quais valores mais e menos frequentes que a variável tomava e do tamanho da população em estudo.

Alunos: Quando elegemos o delegado e o subdelegado.

Professora: Esta é uma tabela de contagem. É das tabelas mais simples que existem para a organização de dados, mas que no entanto já têm algumas vantagens. [...] Eu por aqui vejo logo rapidamente qual é a cor preferida. Qual é, A.?

Aluno: Vermelho.

Professora: Esta forma que é a mais simples de organização dá-me logo uma ideia do conjunto. E quantas pessoas responderam a este inquérito?

Alunos: 24 pessoas. (AO_3)

Continuando com um estilo de comunicação contributiva, a professora passa a apresentar uma tabela de frequências absolutas e relativas, a qual dizia respeito a um exemplo de um estudo sobre a variável idade (anexo 11). Assim, focou a atenção dos alunos na primeira e segunda coluna, indicando que na primeira se coloca a variável e os valores que esta toma nos dados recolhidos e na segunda coluna se coloca a frequência absoluta que é o número de vezes que um dado se repete.

Professora: Vamos só primeiro aqui à primeira e à segunda coluna, está bem? É uma tabela de frequências absolutas e relativas. Agora esqueçam esta parte e vamos só aqui a este lado. Por exemplo, as idades, qual é o grupo que tem idades? Então vamos lá ver, quais eram os números que vocês tinham?

Alunos: 11, 12, 13 e mais de 13.

Professora: Pronto, aqui a gente não tem, só temos até ao 13. E agora eu tenho aqui várias colunas, na primeira coluna vou colocar o quê? A variável que estou a estudar que é o quê?

Alunos: A idade.

Professora: E da idade eu vou escolher o quê? As idades que eu lá tenho, certo? O que é que eu vou fazer aqui [2.^a coluna]? A frequência absoluta que é o número de vezes que se repete aquele acontecimento, aquele dado. (AO_3)

Continuando com o mesmo estilo comunicativo, coloca questões do tipo contributivo aos alunos para a leitura da referida tabela, nomeadamente sobre as duas primeiras colunas, antecipando possíveis erros de leitura por ser uma variável quantitativa, possivelmente recordando uma das sessões de trabalho colaborativo em que se discutiram os erros comuns dos alunos na interpretação de tabelas de frequência em que estes confundem a coluna variável em estudo com a coluna da frequência absoluta.

Professora: Então, quantas pessoas têm 11 anos?

Aluno: 12.

Professora: E quantas pessoas têm 12 anos.

Aluno: 8.

Professora: Estou a ouvir dúvidas aí é que estas aqui são malandras. É que se eu perguntasse quantas pessoas têm olhos azuis não havia dúvida vocês diziam-me se eram 20 se eram 30 mas agora estão aqui a misturar esta coluna com esta. Então esta aqui diz respeito ao quê? (AO_3).

Alunos: À idade.

Professora: Esta é a variável em estudo. A idade é ter 11 anos. Quando eu pergunto quantas pessoas têm 11 anos o que é que vocês respondem?

Alunos: 8.

Professora: O 11 é a variável em estudo. Enquanto aqui deste lado é o número de vezes que aparece o 11, certo? (AO_3)

Entretanto, a professora aborda de uma forma leve o conceito de frequência relativa relacionando-a com o conceito de percentagem que os alunos já conheciam, embora aqui tivessem tido alguma dificuldade em responder. Inês parecia pretender explorar melhor a frequência relativa noutra ocasião, tendo dado mais ênfase nesta aula à noção de frequência absoluta e à construção de uma tabela de frequências absolutas.

Professora: [...] eu aqui tenho mais duas coisas, tenho frequência relativa e frequência relativa em percentagem, certo? Mas vamos só aqui ver uma coisa: se eu quiser saber, porque às vezes quero saber a percentagem e nós já demos a percentagem o eu é que eu aqui faço? [...]

Aluno: É a frequência absoluta a dividir pelo número total de pessoas. [o aluno parece ler do *PowerPoint*]

Professora: Que vai dar aqui o quê? Vai dar um numeral decimal e esse numeral decimal vai corresponder a uma quê? A uma percentagem. A gente depois explora isto melhor. Só ficam a saber que há várias formas de organizar. Uma delas é uma tabela de frequências. (AO_3)

Entretanto, a professora lançou o *trabalho em grupo* e desafiou os alunos a organizarem os dados para facilitar a formulação de conclusões. Todavia, ao circular pelos grupos para prestar apoio ao seu trabalho, apercebeu-se que os alunos estavam com muitas dificuldades em avançar sozinhos e muito dependentes da sua ajuda. Assim, decidiu reforçar o apoio à realização das tabelas numa aula extra antes da próxima aula do projeto.

Reflexão. Apresenta-se em seguida a reflexão que a professora realizou em relação às duas aulas desta etapa: aula número dois de “Preparação da recolha de dados” e a aula número três de “Recolha de dados”.

No que concerne à *reflexão sobre a aula número 2* de “*Preparação da recolha de dados*”, e relativamente aos alunos, uma dificuldade que a professora identificou nesta aula foi na formulação das questões de investigação, mais concretamente em relação às alternativas de resposta das mesmas. Pese embora, durante a aula, aquando do trabalho autónomo, a professora tenha dado algumas pistas e sugestões para a realização das alternativas de resposta referentes às questões de investigação, esta expôs que alguns alunos não realizaram uma apropriação conveniente das mesmas. Assim, referiu que tinha ainda de trabalhar melhor este aspeto com eles na aula de Formação Cívica, para que os questionários estivessem prontos a ser aplicados na próxima aula do projeto. Os maiores problemas que a professora identificou foram as alternativas de resposta que diziam respeito a valores ou intervalos numéricos não apareciam ordenadas e podiam dificultar a resposta. Também no caso da variável “prato preferido”, os alunos apresentaram alternativas de resposta pouco diversificadas e com pouca preocupação com a alimentação saudável o que condicionava as respostas e consequentemente as conclusões.

Por exemplo, em relação ao “prato preferido”, quando eu dei conta era só “Bifes com batatas fritas” e legumes não há. Há uma que vai ser abominada por todos que é “Peixe cozido com legumes”, ninguém vai escolher isto. Nunca vai entrar ali uma refeição equilibrada! Depois puseram sopa à parte. [...] Porque só têm carne ou só têm hidratos de carbono. [...] Os outros, o problema que lá apareceu no que eles me tinha mandado e nós já tínhamos falado na aula que é os intervalos “mais que 5”, “menor que ...”. Apesar de lá ter andado de roda deles, mesmo assim apareceram alguns. (STC_8)

Outra situação problemática que a professora identificou em relação à sua atuação foi o facto de não ter efetuado a questão 4 por não lhe ter ocorrido, no momento, a necessidade de elaborar tabelas para registar os dados recolhidos por entrevista, por exemplo.

Eu tinha pensado, aliás, tinha pensado que seria uma coisa posterior, ou melhor, eu nem sequer tinha propriamente pensado muito no assunto. Pensei “os miúdos fazem um questionário, mandam para o *e-mail*, e eu organizo aquilo que eles enviaram [...] e depois os miúdos aplicam o questionário naquela aula e começam a tratar os dados. (STC_8)

Já no que concerne à *reflexão sobre a terceira aula de “Recolha de dados”*, a professora referiu que a sua principal dificuldade estava a ser não conseguir realizar uma planificação eficiente das suas aulas, aspeto que estava a deixar muito angustiada.

Por um lado, a professora nunca tinha desenvolvido um projeto estatístico nas suas aulas e, pese embora fosse uma docente já com alguma experiência, este trabalho por ser completamente novo e bastante complexo estava sujeito a desafios próprios e a imprevistos que a professora não conseguia antever na íntegra.

Para mim é tudo novo e eu nunca tinha feito um projeto deste tipo e há ali coisas que eu não pensei e reconheço que devia ter refletido em casa, só que eu neste momento não tenho tempo, ou nem sequer me ocorreu, as coisas surgem-me ali no momento e essas é que têm sido as minhas dificuldades e depois ter de dar a volta ao texto. [...] A dificuldade é mesmo por ser a primeira vez e por eu não estar a conseguir... prevejo muita coisa, mas não consigo prever tudo (RAO_3).

Por outro lado, face à sua agenda profissional muito preenchida, não estava a ter tempo de preparar as suas aulas com a completude e antecedência que gostaria. Assim, tinha sido na véspera das aulas do projeto, ao serão, que a professora se tinha debruçado sobre a planificação individual sendo que a pressão do tempo e o cansaço não lhe permitiam realizar uma reflexão ponderada sobre alguns aspetos subjacentes à natureza das tarefas em cada etapa nem apropriar-se das suas intenções e decisões afetando o seu rendimento, quer na altura da planificação quer no dia seguinte na condução por não se recordar de todos os aspetos da mesma.

Outro problema é que não estou a conseguir gerir o tempo para fazer as coisas antes de quinta-feira à noite e depois estou muito cansada porque me deitei às tantas e não me lembro propriamente de tudo o que estive a fazer e eu tinha de conseguir fazer isto, por exemplo, logo terça-feira à noite [...] porque dava-me margem para na quinta-feira voltar a refletir sobre as coisas e é isto que também me está a prejudicar em termos de rendimento (RAO_3).

Um exemplo concreto que a professora indicou, decorrente da problemática que enunciada anteriormente, foi o facto de na aula da recolha de dados ter solicitado a realização de tabelas de registo de dados, mesmo para os dados que iriam ser recolhidos por questionário. A professora expôs que há falhas que comete durante as aulas devido à sua inexperiência para com este tipo de trabalho que não lhe permite prever e antecipar algumas situações das quais só se apercebe quando elas têm lugar na aula. Por outro lado, refere também que devido à complexidade de fatores que tem de atender em simultâneo para gerir a situação didática e guiar o trabalho dos alunos, já que conduzir um projeto dessa natureza é muito complexo, leva a que, por lapso, por vezes omita alguns pormenores ou alguns esclarecimentos importantes com consequências diretas na gestão do tempo.

Por exemplo, eles tinham de fazer a tabela para as entrevistas, mas eu às tantas tenho de estar na posse de não sei quantos dados ao mesmo tempo, a entrevista, o questionário escrito... e depois de repente estava a dizer aos grupos que só tinham questionário escrito para procederem da mesma maneira das entrevistas, porque entretanto, é tanta informação cruzada ao mesmo tempo que, apesar de já ter pensado que o procedimento não é o mesmo, naquela altura não me ocorreu... depois de estar ali confrontada, olhei para as ... [variáveis] ”mas o que é que eles

estão a fazer?” e fui, sem eles perceberem, “então, vocês não perceberam isto?” [risos] . Mas aí a culpa foi um bocado minha, que não os alertei que eram situações diferentes, e como é a primeira vez há ali umas certas falhas que são minhas também, e que eu só penso quando estou metida nelas (RAO_3).

Assim, para fazer face aos problemas indicados pela professora decorrentes da complexidade de um projeto deste tipo, da sua inexperiência em relação a este tipo de trabalho e da falta de tempo para realizar uma planificação eficiente, Inês refere que gostaria de debater mais profundamente certos aspetos da tarefa na planificação conjunta realizada, durante as sessões de trabalho colaborativo: “Eu não sei se é isso que tu pretendes, mas eu precisava neste momento de discutir mais as ideias, para quando lá chegasse as coisas estarem mais... Para mim fazia-me falta porque como é a primeira vez...” (RAO_3).

Inês parece atribuir bastante importância à planificação conjunta pois permite-lhe, por um lado, diminuir o grau de imprevisibilidade da tarefa e, por outro, ganhar uma maior compreensão das finalidades e natureza das tarefas em cada etapa, conferindo-lhe uma maior segurança e confiança nas suas decisões.

No fundo é assim, eu estou a sentir necessidade de prever e discutir ao pormenor, “aqui acontece isto, aqui acontece aquilo”, porque se eu levar estas coisas, se calhar organizo diferente em casa, faço diferente. Porque depois quando chego à outra turma, com a experiência, eu já passei, já faço de outra maneira... mas hoje notei mesmo, aquela parte foi uma falha minha, quando os deixei fazer da mesma maneira... (RAO_3)

Quanto às dificuldades dos alunos nesta aula, a professora refere que estes estão com alguns problemas em saber como organizar os dados em tabelas de frequências, sobretudo aqueles cujo instrumento de recolha de dados foram os inquéritos. Na introdução que a professora fez nesta aula à organização de dados, em que explicou como se realizavam tabelas de frequências, identificou dificuldades nos alunos ao interpretar as tabelas, confundindo a coluna da variável (idade) com a coluna da frequência absoluta. Por conseguinte, refere que tem de reforçar melhor este conteúdo.

E depois tiveram dificuldade, os que estavam com mais dificuldade foram os dos inquéritos, aquilo estava a fazer-lhes muita confusão, como é que eles depois organizavam. [...] Depois quando comecei a perguntar, houve ali muita asneira, quando comecei a perguntar qual era a frequência absoluta de ter 11 anos e 12, como eles disseram em conjunto, mas houve muita gente a dizer a idade e não a frequência. Aquilo tem de ser mexido outra vez... (RAO_3)

Como aspetos positivos da aula, Inês ressalta a forma organizada como decorreu a recolha de dados. A professora estava bastante receosa em relação a esta fase, a qual antevia que fosse muito agitada e demorada, e por isso pensou numa maneira de agilizar este momento, sequenciando em várias fases as diferentes técnicas de recolha de dados.

Dentro do possível e tendo em conta a algazarra que se podia ter arranjado, até acho que surpreenderam pela positiva, [...] se eu tenho deixado fazer tudo ao mesmo tempo, aquilo tinha sido uma coisa incontrolável e estive a pensar como dar a volta a isto (RAO_3).

Síntese da etapa 2

Em seguida, relacionam-se os diferentes momentos da prática letiva (planificação, condução e reflexão) e analisa-se o conhecimento de Estatística e o conhecimento sobre o ensino da Estatística com investigações estatísticas evidenciados pela professora.

Conhecimento de Estatística. Durante a segunda etapa da investigação estatística, cuja tarefa objetivava a obtenção dos dados, o *conhecimento de Estatística* da professora emergiu em alguns episódios da aula, os quais se passam a analisar.

No início da segunda aula, a professora revelou *conhecimento sobre as diferentes etapas de uma investigação estatística* e de aspetos relacionados com este tipo de trabalho ao sintetizar o trabalho realizado na fase anterior e relacioná-lo com o trabalho futuro a realizar, como forma de dar significado à investigação. Os alunos na etapa anterior tinham realizado conjecturas sobre o perfil do aluno típico da turma, todavia a professora sublinhou a importância da realização da presente investigação para se efetuar um perfil fidedigno. Ainda num outro momento da aula, a professora evidenciou este tipo de conhecimento quando explicou a um dos alunos que, parecia identificar a “estatística” apenas com a etapa de organização e tratamento dos dados, que uma investigação estatística compreende todo um processo com diferentes etapas desde a formulação de questões, passando pelo planeamento e recolha de dados até à formulação de conclusões.

Inês revelou *conhecimento sobre como formular questões estatísticas por natureza*, quando forneceu informação aos alunos para construírem questões de investigação objetivas, de resposta fechada, que fosse exaustiva e diversificada quanto às possibilidades de resposta garantindo que estas não condicionassem e/ou dificultassem a resposta dos inquiridos. Assim, a professora alertou para o facto de, no caso das variáveis

qualitativas, as possibilidades de resposta fossem diversificadas e, no caso das variáveis numéricas, estas apresentassem valores ou intervalos de valores ordenados e que garantissem a presença de todos os valores que variável poderia tomar, tal como referiu na reflexão.

Num outro momento da aula, a professora revelou *conhecimento estatístico sobre a natureza dos dados* ao mostrar saber distinguir entre variáveis qualitativas e quantitativas, explicado que as primeiras podiam quantificar-se e os dados se obtinham por contagem ou medição; já as segundas, não se podiam quantificar por dizerem respeito a uma categoria ou atributo. Dentro das quantitativas, diferenciou ainda as variáveis quantitativas discretas das contínuas através da forma de obtenção de dados se “por contagem” ou “por medição”, respetivamente. Para estas últimas, explicou ainda a necessidade da existência de um instrumento de medida, como o relógio para a variável idade, e o facto de poderem dizer respeito a valores não inteiros. Seguidamente mostrou saber classificar corretamente todas as variáveis do estudo.

Ainda durante esta fase, Inês evidenciou conhecimento sobre *planeamento estatístico*, mostrando saber distinguir entre população e amostra estatística, explicando que no caso concreto da investigação que os alunos estavam a desenvolver estavam a estudar toda a população e a sua dimensão era de 27 pessoas. Definiu sondagem como um inquérito que se realiza a uma amostra para a partir dela tirar conclusões para a população inteira.

Porém, abordou o significado de Censo restringindo-o ao Recenseamento da população Portuguesa que se realiza pelo Instituto Nacional de Estatística, de 10 em 10 anos, parecendo não o identificar com o estudo estatístico que os alunos estavam a realizar com toda a turma.

Ainda relativamente ao planeamento, a tarefa da segunda etapa da investigação continha uma questão que propunha a realização de folhas de registos de dados, a qual Inês desvalorizou. O propósito e a necessidade de realização de folhas de registo de dados inicialmente estiveram pouco claras para Inês. Este aspeto, tal como justificou Inês, deve-se, por um lado, à sua inexperiência para com este tipo de trabalho e, por outro lado, à escassez de tempo que Inês tem tido para planificar as suas aulas com a antecedência e completude de que gostaria.

Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas. Em seguida, analisa-se o conhecimento do ensino evidenciado pela professora, tendo em conta os

seguintes aspetos: “Estrutura e dinâmica da(s) aula(s)”, “Trabalho dos alunos”, “Abordagem à Estatística”, “Estilos de comunicação” (Ponte, 2011) e “Recursos tecnológicos”.

Estrutura e dinâmica da(s) aula(s): Esta segunda etapa da investigação estatística foi desenvolvida em duas aulas com objetivos distintos e, por isso, submetidas a dinâmicas diferentes as quais serão sujeitas a uma análise em separado.

A *segunda aula, de “Planeamento”* teve início com uma introdução geral, com a duração de cinco minutos, em que a professora promoveu a adesão dos alunos à tarefa sistematizando o trabalho realizado na fase anterior e deu significado à investigação estatística como um meio para criar um perfil fidedigno do aluno típico da turma.

Seguidamente, a estrutura da aula foi mediada por cada uma das cinco questões referentes à tarefa específica da segunda etapa da investigação, tal como previu no plano de aula que realizou. Para cada uma das questões, a professora procedeu da seguinte forma: num momento introdutório, promoveu a apropriação dos alunos às questões com lugar ao fornecimento de informação necessária à sua resolução quando considerou importante; num segundo momento, os alunos trabalharam autonomamente, na realização das mesmas. De salientar que nesta aula não houve lugar à apresentação/discussão dos produtos dos alunos, tal como a professora previu no seu plano de aula.

No momento introdutório inerente à primeira questão, com a duração de dez minutos, Inês começou por organizar o trabalho dos alunos e informar cada grupo das características que iriam trabalhar para definir o aluno típico da turma. Posteriormente, promoveu a apropriação da questão através da leitura do enunciado da mesma e do fornecimento de informação para formulação de questões de investigação objetivas, valorizando neste sentido as questões de resposta fechada, com possibilidades de resposta.

O momento exploratório que lhe seguiu teve a duração de vinte e cinco minutos. Para formularem as questões de investigação, os alunos sentiram necessidade de indicar também as possibilidades de resposta pelo que responderam também à questão número dois da tarefa. Durante a reflexão desta aula, Inês referiu que este aspeto foi o que acarretou maiores dificuldades aos alunos, necessitando de um maior apoio da sua parte.

O momento introdutório seguinte, com a duração de cinco minutos, serviu para lançar a terceira questão. A apropriação da tarefa foi induzida através na leitura do enunciado da

mesma em voz alta por um aluno e numa explicação breve para auxiliar os alunos na sua interpretação.

Durante os dez minutos que demorou o trabalho autónomo, os alunos selecionaram a técnica de recolha de dados (medição, inquérito, observação) para cada uma das variáveis em estudo, de acordo com as suas preferências.

No momento introdutório que se seguiu, subjacente à questão número cinco, já que a questão 4 ficou para realizar noutra momento, tal como a professora previra no plano de aula, Inês encetou um questionamento com vista ao aprofundamento dos conhecimentos dos alunos sobre o conteúdo “natureza dos dados” para os dotar de ferramentas para trabalharem autonomamente na exploração da mesma. Verifica-se, no entanto, que a professora mudou de estratégia e decidiu responder à questão em grande grupo, por querer ganhar tempo da aula e/ou talvez por considerar que desta forma os alunos aprenderiam melhor. Seguiu-se uma síntese dos assuntos abordados com recurso a um *PowerPoint*. Demorou cerca de trinta minutos a explorar o conteúdo anterior.

Ao todo, os momentos de introdução tiveram uma duração de cinquenta minutos e as fases de desenvolvimento/exploração das tarefas duraram cerca de trinta e cinco minutos da aula.

No que concerne à dinâmica da *terceira aula de “Recolha de dados”*, esta teve subjacentes três partes diferentes com objetivos distintos: uma primeira parte de preparação das folhas de registo dos dados (questão 4 do enunciado da etapa anterior); uma segunda parte de recolha dos dados; e uma terceira parte de início à organização dos dados. Cada uma destas partes desenvolveu-se através de um momento introdutório seguido de uma fase de trabalho autónomo dos alunos. Nesta aula, à semelhança do que aconteceu na aula passada, não houve lugar à apresentação/discussão dos produtos dos alunos.

No início da aula, a professora realizou uma introdução geral com a duração de dez minutos, em que sistematizou as etapas de uma investigação estatística estabelecendo conexões entre o trabalho realizado e o trabalho a realizar, como forma de dar sentido à investigação. Seguidamente, considerou importante introduzir nesta etapa informação sobre planeamento estatístico, nomeadamente sobre os conceitos de “população”, “amostra”, “censo” e “sondagem”.

Num segundo momento introdutório, com a duração de quinze minutos, a professora começou a focar a atenção dos alunos na realização da questão número 4 da tarefa realizada na aula anterior, sobre a preparação das folhas de registo de dados, ouvindo as sugestões dos alunos e acrescentando alguma informação para formas de registo mais eficientes.

O trabalho autónomo que lhe seguiu teve a duração de 30 minutos, ao invés de os 10 minutos previstos na planificação. Durante este tempo, os alunos realizaram as referidas tabelas de registos de dados, as quais, por lapso, Inês solicitou para todas as variáveis sem exceção. Este engano teve de ser desfeito nos vários grupos o que teve consequências a nível da gestão de tempo. Na reflexão que realizou da aula, Inês lamentou o facto não ser capaz de efetuar uma planificação atempada e eficiente da sua prática por dois motivos: em primeiro lugar, a sua inexperiência para com este tipo de trabalho limitava-a no processo de prever dificuldades que pudessem surgir e antever imprevistos; em segundo lugar, a sua agenda profissional semanal muito sobrecarregada, impossibilitava-a de se debruçar sobre a planificação individual das aulas com uma antecedência maior do que a véspera, sem tempo para refletir e para se apropriar devidamente das suas intenções. Acresce ainda o facto de ser muito complexo conduzir um projeto desta natureza em sala de aula devido à diversidade de aspetos que há que atender em simultâneo para apoiar o trabalho dos alunos. Por conseguinte, estes fatores levavam-na, por vezes, a cometer falhas e/ou a omitir aspetos importantes na condução das aulas que depois tinha de resolver na hora com consequências diretas na gestão do tempo.

Posteriormente a professora começou a lançar a fase da Recolha de dados. Durante 10 minutos, organizou pormenorizadamente o trabalho dos alunos para esta fase.

Os alunos trabalharam autonomamente durante 35 minutos na recolha de dados. No final, surgiram alguns imprevistos. Houve necessidade de prolongar a aula por mais 30 minutos para resolver este e outros imprevistos resultantes da recolha de dados.

No tempo restante do prolongamento da aula, a professora quis adiantar o trabalho da etapa seguinte da investigação, iniciando os alunos na organização de dados em tabelas de frequências, tal como previsto na planificação. Assim, iniciou um momento introdutório, que teve a duração de 10 minutos, em que mobilizou conhecimentos sobre tabelas de frequências, com maior incidência no conceito de frequência absoluta, baseando-se na projeção de um *PowerPoint*.

O trabalho autónomo dos alunos que se seguiu, a faltar 10 minutos para o toque de saída, tinha como objetivo o início da construção de tabelas de frequências. Após avaliar o progresso dos grupos e verificar as suas dificuldades, principalmente na transição dos dados dos instrumentos de recolha de dados para as tabelas de frequência, sobretudo os alunos que realizaram questionários, a professora decidiu fornecer um apoio suplementar aos alunos numa aula extra o projeto, para não comprometer a planificação realizada.

Ao todo, os momentos introdutórios demoraram 45 minutos e os alunos trabalharam autonomamente durante 75 minutos da aula.

Trabalho dos alunos: Embora Inês tenha permitido aos alunos selecionarem as variáveis a estudar, a tensão sentida entre a geração de questões que conduzissem a investigações interessantes para os alunos e o garantir do desenvolvimento do raciocínio estatístico e de uma cidadania crítica, levaram a professora acrescentar ela própria, já que os alunos não chegaram lá, um conjunto de variáveis, como por exemplo o “peso da mochila”, “número de refeições que toma por dia”, “número de refeições de *fast-food* por semana”, entre outras. As variáveis adicionadas por Inês, àquelas elencadas pelos alunos, permitiam, por um lado, proporcionar um trabalho equitativo e mais complexo do ponto de vista cognitivo nos diferentes grupos ao possibilitar trabalhar variáveis de natureza diferente e, por outro lado, dotar o estudo de variáveis suscetíveis de desencadear discussões interessantes no âmbito de temáticas importantes e atuais. Assim, para dar cumprimento ao critério da equidade no trabalho dos diferentes grupos com a possibilidade de estudar variáveis de natureza distinta, foi Inês quem distribuiu as variáveis a estudar pelos grupos. No que se refere à construção das representações para a recolha de dados, embora não tenha dada completa liberdade aos alunos para produzirem as suas próprias representações para recolherem os dados por medição e entrevista, quis primeiro ouvir as suas ideias prévias e sugestões sobre este aspeto e, a partir delas, foi negociando com estes uma representação que pudesse ser mais eficiente, tal como previra na planificação conjunta.

Quanto às técnicas de recolha de dados, Inês pareceu ter dado completa liberdade aos alunos para elegerem as técnicas de recolha de dados de acordo com as suas preferências, embora no seu discurso fosse possível perceber a sua predileção pelos questionários, tal como confessou na planificação conjunta, talvez por ser aquela com que está mais familiarizada. As técnicas de recolha de dados eleitas pelos alunos não foram sujeitas a escrutínio por parte da professora, nem a discussão no seio da turma, exceto no caso das

variáveis cujos dados se iriam recolher sob a forma de medição, embora na planificação conjunta tenha indicado relevante discutir este aspeto com os alunos. Assim, não ficou claro se esta total liberdade permitida aos alunos adveio da convicção da professora nesta ideia ou de alguma insegurança relacionada com a sua inexperiência em conduzir aulas sobre planeamento estatístico.

Relativamente à recolha de dados propriamente dita, Inês deu autonomia aos alunos para recolherem os dados referentes ao seu grupo de acordo com as técnicas selecionadas. Contudo, antevendo a possibilidade de esta fase poder ser barulhenta e confusa, tal como previu na planificação, para manter a disciplina e para que este processo fosse célere e eficiente, dirigiu bastante toda esta fase. Assim, antes do início da recolha de dados, transmitiu algumas regras de organização e de sequenciação do trabalho aos alunos e chamou a atenção para erros frequentes cometidos na recolha de dados, os quais foram partilhados e discutidos nas sessões de trabalho colaborativo. Durante o processo, esteve bastante presente a apoiar o trabalho dos grupos e a relembrar as regras partilhadas. Na reflexão da aula, a professora referiu estar agradada com a forma organizada como decorreu a recolha de dados, a qual se deveu ao planeamento prévio por si realizado.

Durante a recolha de dados surgiram imprevistos só detetados no final do processo: num dos grupos, em três dos seus questionários, os colegas se esqueceram de referir o sexo, o que complicava a organização dos dados já que os alunos tencionavam traçar o perfil por sexo; no outro grupo, grande parte dos alunos colegas assinalaram apenas uma opção nas características psicológicas, quando estava indicado para assinalarem duas. Perante estes problemas, a professora aproveitou a oportunidade para discutir com os alunos a relevância de se efetuar um planeamento adequado bem como a importância de respeitar o trabalho estatístico envolvendo os alunos na busca de soluções. No 1.º caso, os alunos conseguiram despistar os autores dos questionários através da caligrafia. No 2.º caso, houve necessidade de repetir os questionários. Este aspeto acabou por constituir uma oportunidade de aprendizagem significativa para os alunos sobre planeamento estatístico.

Abordagem à Estatística. Durante a presente etapa da investigação estatística, a professora para se antecipar a possíveis dificuldades dos alunos na realização de algumas questões da tarefa que mobilizavam novos conhecimentos, transmitiu conteúdos para dotar os alunos de ferramentas para o efeito. Assim, foi fornecendo informação de forma indireta, tentando envolver os alunos através de questões de resposta curta com vista a obter *feedback* sobre o seu entendimento dos assuntos expostos. No caso do conteúdo “natureza dos dados, foi explorando com os alunos a natureza de cada uma das variáveis

em estudo, agrupando-as no quadro em três conjuntos, cuja distinção se baseasse na forma de obtenção dos dados, sem grandes pretensões com o formalismo da linguagem, a saber: “qualidades”, “quantidades obtidas por medição” e “quantidades obtidas por contagem”. Em seguida, fez uma síntese das aprendizagens realizadas com base num *PowerPoint* informativo, em que progressivamente introduzindo foi o maior formalismo na linguagem.

Após a recolha de dados, a professora quis mobilizar conhecimentos sobre a organização de dados em tabelas de frequências. Assim, foi solicitando pequenos contributos aos alunos como resposta a perguntas colocadas por si para aceder às ideias prévias dos alunos e tomou-as como ponto de partida para mobilizar novos conhecimentos sobre tabelas de frequências absolutas, baseando-se na projeção de um *PowerPoint* informativo. Inês considerou importante demorar-se mais tempo na explicação de aspetos que antecipou constituírem erros comuns dos alunos, como por exemplo na leitura e interpretação de tabelas de frequência referentes a variáveis quantitativas em que os alunos confundem muitas vezes a coluna da variável com a coluna da frequência absoluta, constituindo um assunto discutido numa das sessões de trabalho colaborativo, aspeto que se veio a verificar, tal como a professora confirmou na reflexão da aula.

Estilos de comunicação: Inês iniciou as duas aulas desta etapa com uma introdução geral objetivando dar sentido à investigação, intercalando pequenas explicações, em que assume completamente o discurso, com momentos de questionamento apoiado sobretudo em questões de confirmação para verificar o entendimento dos alunos sobre o trabalho realizado, configurando um estilo de comunicação híbrido, alternando entre um estilo unilateral e o estilo contributivo.

Quanto aos restantes momentos introdutórios inerentes a cada uma das questões da tarefa, para promover a apropriação das mesmas, a professora elegeu maioritariamente o estilo de *comunicação contributiva* em que assumiu o discurso pela necessidade de mobilizar novo conhecimento para os alunos trabalharem autonomamente, antecipando-se assim a possíveis dificuldades dos mesmos.

Há a excecionar em relação ao estilo comunicativo dos momentos introdutórios, aquele que precedeu a recolha de dados em que a professora assumiu completamente o discurso da aula, recorrendo a um *estilo unilateral*, com o intuito que os alunos ouvissem com

atenção a organização e sequenciação do trabalho, as regras e as sugestões que esta transmitiu para a recolha de dados se processasse de uma forma eficiente e rápida.

No que concerne aos momentos de exploração das tarefas, a professora foi avaliando o progresso dos alunos e apoiando o seu trabalho através de questões de focalização e confirmação sem direcionar muito o seu trabalho, evidenciando-se um domínio do *estilo comunicativo contributivo*.

Em suma, verificou-se que houve um domínio do discurso da aula por parte da professora, através de um *estilo contributivo*, tendo os alunos realizado pequenas intervenções, normalmente como resposta a perguntas de confirmação colocadas pela docente para aceder às ideias prévias deles e/ou para obter *feedback* sobre o seu entendimento acerca das ideias apresentadas e exercer a validação do seu discurso.

Nesta etapa, novamente, embora Inês tenha indicado no seu plano de aula a intenção de realizar um conjunto diverso de questões de natureza aberta, do tipo inquirição, as tensões sentidas durante a aula associadas ao surgimento de imprevistos com consequências na gestão do tempo, estas foram substituídas por outras de nível cognitivo menos complexo e de resposta mais imediata por parte dos alunos.

Recursos tecnológicos: A professora fez uso do computador da sala de aula e do projetor multimédia para projetar a tarefa desta etapa da investigação.

Etapa 3: Organização e representação dos dados

A figura 34 representa a tarefa específica referente à terceira etapa da investigação estatística adaptada de “Como são os alunos da minha turma?” (Sousa, 2002) (Anexo 8).

3.ª Etapa

Organização e representação dos dados

Nesta etapa vais tentar descobrir formas de organizar e representar os dados. Escolhe um conjunto de dados de cada tipo e que seja diferente, se possível, dos escolhidos pelos teus colegas. **Para cada conjunto de dados que escolheste**, responde às seguintes questões:

1. Podes dizer que se pode calcular a média? Se sim, qual é? (A **média** de um conjunto de dados discretos ou contínuos obtém-se somando todos os valores e dividindo esta soma pelo número total de dados.)
2. Existe algum valor que seja mais frequente. Se sim, qual é (**moda**)?
3. Se o conjunto de dados foi obtido por contagem ou medição, indica qual é o valor mínimo, o valor máximo e a distância entre estes dois valores (**amplitude**). Achas que os teus dados

estão muito concentrados ou estão espalhados?
 Organiza os conjuntos de dados numa tabela de frequências e/ou representação gráfica adequada (diagramas de caule e folhas, gráficos de pontos, de barras, de sectores circulares) para os teus dados que seja diferente da dos teus colegas de grupo.

Figura 34 - Tarefa da 3.^a etapa da investigação (Sousa, 2002)

Planificação. Apresenta-se em seguida a planificação realizada por Inês das aulas da terceira etapa da investigação - aulas número quatro e cinco para a “organização e representação dos dados”. Assim, indicam-se os seus contributos para a planificação coletiva e aspetos mais importantes dos seus planos de aula individuais, os quais a professora disponibilizou antes das aulas.

Na próxima aula, Inês tencionava fazer a apresentação das tabelas de frequências efetuadas pelos alunos na aula de Formação Cívica. Na aula passada, após a recolha de dados, a professora deu início ao ensino da construção desta representação estatística. No entanto, face às imensas dificuldades manifestadas pelos alunos, Inês sentiu necessidade de fornecer um apoio suplementar numa aula de Formação Cívica em que a investigadora não esteve presente. Após este apoio facultado, Inês não esperava muitos erros nas tabelas realizadas pelos alunos.

A determinação das medidas estatísticas, era o trabalho com os dados que se seguia à construção das tabelas de frequências, de acordo com o plano efetuado pelos professores. A este respeito, Inês antecipava que a média seria a medida mais problemática para os alunos. Assim, parecia considerar que eles não conseguiriam chegar sozinhos ao algoritmo de cálculo da média, pelo facto de cada variável ter um elevado número de dados, uma vez que a turma possuía vinte e sete alunos.

Até porque os valores são muitos, no meu caso são 27. Se nós não lhe dizemos como é que se calcula, eles também não chegam lá a 27. Se lhe perguntares ali 3 ou 4 eles percebem, com menos eles sabem, agora aqui são muitos valores (STC_8).

Já no que se refere à forma de ensinar os gráficos, Inês referiu que já tinha começado elaborar um *PowerPoint* informativo de suporte para esse efeito e, uma vez que iria ter de ensinar quase os mesmos tipos de gráficos a todos os grupos. Tencionava, assim, fazê-lo em simultâneo para a turma, antes de os alunos iniciarem a sua construção: “Mas quando eu for explicar, por exemplo, um gráfico de barras, aí tenho de explicar para a turma toda. Ponho o *PowerPoint* e explico” (STC_9).

Inês sugeriu ainda que se entregasse uma ficha informativa por grupo contendo os passos para a construção dos diferentes gráficos para que desta forma os alunos conseguissem progredir mais rapidamente no trabalho. Este aspeto permitiria também aliviar o seu trabalho, uma vez que tinha receio de não chegar em tempo útil a todos os grupos, já que a turma era muito numerosa e havia seis grupos para apoiar.

Mas eu estive a pensar: sendo em grupo e sendo eles depois que têm de apresentar aos colegas tenho de lhes arranjar um resumo por grupo [...] e dar a cada grupo porque eu não posso estar lá sempre e quando eu sair eles têm de se orientar com alguma coisa (STC_9).

A professora também previu a hipótese de levar os computadores portáteis para a sala para que os alunos pudessem aprender a construir os gráficos na folha de cálculo. Para Inês, os alunos deviam saber realizar gráficos à mão e no computador, pois ambas as formas eram muito importantes. Já havia feito isso numa outra escola e até possuía um guião com os passos para a construção de diferentes tipos de gráficos pelos alunos na folha de cálculo *Excel*. Contudo, o facto de existirem poucos computadores portáteis na escola e a maioria não funcionar poderia constituir um obstáculo à concretização dessa intenção, segundo a mesma.

A gente tem de pensar a longo prazo, eu tive a perguntar pelos portáteis à senhora: “ - Se a gente com muito tempo de antecedência lhe pedir os portáteis, quantos tem para nos dar? - “Professora, quatro e tem sorte se dois trabalharem” [...] (STC_8).

A planificação mais detalhada de cada aula desta terceira etapa da investigação foi apresentada por Inês nos planos de aula 4 e 5 (Figuras 35 e 36, respetivamente). Quanto à condução das aulas desta etapa da investigação, Inês apresentou-as divididas em três partes, tendo cada uma subjacentes objetivos distintos relacionados com conteúdos programáticos diferentes.

No que se refere ao plano da 4.^a aula, Inês subdividiu a aula em três partes em que objetivava, num primeiro momento, que os alunos apresentassem/discutissem as tabelas de frequências realizadas anteriormente, num segundo momento, introduzir alguns conceitos estatísticos novos (média e amplitude) e o cálculo destas medidas pelos alunos e, num terceiro e último momento, dar início à construção de gráficos. A forma como a professora pensava conduzir a aula está descrita na figura 35.

<p>- Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/ discussão da tarefa</p> <p>1.ª parte - Análise das tabelas elaboradas pelos alunos e exploração eventuais erros (20 minutos)</p> <p>A professora projeta as tabelas de cada um dos grupos, enviadas previamente para o <i>email</i> da docente.</p> <p>Em grande grupo, um elemento de cada grupo apresenta aos colegas o seu trabalho.</p> <p>São feitas algumas questões aos grupos explorando-se as potencialidades deste tipo de representação e alguns possíveis erros na sua elaboração.</p> <p>2.ª parte - Medidas estatísticas (30 minutos)</p> <p>Ainda em grande grupo, são colocadas algumas questões aos alunos acerca da sua perceção de moda e média e também de alguma forma de amplitude.</p> <p>De seguida é projetado um <i>PowerPoint</i> sobre estas medidas estatísticas e os alunos transcrevem para o caderno diário.</p> <p>Por fim, solicita-se que cada um dos grupos calcule as medidas estatísticas para as variáveis em estudo, pode discutir-se em grande grupo algum valor que se considere mais significativo.</p> <p>3.ª parte – Construção de gráficos (30 minutos)</p> <p>É projetado para a turma um <i>PowerPoint</i> sobre construção de gráficos de barras, circulares, pictogramas e diagramas de caule-e-folhas.</p> <p>Pede-se aos vários grupos que elaborem pelo menos três desses gráficos de acordo com um plano previamente estabelecido pela docente.</p>

Figura 35 - "Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 4

Já as três partes em que subdividiu a 5.ª aula, referiam-se à construção e apresentação dos gráficos construídos, nos dois primeiros momentos, e à apresentação das medidas estatísticas calculadas na aula anterior, num terceiro momento (Figura 36).

<p>- Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/ discussão da tarefa</p> <p>1.ª parte – Construção de gráficos (40 minutos)</p> <p>A professora exemplifica no quadro branco a construção de um gráfico circular.</p> <p>De acordo com um plano previamente estabelecido pela professora, cada um dos grupos constrói pelo menos 3 dos gráficos apresentados na aula anterior.</p> <p>2.ª parte- Apresentação dos gráficos à turma (20 minutos)</p> <p>O porta-voz de cada um dos grupos projeta um acetato com os gráficos elaborados.</p> <p>São feitas algumas questões aos grupos explorando-se as potencialidades dos vários tipos de gráficos e alguns possíveis erros na sua elaboração.</p> <p>Como resumo explora-se o <i>PowerPoint</i> onde estão resumidas as potencialidades e as desvantagens de cada um dos gráficos.</p> <p>3.ª parte – medidas estatísticas e início da tarefa 5 (20 minutos)</p> <p>Projetam-se as medidas estatísticas previamente calculadas por dois grupos e discutem-se os possíveis erros.</p> <p>Faz-se a síntese das vantagens e desvantagens de cada uma das medidas estatísticas através da projeção de um <i>PowerPoint</i>.</p> <p>De seguida, os alunos iniciam a 4.ª etapa. No caso de ser não ser possível disponibilizar os dados de toda a turma afixando-os na sala pede-se a cada um dos grupos que comece por analisar apenas os dados do seu grupo.</p>

Figura 36 - "Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 5

Quanto às “Questões a colocar aos alunos”, no plano de aula 4, Inês apresentou um conjunto de 24 questões, repartidas por três conteúdos programáticos: “tabelas de frequência”, “medidas estatísticas” e “gráficos estatísticos” (Figura 37).

- Questões a colocar aos alunos**
1. Neste conjunto de dados qual é o mais frequente? E o menos frequente?
 2. Qual é a moda?
 3. Como procederam para construir esta tabela em que os dados estão agrupados?
 4. O que deve constar na 1.ª coluna da tabela? E na 2.ª coluna?
 5. Porque tiveram necessidade de agrupar os dados?
 6. O que é a frequência absoluta?
 7. Como se calcula a frequência relativa?
 8. Qual é a soma dos valores de todas as frequências relativas? E das percentagens correspondentes?
 9. Pela análise da tabela conseguem tirar algumas conclusões sobre por exemplo a idade do aluno típico?
 10. Tendo em conta os dados fornecidos pela tabela, formula três afirmações acerca da mesma.
 11. Faz sentido calcular a média para todo o tipo de dados? Porquê?
 12. O que têm que fazer para calcular a média das idades? (No caso de dados sem serem agrupados e agrupados).
 13. Neste contexto o que significa a média?
 14. O que significa equilibrar os pratos da balança entre os grandes e os pequenos valores? Ou seja o que será o centro de gravidade dos valores recolhidos.
 15. Então se a média das idades de 4 meninos for 13, podemos imaginar a idade de cada um?
 16. No caso do n.º de irmãos, qual é o valor extremo que influenciou o valor da média?
 17. Então para que o valor da média seja o centro de gravidade de que forma se devem distribuir esses valores em relação ao valor médio?
 18. Apesar de a média ser uma importante medida estatística será que nos permite afirmar que:
 - os dados são todos iguais? - os dados são diferentes?
 19. Se o conjunto de dados foi obtido por contagem ou medição, indica qual é o valor mínimo, o valor máximo e a diferença entre estes dois valores (amplitude).
 20. Achas que os teus dados estão muito concentrados ou estão espalhados? Justifica.
 21. Para além da tabela de frequências utilizada, indica outras formas de apresentar a informação.
 22. Se tivesses que fazer um cartaz qual a forma de representar a informação que escolherias? Porquê?
 23. Se tivesses que organizar muitos dados qual o suporte que utilizarias? Porquê?
 24. Quais são os elementos que julgas importante que cada gráfico contenha?

Figura 37 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 4

Já no plano de aula 5, verifica-se que Inês apresentou um conjunto de 22 questões (Figura 38), das quais 8 são repetidas em relação ao plano de aula anterior (a sombreado), uma vez que a professora tencionava dar continuidade ao trabalho iniciado na aula transata. Uma análise da natureza das questões apresentadas em ambos os planos, permite concluir que as questões são maioritariamente de natureza fechada, questões de confirmação, que pretendiam avaliar os conhecimentos dos alunos. Existem também algumas questões de natureza aberta, do tipo “inquirição”, com o intuito de aceder ao pensamento dos alunos e desafiá-los na busca de novo conhecimento estatístico (Mason, 2000).

- Questões a colocar aos alunos**
1. Neste conjunto de dados qual é o mais frequente? E o menos frequente?
 2. Qual é a moda?
 3. O que é a frequência absoluta?
 4. Como se calcula a frequência relativa?
 5. Pela análise do gráfico conseguem tirar algumas conclusões sobre por exemplo a idade do aluno típico?
 6. Tendo em conta os dados fornecidos pelo gráfico, formula três afirmações acerca da mesma.
 7. Analisa os vários conjuntos de dados que tu e os teus colegas obtiveram. Compara as diferentes representações que apareceram. Escolhe, justificando, aquela que, em cada caso, dá uma melhor visão dos dados.
 8. Quando se deve optar pelo gráfico circular? E que desvantagens pode existir neste tipo de representação?
 9. E pelo gráfico de barras? Consegues descobrir algumas vantagens em relação a outros tipos de gráficos?
 10. No caso do pictograma apesar de ter um forte impacto visual será sempre exequível a sua utilização? Porquê?
 11. Em que situações é vantajoso utilizar o diagrama de caule-e-folhas?
 12. Se tivesses que fazer um cartaz qual a forma de representar a informação que escolherias? Porquê?
 13. Faz sentido calcular a média para todo o tipo de dados? Porquê?
 14. Para que tipo de dados não é possível calcular a média?
 15. Num determinado contexto o que significa a média?
 16. O que significa equilibrar os pratos da balança entre os grandes e os pequenos valores?
 17. Então para que o valor da média seja o centro de gravidade de que forma se devem distribuir os extremos em relação ao valor médio?
 18. Apesar da média ser uma importante medida estatística será que nos permite afirmar que:
 - os dados são todos iguais? - os dados são diferentes?
 19. Achas que os teus dados estão muito concentrados ou estão espalhados? Justifica.
 20. Escolhe, justificando, aquela que, em cada caso, dá uma melhor visão dos dados.
 21. Repara nas respetivas medidas estatísticas, usadas para resumir a informação contida num conjunto de dados. Consegues dizer quando é preferível utilizar uma ou outra, ou se será indiferente a sua utilização?
 22. Consegues dizer qual o conjunto de dados com maior e com menor amplitude? O que querará isto dizer?

Figura 38 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 5

Condução. Apresenta-se, em seguida, a condução da quarta e quinta aula referentes à terceira etapa da investigação estatística.

Aula 4: “Organização e representação de dados – parte I”. A aula iniciou com a apresentação das tabelas de todos os grupos realizadas na aula de Formação Cívica, exceto do grupo 5, que não conseguiu cumprir com o envio das tabelas à professora por impedimentos técnicos. Inês analisou previamente o trabalho dos alunos, embora não tenha efetuado quaisquer correções explícitas, apenas algumas chamadas de atenção para eventuais aspetos a discutir na aula

Na apresentação, centrou a discussão nos aspetos técnicos destas representações dando principal enfoque às que continham erros de construção como as que se apresentam em seguida, relegando para outro momento outros aspetos da sua interpretação. Para o efeito,

colocou questões de confirmação para entender a compreensão dos alunos acerca do assunto.

Por exemplo, uma das tabelas do grupo 1 em que Inês se demorou mais foi a tabela referente á variável “número do calçado” a qual continha alguns erros técnicos. Para além de os alunos terem omitido a linha dos totais, estes apresentaram valores superiores à unidade para a frequência relativa por sexo (Figura 39).

A professora aproveitou a ocasião para relembrar o algoritmo para cálculo da frequência relativa e desenvolver o sentido de número e de operação, discutindo com os alunos a ordem de grandeza do quociente entre dois números inteiros em que o dividendo é inferior ao divisor.

N.º de calçado	Frequência absoluta			Frequência relativa			
	m	f	m+f	m	f	m+f	
35	0	1	1	0,27	1,27	0,04	4%
36	1	1	2	1,27	1,27	0,07	7%
37	2	3	5	2,27	3,27	0,19	19%
38	4	4	8	4,27	4,27	0,30	30%
39	6	3	9	6,27	3,27	0,33	33%
40	0	0	0	0,27	0,27	0,00	0%
41	0	0	0	0,27	0,27	0,00	0%
42	1	0	1	1,27	0,27	0,04	4%
43	1	0	1	1,27	0,27	0,04	4%

Figura 39 - Tabela de frequências do grupo 1 - variável "N.º de calçado" – recuperação a partir do vídeo (AO_4).

Professora: Vamos ver a seguinte [...] expliquem-me lá onde é que vocês foram buscar estes valores daqui e daqui? Como é que vocês fizeram os cálculos para esta coluna e para esta? [frequências relativas por género]. O que é que nós sabemos acerca das frequências relativas quando estão na forma de numeral decimal? O que é que a gente sabe? Qual é a soma das frequências relativas quando estão na forma de numeral decimal?

Aluno: 1.

Professora: Olhem lá para aqui. Não está cá a coluna do total mas o que é que vocês acham? Então pergunto eu a esse grupo: como é que se calcula a frequência relativa?

Aluno: Aqui no total a gente dividiu 3 por 27...

Professora: Então mas 3 a dividir por 27 tem de dar um número superior ou inferior à unidade?

Aluno: Inferior.

Professora: Então como é que me aparecem além números superiores à unidade? [...] Houve aí umas trocas, certo? E se vocês têm feito a coluna dos totais que falta ali, o que é que vocês tinham descoberto imediatamente? [...]

Aluno: Mas professora a gente tinha isto bem feito o J. é que se enganou quando passou a computador. (AO_4)

Parece que este lapso do grupo decorreu de um erro de transcrição pelo aluno que efetuou a tabela no computador, em que a frequência relativa devia estar apresentada na forma de fração ($1/27$) e o aluno ao passar assumiu um numeral decimal ($1,27$), não discernindo, porém, sobre a inadequabilidade da sua ordem de grandeza face ao contexto.

Também o grupo 2 possuía uma tabela com chamadas de atenção que a professora queria discutir sobre uma incorreção cometida pelas alunas, pois confundiram as duas representações equivalentes do número racional que representa a frequência relativa, na forma de percentagem e na forma de numeral decimal (Figura 40).

Cor dos olhos	Frequência absoluta			Frequência relativa		
	m	f	m+f	m	f	m+f
Verde	2	3	5	$2:15=0,1$	$3:11=0,3$	$5:27=0,2\%$
Castanho	13	8	21	$13:15=0,9$	$8:11=0,7$	$21:27=0,8\%$
Azul	0	0	0	0	0	0%
Preto	0	0	0	0	0	0%

Figura 40- Tabela de frequências do grupo 2 - variável "Cor dos olhos" - recuperação a partir do vídeo (AO_4)

Professora: Só falta aqui rapidamente o grupo da C. que é o grupo 2.

Aluna: Professora, a tabela está mal!

Professora: Já estiveram a olhar para ela e já descobriram, digam lá o que é que descobriram!

Aluna: Nós ainda não refizemos a cor dos olhos, já refizemos as outras, só que a cor dos olhos ainda não nos deu bem. Vimos quantas pessoas cá da turma que tinham olhos castanhos e foi a que deu maior, 22 pessoas do sexo masculino e feminino que equivale a 81 por cento só que agora não sabemos a percentagem dos outros porque o resto está mal, professora.

Professora: Mas explica-me lá o que é que vocês calcularam mal, faz de conta que eu não percebi. O que é que vos aconteceu, até porque há aqui umas coisas que ...

Aluna: Arredondámos mal.

Professora: Será possível eu ter aqui esta percentagem? Qual foi a confusão? Não foi o arredondamento! Além do arredondamento, o que é que me está aqui a acontecer? Eu não estou a perceber! Reparem vocês aqui fizeram o 5 a dividir por 27, certo?

Aluno: dá 20 por cento, não dá 0,2 por cento.

Professora: O vocês confundiram a frequência relativa com o quê?

Alunos: Percentagem.

Professora: Com a frequência relativa em percentagem. Primeiro eu calculo a frequência relativa em quê? Em numeral...

Alunos: decimal...

Professora: Depois é que cálculo em percentagem. (AO_4)

Ainda a respeito da mesma tabela, os restantes alunos indicaram ainda duas incorreções: contagens mal feitas e a inexistência da linha referente aos totais.

Alunos: E falta o total.

Professora: E falta o total.

Aluno: E está mal, o masculino tem de dar 16 e dá 15.

Professora: Portanto, o que é que se passou aqui, algumas contagens não estão bem feitas. Esse grupo tem de refazer as contagens. Vamos lá ver nas outras.

Aluna: Nas outras também (AO_4).

Outras tabelas que também mereceram pontualmente a atenção por parte da professora, foram as que diziam respeito a variáveis que continham valores discrepantes.

Um exemplo disso é a tabela referente à variável “Número de irmãos” (Figura 41), do grupo 4, sobre a qual se gerou uma discussão muito interessante sobre as medidas estatísticas. Assim, a professora colocou uma questão de inquirição aos alunos tentando perceber a ideia que estes possuíam sobre aquele que deveria ser o valor adequado para o número de irmãos do aluno típico da turma, tendo em conta a existência de valores discrepantes tão acentuados, tentando fazer a ligação ao conteúdo “medidas estatísticas” que era o trabalho que se seguia.

Os alunos responderam o valor mais frequente – 1 irmão – e apresentaram argumentos referentes à moda. Porém, a resposta dos alunos pareceu não ter satisfeito a professora que procurava obter como resposta a média.

N.º IRMÃOS	FREQUÊNCIA ABSOLUTA			FREQUÊNCIA RELATIVA		
	M	F	M&F	MASCULINO	FEMININO	M&F
0	4	0	4	4/16=0,25=25%	0/11=0=0%	4/27=0,15=15%
1	7	8	15	7/16=0,44=44%	8/11=0,73=73%	15/27=0,55=55%
2	2	2	4	2/16=0,12=12%	2/11=0,18=18%	4/27=0,15=15%
3	1	0	1	1/16=0,06=6%	0/11=0=0%	1/27=0,04=4%
4	0	0	0	0/16=0=0%	0/11=0=0%	0/27=0=0%
6	1	0	1	1/16=0,06=6%	0/11=0=0%	1/27=0,04=4%
12	1	1	2	1/16=0,06=6%	1/11=0,09=9%	2/27=0,07=7%
TOTAL	16	11	27	1=100%	1=100%	1=100%

Figura 41 - Tabela de frequências do grupo 4 - variável "Número de irmãos" - recuperação a partir do vídeo (AO_4).

Aluno: Nesta tabela estudámos o número de irmãos que cada aluno tem. Do sexo masculino, 25 % não tem irmãos, 44% tem 1 irmão [...]; do sexo feminino, 72% tem 1 irmão [...].

Professora: Então, vamos lá aqui ver uma coisa: qual será o valor mais frequente?

Aluno: 1 irmão.

Professora: É ter um irmão. Então e se eu quisesse saber mais ou menos o aluno típico quantos irmãos teria?

Aluno: 1.

Professora: 1?! Então vamos ficar com esta ideia. Como é que tu chegaste a essa ideia do aluno típico ter 1 irmão?

Aluno: Porque a maior parte da turma tem 1 irmão.

Professora: E será que vai dar assim um número 1 mesmo, fica um número inteiro?

Aluno: Não.

Professora: Então? Olhem eu já estou a fazer perguntas do que vem a seguir, vocês é que não estão a perceber. Temos de fazer render o tempo, como isto está a demorar um bocadinho. Então, eu dizia assim: o aluno típico à partida terá 1 irmão porque é o valor mais frequente e como é que a gente pode ter de certeza que o aluno típico vai ter 1 irmão?

Aluno: Porque mais de metade da turma tem 1 irmão. (AO_4)

Não contente com a resposta dada pelos alunos acerca do “n.º de irmãos do aluno típico”, Inês voltou atrás para tentar perceber novamente as ideias prévias que os mesmos possuíam sobre a média, parecendo considerar que esta medida de centro seria a mais adequada para representar a distribuição e não a moda como eles sugeriram.

Professora: Então e se eu falar da média dos irmãos da turma, qual é que será?

Aluno: 1.

Professora: E se 55% dos alunos da turma tivessem 2 irmãos, qual seria a média?

Alunos: 2.

Professora: Toda a gente concorda com o que eu estou a ouvir? Sim? [...] E se eu disser assim: qual será o número médio de horas por semana que se pratica videojogos? Olhem lá para ali.

Alunos: 2 horas.

Professora: Porquê? Por que é que vocês dizem isso? [...]

Aluno: Por que é a maior parte da turma joga duas horas por semana.

Professora: Então mas esse nós no outro dia demos-lhe um nome, é o valor mais frequente e chama-se o quê em Estatística?

Aluno: Moda.

Professora: Chama-se a moda. Será que estou a perguntar a mesma coisa?

Aluno: Está a perguntar a mesma coisa, como assim?

Professora: Reparem, eu estou a perguntar a moda ou estou a perguntar a média?

Alunos: A média.

Professora: E será que se trata da mesma medida estatística?

Alunos: Não.

Professora: Então já vamos ali ver outros exemplos, mas vocês acham que a média será 2 horas. Vamos lá ver se é se não é. Vamos lá pensar. Eu agora vou utilizar ali um exemplo, outro exemplo, para ver se será mesmo isso, está bem? (AO_4)

Relativamente à tabela anterior, ficaram por discutir alguns arredondamentos às centésimas incorretamente realizados pelos alunos (Figura 41).

Com a apresentação das tabelas de frequências, Inês tinha assim concluído a questão 4 da tarefa específica referente à terceira etapa da investigação de “Organização e representação de dados” (Figura 34). Embora a tarefa propusesse a determinação das medidas estatísticas antes da realização das representações tabulares e gráficas, Inês e o seu grupo de trabalho colaborativo, consideraram, face ao elevado número de dados disponíveis, ser mais produtivo, organizar primeiro os dados em tabelas de frequência antes de se proceder à determinação dos resumos numéricos.

Posteriormente, Inês dá início a um *momento introdutório* com o intuito de lançar a questão 1 da tarefa, assente na sua leitura por parte dos alunos.

Para facilitar a apropriação da questão, que se referia ao conceito de média aritmética o qual era desconhecido para os alunos, a professora, através de uma comunicação *contributiva*, orientou a participação dos alunos através de questões de confirmação para aceder às suas ideias prévias a respeito deste conceito e, partindo daí, forneceu pistas para que os alunos chegassem a algumas ideias sobre esta medida de centro.

Professora: Primeira coisa, vocês têm aqui logo para calcularem a média. Então, vamos lá ver uma coisa: se eu utilizar por exemplo o grupo que esteve ali nas “alturas”, por exemplo, vamos lá ver, que as pessoas lembram-se mais ou menos das alturas de cada um. C., qual era a tua altura que tu registaste?

Aluna: 1, 48m. [...]

Professora: Pedro, qual foi a altura que ficou para ti?

Aluno: 1,60m.

Alunos: Grande diferença [risos]

Professora: Então vamos lá ver, eu posso dizer qual é que vocês acham que é a média das alturas de eles os 2?

Alunos: 1,50, 1,40 e...

Professora: Aproximadamente, achas tu. É assim, a C., 1,48m, e o P., 1,60m. Agora é assim, o P. acha que será por volta de 1,50m. O R., acha que será 1,56m.

Aluno: 1,54, porque entre 48 e 60 dá 12 e o meio de 12...

Professora: A diferença entre...

Aluno: A diferença entre 60 e 48 dá 12 e metade de 12 é 6 e 48 mais 6 dá 54 e 1,54 é o número do meio entre...

Professora: Eu estou-te a perceber (risos). Mas consegues explicar isso de uma maneira mais rápida para os teus colegas? Eu percebi-te, mas não sei se toda a gente acompanhou o teu raciocínio.

Aluno: É a média.

Professora: É a média, mas como é que se calcula a média?

Aluno: Somam-se esses valores e divide-se pelo número de valores que se somou.

Professora: Somo estes dois valores e divido pelo número de observações. Quantas eram?

Alunos: Duas.

Professora: E dá 1,54. Então estive a calcular a média, então a média pode ser um valor assim que nós achemos que é aquele? É?

Aluno: Precisamos de fazer um cálculo. (AO_4)

Durante este questionamento, os alunos foram, eles próprios, concluindo acerca de algumas propriedades da média, as quais a professora mostrou conhecer e aproveitou para reforçar. Por exemplo, um dos alunos percebeu que a média tem de ser um valor compreendido entre os valores extremos que a variável assume.

Professora: E então digam-me lá uma coisa, ainda acham que [a média de] o número de irmãos será 1? Então?

Aluno: Não, a média será um valor entre o número maior e o número menor.

Professora: Maior como?

Aluno: Com mais irmãos e com menos irmãos, o máximo de 12 e o mínimo de 0.

Professora: Então, mas assim tenho ali um intervalo muito grande.

Aluno: Há de ser entre o 12 e o 0. (AO_4)

Em seguida, a professora aproveitou a conjectura de um dos alunos sobre o valor da média do número de irmãos para explicar que esta medida estatística pode assumir valores não inteiros que nem sempre fazem sentido no contexto da variável em estudo.

Aluno: 4,5 [média do número de irmãos da turma].

Professora: Será?

Aluno: 4,5! Tinhas de partir um irmão ao meio! (risos).

Aluno: Não se pode somar os irmãos todos e depois dividir por 27?

Professora: Ah!!! Agora já ouvi! Então é assim, vocês disseram-me uma coisa que provavelmente o número de irmãos não será um número inteiro, não? ... Bom, é assim, quando vocês me diziam que o número de irmãos era 1, eu perguntei-vos qual era a moda. Qual é a moda do número de irmãos aqui?

Aluno: É 1, mas a média ...

Professora: A média pode ou não ser um número inteiro. Se vocês dissessem que a média era 1 era porque a média é igual à moda. Será que acontecesse sempre isso?

Alunos: Não... (AO_4)

Quando os alunos pareciam já ter compreendido o algoritmo para o cálculo da média, a professora aproveitou para questioná-los sobre como calcular a média do número de irmãos com os dados agrupados numa tabela de frequências, antecipando possíveis dificuldades as quais foram discutidas nas sessões de trabalho colaborativo.

Um dos alunos respondeu que se deviam somar apenas os valores da coluna da frequência absoluta e outro aluno revelou dúvidas em relação à pertinência do uso do valor da variável “zero” na fórmula de cálculo. No entanto, através de algumas pistas fornecidas

pela professora, os alunos chegaram à forma correta do cálculo da média em dados agrupados em tabelas de frequências e esta solicitou que todos efetuassem o cálculo da média do número de irmãos no caderno.

Professora: Qual é a tua ideia?

Aluno: Somar o número total de irmãos...

Professora: Fazia o quê? 1, mais 2, mais 3? [Soma a coluna dos valores da variável]

Alunos: Não, não, não, 4 mais 15, mais 4 mais 1 mais 1... [...]

Alunos: Também não é assim porque isso aí é o número das pessoas ...

Professora: [...] Estamos a dizer coisas muito importantes porque afinal vocês até estão a descobrir que a ideia que tinham pode ser melhorada. Então vamos lá aqui ouvir a ideia do M. e depois vamos aqui ouvir outra pessoa.

Aluno: Eu concordo porque aqueles números o 4, o 15, o 4 é o número de pessoas que têm aqueles irmãos.

Professora: Então o que é que eu faço ... então se calhar tenho de fazer o quê? Ideias? F., diz lá a tua ideia.

Aluno: Temos de fazer 12×2 mais 2×6 mais 1×3 mais 4×2 mais 15×1

Professora: Muito bem! Certíssimo. E depois dividimos por quanto?

Aluno: 27 [...]

Professora: E o zero?

Alunos: Vai dar zero.

Professora: É verdade, mas tenho de cá por porque o zero [...] aqui no 4, no 5 não faz sentido porque aqui não tenho nenhuma frequência. [...] e agora vou fazendo as várias multiplicações e vou descobrir o número médio. Vamos lá fazer no caderninho.

Professora: Então fica 0 mais 15 mais 8 mais 3 mais o 6 mais 24. Está? Agora quero o resto.

Aluno: Vai dar 2,077 (AO_4).

Ainda no âmbito deste momento introdutório, a professora considerou importante referir outra propriedade da média, a sua fraca resistência. Assim, partindo de uma conjectura dos alunos sobre o número de irmãos do aluno típico da turma, à qual os alunos responderam “1 irmão”, quer para a moda quer para a média, por ser o valor mais frequente, explicou a influência dos valores discrepantes na média que a faziam afastar-se da moda. Todavia, parecia considerar a média como a medida mais adequada para resumir os dados.

Professora: Qual era a vossa expectativa do n.º de irmãos do aluno típico da turma?

Aluno: 1

Professora: E agora se está no 2 e mais um bocadinho, porque é que a vossa expectativa não corresponde. Porque é que aquela média é diferente da vossa expectativa? O que é que aconteceu para que aquilo fosse assim tão diferente? Não há ali nada que influencie e que se eu tirasse de lá, a nossa expectativa já seria mais ou menos igual à média? Olhem lá bem para o quadro! Está no quadro! Quais foram os valores que vocês acham que foram alterar a vossa expectativa?

Alunos: Os zeros.

Professora: é?!

Professora: É pouco frequente ter 0 irmãos?

Alunos: O 12.

Professora: Ah! Porquê? Porque o 12 se afasta muito dos outros da nossa quê? Qual é a moda?

Alunos: 1.

Professora: E o 12 é perto do 1. Então quais foram os valores que alteraram a nossa expectativa?

Alunos: o 12.

Professora: Então vamos lá ver, a média é um valor que equilibra normalmente os grandes valores e os pequenos valores. Qual é o grande valor aqui?

Aluno: 12

Professora: e o menor?

Aluno: 0 (AO_4).

Com o intuito de esclarecer acerca da fraca resistência da média, a professora apresentou o significado de média utilizando os termos “número que equilibra os grandes valores com os pequenos valores”, “ponto de equilíbrio” e o “centro de gravidade” (Mokros & Russell, 1995) não aprofundando muito estes significados.

Professora: Arranjamos ali um ponto de equilíbrio para nós não cairmos como se fosse o centro da gravidade, certo? Mas quando temos valores muito dispersos o que é que vai acontecer à nossa média? [...] Quando temos um valor muito diferente dos outros quer seja muito maior ou muito menor, o que é que vai acontecer? A nossa média é parecida com a moda quando temos ali valores muito diferentes ou não?

Alunos: Não.

Professora: Então, a média, apesar de ser uma medida muito, muito importante em Estatística, porque nos dá uma ideia do conjunto, se houver valores muito diferentes, a nossa média afasta-se um bocadinho do que que nos estávamos à espera?

Alunos: Da moda (AO_4).

Por fim, a professora considerou ainda importante incitar os alunos a refletirem se seria possível calcular a média para todos os tipos de variáveis, levando-os a concluir que a média só era possível de se calcular no caso das variáveis quantitativas.

Professora: Podia calcular a média do “tipo de jogos”?

Aluno: Sim. [...]

Professora: [...] Podemos calcular aquela média? Sim? E a média da “cor dos olhos” da turma, podemos? E da “cor do cabelo”?

Alunos: Não.

Professora: Podemos dizer apenas o quê acerca da “cor do cabelo” ou da “cor dos olhos”? Qual é a medida estatística que podemos dizer acerca da “cor do cabelo” ou da “cor dos olhos”? [...]

Alunos: Moda.

Professora: Então que tipo de dados é que eu tenho aqui? Que tipo de dados é que eu tenho aqui! Quando eu não posso calcular a média como é ali muito bem dito na “cor dos olhos” ou na “cor do cabelo”, como é que eu posso classificar a variável, é uma variável de que tipo? [...]

Aluno: Qualificativa. [...]

Professora: Qualitativa. E quando eu calculei o n.º de irmãos?

Aluno: Quantitativa. [...]

Professora: Para as variáveis quantitativas. Para as qualitativas eu não posso calcular a média, está bem? (AO_4)

Seguidamente, após esta introdução demorada, a professora lançou o *trabalho de grupo*, referindo que os alunos estavam a ficar dispersos e ansiosos para começarem a trabalhar autonomamente, evidenciando conhecer os seus alunos.

Assim, solicitou que os grupos calculassem as médias para as suas variáveis quantitativas, não distinguindo o sexo, e projetou um diapositivo de um *PowerPoint* informativo 4 (Anexo 11) sobre algoritmo para o cálculo da média em dados agrupados em tabelas de frequências para o caso de surgirem dúvidas.

Então vamos lá ver, o que vocês vão ter de fazer é calcularem as médias para as vossas variáveis quantitativas. Comecem já para eu depois por aqui um *slide*. [...] se houver dúvidas vocês têm aqui, mas vocês também têm um exemplo do quadro [...] eu estou um bocado atrasada, e agora em sala de aula calculam-me as médias só para os totais, está bem, quer dizer que incluem as meninas e os meninos [...] Mas façam lá média, que eu não vos posso deixar mais tempo a olhar para o quadro senão vai dar asneira, dispersam-se. (AO_4)

Os alunos começaram a trabalhar em grupo e a professora foi circulando para avaliar o seu progresso e para prestar apoio aos mesmos, ora colocando questões, maioritariamente de confirmação, procurando avaliar os conhecimentos dos alunos e se estes haviam compreendido como se calculava a média e se sabiam para que variáveis o fazer, ora sendo mais diretiva, respondendo diretamente às perguntas dos alunos, perfazendo um discurso maioritariamente contributivo.

O grupo 1 foi o primeiro a evidenciar algumas dúvidas relativamente aos tipos de variáveis para os quais se deveria calcular a média.

Aluno: Professora, como é que se calcula a média? É para saber a média do quê?

Professora: Esta aqui tu podes calcular [Desporto preferido]? Que tipo de dados são estes?

Aluno: É uma medição.

Professora: Este aqui é uma medição! É uma variável, quê?

Aluno: Qualitativa.

Professora: Eu posso calcular a média para dados qualitativos? Posso? Posso? O que é que eu acabei de dizer? A “cor dos olhos”, podia?

Aluno: Não, não se pode! (AO_4)

Entretanto, no grupo 2, os alunos estavam num impasse sem conseguir calcular a média de dados não agrupados, organizados num diagrama de caule-e-folhas.

Professora: Aqui, dúvidas?

Aluna: Ó professora, nós já fizemos.

Professora: Já fizeram, para todos?!

Aluno: Nós, só dá para fazer um.

Professora: Não, não, não! Nem pensar. Dá para fazer em 2, vocês tinham 3 tipos de variáveis!

Aluno: Na altura?

Professora: Então, na altura agora como é que fazes?

Aluna: Somamos isto tudo.

Professora: [...] Então, o que é que a gente agora tem de fazer é ir às alturas iniciais mesmo, somá-las e dividir por quanto?

Aluna: Por 27 (AO_4).

O grupo 6 parecia já ter compreendido muito bem o que era para fazer e a professora aproveitou para reforçar a ideia de que, no caso das variáveis deste grupo, a inexistência de valores discrepantes aproximava os valores da média e da moda.

Aluna: Nós só podemos calcular para duas porque as características psicológicas é quali... tativa.

Professora: Qualitativa, certo. E então? Correspondeu às vossas expectativas ou não [variável idade]? [...] Vocês aqui não têm muitos valores [discrepantes] ... a média vai-se aproximar muito da moda, certo?

Alunos: Pois (AO_4).

Após todos os grupos terem esclarecido as suas dúvidas para poderem progredir no trabalho e responder à questão 1 da tarefa, a professora decidiu interromper o trabalho de grupo e levar a cabo um *novo momento introdutório* para reforçar a explicação sobre o algoritmo para o cálculo da amplitude, a medida estatística que se seguia correspondente à questão 2 e sublinhar que esta medida só era possível de se determinar para dados quantitativos. Assim, mantendo um perfil de comunicação contributivo, envolveu os alunos através da resposta a questões de confirmação por forma a guiá-los no surgimento das ideias que pretendia.

Professora: Vamos lá, tomem lá atenção. Falta-vos só calcular uma coisa que é muito simples, falta-vos só calcular uma coisa muito simples que há bocadinho,

sem vocês perceberem, fui falando convosco, por exemplo, ali eu disse-vos assim: como é o valor máximo do número de irmãos?

Alunos: Era ter 12.

Professora: E o número mínimo?

Alunos: 0.

Professora: Então eu, sem vocês perceberem, já falámos numa medida estatística que se chama amplitude. E a amplitude é apenas a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo. Qual é a amplitude do número de irmãos na nossa turma?

Alunos:...

Professora: Qual é o valor máximo? Qual é o máximo?

Aluno: 12

Professora: Qual é o mínimo?

Alunos: 0

Professora: Então qual é a amplitude?

Alunos: 12

Professora: 12. Olhem, eu posso calcular a amplitude para as variáveis qualitativas?

Alunos:... Não (AO_4).

A professora deu alguns minutos para os alunos calcularem a amplitude e terminarem as restantes medidas, enquanto projetou um diapositivo do *PowerPoint* informativo 3 com a definição de valores extremos e amplitude (Anexo 11). Posteriormente, foi circulando novamente pelos grupos para se inteirar do trabalho que estes estavam a realizar e para prestar apoio e esclarecer dúvidas.

As dificuldades evidenciadas pelos alunos foram muito semelhantes àquelas que demonstraram anteriormente com o cálculo da média, a saber: compreender para que variáveis era possível determinar a amplitude; confundir as colunas dos valores da variável e da frequência absoluta no cálculo das medidas.

Outro aspeto que causou alguma perplexidade aos alunos, foi o facto de calcularem várias medidas estatísticas diferentes e independentes, sem perceberem a importância de cada uma delas e que estas se podiam relacionar entre si, parecendo esperar apenas um valor único como resposta como é habitual na disciplina de Matemática.

Aluno: É o máximo menos o mínimo. Não dá para fazer aqui nos bifeinhos e isso.

Professora: Porque é o quê, é um dado quê, é uma variável, quê? [...]

Aluno: Qualitativa. E aqui também não dá é o peso.

Professora: Dá, sim senhor! [...] Então como é que se faz?

Alunos: 60 menos 35.

Professora: Claro!

Aluno: Então isso quer dizer que isto não interessa?

Professora: O quê?

Aluno: Isto aqui a ...

Professora: Olhem lá, há 3 medidas estatísticas. Elas são iguais?

Alunos: Não.

Professora: Há mais, mas para vocês só há 3. Então uma coisa é a moda, outra coisa é a média e outra coisa é a amplitude. As medidas estatísticas são medidas que nos dão uma noção do conjunto, certo?

Aluno: Mas nós não precisamos destes cálculos que estão aqui.

Professora: Então não precisas?! Isto é a média. [...] Não precisas da média para calcular a amplitude, mas precisas de saber a média. Então qual é a tua dúvida, não estou a perceber!

Aluno: Então nós vamos ao quadro fazer a amplitude e a média!

Professora: Sim, e têm de por lá a variável! (AO_4)

Após o intervalo, depois de uma conversa com a investigadora, Inês considerou importante alterar o seu plano de aula e realizar um momento apresentação/ discussão das questões da tarefa referentes às medidas estatísticas, antes de passar à construção dos gráficos, para aprofundar e sistematizar algumas ideias importantes sobre o assunto.

Na tentativa de realizar uma gestão mais eficiente do tempo de que dispunha, Inês tentava não se demorar muito nas variáveis com distribuições mais normais, exceto nas que possuíam erros de cálculo.

Assim, através de um modo de comunicação *contributiva*, baseada em questões de confirmação, Inês tentou focar a atenção dos alunos em aspetos suscetíveis de desenvolver o seu espírito crítico e aprofundar o significado das medidas estatísticas e a relação entre elas, dando mais atenção às variáveis quantitativas que apresentavam valores mais discrepantes, como se pode verificar no seguinte excerto da aula referente à apresentação do grupo 1 para a variável “Número de horas de prática desportiva semanal”.

Aluno: “Número de horas que praticas desporto”, nós fizemos o número de horas vezes as pessoas que praticam esse tempo e isso tudo a dividir por 27 deu 131 ao todo todas as horas que as pessoas praticam por semana e dividimos por 27 e deu 4,9. As pessoas praticam ...

Professora: ... em média.

Aluno: em média, [pratica] quase 5 horas de desporto por semana. (AO_4)

Em seguida, a professora aproveitou o facto de esta variável possuir valores discrepantes, em consequência de duas alunas praticarem natação seis dias por semana, para explorar a fraca resistência da média que faz com que esta, segundo Inês, possa ser uma medida facilmente utilizada para manipular opiniões e enviesar conclusões. Simultaneamente, abordou um dos significados de média como *partilha justa* (Konold & Pollatsek, 2004), permitindo que os alunos enriquecessem a compreensão concetual da mesma.

Aprofundou aqui também o significado de amplitude e explorou a forma como as três mediadas estatísticas - média, moda e amplitude - se relacionam, ressaltando a importância do contexto para tirar conclusões sobre os dados.

Professora: Olhem lá, vamos lá aqui pensar [...] se a média correspondesse a um valor real, dá-nos uma ideia de conjunto, mas se correspondesse a um valor real, quantas horas de desporto é que cada um de vocês praticava por semana? Aquilo significa o quê? Aquilo era como se acontecesse o quê? A média é um valor que me dá uma ideia como se toda a gente fizesse o mesmo. Toda a gente ganhasse o mesmo, toda a gente pesasse o mesmo, toda a gente medisse o mesmo! Então, se este fosse um valor real, todos vocês, em média, praticavam quantas horas de desporto por semana?

Aluno: Quase 5 horas.

Professora: Quase 5 horas. A média dá-nos uma ideia do conjunto mas não é um valor que corresponda completamente ao perfil de cada um de vocês, pois não?! Digam-me uma coisa: Será que neste conjunto de dados, há algum valor que também vai influenciar a média como também acontecia há bocadinho?

Alunos: ...

Professora: Há algum valor que vá influenciar a média esperada, ou não?

Aluno: As 20 horas.

Professora: As 20 horas, que nós até sabemos que é verdade, sim senhor, e vai influenciar. Portanto, ali o desporto que a A. e a C. praticam é como se tivesse a passar para vocês! [...] E eu agora posso manipular os dados com aquele valor ou não posso? Eu não posso dizer às pessoas que nós gostamos todos muito, muito de desporto?! [...] Qual era o valor esperado? Qual era a moda? É praticar quantas horas?

Aluno: Duas.

Professora: Duas horas. Então a nossa moda está perto da média?

Alunos: ...

Professora: Mas eu podia dizer às outras pessoas que nós somos todos o máximo. Praticamos 5 horas de desporto por semana, é ou não é verdade? É verdade que é a média, mas eu não estou a utilizar a minha média para influenciar os outros? Estou ou não estou? [...] O que é que o F. ali tinha que nos levava a perceber logo que aquele dado iria ser manipulado, era o valor do quê? Da quê? Qual é a amplitude daquele conjunto de dados?

Alunos: ...

Professora: Qual é a amplitude daquele conjunto de dados, naquele caso? Quando a amplitude é muito grande, o que é que ela me vai dizer? Já sei que ela fez o quê à média?

Alunos: ...

Professora: Meninos, comecem a relacionar as coisas. Porque é que a gente em vez de dar uma medida estatística, damos três: a moda, a média, e a amplitude? [...] Vamos lá a pensar porque é que era importante aqui aproveitar a amplitude? O que é que aquela amplitude me diz em relação média? Então, estivemos a ver. O que é que a amplitude quando é muito grande faz em relação à média? A média vai corresponder a valor esperado? Vai?!

Alunos: Não (AO_4).

Os alunos estavam com alguma dificuldade em acompanhar o discurso da professora e em responder às suas questões, pareciam dispersos e Inês continuou a incitar à interligação das três medidas estatísticas e da sua relação com o contexto.

Professora: Vamos lá ver, quando eu vos faço estas perguntas e vos obrigo a pensar na razão das coisas é para vocês começarem a ser cidadãos que se questionam sobre as coisas. Nós temos de engolir tudo aquilo que nos dão? Ou temos de perceber a razão das coisas? Temos ou não temos? Vejam lá aqui, o dezanove neste conjunto de valores era um valor significativo, noutra contexto podia não ser, mas aqui há um a grande diferença entre o número de horas e a gente tem de pensar em número de horas. É muito ou é pouco? Se fosse dezanove gramas em mil gramas, era muito ou era pouco?

Alunos: Pouco.

Professora: Mas neste contexto é muito ou é pouco?

Alunos: Muito.

Professora: Nós temos de enquadrar as coisas no contexto. Então vamos lá ver, quando eu tenho uma amplitude, que naquele contexto é significativa, o que é que eu já sei que vai acontecer àquela média?

Aluno: Vai aumentar.

Professora: Vai aumentar para além daquilo que era esperado. Qual é que é a nossa referência para o valor esperado? Qual é aquele valor que é a nossa referência que a gente pensa que a nossa média vai mais ou menos ser aquela? A...

Aluno: Moda (AO_4).

No que concerne à outra variável quantitativa do grupo 1 – “Número que calças” –, os alunos calcularam a média de forma incorreta, tendo esta assumido um valor inferior ao extremo mínimo. Assim, a docente voltou a recordar uma das propriedades da média, já referida, de que esta deve assumir um valor compreendido entre os valores extremos da variável.

Professora: Em relação ao calçado, qual é o número médio do calçado?

Aluno: 32.

Professora: Ah! Podia ser o 32?! A média tem de se situar pelo menos nas possibilidades que nós vimos, não é? Então não pode ser. E aqui há uma grande amplitude? Há alguma, mas não é tão significativa como esta, certo? (AO_4)

Outra estratégia adotada por Inês durante a apresentação para rentabilizar o tempo e aumentar a compreensão dos alunos sobre o significado das medidas estatísticas foi o de seleccionar duas variáveis pertencente a grupos de trabalho diferentes para poder estabelecer um paralelo entre ambas, uma que constituía uma distribuição mais normal, como era o caso da variável “idade”, e uma mais assimétrica, como o “peso da mochila”. Embora Inês tenha desconfiado da correção dos valores referentes à primeira variável,

não pode comprovar na altura que estavam incorretos pois os alunos não tinham consigo as suas tabelas.

Aluno: Nós temos um caso em que a amplitude 4,4, mas a média é 6,4.

Professora: das mochilas?

Aluno: sim, e a moda [média] é 6,4 [...].

Professora: Muito bem, este aqui podemos apresentar ao contrário.

Aluna: Na “idade”, a moda é 12 anos, a média é 12, 6 e amplitude é 2.

Professora: Agora vamos lá ver, relativamente ao “peso das mochilas”, nós temos como média 6 quilos, 6 quilos e 420 gramas e como amplitude, uma amplitude de 4,4 quilogramas e sendo o valor máximo 8,6 quilogramas. O que é que vocês me têm a dizer entre o valor da amplitude e o valor máximo? Alguém que traz o quê? Há uma pessoa que traz praticamente o quê em relação à que traz menos? O que é que esse peso é em relação a este? É quase...

Alunos: ... o dobro.

Professora: Qual deve ser o peso da vossa mochila em relação à vossa massa corporal, nós chamamos peso mas o termo correto é massa corporal. Que percentagem deve ser do vosso peso? Eu não vou dizer, então têm isto para pesquisar. [...] A do R. (idade) veio para o quadro [...] por outro motivo, era porque aqui não há grandes diferenças, porquê? Porque a amplitude é pequena...

Alunos: ... na

Professora: Quando a amplitude é pequena o que é que vai acontecer à média? A média aproxima-se do quê quando a amplitude é pequena?

Aluno: Da moda. (AO_4).

Para dar cumprimento com o estipulado no seu plano de aula, esta aula prolongou-se por mais quarenta e cinco minutos, para se iniciar o estudo dos gráficos. Assim, Inês deu início a um *momento introdutório* tentando aceder aos conhecimentos prévios dos alunos sobre os tipos de gráficos. Os alunos pareciam conhecer todos os tipos de gráficos sobre os quais seria necessário aprofundar o seu conhecimento, de acordo com o Programa de 2.º ciclo (ME, 2007), exceto o diagrama de caule-e-folhas, tendo sido o gráfico circular aquele que os alunos mais facilmente recordaram.

Professora: O passo seguinte, relativamente à Estatística era a organização dos dados de um forma diferente do que as tabelas de frequências. [...] Que outras formas de representar os dados existem? O que é que pode aparecer mais?

Aluno: Aquilo que parece um queijinho.

Professora: Ah, parece um queijinho é o gráfico...

Aluno: ... circular

Professora: Gráfico circular, que nós já analisámos, já trabalhamos, quando demos as percentagens. [...] Portanto relacionam-se com a frequência...

Aluno: ... relativa. (AO_4)

Seguidamente, a professora *explicou o trabalho a desenvolver* na próxima questão da tarefa. Em primeiro lugar, iria aprofundar o conhecimento dos alunos sobre os diferentes

tipos de representações gráficas, com base na exploração do *PowerPoint* informativo 3 (Anexo 11). Posteriormente, os alunos iriam construir uma representação, antecipadamente selecionada por Inês, para cada uma das variáveis estudadas.

Então agora o que vos vou apresentar são as características de cada um deles e depois vamos falar das características de cada uma das representações que eu vou dar a cada um dos grupos e vocês de acordo com o que eu vos pedir, porque eu é que vos vou dizer, para cada um dos assuntos, vão utilizar uma das estratégias de representação. Portanto, o passo seguinte é este (AO_4).

Previamente, antes de passar à abordagem dos diferentes tipos de gráficos, Inês considerou importante explicar a necessidade em Estatística de se organizarem os dados sob a forma de gráficos e quais as vantagens que estes acrescentam em relação às tabelas. Começou assim por problematizar o assunto, mas precipitou-se a responder, utilizando um estilo de comunicação unidirecional. Assim, na sua opinião, os gráficos constituem uma representação mais eficiente dos dados já que permitem uma leitura e interpretação mais rápidas da informação e de mais fácil retenção do que as representações tabulares. Segundo Inês, um gráfico tem de evoluir sempre necessariamente a partir de uma tabela.

Então o gráfico [...] tem algumas vantagens em relação às tabelas de frequência, porquê? Porque a nossa leitura é mais rápida. Nós rapidamente, através de um gráfico, vimos quais são os maiores valores, os menores valores [...] Sabem que 70% da informação que o nosso cérebro recebe é através da visão?! Portanto, quando nós temos uma boa imagem, o nosso cérebro vai reter mais facilmente a informação e por que é que muitas vezes vocês veem apenas gráficos e não veem as tabelas. Teve de haver uma tabela para dar origem aquele gráfico, mas a verdade é que o nosso cérebro retém mais facilmente esta informação sobre a forma de gráfico, seja este [de barras] ou seja o circular ou seja outro do que através de uma tabela, está bem? (AO_4)

Posteriormente, recorrendo a um tipo de comunicação contributiva, baseada em questões de confirmação, apresentou aos alunos os vários tipos de representações gráficas que mencionava que os alunos construíssem, a saber: gráfico de barras, pictograma, gráfico circular e diagrama de caule-e-folhas. Para o efeito, utilizou como suporte o *PowerPoint* informativo 3 (Anexo 11) procurando focar a atenção dos alunos nos aspetos da estrutura das referidas representações gráficas e dos cuidados a ter na sua construção. Colocou também algumas questões da mesma natureza com vista a uma leitura simples da informação veiculada pelos mesmos, subordinada aos valores mais e menos frequentes da variável em estudo, como é exemplo o seguinte excerto da aula referente ao gráfico de barras.

Professora: Então, temos os gráficos de barras que vocês já conhecem desde sempre [...]. Então, vamos lá aqui ver: um gráfico de barras, como o nome indica, utiliza barras para representar determinadas frequências absolutas, determinadas quantidades. Agora, o que é que vocês veem em relação às barras? Elas têm o quê em comum? Tem todas a mesma, quê?

Aluno: A distância.

Professora: A distância entre elas, exatamente, a distância entre cada uma delas é a mesma. E outra coisa que elas têm, têm todas a mesma, quê?

Alunos: Largura.

Professora: Largura, portanto, as barras têm todas a mesma distância entre elas e têm todas a mesma largura. O que é que vai variar?

Aluno: O comprimento

Professora: A altura, o comprimento. Nós temos de ter determinados cuidados. Vamos ter dois eixos: o eixo das abcissas e aqui em cima é o eixo das ordenadas. Aqui em baixo, nós colocamos o assunto que vem na primeira coluna da nossa tabela ou é as “idades” ou é a “estação do ano”, [...] Na vertical, aparece sempre o quê? A frequência abs...

Alunos: ... absoluta.

Professora: Portanto, quantos meninos preferem laranja?

Alunos: 4.

Professora: É o mesmo que dizer que a frequência absoluta da laranja é 4. E qual é a fruta que tem maior preferência?

Alunos: Maçã.

Professora: Maçã. Então e a que tem menor preferência?

Alunos: Ananás.

Professora: Então eu posso dizer que a moda das preferências nesta turma é o quê?

Alunos: A maçã.

Professora: Agora vamos lá ver, o que é que um gráfico tem de ter, tem de ter um título, certo? Tem que ter dois eixos graduados, os eixos também têm de dizer o assunto referente a cada um. (AO_4)

No caso do diagrama de caule-e-folhas, que era o único tipo de representação dos dados completamente nova para os alunos, Inês preocupou-se com outros aspetos para além dos aspetos técnicos dos mesmos. Começou por justificar o porquê de ter sugerido a alguns grupos que utilizassem esta representação para organizar os dados de duas variáveis contínuas (o “peso” e a altura) pelo facto destas variáveis assumirem valores que se repetiam poucas vezes, difíceis de organizar numa tabela de frequências de valores não agrupados em intervalos.

Professora: Então, vamos lá ver: um diagrama de caule e folhas é uma forma de representar dados que nem sempre são fáceis. Por exemplo, o caso das alturas e o caso dos pesos, qual é que era o nosso problema [...] nas alturas e nos pesos praticamente não havia moda porque eram todas... se não havia moda quer dizer que os dados são todos o quê entre si?

Alunos: Diferentes. (AO_4)

A organização dos dados destas variáveis em tabelas de frequências de dados agrupados por classes foi uma opção que Inês evitou usar já que a representação gráfica para a qual estas evoluíram seria o histograma que não fazia parte do Programa de Matemática do 2.º ciclo (ME, 2007). Os diagramas de caule-e-folhas pareceram-lhe melhor opção, pois, para além de constituírem um conteúdo programático a ensinar, respondiam cumulativamente à necessidade de organização dos dados e sua representação gráfica.

Na tentativa de explicar melhor aos alunos em que consistia um histograma, comparou-o com o gráfico de barras referindo como aspeto distintivo a “localização” das barras de cada um.

Professora: Então, ou fazemos uma tabela de dados agrupados [por classes] que eu espero que já lá esteja nas vossas coisas [...] por exemplo, vocês puseram de quanto em quanto peso, digam lá.

Alunos: 500 em 500 gramas.

Professora: Pronto, e depois disso vai dar origem a um gráfico que vocês vão dar mais tarde que se chama histograma. É parecido com o gráfico de barras a diferença é que é para os dados agrupados [em classes] [...] é parecido não é igual [...] tem diferenças na localização das barras [...] Estes dois grupos não fizeram uma tabela de dados agrupados [em classes] (AO_4).

Ressaltou também as semelhanças existentes entre o diagrama de caule-e-folhas e um gráfico com barras (histograma) quando se efetua uma rotação de 90 graus no sentido anti-horário, frisando a importância de as folhas estarem igualmente espaçadas entre si para que a semelhança seja mais real.

Professora: Imaginem lá este gráfico virado ao contrário parece-vos o quê?

Alunos: Uma tabela.

Professora: Uma tabela! Um caule-e-folhas, virado ao contrário, parece-vos o quê?

Aluno: Um gráfico de barras.

Professora: Se eu não puser tudo espaçado como deve ser, acham que vai ficar um bom gráfico de barras? Nunca, não vai dar ideia da realidade, certo? Está percebido? (AO_4)

Para além das questões técnicas do diagrama de caule-e-folhas, Inês chamou a atenção para duas vantagens deste tipo de representação gráfica: permitir verificar-se rapidamente em que intervalo(s) os dados estão mais concentrados; possibilitar encontrar-se facilmente a mediana.

Professora: Neste caso, qual é que era o caule que se eu agrupasse onde é que há pessoas com mais pesos?

Aluno: 4.

Professora: 4! Não é? Será entre os 40 e os 49 kg porque depois os 50 já passa para aqui, certo? [...] Mais tarde quando derem a mediana faz-vos falta. (AO_4).

A aula terminou com a professora e avisar os alunos da importância de trazerem o compasso e o transferidor na próxima aula, de construção dos gráficos, para não inviabilizarem a mesma.

Aula 5: “Organização e representação de dados – parte II”. A aula iniciou com a professora a relembrar os alunos em falta da necessidade de lhe enviarem, para o correio eletrónico, a segunda versão dos trabalhos, depois de corrigidos nas aulas, sobre as medidas estatísticas e sobre as tabelas de frequências.

Dando seguimento à aula anterior, Inês continuou a *favorecer a apropriação da tarefa* que os alunos iriam iniciar nesta aula reforçando a explicação sobre a construção do gráfico circular. Após colocar algumas questões de confirmação para obter *feedback* sobre as aprendizagens realizadas na aula anterior relativamente à determinação das medidas de amplitude dos ângulos dos diferentes setores circulares de um gráfico circular, seguiu exemplificando a sua construção no quadro branco com recurso a compasso, transferidor e régua próprios. Enquanto isso, lembrou alguns conhecimentos de Geometria, sobre a classificação de ângulos.

Professora: [...] Vamos lá recordar. Eu marco um ponto que vai ser o centro e, com o compasso, traço a circunferência. Vamos pegar no exemplo que todos têm aí do gráfico circular, e vamos aproveitar que já têm aqui os graus, está bem? Para os olhos castanhos, qual é a percentagem de meninos?

Aluno: 45 por cento.

Professora: 45 por cento, não é. Corresponde a quantos graus?

Aluno: 162 graus.

Professora: Então como é que eu faço? Desenho um raio à minha vontade, começo onde eu quiser, está bem? E, a partir deste raio, vou pegar no transferidor e vou marcar 162 graus. Um ângulo de 162 graus é um ângulo de que tipo quanto à sua classificação?

Aluno: Obtuso.

Professora: Portanto, vou aqui ver onde é que tenho 162 graus e marco. Pego na régua [traçou um raio nesse ponto] e tenho aqui a meu setor que é dos olhos castanhos. Ou escrevo aqui ou tenho uma legenda. [...] Qual é a percentagem de olhos azuis?

Alunos: 25 por cento.

Professora: Será quantos graus?

Alunos: 90 graus.

Professora: Aliás, há aqui umas medidas que vocês calculam facilmente, não é? Se for 50 por cento qual é que era a amplitude?

Aluno: 180 graus.

Professora: Agora a partir deste [raio] faço assim [alinha o transferidor com o raio] e marco 90 graus. A seguir são os olhos verdes que também correspondem a 90 graus. Tenho de me orientar por aqui [raio anterior] . Quer dizer que depois o que falta [pretos] eu preciso de fazer?

Alunos: Não (AO_5).

Antes de dar início à fase de *trabalho autónomo dos alunos*, Inês solicitou a um deles para ler em voz alta a questão número quatro da tarefa específica da terceira etapa da investigação e, em seguida, deu explicações sobre o trabalho a desenvolver (Figura 34).

Assim, informou os alunos que, para evitar dúvidas, iria distribuir por cada grupo indicações sobre o tipo de gráficos que teriam de construir para cada uma das variáveis, os quais já havia selecionado previamente (Quadro 27).

Quadro 28 - Tipos de gráficos selecionados pela docente para cada uma das variáveis dos grupos

Grupos	Variáveis	Tipo de gráfico
1	N.º de sapato	Caule-e-folhas
	N.º de horas por semana que pratica desporto	Gráfico circular
	Desporto preferido	Gráfico de barras
2	N.º de pessoas do agregado familiar	Gráfico circular
	Altura	Caule-e-folhas
	Cor do cabelo	Gráfico de barras
	Cor dos olhos	Pictograma
3	N.º de refeições de <i>fastfood</i> por semana	Gráfico de barras
	N.º de refeições que faz por dia	Gráfico de barras
	Peso	Caule-e-folhas
	Comida/ prato preferido	Gráfico circular
4	N.º irmãos	Gráfico circular
	N.º de horas por semana que joga videojogos	Gráfico de barras
	Videojogos preferidos	Gráfico circular
5	N.º de livros que leu no último trimestre	Gráfico de barras
	N.º de horas de estudo por semana	Caule-e-folhas
	Peso da mochila	Caule-e-folhas
	Disciplina(s) preferida(s)	Gráfico circular
6	N.º de letras do nome	Gráfico de barras
	Idade	Pictograma
	Características psicológicas: - Simpatia; - Bom amigo; - Divertido; - Tímido	Gráfico circular

Referiu ainda que, dentro de cada grupo, todos os alunos deveriam participar na construção dos diferentes gráficos ajudando-se uns aos outros e que, para progredirem

mais rápida e autonomamente no trabalho, podiam consultar as informações presentes no *PowerPoint* informativo 4, do qual deu um exemplar impresso a cada grupo.

Então é assim, para que não haja dúvidas, eu coloquei os gráficos que vocês têm de fazer para cada uma das variáveis. Por isso, não pode estar uma pessoa a fazer um gráfico de barras porque lhe calhou a ela essa parte e os outros estão a olhar sem mais nem menos, não vale a pena, têm de se ajudar uns aos outros. Cada grupo tem 3 gráficos para fazer e são diferentes de grupo para grupo. Têm as instruções porque eu sou só uma. De vez em quando vou lá (AO_5).

O trabalho autónomo dos alunos teve início passados cerca de quinze minutos do começo da aula. A professora foi circulando pela sala, passando por cada grupo, para dar algumas sugestões e esclarecer dúvidas, enquanto apressava o seu trabalho.

Inicialmente, Inês reportou as dúvidas dos alunos sobre a construção dos gráficos para a consulta atenta da informação contida no *PowerPoint* informativo 4. Outra estratégia utilizada pela professora para promover a autonomia dos alunos e aprofundar o seu conhecimento foi a de alertar para o facto de os gráficos estarem incompletos e/ou incorretos mas deixar que fossem eles a descobrir onde e a corrigir estes aspetos.

Aluno: Na variável ponho o quê, professora?

Professora: A variável em estudo. Qual é a variável que vocês estão a estudar?

Aluna: Número de letras do nome próprio.

Professora: Só faltam aqui duas coisas que eu não posso dizer. Vejam lá o que falta aí (AO_5).

Os diferentes tipos de gráficos acarretaram, naturalmente, dificuldades inerentes à especificidade de cada um, tendo em conta os dados recolhidos. Estas dificuldades constituíram bloqueios ao seu trabalho difíceis de ultrapassar só com a informação contida no documento fornecido pela professora por se tratar de um trabalho completo com dados reais, pelo que a professora teve de aumentar o seu apoio aos grupos.

Em relação ao gráfico de barras, os referentes a dados de natureza quantitativa discreta foram os que causaram mais dúvidas aos alunos, desde logo também porque a professora elegeu maioritariamente este tipo de gráfico para dados dessa natureza (Quadro 27). Assim, uma das dificuldades sentidas foi a de identificar e legendar corretamente os eixos das abcissas e das ordenadas, respetivamente atribuir o nome da variável que se está a estudar e a frequência absoluta ou relativa.

Professora: A primeira coisa que se faz, P., são os eixos. O que é que tu já estás aqui a escrever? Isto até nem está bem escrito aqui deste lado, nem é isto. Aqui deste lado é a frequência absoluta. Vamos lá apagar isto. [...]

Alunos: Aqui é “o número de pessoas que leram...” “

Professora: Aqui é “o número de pessoas que leram”, esta aqui é a frequência absoluta.

Aluno: É as abcissas e as ordenadas, não é?

Professora: [...] Vamos lá, aqui é a frequência absoluta [eixo das ordenadas] e aqui é “o número de livros que leram” [eixo das abcissas]. A nossa tabela, o que é que eu vos disse ontem, a nossa tabela de frequências é que nos vai ajudar no gráfico de barras (AO_5).

A identificação da origem do referencial (ponto (0,0)), como ponto de intersecção entre os eixos das ordenadas e abcissas, nem sempre foi um detalhe conseguido pelos alunos.

Professora: O zero começa aqui?

Aluno: Começa!

Professora: O zero é ponto de intersecção entre os dois eixos! Então, quando nós da outra vez falámos daquele gráfico de linhas a propósito da tarefa dos táxis, o ponto de intersecção é o ponto (0,0). O ponto (0,0) não é aqui. Agora vão ver o que é que fizeram nesse tal...

Aluno: É tirar menos um.

Professora: Ah, pois! E aqui também. (AO_5)

Outro pormenor que causou alguma confusão aos alunos foi a gradação do eixo referente às frequências. Alguns alunos estavam com dificuldade em visualizar, num eixo graduado com uma escala de duas em duas unidades, onde se situavam as frequências absolutas que diziam respeito a valores ímpares. Este aspeto foi alvo de discordância num dos grupos, discordância essa que a professora foi chamada a resolver, explicando que um qualquer número ímpar fica sempre situado, à mesma distância, entre dois números pares consecutivos.

Aluna: Professora, aqui é de dois em dois, chega aqui ao 26 o 27 não é aqui é a meio, não é?

Professora: Claro!

Aluna: Pois, ninguém me ouve!

Professora: Ouçam lá uma coisa, se nós andarmos de dois em dois, o 1 será aonde? Aqui no meio e o 3 será no meio. A S. tem razão!

Alunos: Mas isso nós já sabíamos, não sabíamos era onde era o 27.

Professora: Então o 27 não é ímpar também? Não é um número que fica entre o 26 e 28?! A lógica é igual (AO_5).

Os alunos também tenderam a descurar a regra do igual espaçamento entre as barras para uma leitura mais fidedigna dos dados, tendo a professora alertado para este aspeto.

Professora: Mas olha lá, há aqui uma coisa que eu não concordo! O espaçamento entre as coisas [barras] tem de ser igual. Tu estás a contar igual espaço?

Aluno: Só este aqui, o resto está todo igual.

Professora: Então e agora como é que fazes o seguinte?

Aluno: Aqui

Professora: Ah pois, mas este espaço é igual?

Aluno: A este?

Professora: Este que aqui está vai ficar igual a este que vais fazer aqui?

Aluno: Sim.

Professora: Faz lá que eu já te digo se é sim. [...]

Aluna: E aqui tem de se deixar um espaço entre as barras...

Professora: Claro, nós não estamos a fazer um histograma, estamos a fazer um gráfico de barras, eu não quero as barras todas juntas. Vocês só dão os outros mais tarde. [...]

Aluno: Professora, a do desporto preferido [...] eu tenho aqui mal porque eu esqueci-me de manter a distância.

Professora: E os eixos? Marcam-se por dentro ou por fora?! (AO_5)

Por fim, outro aspeto menos evidente para os alunos foi o facto de não saberem se se devia ou não marcar no eixo a sequência completa dos valores entre o mínimo e o máximo observados, mesmo quando alguns desses valores não constavam da distribuição, ou seja, tinham frequência igual a zero, tendo a professora referido que deviam constar.

Aluno: Professora, aqui nas “0 horas” como é que eu faço?

Professora: Então, pões só o espaço para a barra [no eixo] e depois não pões lá nada. Pões “0 horas” mas depois não pões lá nada. Estudaste isso, contaste com isso, então tens de lá por. (AO_5)

Relativamente aos pictogramas, a professora solicitou este gráfico aos alunos para duas variáveis de natureza quantitativa discreta e uma de natureza qualitativa (Quadro 27). Neste tipo de gráfico, uma das dificuldades que surgiu foi em relação à escolha de um símbolo ou figura que fosse sugestiva em relação à variável em estudo.

Professora: Antes de mais, quando a gente faz um pictograma o que é que temos de pensar em primeiro lugar?

Aluno: Num símbolo.

Professora: Num símbolo que esteja o quê? Que esteja adequado à situação. Qual é o símbolo que vocês vão escolher para aqui [cor dos olhos]?

Aluno: Nós fizemos um quadrado.

Professora: Achas que isso representa um olho?

Aluno: Não, uma bola. [...]

Professora: Que símbolo é este?

Aluno: É um cabelo.

Professora: É assim, o símbolo tem de me dizer imediatamente qual é ao assunto, acham que esse me diz? [...] Pelo menos que tenha uma ideia, estás a entender?

Aluna: Sim (AO_5).

Ainda em relação à escolha do símbolo, a professora explicou também que o símbolo escolhido deve ser simples para ser facilmente replicável e todos os símbolos têm de ser congruentes entre si.

Professora: Vamos lá ver se o pictograma está bem. Vocês têm uns símbolos muito pequeninos, podias ter ocupado o quadradinho todo! Tu estás-me a fazer o pictograma neste sentido, não?

Aluno: Não.

Professora: Então, quantos meninos têm zero irmãos?

Aluno: 2. Não, 4.

Professora: [...] Dá cá a tua tabela.

Alunos: Há aí umas com número ímpar.

Professora: Pois, era isso que eu queria saber. O que é que ias fazer neste caso?

Alunos: Partia uma ao meio.

Professora: Por exemplo, seis irmãos onde é que está esta?

Aluno: Aqui.

Professora: Está partida ao meio. Mas olha lá, o vosso problema é que os símbolos deviam ser ligeiramente maiores que é para nós percebermos. Podias aqui fazer o símbolo de forma a ocupar este quadradinho todo. Eles são tão pequeninos que nós até temos dificuldade em distinguir quando representa duas pessoas e quando só representa uma, certo? (AO_5)

A escolha do valor da unidade gráfica foi outro pormenor difícil para os alunos já que tenderam a atribuir-lhe valores que posteriormente dificultavam a representação das frequências absolutas referentes às diferentes categorias da variável. O papel da professora foi aqui também muito importante para desbloquear os alunos, dando-lhes pistas para os ajudar a pensar num valor mais adequado.

Professora: Nós temos 27 observações, faz sentido que 1 olho [símbolo] represente logo 10 pessoas? Então, acham que a unidade escolhida para a legenda está correta?

Alunos: Não. [...]

Professora: Então escolham, um olho [símbolo] pode representar quantas pessoas?

Alunos: Para aí 4 ou 3.

Professora: Vejam depois, de acordo com a vossa tabelinha, se dá para todas as frequências absolutas. Se vocês fizerem 4 conseguem representar facilmente esta [14]?

Aluno: Não.

Professora: Cada olho podia representar quantas pessoas?

Aluno: 2 (AO_5).

Em relação aos gráficos circulares, a professora solicitou este tipo de gráfico maioritariamente para dados de natureza qualitativa, mas também para três variáveis de natureza quantitativa, duas discretas e uma contínua (Quadro 27).

Uma das dificuldades sentidas pelos alunos ao construírem um gráfico circular foi verificarem que a soma das medidas de amplitude dos ângulos dos setores circulares, após as calcularem, era inferior a 360 graus. A professora tentou, junto dos alunos, detetar a origem do erro, pelo que concluíram que este adveio da realização de arredondamentos às centésimas incorretos aquando do cálculo da frequência relativa em aulas anteriores e/ou aquando do cálculo das medidas de amplitude na presente aula.

Para fazer face a esta fragilidade no conhecimento dos alunos, Inês reforçou, junto dos mesmos, as regras para a realização de arredondamentos às centésimas, efetuando os cálculos da frequência relativa, da medida de amplitude dos ângulos dos setores circulares e os arredondamentos em conjunto com os mesmos.

Professora: Então vamos lá aqui ver, qual é o número que não vos está a dar certo.

Aluna: Todos, a soma disso tudo dá 352, 4.

Professora: Então é por causa dos arredondamentos. Primeiro de tudo vamos lá ver os arredondamentos, vamos lá fazer com a calculadora dividir a frequência absoluta pelo número total de observações. [...]

Professora: Então 5 a dividir por 27.

Aluna: 0,185...

Professora: 0,1851, então contam os 3 algarismos porque eu quero estes dois então contam estes dois e o que vem a seguir. Isto passa a 0,19 que é 19 por cento. Já perceberam.

Aluna: Está aqui o problema (AO_5).

O trabalho de detetar os erros e corrigi-los permitiu aos alunos não só desenvolver o sentido crítico, como robustecer os seus conhecimentos sobre a realização de arredondamentos, sobre o sentido de número e das operações.

Aluna: Isto não me dá certo aqui o gráfico circular!

Professora: Então vamos lá aqui ver. Vamos considerar apenas a parte inteira. Podemos é ter de fazer aproximações, os arredondamentos.

Aluna: Pois, porque vai dar 352 graus.

Professora: Ah, não dá os 360?! Então vamos lá aqui voltar a fazer. Então qual é a frequência relativa.

Aluna: 0,59.

Professora: Então fazes 0,59 vezes 360, dá quanto?

Aluna: 212, 4

Professora: Então passamos a 212. Mais.

Aluna: Depois vai dar 79,2 passamos a 79.

Professora: Sim.

Aluna: 10,8 vai dar 11 e 50,4 vai dar 50.

Professora: Mas ainda ficamos com um problema maior porque se a gente já estava longe do 360, como estamos a fazer arredondamentos para baixo...

Aluna: Agora ainda fica mais, só um é que subiu.

Professora: Mostra lá aí as tabelas, isto dá 1 de certeza? Soma lá.

Aluna: Vai dar 0,98, professora!

Professora: É por aí. Como isso dá 0,98, está mal. Tens que fazer de novo. Já percebi de onde é que vem o erro, é daí, vá toca a fazer de novo! [...] Já perceberam Se aqui a seguir ao 8 tivesse 0, 1, 2, 3, ou 4, ficava 18% mas com 5, 6, 7, 8, ou 9 fica 19%. Portanto, nós só queremos dois algarismos, não é? Mas temos de ir ver sempre o terceiro porque o terceiro vai-me influenciar este. Está percebido agora? (AO_5)

Também o uso do transferidor foi por vezes problemático para os alunos no que se refere à realização das medições dos ângulos dos setores circulares devido ao facto de as medidas de amplitude lhes darem valores não inteiros. Inês chamou a atenção para a necessidade de os alunos terem de efetuar arredondamentos às unidades para poderem medir de uma forma o mais rigorosa possível estas amplitudes.

Aluna: Aqui no gráfico circular 0,16 vezes 360 dá 46,8.

Professora: Então, fazes aproximado. 46, 8 é mesmo que teres?

Aluna: 47! Ah, então se tiver por exemplo 47, 2 é o mesmo que ter 47. Pronto assim já é mais fácil!

Professora: Tens de fazer os arredondamentos. Mas estás a fazer no caderno!? Eu quero que vocês façam logo na folha de resposta aquela que eu vos dei. Os cálculos para o gráfico circular ficam na parte da frente e fazem o gráfico atrás. (AO_5)

Ainda em relação ao gráfico circular e ao uso do transferidor, outro obstáculo sentido pelos alunos foi em desenhar os setores circulares cuja medida de amplitude dos seus ângulos fosse superior a 180 graus, por serem superiores à graduação de um transferidor semicircular, pelo que solicitaram a presença da professora para partilhar com ela a sua estranheza em relação a este valor.

Inês referiu ser perfeitamente normal a medida de amplitude que os alunos obtiveram pelo facto de a respetiva frequência relativa também ter um valor bastante elevado. Relativamente à forma de medir essa amplitude com um transferidor de 180 graus, a professora ensinou duas estratégias diferentes aos alunos, a saber: em primeiro lugar os setores de amplitude menor e a amplitude que restar representar o maior setor, excluindo-se assim a necessidade de o medir; ou então, subdividir o ângulo em $180^{\circ}+32^{\circ}$ e fazendo estas duas medições intermédias para chegar ao ângulo final de 212 graus.

Aluno: Nós estamos aqui com uma dúvida no gráfico circular.

Professora: Calma, a primeira coisa que vocês têm de determinar são os graus.

Aluno: Mas é esse o problema! [...] Mas isto dá um número muito esquisito!

Professora: [...] Dá 212 graus. Qual é a frequência relativa? É muito elevada, certo? Logo vai dar. Qual é o valor máximo?

Aluno: 360 graus.

Professora: Então, se desse 361 graus...

Aluno: Só que com o nosso coisinho [transferidor] não conseguimos.

Professora: Ah, já percebi, então vamos fazer ao contrário. Primeiro fazemos os setores mais pequenos, depois quando ficar o setor grande é deste. Mas aqui tinha de ser 180 graus e quanto faltava para o 212? Mais 32 graus. Mas se vocês estão com dúvidas, enganamo-lo, fazemos primeiro os setores mais pequenos e o maior fica para o fim. Temos de por a cabeça a funcionar. Este transferidor por acaso só tem 180 graus.

Aluno: Há transferidores com 360 graus?

Professora: Há. Então se fizerem um diâmetro, traças um diâmetro pouco carregado e depois acrescenta-lhes quantos graus?

Aluno: Vamos à calculadora.

Professora: 212 menos 180, M.!!! Que vergonha!

Aluno: 32 graus. (AO_5)

Nos diagramas de caule-e-folhas pareceram não ter existido muitas dificuldades até porque alguns grupos já os tinham realizado aquando da organização dos dados, tal como já havia sido referido.

Por fim, um aspeto que causou também dificuldades ou que passou despercebido aos alunos, comum em todos os tipos de gráficos, foi o título.

Professora: Mas o que é que falta no pictograma, a legenda, aí está aqui. Muito bem! E o título?

Aluna: Falta o título do gráfico. [...]

Aluno: Professora, aqui em cima o que é que eu escrevo?

Professora: Estás a fazer o quê?

Aluno: O pictograma do “número de irmãos”.

Professora: Do “número de irmãos” de quem?

Aluno: Do 6.º B. (AO_5)

Os produtos do trabalho autónomo dos grupos realizaram durante a última hora iriam ser fotocopiados para acetato e apresentado à turma nos próximos quarenta e cinco minutos cedidos pela disciplina de Formação Cívica.

Os alunos aguardavam expectantes o início da apresentação dos trabalhos. No entanto, a professora considerou prioritário atrasar um pouco esta fase, esperando rentabilizar o tempo, para se certificar se estes tinham assimilado algumas das limitações dos diferentes tipos de gráficos que abordou na aula anterior, baseada no *PowerPoint* informativo 3 (Anexo 11).

Assim, tomou a palavra e, liderando uma comunicação de estilo contributivo, foi colocando questões aos alunos com intenção de avaliar os seus conhecimentos.

O diagrama de caule-e-folhas foi a primeiro a ser alvo da sua atenção. Inês quis reforçar a ideia de que a principal limitação deste tipo de representação gráfica é o facto de, segundo a mesma, este não ser possível realizar-se quando a distribuição é muito homogénea quanto a uma característica, resultando num diagrama de um só caule, como acontecia nesta turma com a variável idade.

Professora: É possível representar todos os tipos de dados num diagrama de caule-e-folhas?

Alunos: Não?

Professora: [...] E podíamos representar por um caule-e-folhas, por exemplo, as idades?

Alunos: Não porque a maior parte da turma...

Professora: O que é que eles têm todos em comum?

Aluno: O 1.

Professora: Que representa o quê o... caule. Ora, eu só posso representar um caule-e-folhas quando tenho vários caules. Se calhar, se houvesse crianças e adultos já era possível, ou não?

Aluna: Sim

Professora: Porquê? [...]

Aluno: Porque havia várias casas das dezenas. (AO_5)

O gráfico circular foi o que se seguiu neste questionamento tendo a professora eleito como sua principal desvantagem o facto de este não possibilitar a comparação entre distribuições, ao contrário do gráfico de barras, por exemplo, pela sua possibilidade da representação em barras justapostas.

Professora: E se eu, por exemplo, quisesse fazer um gráfico circular e nesse gráfico circular eu quisesse, ao mesmo tempo, colocar lá os pratos preferidos das meninas e dos meninos. Era possível?

Alunos: Não.

Professora: Pois não, não é. O gráfico circular nem sempre é a melhor opção. [...] E qual seria a melhor opção se eu, para o mesmo assunto, quisesse comparar rapazes e raparigas?

Alunos: Gráficos de barras. (AO_5)

Já o pictograma, de acordo com Inês, tinha duas limitações importantes. Uma delas é o facto de nem sempre ser possível encontrar um símbolo autoexplicativo em relação aos dados em estudo. A outra refere-se à escolha da unidade gráfica a qual, segundo a docente, deve ser escolhida tendo em conta o número total de observações não devendo comprometer a sua inteligibilidade. Inês referiu assim que uma unidade gráfica de 10 ou

5 unidades não era aceitável pelo facto de a amostra ser de 27 alunos, sem concretizar esta ideia.

Professora: Que nem sempre é fácil [escolher um símbolo] . Portanto, o símbolo nem sempre é apropriado. E depois a nossa legenda, a nossa unidade para a legenda, tem de estar de acordo com as observações. Eu há bocadinho com um grupo tivemos ali uma longa conversa. [...] Eram para quantas pessoas que vocês tinham escolhido ao princípio?

Alunos: Eram 10.

Professora: Quais é que eram as observações que vocês tinham feito ao todo?

Aluno: 27.

Professora: Então, será que ali a unidade escolhida estava correta?

Aluno: Professora, não dava para por o 5?

Professora: E achas que o 5 [é adequado] tendo em conta as observações?! (AO_5)

Em suma, Inês quis deixar a ideia de que existem critérios para a seleção de um determinado tipo de gráfico e que nem todos os gráficos podem servir todos os conjuntos de dados o que, no seu entendimento, parece estar relacionado, sobretudo, com as limitações de cada um deles apresentadas anteriormente.

Por fim, Inês exalta a importância de se realizar um trabalho rigoroso em cada uma das etapas do ciclo investigativo, desde a recolha até à representação dos dados. Reforça novamente a ideia de que um gráfico evolui necessariamente de uma tabela de frequências, caso contrário, a sua construção é ainda mais complexa e para além disso, se a tabela contiver erros, os gráficos podem ficar mal construídos.

Professora: Olhem lá, qual é a base para fazer um gráfico? O que é que eu tenho de ter muito organizadinho para fazer um gráfico?

Alunos: A tabela.

Professora: Se as tabelas não estiverem em feitas, a que é que vai dar origem?

Alunos: Fica mal. [...]

Professora: Os gráficos não vão dar certo. Portanto, comecem a perceber que se vocês querem ser precisos naquilo que estão a fazer, vocês têm de ser cuidadosos e têm de começar a recolher as coisas bem, fazer uma boa colheita de dados, depois têm de organizá-los de uma forma muito correta sem haver cá enganos e depois é que podemos passar para os gráficos. Nós até podíamos passar para os gráficos, mas era muito mais complicado sem ter tabelas. Estão a perceber? Portanto, a nossa referência é a tabela, certo? (AO_5)

Seguidamente, Inês deu início à *apresentação dos gráficos* realizados convocando todos os grupos, exceto o grupo 1 devido a um imprevisto com os acetatos.

Durante a apresentação, as intervenções dos grupos foram inicialmente mais demoradas e, com o aproximar do final da aula, houve um maior critério na seleção dos gráficos a

apresentar. Em todas elas, a professora privilegiou o rigor da sua construção, procurando sempre focar o discurso dos alunos na correção dos aspetos técnicos dos gráficos, nos cuidados e/ou dificuldades na sua construção, como é exemplo o seguinte excerto da aula referente à apresentação do gráfico de barras sobre “N.º de horas que os alunos jogam videojogos por dia” do grupo 6 (Figura 42).

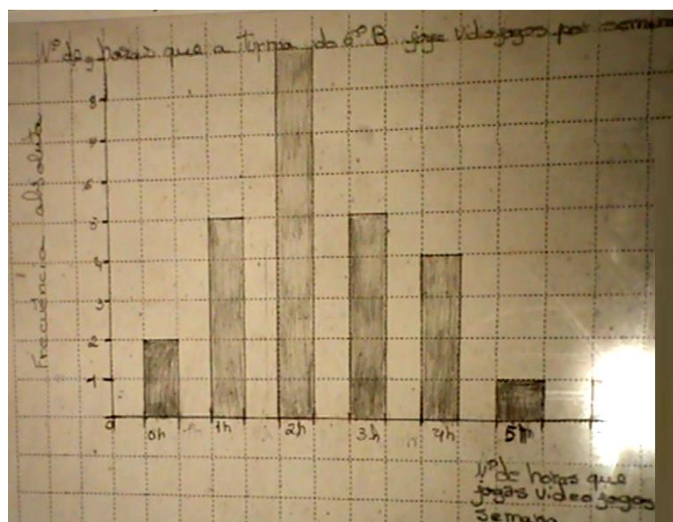


Figura 42 - Gráfico de barras do grupo 4 - variável “N.º de horas que jogam videojogos por dia” – imagem retirada do vídeo (AO_5).

Aluno: Fizemos um gráfico de barras...

Professora: Diz-me só os cuidados que tiveste de ter.

Aluno: As barras à mesma distância.

Professora: Mais? Terem todas a mesma ...

Aluno: Largura.

Professora: E o que é que eu fui lá chatear, os gráficos têm de ter todos um...

Aluno: Título.

Professora: E as nossas barras também devem ter o quê? O assunto a que se refere este eixo e o assunto a que se refere este eixo, a frequência absoluta e, neste caso, o número de horas (AO_5).

Os alunos iniciaram fazendo uma leitura do gráfico barra-a-barra, mas a professora atalhou esta explicação colocando várias questões objetivando recordar as regras para a sua construção, insistindo no igual espaçamento entre as barras e na constância da largura das mesmas. Neste gráfico frisou ainda a importância da existência de um título e de rótulos nos eixos, aspetos que não tinham sido mencionados nos gráficos anteriores.

Outro aspeto que a professora tentou não descurar foi a existência de incorreções de construção nos gráficos, do qual é exemplo o pictograma referente à variável “Cor dos olhos” (Figura 43) do grupo 2. O erro cometido pelos alunos é comum na realização deste

tipo de gráficos em que, para se representar uma frequência menor, se reduz a unidade gráfica ao invés de a fracionar proporcionalmente a esse valor.

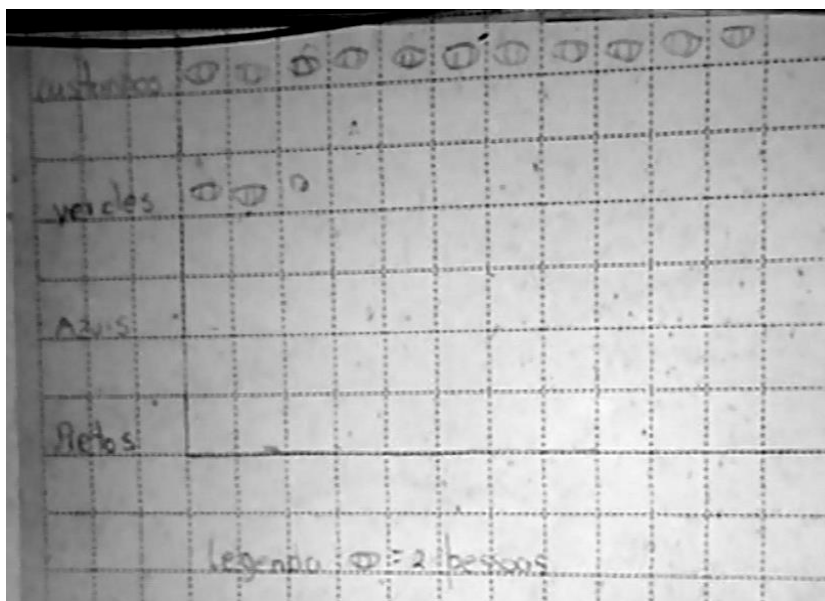


Figura 43 - Pictograma do grupo 2 - variável "Cor dos olhos" – imagem retirada do vídeo (AO_5).

Por exemplo, no caso da cor de olhos castanha, uma vez que cada unidade gráfica representava 2 pessoas, as alunas desenharam 11 símbolos com a forma de um olho os quais representam 22 pessoas. Já no caso da cor de olhos verde, cuja frequência absoluta era de 5 pessoas, as alunas procederam apresentando 2 símbolos iguais aos anteriores os quais representavam 4 pessoas e a quinta pessoa representaram-na desenhando um símbolo de menor tamanho.

Ao se aperceber deste erro, a professora colocou uma questão de focalização com o intuito de todos os analisarem o gráfico à procura de incorreções. Em seguida, explicou que diminuir o tamanho da unidade gráfica pode não revelar com rigor a parte que esta representa em relação ao símbolo inicial, pelo que é mais correto apresentar uma fração da mesma fácil de quantificar.

Professora: Agora elas têm o pictograma. O pictograma também nem sempre é fácil porque há situações em que é difícil de ilustrar. Expliquem lá agora, se fazem favor. Rápido!

Aluna: Então, nós fizemos a legenda, nós falámos sobre os olhos e a legenda de cada olho valia 2 pessoas. Como havia 22 pessoas com olhos castanhos e como valia cada olho 2 fizemos 11, ou seja, estão aí 11 olhos, mas vale 22 porque cada olho vale 2. Nos verdes, havia 5 pessoas com os olhos verdes por isso fizemos 2 olhos grandes que significava 4 pessoas e um olho mais pequeno, o que significava 5 pessoas.

Professora: Eu queria fazer uma pergunta: quem fez pictograma também procedeu da mesma forma quando teve de representar um número que era uma quantidade inferior? Fez o símbolo mais pequeno ou teve outra estratégia?

Alunos: Não, dividimos.

Professora: Calma, diz.

Aluno: Dividimos a legenda ao meio.

Professora: Dividiram a legenda, o símbolo escolhido, ao meio. Então é assim, é mais pequeno, mas eu não sei quantas vezes é mais pequeno será mais indicado fazermos metade da nossa figura ou um quarto. Então reparem lá, uma das coisas muito importantes é escolher um símbolo e perceber se esse símbolo dá para representar quantidades mais pequenas. [...] Então o que é que está aí menos bem nessa situação, o que é que deviam ter feito ao olho?

Aluna: Dividi-lo ao meio. (AO_5)

No caso do diagrama de caule e folhas, a professora preocupou-se também, para além dos seus aspetos técnicos, em referir as suas vantagens que advêm do facto de todos os dados da amostra entrarem na construção desta representação, como aconteceu no caso do diagrama de caule-e-folhas do grupo 2, referente à variável “Altura” (Figura 44).

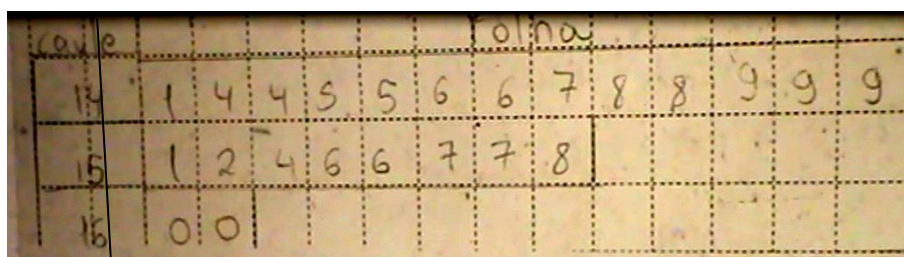


Figura 44 – Diagrama de caule-e-folhas do grupo 2 - variável "Altura" – imagem retirada do vídeo (AO5).

Assim, após as alunas começaram por explicar a ordem de grandeza dos dois Algarismos representados nos caules e os cuidados que tiveram com a construção do diagrama, nomeadamente em colocar as folhas de cada caule por ordem crescente, Inês, através de questões de confirmação, quis evidenciar algumas vantagens do diagrama de caule-e-folhas que permitem, por terem a amostra ordenada, visualizar rapidamente o comportamento dos dados e determinar algumas medidas estatísticas como, por exemplo, os extremos e, a partir deles, calcular a amplitude.

Aluna: Para a “altura” nós utilizámos o diagrama de caule-e-folhas. O 14 significa 1,40 m.

Professora: Quer dizer que todos os que têm como caule 14 vão de 1,40 m a 1 metro e quê?

Aluna: 1,49m. Depois o 15...

Professora: Agora expliquem lá... o 15 será o seguinte, desculpem lá interromper. Expliquem lá quais os cuidados que tiveram de ter ali quando fazem o primeiro.

Alunas: Todos os números tiveram de estar à mesma distância uns dos outros...

Professora: E colocam-nos por quê?

Aluna: Por ordem crescente.

Professora: E o que é que significa por exemplo aparecerem aqui vários noves?

Aluna: Significa que há 3 pessoas com um metro e quarenta e nove.

Professora: Muito bem, certo? Então eu posso perguntar, utilizando o gráfico [...] qual será o mínimo, se nós pensarmos na amplitude qual é o valor mínimo das alturas, olhando aí para o gráfico?

Aluna: 1,41.

Professora: E o máximo?

Aluna: 1,60.

Professora: Ótimo, estão a ver, o diagrama de caule-e-folhas, é verdade que só se aplica em algumas situações, mas a verdade é que nos facilita muita a vida (AO_5).

Pontualmente, a professora mostrou também a intenção de apelar à leitura e interpretação dos gráficos. Esta preocupação foi evidente na apresentação do grupo 2 referente à variável “Número de pessoas do agregado familiar” (Figura 45).

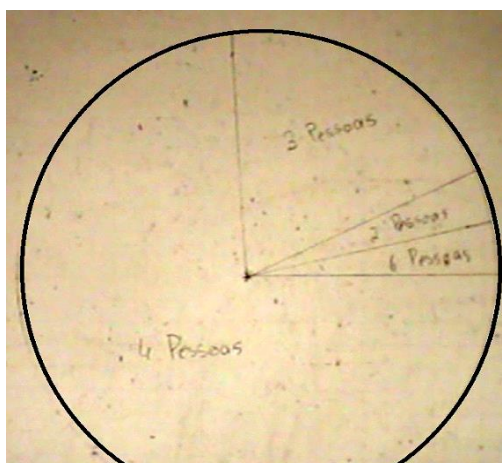


Figura 45 – Gráfico circular do grupo 2 projetado em acetato - variável "N.º de pessoas do agregado familiar" – imagem retirada do vídeo (AO_5).

Assim, após uma das alunas explicar os cálculos realizados para determinar a medida de amplitude dos ângulos de cada um dos setores circulares, Inês colocou algumas questões de confirmação objetivando a leitura dos gráficos, nomeadamente a identificação dos valores mais frequentes (moda) menos frequentes e que a variável assumia.

Aluna: Então nós fizemos a frequência relativa das pessoas vezes 360 graus, fizemos 360 graus vezes 3 por cento que deu 10,8 que são 11 graus.

Professora: [...] Então olhando para o gráfico digam-me lá qual é o valor mais comum para o agregado familiar?

Alunas: Quatro pessoas.

Professora: E o menos comum?

Alunas: Duas pessoas e seis pessoas.

Professora: Então qual é a moda neste conjunto de dados?

Alunas: Quatro pessoas.

Professora: Quatro pessoas, certo? (AO_5)

A preocupação com a leitura e interpretação dos gráficos foi mais incisiva no caso de algumas variáveis como o “Peso da mochila” representada graficamente pelo diagrama de caule-e-folhas da figura 46. De acordo com Inês, estes dados encerravam algumas conclusões preocupantes sobre as quais pretendia fazer os alunos refletir.

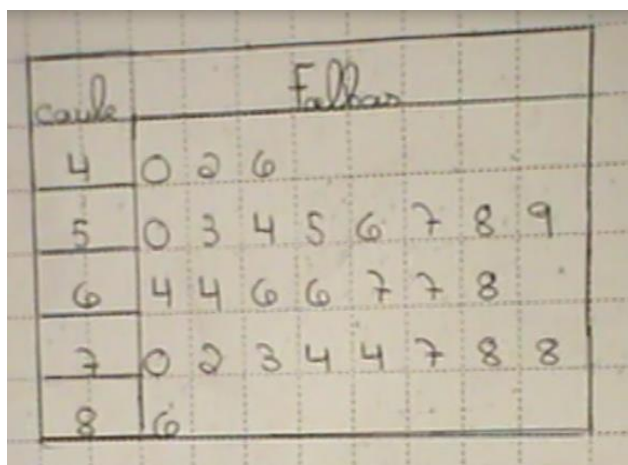


Figura 46 - Diagrama de caule-e-folhas do grupo 5 - variável “Peso das mochilas” – imagem retirada do vídeo (AO_5).

Assim, para além de questões de confirmação que objetivavam a leitura do gráfico, a professora quis aprofundar a sua interpretação por forma a direcionar a discussão para aspetos referentes à promoção da educação para a saúde, usando como estratégia a comparação entre os gráficos de duas distribuições; a variável “Peso/massa corporal” com a variável “peso/massa da mochila”.

Assim, ao relacionar o intervalo mais frequente da massa corporal (40 - 45 kg) com o da massa das mochilas (6 – 7 kg), conjeturou que os alunos andavam a transportar uma carga superior à recomendada pela Organização Mundial de Saúde (\leq a 10% da sua massa corporal). No entanto, ao olhar para o relógio, deixou a reflexão por terminar parecendo pretender reservar um outro momento para retomar o assunto, o qual poderia constituir um problema para uma futura investigação, por exemplo.

Professora: É assim, vou ser muito sincera, o que eu quero do vosso grupo é que nós falemos mais é o “Peso das mochilas” porque a semana passada não tinham estes dados e agora eu quero que vocês olhem para ali com muita, mas com muita atenção.

Aluno: O peso da mochila varia entre 4 quilos e 8,6.

Professora: Se eu te perguntar o mínimo e o máximo.

Aluno: é o 4 e é o 8,6, é o dobro!

Professora: É o dobro ou ainda mais do dobro. E aquela pergunta que eu vos fiz para vocês pesquisarem: qual é deve ser o peso da mochila em relação ao peso do corpo?

Aluno: Um décimo.

Professora: Um décimo. Reparem numa coisa: nós sabemos neste caso que era a tua mochila a mais pesada. Quanto é que tu pesas, S.?

Aluna: 40.

Professora: Quantas vezes mais é que a mochila pesa em relação ao que devia pesar?

Aluna: O dobro!

Professora: Mais do dobro. Isso vai-te trazer problemas complicados nas costas, não é? Portanto, é assim, aquele valor é o máximo, mas onde é que se situa a maior parte dos valores do peso das mochilas, entre quanto e quanto?

Aluno: Entre 6 e 7.

Professora: O grupo que tinha os pesos, diga-me uma coisa: qual era o peso mais frequente, entre que valores?

Alunos: Entre 40 e 45 [Kg] .

Professora: Então, reparem, que o que é que vocês me têm a dizer? O que é que vocês andam a fazer com as mochilas? Quais são os problemas? (AO_5)

De referir que, no caso dos gráficos que não de barras, a professora não foi tão exigente do ponto de vista da sua completude relativamente aos aspetos técnicos dos mesmos. Este aspeto foi mais evidente no caso dos gráficos circulares, como é o caso do gráfico constante na figura 45, os quais estavam incompletos por omitirem elementos como os valores correspondentes das percentagens nos respetivos setores circulares e/ou o título, embora noutros tipos de gráficos este último aspeto também se tenha verificado. Este facto, parece poder estar relacionado com a perceção de Inês relativamente ao elevado nível de dificuldade subjacente à construção destes gráficos, levando a professora a relativizar a importância dos aspetos anteriores.

Finda a fase de apresentação, em jeito de balanço, a professora referiu estar satisfeita com o trabalho realizado pelos alunos: “Então vamos lá ver, de uma maneira geral toda a gente aprendeu a fazer. Claro que cometeram pequenos erros, mas para quem está a começar portaram-se muito bem.” (AO_5)

Como síntese da aula, Inês retomou o assunto das vantagens e desvantagens dos vários tipos de gráficos, tendo utilizado para o efeito alguns dos diapositivos do *PowerPoint* informativo 3 (Anexo 11).

A reflexão. Em seguida, apresenta-se a reflexão que a professora realizou relativamente às duas aulas desta etapa: aulas número quatro e cinco de “Organização e representação de dados”.

Relativamente à *quarta aula da investigação*, Inês refere algum descontentamento para com a sua dinâmica pelo facto de os alunos terem trabalhado pouco em grupo e ter sido praticamente toda dedicada à de apresentação de trabalhos e à leção de conteúdos o que, de acordo com a professora, resultou numa aula muito expositiva.

O balanço é positivo, se bem que houve ali alguns momentos mortos. [...] A única coisa que era preciso, mas que eu não gosto muito era... pronto, eu gosto de aulas mais mexidas [...] Em que eles estão a trabalhar mais, em que se dá mais autonomia, que se fazem mais coisas, mas acho que aqui não havia grande hipótese de fazer uma coisa diferente (RAO_4).

Por exemplo, no caso da questão número quatro da tarefa que remetia para a construção de representações gráficas, a leção dos gráficos estatísticos antes da sua construção, veio acrescentar alguma monotonia à aula, mas Inês parecia não vislumbrar uma estratégia alternativa igualmente eficaz de conduzir a aula.

Esta aula foi menos trabalho de grupo, foi mais... aquela parte dos gráficos, pronto, não havia outra maneira, não podia fazer de outra forma... não havia outra forma para eles explorarem aquilo (RAO_4).

Quanto à apresentação de trabalhos por parte dos alunos, Inês referiu que não fez uma exploração igual para todos os grupos, nomeadamente em relação às tabelas de frequências, centrando a discussão nas incorreções cometidas. Assim, deu primazia aos grupos cujas tabelas continham erros de cálculo, que foi só um deles segundo a professora, já que o outro grupo continha apenas erros de transcrição. Esta alteração de estratégia teve como intuito apressar esta fase para que os alunos não dispersassem, o que acontecia com facilidade se não estivessem a trabalhar em grupo, de acordo com Inês: “Mesmo assim tentei ali alterar e acelerar umas coisas e explorar, mas depois eles dispersam” (RAO_4).

Para Inês, a grande dificuldade dos alunos nesta aula foi para com a média, medida estatística que pareciam desconhecer completamente. Para a professora, foi problemático os alunos chegarem à média quer com muitos dados quer com poucos.

Eles ao princípio não faziam a mínima ideia do que era a média, pelo menos com aqueles valores, não sei se era por serem muitos. [...] Mas mesmo quando a gente

pôs só dois valores para a altura e era uma média super fácil eles custaram, no geral, a chegar lá (RAO_4).

Inês referiu que tinha muito receio que os alunos não conseguissem compreender como se calculava a média para dados agrupados, no entanto, este aspeto acabou por não se verificar porque este processo foi o que se tornou mais familiar para eles já que calcularam as medidas após os dados estarem organizados em tabelas de frequências.

O que eu estava com muito receio era os dados agrupados, porque [...] ,O meu problema era esse, eu não tinha por onde pegar que não fossem dados agrupados, a não ser as alturas, por isso é que depois eu peguei nas alturas que eles lá tinham e depois pensei “eles não vão chegar aos dados agrupados”, depois lá chega o F., que consegui perceber perfeitamente, mas ainda houve ali aquela discussão. (RAO_4)

Embora os alunos tenham acabado por conseguir chegar e aplicar o algoritmo da média, uma dificuldade que parece ter persistido foi a de compreenderem seu significado e a sua importância num determinado contexto.

Eles têm muita dificuldade em perceber o que é a média e para que é que ela serve, qual é a importância dela no contexto... e foi isso que eu acho que eles ainda não chegaram lá (RAO_4).

Com o intuito de facilitar a compreensão do significado da média e de sensibilizar os alunos para a sua fraca resistência que a torna numa medida facilmente manipulável para influenciar decisões e opiniões, Inês refere ter usado intencionalmente como exemplo o facto de haver nesta turma valores discrepantes em relação ao número de horas semanais de prática desportiva que fez aumentar o número médio de horas por aluno.

Porque era isso que eu estava a dizer “toca a pensar e a serem pessoas informadas”, porque quando a gente quer manipular... foi o exemplo que eu dei, do desporto, quando queremos manipular, vamos dizer que esta turma é uma turma muito ativa, quando há aqui pessoas que não fazem nada (RAO_4).

Outra estratégia utilizada pela professora para aprofundar o significado das medidas e a relação entre elas foi a comparação entre distribuições cujos dados se distribuíam de formas diferentes em relação à média, referentes às variáveis “N.º de irmãos” e “Idade”.

Mas eu já sabia, aquela já vinha pensada de casa, porque eu já sabia que eles estavam espantadíssimos, a C. e o M. têm muitos irmãos [...] Mas havia ali valores que valia a pena explorar, depois foi ao contrário, andei a escolher os que não havia grande diferença... mas é aquela história do algoritmo, inverterem o algoritmo, eles não estavam a perceber o que é uma média...

Em relação à média, [...] depois fui dando aqueles valores mais... para já porque eu sabia que havia ali, naquele do número de irmãos eu já sabia que havia

discrepância [...] O da M., [idade] que era o que eu lhe tinha dito para ela fazer porque esse é ao contrário, porque a turma é muito homogénea (RAO_4).

No que concerne à *quinta aula do projeto*, em que os alunos construíram e apresentaram os gráficos estatísticos que a professora estipulou, Inês afirma ter gostado muito da mesma.

Para esta satisfação muito contribui a prestação dos alunos que a surpreendeu bastante. Por um lado, trabalharam com grande empenho durante a exploração da tarefa em grupo, cumprindo todas as regras estipuladas. Assim, esforçaram-se por superar as dificuldades que iam surgindo, através da consulta da informação escrita que a professora forneceu e, quando tal não foi possível, aguardaram até chegar a sua vez para a professora esclarecer as suas dúvidas.

Se me perguntares em termos de aula, eu gostei imenso [...] porque os miúdos estavam a fazer, eles estavam sossegados, quietos e toda a gente estava a trabalhar, eles estavam mesmo a fazer aquilo, não havia conversas paralelas, não havia nada, a única coisa que havia era trabalho, mais nada. Eles estavam mesmo empenhados e eu tenho a certeza que toda a gente aprendeu a fazer as coisas. (RAO_5)

Por outro lado, Inês mostrou-se muito agradada pela propriedade com que os alunos apresentaram os seus trabalhos, tendo os mesmos revelado domínio dos conteúdos sobre a construção dos gráficos.

[...] gostei muito da forma como eles foram apresentar os trabalhos, tenho pena de não ter tido tempo para mais. Acho que eles foram apresentar uma coisa na qual eles tinham convicção, que eles tinham feito, que sabiam o que tinham feito, como é que tinham feito (RAO_5).

Na opinião da docente, o sucesso da aula esteve relacionado com o facto de esta ter ensinado os alunos a construírem os gráficos antes de iniciarem as tarefas e de lhes ter fornecido um documento informativo de suporte na medida que permitiu agilizar este processo. Se não tivesse procedido desta forma, Inês refere que os alunos teriam tido mais dificuldades, demorariam mais tempo e necessitariam de mais apoio da sua parte.

Ai não! Fazer os gráficos sem eu ter dado o *PowerPoint*?! Ao [gráfico] circular não chegavam de certeza absoluta! [...] Aos outros haviam de chegar, mas havia de estar uma semana chateada com eles... [...] Demoravam, porque até que eles percebessem que tinham de ter as mesmas barras... e eles iam lá, mas ia demorar muito mais tempo! (RAO_5)

Houve aspetos desta aula que surpreenderam positivamente a professora. Em primeiro lugar, o facto de este tipo de tarefas, por permitirem diferentes graus de concretização, possibilitarem que todos os alunos, mesmo os com mais dificuldades, pudessem

contribuir e dar o seu melhor, como foi o caso de uma aluna com necessidades educativas especiais.

Gostei, acima de tudo, estava com receio da C., ela estava a repetir-se, mas a C. é do 3/2008 [Decreto-Lei]. Acho que ela estava muitíssimo bem e este tipo de tarefas dá para todas as crianças, desde o melhor aluno da turma, aquele que tem mais dificuldades, que é o caso dela, logicamente adequado às capacidades que têm, mas foi perfeitamente capaz de defender o seu trabalho (RAO_5).

Em segundo lugar, o entusiasmo e persistência que os alunos continuam a revelar, mesmo após várias aulas a trabalhar o mesmo assunto, no desenvolvimento desta investigação estatística.

Eu acho que eles me continuam a surpreender pelo seguinte: a tarefa tem-se arrastado e eu pensava que com o facto de se arrastar que eles iam perdendo o interesse, mas não [...] eles estão de tal maneira entusiasmados que não se estão a importar minimamente continuarmos com o mesmo assunto, não a fazer as mesmas coisas, mas com o mesmo assunto (RAO_5).

Todavia, a preocupação com o tempo parecia sempre sobrepor-se a tudo o resto. Por um lado, a cada aula que passava, a sua angústia era mais evidente pois ficavam sempre coisas por fazer e o tempo estava a escassear face ao número de conteúdos programáticos a lecionar até ao final do ano letivo. A consciência deste aspeto fê-la tomar algumas decisões no decorrer da aula, como por exemplo, apressar um pouco a fase da discussão/apresentação dos trabalhos dos alunos para ganhar alguns minutos da aula. Contudo, acabou igualmente por não conseguir cumprir o seu plano de aula já que tentava ainda nesta aula iniciar a quarta etapa do projeto.

O meu drama neste momento é o tempo, só isso. [...] eu é que não lhes podia dar mais tempo do que aquilo que dei, mas gostei muito da forma como eles apresentaram o trabalho. [...] Vê lá a planificação. Eu tinha lá posto o início da tarefa [específica] 4... (RAO_5)

Por outro lado, o adensar de trabalho de todas as solicitações da sua profissão estava a subtrair-lhe tempo de descanso impactando a preparação adequada das suas aulas e o seu desempenho durante as mesmas. Por vezes, escapavam-lhe alguns pormenores importantes relacionados com o trabalho dos alunos, que atrasava e dificultava o desenvolvimento das tarefas e o seu papel em ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades. Para esta aula, a professora esqueceu-se de verificar uma das tabelas de frequências de um dos grupos, a qual continha erros de cálculo que os alunos não conseguiam identificar. Assim, ao construírem um gráfico circular com base nesta tabela,

a soma das medidas de amplitude dos setores circulares era menor que 360 graus e estes não conseguiam perceber a origem do engano, impedindo-os de avançar.

[...] aí a culpa é minha, porque é assim, eu não consigo fazer mais! Ela na sexta feira voltou a enviar as tabelas, ela estava desconfiada que havia erros e eu disse “quando puder vejo”. E eu juro que levei as tabelas comigo, mas eu não tive cabeça para olhar para aquilo e não me lembrei, porque não tinha dormido praticamente nada [...] Quando ela hoje me começa a dizer que aquilo não bateu certo eu tinha um problema de consciência tão grande e ela já com as lágrimas nos olhos e eu disse “a culpa é minha!”... tanto que eu disse-lhe assim: “C., põe aí os valores aproximados até chegar ao 360 que a gente depois conversa”, porque eu estava com pena dela (RAO_5).

Uma outra dificuldade que Inês sentia muito presente nestas aulas era o facto de não conseguir ajudar em tempo útil todos os alunos, sem que estes estivessem parados à sua espera e pudessem progredir mais rapidamente nas tarefas. A turma era muito numerosa e os alunos estavam a trabalhar estes conteúdos pela primeira vez. Foi para fazer face a este aspeto que Inês, nesta aula, decidiu entregar aos alunos informação escrita para consulta contendo instruções para a construção dos diferentes tipos de gráficos: “Eu não consegui chegar a todos ao mesmo tempo [...] Há sempre momentos mortos [...] tentei minimizar as coisas quando lhes entreguei as cópias, porque eles não se iam lembrar dos pormenores todos, tentei minimizar” (RAO_5).

Síntese da Etapa 3

Em seguida, relacionam-se os diferentes momentos da prática letiva (planificação, condução e reflexão) e analisa-se o conhecimento de Estatística e o conhecimento sobre o ensino da Estatística com investigações estatísticas evidenciados pela professora.

Conhecimento de Estatística. Durante a terceira etapa da investigação estatística, cuja tarefa objetivava a organização e a representação dos dados, o *conhecimento de Estatística* da professora emergiu em alguns episódios das aulas, os quais analisam em seguida.

Na quarta aula que teve início com a apresentação das diferentes tabelas de frequências realizadas pelos grupos, Inês focou a discussão nos aspetos técnicos das tabelas realçando os erros de construção cometidos pelos alunos em algumas delas. Pese embora a professora esperasse encontrar poucos erros, como afirmou durante a planificação

conjunta que efetuou desta aula, surgiram algumas incorreções, umas identificadas outras não, na versão em computador enviada pelos alunos, maioritariamente decorrentes de lapsos na transcrição. Em todos estes casos, a professora evidenciou conhecimento matemático e *conhecimento estatístico sobre a construção de tabelas de frequências absolutas e relativas*, a saber: quando teve de lembrar como se calcula a frequência relativa e qual ordem de grandeza dos valores que esta pode assumir por ser resultante do quociente entre dois números inteiros diferentes de zero em que o dividendo é menor que o divisor; quando teve de explicitar a distinção entre duas diferentes representações de um número racional, em dízima e em percentagem, que um grupo pareceu confundir.

Ainda durante esta aula, antes de iniciar a abordagem dos diferentes tipos de gráficos, Inês explicou a necessidade da realização de uma representação gráfica dos dados e quais as vantagens que esta acrescenta em relação à representação tabular. Na sua opinião, os gráficos constituem uma representação mais eficiente dos dados, pela facilidade na leitura e interpretação que imprimem aos mesmos, tornando a informação mais fácil de reter. Para a professora, um gráfico deve evoluir necessariamente de uma tabela de frequências, a qual deve estar corretamente construída para não comprometer também a correção do gráfico construído.

À semelhança do que aconteceu com as tabelas de frequências, também no caso dos gráficos, quer quando a professora ensinou a sua construção tendo por base um *PowerPoint* informativo quer quando os alunos apresentaram os gráficos construídos à turma, a tónica da intervenção da professora foi o domínio de procedimentos, em particular das regras de construção dos diferentes gráficos, e a identificação dos erros de construção cometidos pelos alunos. Embora, tenha colocado algumas questões sobre interpretação dos mesmos, estas intentaram sobretudo uma leitura direta dos valores mais e menos frequentes e, por vezes, também a indicação dos valores extremos da distribuição, a partir das representações construídas. Em ambos os momentos, Inês mostrou *conhecer os diferentes tipos de representações gráficas* contempladas no Programa (ME, 2007) e dominar as regras para a sua correta construção. Porém, em alguns casos, a professora não apelou tanto à completude dos gráficos realizados pelos alunos, nomeadamente no que se refere à presença de título, possivelmente devido à tensão causada pela gestão do tempo e pela perceção das dificuldades dos alunos na sua construção, como aconteceu no caso do gráfico circular.

Quando *selecionou as representações gráficas*, de acordo com as variáveis em estudo por cada grupo, Inês mostrou, de forma geral, salvo algumas exceções, ter alguma noção da sua adequabilidade *tendo em conta a natureza das variáveis*, distribuindo-os do seguinte modo: - gráficos de barras: para 2 variáveis de natureza qualitativa e 4 de natureza quantitativa discreta; - gráficos circulares: para 4 variáveis qualitativas, 1 para uma variável de natureza quantitativa discreta e 1 de natureza quantitativa contínua; - pictogramas: para 1 variável de natureza qualitativa e 1 para uma variável quantitativa contínua (idade); - diagramas de caule-e-folhas: para 1 variável de natureza quantitativa discreta e 4 de natureza quantitativa contínua.

Contudo, quando se referiu às limitações dos diferentes tipos de gráficos, Inês passou a ideia aos alunos que existem critérios para a sua seleção sem se referir explicitamente à natureza das variáveis em estudo. Por exemplo, no caso do pictograma, referiu a dificuldade em se encontrar, por vezes, um símbolo sugestivo em relação ao assunto em estudo e/ou um valor para a unidade gráfica adequado para representar as frequências dos dados. Quanto ao gráfico circular, Inês referiu a dificuldade em estabelecer comparações entre distribuições. Quanto aos diagramas de caule-e-folhas, a docente referiu a necessidade da realização deste tipo de representação para variáveis cujos valores que assumem não se repetem com frequência, como no caso do das variáveis “peso” e “altura” por exemplo, referindo também a existência de histogramas para este efeito, os quais não eram utilizados pois não pertenciam ao Programa do 2.º ciclo (ME, 2007). Ainda acerca desta representação, Inês apontou como principais vantagens a possibilidade de aceder a todos os dados da amostra de forma ordenada, a qual permite compreender facilmente em que intervalo(s) os dados estão mais concentrados e determinar os extremos, a amplitude e a mediana.

Quanto às *medidas estatísticas*, para além de *conhecimento processual* revelado através do domínio dos procedimentos de cálculo das mesmas, Inês revelou também *conhecimento concetual* e foi neste que mais insistiu junto dos alunos. Assim, relativamente à média, a professora mostrou conhecer as suas propriedades deduzidas pelos alunos a partir da análise dos dados referentes à variável “N.º de irmãos”, nomeadamente: que a média é um valor situado entre os extremos da distribuição; que a média pode ser um valor não inteiro que pode não ter sentido para a variável considerada; e que há que ter em conta os valores nulos para o cálculo da média. A estas acrescentou a fraca resistência da média, pelo facto de a variável referida possuir valores discrepantes

os quais influenciam esta medida fazendo com que ela, segundo Inês, fosse uma medida facilmente utilizada para manipular opiniões e enviesar conclusões. A ideia da fraca resistência da média foi reforçada ainda no âmbito da variável “N.º de horas de prática desportiva semanal”, em que a existência de valores discrepantes aumentava consideravelmente a média em relação à moda e, nestas condições, segundo a professora, o seu valor podia ser usado para convencer as pessoas de que esta turma praticava muitas mais horas de desporto do que na realidade acontecia: “Mas eu podia dizer às outras pessoas que nós [...] praticamos 5 horas de desporto por semana, [...] mas eu não estou a utilizar a minha média para influenciar os outros?” (AO_4). Inês alertou assim para as desvantagens de reduzir a informação através de uma só medida estatística de centro, sobretudo se esta for pouco representativa do conjunto de dados.

Inês utilizou vários termos para se referir a média como “valor que equilibra normalmente os grandes valores com os pequenos valores”, “ponto de equilíbrio”, “centro de gravidade”. Contudo, apenas aprofundou o significado da média como “partilha justa”, no caso da variável “N.º de horas de prática desportiva por semanal”, quando referiu que “A média é um valor que me dá uma ideia como se toda a gente fizesse o mesmo [...] é como se o desporto da A. e da C. estivesse a passar para vocês” (AO_6), promovendo a apropriação concetual desta medida pelos alunos.

Em relação à amplitude, Inês não explorou explicitamente o seu significado como medida isolada, mas aprofundou a forma como as três medidas estatísticas - média, moda e amplitude - se relacionam e a informação que em conjunto que nos transmitem sobre os dados. Assim, referiu que a moda é o ponto de referência e a média aproxima-se e afasta-se da moda, respetivamente, se a amplitude é pequena ou grande, ressaltando a importância do contexto para tirar conclusões sobre os dados.

Com respeito à ideia de *representatividade*, a professora parece aceitar a média como o melhor resumo dos dados mesmo nos casos em que a distribuição é enviesada como na variável “N.º de irmãos”.

Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas. Em seguida, analisa-se o conhecimento do ensino evidenciado pela professora, tendo em conta os seguintes aspetos: “Estrutura e dinâmica da(s) aula(s)”, “Trabalho dos alunos”,

“Abordagem à Estatística”, “Estilos de comunicação” (Ponte, 2011) e “Recursos tecnológicos”.

Estrutura e dinâmica da(s) aula(s): Esta terceira etapa da investigação estatística foi desenvolvida em duas aulas com objetivos distintos e, por isso, sujeitas a dinâmicas diferentes as quais serão analisadas separadamente.

Quanto à *quarta aula*, de “*Organização e representação dados*”, esta apresentou-se dividida em três partes mediadas por temáticas diferentes: tabelas de frequências, medidas estatísticas e gráficos estatísticos.

A primeira parte desta aula, com a duração de aproximadamente quarenta minutos, foi dedicada à apresentação das tabelas de frequência realizadas pelos alunos numa aula de Formação Cívica em que a investigadora não esteve presente.

Por forma a realizar uma gestão mais eficiente do tempo e para os alunos não se dispersarem, Inês selecionou as tabelas a apresentar, priorizando as que continham incorreções devidas, sobretudo, a erros de transcrição, tal como referiu na reflexão da aula. Nesta fase da aula demorou-se o dobro do tempo que havia previsto no plano de aula.

A segunda parte da aula foi dedicada às medidas estatísticas, as quais a professora durante a planificação conjunta referiu preferir abordar depois dos gráficos por já ter iniciado os alunos na construção de diagramas de caule-e-folhas, todavia decidiu seguir a ordem da tarefa. Embora, no plano de aula, a professora tivesse previsto a realização um único momento introdutório seguido de um momento de trabalho autónomo para a resolução das questões da tarefa referentes às medidas estatísticas (1, 2 e 3), durante a aula alterou a estratégia e trabalhou uma questão de cada vez para facilitar o trabalho dos alunos. No que se refere à questão 1, sobre o cálculo da média, a professora realizou um momento introdutório, com a duração de 25 minutos, em que transmitiu novo conhecimento para facilitar a sua apropriação pelos alunos, após o qual trabalharam em grupo durante 15 minutos para a resolver. O momento introdutório referente à da questão 3, relativa à determinação dos extremos e da amplitude, teve a duração de 5 minutos, seguindo-se um momento de trabalho autónomo dos alunos de cerca de 10 minutos. A professora não se deteve em considerações sobre a moda já que esta medida não era nova para os alunos.

Para auxiliar o trabalho dos alunos, a professora projetou um *PowerPoint* informativo e foi circulando de grupo em grupo para se inteirar do trabalho que estavam a desenvolver

e prestar apoio no esclarecimento de dúvidas e evitar erros. De referir ainda que os motivos pelos quais os alunos mais solicitaram a presença da professora foram para esclarecerem para que tipo de variáveis podiam calcular a média e a amplitude, bem como para clarificar como podiam calcular essas medidas em dados não agrupados, por exemplo, a partir de diagramas de caule-e-folhas.

Seguiu-se um momento de apresentação/discussão do trabalho realizado pelos alunos, com a duração de 30 minutos, o qual a professora não previu no seu plano de aula, mas decidiu por em prática. Para rentabilizar o tempo da apresentação e facilitar a compreensão das medidas estatísticas, selecionou para serem apresentadas apenas algumas variáveis que se destacavam por os dados conterem valores discrepantes e constituírem distribuições mais assimétricas ou, pelo contrário, por serem variáveis cujos dados constituíam uma distribuição normal para estabelecer um paralelo entre elas.

Num terceiro momento introdutório, para garantir a apropriação da quarta questão da tarefa, levou a cabo várias ações. Em primeiro lugar, familiarizou os alunos com o trabalho que iriam desenvolver e com o contexto da questão, explicando a necessidade em Estatística de se representar a informação sob a forma de gráficos. Num segundo momento e antes de passar ao trabalho autónomo dos alunos, a professora abordou o conteúdo “gráficos estatísticos”.

Em suma, os tempos da aula distribuíram-se da seguinte forma: três momentos de introdução referentes às três questões da tarefa com a duração de setenta e cinco minutos; as duas fases de trabalho autónomo dos alunos de cerca de vinte e cinco minutos da aula; e, duas fases de discussão/apresentação dos trabalhos dos alunos com a duração de setenta minutos da aula.

Relativamente à *quinta aula*, de “*Organização e representação dados*”, esta teve início com um momento introdutório, de 15 minutos, em que Inês organizou o trabalho dos alunos distribuindo uma fotocópia do *PowerPoint* informativo 4 contendo as instruções para a construção dos diferentes gráficos. Seguidamente, favoreceu a apropriação da tarefa pelos alunos reforçando a explicação sobre a construção de um gráfico circular efetuada na aula anterior e exemplificando a sua construção no quadro branco. Posteriormente, solicitou a leitura da questão 4 em voz alta por um dos alunos e explicou o trabalho a realizar dando indicação a cada grupo do tipo de representação gráfica que iriam realizar para cada uma das suas variáveis.

Seguiu-se a fase de trabalho autónomo dos alunos, com a duração de cerca de 60 minutos, para a construção dos gráficos. A professora foi circulando pelos grupos para apoiar o trabalho dos alunos, o qual se revelou indispensável já que a consulta da informação escrita fornecida pela professora foi insuficiente para fazer face às dificuldades dos alunos decorrentes da construção de representações com dados reais. O papel da professora foi o de se envolver em raciocínio matemático junto dos alunos para os ajudar a detetar os erros e a corrigi-los, ao mesmo tempo que recordava informação necessária e fornecia pistas para os alunos progredirem na tarefa.

Os alunos revelaram dificuldades específicas de acordo com os diferentes tipos de gráficos. No gráfico de barras, o qual a professora sugeriu para variáveis quantitativas discretas, destacam-se as dificuldades sentidas na gradação e na identificação e legendagem correta dos eixos, bem como em manter o igual espaçamento entre as barras. Nos pictogramas, os quais foram os eleitos pela professora para variáveis quantitativas discretas e qualitativas, a escolha de um símbolo sugestivo e simultaneamente fácil de representar foi uma das dificuldades sentidas pelos alunos. Também a definição de um valor para a unidade gráfica que fosse adequado para representar os valores das frequências absolutas das diferentes categorias das variáveis foi problemática. Nos gráficos circulares, os quais a professora atribuiu maioritariamente a variáveis de natureza qualitativa, tenderam a ser os mais difíceis para os alunos, tal como a professora previu na planificação. As principais dificuldades prenderam-se com o facto de a soma das medidas de amplitude dos setores circulares do gráfico ser muitas vezes diferente de 360 graus o que se deveu à realização incorreta de arredondamentos às centésimas aquando do cálculo da frequência relativa na aula anterior, tendo os alunos demorado muito tempo a identificar a origem do erro. Durante a reflexão da aula, Inês lamentou este lapso seu e referiu que se deveu ao facto de não ter conseguido corrigir todas as tabelas enviadas pelos alunos antecipadamente por falta de tempo e cansaço o qual teve consequências na gestão do tempo desta aula.

Os grupos apresentaram os gráficos fotocopiados num acetato durante 25 minutos. Ao primeiro grupo a apresentar foi permitido mostrar todos os seus gráficos. Os que lhe sucederam, a pedido da professora, por uma questão de gestão do tempo, mostraram apenas gráficos que fossem diferentes dos já expostos, que contivessem alguma incorreção e/ou que dissessem respeito a alguma variável com valores discrepantes que Inês quisesse ver discutidos. Durante a reflexão da aula, Inês mostrou-se agradada com a

forma como os alunos apresentaram os seus gráficos, mostrando dominar as suas convenções e técnicas de construção, tendo este aspeto ficado a dever-se, de acordo com Inês, o facto de ter lecionado os conteúdos antes da sua construção e o documento informativo que lhes facultou.

Cinco minutos antes do toque de saída, a professora, em jeito de síntese, recuperou o tema das vantagens e desvantagens dos diferentes tipos de gráficos.

Em suma, os momentos introdutórios tiveram a duração de 30 minutos, os momentos de trabalho autónomo dos alunos demoraram 60 minutos e os alunos apresentaram os seus trabalhos durante 25 minutos. Por fim, a professora fez uma síntese de 5 minutos.

Trabalho dos alunos: Durante esta etapa, no que se refere à organização e representação dos dados, Inês evidenciou considerar importante realizar-se para cada variável representações tabulares e gráficas dos dados. Assim, numa primeira fase solicitou a realização de tabelas de frequências aos alunos, as quais Inês garantiu que evoluíssem para gráficos. Com a realização deste tipo de representação tabular, Inês pretendia que os alunos adquirissem os procedimentos necessários à sua construção, uma vez que era um dos conteúdos à abordar no tema de OTD 2.º ciclo, presentes no Programa (ME, 2007), tal como referiu na planificação.

A seleção da representação gráfica mais adequada aos dados por parte dos alunos pareceu não constituir uma prioridade para a professora, já que para cada variável foi apenas construída um único gráfico, o qual foi previamente por si indicado com o objetivo de garantir a realização de diferentes tipos de gráficos dentro de cada grupo. O foco de Inês foi que os alunos aprendessem as regras de construção de todos os gráficos que o programa (ME, 2007) preconizava.

Abordagem à Estatística. Durante a planificação conjunta, a forma de abordar os conteúdos foi uma preocupação que Inês evidenciou, referindo que era importante primeiro ouvir as ideias prévias dos alunos, mas posteriormente teria de introduzir novo conhecimento, de forma diretiva. Embora as questões da tarefa possuíssem algumas pistas de resolução, Inês considerava que não seria produtivo a sua resolução sem o domínio dos conceitos e procedimentos estatísticos subjacentes às mesmas.

Tal como referiu na planificação, seria muito difícil os alunos chegarem sozinhos ao algoritmo para o cálculo da média, devido ao elevado número de dados que tinham de considerar para o cálculo da mesma, bem como tentarem construir gráficos sem

conhecerem as respectivas regras de construção, pelo que não vislumbrava outra estratégia que não fosse fazê-lo em grande grupo antes de os alunos realizarem as questões. Por conseguinte, dinamizou um questionamento, envolvendo o mais possível os alunos para aceder às suas ideias prévias sobre medidas estatísticas e gráficos e, a partir delas, introduziu de novo conhecimento de forma indireta, tendo como suporte o *PowerPoint* informativo 4. Durante a reflexão, a professora considerou que estas fases da aula de leção de conteúdos resultaram numa aula monótona e expositiva, aspeto que lhe desagradou, mas continuou a considerar que não podia ter sido realizada de outra forma.

Também durante as fases de discussão, a professora tentou aprofundar a compreensão dos significados estatísticos, usando várias estratégias para o efeito. No caso das tabelas de frequências, priorizou as que continham incorreções para apresentação e desenvolveu a discussão com base nos erros cometidos de forma a reforçar as técnicas subjacentes à construção desta representação e obter *feedback* do entendimento dos alunos sobre os procedimentos veiculados.

Relativamente aos gráficos, a estratégia dominante foi os alunos apresentarem gráficos diferentes um dos outros para realçar os cuidados de construção a ter em cada um deles e/ou os que contivessem incorreções para focar a discussão dos aspetos técnico dos mesmos.

Já no que se refere às medidas estatísticas, a estratégia adotada para facilitar a compreensão das mesmas denota preocupações de índole mais conceptual que no caso das representações tabulares e gráficas. Assim, optou por estabelecer um paralelo entre medidas resultantes de distribuições normais e de distribuições enviesadas, de modo a realçar as diferenças entre elas e aprofundar a forma como as três medidas se relacionam em cada uma das diferentes situações. Durante a reflexão da aula, a professora afirmou que os alunos aprenderam os algoritmos para determinar as medidas estatísticas, incluindo calcular a média de dados agrupados, contudo, ainda persistiam dificuldades na compreensão do seu significado e a sua importância num determinado contexto.

Estilos de comunicação: Relativamente às duas aulas desta etapa, a sua estrutura alternou entre momentos de introdução, desenvolvimento e discussão das quatro questões da tarefa. No que se refere às fases de introdução das questões, as quais intentaram sobretudo garantir a sua apropriação por parte dos alunos através da mobilização de conhecimentos necessários para o desenvolvimento da mesma, Inês recorreu a uma comunicação apoiada na contribuição dos alunos no seu discurso, através de um questionamento baseado na

confirmação do seu entendimento sobre as medidas estatísticas ou sobre os gráficos estatísticos e no fornecimento de novas informações.

Quanto aos momentos de trabalho autónomo dos alunos subjacentes às referidas questões, o papel da professora foi o de apoiar o seu trabalho, principalmente colocando questões de confirmação para obter *feedback* sobre o seu entendimento acerca dos conteúdos abordados anteriormente e exercer a validação do seu discurso, perfilando um modo de comunicação contributiva. Em alguns casos, foi necessário a professora se envolver em raciocínio matemático junto dos alunos de forma a detetar erros e tentar corrigi-los tendo aqui necessidade de recordar informação.

No que concerne à fase de apresentação/discussão dos trabalhos, verifica-se que esta foi baseada no discurso inicial dos alunos, regularmente orientado e direcionado pela professora, através de questões de confirmação, para os aspetos que a mesma queria fazer notar, frequentemente mais relacionados com detalhes processuais, de cálculo e/ou com a identificação de falhas técnicas. As apresentações dos alunos foram assim convertidos em intervenções breves e simples quanto ao nível cognitivo envolvido, seguidas do *feedback* imediato da professora, configurando um modo de comunicação *contributiva*.

De notar que, embora Inês tenha proposto no seu plano de aula um conjunto diverso de questões para colocar aos alunos as quais possuíam na sua generalidade uma natureza aberta, do tipo inquirição, as tensões sentidas durante a aula associadas à perceção das dificuldades dos alunos e à gestão do tempo, fizeram com que a professora convertesse rapidamente as questões de inquirição lançadas em questões de confirmação quando a resposta dos alunos não era imediata.

Recursos tecnológicos utilizados: Quanto aos recursos tecnológicos a utilizar, Inês, durante a planificação conjunta, mostrou vontade de utilizar os computadores nas suas aulas de Estatística à semelhança do que já havia feito em anos anteriores. Para a professora, era importante proporcionar aos alunos a experiência de construção de gráficos na folha de cálculo *Excel*, pois considerava que ambas as formas de construir gráficos, à mão e a computador, desenvolviam competências importantes nos alunos. No entanto, segundo a mesma, este aspeto foi inviabilizado em virtude de existirem poucos computadores portáteis na escola e parte deles não funcionarem.

Etapa 4: Interpretação dos dados e formulação das conclusões

A figura 47 representa a tarefa específica referente à quarta etapa da investigação estatística adaptada de “Como são os alunos da minha turma?” (Sousa, 2002) (Anexo 8), a qual possuía três questões (1, 2 e 3) de interpretação dos dados e uma questão de desenvolvimento para formulação das conclusões em resposta ao problema inicial do estudo, integrando as representações e as medidas estatísticas mais adequadas em cada caso.

4.ª Etapa
Interpretação dos dados

Analisa os vários conjuntos de dados que tu e os teus colegas obtiveram. Compara as diferentes representações que apareceram.

1. Escolhe, justificando, aquela que, em cada caso, dá uma melhor visão dos dados.
2. Repara nas respetivas medidas estatísticas, usadas para resumir a informação contida num conjunto de dados. Consegues dizer quando é preferível utilizar uma ou outra, ou se será indiferente a sua utilização?
3. Consegues dizer qual o conjunto de dados com maior e com menor amplitude? O que quereres isto dizer?

Escreve agora a tua carta dando a conhecer os alunos da tua turma, integrando as diferentes características que foram estudadas. Pode ser útil ilustrares as tuas afirmações com representações gráficas que consideres adequadas...

Figura 47 - Tarefa da 4.ª etapa da investigação (Sousa, 2002)

Planificação. Neste ponto, apresenta-se a planificação realizada por Inês das aulas da quarta etapa da investigação - aulas número seis e sete para a “interpretação dos dados e formulação das conclusões” e de “extensão às conclusões da investigação”, respetivamente. Assim, em seguida, indicam-se os seus contributos para a planificação coletiva e os aspetos mais importantes dos seus planos de aula individuais, os quais a professora disponibilizou antes das aulas.

Em relação à tarefa desta etapa, a qual continha uma questão que objetivava a elaboração de um texto final para traçar o perfil do aluno típico da turma contendo as conclusões referentes às variáveis estudadas por todos os grupos, Inês tinha dúvidas que este resultasse caso fosse feita em pequeno grupo, pois seriam muitas variáveis em estudo, teriam de consultar a informação dos outros grupos e iriam gerar uma grande confusão: “juntar os dados de cada grupo [...] vai haver um grande reboiço.” (RAO_5)

Assim, Inês pensou numa estratégia alternativa: os alunos fariam um texto dentro de cada grupo com as respetivas conclusões relativamente às variáveis que estudaram. Posteriormente, o texto final resultaria da compilação dos textos dos vários grupos, o qual seria discutida a sua pertinência em grande grupo.

Primeiro com os dados deles fazerem um texto pequenino só com os dados do grupo deles. [...] Juntávamos as informações dos grupos todos. Faziam o texto, mandavam-me por *e-mail*, eu juntava tudo e apresentava à turma e discutíamos para aquilo ficar com alguma lógica (RAO_5).

Adicionalmente, a investigadora desafiou os professores a serem mais ambiciosos e a ponderarem enriquecer a tarefa almejando o desenvolvimento de objetivos mais amplos no âmbito da literacia estatística, nomeadamente na adoção de uma postura crítica por parte dos alunos em relação à informação recolhida que lhes permitisse refletirem e questionarem os resultados a que chegaram, emitirem opiniões informadas sobre as implicações dos mesmos e a tomada de decisões fundamentadas sobre o que e como comunicar as suas reações e essa informação estatística, sobretudo no que se refere às conclusões mais polémicas e inesperadas do ponto de vista social, da saúde e/ou outros (Gal, 2002).

Esta “extensão às conclusões da investigação” sugerida pela investigadora parecia preocupar Inês, desde logo pela falta de tempo e também por, provavelmente, não estar completamente alinhada com o alcance das intenções da investigadora e/ou por não conseguir ter uma ideia original e interessante do ponto de vista da literacia estatística, a qual acabou por surgir após algum tempo de amadurecimento.

Começou por considerar a possibilidade da realização de uma apresentação em *PowerPoint* com as conclusões da investigação para apresentar aos encarregados de educação e assim estes tomarem conhecimento dos aspetos problemáticos dos seus educandos: “Era poder projetar-se num *PowerPoint* as conclusões deles [...] isso era giro para mostrar na reunião de pais” (STC 6). Outra ideia que Inês teve foi a de realizar, juntamente com os professores de Português e Educação Visual, um poema ilustrado pois nada mais lhe ocorria face ao pouco tempo de que dispunha.

Lembrei-me que, como eles com a H. [professora de Português] costumam fazer alguns poemas, ela podia pegar na tarefa e pô-los a fazer qualquer coisa [...] e depois podia pedir para a C. [professora de Educação Visual] ilustrar, mas assim uma coisa muito simples (RAO_4).

Contudo, a investigadora tentou situar Inês referindo que a ideia do poema era interessante, mas dificilmente desenvolveria objetivos mais amplos de literacia estatística. Por fim, a professora manifestou a intenção de fazer com que a turma se debruçasse a refletir e a arranjar respostas/soluções para algumas das conclusões que suscitavam mais dúvidas ou preocupações relativamente aos assuntos estudados, como extensão às conclusões.

Dar-lhes o texto do conjunto e, se calhar, aquelas situações mais pertinentes expor... porque como nem todos têm situações pertinentes [...] obrigá-los naquelas situações a darem uma resposta ou arranjam qualquer coisa (RAO_5).

Assim, a docente pretendia propor que os alunos refletissem sobre os temas mais polémicos, nomeadamente: “o peso da mochila”, “o número de horas de videojogos”, “a alimentação” e, eventualmente, “o n.º de horas de prática semanal de desporto”.

Depois, quero discutir aquelas situações “perante esta situação, como é que vocês a punham?” e aí são aquelas 3 que eu te disse. Tem a ver com o peso da mochila, com esta parte dos videojogos e com alimentação. Porque depois também pensei na parte do desporto, há gente que pratica muito e gente que pratica pouco e também podia pegar, seria um quarto tema (RAO_6).

A planificação mais detalhada de cada aula desta quarta etapa da investigação foi apresentada por Inês nos planos de aula 6 e 7, tendo indicado “objetivos específicos” constantes no Programa de Matemática (ME, 2007, p. 43) que objetivavam a interpretação da informação estatística e tomada de decisões com base na mesma (Figura 48).

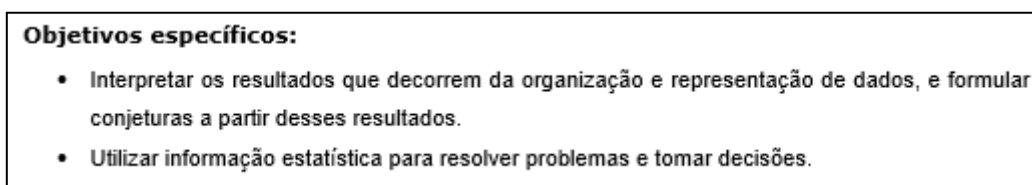


Figura 48 - "Objetivos específicos": Plano de aula 7

Relativamente à descrição da condução das aulas, Inês apresenta-as divididas em três partes referentes a conteúdos e objetivos distintos, tal como fez na etapa anterior. Assim, em relação ao plano da aula n.º 6, as três partes da aula estavam relacionadas com uma revisão dos conteúdos abordados sobre gráficos estatísticos e medidas estatísticas, nas duas primeiras partes, e à escrita do texto final em resposta ao problema de investigação, na terceira parte. A forma como a professora pensava conduzir a aula está descrita na figura 49 com maior detalhe.

<p>- Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/ discussão da tarefa</p> <p>1.ª parte – Breve revisão sobre as vantagens e desvantagens dos vários tipos de gráficos (10 minutos)</p> <p>Em grande grupo, os alunos são questionados sobre as vantagens e desvantagens da utilização dos vários tipos de gráficos fazendo-se, desta forma, uma breve revisão sobre os conteúdos lecionados na última aula.</p> <p>2.ª parte – medidas estatísticas e início da etapa 4 (20 minutos)</p> <p>Projetam-se as medidas estatísticas previamente calculadas por dois grupos e discute-se os possíveis erros.</p> <p>Faz-se a síntese das vantagens e desvantagens de cada uma das medidas estatísticas através da projeção de um <i>PowerPoint</i>.</p> <p>De seguida, os alunos iniciam a 4.ª etapa. No caso de ser não ser possível disponibilizar os dados de toda a turma afixando-os na sala, pede-se a cada um dos grupos que comece por analisar apenas os dados do seu grupo.</p> <p>3.ª parte – (60 minutos)</p> <p>Elaboração de um texto síntese sobre o aluno típico da turma tendo em conta os dados recolhidos, as tabelas, os gráficos e as medidas estatísticas determinadas no seio de cada grupo e apresentação à turma do trabalho realizado através da projeção de acetatos.</p>

Figura 49 - "Desenvolvimento e /apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 6

Relativamente ao plano de aula n.º 7, as três partes em que Inês subdividiu a aula referem-se à apresentação das conclusões do estudo por grupo e as globais, nas duas primeiras partes, e à realização da extensão às conclusões, na terceira parte (Figura 50).

<p>- Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/ discussão da tarefa</p> <p>1.ª parte - Apresentação das conclusões de cada um dos grupos sobre o aluno típico (20 minutos)</p> <p>Conclusão da apresentação dos textos síntese sobre o aluno típico da turma tendo em conta os dados recolhidos, as tabelas, os gráficos e as medidas estatísticas determinadas no seio de cada grupo, através da projeção de acetatos.</p> <p>2.ª parte – Aluno típico (5 minutos)</p> <p>É projetado um <i>PowerPoint</i> com a compilação dos textos elaborados por todos os grupos, definindo-se assim o perfil do aluno típico através de todas as variáveis estudadas pela turma.</p> <p>3.ª parte – Literacia estatística (60 minutos)</p> <p>Após a análise dos trabalhos elaborados pelos vários grupos, verifica-se que se deve refletir sobre algumas situações que revelam hábitos ou atitudes sobre as quais devemos “agitar” as consciências, desta forma escolheram-se previamente três situações sendo dada uma a cada grupo, havendo dois grupos a refletir sobre o mesmo assunto.</p> <p>Os elementos de cada um dos grupos respondem à questão que lhes coube e preparam um acetato para apresentarem à turma.</p> <p>Por fim, apresentam as suas respostas à turma através da projeção de acetatos e discute-se a pertinência e a exequibilidade das suas sugestões.</p>
--

Figura 50 - "Desenvolvimento da tarefa/apresentação/discussão da tarefa": Plano de aula 7

Quanto às “Questões a colocar aos alunos”, no plano n.º 6, Inês indicou um conjunto de 16 questões, essencialmente sobre “medidas estatísticas” e “representações gráficas”. De referir que 14 destas questões eram repetidas em relação ao plano de aula n.º 5 (a

sombreado na Figura 51) pelo facto de a professora nesta aula pretender fazer uma sistematização desses conteúdos abordados em aulas anteriores e ainda que as questões n.º 12, 13 e 14 do plano de aula são iguais às contidas no enunciado da tarefa.

- Questões a colocar aos alunos**
1. Quando se deve optar pelo gráfico circular? E que desvantagens podem existir neste tipo de representação?
 2. E pelo gráfico de barras? Consegues descobrir algumas vantagens em relação a outros tipos de gráficos?
 3. No caso do pictograma, apesar de ter um forte impacto visual, será sempre exequível a sua utilização? Porquê?
 4. Em que situações é vantajoso utilizar o diagrama de caule-e-folhas?
 5. Faz sentido calcular a média para todo o tipo de dados? Porquê?
 6. Para que tipo de dados não é possível calcular a média?
 7. Num determinado contexto, o que significa a média?
 8. O que significa equilibrar os pratos da balança entre os grandes e os pequenos valores?
 9. Então para que o valor da média seja o centro de gravidade, de que forma se devem distribuir os extremos em relação ao valor médio?
 10. Apesar de a média ser uma importante medida estatística, será que nos permite afirmar que:
 - os dados são todos iguais? - os dados são diferentes?
 11. Achas que os teus dados estão muito concentrados ou estão espalhados? Justifica.
 12. Escolhe, justificando, aquela [a representação] que, em cada caso, dá uma melhor visão dos dados.
 13. Repara nas respetivas medidas estatísticas usadas para resumir a informação contida num conjunto de dados. Consegues dizer quando é preferível utilizar uma ou outra, ou se será indiferente a sua utilização?
 14. Consegues dizer qual o conjunto de dados com maior e com menor amplitude? O que querará isto dizer?
 15. Em que dados te baseaste para fazeres a descrição do aluno típico?
 16. Que dados deves juntar as tuas afirmações para comprovar o que escreveste?

Figura 51 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 6

Relativamente ao plano de aula n.º 7, a professora indicou 10 questões: 4 para explorar os textos em resposta ao problema inicial “Como são os alunos da nossa turma?” e 6 para a extensão às conclusões com intuito do aprofundamento de alguns de objetivos mais amplos relativas à literacia estatística (Figura 52).

Uma análise referente à natureza das questões propostas pela docente nos planos de aula desta etapa, permite verificar que as questões do tipo “confirmação” predominantes no plano de aula 6, com o intuito de avaliar os conhecimentos dos alunos, dão lugar no plano de aula 7 às questões de “inquirição”, objetivando encorajar a justificação e a reflexão de ideias e a busca de novo conhecimento estatístico (Mason, 2000).

- Questões a colocar aos alunos**
1. Confrontando o perfil do aluno típico que acabámos de apresentar com a conjectura que elaboraram na 1.ª aula, verificam algumas semelhanças? E diferenças?
 2. Depois de terem observado o perfil do aluno típico houve alguma moda, média e amplitude que fosse inesperada? Qual ou quais?
 3. Porque pensas que terão surgido estes valores? O que pode influenciar os valores da média?
 4. Das características ou hábitos estudados, pensas que deveríamos refletir sobre algum deles? Qual ou quais e porquê?
 5. Os estudos estatísticos, para além de nos darem a conhecer a nossa turma de uma forma fundamentada, devem levar-nos a refletir e a sugerir medidas para podermos modificar e melhorar as nossas atitudes e a sociedade em geral, o que pensas que deveríamos fazer para darmos a nossa opinião aos outros?
 6. Para as várias situações da literacia estatística:
 - 6.1. Que valor ou valores te podem levar a uma reflexão?
 - 6.2. A quem pensas que deverias transmitir as tuas preocupações?
 - 6.3. De que forma poderás fazê-lo?
 - 6.4. Como podes fundamentar as tuas opiniões.
 - 6.5. De que forma poderíamos dar a conhecer à escola as vossas preocupações ou sugestões?

Figura 52 - "Questões a colocar aos alunos": Plano de aula 7

Condução. Apresenta-se em seguida a condução das sexta e sétima aulas de “Interpretação de dados e formulação de conclusões” e “Extensão às conclusões” respetivamente, referentes à quarta etapa da investigação estatística.

Aula 6: “Interpretação de dados e formulação de conclusões – parte I”. Com o começo desta aula, teve início a quarta etapa da investigação. A tarefa específica desta etapa (Figura 47), tal como já foi explicado, possuía 4 questões, das quais as 3 primeiras remetiam para a interpretação dos dados, com lugar à seleção das representações gráficas e medidas que melhor ilustrassem os mesmos, e uma última para a escrita de um texto que objetivava a formulação das conclusões em resposta ao problema inicial do estudo.

Relativamente às três primeiras questões da tarefa, Inês considerou que estas já tinham sido respondidas em aulas anteriores pelo que bastava efetuar uma revisão acerca dos conteúdos trabalhados na etapa anterior sobre gráficos e medidas estatísticas.

Assim, num primeiro momento introdutório com vista a visitar estes conteúdos, Inês encetou um questionamento, que demorou cerca de um terço da aula, solicitando pequenas intervenções dos alunos, fundamentalmente como resposta a perguntas de confirmação colocadas por si para verificar os seus conhecimentos, perfilando um tipo de comunicação contributivo.

A primeira questão da tarefa solicitava que os alunos escolhessem, de todas as representações realizadas para cada conjunto de dados, a que melhor os ilustrasse. Como Inês selecionou *à priori* os tipos de gráficos a realizar para cada variável, esta questão não tinha significado para si pelo que assumiu que esta resposta já tinha sido tratada anteriormente, aquando da construção e apresentação dos gráficos e da abordagem do conteúdo “vantagens e desvantagens dos diferentes tipos de gráficos”.

Professora: Então relativamente à questão 1, o que é que nós já fizemos sobre a questão? Será que já a fizemos, não fizemos, já a discutimos ou não?

Alunos: Com os gráficos.

Professora: Já os fizemos e já fizemos o quê mais? Já apresentamos os dados, já fizemos as diferentes representações e inclusivamente, na última aula, estivemos a falar sobre o quê? Sobre as vantagens e desvantagens da utilização de cada um deles (AO_6).

Com efeito, questionou os alunos sobre que gráficos davam, em cada caso, uma melhor noção dos dados, anuindo que este aspeto dependia da natureza da variável.

Professora: Então, dos vários gráficos utilizados, quais são aqueles que em cada caso dão uma noção mais adequada dos dados?

Aluno: Gráfico de barras.

Professora: Sempre?

Alunos: Não.[...] Depende da variável (AO_6).

Seguiu interpelando os alunos sobre o tipo de variáveis que podiam ser representadas por gráficos circulares, procurando obter como resposta as variáveis qualitativas.

Professora: Então vamos lá ver, se eu perguntasse que tipo de variável eu consigo normalmente representar com um gráfico circular?

Aluno: Percentagens.

Professora: Não, isso é eu preciso das percentagens, mas qual é o tipo de variável que eu utilizo facilmente para os gráficos circulares? [...]

Alunos: Qualitativas.

Professora: Nas qualitativas, porque é fácil, não é? (AO_6)

Ainda a respeito das variáveis qualitativas, questionou os alunos sobre que outros tipos de gráficos podiam representar variáveis desta natureza, parecendo aceitar como resposta, para além dos gráficos circulares, os pictogramas.

Quanto ao diagrama de caule-e-folhas, interrogou os alunos sobre quando era pertinente usar esta representação, ficando-se por exemplos de variáveis estudadas como a altura, o “peso” da mochila, “peso” corporal e a idade, quando estas contêm dados dispersos, sem fazer referência à natureza das mesmas.

Professora: Outra pergunta: quando é que eu posso usar os diagramas de caule-e-folhas?

Alunos: Quando tenho números diferentes.

Professora: Quando tenho números com unidades diferentes. Dêem-me lá exemplos.

Alunos: Peso da mochila, altura...

Professora: Peso da mochila, altura e peso. E se nós tivéssemos pessoas com várias idades numa sala, será que podíamos usar o diagrama?

Alunos: Sim.

Professora: Porquê? Íamos ter o quê?

Alunos: Caules diferentes (AO_6).

Em seguida, passou às questões 2 e 3 da tarefa sobre as medidas estatísticas que melhor ilustravam os dados, pretendendo rever também os conteúdos estudados. Assim, mantendo o mesmo perfil comunicativo, interpelou os alunos sobre que tipos de medidas estatísticas tinham estudado e quais se podiam determinar tendo em conta a sua natureza.

Professora: Vamos só aqui recordar uma coisa: então, relativamente à questão 2, vamos recordar também o que nós já tínhamos falado sobre medidas estatísticas. Que medidas estatísticas é que nós estudámos?

Alunos: A média, a amplitude e a moda. [...]

Professora: Então vamos lá ver. Para as variáveis qualitativas que tipo de medida estatística é que eu posso estudar? Qualidade, qual é a medida estatística que eu posso utilizar?

Aluno: A moda.

Professora: A moda. E para as quantitativas?

Aluno: A moda, a média e a amplitude (AO_6).

Relembrou ainda a importância de se estudarem as várias medidas estatísticas e de as relacionar entre si para melhor compreender o comportamento dos dados numa distribuição. Para o efeito, evocou novamente como exemplo uma das variáveis estudadas na turma com valores discrepantes, nomeadamente o “n.º de horas de prática desportiva por semana”, cuja média se afastava bastante dos restantes valores da turma por ser razoavelmente influenciada pelo n.º de horas de desporto praticado por duas alunas desfasando-a conseqüentemente da moda.

Professora: [...] Pensem lá no que eu estou a dizer: quando eu quero estudar uma determinada situação, escolho só uma medida estatística? Sim?

Aluno: Não.

Professora: Não. Então devo ter em conta o quê?

Alunos: A média, a moda e a amplitude.

Professora: A média, a moda e a amplitude porque elas é que me vão dar uma ideia do conjunto. Então lembram-se de uma situação em que havia qualquer coisa relacionada com as amplitudes que ia alterar o valor que a gente esperava

para a média, lembram-se disso? Normalmente, a média, nós olhamos para um determinado valor e dizemos assim “a média deve estar próxima deste valor”. Não se lembram de a gente ter falado disto? Olhem, havia umas meninas que praticavam desporto durante muito tempo o que é que elas iam fazer? Era como se elas fizessem o quê?

Aluno: Alteravam.

Professora: [...] A média não era semelhante à quê?

Aluno: À moda.

Professora: Porquê? Porque elas praticavam o quê?

Aluno: Muito desporto.

Professora: É como se elas tivessem a dar horas de desporto a quem? A vocês, certo? Infelizmente não corresponde à realidade porque há aqui muita gente que precisava de se mexer., não é? Portanto, quando eu falo da média, a média vai equilibrar a turma toda mas corresponde a um valor real?

Aluno: Não (AO_6).

Depois, em jeito de síntese, a professora projetou um *PowerPoint 4* informativo sobre as “Vantagens e desvantagens das diferentes medidas estatísticas” (Anexo 11), frisando a importância de as mesmas se analisarem em conjunto para fornecerem uma visão mais completa dos dados.

Assim, deu especial atenção à exploração de um exemplo lá indicado sobre a média de ordenados de 5 funcionários de uma empresa que era 2480 euros cuja moda é de 600 euros, elucidando os alunos para duas situações distintas de como se podem utilizar cada uma destas medidas estatísticas de forma a influenciar opiniões, do ponto de vista do patrão da empresa e na perspetiva do sindicato dos operários. A este respeito, Inês reforçou a ideia de que quando a amplitude é muito elevada, a média não é representativa da maior parte dos dados.

Professora: Então eu há bocadinho não mostrei de propósito para vocês perceberem. Aqui temos claramente que houve o quê? Quem é que lançava uma coisa destas cá para fora? Alguém que queria mostrar a informação. O patrão ia mostrar a moda?

Aluno: Claro que não.

Professora: Ia mostrar o quê?

Aluno: A média.

Professora: Ia mostrar a média. Reparem, neste caso isto nós podemos sempre manipular as várias formas havia alguém do sindicato que iria mostrar a moda [...] No fundo, a maior parte das pessoas receberia 600 euros por mês. Nós temos de estar a atentos a todas as... aqui serviria apenas uma medida estatística? Não, pois não? Todas elas tem então as tais vantagens e as tais desvantagens [...] Portanto, temos uma grande amplitude certo. Nestas situações, a média apesar de ser um valor que foi bem calculado não é ilustrativo da realidade da maior parte dos casos (AO_6).

Num segundo momento introdutório, a professora lançou a quarta questão da tarefa referente à escrita de uma carta traçando o perfil do aluno típico da turma, como resposta ao problema inicial do estudo. Para promover a apropriação da tarefa, solicitou a um dos alunos que lesse o enunciado da questão em voz alta e, em seguida, explicou o tinham de fazer e estes ouviram com atenção para poderem aplicar, resultando numa comunicação de índole unidirecional. Assim, expôs que cada grupo teria de fazer um texto parcial para descrever o aluno típico tendo em conta apenas as variáveis que estudaram, os quais seriam posteriormente compilados.

Então vamos lá ver, cada grupo ficou com 3 variáveis, certo? O que é que vocês têm de fazer dentro de cada grupo, com o estudo que vocês fizeram vão ter de descrever o aluno típico de acordo com as vossas variáveis. Vocês vão fazer um texto para as vossas, para as que estudaram eles fazem para as deles, eles para as deles e por aí adiante que é para quê para depois no final juntarmos os textos todos e termos o aluno típico da turma (AO_6).

Solicitou também que os textos fossem bem fundamentados e, como tal, os alunos teriam de ilustrar as suas conclusões com as representações que efetuaram e medidas estatísticas que calcularam, referindo a necessidade de em alguns conjuntos de dados indicar mais de uma medida estatística e justificar.

Agora, a vossa tem de ser o mais completo possível têm que ir buscar tudo o que vocês pesquisaram, vão analisar as tabelas de frequências, vão analisar os gráficos, vão analisar as medidas estatísticas e vão elaborar um texto que pode ser acompanhado por outro tipo de informação. Como por exemplo, acrescentarem tabelas, acrescentarem gráficos ou se acharem necessário acrescentarem os cálculos da média e da moda. Tem que ser uma coisa bem feita e bem pensada e têm que explicar bem porquê. Por exemplo, estamos a ver que há situações em que se vocês só dissessem a moda ou a média não íamos ficar com uma ideia do conjunto e têm que justificar (AO_6).

Os alunos iniciaram assim o trabalho de grupo e a realização dos seus textos com vista a caracterizar o aluno típico da turma recorrendo às 3 ou 4 variáveis que estudaram.

A professora foi circulando pela sala para apoiar os alunos, esclarecendo dúvidas e/ou fornecendo pistas, recorrendo frequentemente a um questionamento baseado na confirmação do entendimento dos alunos sobre as aprendizagens realizadas, originando um modo de comunicação contributivo.

Os alunos elaboraram a primeira versão do texto com bastante rapidez e foram chamando a professora para validar a sua escrita. Para Inês, os textos estavam incompletos. Faltava-lhes justificarem as suas conclusões e ia pedindo para estes os textos completarem, contudo, os alunos tinham muita dificuldade em perceber como fazê-lo. Por exemplo,

para a professora, no caso das distribuições com valores discrepantes, em que a média se afastava da moda, não bastava os alunos indicarem uma só medida para resumir os dados, queria que eles indicassem as três medidas e as relacionassem. Para além disso, pretendia também que referissem nos seus textos também as representações tabulares e/ou gráficas realizadas como forma de fundamentarem as suas ideias.

Ao verificar que os alunos não conseguiam progredir ao encontro do que pretendia, a professora começou a ser mais diretiva nas suas explicações.

Professora: Têm de dizer que ... aqui chegava só a moda?

Aluno: Não, temos de fazer também a média.

Professora: Exatamente! Então, eu quero que vocês me digam...

Aluno: O aluno típico da turma na moda tal mas na média tal.

Professora: Sim, mais? Não é só utilizar a moda, não é?! Isto porquê? Porque é que a moda não é igual à média?

Aluno: Porque há um que calça o 43.

Professora: Porque há uma grande quê? Uma grande ampli...

Aluno: Amplitude.

Professora: Ah, pois. Exatamente, não é. E mais. Isso é o calçado, não têm mais nada para me dizer?

Aluno: Em relação ao calçado?

Professora: Sim, isto pode ser ilustrado com o quê?

Aluno: Com o gráfico.

Professora: Com qual deles?

Aluno: Com o caule-e-folhas?

Professora: “tal como pode ser verificado pelo tal, tal, tal” certo?

Aluno: E metemos o caule-e-folhas?

Professora: Exatamente! Vamos lá fazer um texto como deve ser, está bem? Vejam uma coisa, [...] acham que hoje em dia alguém acredita nos outros ... se eu não apresentar uma prova? (AO_6)

A cerca de 10 minutos do final da aula, após os alunos melhorarem algumas vezes a primeira versão dos seus textos, a professora iniciou a apresentação dos trabalhos com o grupo mais adiantado. Em seguida, a aula terminou e Inês solicitou o envio dos textos parciais do perfil do aluno típico da turma para o seu *e-mail* para que esta pudesse preparar a última aula.

Aula 7: “Interpretação de dados e formulação de conclusões – parte II”. A aula que agora tinha início era a última da investigação estatística. A professora, antes de dar continuidade à aula anterior com a apresentação dos textos dos alunos sobre o perfil do aluno típico da turma, quis primeiro fornecer *feedback* aos alunos sobre a análise mais

atenta que fez aos trabalhos por eles enviados para o seu *e-mail*, como forma de garantir a adesão à tarefa.

O primeiro reparo que a professora quis fazer, enquanto explicava que a média representa um ponto de equilíbrio entre os dados, significado discutido numa sessão de trabalho colaborativo, prendeu-se com o facto de os alunos terem arredondado alguns valores da média. A este respeito, referiu que compreendeu a necessidade dos alunos fazerem arredondamentos em valores da média que não têm significado a nível do contexto, no entanto, considera incorreto esse procedimento, uma vez que, do seu ponto de vista, se desperdiça informação ao fazê-lo, perdendo-se a noção do conjunto e, muitas vezes, a possibilidade de se realizarem comparações e de se compreender a evolução de uma variável ao longo do tempo.

Professora: Agora estou a falar da média, porque houve muita gente a fazer arredondamentos. [...] E vocês isso já conseguem raciocinar. Agora, vamos lá pensar na média: a média é um valor que me equilibra os outros todos e que me dá uma noção do conjunto. Quando eu digo que as famílias portuguesas têm em média 1,2 filhos quer dizer o quê? Como é que eu tenho de interpretar isto? É que andam a ter os filhos às postas?! [...] Se nós os arredondamos perdemos essa noção que a média nos pode dar que nos obriga a pensar. [...] Meninos, vamos imaginar que hoje temos 1,5 filhos por casal e que há 20 anos tínhamos 2,1. Se vocês fizerem arredondamentos vão arredondar o 1,5 para quanto? [...]

Aluno: 2.

Professora: Para 2, vamos lá ver, e se eu tivesse 2,1 filhos que seria mais ou menos há 20 / 30 anos atrás o que é que acontece? Para quanto é que eu vou arredondar?

Aluno: 2.

Professora: Para 2. Ora se eu pedir para vocês estudarem a evolução do número de filhos em Portugal nos últimos 30 anos vocês ficam com uma ideia se fizerem arredondamento?

Alunos: Não. [...]

Professora: Meus amigos, vamos combinar uma coisa: ficamos com 2 casas decimais, certo? Se elas existirem, logicamente (AO_6).

Um segundo apontamento foi sobre a importância de os alunos justificarem as suas ideias, aspeto que considera que foi pouco conseguido nos textos realizados. Para Inês, os alunos foram pouco críticos em relação às medidas estatísticas obtidas, pois tenderam a não relacionar e interpretar os valores obtidos.

Agora é assim, eu estava a dizer e vou continuar, eu quero mais pensamento, eu estive a ler as vossas respostas e esperava mais! Têm de interpretar as coisas. Têm que perceber porque é que as coisas acontecem, não é simplesmente dar ali uma resposta em 3 palavrinhas (AO_6).

Após este momento introdutório, a professora deu continuidade à apresentação dos trabalhos dos alunos. Nas apresentações realizadas, quanto às medidas estatísticas, raramente os alunos selecionaram uma só medida estatística para resumir os dados. Este aspeto parece estar relacionado com o facto de Inês ter solicitado para eles indicarem, no caso das distribuições cuja amplitude é elevada e a média e a moda não coincidiam, mais de uma medida estatística, o que aconteceu frequentemente.

Assim, a maioria dos grupos indicou, para todas as variáveis estudadas, as três medidas estatísticas, embora, na sua generalidade, não tenham estabelecido qualquer relação entre elas como Inês pretendia, como foi o caso do grupo 2.

Aluna: O aluno típico da nossa turma vive com 3 pessoas, ou seja, o agregado familiar é de 4 pessoas. Tem olhos castanhos, cabelo castanho e mede 1,49 m. A moda da nossa turma em relação ao “número de pessoas do agregado familiar” é 4, ou seja, na nossa turma há um elevado número de pessoas que vive com mais de 3 pessoas. A média do “agregado familiar” é 3,88 e a sua amplitude é 4. A moda relativamente à “cor dos olhos” é castanho e o mesmo acontece com a “cor do cabelo”. E, por fim, a moda da “altura” é 1,49 m e a sua média é 1,52 m e a sua amplitude é 0,19 m (AO_6).

Já no que se refere à referência no texto das representações tabulares e gráficas como forma de fundamentarem as suas ideias, a qual constituía outra das solicitações que Inês requereu aos alunos, verifica-se que eles tenderam a mostrar os gráficos realizados sem estabelecerem qualquer relação com o texto, como aconteceu com a generalidade dos grupos. Noutros casos, os alunos usaram corretamente os gráficos das variáveis qualitativas para ilustrarem a moda, todavia, no caso dos gráficos das variáveis quantitativas, estes foram usados para mostrar aspetos não visíveis neles como a média, e nunca a moda e os extremos, como a professora fez notar no seguinte excerto da apresentação do grupo 4. Aqui faltou notar que uma média de 2,4 horas não corresponde a duas horas e quarenta minutos como o aluno referiu.

Aluno: O aluno típico do 6.º B tem 1,2 irmãos na família, segundo as tabelas de frequência e o pictograma, [coloca o pictograma e retira] como podem ver. Esta criança prefere os videojogos de aventura como podemos observar no gráfico circular [Coloca o gráfico circular]. Como podem ver está ali o setor de “aventuras”. Pode dizer-se que o aluno típico joga em média 2 horas e 40 minutos [2,4 h] como pode ver-se nas tabelas de frequência e no gráfico de barras.

Professora: Olha V., na tabela observa-se isso? V., é na tabela que eu observo que a turma joga, em média, 2,4 horas por semana? É na tabela que eu vejo a média?

Aluno: Não.

Professora: Então é no quê? O que é que devia estar aí?

Aluno: A média.

Professora: O que é que se vê imediatamente na tabela e no gráfico?

Aluno: A moda (AO_6).

Inês aproveitou a ocasião para explicar aos alunos outra estratégia para identificarem possíveis disparidades entre as medidas estatísticas moda e média através da observação de um gráfico de barras. Assim, de acordo com a docente, após se identificar a coluna referente à moda se se situarem mais valores à direita desta, a média será maior do que a moda, o contrário acontece se se situarem mais valores à esquerda desta.

Professora: Então é assim, reparem lá, este gráfico também dá para perceber, observando o gráfico, onde é que se situa a moda?

Alunos: No 2.

Professora: Agora reparem, quanto valores se situam à esquerda do 2?

Alunos: 2.

Professora: E à direita do 2?

Alunos: 4.

Professora: Os do lado direito são maiores ou mais pequeninos que a moda?

Aluno: Maiores.

Professora: Quantos mais valores eu tiver para o lado direito o que é que vai acontecer à média? Vai ficar maior. Se fosse ao contrário, se eu tivesse a moda aqui ou aqui [4.^a ou 5.^a colunas] se eu tivesse os valores mais distribuídos para o lado esquerdo o que é que eia acontecer à média? A minha média ia ser inferior ao quê?

Aluno: À moda (AO_6).

O grupo 1 foi o que se conseguiu aproximar mais das expectativas da professora quanto à completude do seu texto e da sua apresentação. O facto de ainda não terem apresentado os seus gráficos e as medidas à turma, por não terem conseguido preparar os acetatos atempadamente nessas aulas, acabou por beneficiar a sua intervenção.

Assim, para traçar o perfil do aluno típico da turma, pese embora não tenham eleito uma medida que melhor representasse os dados, indicaram todas as medidas estatísticas determinadas, com alguma preocupação em relacionar os seus valores, e apresentar a forma como os determinaram ilustrada através dos respetivos cálculos e/ou representações gráficas, como é evidente na figura 53 e num excerto da sua apresentação que lhe segue.

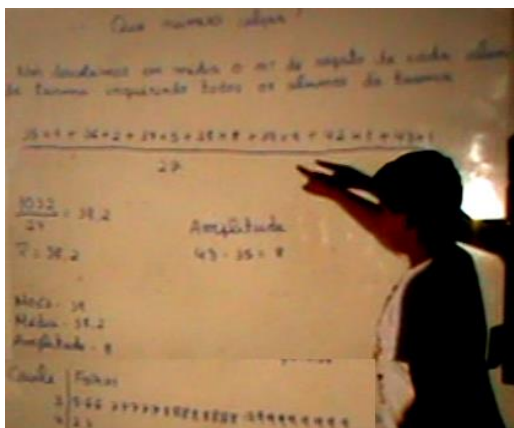


Figura 53 - Acetato do grupo 1 – Perfil do aluno típico da turma - variável "N.º de calçado", respetivas medidas estatísticas e diagrama de caule-e-folhas

Aluno: Nós descobrimos [...] a média que cada aluno pratica inquirindo todos os alunos da turma e dividindo o número de horas que cada um pratica por semana. [...] A moda é 2 horas por semana, a média é 4,9 e a amplitude é 20. Neste caso, a média distancia-se da moda devido à amplitude ser mais alta.

Professora: E neste contexto, a amplitude é grande ou pequena? Neste contexto uma amplitude de 20 é muito ou é pouco.

Alunos: É muito!

Professora: É muito! Nós temos sempre de interpretar de acordo com o contexto. Continua lá.

Aluno: [...] Nós fizemos um gráfico circular. [...] Nós descobrimos o desporto preferido dos alunos da nossa turma com um gráfico de barras. A moda é o futebol (AO_6).

Inês, sempre que possível, considerou importante reforçar a ideia de que a ordem de grandeza da amplitude tem de ser sempre interpretada à luz do contexto já que duas amplitudes iguais de duas variáveis distintas uma pode ser grande e outra pequena.

Ainda relativamente a esta medida estatística, a professora não quis perder a oportunidade de explicar que, no caso da variável “altura”, uma amplitude de 0,19 m não é muito significativa, o que permite concluir que os alunos são regulares quanto ao seu tamanho já que noutra turma obteve uma amplitude bastante superior, estreado o significado da amplitude.

Professora: Vocês acham que aqui há muita diferença, pelo que a Ana acabou de dizer, entre o aluno mais alto e o mais baixo?

Aluno: São só 19 cm.

Professora: São só 19 centímetros, portanto não há grande diferença. Na outra turma, que eu tenho há quase 40 cm, portanto há uma grande diferença. Quer dizer que vocês, mais ou menos, têm uma altura comum, não é? Pronto, alguém quer fazer perguntas? (AO_6)

Findas as apresentações, a professora partilhou com os alunos no quadro branco o texto final sobre o aluno típico da turma com os contributos de todos os grupos, por si compilado e organizado, e pediu a uma aluna para o ler em voz alta (Figura 54).

O aluno típico do 6.º B

O aluno típico da nossa turma é um rapaz simpático e divertido com 12 anos de idade. Tem olhos e cabelo castanho.

Em média, tem 6 letras no nome próprio, embora a moda seja 5 letras.

A moda da sua altura é de 45 kg e da altura é de 1,49m, no entanto, a média desta última é 1,52m.

Habitualmente, calça o 39, mas a média do número do calçado é de 38,2.

Este aluno vive habitualmente com 3 pessoas ou seja o seu agregado familiar é composto por 4 pessoas, situando-se este valor acima da média que é de 3,81. Em média, possui 2,07 irmãos, no entanto, a moda é ter um irmão.

A disciplina preferida deste aluno é Educação Física e em média estuda três horas e meia por semana.

O peso da sua mochila não está adequado à sua massa corporal pois em média é de 6,4 kg e deveria ser um décimo do seu peso.

Em média, lê 2 livros por trimestre, embora a moda seja ler 1 livro.

Esse adolescente gosta de praticar desporto, preferindo o futebol a outros desportos. Em média, pratica 4,9 horas mas este valor não é igual à moda, que é 2, devido à amplitude ser muito alta.

Pode afirmar-se que o aluno joga em média 2,4 horas de videojogos por semana. Este valor é superior à moda pois existe um indivíduo que joga 14 horas.

A sua comida preferida é *hambúrguer*, batatas fritas, faz 3 refeições de *fast-food* por mês e, em média, ingere 4,6 refeições por dia.

Figura 54 - Texto final - Perfil do aluno típico da turma de acordo com as variáveis estudadas pela turma

Verifica-se que a professora, tal como referiu, realizou poucas alterações aos textos originais dos alunos, tendo apresentado, para quase todas as variáveis quantitativas, as duas medidas estatísticas - média e moda. Fez também alusão aos casos em que a amplitude influenciava o afastamento os valores da média e da moda pela existência de valores discrepantes.

Concluída a tarefa da quarta etapa da investigação com a apresentação dos textos como resposta ao problema inicial “Como é o aluno típico da turma?”, a professora iniciou a *segunda parte da aula dedicada* à extensão das conclusões da tarefa de investigação.

Num primeiro *momento introdutório*, com vista à promoção da adesão dos alunos à tarefa, a professora foi-os questionando sobre as temáticas estudadas que consideravam ser necessário refletir um pouco mais devido a possuírem dados polémicos, que suscitavam novas questões sobre o estudo, direcionando o discurso dos alunos para as respostas esperadas, numa comunicação de índole contributivo.

Verifica-se que os alunos, de forma espontânea, começaram a interrogar-se sobre alguns resultados obtidos, alguns só clarificáveis através de um novo estudo, e a professora aproveitou a ocasião para os desafiar para o trabalho.

Aluno: Professora, nós gostamos muito de hambúrguer, mas não comemos todos os dias e, mesmo em casa, eu não como 3 refeições por mês!

Professora: Boa, ainda bem! Vocês já vão refletir sobre isso! Ainda bem que falas disso. [...] Há alguma outra coisa que foi ali dita que vocês acham que tenha de ser refletida e ser esclarecida?

Aluno: O n.º de refeições.

Professora: E quê mais? De tudo o que ali foi dito, no geral, do aluno típico, há mais assuntos sobre os quais devamos refletir?

Aluno: O peso da mochila.

Professora: O peso da mochila é muito importante! E outra coisa que ali está que também me deixa preocupada e a vocês também?

Aluno: O número de horas.

Professora: De estudo?

Aluno: Dos videojogos.

Professora: [...] Reparem uma coisa, não fazia sentido nenhum, se nós, simplesmente, só nos dessemos ao trabalho de fazer um estudo sobre a vossa turma [...] O que que nós temos de perceber é que há aqui coisas que, se calhar, não estão a correr da melhor forma e que nós devemos refletir de modo a modificá-las ou a alterá-las, minimizar algumas coisas que são menos boas. Então, o que eu vos vou propor é que vamos refletir sobre isso. (AO_7)

Tal como os alunos identificaram, havia três temáticas polémicas sobre as quais, de acordo com Inês, era necessário refletir e suscitavam novas questões, a saber: “o peso da mochila”, “a alimentação”, e “o número de horas diário de videojogos”. Assim, a professora preparou, três tipos de tarefas de acordo com as temáticas anteriores (Anexo 12).

Decorridos sessenta minutos da aula, a professora distribuiu o enunciado das tarefas pelos grupos e pediu que estes o lessem enquanto aguardavam a presença da professora.

Os grupos 5 e 2 ficaram com a temática “peso das mochilas”, cuja tarefa continha a tabela de frequências de dados agrupados por classes realizada pelo grupo 5, a qual ainda não tinha sido apresentada à turma (e continha duas classes com intervalos de amplitude

diferente das restantes), bem como as medidas estatísticas (média, amplitude e classe modal) e desafiava os alunos a refletirem sobre a diretriz da OMS de que o “peso das mochilas” não devem exceder um décimo da massa corporal das crianças que as carregam e, face às conclusões do estudo, adiantassem sugestões fundamentadas de como minimizar ou resolver o problema.

Aos grupos 3 e 5 calhou a segunda problemática identificada referente à “Alimentação Saudável”, nomeadamente às variáveis “Número de refeições diário” e “Tipo de prato preferido”. A tarefa apresentada, a qual a professora intitulou de “Saber comer é saber viver” incluía ambas as tabelas de frequências destes conjuntos de dados e algumas medidas estatísticas do grupo 3 e, incitando ao estabelecimento de conexões com os conteúdos estudados na disciplina de Ciências de Natureza, solicitava que os alunos analisassem os dados à luz das aprendizagens realizadas e os comentassem.

A terceira e última problemática que os alunos identificaram e Inês quis trazer à discussão dizia respeito ao “Número de horas semanal de videojogos” a qual ficou a cargo dos grupos 4 e 1. A tarefa consistia na apresentação da tabela de frequências realizada pelo grupo 4 e solicitava que os alunos escrevessem uma carta ao aluno que joga mais horas de videojogos e lhe desse alguns conselhos, alertando para os problemas de saúde que poderiam advir desse comportamento.

Em seguida, mantendo o mesmo perfil comunicativo, favoreceu a interpretação da tarefa explicando, de uma forma geral, o trabalho a realizar. A explicação mais pormenorizada seria dada a cada grupo, já durante o trabalho autónomo, pois as tarefas eram diferentes.

Iniciado o *trabalho autónomo*, a professora foi ao encontro dos grupos para esclarecer as suas dúvidas, dar-lhes pistas para recordar conhecimentos, focar ideias produtivas e incentivar à reflexão sobre as problemáticas identificadas a fim de sensibilizar e consciencializar para a mudança de comportamentos, recorrendo frequentemente a um questionamento orientador, resultando num modo de comunicação contributivo.

Por exemplo no grupo 4, cuja temática a tratar era a “Alimentação”, a professora recordou alguns conteúdos da disciplina de Ciências da Natureza, focou ideias produtivas, nomeadamente a escrita de uma notícia para o jornal ou para o *site* da escola sobre os hábitos alimentares da turma e consequências para a saúde, como forma de sensibilização e divulgação.

Aluna: O número de refeições que se deve tomar por dia é 4 ou 5?

Professora: O que é que vocês acham?

Aluno: Eu acho que é 5,

Professora: 5 ou 6. Então, eu nem fui vossa professora de Ciências! E agora?

Aluna: Tendo em conta o que aprendemos nas aulas de Ciências sobre o número de refeições por dia, nós achamos que a maioria da turma não toma o número de refeições necessárias por dia porque se deve tomar 5 ou mais refeições.

Professora: No fundo vocês estão a fazer o quê? Estão a fazer uma carta a essa pessoa? Estão a fazer um artigo para o jornal? Querem escrever a alguém? Vamos colocar essa informação onde?

Aluna: No jornal.

Professora: No jornal? Pode ser, temos o jornal da escola.

Aluna: Ou então no *site* da escola. Nos *placards*.

Professora: Mas continuem que vocês sabem mais coisas. [...] Quando nós tomamos poucas refeições o que é que nos acontece? [...] E depois há aí outra coisa que dá que pensar, vejam lá a segunda tabela (AO_7).

Para os alunos terminarem os textos para apresentarem à turma, a professora necessitou de prolongar a aula por mais quarenta e cinco minutos. Inês insistiu com os grupos para desenvolverem o mais possível os seus textos antes de dar início à apresentação.

Inês selecionou os grupos a apresentar de acordo com as temáticas que lhes coube trabalhar para se poder estabelecer um paralelo entre o trabalho realizado. A primeira temática eleita foi o “peso das mochilas”. O primeiro grupo a apresentar foi o grupo 5 cujos alunos, para resolverem a problemática detetada, tentaram colocar-se no papel de deputados da Assembleia da República e elaboraram um decreto-lei (Figura 55). Durante as apresentações, Inês foi colocando questões de confirmação com o intuito de os alunos explicarem melhor as suas ideias aos colegas.

Aluno: Imaginámos que eramos deputados da Assembleia da República por isso criámos como se fossem leis por isso fizemos vários artigos para solucionar o problema do peso da mochila: Artigo n.º 1 – Todas as crianças deviam ter um cacifo grátis; Artigo n.º 2 – Os horários devam ter uma melhor distribuição por todos os dias.

Professora: Expliquem lá isso melhor! Vocês tinham-me explicado melhor do que escreveram. O que é quer dizer melhor distribuição? Não estou a perceber!

Aluna: Se nós tivermos um dia em que temos muitas aulas e outro dia em que só temos 1 ou 2, distribuíamos para ficar equilibradas, termos metade, metade (AO_7).

Seguiu-se o grupo 2 que leu a sua reflexão que consistia em transmitir um conjunto de conselhos para ajudar a resolver o excesso de “peso” nas mochilas (Figura 56).

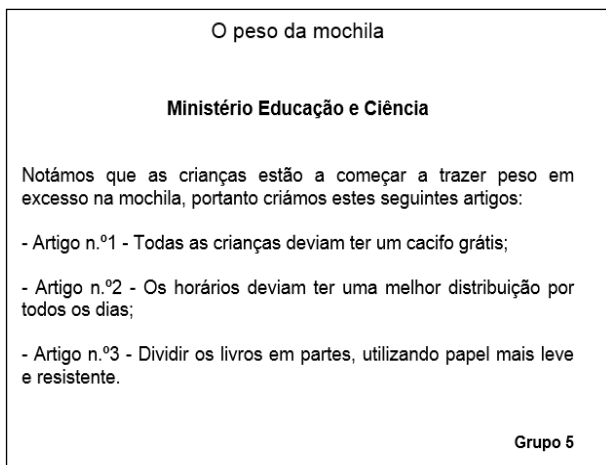


Figura 55 – Extensão às conclusões do grupo 5 – reflexão sobre “O peso da mochila” (AO_7)

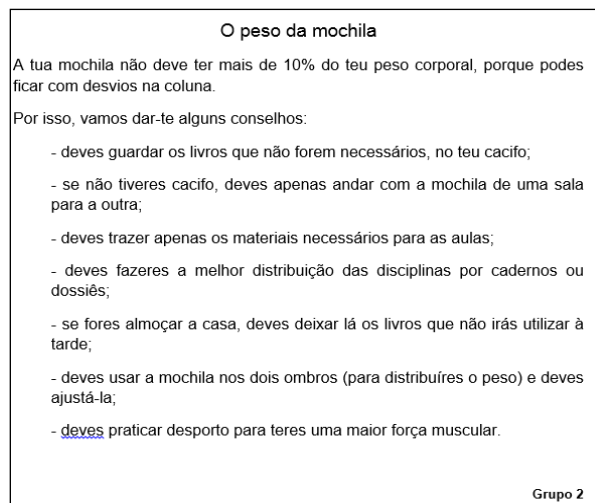


Figura 56 - Extensão da tarefa do grupo 2 – reflexão sobre “O peso da mochila” (AO_7)

A problemática do “número de horas semanal de videojogos” foi a que seguiu, inaugurada pelo grupo 4 (Figura 58).

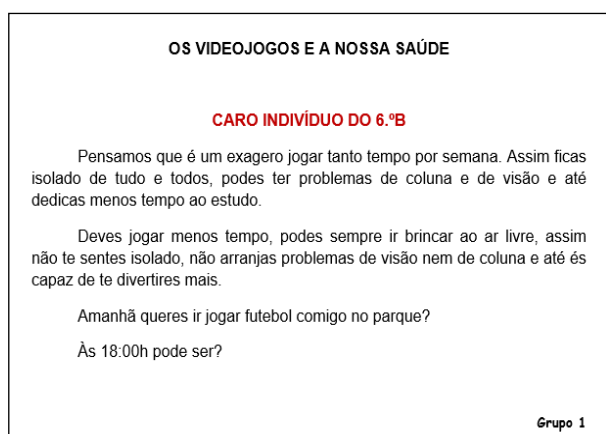


Figura 57 - Extensão às conclusões do grupo 4 – reflexão sobre “N.º horas semanais de videojogos” (AO_7)

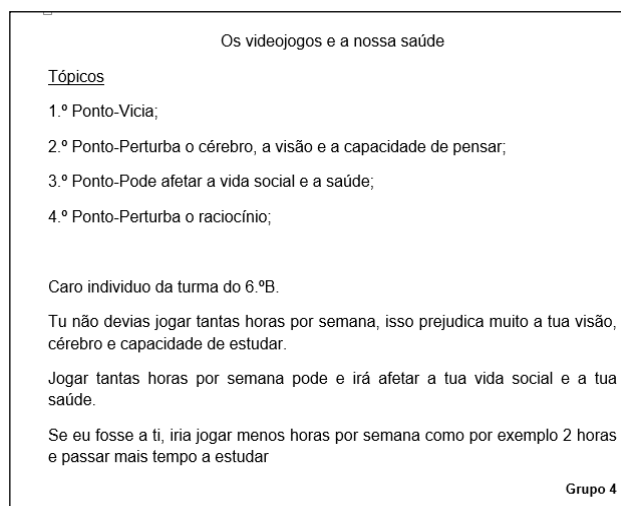


Figura 58 - Extensão às conclusões do grupo 4 – reflexão sobre “N.º de horas semanais de videojogos” (AO_7)

Os alunos apresentaram assim a sua reflexão que consistiu na leitura de numa carta dirigida ao(s) aluno(s) da turma que passam muitas horas a jogar videojogos com o intuito de sensibilizá-lo(s) para as consequências negativas para saúde desse comportamento e para a necessidade de mudança de hábitos de ocupação de tempos livres.

O grupo 1 que foi o seguinte a apresentar o seu trabalho no âmbito desta problemática o qual elaborou também uma carta nos mesmos moldes do grupo anterior (Figura 57).

A terceira e última problemática a ser abordada dizia respeito à “alimentação”. O grupo 6 realizou uma reflexão sobre as conclusões a que chegaram a partir dos dados e

realizaram conexões com os conteúdos aprendidos na disciplina de Ciências da Natureza sobre as consequências para a saúde desses erros alimentares (Figura 59).

O grupo que lhe seguiu foi o grupo 3. Este grupo redigiu um texto para o jornal da escola sobre os hábitos e preferências alimentares da turma, tendo realizado uma reflexão crítica dos mesmos à luz das aprendizagens realizadas na disciplina de Ciências da Natureza, à semelhança do que fez o grupo anterior (Figura 60).

Saber comer é saber viver

Tendo em conta o que aprendemos na aula de ciências sobre o número de refeições por dia, nós achamos que a maioria da turma não toma o número de refeições necessárias por dia porque o n.º de refeições deve ser 5 ou mais.

As desvantagens de não tomar o n.º de refeições necessárias são que o cérebro e os músculos começam a funcionar mais devagar e quando a pessoa vai comer, come mais do que precisa e o organismo absorve todas as energias e gorduras.

Nós também achamos que o prato preferido não era o mais saudável, pois é rico em muitos lípidos e glúcidos e, se ingerirmos glúcidos e lípidos em maior quantidade daquela que precisamos, podemos ficar obesos e/ou com doenças cardiovasculares.

Grupo 6

Figura 59 - Extensão às conclusões do grupo 6 – reflexão sobre a “Alimentação” (AO_7)

Texto para o jornal da escola

Na turma do 6º B realizou-se uma investigação sobre estatística, com base nos alunos da nossa turma. Com esta investigação concluímos que três alunos não têm uma alimentação equilibrada. E que a maior parte prefere comida de *fast-food* (hambúrguer com batatas fritas). Esses três alunos que não têm uma alimentação equilibrada podem sofrer de doenças como falta de concentração, falta de força e outras doenças. Apesar disso, essas três pessoas quando se alimentarem vão ingerir uma grande quantidade de alimentos em quantidades superiores às suas necessidades, o que pode originar a obesidade.

Grupo 3

Figura 60 - Extensão da tarefa do grupo 3 – reflexão sobre a “Alimentação” (AO 7)

Terminadas as apresentações, a professora dá por concluída a investigação e, antes da aula terminar, solicitou que os alunos realizem a sua auto-avaliação numa ficha própria para o efeito.

Reflexão. Em seguida, apresenta-se a reflexão que a professora realizou relativamente às duas aulas desta última etapa: aulas número seis e sete de “Interpretação de dados e formulação das conclusões” e ainda de “Extensão às conclusões da investigação”.

Inês efetuou um balanço positivo da *sexta aula do projeto*, o qual legitima com o entusiasmo verificado pelos dos alunos e com a perceção de estes terem feito aprendizagens relativamente ao conteúdo “medidas estatísticas”.

Acho que correu bem, eles voltaram a estar entusiasmados, acho que mais ou menos perceberam as medidas estatísticas. (RAO_6)

O principal aspeto problemático que identificou foi a formulação de conclusões com base em argumentos estatísticos por parte dos alunos. Para si, face ao número de aulas dedicado a esta investigação, era primordial que os alunos formulassem as suas

conclusões fundamentando as suas ideias. Contudo, foi muito difícil fazê-los sentir a necessidade de justificarem as suas conclusões e entenderem como o podiam fazer.

Porque é assim, surgiu um problema, uma coisa é eles fazerem um texto muito curto do aluno típico, e podem fazê-lo, só que estivemos a trabalhar durante tanto tempo e só fazerem aquilo sem justificar, para mim não faz sentido! [...] E dizer que tem olhos castanhos e cabelo castanho...”. Não é que isso não seja importante, só que depois obriguei-os a terem de justificar e terem de dizer porque é que me diziam que ele tinha olhos castanhos (RAO_6).

Inês não imaginava que os alunos tivessem tantas dificuldades em relacionarem ideias e em se expressarem. Por outro lado, esperava que fossem mais críticos. Por conseguinte, referiu que a primeira versão dos textos sofreu várias alterações, impulsionadas por si, até chegarem a uma versão que considerasse aceitável. Para isso acontecer, foi necessária muita insistência e apoio da sua parte durante o trabalho autónomo.

[...] que lá está fui eu que puxei aquilo a ferros! [...] sinceramente estava à espera que eles relacionassem mais e que fossem mais críticos. Mas mesmo em termos de português, eles têm muita dificuldade em se expressar e em relacionar coisas e houve ali uns grupos que aquilo não está bem, mas já está muito melhor que a primeira versão (RAO_7).

A professora reconhece que a capacidade de justificação e argumentação é uma competência complexa que causou constrangimentos à generalidade dos alunos e este aspeto parece dever-se ao facto de não estarem habituados a realizar este tipo de trabalho. Contudo, segundo a mesma, os grupos que possuíam alunos com melhor desempenho à disciplina conseguiram ir ao encontro do que pretendia.

Nos grupos onde há melhores alunos, eles próprios puxam pelos outros. Nos grupos mais fraquinhos aquilo não é fácil, porque eles não conseguem justificar o que é que lá têm [...] Porque eles não estão habituados a fazer estas coisas! (RAO_6)

Os grupos constituídos por alunos com mais dificuldades à disciplina, tenderam inicialmente a apresentar um perfil do aluno típico baseado apenas nos valores da moda, sem indicarem o significado desta medida nem o porquê de a terem escolhido para resumir os dados, como explicou Inês.

Aquele grupo da C., elas são trabalhadoras, mas são fraquinhas e o texto... [...] cá em cima tinham: “os alunos vivem normalmente com 3 pessoas”. E eu disse: “está bem e o que é que isso quer dizer?”[...] E depois eu obriguei-as a dizer: “ou seja, isto é moda, é o valor que se observa mais vezes”. Se tu fosses ver o texto resumia-se todo a modas (RAO_6).

Mas o que a professora pretendia era que os alunos relacionassem a média e a moda e justificassem o porquê de estas coincidirem ou não baseado-se na ordem de grandeza da amplitude, como exemplificou para a variável “N.º de horas de videogames por semana”.

“Vocês têm de se justificar e justificar porque é que vocês dizem que...”. Por exemplo, houve um grupo, eu estava lá de volta deles a picar, a picar, “porque é que vocês me dizem, por exemplo, que as pessoas jogam 2,4 horas por semana videogames. O que é que vocês esperavam?”, “a moda é 2”, “e a moda é 2 mas porque é que aparece aqui superior, se há até muita gente que não joga nada?”, “ó professora, porque há aqui uma amplitude” e foi isso que eu quis que eles fizessem, tinham de justificar (RAO_6).

Para elucidar melhor da dificuldade com a qual se deparou nesta aula e as várias estratégias desenvolvidas por si para fazer face às mesmas, a professora referiu também uma explicação alternativa que arriscou durante a apresentação das conclusões à turma, baseada no gráfico de barras, mostrando um nível de interpretação gráfico situado em “Ler além dos dados” Curcio (1987, 1989). Assim, Inês explicou a discrepância existente entre a moda e a média, as quais assumiam os valores 5 e 5,9 respetivamente, com o facto de existirem mais valores à direita (maiores) da coluna que representava a moda do que à esquerda (menores) o que fez com que a média fosse maior do que a moda. Contudo, houve alunos que ainda assim não conseguiram atingir o grau de compreensão que pretendia, mas não podia insistir mais por falta de tempo.

Que eles não chegaram a perceber bem e eu às tantas pensei assim: “estou aqui a bater no ceguinho, nunca mais saio de lá”. [...] A moda era 5... mas a média era 5,9, portanto, aproximava-se mais de 6 letras. Porque é que a moda não era coincidente... e eu tive ali e eles não explicavam, depois às tantas comecei a olhar para o relógio e começou-me a dar cá uma neura! [...] porque eram muito mais os valores que se situavam à direita da moda do que os que se situavam à esquerda, logo a média seria superior à moda, que era aquilo que eu queria que eles percebessem (RAO_6).

Um outro aspeto que deixou Inês profundamente angustiada foi o facto de não se ter apercebido das dificuldades de um grupo que não soube calcular a média através de um diagrama de caule-e-folhas e só ter verificado este aspeto quando estava a efetuar o texto final sobre “o perfil do aluno típico da turma” e foi rever os trabalhos realizados pelos alunos.

Quando eu vou começar a fazer o resumo da turma, porque eu depois peguei naquilo e tentei que aquilo tivesse uma certa coerência, fui buscar o que eles tinham feito nos acetatos [...] e aquele grupo era gritante, aquela média não tinha pés nem cabeça, [...] Eu pensei que aquilo fosse alguma distração, mas não, eles não fizeram porque não sabiam (RAO_7).

A constatação anterior, de alguma forma, deixou Inês ainda mais apreensiva e receosa relativamente ao facto de não ter noção das dificuldades de todos os alunos por estes estarem a trabalhar em grupos e haver sempre um investimento desigual da parte dos seus elementos. Assim, a maior preocupação de Inês era em conseguir perceber se todos os alunos aprenderam o que pretendia ensinar: “Foi trabalho de grupo, mas há sempre alguém... e eu aqueles que trabalharam menos, estou um bocado angustiada em saber se naquela gente ficou lá com alguma coisa” (RAO_7).

Inês referiu que não alteraria qualquer aspeto em relação a esta aula já que não lhe ocorria outra forma, também viável, de desenvolver a investigação. Portanto, numa próxima vez, manteria tudo igual: “Não, acho que não [Não mudaria nenhum aspeto da aula]. Acho que não tenho outro caminho por onde ir. O que eu quero é que eles façam...” (RAO_6).

Quanto à *sétima aula* do projeto, a professora na reflexão que fez sobre a mesma, dividiu-a em duas partes.

A primeira parte consistiu na continuação da apresentação dos textos sobre “o perfil do aluno típico da turma” realizados na aula anterior, na qual, de acordo com a professora, a prestação dos alunos ficou aquém das suas expectativas, como já havia referido na reflexão da aula anterior. Já no que se refere ao desempenho dos alunos nas tarefas referentes à “Extensão às conclusões da investigação”, Inês afirmou estar muito agradada por considerar que os alunos chegaram facilmente ao que pretendia: “[...] em relação ao que eles apresentaram, eu queria mais... Em relação à segunda parte acho que correu bem, acho que eles até chegaram facilmente aquilo que eu queria.” (RAO_7)

A docente explicou o critério na atribuição das três problemáticas para reflexão aos diferentes grupos. O principal critério, foi atribuir cada uma das problemáticas ao respetivo grupo que a estudou. Para os três grupos restantes houve diferentes critérios nomeadamente relacionados com particularidades dos alunos dos grupos. “O meu critério foi cada um que tinha estudado ficava com o seu e depois tinha de dar a outro e andei a tentar engendrar-la...” (RAO_7).

Por fim, a professora esclareceu ainda a investigadora sobre alguns aspetos da estrutura das tarefas, nomeadamente o porquê de ter colocado as tabelas e os valores das medidas estatísticas no seu enunciado. A investigadora tinha pensado que Inês pretendia que os alunos se baseassem nesses valores para identificarem a problemática existente e, a partir daí, escreverem o seu texto e justificassem as suas ideias. Contudo, Inês referiu que esse

não era um objetivo desta tarefa, apenas forneceu essa informação para os alunos não ficarem em desvantagem em relação aos grupos que estudaram estes temas, os quais conheciam o contexto.

Investigadora: Então quando tu fizeste a tarefa, porque é que puseste lá as tabelas outra vez, a moda... ? [...] Eu pensava que tu também querias que eles fossem referindo isso ao longo da escrita...

Professora: Não... é assim, isso eu acho que é mais para a tarefa que vem a seguir, das medidas estatísticas. Eu fiz de propósito porque eu pensei em não pôr, mas depois quem tinha feito tinha os dados e quem não tinha feito, não tinha. Foi no sentido deles perceberem... eu não queria que eles fizessem outra vez as modas, as médias, eles já tinham feito...

Investigadora: Sim, pensei que querias que eles relacionassem...

Professora: Não. Eles já tinham relacionado, mal ou bem, já o tinham feito e eu pensei assim “mas quem fez... e agora o que é que faço aos outros?”. Porque eles não estavam a comparar, eles não tinham termo de comparação... (RAO_7)

Quando questionada se mudaria algum aspeto da aula numa próxima vez, Inês diz não saber.

Síntese da Etapa 4

Em seguida, relacionam-se os diferentes momentos da prática letiva (planificação, condução e reflexão) e analisa-se o conhecimento de Estatística e o conhecimento sobre o ensino da Estatística com investigações estatísticas evidenciados pela professora.

Conhecimento de Estatística. A sexta e sétima aulas da quarta etapa da investigação estatística objetivavam a interpretação dos dados e a formulação das conclusões, de acordo com a tarefa específica apresentada. O *conhecimento de Estatística* da professora emergiu em alguns episódios das aulas, os quais se analisam em seguida.

No que se refere à *interpretação dos dados*, na tentativa de responder à questão da tarefa sobre os *tipos de gráficos* que davam em cada caso uma melhor noção dos dados, Inês mostrou compreender que este aspeto se relacionava apenas com a *natureza das variáveis*, sem, contudo, se comprometer muito com esta ideia junto dos alunos. Assim, pareceu aceitar, por exclusão de partes, que os gráficos de barras são apropriados para as variáveis quantitativas discretas já que, como referiu, as variáveis qualitativas adequavam-se mais, pela sua facilidade, aos gráficos circulares e pictogramas, e, por sua vez, variáveis como a “idade”, o “peso da mochila”, a “altura” e o “peso/massa corporal” eram mais apropriadas para serem representadas em diagramas de caule-e-folhas. Contudo, verifica-

se que no início do estudo, nem sempre Inês seguiu esta linha de ideias, pois para a variável “idade”, de natureza quantitativa contínua, escolheu um pictograma, e para as variáveis “n.º de pessoas do agregado familiar” e “n.º de horas de prática desportiva semanal” elegeu gráficos circulares. Este aspeto parece dever-se ao facto de, por vezes, o foco no cumprimento de objetivos curriculares que visavam a aprendizagem de vários tipos de representações gráficas dentro de cada grupo, ter relegado para segundo plano a importância da adequabilidade dos gráficos tendo em conta a sua natureza.

A ideia de que diferentes tipos de gráficos podem mostrar relações e padrões distintos nos dados os quais podem facilitar a sua análise não foi explicitada pela professora em nenhum momento, focando-se mais nos aspetos *processuais* desta representação da informação.

Ainda relativamente à *compreensão gráfica*, Inês revelou situar-se num nível avançado de interpretação gráfica apelidado de “Ler além dos dados” (Friel, Curcio & Bright, 2001) mostrando saber analisar as relações implícitas no gráfico, como fazer estimativas em relação à ordem de grandeza da média em relação à moda num gráfico de barras.

No que se refere às *medidas estatísticas*, Inês revelou saber o tipo de medidas estatísticas que podem ser determinadas tendo em conta a *natureza dos dados*.

Acerca das medidas estatísticas, Inês continuou a revelar um *conhecimento concetual* desenvolvido revelando compreender o impacto da forma da distribuição na representatividade das medidas e na forma como estas se relacionam, todavia, não retira daí grandes conclusões práticas na hora de escolher a medida que melhor representa os dados.

Assim, quanto à ideia de *representatividade* das medidas, a professora pareceu aceitar que os dados podem ser representados por uma única medida (média ou moda) somente quando a distribuição é simétrica, ou seja, quando ambas as medidas são próximas ou coincidentes; caso contrário, nos casos em que a média se afasta da moda devido à existência de valores discrepantes, como por exemplo na variável “n.º de horas de prática desportiva” estudada, a média não é representativa da maioria dos dados pelo que, na sua opinião, o mais correto é indicar as três medidas estatísticas e relacioná-las entre si para se ter uma noção mais completa do conjunto dos dados.

Ainda relativamente à média, Inês alertou os alunos para o facto de ser pouco aconselhável se realizarem arredondamentos ao seu valor sob pena de se perder

informação sobre o conjunto de dados, de inviabilizar o estabelecimento de comparações entre distribuições e de impossibilitar compreender a evolução de uma variável ao longo do tempo. Para a professora, o desejável é apresentar a média com algarismos até à ordem das centésimas, se eles existirem.

Inês revela saber a importância do *contexto* na atribuição de significado às medidas estatísticas, nomeadamente no que se refere à ordem de grandeza da amplitude em que o mesmo valor para a amplitude pode ter interpretações distintas consoante a variável em estudo.

No que concerne à *formulação das conclusões*, Inês nunca perdeu de vista, ao longo do estudo, a resposta às questões de investigação, e este aspeto foi evidente através da forma como tentou dar significado a todas as etapas da investigação, evidenciando conhecer os seus propósitos, e interligá-las em busca das conclusões do estudo. Como tal, acedeu às sugestões da tarefa específica desta etapa e propôs aos alunos a escrita de um texto final para caracterizar o aluno típico da turma, tendo em conta as variáveis que os alunos selecionaram.

A professora revelou considerar importante sustentar as conclusões do estudo com base nos dados recolhidos, sendo que um dos aspetos com o qual mais se debateu junto dos alunos foi a incorporação de argumentos provenientes das representações gráficas construídas e das medidas estatísticas determinadas para justificar as ideias expressas nas conclusões.

Embora Inês não tenha revelado explicitamente atribuir importância à geração de novas questões sobre o estudo para futuras investigações, possivelmente por este aspeto não estar previsto na tarefa específica desta etapa, a forma como identificou a existência de temáticas com dados polémicos acerca dos alunos para estes se posicionarem criticamente sobre elas, deixam implícita a ideia de quais as temáticas que poderiam merecer um maior aprofundamento através da realização de novos estudos.

Conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas. Em seguida, analisa-se o conhecimento do ensino evidenciado pela professora, tendo em conta os seguintes aspetos: “Estrutura e dinâmica da(s) aula(s)”, “Trabalho dos alunos”, “Abordagem à Estatística”, “Estilos de comunicação” (Ponte, 2011) e “Recursos tecnológicos”.

Estrutura e dinâmica da(s) aula(s): A quarta etapa da investigação estatística foi desenvolvida em duas aulas com objetivos distintos e, por isso, sujeitas a dinâmicas diferentes as quais serão analisadas separadamente.

Com a *sexta aula de “Interpretação dos dados”*, teve início a quarta etapa da investigação estatística. Esta aula desenvolveu-se em duas fases distintas, com metodologias de trabalho diferentes: uma fase introdutória e uma fase de trabalho autónomo.

Na *fase introdutória*, com a duração de aproximadamente 30 minutos, em primeiro lugar, a professora revisitou os conteúdos abordados nas aulas anteriores na tentativa responder, em grande grupo, às primeiras três questões da tarefa desta etapa as quais considerava já terem sido respondidas na etapa anterior, por não lhe atribuí sentido. Em seguida, promoveu a apropriação do trabalho a desenvolver na fase seguinte, baseando-se na leitura em voz alta por um aluno da respetiva questão da tarefa e numa explicação breve. Reforçou ainda a ideia da importância de os alunos justificarem as conclusões a que chegaram com os gráficos realizados e/ou as medidas estatísticas calculadas.

No *momento de trabalho autónomo*, com a duração de cerca de 50 minutos, os alunos definiram o perfil do aluno típico da turma, tendo em conta as variáveis que estudaram dentro de cada grupo, formulando, assim, as conclusões do seu trabalho. Inês foi circulando pelos grupos para verificar como os alunos estavam a progredir no trabalho e deparou-se com muitas dificuldades por parte dos mesmos em justificar as suas ideias, aspeto que não tinha previsto, como referiu na reflexão da aula. Assim, Inês teve de aumentar o tempo dedicado a esta fase e redobrar o apoio fornecido através do fornecimento de pistas de melhoria e exemplos. A fase de apresentação dos trabalhos transitou para a aula seguinte, havendo apenas tempo para um dos grupos apresentar o seu trabalho.

Em suma, o momento introdutório teve a duração de cerca de 30 minutos, a fase de trabalho autónomo dos alunos demorou 50 minutos, um grupo apresentou o seu trabalho em 5 minutos.

Relativamente à *sétima aula, de “Formulação das conclusões” e “Extensão às conclusões*, esta teve início com um *momento introdutório*, com a duração de 20 minutos, o qual a professora não previra no seu plano de aula, em que Inês, forneceu *feedback* relativamente à análise que fez aos textos sobre o perfil do aluno típico da turma

realizados na aula anterior e enviados para o seu *e-mail*. Por conseguinte, esclareceu em primeiro lugar algumas dificuldades dos alunos em relação à média e, em seguida, apelou para um maior comprometimento dos mesmos de futuro relativamente à qualidade dos trabalhos realizados, uma vez que a professora considerou que os textos podiam estar mais ricos do ponto de vista dos argumentos estatísticos.

Seguiu-se uma fase de *apresentação/discussão de trabalhos*, com a duração de 30 minutos. A ordem de apresentação parece ter sido aleatória. Por fim, em jeito de síntese, Inês apresentou o texto final sobre o perfil do aluno típico da turma como resposta ao problema inicial da investigação “Como são os alunos da turma?”, resultando numa compilação que fez dos textos dos grupos, os quais manteve praticamente inalterados. O facto de cada grupo formular conclusões apenas para as variáveis que estudou e a compilação final ser feita por si, foi previsto por Inês na planificação, como forma de agilizar este processo face à dificuldade que seria os alunos acederem à grande quantidade de dados e variáveis trabalhados pela turma.

Seguiu-se um segundo *momento introdutório*, com a duração de 7 minutos, para a professora lançar as três tarefas que Inês criou referentes à “*Extensão às conclusões da investigação*”, a qual objetivava uma reflexão crítica sobre as conclusões apresentadas, relativamente às temáticas mais polémicas identificadas (“Peso da mochila”, “N.º de horas diário de videojogos” e “Alimentação”), com lugar à formulação de uma opinião informada sobre as implicações dos mesmos e sua divulgação com o intuito de sensibilizar para a necessidade de alterar hábitos e comportamentos desajustados do ponto de vista da saúde (Gal, 2002).

A forma como Inês antevia esta fase de desfecho da investigação foi sofrendo alterações e amadurecendo ao longo do tempo. Inicialmente, a professora pensou na realização de um *PowerPoint* com as conclusões do estudo para mostrar aos encarregados de educação dos alunos e, em seguida, na realização poema, no entanto, a sua decisão final foi mais ambiciosa no que se refere ao aprofundamento dos objetivos curriculares referentes a literacia estatística.

A fase de *trabalho autónomo* dos alunos que lhe sucedeu, teve a duração de cerca de 50 minutos, esgotou quase todo o tempo previsto para a apresentação dos trabalhos pelo que houve a necessidade de prolongar a aula por mais 45 minutos. A professora foi circulando pelos grupos, em primeiro lugar para favorecer a interpretação da tarefa e depois para

apoiar o trabalho dos alunos e avaliar o seu progresso na reflexão crítica sobre as temáticas atribuídas a cada grupo, cujo critério principal de atribuição foi serem os alunos os autores da recolha de dados e em seguida serem temáticas de interesse para os alunos, tal como Inês referiu na reflexão.

A fase da *apresentação* iniciou-se a faltar 30 minutos para o final do prolongamento da aula. A ordem de apresentação foi selecionada de modo que fosse possível estabelecer um paralelo entre os trabalhos apresentados dentro da mesma temática. Os alunos leram os seus trabalhos e a professora colocou pontualmente algumas questões aos grupos para esclarecer alguns aspetos. Na reflexão que fez desta aula, Inês mostrou-se muito agrada com o desempenho dos alunos neste trabalho.

Findas as apresentações a professora deu por terminado o projeto, solicitando a auto-avaliação dos alunos em documento próprio.

Em suma, os dois momentos introdutórios tiveram a duração total de cerca de 30 minutos, a fase de trabalho autónomo dos alunos demorou 50 minutos, os alunos apresentaram os seus trabalhos, em dois momentos distintos, com a duração total de 60 minutos.

Embora o trabalho autónomo dos alunos seja a forma de trabalho a que Inês dedicou mais tempo nos seus planos de aula, e muitas vezes também nas aulas, verificou-se nesta última etapa da investigação uma intenção em atribuir mais tempo à fase de apresentação/discussão, que pode ter nascido de uma reflexão da professora sobre importância desta fase da aula para a aprendizagem dos alunos.

Trabalho dos alunos: No que se refere ao trabalho dos alunos nesta quarta etapa, este foi pouco expressivo na fase de *interpretação dos dados*, em parte, devido à forma como a professora dirigiu o seu trabalho na fase de organização e tratamento de dados. Assim, não atribui a este trabalho o real significado substituindo-o por uma revisão de alguns conteúdos abordados, com base num *PowerPoint* informativo.

Relativamente aos *gráficos estatísticos*, por uma questão de gestão do tempo e para garantir que dentro de cada grupo os alunos construíssem os vários tipos de gráficos presentes no programa (ME, 2007), Inês selecionou previamente os gráficos a realizar para cada variável do estudo. Por conseguinte, os alunos não puderam selecionar os gráficos mais adequados aos seus dados, aprofundar, por esta via, a adequabilidade dos mesmos à natureza dos dados e verificar que os gráficos não são um fim em si mesmos,

mas uma ferramenta muito importante de análise de dados, já que diferentes representações mostram distintos padrões nos dados.

Embora o foco de Inês tenha sido o desenvolvimento de capacidades mais processuais relacionadas com os gráficos, revelou também alguma preocupação com a capacidade de interpretar gráficos, promovendo maioritariamente uma análise das representações gráficas situada nos níveis mais elementares de competência gráfica proposta por Cúrcio (1987) e Friel, Curcio e Bright, (2001): - “Ler os dados”, concretizada através da leitura de todos os valores/ categorias que uma variável assume e identificando a moda e os extremos por exemplo; - “Ler entre os dados”, através da comparação entre valores/ categorias da variável ou através da sua combinação.

Contudo, mostrou possuir um nível de compreensão gráfica mais elevado do que aquele que promoveu, ao nível “Ler além dos dados” (Friel, Curcio & Bright, 2001), quando explicou aos alunos como se pode determinar, a partir de um gráfico de barras, se a média é maior ou menor que a moda, analisando as relações implícitas no mesmo. Este aspeto parece estar relacionado com a pressão sentida por Inês relativamente à gestão do tempo, já que este nível mais complexo de interpretação gráfica necessita de mais tempo para ser desenvolvido, e à sua perceção de que a generalidade dos alunos não estavam a conseguir corresponder às suas expectativas. Por outro lado, a inexperiência de Inês em promover este tipo de competências gráficas mais complexas nos alunos podem-na ter impellido para reproduzir mais frequentemente o que lhe é mais familiar.

Já no que se refere às medidas estatísticas, Inês mostrou, para além de conhecimento processual, conhecimento concetual desenvolvido e foi neste que mais insistiu junto dos alunos, evidenciando saber olhar criticamente para a informação estatística, nomeadamente para os resumos estatísticos e as implicações de se representarem as distribuições através de uma única medida estatística quando esta não é representativa do conjunto de dados. De acordo com Inês, estas situações prestam-se à possibilidade de manipulação da informação para influenciar opiniões, podendo alternar-se entre a média ou a moda de acordo com a intenção pretendida, alertando os alunos para este aspeto através do exemplo concreto da média e moda do “N.º de horas semanal de prática desportiva”. Neste caso, a professora já promove níveis mais elevados de compreensão das medidas junto dos alunos, e este aspeto parece dever-se a uma maior familiaridade com tarefas que apelem a competências mais complexas relacionadas com a compreensão das medidas estatísticas, com as quais contactou no âmbito do PFCM e já tinha tido

oportunidade de experimentar e se apropriar. Assim, envolve os alunos na interpretação dos dados e incita-os a apresentarem as medidas estatísticas (média, moda e amplitude) de forma integrada, tendo em conta o contexto, nomeadamente quando as distribuições são enviesadas e a média não é um valor representativo dos dados.

Contudo, este aspeto foi bastante problemático para os alunos, sendo que a maioria, para resumir os dados, apresentou as três medidas estatísticas, tal como Inês sugeriu, sem, no entanto, as conseguir relacionar entre si ou indicar o seu significado. Inês atribui este aspeto ao nível cognitivo dos alunos, os quais têm dificuldades neste tipo de análises mais complexas.

Relativamente à *formulação das conclusões do estudo*, Inês envolveu diretamente os alunos neste trabalho, solicitando-lhes a realização de um texto como resposta ao problema inicial da investigação “Como são os alunos da turma?”, o qual nunca perdeu de vista, tendo em conta as variáveis que estudaram.

Nas conclusões realizadas, Inês insistiu bastante junto dos alunos na justificação das suas ideias com lugar à apresentação de argumentos baseados nas representações gráficas e das medidas estatísticas determinadas.

Contudo, na apresentação dos textos realizada pelos alunos, no que se refere à referenciação das representações tabulares e gráficas como forma de fundamentarem as suas ideias, apenas dois dos grupos relacionaram os gráficos com o texto que estavam a apresentar, nomeadamente justificando a moda apresentada. Houve também grupos que utilizaram os gráficos para mostrar aspetos não diretamente visíveis neles como a média, tal como Inês fez notar, preferindo talvez que os alunos mostrassem os cálculos realizados. Em relação às medidas estatísticas, verifica-se que a regra foi os alunos apresentarem as três medidas estatísticas para resumir os dados sem as relacionar. Este aspeto parece dever-se ao facto de a professora, ao sugerir melhorias no texto, ter dado esta indicação nos casos em que a média e a moda não coincidiam, o que aconteceu frequentemente. No entanto, só alguns dos grupos conseguiram apresentar as medidas como um todo integrado e relacioná-las com o contexto.

Inês, na reflexão que fez da aula, considerou que os alunos não souberam justificar e fundamentar as mesmas e este aspeto, segundo a mesma, deveu-se ao facto de estarem pouco habituados a realizar este tipo de trabalho. A professora reconheceu também que este trabalho era difícil e não estava acessível a todos, não obstante a sua insistência e as

pistas que forneceu durante o trabalho autónomo, em que incitou os alunos a melhorarem os seus textos, duas ou três vezes, ao encontro do que pretendia. Verifica-se que nas versões preliminares dos textos, os alunos tenderam a basearem-se sobretudo na moda para reduzir os dados, sem justificarem porquê e não fizeram qualquer referência aos gráficos no seio do texto. A constatação das dificuldades dos alunos em compreenderem o que lhes era pedido e a escassez de tempo de aula levaram-na Inês a precipitar as versões finais das conclusões, relativizando a importância da justificação das suas ideias.

O texto integral sobre o perfil do aluno típico da turma contendo todas as conclusões do estudo como resposta ao problema inicial da investigação “Como são os alunos da turma?”, resultou de uma compilação realizada por Inês maioritariamente fiel às versões dos textos dos alunos, sem muito escrutínio da parte da professora.

Relativamente à “*extensão às conclusões da investigação*”, a qual almejava um aprofundamento da literacia estatística dos alunos (Gal, 2002), a professora envolveu os alunos na identificação das temáticas mais problemáticas que emergiram dos dados que estudaram e, em seguida, desafiou-os para o trabalho e atribuiu-lhes total responsabilidade para o fazerem.

As temáticas identificadas pelos alunos foram ao encontro das que Inês havia previamente selecionado: o “peso da mochila”, “a alimentação” e “o n.º de horas semanal de videojogos”. A professora preparou três tarefas diferentes, cada uma subordinada a uma das temáticas indicadas, as quais forneciam as medidas estatísticas e as representações tabulares e/ou gráficas para os alunos se posicionarem criticamente em relação às conclusões que os dados faziam emergir, emitindo uma opinião fundamentada, elencando formas de minimizar o impacto das mesmas na sua saúde e selecionando a forma de divulgação. Desta feita, Inês não solicitou o fornecimento de argumentos baseados nos resumos estatísticos, pois segundo a mesma, esse aspeto já tinha sido trabalhado anteriormente. Os alunos realizaram vários produtos, nomeadamente: notícias para o jornal e *site* da escola, um decreto-lei e cartas de sensibilização dirigidas ao aluno típico da turma.

Este trabalho de aprofundamento sobre as conclusões mais polémicas do estudo abre portas, de forma implícita, à possibilidade de formulação de questões no âmbito destas temáticas para a realização de novos estudos. Embora Inês não tenha previsto esta possibilidade, possivelmente por não estar familiarizada com este tipo de trabalho e/ou

pelo facto de a tarefa específica desta etapa não o solicitar, denota-se da mesma forma uma preocupação da sua parte em desenvolver nos alunos uma atitude crítica e informada em relação aos dados.

Abordagem à Estatística. Nesta etapa, Inês sentiu necessidade de discutir alguns significados estatísticos, em substituição às questões da tarefa específica referentes à interpretação dos dados por parte dos alunos. Este aspeto decorreu do facto de Inês ter dirigido muito a etapa anterior e, por isso, não atribui significado ao facto de os alunos discutirem a representatividade dos gráficos e das medidas estatísticas. Assim, dinamizou um questionamento, com vista a rever os conteúdos já abordados, envolvendo o mais possível os alunos através de respostas curtas a questões de confirmação colocadas por si para validar os seus conhecimentos referentes aos tipos de gráficos e às medidas estatísticas mais adequadas tendo em conta a natureza dos dados, bem como algumas limitações gerais dos diferentes tipos de gráficos.

Estilos de comunicação: Relativamente às duas aulas desta etapa, na fase de introdução, é possível identificar momentos introdutórios distintos cuja intencionalidade comunicativa intentava garantir a apropriação das questões da tarefa e a sua interpretação pelos alunos. Para o efeito a professora levou a cabo várias ações como: rever conteúdos abordados para responder às questões da tarefa; fornecimento de *feedback* sobre os trabalhos realizados; explicações breves do trabalho a desenvolver na fase seguinte; solicitar aos alunos para lerem o enunciado da tarefa em voz alta. Neles é possível identificar um modo de comunicação contributivo, baseado na contribuição breve dos alunos no seu discurso, normalmente como resposta às suas questões de confirmação, que objetivaram avaliar os conhecimentos dos alunos, comparando-os com os conteúdos matemáticos trabalhados, como forma de dissipar algumas dificuldades pontuais sentidas por alguns deles.

Relativamente aos momentos de trabalho autónomo, a professora foi circulando pela sala para apoiar os alunos, esclarecendo dúvidas e/ou fornecendo pistas, recorrendo frequentemente a um questionamento baseado na confirmação do entendimento dos alunos sobre as aprendizagens realizadas anteriormente, resultando num modo de comunicação contributivo.

Na fase de apresentação, os alunos foram lendo os seus trabalhos, contudo, as interações foram pautadas por uma atitude reguladora da professora, baseadas no discurso inicial dos

alunos, frequentemente direcionado pela mesma através de questões de confirmação, para clarificar ideias e pedir explicações, configurando um modo de comunicação *contributivo*.

De referir que, embora a professora nos seus planos de aula desta etapa tenha previsto novamente a realização de um conjunto de questões de natureza cognitiva mais complexa, do tipo inquirição, que denotam a uma intencionalidade comunicativa mais ambiciosa com o intuito de apelar à reflexão e à justificação por parte dos alunos, verifica-se que estas deram lugar a questões de confirmação com razão provável nas tensões sentidas durante a aula associadas à perceção das dificuldades dos alunos e à gestão do tempo.

Recursos tecnológicos: No que se refere aos recursos utilizados, para além do enunciado da tarefa, a professora utilizou o computador e o projetor multimédia para apresentar o texto final sobre o perfil do aluno típico da turma e a extensão à tarefa. Para apresentar os textos elaborados pelos alunos, utilizou o retroprojetor.

Reflexão final

Nesta última secção, analisar-se-á a reflexão global que a professora fez da sua prática letiva com o desenvolvimento de uma investigação estatística. Começar-se-á pela apresentação do balanço geral realizado por Inês. Em seguida, apresentam-se as principais dificuldades identificadas pela professora bem como as aprendizagens mais relevantes realizadas, ao nível do conhecimento de Estatística e do conhecimento do ensino da Estatística com investigações estatísticas.

Balanço geral

Inês fez um balanço positivo do desenvolvimento da investigação estatística sustentado essencialmente no empenho e entusiasmo revelados pelos alunos ao longo da mesma, para os quais, na sua opinião, muito contribuiu o facto de o problema de investigação se relacionar com a sua turma e terem sido eles a escolherem as variáveis que pretendiam estudar e a recolherem e trabalharem os seus dados.

A Estatística é uma coisa que eles gostam sempre, que consideram fácil... depois acho que ainda gostaram mais porque foi feito com dados deles, com aquilo que

eles tinham escolhido, com dados deles. Acho que isso foi muitíssimo importante e eles gostaram. (E_2)

Porém, a gestão do tempo foi uma preocupação sempre presente para Inês. A investigação estatística prolongou-se durante muitas aulas e ficou sem tempo para consolidar os conteúdos aprendidos no âmbito do tema OTD. Para Inês, o facto de os alunos estarem a trabalhar em grupo levou a que nem todos investissem da mesma forma no trabalho realizado. Se, por um lado, sabia exactamente quais foram os que mais trabalharam e estavam à vontade no tema, por outro, receava que alguns, menos interventivos neste tipo de trabalho, pudessem ter ainda algumas dificuldades.

[...] neste momento sinto-me angustiada com o tempo, não é com o projeto [...] eu agora preciso de tempo... porque eu tenho a noção de quem é que fez quase tudo em tudo, foi trabalho de grupo, mas há sempre alguém... e eu aqueles que trabalharam menos, estou um bocado angustiada sem saber se aquela gente ficou lá com alguma coisa. Porque uma coisa é ir apresentar uma coisa que se fez... outra coisa é eu perceber se toda a gente percebeu (RAO_7).

Segundo a professora, o ensino da Estatística este ano letivo com recurso a uma investigação estatística teve um grau de dificuldade médio para si. Não foi fácil por ser uma experiência de ensinar Estatística nova para si, o que conduziu, naturalmente, a muitas dúvidas e muita reflexão. Conquanto, pelo facto de ter sido uma experiência de trabalho colaborativo, sentiu-se mais apoiada, o que ajudou a minimizar a insegurança inerente a este tipo de desafios.

Fácil não foi porque foi a primeira vez que dei estatística desta forma, mas isso levou-me a pensar muitas vezes o que é que era melhor, o que é que não era melhor, questionar-me se tinha feito bem, se não tinha feito bem, se aquela opção tinha sido a melhor, se tinha gerido bem a aula, se tinha gerido bem o tempo, se tinha incidido sobre aquilo que era mais importante (E_2).

Não obstante a existência de dificuldades, para a docente estas não conseguiram anular a gratificação que sentiu durante a investigação estatística para com o trabalho desenvolvido pelos alunos em cada etapa, tendo-a deixado muito agradada com a experiência: “Quando eu os senti a produzirem e a chegarem lá sozinhos, eu estava deliciada porque há miúdos que chegaram a coisas muito engraçada.” (E2)

Conhecimento de Estatística

Quer antes, quer após o desenvolvimento desta investigação estatística, Inês considera que a sua formação inicial a preparou adequadamente a nível do conhecimento do

conteúdo (Estatística), porém, aponta falhas ao conhecimento proporcionado sobre a didática da Estatística.

Não obstante, a Estatística não é um tema que identifique necessitar de aprofundamento através de formação, como identificou por exemplo as Isometrias no caso das Geometria.

No final da experiência, a principal dificuldade a nível do conteúdo que Inês refere ter lembrança relaciona-se com as variáveis eleitas pelos alunos durante a primeira etapa da investigação estatística. Como a professora deu completa liberdade aos alunos nesta etapa da investigação, verificou-se que estes elencaram algumas variáveis que não havia previsto, nomeadamente as referentes a características de personalidade, que a deixaram com dúvidas relativamente à forma de serem trabalhadas no âmbito deste estudo, dúvidas essas esperou dissipar após a aula.

[...] houve ali 2 ou 3 coisas que se calhar me surpreenderam e que eu tive de pensar sobre elas e se eram exequíveis ou não. Eu lembro-me que logo ao princípio, quando nós começámos com a tarefa houve ali 2 ou 3 perguntas, como eu nunca tinha feito este tipo de coisas [...] eu fiquei muito na dúvida, acima de tudo quando foi na escolha das variáveis [...] na aula logo ao princípio apareceu-me, mas foi no sentido se seria fácil trabalhar aquilo que eles queriam ou não (E2).

Conhecimento sobre o ensino da Estatística com investigações estatísticas

Durante e após o desenvolvimento do projeto de investigação estatística, nas reflexões pós aula, nas sessões de trabalho colaborativo e na entrevista final, Inês identificou e partilhou algumas dificuldades sentidas.

Tarefa. Inês reconhece muitas potencialidades a esta tarefa e continua a querer desenvolvê-la de futuro. Contudo, da próxima vez que realizar esta tarefa em sala de aula, irá diminuir o grau de complexidade e aprofundamento da mesma para lhe permitir uma melhor gestão do tempo, atribuindo, por exemplo, apenas duas variáveis a cada grupo sacrificando uma descrição mais completa do aluno típico da turma.

Não, as tarefas tinham sido as mesmas, tinha era tentado esta tarefa do conhecer os alunos da turma... não sei bem ainda como, mas tinha de reduzi-la um bocadinho em termos de extensão. Se calhar menos variáveis, mesmo que a descrição ficasse mais incompleta... para poder ter oportunidade de por exemplo pôr, vamos imaginar, só tinha 2 variáveis por grupo, de os ter posto a fazer todos os mesmos gráficos. (E_2)

Planificação. A professora refere que nem sempre conseguiu ser tão cumpridora quanto gostaria no prazo de entrega e na completude das planificações individuais. Contudo, afirma que não deixou de planificar mentalmente todos os aspetos que não conseguiu colocar no papel. Embora fosse muito experiente na gestão de aulas com trabalho em grupo e na discussão de ideias em grande grupo, houve aspetos da condução de aulas com investigações estatísticas que, por ser um trabalho inovador para si, gostaria de ter preparado com uma maior profundidade. Não obstante a professora lamentar não ter conseguido, muitas vezes, fazer uma planificação individual à sua imagem, congratula-se com o facto de este aspeto não ter tido prejuízo no trabalho colaborativo realizado.

Eu nem sempre consegui entregar as planificações completas... mas isso, não dava, era impossível [...] . Claro que eu já tenho alguma experiência e acho que já tenho, em termos de comunicação matemática, alguma facilidade... Neste caso, como era a primeira vez que fazia este tipo de trabalho, a planificação convinha que fosse mais exaustiva. (E_2)

De acordo com a professora, no desenvolvimento de uma investigação estatística, a planificação assume um papel determinante: por um lado, pelo facto de ser um tipo de trabalho completamente novo para si; por outro lado, porque por ser uma tarefa de investigação e por envolver Estatística faz com que a sua natureza se torne ainda mais aberta e com um maior grau de imprevisibilidade que está muito dependente dos contributos dos alunos.

Assim, Inês gostaria de ter tido mais disponibilidade para se dedicar à planificação das suas aulas, nomeadamente no que se refere à inventariação das “questões a colocar aos alunos” o que, para a docente, obriga o professor a pensar exaustivamente toda aula, nomeadamente a questão do tempo que foi o seu grande cavalo de batalha.

Eu acho que numa tarefa aberta como esta, que é mesmo muito importante o tipo de perguntas que possas fazer, porque isso é que vai permitir chegar, quando eles não chegam por eles próprios, e depois o pensares, por outro lado, o que é que dali pode sair. [...] A gente planifica, mas há sempre ali uma margem muito maior, na Estatística há uma margem maior do que alguma tarefa que eu já tenha feito. Aquilo dependia muito do que é que aquelas cabeças pensassem, não é?! (E_2)

Outro aspeto que muito angustiou a professora foi a impossibilidade de dedicar mais aulas à Estatística devido a um atraso registado no cumprimento dos conteúdos programáticos, o qual tinha já transitado do 5.º ano.

Para Inês faltava consolidar as aprendizagens realizadas no âmbito do desenvolvimento desta investigação estatística, através da resolução de exercícios

pois, em virtude de os alunos terem feito trabalhos diferentes decorrentes da natureza dos dados que recolheram, nem todos realizaram gráficos circulares e diagramas de caule-e-folhas, por exemplo, o que deixava Inês pouco tranquila. Os alunos no final do ano letivo iriam realizar um Exame Final e estes e outros conteúdos que não havia ainda lecionado integravam a sua matriz.

É assim, como nem todos fizeram gráficos circulares, nem todos fizeram diagramas de caule-e-folhas... esses que fizeram ficaram a sabe-los muito bem, mas os outros... esses miúdos, não pode ficar só de ouvido, tem de passar um bocado para concretização e o meu problema é, neste momento, eu não ter tido tempo de consolidar. (STC_11)

Condução. No que se refere às etapas da investigação estatística, a mais complexa para si foi a primeira de “Preparação das questões de investigação” que coincidiu também com a primeira aula do projeto, a qual classificou de “catastrófica”.

Segundo Inês, o arranque da investigação foi bastante complexo. Este aspeto parece ter ficado a dever-se, por um lado, a uma *fase de introdução* que não cumpriu o seu papel já que estava tão preocupada em não ser muito diretiva na sua explicação da tarefa para não condicionar o trabalho dos alunos, que não cuidou de garantir a sua apropriação. Por outro lado, pareceu subestimar o grau de complexidade da tarefa e o facto de ser algo completamente novo para os alunos. Segundo a docente, faltou dar um exemplo para os alunos compreenderem mais rapidamente o trabalho a desenvolver que, neste caso, era elencarem um conjunto de características que gostassem de estudar de forma a definir o perfil do aluno típico da sua turma.

O que eu senti mais dificuldade... a primeira vez, a introdução eu achei que tinha sido clara como água. Quando eu dou conta que não tinha ficado nada eu estava desesperada. Eu a pensar, “mas eu fui explícita”. [...] Acho que, se calhar, devia ter inventado um exemplo [...] (E_2).

Outra problemática que a professora também identificou, a qual foi transversal a todas as etapas e a todas as aulas do desenvolvimento da investigação estatística, foi a *gestão do tempo*. Embora a professora apresentasse uma carreira já algo longa, o facto de ser pouco experiente em conduzir investigações estatísticas fez com que ela não contasse com muitas ferramentas para ajudar os alunos a se apropriarem das tarefas.

Mas acima de tudo, como era uma tarefa experimental, a gestão do tempo para mim angustiou-me um bocado, houve aulas que eu tenho noção que foi mesmo isso e que foi falta de experiência e eu achar que tinha sido explícita e não fui (E_2).

Acresce ainda o facto de a sua inexperiência não lhe ter permitido ter um conhecimento muito profundo das dificuldades dos alunos neste tipo de trabalho, levando-a a assumir que eles conseguiriam chegar sempre mais longe e mais rápido do que efetivamente eles eram capazes. Assim, embora impusesse limites temporais aos alunos, teve frequentemente de acrescentar sempre mais tempo àquele proposto inicialmente, aspeto que a deixava bastante angustiada: “[...] apesar de ter já muita experiência, tenho sempre a ilusão que eles conseguem fazer aquilo mais depressa [...] É mesmo a falta de experiência que nos leva a cometer alguns erros” (E_2).

Por conseguinte, a *fase da discussão/apresentação das conclusões*, devido às dificuldades de gestão do tempo por parte da professora nos restantes momentos da aula, foi muitas vezes sacrificada. A docente referiu que, o facto de não ter conseguido durante a fase de trabalho autónomo que os alunos trabalhassem tão rápido quanto gostaria, levou a que tivesse de encurtar a fase de discussão/apresentação, atribuindo-lhe um tempo insuficiente para os alunos apresentarem os seus trabalhos, para estimular a comunicação e as interações entre eles e para efetuarem alguns registos, aspeto que considerava fundamental.

As conclusões aula a aula, o tempo nunca era suficiente e a culpa era minha, se calhar não os consegui pôr a trabalhar tão depressa como eu julgava... há ali coisas que eu não consegui perceber o que é que fiz mal. Sei que a gestão do tempo não foi a melhor, aula a aula, nomeadamente o tempo que ficava para as conclusões e para os registos das conclusões, que foi isso também que me angustiou... (E2)

Também tenho um bocado de culpa de [...] não os motivar para que eles falem (STC_11).

Assim, este era um aspeto da sua prática que Inês tenciona melhorar da próxima vez que desenvolvesse uma investigação estatística, ou seja, reservar mais tempo para a fase de discussão/apresentação dos trabalhos.

E o que eu gostava de fazer era explorar mais ali, haver um maior momento de discussão [...] porque eu acho que a minha grande falha tem a ver com o tempo que dou à discussão, tem sido pouco. [...] eles têm demorado muito tempo e depois fica pouco tempo para a discussão (STC_11).

O *trabalho de grupo* foi outra dificuldade identificada por Inês. A professora considerou que foi difícil manter todos os alunos entrosados com o trabalho durante todo tempo e, para além disso, dentro dos grupos, nem todos os alunos contribuíram da mesma forma

pelo facto de não terem conseguido dar ideias ou dos seus contributos não terem sido levados em conta.

[...] não é a primeira vez que trabalho em grupo com os miúdos, mas durante tanto tempo é a primeira vez e uma coisa que me deixou também angustiada foi [...] senti que só alguns é que produziram realmente e que os outros, ou não foram tomados em conta os contributos, [...] Aqui o contributo é ter ideias, acho que há miúdos que continuam a não ter ideias e não desenvolver e isso para mim foi difícil (E_2).

Assim, Inês ficou com a percepção de que nem todos os alunos, dentro dos grupos de trabalho, desenvolveram o mesmo nível de competências, o que a afirmou poder estar relacionado com a dinâmica das suas aulas. Para a professora, os alunos com um melhor desempenho à disciplina conseguiram chegar mais longe na resolução das tarefas em grupo propostas e no desenvolvimento de competências, nas várias etapas da investigação estatística, do que os alunos com mais dificuldades, tendo acabado por concluir que tal iria também acontecer em qualquer outro tipo de tarefa.

Em termos de estatística, pelo menos da maneira como eu dei a aula, a dificuldade é que os bons alunos conseguem atingir e chegar a um patamar alto, conseguem perceber as variáveis, fazer os questionários, tirar conclusões, conseguem chegar mais além e os alunos mais fraquitos às vezes dão uns palpites, mas nem sempre chegam... mas isso eles nunca iam chegar, podemos sempre perceber que há pessoas com capacidades diferentes... (E_2)

Dentro de cada grupo, a professora conseguia assim nomear os alunos que mais investiram no trabalho e que melhor assimilaram os conteúdos, no entanto, não estava a ser fácil identificar para os restantes se existiam dificuldades e quais para os poder ajudar a superá-las.

Pronto, mas eles não estavam a chegar lá... e o que me angustia neste momento é perceber... saber se toda a gente percebeu. Porque eu sei quem é que é capaz de fazer... em cada grupo, quem é que foi capaz de fazer... os outros, eu não sei, não consigo... eles agora estiveram todos a avaliar-se e avaliaram-se quase todos em Satisfaz Bem, mas há ali coisas que me escapam e que eu preciso de perceber. Essa é a angústia que eu tenho (RAO_7).

Trabalho colaborativo. Inês refere que a sua participação nesta investigação constituiu uma oportunidade importante de enriquecimento profissional, a qual, pelo facto de se ter desenvolvido através de trabalho colaborativo, lhe deu mais segurança para participar, pois, de outra forma, provavelmente não se tinha atrevido a fazê-lo.

Nem eu tinha oportunidade de fazer isto sozinha, porque, se calhar, não me aventurava a fazer. Portanto, o facto de estarmos os 4 e discutirmos e “faço

aqui e faço ali” isso dá-me uma certa segurança, porque neste tipo de atividades mais arrojadas temos sempre medo de as fazer. Ou faz parte da nossa personalidade ou então temos sempre receio (RAO_3).

Para a professora, o trabalho colaborativo é muito importante porque é ele que a tem impulsionado a aceitar desafios, a abraçar novas experiências e lhe tem permitido crescer enquanto profissional. Refere, porém, que o trabalho colaborativo que só resulta se todos os intervenientes investirem e contribuírem da mesma forma e partilharem uma identidade comum para com a profissão, como foi o caso.

Acho que as mais-valias são muitíssimas, são aquelas que nos ajudam a crescer como profissionais e acho que só assim é que a gente cresce, porque se estivermos fechados no nosso casulo, nunca passamos daquilo que fizemos, não é? E só discutindo com os outros, confrontando ideias... .isso é que nos permite fazer coisas diferentes, não termos medo de experimentar, trocar ideias... é muito importante mesmo (E_2).

Inês referiu ter também realizado algumas aprendizagens muito relevantes durante as sessões de trabalho colaborativo temáticas, sobretudo a nível didático. A professora referiu ter algumas dificuldades na implementação de tarefas de Estatísticas e Probabilidades de carácter aberto as quais podem estar relacionadas com a sua formação inicial a qual foi parca a nível didático nestes temas, embora sempre tenha estado desperta para ver além daquilo que lhe foi apresentado no seu curso.

Eu acho que a nível didático para mim foi muito importante porque acho que muitas vezes ainda caio nalguns erros e tenho muitas dúvidas na implementação, por exemplo, de uma atividade de investigação, numa abordagem que passa pelos miúdos, ainda há coisas que para mim não são muito claras. Se calhar tem a ver com um defeito de formação que me foi dada [...] mas isso eu sempre tive essa noção, que tinha de ver mais para além daquilo que me tinham ensinado (E_2).

Assim, Inês destacou uma aprendizagem importante que realizou numa das sessões de trabalho colaborativo sobre “Probabilidades”. Nesta sessão, Inês pode compreender a importância da experimentação para a aprendizagem do conteúdo pelos alunos o que constituiu uma abordagem completamente diferente para si.

[...] Se calhar há coisas que eu ainda não conseguia ver para além daquilo, e sozinha não conseguia mesmo. [...] Eu acho que cada vez mais percebi a importância deles experimentarem e serem eles, através da experimentação a chegar lá, a perceber que é preciso muitas vezes um grande número para se poderem tirar conclusões, que se calhar as conclusões não surgiram sem mais nem menos, só depois da experimentação, que é preciso esse tipo de coisas (E_2).

Outra aprendizagem muito importante para si que lhe permitiu aprofundar o seu conhecimento a nível teórico e a nível didático, foram os diferentes níveis de compreensão gráfica de Friel, Curcio e Bright (2001), que levou a professora a refletir e a olhar de maneira diferente para a forma de ensinar este conteúdo.

Quando nos explicaste aquela parte dos gráficos e de ver para além do gráfico, etc... eu se calhar já o fazia, mas nunca tinha pensado nisso. Essa aí gostei imenso, foi dos temas que mais... não foi por serem gráficos, foi pelo que isso traz... foi dos que mais gostei. [...] Acho que gostei praticamente de tudo (E_2).

Em jeito de balanço, a professora referiu que esta experiência mudou um pouco a sua forma de estar no ensino, passando a ser mais crítica e exigente. Por um lado, passou a valorizar mais o desenvolvimento de atitudes nos alunos relacionadas a compreensão do valor da Matemática ao serviço do mundo que nos rodeia; por outro lado, passou a atribuir uma maior importância à aplicabilidade da Matemática à realidade.

Eu acho que eu própria fiquei muito mais crítica e muito mais alerta para o ir mais além, para o passar para a realidade, para perceber as atitudes, para eles perceberem como é que a Matemática nos pode ajudar e não só relacionado com a Estatística (E_2).

CAPÍTULO VI

Conclusão

Este capítulo inicia-se com um resumo dos aspetos fundamentais do estudo. Em seguida, apresentam-se as principais conclusões do mesmo, organizadas segundo as questões de investigação inicialmente formuladas, seguindo-se uma síntese para responder às mesmas. Por último, tecem-se algumas considerações finais.

Síntese do estudo

Recorde-se que o objetivo do estudo é contribuir para a identificação e compreensão do conhecimento de Estatística e do seu ensino que os professores mobilizam quando põem em prática investigações estatísticas em sala de aula. Para tal, tendo como referência o caso de uma professora do 2.º ciclo do ensino básico, procura-se dar resposta às seguintes questões de investigação:

1. Que conhecimento de Estatística evidenciou sobre as diferentes etapas de uma investigação estatística em sala de aula?
2. Que conhecimento sobre o ensino da Estatística a professora evidenciou nas diferentes etapas de uma investigação estatística?

O quadro teórico deste estudo assenta sobre as duas grandes temáticas do mesmo: a Estatística e o seu ensino e o conhecimento didático do professor de Matemática.

Relativamente ao primeiro tema, discute-se a importância do ensino da Estatística e os seus principais desafios na atualidade, demarcando-se a Estatística como ciência autónoma, de natureza diferente da Matemática que justifica formas de ensino específicas. Distingue-se entre literacia estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico como metas importantes para a Educação Estatística. Com enfoque na literacia estatística, analisa-se o protagonismo que esta assume nas principais orientações curriculares para o ensino da Estatística, quer a nível nacional, quer a nível internacional, e discutem-se os aspetos relevantes que envolve relativamente ao desenvolvimento de investigações estatísticas, da organização e representação de dados e das medidas estatísticas.

No que concerne ao segundo tema, discute-se o conhecimento profissional do professor relativamente à sua natureza, estrutura e conteúdo. Explicitam-se as componentes do conhecimento mais fortemente ancoradas na prática letiva, discutindo-se o significado do conhecimento didático e, a partir deste, a noção de conhecimento do professor para ensinar Estatística. Aprofunda-se o conhecimento sobre a prática letiva com Estatística como núcleo do conhecimento didático, dada a centralidade que esta componente ocupa neste estudo. Por fim, apresenta-se a investigação empírica mais relevante sobre o conhecimento de Estatística e da sua didática.

O estudo de natureza interpretativa, assumiu uma abordagem qualitativa, concretizando-se através de um estudo de caso, um vez que se pretendia a identificação e a compreensão do conhecimento de Estatística e do seu ensino que os professores mobilizam em sala de aula quando ensinam através do desenvolvimento de investigações estatísticas, considerando as diferentes etapas envolvidas da sua realização: Etapa 1: Formulação de questões de investigação; Etapa 2: Planeamento e recolha de dados; Etapa 3: Organização e tratamento de dados; Etapa 4: Interpretação dos resultados e formulação de conclusões (Martins & Ponte, 2010).

A recolha de dados decorreu durante o ano letivo 2011/2012, no contexto do programa de Matemática então vigente (ME, 2007), e concretizou-se com uma professora de Matemática que lecionava o 6.º ano de escolaridade. Os dados recolhidos foram de natureza diversa. Utilizaram-se entrevistas semiestruturadas e informais (reflexão sobre as aulas observadas), observação da prática letiva dos professores (aulas com desenvolvimento de uma investigação estatística) e análise documental (análise dos planos de aula). Recolheram-se ainda registos áudio das sessões de trabalho colaborativo. As gravações áudio e/ou vídeo das entrevistas semiestruturadas, das entrevistas informais,

da observação das aulas e das sessões de trabalho colaborativo foram transcritas, analisadas e cruzadas entre si, das quais se fizeram relatos detalhados, complementados com a análise dos planos de aula. Fez-se a análise de conteúdo dos dados recolhidos, orientada pelas categoriais de análise, e produziu-se o caso, de onde resultaram as conclusões. Estas, não pretendem tecer generalizações, mas ajudar a problematizar o fenómeno em estudo, o qual tem uma grande atualidade curricular tendo em conta as novas orientações curriculares para a Matemática (Canavarro et al., 2021).

Conclusões do estudo

Este ponto está organizado segundo as questões de investigação formuladas, tendo por base os pressupostos teóricos adoptados e os resultados obtidos.

O conhecimento de Estatística no desenvolvimento de investigações estatísticas na sala de aula

Para cada etapa da investigação estatística, o conhecimento de Estatística de Inês revelou-se relativamente aos diversos aspetos, que se organizam adotando as categorias de análise indicadas no quadro 24.

Etapa 1: Formulação das questões de investigação. Para responder ao problema inicial da investigação “Como são os alunos da minha turma?”, numa primeira fase, foi feita a seleção de variáveis/caraterísticas a estudar e foram estas que, em seguida, geraram a formulação das questões mais específicas de investigação, que envolvessem variabilidade nos dados e pudessem ser efetivamente respondidas por eles, tal como recomendam Martins e Ponte (2010).

Formulação de questões e variáveis estatísticas. No arranque da investigação, Inês mostrou saber determinar se uma questão de investigação é adequada, ou seja, se é de natureza estatística (Burgues, 2009) e revelou conhecer a importância de se formularem questões de investigação claras e inequívocas para que os objetivos da investigação se vissem cumpridos, ao encontro do que defendem Makar e Fielding-Wells (2011). Esse aspeto foi evidente quando ajudou os alunos a focarem e a refinarem algumas das suas

respostas, apresentadas sob a forma de temas gerais, aspeto também verificado por Batanero e Diaz (2004), ao encontro da definição clara das variáveis a estudar as quais evoluíram para questões de investigação. Tal dificuldade dos alunos não havia sido prevista por Inês, tal como outras que surgiram, pese embora a professora tenha planificado pormenorizadamente a sua aula. Os alunos revelaram dificuldades com as quais Inês não contava e elencaram variáveis que muito a surpreenderam por serem diferentes das que, exaustivamente, previu. Este aspeto impôs a necessidade de se realizar alguma limpeza das variáveis, que considerava não serem adequadas de acordo com os objetivos do estudo, antes de serem alvo de um planeamento estatístico para recolher os dados na etapa seguinte.

Etapa 2: Planeamento e recolha de dados. Nesta etapa concebe-se um plano apropriado de como selecionar (população e amostra) e recolher os dados. São escolhidas as técnicas de recolha de dados (questionário, entrevista, observação, medição, experimentação, etc.) e constroem-se os instrumentos de recolha de dados. Por fim, emprega-se esse plano para os recolher (Ponte & Martins, 2010).

Natureza dos dados. Relativamente ao conteúdo “natureza dos dados”, Inês revelou compreender a distinção entre variáveis qualitativas e quantitativas discretas e contínuas e evidenciou saber classificar corretamente todas as variáveis inventariadas pelos alunos, ao contrário do que se verificou no estudo de Santos (2015).

Para distinguir entre dados quantitativos e qualitativos, explicou que os primeiros se referem a “uma quantidade”, que se podem “quantificar” e que se podem “medir ou pesar, em oposição aos qualitativos que “não se podem quantificar” por dizerem respeito a uma “qualidade” ou um “atributo”.

Já para diferenciar entre variáveis quantitativas discretas e quantitativas contínuas, apoiou-se, sobretudo, no processo de obtenção de dados, se por “contagem” ou “medição com recurso a um instrumento de medida”, respetivamente. Relativamente às variáveis contínuas, referiu ainda que estas podiam tomar valores que constituem uma “aproximação” e não “um valor certo” e que “crescem no tempo” ou que “podem variar”, deixando implícita a ideia de que as variáveis contínuas podem assumir valores não inteiros, ao contrário das discretas, revelando conhecer o tipo de números que estas variáveis podem assumir de acordo com a sua natureza.

População e amostra. A professora considerou importante introduzir também alguns conhecimentos relacionados com a ideia de variabilidade estatística que, pese embora não constassem de uma forma explícita no Programa de Matemática do 2.º ciclo (ME, 2007), podiam encontrar-se em alguns manuais anteriores ao mesmo.

Inês mostrou saber o significado de “População” e “Amostra” e a diferença entre ambas, reportando-se ao estudo estatístico que estava a ser realizado na turma o qual envolvia todos os alunos (população) e não apenas um conjunto de alunos (amostra).

A este respeito, definiu o termo “Sondagem” como um inquérito que se faz a uma amostra da população para depois, a partir daí, generalizar as conclusões a uma população inteira, concretizando com um exemplo familiar aos alunos.

Já no que se refere ao significado de “censo”, Inês evidenciou uma compreensão algo limitada deste conceito. Assim, pareceu considerar que este se aplica restritamente ao Recenseamento da População Portuguesa realizado pelo Instituto Nacional de Estatística, pelo que não identificou como “censo” a investigação estatística que estava a desenvolver com e sobre todos os alunos da sua turma.

Métodos de recolha de dados. Inês mostrou conhecer as implicações da natureza das variáveis na seleção das técnicas de recolha de dados, principalmente no caso das características físicas de natureza quantitativa contínua cujos dados cuidou que fossem recolhidos, adotando como técnica a medição com recurso a instrumentos de medida. Relativamente a outras técnicas de recolha de dados, Inês mostrou conhecer aquelas que a tarefa específica indicava (observação, entrevista, questionário), embora tenha revelado uma maior predileção por questionários, com recurso a questões de resposta fechada com hipóteses de resposta, por lhe serem as mais familiares, possivelmente.

Ainda relativamente ao planeamento estatístico, houve alguns aspetos que evidenciaram um conhecimento da professora a este respeito ainda pouco consolidado, como: ter revelado dúvidas sobre a definição de um plano adequado para recolher os dados sobre uma das variáveis mais apontadas pelos alunos - aspetos de personalidade, não lhe ocorrendo durante a aula nenhuma possibilidade; não ter contemplado a necessidade da elaboração de instrumentos de recolha (folhas de registo) para os dados recolhidos por observação, entrevista e medição, não obstante a sugestão da tarefa específica.

Inês, justifica estes lapsos com a sua inexperiência e com a planificação que fez sobre esta etapa, a qual deveria sido realizada com um maior aprofundamento e com mais antecedência para se poder apropriar dela.

Recolha de dados. Quanto à *recolha de dados* propriamente dita, Inês identifica esta etapa como uma atividade confusa, barulhenta e demorada, aspeto também verificado no estudo de Santos (2015). Assim, para fazer face a estes aspetos, Inês organizou pormenorizadamente a implementação do plano estatístico com os alunos e alertou-os sobre alguns erros frequentemente cometidos durante esta fase.

Etapa 3: Organização e tratamento de dados. Nesta etapa, organizam-se e representam-se os dados em tabelas e/ou gráficos para realçar características importantes e, para além disso, calculam-se medidas estatísticas, sobre a forma de números, os quais servem para caracterizar a distribuição, localizando o seu centro e medindo a variabilidade dos dados (Martins & Ponte, 2010).

Tabelas de frequências e representações gráficas. Inês garantiu que os dados recolhidos fossem primeiro organizados em tabelas de frequências absolutas e relativas e, posteriormente, representados em gráficos estatísticos. Para a professora, os gráficos acrescentam algumas vantagens em relação às tabelas de frequências, pois constituem uma representação mais eficiente dos dados, pela facilidade na leitura e interpretação que imprimem aos mesmos, tornando a informação mais fácil de reter, aspeto também referido por Martins e Ponte (2010). Quanto ao *objetivo da construção de representações estatísticas*, as justificações relacionadas com o cumprimento dos conteúdos programáticos parecem ocupar mais o discurso de Inês do que a importância das mesmas enquanto instrumento de análise de dados e de transnumeração (Wild e Pfannkuch, 1999) importantes na procura de resposta ao problema em estudo, aspeto também verificado por Santos (2015).

No que concerne às *tabelas de frequências absoluta e relativa* e às *representações gráficas* constantes no programa de Matemática então vigente (ME, 2007), Inês revelou possuir um conhecimento estatístico e matemático bastante consolidado sobre a sua construção, sendo que estes conteúdos envolvem também conhecimentos noutros temas da Matemática, como Álgebra, Números e Operações e Geometria e Medida, ao contrário do verificado nos estudos de Arteaga et al. (2010, 2016) e Batanero et al. (2010). Assim,

a professora mostrou dominar as convenções e técnicas para a construção destas representações e foi neste aspeto que centrou o seu discurso durante aulas, quer quando ensinou aos alunos a sua construção quer na fase de apresentação/discussão das tabelas e gráficos construídos onde intentou a identificação dos erros cometidos pelos alunos e a sua correção (Groth & Bergner, 2006), denotando-se um bom domínio do *conhecimento processual* da professora.

Inês mostra conhecer os diferentes tipos de gráficos que o programa (ME, 2007) recomenda que os alunos do 2.º ciclo aprendam, em particular, identifica um diagrama de caule-e-folhas e saber distinguir entre um gráfico de barras e um histograma, resultados não concordantes com os estudos de Anasagasti e Korta (2019), Arteaga et al. (2019), Caseiro e Machado (2019) e Espinel et al. (2008).

Quanto à *seleção de representações tabulares adequadas às variáveis em estudo*, Inês revelou um conhecimento adequado relativamente a este aspeto já que para as variáveis de natureza quantitativa contínua, cujos dados foram recolhidos por medição, elegeu a tabela de frequências com dados agrupados por classes e/ou o diagrama de caula-e-folhas como forma de organizar os dados. Contudo, não ficou claro se a professora domina igualmente as convenções para a construção de tabelas de frequências com dados agrupados por classes, já que deixou passar um erro realizado por um dos grupos numa tabela em que os intervalos das classes formadas não tinham igual amplitude. De qualquer forma, este conteúdo não fazia parte do programa de 2.º ciclo então em vigor (ME, 2007).

Relativamente à *seleção de representações gráficas adequadas aos dados*, a professora revelou ter noção de que existem gráficos mais adequados à natureza dos dados, ao contrário do que sugerem os estudos de Espinel et al. (2008), Anasagasti e Korta (2019), Arteaga et al. (2019) e Caseiro e Machado (2019). Embora não se tenha comprometido completamente com esta ideia nas suas aulas, o que pode evidenciar alguma falta de confiança neste seu conhecimento, ele evidenciou-se quando Inês selecionou os gráficos para os alunos construírem, tendo atribuído às variáveis de natureza qualitativa, maioritariamente, gráficos de barras e circulares, às variáveis quantitativas discretas, sobretudo, os gráficos de barras, e às quantitativas contínuas, frequentemente, os diagramas de caule-e-folhas. Existem alguns casos em que Inês não atendeu a esta correspondência para garantir que dentro de cada grupo os alunos construísem vários tipos de gráficos, perdendo o foco para o cumprimento dos conteúdos programáticos, aspeto que muito pesava nas decisões da professora.

Medidas estatísticas. Depois dos dados organizados e representados em tabelas de frequências e gráficos, os alunos calcularam as medidas estatísticas. Inês mostrou deter um conhecimento mais completo sobre as medidas estatísticas, edificado em duas componentes distintas: uma componente *processual*, bem desenvolvida, em que Inês se detém no aprofundamento do algoritmo para o cálculo das medidas estatísticas (média, moda e amplitude) para dados simples e agrupados em tabelas de frequência ou gráficos, ao contrário do que sugerem alguns estudos (Barros, 2004; Fernandes et al., 2019), e uma componente *conceitual*, que é na que mais insiste, evidenciada através do conhecimento sobre que medidas estatísticas podem ser determinadas de acordo com a natureza dos dados, do domínio das propriedades da média, em particular da sua fraca resistência, e da compreensão do significado das medidas estatísticas de forma integrada.

Relativamente ao conhecimento *conceitual*, Inês revelou saber, de forma inequívoca, a adequação das medidas à natureza dos dados, bem como as propriedades da média, ao contrário do que sugerem os estudos de Caseiro e Machado (2019), Leavy (2010), Fernandes et al. (2019) e Quintas et al. (2011). Assim, a professora mostrou conhecer as propriedades da média, deduzidas pelos alunos, referentes à variável “N.º de irmãos”, nomeadamente: que a média é um valor situado entre os extremos da distribuição; que a média pode ser um número não inteiro que pode não ter sentido à luz do contexto da variável considerada; e que há que ter em conta os valores nulos para o cálculo da média.

A estas acrescentou a fraca resistência da média, facilmente influenciada por valores discrepantes, o que a tornam numa medida pouco representativa do conjunto de dados em distribuições enviesadas, ao encontro do que preconiza Monteiro (2009b) de que os alunos devem ser confrontados com experiências de aprendizagem que lhes proporcionem uma reflexão sobre estas propriedades, pois este aspeto é muito importante para o desenvolvimento conceitual deste conteúdo.

Relativamente ao significado das medidas, a professora mostrou conhecer os termos para dois significados fundamentais da média, - *divisão por partilha* e *ponto de equilíbrio* – propostos por Franklin et al. (2007) e Monteiro (2009b) pois referiu-se a ambos durante as suas aulas. Todavia, a sua compreensão conceitual de média parece situar-se ao nível do significado mais elementar “divisão por partilha”, aspeto também verificado no estudo de Rodrigues e Ponte (2022b), pois foi este o único significado que concretizou junto dos alunos quando se referiu à média como o valor que representa um conjunto de dados como se todos fossem iguais (Monteiro, 2009b). Tal como refere Monteiro (2009b), a média

como *divisão por partilha* remete, principalmente, para o algoritmo (somam-se os valores e divide-se pelo número total de dados).

Inês mostrou também conhecer o significado de *amplitude* como medida de dispersão, quando referiu que uma amplitude baixa indica que os dados estão mais concentrados. Contudo, não insistiu muito no desenvolvimento do significado desta medida junto dos alunos, mas sim na importância do contexto, para atribuir uma ordem de grandeza à amplitude.

Etapa 4: Interpretação dos resultados e formulação das conclusões. Nesta etapa, interpretam-se os resultados obtidos através da análise dos resumos gráficos e numéricos mais adequados e formulam-se as conclusões, fundamentadas por essa análise, visando a resposta à questão de investigação. Por fim enunciam-se novas questões suscitadas pelos dados (Henriques & Oliveira, 2012; Martins & Ponte, 2010).

Análise de representações gráficas. Relativamente à compreensão gráfica, Inês revelou situar-se num nível avançado de interpretação gráfica “Ler além dos dados” (Friel, Curcio & Bright, 2001), contudo, exige frequentemente um nível de interpretação mais elementar ao nível de “ler os dados”, ao encontro do estudo de Santos (2015). Assim, a professora mostrou saber analisar as relações implícitas no gráfico, como fazer estimativas em relação à ordem de grandeza da média em relação à moda num gráfico de barras.

Análise das medidas estatísticas. Com respeito à interpretação das medidas estatísticas, Inês mostrou uma postura de questionamento crítico, a qual Gal (2001) refere ser uma capacidade importante da componente cognitiva da literacia estatística, aspeto não verificado no estudo de Rodrigues e Ponte (2022a). A professora, refere que ao se resumirem os dados em medidas estatísticas se perdem muitas informações sobre a distribuição, numa visão concordante com Martins e Ponte (2010). Assim, alertou os alunos para as desvantagens de se resumir um conjunto de dados numa única medida estatística de centro, sobretudo se esta for pouco representativa dos mesmos. Este tipo de situações, de acordo com a professora, presta-se a enviesamentos na interpretação da informação e a conclusões erradas, as quais podem ser involuntárias ou intencionais para influenciar decisões, concretizando com um exemplo de uma variável do estudo.

Quanto ao impacto da forma da distribuição na *representatividade* das medidas estatísticas, a professora reconhece a fraca resistência da média em distribuições

enviesadas, o que a torna numa medida pouco representativa do conjunto de dados, tal como refere Batanero (2000b), contudo, não retira daí grandes implicações.

Enquanto Batanero (200b) defende que a média só serve de *elemento representativo de um conjunto de valores dados*, quando a distribuição é aproximadamente simétrica, caso contrário, deve tomar-se o valor mais frequente (moda) ou o valor central dos dados ordenados (mediana) como o valor mais representativo; Inês, por seu turno, parece aceitar que os dados sejam resumidos apenas por uma medida estatística de centro (média ou moda) em distribuições aproximadamente simétricas. Em distribuições enviesadas, a professora recomenda resumir os dados através das três medidas estudadas (média, moda e amplitude), de forma integrada e relacionada com o contexto, pela noção mais abrangente de todo o conjunto de dados que as três permitem obter.

Assim, na *seleção da medida que melhor resume os dados*, Inês parece não conseguir justificar quando uma medida de centro é mais útil do que outra, sendo um aspeto problemático identificado também no estudo de Groth e Bergner (2006).

Resposta à questão inicial do estudo. Ao longo do estudo, a resposta às questões de investigação, foi objetivo sempre presente para Inês, aspeto também verificado no estudo de Caseiro e Machado (2019). Com efeito, a professora usou a questão inicial para orquestrar o projeto e formular as conclusões, ao encontro do que recomendam Makar e Fielding-Wells (2011). Este aspeto foi evidente através da forma como tentou dar significado a todas as etapas da investigação e interligá-las em busca das conclusões do estudo. Os alunos formularam assim as suas conclusões, por grupo, através da escrita de um texto final para caracterizar o aluno típico da turma tendo em conta as variáveis que estudaram e responder assim à questão inicial, aspeto muito importante destacado por MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011), que promove o desenvolvimento das capacidades de comunicação e raciocínio estatístico.

Conclusões sustentadas pelo estudo. A professora revelou considerar importante sustentar as conclusões do estudo com base nos dados recolhidos, através da incorporação de argumentos provenientes das representações gráficas construídas e das medidas estatísticas determinadas, sendo um aspeto com o qual muito insistiu junto dos alunos, tal como preconizam Henriques e Oliveira (2012).

Novas questões suscitadas pelo estudo. Embora não tenha indicado a existência de novas questões suscitadas pelo estudo, ao contrário do que preconizam Martins e Ponte (2010),

Inês retirou implicações significativas das conclusões. Assim, identificou a existência de temáticas com dados polémicos acerca dos alunos para estes se posicionarem criticamente sobre elas e divulgarem a sua posição em diferentes canais de comunicação como forma de sensibilização. Contudo, não deixou de ficar implícita a ideia de que estas temáticas poderiam merecer um maior aprofundamento através da realização de novos estudos.

O conhecimento sobre o ensino da Estatística no desenvolvimento de investigações estatísticas na sala de aula

Para cada etapa da investigação estatística, o conhecimento sobre o ensino da Estatística de Inês revelou-se relativamente aos diversos aspetos, que se organizam adotando as categorias de análise indicadas no quadro 24.

Etapa 1: Formulação das questões de investigação. Na seleção da tarefa de investigação estatística, cujo problema inicial era “Como são os alunos da minha turma?” (Sousa, 2002), Inês teve em consideração os interesses dos alunos já que, dada a sua faixa etária, tendem a ter predileção por assuntos relacionados consigo, bem como a adequação ao seu nível cognitivo, tal como preconizam Makar e Fielding-Wells (2011). Assim, nesta etapa foram elencadas pelos alunos as variáveis/caraterísticas a estudar e foram estas que, em seguida, geraram a formulação das questões mais específicas de investigação.

Estrutura e dinâmica da(s) aulas(s). A aula referente a esta primeira etapa da investigação estatística foi mediada pela estrutura da sua tarefa específica, nomeadamente pelas suas três questões. Assim, após uma introdução geral que intentava a organização dos alunos em grupos previamente estabelecidos e dos seus materiais, Inês, para cada uma das três questões da tarefa, desenvolveu três fases distintas e consecutivas: introdução/ lançamento da questão; trabalho autónomo dos alunos; apresentação/discussão do trabalho realizado. A dinâmica da aula caracterizou-se por introduções pouco demoradas às questões da tarefa, apoiadas maioritariamente na leitura do seu enunciado por parte dos alunos e em explicações breves feitas pela professora, como forma de promover a sua apropriação. Segundo Inês, o lançamento que efetuou à primeira questão, que remetia para a inventariação pelos alunos das variáveis a estudar que gerariam as questões de investigação mais específicas, não cumpriu o seu papel por inexperience sua neste tipo de trabalho e por ter menosprezado o grau de dificuldade da

tarefa, aspeto também verificado por Burgess (2007). A apropriação insuficiente que os alunos realizaram a esta questão originou um mau arranque do seu trabalho com prejuízo nas restantes fases da aula e a necessidade de reajustar a planificação realizada. Perante as dificuldades sentidas pelos alunos na inventariação das variáveis a estudar, Inês necessitou de aumentar substancialmente o apoio facultado aos alunos e o tempo dedicado à exploração da questão e à apresentação do trabalho realizado. Por conseguinte, todas as restantes fases da aula foram apressadas, nomeadamente as apresentações, as quais decorreram sem lugar a quaisquer interações devido à escassez de tempo.

Trabalho dos alunos. Embora esta tarefa de investigação já tivesse à partida um problema inicial, que motivou a sua seleção por Inês por considerá-lo adequado e interessante para os seus alunos; a professora considerou igualmente importante que fossem os alunos a elencar, de acordo com os seus interesses, as variáveis que gerariam as questões de investigação mais específicas, tal como defendem Makar e Fielding-Wells (2011), pelo que lhes deu completa liberdade para o fazerem. Contudo, este aspeto resultou problemático, pois os alunos, por um lado, foram por caminhos imprevisíveis para a professora, por outro lado, não fizeram surgir as variáveis que Inês antecipara para dar cumprimento de objetivos curriculares promotores do desenvolvimento do raciocínio estatístico de uma cidadania crítica, tal como defende Leavy (2010). Estes resultados são concordantes com o estudo de Rodrigues e Ponte (2021) os quais referem que a escolha das questões de investigação por parte dos alunos necessita de alguma orientação por parte dos professores para garantir o cumprimento de objetivos de aprendizagem mais amplos e ricos.

Esta tensão sentida entre a geração de variáveis que conduzissem simultaneamente a questões de investigação interessantes para os alunos e ao desenvolvimento de capacidades mais complexas, aspeto também verificado no estudo de Leavy (2010), levaram a professora a adicionar, por si mesma, um conjunto de variáveis, como por exemplo o “peso da mochila”, “número de refeições que toma por dia”, “número de refeições de *fast-food* por semana”, entre outras. As variáveis, adicionadas por Inês, às elencadas pelos alunos, permitiam, por um lado, proporcionar um trabalho mais rico do ponto de vista cognitivo nos diferentes grupos ao possibilitar trabalhar variáveis de natureza diferente, já que os alunos se focaram sobretudo em variáveis qualitativas e, por outro lado, dotar o estudo de variáveis suscetíveis de desencadear discussões interessantes sobre outras áreas do currículo e/ou sobre problemas atuais da sociedade, como

preconizam Heaton e Michaelson (2002). Além disso, permitiam também proporcionar um trabalho mais equilibrado com diferentes tipos de variáveis a cada grupo de alunos que se iria constituir, denotando a professora preocupação com a antecipação de como organizar o trabalho dos grupos.

Ainda nesta etapa, Inês, incentivou os alunos a preverem o que poderia ser encontrado nos dados, deixando-os formular livremente as suas conjeturas, ao encontro do que propõe Burgess (2009), focando primeiro o seu trabalho em seis características à sua escolha e apelando à justificação das suas ideias. Posteriormente, na tentativa de dar sentido à investigação, revisitou e confrontou as conjeturas dos alunos sobre o perfil do aluno típico da turma, levando-os a concluir que não passavam de meras opiniões, numa visão também concordante com Burgess (2009). Assim, Inês ressaltou junto dos alunos a importância da procura de uma resposta fidedigna ao problema inicial só possível de encontrar nos dados obtidos através da realização de uma investigação estatística, confrontando as suas previsões iniciais com as conclusões do estudo, e fê-lo de modo a lhes proporcionar a constatação por eles próprios da relevância deste tipo de trabalho.

Abordagem à Estatística. Quando necessitou de *clarificar alguns conceitos estatísticos e/ou aspetos do trabalho estatístico* durante a aula, Inês fê-lo de forma indireta, tentando envolver os alunos através de respostas curtas a questões de confirmação colocadas por si para conhecer o seu entendimento em relação ao significado dos assuntos mobilizados e, a partir daí, focalizar e refinar os contributos dos alunos até às ideias pretendidas.

Este aspeto foi evidente quando os alunos revelaram dificuldades em proporem as características a estudar de forma clara, tendo apresentado temas gerais para investigar, aspeto também verificado por Batanero e Diaz (2004). O papel de Inês, à semelhança do que aconteceu no estudo de Batanero e Diaz (2004), foi o de ajudar os alunos a focalizar e clarificar as suas respostas (temas gerais) ao encontro de variáveis e de questões que pudessem ser respondidas com os dados. Sobre este aspeto do trabalho estatístico, Inês mostrou ter uma visão concordante com Makar e Fielding-Wells (2011) quando alertou os alunos para as consequências da formulação de questões de investigações de forma vaga e pouco objetiva, as quais impactam negativamente todas as etapas da investigação.

Da mesma forma, Inês pediu também contributos breves aos alunos para precipitar o surgimento de resultados esperados, por uma questão de conveniência ao estudo e ao cumprimento dos objetivos curriculares propostos, já que a elencagem de variáveis, que não de carácter físico e de personalidade, foi problemática para os alunos. Inês pretendia

assim fazer surgir variáveis de natureza social, ambiental e/ou de saúde, capazes de proporcionar discussões interessantes transversais a outras áreas do currículo ou problemas atuais da sociedade, aspeto muito importante apontado por Heaton & Michaelson (2002). Todavia, verifica-se que a professora mostrou alguma dificuldade em guiar a discussão por forma a extrair dos alunos os contributos necessários para fazer surgir os resultados esperados, levando à necessidade de acrescentar algumas por si mesma, possivelmente por falta de experiência sua neste tipo de trabalho, aspeto também referido por Santos e Ponte (2014a).

Tipo de comunicação. Verifica-se por parte de Inês que o estilo de comunicação unilateral (Brendefur & Frykholm, 2000) imperou no início da aula para organização do trabalho e materiais e nos restantes momentos introdutórios para explicitação das tarefas. Posteriormente, nos momentos de exploração das tarefas, o estilo comunicativo dominante foi o contributivo (Brendefur & Frykholm, 2000). Já nos momentos de apresentação/discussão os estilos de comunicação alternaram entre o mais contributivo ou o mais reflexivo (Brendefur & Frykholm, 2000), com domínio do estilo contributivo ao longo da aula. Embora a professora tenha mostrado intenção de colocar questões abertas, de focalização e inquirição (Mason, 2000) no plano de aula, ter revelado saber como incentivar as interações entre os alunos e a negociação de significados, nomeadamente apelando à validação das resoluções dos colegas em muitos episódios da aula, manteve-se bastante presente uma certa atitude reguladora baseado no discurso inicial do aluno direcionado pela professora, resultando num modo de comunicação maioritariamente *contributivo* (Brendefur & Frykholm, 2000). Este aspeto parece dever-se às tensões sentidas durante a aula associadas à necessidade de fazer surgir resultados esperados e à perceção das dificuldades dos alunos, à gestão do tempo e à inexperiência da professora para com este tipo de trabalho.

Etapa 2: Planeamento e recolha de dados. A presente etapa da investigação desenvolveu-se em duas aulas, uma destinada ao planeamento e a outra à recolha de dados.

Estrutura e dinâmica da(s) aulas(s). Ambas as aulas desta etapa apresentaram uma lógica de organização semelhante. Tiveram início com uma introdução geral, objetivando a adesão dos alunos à tarefa, em que a professora sistematizou o trabalho realizado na aula ou etapa anterior e relacionou-o com o trabalho a realizar na presente aula. Seguidamente, Inês efetuou fases de introdução mais específicas para as questões da

tarefa, que intentavam promover a apropriação dos alunos às mesmas, através da leitura do seu enunciado e/ou com recurso à transmissão de conhecimentos necessários à sua resolução, sempre que considerou que os alunos ainda não detinham os conhecimentos suficientes para o fazer.

Na primeira aula de planeamento estatístico, às introduções referidas, seguiram-se momentos de trabalho autónomo para a exploração de três das cinco questões da tarefa. As duas primeiras referiam-se à formulação das questões de investigação com hipóteses de resposta, as quais integrariam os questionários para os grupos que selecionaram esta estratégia de recolha de dados. A terceira questão solicitava que os alunos elessem os métodos de recolha de dados para as suas variáveis. A quarta questão solicitava a realização de instrumentos de recolha de dados para as variáveis cujos dados não iriam ser recolhidos por questionário. Nesta altura, Inês não entendeu o significado desta questão pelo que não a considerou. Por fim, a questão número 5, sobre a classificação variáveis do estudo quanto à sua natureza, foi respondida em grande grupo possivelmente porque a professora considerou que assim faria uma gestão mais eficiente do tempo e/ou que os alunos aprenderiam melhor. De salientar que nas aulas desta etapa não houve lugar à apresentação/discussão dos produtos dos alunos, tal como a professora previu no seu plano de aula, para não “estragar o efeito de surpresa”.

Na aula de recolha de dados, o momento de trabalho autónomo dos alunos serviu para estes recolherem os dados, de acordo com as indicações da professora. Seguiu-se a resolução de alguns imprevistos ocasionados pela recolha de dados. Por fim, a professora iniciou os alunos da organização e representação de dados em tabelas de frequências.

Natureza do trabalho dos alunos. No que se refere ao *envolvimento dos alunos no trabalho* desta etapa, Inês deu-lhes completa liberdade para selecionarem os métodos de recolha de dados, aspeto também considerado muito importante para Makar e Fielding-Wells (2011) por lhes possibilitar uma resposta mais autêntica da eficácia das diferentes metodologias de investigação. Todavia, verifica-se que os questionários de resposta fechada com hipóteses foi o método mais escolhido pelos alunos possivelmente porque Inês, num momento introdutório que serviu para lançar o trabalho dos alunos, forneceu alguma informação sobre diferentes técnicas de recolha de dados, valorizando esta em detrimento das restantes pela sua maior facilidade na organização dos dados por parte dos alunos, tal como refere Burgess (2009). Esta ação da professora levou a que os alunos a procurassem pouco para apoiar a tomada das decisões metodológicas, ao contrário do que

defendem Makar (2008) e Makar e Fielding-Wells (2011). A respeito das decisões metodológicas dos alunos, este aspeto do trabalho investigativo teria saído fortalecido se tivesse existido a possibilidade de ele ser alvo de partilha, reflexão e justificação por parte dos alunos num momento de apresentação dos seus trabalhos aos colegas, como aconteceu noutras etapas da investigação. Assim, não ficou claro se estas ações da professora resultaram de uma convicção sua ou se foi uma forma que encontrou para contornar a sua falta de experiência em conduzir trabalho desta natureza na sala de aula. Sobre este assunto, a investigação tem mostrado que professores mais experientes com o desenvolvimento de investigações estatísticas conseguem fornecer um maior apoio aos alunos no planeamento de investigações e na tomada de decisões metodológicas essenciais (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

No que concerne aos instrumentos de recolha de dados, a professora valorizou igualmente que fossem os alunos a formularem as questões a integrar os questionários, necessitando aqui de um maior apoio da sua parte em refiná-las e torná-las claras e inequívocas, tal como defendem Burgess (2009) e Makar e Fielding-Wells (2011).

Este apoio da professora ainda foi mais incisivo no caso da definição das possibilidades de resposta, aspeto que foi bastante problemático para os alunos já que, tal como Inês referiu na reflexão, estes tenderam a apresentá-las de forma pouco exaustiva, não contemplando todos os valores/categorias que os dados podiam assumir, tendenciosas e com valores não ordenados, no caso das variáveis numéricas, aspetos que podia condicionar o processo de recolha de dados e até as conclusões da investigação, tal como a professora observou. Estas dificuldades também foram observadas pelos futuros professores do estudo de Santos (2015).

Já a necessidade da realização de instrumentos de recolha de dados para as variáveis a recolher por medição, entrevista e observação estiveram, inicialmente, pouco claras para Inês, precisando de voltar a este trabalho na aula seguinte, antes da recolha de dados. Embora não tenha dado completa liberdade aos alunos para produzirem as suas próprias representações para a recolha de dados, por uma questão de tempo, ao contrário do que indicam Heaton e Michaelson (2002) e Makar e Fielding-Wells (2011), quis primeiro ouvir as suas ideias prévias e foi discutindo com estes uma representação que pudesse ser mais eficiente para registar os dados provenientes da recolha.

Relativamente à recolha de dados, Inês sentia uma grande tensão entre considerar importante que os alunos tivessem um papel central nesta fase do trabalho estatístico, tal

como preconizam Makar e Fielding-Wells (2011) e entre a gestão do tempo e disciplinar já que antevia muito barulho e confusão na aula, aspeto também verificado pelos professores do estudo de Santos (2015). Assim, para fazer face à problemática identificada, Inês preparou exaustivamente esta fase da aula e, antes da recolha de dados, organizou o trabalho dos alunos de forma minuciosa. Alertou-os também de erros frequentes cometidos nesta fase. Para além disso, durante o trabalho dos alunos manteve sempre uma atitude bastante reguladora junto dos grupos. Na reflexão, Inês congratulou-se pela forma organizada como decorreu a recolha de dados devido ao seu planeamento prévio. A este respeito, Rodrigues e Ponte (2021) alertam para o facto de a preocupação excessiva com a ordem e com a vertente disciplinar e comportamental limitarem o desenvolvimento da vertente concetual dos alunos.

Nesta fase, a professora considerou ainda importante discutir com os alunos os imprevistos e problemas ocorridos durante a recolha de dados, subjacentes a alguns lapsos dos alunos na resposta aos questionários, envolvendo-os na procura de solução. Este aspeto, para além de constituir uma oportunidade de aprendizagem significativa sobre planeamento estatístico, também evidenciada por Makar e Fielding-Wells (2011), promove nos alunos uma atitude de respeito e responsabilidade enquanto cidadãos para com os estudos estatísticos pela necessidade de se responder criteriosamente aos inquéritos para que as conclusões dos mesmos sejam fidedignas.

Abordagem à Estatística. Quando necessitou de *partilhar significados estatísticos* que considerou importante ensinar em diferentes fases do trabalho estatístico desta etapa, Inês fê-lo de forma indireta, com recurso ao questionamento, envolvendo os alunos através de contributos breves, com o intuito de conhecer as suas ideias prévias sobre o assunto e a partir daí fornecer nova informação. A introdução dos conteúdos “natureza dos dados”, “população e amostra”, “técnicas e instrumentos de recolha de dados” e “tabelas de frequências absolutas e relativas” ocorreram num momento introdutório às questões da tarefa e intentaram dotar os alunos de conhecimentos para as resolverem, sempre que Inês considerou que as mesmas mobilizavam conhecimentos que os alunos não detinham, usando como suporte um *PowerPoint* informativo recorrendo a exemplos externos à investigação. Nesta aula, ao contrário das anteriores, não houve lugar a uma fase de apresentação/discussão dos trabalhos dos alunos, pelo que se notou a falta deste momento para aprofundar o conhecimento dos alunos.

Tipo de comunicação. Nesta etapa, verificou-se que houve um domínio do discurso da aula por parte da professora, através de um *estilo contributivo* (Brendefur & Frykholm, 2000), tendo os alunos realizado pequenas intervenções, normalmente como resposta a perguntas de confirmação (Mason, 2000) colocadas pela docente para aceder às suas ideias prévias e/ou para obter *feedback* sobre o seu entendimento acerca das ideias apresentadas e exercer a validação do seu discurso.

Embora Inês tenha indicado novamente no seu plano de aula a intenção de realizar um conjunto diverso de questões de natureza aberta, do tipo inquirição (Mason, 2000), as tensões sentidas durante a aula, associadas à perceção das dificuldades dos alunos em compreender certos conteúdos e ao surgimento de imprevistos na recolha de dados, ambos com consequências na gestão do tempo, fizeram com tivesse diminuído o nível cognitivo das questões com vista a obter uma resposta mais imediata por parte dos alunos.

Etapa 3: Organização e representação de dados. A presente etapa da investigação desenvolveu-se em duas aulas, ambas com o propósito de organizar e representar os dados.

Estrutura e dinâmica da(s) aulas(s). Quanto à sua *dinâmica*, as duas aulas desta etapa tiveram uma organização semelhante, mediada pela estrutura da sua tarefa específica e pelos três conteúdos programáticos que a mesma mobilizava: “Tabelas de frequências absolutas e relativas”, “Representações gráficas” e “Medidas estatísticas”. Cada questão ditou a realização de três fases de trabalho diferentes e consecutivas: introdução da questão; trabalho autónomo dos alunos para responder à questão; discussão/apresentação dos produtos dos alunos. No geral, as aulas contaram com introduções muito demoradas, ao contrário do que sugere Canavarro (2011) sobre a estrutura de uma aula de ensino exploratório, as quais intentavam promover a apropriação dos alunos às questões da tarefa específica, através da leitura em voz alta do seu enunciado em voz alta por um dos alunos e com recurso à transmissão de conhecimentos por parte da professora, sobre o algoritmo para o cálculo das medidas estatísticas (média e amplitude) e sobre as convenções e procedimentos para a construção das representações gráficas, previstas no programa de Matemática vigente (ME, 2007). Seguidamente, os alunos trabalharam em grupo para determinar as medidas estatísticas (média, moda e amplitude) e para construírem as representações gráficas, com base na informação contida num *PowerPoint*, a qual foi também facultada aos alunos em suporte de papel para consulta. Contudo, o apoio da

professora foi igualmente muito solicitado junto dos grupos, pois as dificuldades e imprevistos que advieram do trabalho com dados à escala real não estavam contemplados nos documentos facultados pela professora e retirados de manuais escolares. Por exemplo, um dos grupos que estava a construir um gráfico circular, após calcular a medida de amplitude dos vários setores circulares, constatava que a sua soma não era igual a 360 graus, como era expectável. Refizeram, por várias vezes, os cálculos e os respetivos arredondamentos, e a professora com eles, mas o problema persistia. Não conseguiam progredir no trabalho devido a este impasse. Só posteriormente, Inês verificou que a origem do problema advinha de arredondamentos incorretos da frequência relativa, os quais não conseguiu detetar por não ter corrigido, por lapso, a tabela de frequências deste grupo. Inês lamentou este aspeto e refere que o desenvolvimento de uma investigação estatística requer que a planificação e a preparação das aulas seja bastante aprofundada e a professora “não tem tido tempo para tal”, explica, devida às várias solicitações da profissão. Por conseguinte, há alguns pormenores que não cuidou, com consequências negativas para a gestão da aula, para o desenvolvimento das tarefas e para o seu papel em ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades

Posteriormente, os alunos apresentaram à turma os seus trabalhos. Nos vários momentos das aulas destinados a esta fase, inicialmente, a professora deu liberdade para os primeiros grupos, os quais parecem ter sido escolhidos aleatoriamente, mostrarem todas as suas representações (tabelas ou gráficos), pois parecia considerar este aspeto importante dada a faixa etária dos alunos. No entanto, a pressão sentida pelo tempo, obrigou Inês a fazer escolhas. No caso dos gráficos, priorizou as representações que possuíam erros de construção e foi na identificação e correção destes erros que centrou a discussão. Relativamente às medidas estatísticas, o foco da discussão foi mais amplo já que, para além de intentar a correção dos erros cometidos, objetivou também um aprofundamento concetual das mesmas

Natureza do trabalho dos alunos. Quanto ao *envolvimento dos alunos no trabalho*, Inês solicitou aos alunos a realização de tabelas de frequências para cada uma das variáveis as quais garantiu que evoluíssem para os gráficos que selecionou previamente para assegurar que, dentro de cada grupo, os alunos aprendessem a realizar uma grande diversidade de gráficos, indo ao encontro dos conteúdos presentes no programa (ME, 2007). Uma preocupação muito presente para Inês era que todos os alunos aprendessem a construir todas as representações gráficas, contudo, o facto de ser ela a selecionar previamente as

representações a realizar, ao invés de dar liberdade aos alunos para construírem várias representações para os seus dados e selecionarem a que melhor os representasse, tal como preconizam Makar, (2008) e Makar e Fielding-Wells (2011), diminuiu o nível cognitivo da tarefa e impediu-os de aprofundarem a sua compreensão gráfica. A este respeito, os autores referem que permitir que os alunos selecionem as representações dos seus próprios dados, para além de eles verificarem a sua adequabilidade em relação à natureza dos dados, o processo de mudança de representações de dados permite revelar relações e padrões alternativos nos mesmos e a compreensão da importância dos gráficos enquanto ferramentas de transnumeração. Embora a gestão do tempo seja uma preocupação pertinente para os professores, e no caso de Inês também as preocupações com o cumprimento dos conteúdos programáticos, esta é compensada pelo desenvolvimento de um entendimento mais profundo, da perseverança e da eficácia que advém de os alunos trabalharem com dados à escala real (Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

Relativamente às medidas estatísticas, apesar de Inês não ter dado indicação prévia de que medidas estatísticas os alunos deviam calcular para cada uma das variáveis do estudo, os alunos foram solicitando o apoio da professora, nomeadamente para lembrar que tipo de medidas podiam calcular de acordo com a natureza dos dados, pois já sabiam que existiam restrições. Embora, Inês receasse dificuldades nos alunos no cálculo da média para dados agrupados, este aspeto acabou por não se verificar, pois foi para dados agrupados em tabelas de frequências que a professora lhes ensinou o algoritmo pela primeira vez.

Abordagem à Estatística. Quando teve de introduzir novos significados estatísticos sobre a construção dos diferentes gráficos e sobre a determinação das medidas estatísticas presentes no Programa (ME, 2007), Inês fê-lo nas fases de introdução das questões da tarefa específica, para facilitar a resolução das mesmas, já que antevia muitas dificuldades se tal não acontecesse. As abordagens recorreram essencialmente ao conhecimento processual, centrado no domínio das convenções para a construção de gráficos e dos algoritmos de cálculo das medidas estatísticas, em detrimento de abordagens mais conceituais como, por exemplo, a estratégia do nivelamento proposta, por Monteiro (2009), para o aprofundamento do significado mais elementar da média como “partilha justa”. Usou como estratégia o questionamento, com questões de resposta breve, para aceder às suas ideias prévias sobre medidas estatísticas e gráficos e, a partir delas, introduzir novo conhecimento tendo como suporte um *PowerPoint* informativo. Embora

a estratégia usada tenha desagradado Inês por ser muito expositiva, a professora explica que não lhe ocorreu outra forma igualmente eficaz de o fazer.

Também nas fases de apresentação/discussão dos trabalhos dos alunos, Inês aprofundou e consolidou os significados estatísticos utilizando da mesma forma o questionamento através de questões de confirmação para obter *feedback* do entendimento dos alunos acerca das ideias expostas. No caso das tabelas de frequências e dos gráficos, o discurso centrou-se na identificação e correção dos erros e na explicitação das convenções e procedimentos de construção. Em episódios pontuais da aula, denota-se da parte de Inês a preocupação com uma abordagem mais concetual dos gráficos, trazendo à discussão gráficos referentes a algumas das variáveis com valores mais discrepantes. Todavia, não tirou partido dos mesmos para verificar o seu impacto na forma dos gráficos, por exemplo. Na reflexão da aula, Inês reconheceu que a aula em que ensinou os gráficos foi monótona mas não sabia fazer de outra maneira, denotando-se de Inês um repertório de estratégias limitado para o ensino de gráficos com uma abordagem concetual, tendo acabado por prevalecer a abordagem processual que é a mais familiar para a professora.

Relativamente às medidas estatísticas, o foco da discussão foi mais amplo em que as preocupações concetuais se sobrepuseram às processuais, as quais se concretizaram através do aprofundamento do significado e das propriedades da média, em particular da sua fraca resistência, da comparação de distribuições com formas diferentes (normais e enviesadas) para evidenciar as diferenças nas medidas estatísticas e a forma como elas se relacionam entre si nas duas situações. Ainda assim, Inês identifica mais dificuldades nos alunos a nível concetual do que processual, no que se refere aos resumos numéricos.

Tipo de comunicação. Quanto ao *estilo de comunicação*, verificou-se que em ambas as aulas desta etapa houve um domínio do discurso da aula por parte da professora, através de um *estilo contributivo* (Brendefur & Frykholm, 2000), tendo os alunos realizado pequenas intervenções, normalmente como resposta a perguntas de confirmação (Mason, 2000) colocadas pela docente para aceder às ideias prévias deles e/ou para obter *feedback* sobre o seu entendimento acerca das ideias apresentadas e exercer a validação do seu discurso.

Nos planos de aula desta etapa, tal como aconteceu nas anteriores, Inês revelou a intenção de realizar um conjunto diverso de questões de natureza aberta, do tipo inquirição (Mason, 2000), as quais a pressão sentida durante a aula relacionada com a gestão do tempo e a perceção das dificuldades dos alunos, converteram em questões de confirmação (Mason, 2000) quando a resposta dos alunos não era imediata.

Recursos tecnológicos. Durante as aulas desta etapa, os alunos contaram com a possibilidade de utilizarem a calculadora para realizarem todos os cálculos necessários. A professora, durante a planificação conjunta, mostrou igualmente a intenção de utilizar a folha de cálculo *Excel*, na sala de aula, por considerar importante que os alunos, para além de aprenderem os procedimentos para a construção de gráficos com papel e lápis, dominem também *software* informático com esta função. Esta preocupação da professora parece ser motivada unicamente por razões de natureza instrumental que consideram a realização de representações como um fim, e não parecem contemplar objetivos curriculares mais vastos, como os que evocam Martins e Ponte (2010), em que a folha de cálculo ao permitir realizar cálculos morosos e efetuar um elevado número de representações, liberta os alunos para a análise de dados e para o aprofundamento de ideias estatísticas importantes.

Todavia, durante a reflexão das aulas indicou constrangimentos a nível inexistência de recursos materiais para a não utilização desta tecnologia em sala de aula.

Etapa 4: Interpretação dos dados e formulação das conclusões

A presente etapa da investigação desenvolveu-se em duas aulas dedicadas à *Interpretação dos dados*, à *Formulação das conclusões* e à *Extensão às conclusões*.

Estrutura e dinâmica da(s) aulas(s). Quanto à sua *dinâmica*, as aulas desta etapa apresentaram estruturas diferentes. Na primeira aula, em que Inês deu cumprimento à última etapa específica da investigação, a professora não conseguiu cumprir com o estipulado no plano de aula, devido a dificuldades evidenciadas pelos alunos durante a formulação das conclusões. Assim, após uma introdução longa em que Inês mobilizou conhecimento já abordado em aulas anteriores para responder às três primeiras questões da tarefa que pretendiam auxiliar a interpretação dos dados por parte dos alunos, mas das quais Inês não compreendeu o verdadeiro alcance, seguiu-se a fase de trabalho autónomo, que necessitou de ser prolongada devido ao facto de a justificação das ideias com base em argumentos estatísticos ter sido problemática para os alunos, empurrando a fase de discussão para a aula seguinte.

A segunda aula, começou com uma introdução geral em que Inês fez alguns reparos aos trabalhos realizados na aula anterior, os quais ficaram aquém das suas expectativas. Seguiu-se a apresentação dos mesmos pelos diferentes grupos. Posteriormente, a professora lançou brevemente a tarefa referente à “Extensão às conclusões” que almejava

o desenvolvimento de objetivos mais amplos no âmbito da literacia estatística, através da adoção de um posicionamento crítico e informado em relação mesmas, da tomada de algumas decisões e da sua divulgação. Tal como referem Gal (2002) e Rumsey (2002), para além da formulação de conclusões, a literacia estatística diz respeito também à capacidade de reagir à informação estatística, emitir opiniões e preocupações sobre as implicações dessa informação e sobre a aceitabilidade de determinadas conclusões. Os alunos trabalharam autonomamente tendo realizado vários produtos, os quais partilharam com a turma. Inês mostrou-se muito agradada com a prestação dos alunos nesta fase do trabalho estatístico.

Nesta etapa, notou-se uma maior vontade de Inês em atribuir mais tempo à fase de apresentação/discussão dos trabalhos dos alunos, a qual parece ter surgido de uma reflexão conjunta nas sessões de trabalho colaborativo sobre a importância desta etapa para o desenvolvimento de competências de várias ordens nos mesmos, tal como defendem Canavaro (2003), Ponte (2011) e Stein et al. (2008).

Natureza do trabalho dos alunos. Quanto ao envolvimento dos alunos na interpretação dos dados, este foi pouco expressivo, nomeadamente devido à forma como a professora dirigiu a etapa anterior.

Relativamente aos gráficos, o facto de Inês se ter substituído aos alunos na seleção das representações para os próprios dados, retirou significado à fase de interpretação de dados e impediu-os de selecionarem a representação gráfica que melhor os representava, tal como solicitava uma das questões da tarefa específica, a qual acabou por não considerar por não ter compreendido o seu alcance. Para esta decisão da professora muito parecem ter contribuído aspetos relacionados com um conhecimento limitado sobre o ensino de gráficos estatísticos por uma abordagem concetual, a pressão sentida pelo cumprimento dos conteúdos programáticos e a tensão sentida com a gestão do tempo, como já foi explicado.

Relativamente aos resumos estatísticos, Inês revelou maior abertura para desenvolver uma compreensão concetual das medidas, decorrente da existência de um conhecimento mais desenvolvido do ensino com uma abordagem concetual, como já foi explicado. Contudo, quando a tarefa específica incita à tomada de decisões sobre a medida estatística que melhor resume os dados, Inês remete esta ideia para a sua adequabilidade em relação à natureza dos dados, não considerando igualmente a questão por não compreender o seu alcance.

Relativamente à *formulação das conclusões do estudo*, a qual se refere à capacidade de transformar os dados em informação através de palavras (Gal, 2002), Inês envolveu os alunos na formulação das conclusões da investigação, solicitando-lhes que escrevessem um texto como resposta ao seu problema inicial “Como são os alunos da turma?”, tendo em conta as variáveis que estudaram dentro de cada grupo. Com efeito, o uso da questão inicial para orquestrar o projeto foi um aspeto que não perdeu de vista, tal como recomendam Makar e Fielding-Wells (2011). MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) consideram este processo de escrita das conclusões muito importante pois, para além de desenvolver a capacidade de comunicação, permite um aprofundamento do raciocínio estatístico os alunos.

Nesta fase, a professora evidenciou inicialmente uma grande preocupação para com a justificação das ideias com recurso à apresentação de argumentos baseados nas representações gráficas e das medidas estatísticas determinadas, ao encontro do que recomendam Henriques e Oliveira (2012). Este aspeto permite a interligação das suas conclusões com a questão de investigação e os dados recolhidos tal como preconizam Heaton e Mickelson (2002) e Makar e Fielding-Wells (2011). Contudo, a perceção de Inês relativamente às dificuldades dos alunos e a pressão sentida com a gestão do tempo levou-a a descurar progressivamente estes aspetos, uma vez os problemas sentidos na interpretação dos dados por parte dos alunos espelharam-se na justificação das suas ideias. Assim, os textos produzidos foram, na sua generalidade, de natureza descritiva em que os alunos apresentaram os gráficos sem que no texto fizessem qualquer referência aos mesmos.

Em relação às medidas estatísticas, verifica-se que a regra foi os alunos apresentarem as três medidas estatísticas para resumirem os dados. Apenas dois grupos conseguiram relacionar o texto com os gráficos, nomeadamente para justificar a moda determinada e apresentar as medidas como um todo integrado e relacioná-las com o contexto.

Na reflexão realizada, Inês atribuiu as dificuldades sentidas pelos alunos ao nível cognitivo dos alunos, pois considerou que não têm maturidade suficiente, afirmando que este tipo de trabalho de justificar as ideias apresentando argumentos é um trabalho complexo que não está acessível a todos os alunos e com o qual estão pouco familiarizados.

O texto integral sobre o perfil do aluno típico da turma contendo todas as conclusões do estudo como resposta ao problema inicial da investigação “Como são os alunos da

turma?”, resultou de uma compilação dos textos de todos os grupos realizada por Inês maioritariamente fiel às versões dos textos dos alunos, sem muito escrutínio da parte da professora em aprofundar o significado das medidas estatísticas tendo em conta o contexto, em resumir os dados através de uma única medida de centro e sem lugar à contrastação das conclusões com as conjeturas iniciais dos alunos, ao contrário de uma das professoras do estudo de Santos (2015).

No que se refere à fase de “*Extensão às conclusões*”, Inês primeiro implicou os alunos na identificação das temáticas do estudo sobre as quais era necessário refletir melhor por apresentarem resultados problemáticos. Seguidamente, distribuiu as tarefas sobre as três temáticas identificadas: o “peso da mochila”, “a alimentação” e “o n.º de horas semanal de videojogos”. Os alunos realizaram vários produtos, nomeadamente: notícias para o jornal e *site* da escola, um decreto-lei e cartas de sensibilização dirigidas ao aluno típico da turma. Desta feita, a professora não insistiu na argumentação das ideias com base nos resumos estatísticos que a tarefa fornecia, servindo estes apenas como contextualização, como Inês explicou.

Abordagem à Estatística. Nesta etapa, Inês não compreendeu o alcance das primeiras questões da tarefa específica as quais objetivavam auxiliar a interpretação de dados por parte dos alunos, nomeadamente através da tomada de decisões relativamente à representatividade dos gráficos realizados e das medidas estatísticas calculadas, pelo que remeteu o seu significado para adequação dos resumos gráficos e numéricos tendo em conta a natureza dos dados. Assim, com vista a obter *feedback* acerca da compreensão dos alunos sobre os conteúdos abordados referentes aos tipos de gráficos e às medidas estatísticas mais adequados tendo em conta a natureza dos dados, bem como algumas limitações gerais dos diferentes tipos de gráficos, Inês dinamizou um questionamento, envolvendo o mais possível os alunos através de respostas curtas a questões de confirmação colocadas por si para aprofundar e validar os seus conhecimentos.

Durante a apresentação/discussão das conclusões formuladas pelos alunos através do texto que redigiram caracterizando o aluno típico da turma tendo em conta as variáveis estudadas dentro de cada grupo, Inês, novamente, através de questões de focalização e confirmação tentou guiar a discussão no sentido de ajudar os alunos a fornecerem argumentos com base nos gráficos construídos e nas medidas estatísticas calculadas, com o intuito de aprofundar o seu conhecimento.

A argumentação requerida evoca naturalmente uma abordagem mais conceitual, quer dos gráficos, quer das medidas estatísticas. No que se refere aos gráficos, Inês num episódio pontual da aula, mostrou possuir um nível de compreensão gráfica elevado, ao nível de “Ler além dos dados” (Friel, Curcio, & Bright, 2001), quando explicou aos alunos como fazer estimativas sobre a ordem de grandeza da média em relação à moda, a partir de um gráfico de barras, analisando as relações implícitas no mesmo, ao contrário do que referem vários autores (Arteaga et al., 2016, 2019; Batanero, et al., 2010; Espinel et al., 2008). Contudo, promoveu maioritariamente junto dos seus alunos uma análise situada nos níveis mais elementares de competência gráfica “Ler os dados” e “Ler entre os dados” (Friel, Curcio, & Bright, 2001), solicitando-lhes para indicarem, por exemplo, a moda.

Esta conduta da professora muito parece ter ficado a dever-se à pressão sentida relativamente à gestão do tempo, já que este nível mais complexo de interpretação gráfica necessita de mais tempo para ser desenvolvido, bem como à perceção das dificuldades dos alunos e à sua inexperiência na condução de aulas que apelem ao desenvolvimento da competência gráfica dos alunos através de uma abordagem mais conceitual.

No que concerne às medidas estatísticas, Inês continua a insistir na interligação das medidas, sobretudo justificando o efeito da amplitude na proximidade ou afastamento dos valores média e da moda, sem, contudo, tirar conclusões relativamente à sua representatividade, ou seja, sem justificar quando uma medida de centro é mais adequada do que outra, preferindo indicar ambas. Assim, na formulação das conclusões sobre as características do aluno típico, o típico foi definido claramente para as variáveis qualitativas, onde só se podia calcular a moda como medida de centro. Nas variáveis quantitativas, o valor típico não foi definido pois em regra os alunos apresentaram as duas medidas de centro calculadas para cada variável, o que impacta a clareza das conclusões e a resposta ao problema inicial.

Estilo de comunicação. Também nas duas aulas desta etapa se verificou um assumir do discurso da aula por parte da professora, através de um *estilo contributivo*. Embora a professora tenha revelado, em algumas ocasiões, a intenção de dar mais voz aos alunos, apelando à justificação das suas ideias e à argumentação com base nos resumos estatísticos, colocando questões de natureza aberta, do tipo inquirição, tal como indicou no plano de aula; a perceção das dificuldades dos alunos e a pressão do tempo levaram a que a professora diminuísse o nível cognitivo das questões e as convertesse em questões de confirmação. Assim, as intervenções solicitadas aos alunos tenderam a ser de baixo nível

cognitivo, como resposta a perguntas de confirmação colocadas pela docente para aceder às ideias prévias deles e/ou para obter *feedback* sobre o seu entendimento acerca das ideias apresentadas e exercer a validação do seu discurso.

Síntese das conclusões do estudo

Neste ponto, far-se-á uma análise transversal das conclusões apresentadas anteriormente, de forma a extrair o essencial das mesmas e responder às questões de investigação inicialmente formuladas.

1. Que conhecimento de Estatística evidenciou a professora sobre as diferentes etapas de uma investigação estatística em sala de aula?

Durante a primeira etapa da investigação, Inês mostrou saber determinar uma questão de investigação adequada e conhecer a importância de se formularem questões de investigação claras e inequívocas para que os objetivos da investigação se vissem cumpridos (Makar & Fielding-Wells, 2011). Esse aspeto foi evidente quando ajudou os alunos a refinarem algumas das suas respostas, apresentadas sob a forma de temas gerais, ao encontro da definição das variáveis a estudar as quais evoluíram para questões de investigação. As variáveis que os alunos elencaram, as quais surpreenderam Inês por serem diferentes daquelas que ela exaustivamente previu, seriam alvo de um planeamento estatístico para recolher os dados na etapa seguinte.

Relativamente à segunda etapa da investigação e ao planeamento estatístico, Inês mostrou saber classificar, quanto à sua natureza, todas as variáveis do estudo, bem como conhecer as implicações dessa natureza para a recolha de dados, as quais foram mais evidentes no caso das características físicas de natureza quantitativa contínua cujos dados cuidou que fossem recolhidos adotando como técnica a medição com recurso a instrumentos de medida. Relativamente a outras técnicas de recolha de dados, Inês mostrou conhecer aquelas que a tarefa específica indicava (observação, entrevista, questionário), contudo mostrou estar mais à vontade na realização de questionários, com recurso a questões de resposta fechada com hipóteses de resposta, por lhe serem as mais familiares possivelmente. Inês mostrou ainda saber o significado dos termos “população”, “amostra”

e “sondagem”, o mesmo não acontecendo com o significado de “censo” parecendo não identificar a investigação que está a desenvolver com os seus alunos como um “censo”.

Para além disso, houve ainda outros aspetos do conhecimento sobre planeamento estatístico em que Inês revelou um conhecimento pouco situado, como as dúvidas surgidas na definição de um plano adequado para recolher os dados relativamente a uma das variáveis mais apontadas pelos alunos (aspetos de personalidade), bem como o facto de a professora não ter contemplado com antecedência a necessidade da elaboração de outros instrumentos de recolha de dados para os dados recolhidos por observação, entrevista e medição. Quanto à recolha de dados propriamente dita, Inês identifica esta fase da investigação estatística como confusa e barulhenta pelo que organizou pormenorizadamente a implementação do plano estatístico pelos alunos.

No que se refere à terceira etapa da investigação, Inês garantiu que os dados recolhidos fossem primeiro organizados em tabelas de frequências absolutas e relativas e posteriormente em gráficos estatísticos, visando o cumprimento dos conteúdos programáticos (ME, 2007). Na altura em que ensinou a construção de tabelas e gráficos, Inês focou-se sobretudo no domínio das regras e convenções para a correta construção dos mesmos, evidenciando um conhecimento processual bem consolidado a este respeito. Quando selecionou os gráficos para os alunos construírem, Inês mostrou, ainda que implicitamente, ter noção da adequação dos gráficos de acordo com a natureza dos dados. Relativamente às medidas estatísticas, a professora mostrou deter um conhecimento mais completo sobre as mesmas, edificado em duas componentes distintas: uma componente *processual*, bem desenvolvida, em que Inês se detém no aprofundamento do algoritmo para o cálculo das medidas estatísticas (média, moda e amplitude) em dados simples e agrupados em tabelas de frequência ou gráficos; e uma componente *conceitual*, que é na que mais insiste, evidenciada através do conhecimento sobre as medidas estatísticas que podem ser determinadas de acordo com a natureza dos dados, no domínio das propriedades da média, em particular da sua fraca resistência, na compreensão do significado de média como “partilha justa” e no significado de amplitude como medida de dispersão.

Por fim, na quarta etapa da investigação, quando interpreta os resultados apresentados nos gráficos, Inês, mostra possuir compreensão gráfica de nível elevado, no nível “Ler além dos dados” (Friel, Curcio & Bright, 2001), mas exige frequentemente aos alunos um

nível de interpretação mais elementar ao nível de “ler os dados”, aspeto também verificado no estudo de Santos (2015).

Já quando interpreta as medidas estatísticas, Inês arrisca promover um conhecimento mais concetual quando mostra saber relacionar as medidas estatísticas de forma integrada com o contexto e o exige aos alunos. Contudo, Inês parece não saber justificar quando uma medida de centro é mais útil que outra, aspeto que impacta a clareza das conclusões e a resposta ao problema inicial.

Na formulação das conclusões do estudo, Inês incita à escrita de um texto como forma de garantir a resposta à questão inicial, no qual solicita a apresentação de argumentos baseados nos resumos gráficos e numéricos. Embora não tenha indicado novas questões de investigação suscitadas pelos resultados, a professora reconhece a importância de se retirarem implicações significativas das conclusões, nomeadamente no caso das temáticas mais problemáticas, apelando ao posicionamento crítico informado dos resultados e na sua divulgação como forma de sensibilização.

2. Que conhecimento sobre o ensino da Estatística evidenciou a professora nas diferentes etapas de uma investigação estatística?

Quanto à *estrutura e dinâmica das aulas* de Inês com investigações estatística, esta foi influenciada pela estrutura de aulas com ensino exploratório e concretizada em três fases distintas para cada uma das questões das tarefas específicas de cada etapa da investigação: (Introdução da questão, Exploração da questão e Discussão da questão) (Canavarro, 2011). Contudo, apresenta algumas adaptações, nomeadamente referentes à lógica da construção de conhecimento, por motivos de gestão de tempo, como explica Inês, pois, de outra forma, os alunos demorariam muito tempo a explorar as questões.

Assim, nas aulas de Inês, existem introduções de duas formas: introduções breves, apoiadas na leitura do enunciado por parte dos alunos e em explicações breves sobre a organização do seu trabalho; e introduções longas, em que a professora fornece novo conhecimento aos alunos, ilustrando conceitos e procedimentos e dando pistas em busca da estratégia e da resposta certa para eles poderem aplicar na fase seguinte, as quais diminuíam substancialmente o nível cognitivo das questões. Na fase de exploração, nas aulas de Inês, a exploração das questões requeria frequentemente mais tempo do que aquele que a professora previra no seu plano de aula devido às dificuldades evidenciadas

pelos alunos em progredir no trabalho, decorrentes de uma fraca apropriação da questão durante a introdução realizada. Por conseguinte, as fases de apresentação/discussão, em que os alunos apresentavam os trabalhos e Inês guiava a discussão no sentido de corrigir procedimentos e de aprofundar algumas ideias, eram normalmente apressadas, sem lugar a quaisquer interações entre os alunos, ou empurradas para a aula seguinte.

Este aspeto foi bastante evidente no caso da primeira etapa em que, em virtude de a introdução que Inês fez à primeira questão da tarefa não ter cumprido o seu papel, os alunos demoraram muito tempo a chegar a alguns resultados esperados pela professora e ainda foram por caminhos imprevistos. Este aspeto impactou negativamente todas as fases da aula, em particular as suas discussões. Inês considerou esta etapa da investigação de “catastrófica” e refere que foi a que mais dificuldades lhe trouxe devido à inexperiência em conduzir aulas com este tipo de trabalho que a fizeram menosprezar o grau de dificuldade deste tipo de trabalho para os alunos.

Há, contudo, uma etapa, de Planeamento e recolha de dados, em que Inês adotou uma estrutura de aula alternativa sem lugar à fase de apresentação/discussão dos produtos dos alunos relativamente à seleção das estratégias de recolha de dados e à elaboração dos instrumentos de recolha de dados. Este aspeto parece ter sido devido ao facto de Inês sentir alguma insegurança em relação ao seu conhecimento sobre o ensino do planeamento estatístico, nomeadamente em apoiar os alunos na tomada de decisões metodológicas.

Quanto à *natureza do trabalho dos alunos*, verifica-se da parte de Inês uma preocupação em envolver os alunos no trabalho das diferentes etapas da investigação. Embora a professora tenha previsto, na planificação conjunta realizada, a intenção de dar, inicialmente, maior abertura aos alunos e, posteriormente, orientá-los no sentido de focar ideias produtivas e fazer surgir os resultados esperados, este aspeto nem sempre se verificou. Por exemplo, na etapa de Formulação de questões de investigação foi notória a convicção da professora para com a ideia de que deviam ser os alunos a elencar as variáveis a estudar de acordo com os seus interesses, dando-lhes completa liberdade para o fazerem. Contudo, a falta de orientação inicial do trabalho dos alunos, a qual parece ter decorrido da sua inexperiência em lhes extrair os contributos necessários para fazer surgir os resultados esperados, levou a que eles fossem por caminhos imprevistos por Inês e, para além disso, não chegaram às variáveis que a professora pretendia para dar cumprimento aos objetivos curriculares previstos.

Nas restantes etapas, a sua adesão à ideia de responsabilizar os alunos pela tomada de decisões parece ter aumentado ou diminuído consoante as diferentes tensões sentidas relacionadas com a gestão do tempo, com perceção da sua insegurança e/ou inexperiência em conduzir aulas com investigações estatísticas e com o cumprimento dos conteúdos programáticos.

Assim, a liberdade de decisão dada aos alunos foi total na etapa de Planeamento da recolha de dados e, este aspeto, parece ter sido devido a alguma insegurança sentida relativamente ao seu conhecimento sobre o ensino de planeamento estatístico, em particular, em apoiar os alunos nas decisões metodológicas; e, pelo contrário, foi quase inexistente, na etapa de Organização e tratamento de dados, ao que parece devido à pressão sentida com a gestão do tempo e com o cumprimento dos conteúdos programáticos, a qual impediu também, em parte, o poder decisório dos alunos na etapa de Interpretação dos resultados relativamente à representatividade dos gráficos construídos.

Quanto à *abordagem à Estatística*, quando Inês necessitou de partilhar significados estatísticos, nas quatro etapas da investigação estatística, fê-lo de forma indireta, com recurso ao questionamento, envolvendo os alunos através de contributos breves, com o intuito de conhecer as suas ideias prévias sobre o assunto e a partir daí fornecer novo conhecimento. O momento da aula escolhido para introduzir novos conteúdos, foram as fases de introdução às questões das tarefas específicas, para facilitar a sua resolução. As abordagens recorreram essencialmente ao conhecimento processual, nesta fase. Na fase de apresentação/discussão dos produtos dos alunos houve, muitas vezes, lugar ao aprofundamento dos significados estatísticos, o qual já denota uma intenção de recorrer a uma abordagem mais concetual, possivelmente em virtude do investimento em formação e em trabalho colaborativo que a professora tem realizado que lhe mostraram abordagens à Estatística mais concordantes com as atuais orientações curriculares. Contudo, este aspeto não é conseguido de igual forma para os diferentes conteúdos, como os gráficos e as medidas estatísticas, por exemplo, e parece estar relacionado com a experiência anterior da professora para com tarefas, cuja exploração em sala de aula, lhe permitiu aprofundar o seu conhecimento sobre o ensino da Estatística, como aconteceu no caso das medidas. Assim, relativamente aos gráficos estatísticos, embora Inês traga à discussão aspetos importantes sobre a compreensão gráfica, muitas vezes não tira o real partido das situações devido a um repertório de estratégias limitado para o ensino de

gráficos com uma abordagem concetual, acabando por se refugiar na abordagem processual que é a mais familiar para a si. No que se refere às medidas estatísticas, o foco na abordagem concetual sobrepôs-se sempre em relação à abordagem processual, mostrando um maior domínio de estratégias para ensinar este tema, como a estratégia de contrastar as medidas estatísticas de duas distribuições, uma aproximadamente simétrica e outra enviesada, para aprofundar a visão integrada das medidas, contudo, evidenciou igualmente margem para este conhecimento se aprofundar.

No que se refere ao *estilo de comunicação*, embora nos planos de aula de todas as etapas da investigação Inês tenha revelado a intenção de realizar um conjunto diverso de questões de natureza aberta, do tipo inquirição (Mason, 2000) fazendo adivinhar o predomínio de um modo de comunicação reflexivo; a pressão sentida durante as aulas relacionadas com a gestão do tempo e a perceção das dificuldades dos alunos, converteram-nas em questões de confirmação (Mason, 2000) quando a resposta dos alunos não era imediata. Verifica-se assim que, em todas as etapas da investigação, houve um domínio do discurso por parte da professora, configurando predominantemente uma comunicação de *estilo contributivo* (Brendefur & Frykholm, 2000), sendo solicitado aos alunos apenas pequenas intervenções, normalmente como resposta a perguntas de confirmação (Mason, 2000) colocadas pela docente para aceder às ideias prévias deles e/ou para obter *feedback* sobre o seu entendimento acerca das ideias apresentadas e exercer a validação do seu discurso.

No que diz respeito aos *recursos tecnológicos*, a professora possibilitou o uso de calculadoras na terceira etapa da investigação para a realização de todos os cálculos necessários. Inês revelou ainda a intenção de utilizar a folha de cálculo Excel, motivada unicamente por razões de natureza instrumental que consideram a realização de representações como um fim e não para o aprofundamento de ideias estatísticas importantes através da análise de dados (Martins & Ponte, 2010).

Considerações finais

Neste ponto, começa-se por problematizar as principais ideias que parecem emergir do estudo relativamente ao conhecimento de Estatística e do seu ensino que os professores

mobilizam quando desenvolvem investigações estatísticas com os seus alunos. Segue-se a apresentação de algumas implicações que este parece suscitar para a formação inicial e contínua e para o trabalho colaborativo, apontando questões que poderão servir como ponto de partida para novos estudos que pretendam aprofundar a temática aqui tratada. Termina-se com uma reflexão sobre o contributo do estudo para os professores participantes no mesmo e para a investigadora.

Este estudo parece indicar que as tarefas de investigação estatística constituem um tipo de tarefa complexa, cujo desenvolvimento coloca desafios de várias ordens aos professores, os quais são de diferente natureza de etapa para etapa. Além disso, requer um investimento na preparação cuidada e atempada das aulas, como ressalta a professora deste estudo, e é influenciado pela experiência anterior dos professores para com tarefas estatísticas de natureza exploratória e/ou investigativa.

Embora seja ainda, de alguma forma, visível na prática de Inês, a herança de uma experiência passada, no seu percurso formativo e profissional, marcada por um ensino da Estatística orientado para uma lógica de trabalho fragmentado, baseado no domínio de procedimentos estatísticos isolados, que dispensa os alunos na tomada de decisões sobre quais os métodos estatísticos devem usar, são igualmente notórias as marcas do seu investimento em formação contínua, da qual se destaca o Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM) e do seu investimento no trabalho colaborativo, como é o caso deste projeto, que se traduzem numa intenção emergente da parte da professora em proporcionar aos seus alunos um ensino da Estatística que apele mais ao desenvolvimento de capacidades de nível concetual nos alunos e mais concordantes com as orientações curriculares então em vigor (ME, 2007).

Assim, Inês revelou, sobre as diferentes etapas de uma investigação estatística, um conhecimento estatístico adequado, nomeadamente a nível processual, que foi onde mais se destacou e, principalmente, na etapa de *Organização e tratamento dos dados*.

A nível concetual, o conhecimento da professora também se evidenciou. Contudo, quando o trabalho estatístico apelava à tomada de decisões importantes sobre a adequação dos métodos e processos estatísticos, que evocam um conhecimento bem situado, como é no caso da *etapa de planeamento e recolha de dados*, verificou-se que o conhecimento da professora tem margem para se aprofundar. O mesmo acontece, no caso da *etapa de interpretação de resultados e formulação das conclusões*, em que a análise de dados

recorre a características da distribuição alocadas na representatividade dos resumos estatísticos que melhor resumem os dados sobre os quais é necessário decidir.

De igual forma, relativamente ao conhecimento sobre o ensino da Estatística nas diferentes etapas de uma investigação estatística, verifica-se uma maior familiaridade da professora em pôr em prática um ensino com uma abordagem que apela ao desenvolvimento de competências de natureza processual, sendo neste que Inês se refugia quando o ensino de investigações estatísticas requer uma lógica de abordagem mais concetual, para o qual Inês ainda apresenta um repertório de estratégias limitado, mas em desenvolvimento. O desenvolvimento de investigações colocou vários desafios à professora, nas suas diferentes etapas, relacionados com as componentes da prática letiva estudadas, nomeadamente, em dosear a liberdade dada aos alunos e orientá-los na tomada de decisões. Também existiram outros aspetos relacionados com a dinâmica das aulas, por exemplo, como a realização de uma introdução à tarefa insuficiente, na etapa 1, em virtude de a professora desvalorizar o grau de dificuldade deste trabalho para os alunos, que muito impactaram a gestão do tempo da aula e o alcance das competências desenvolvidas.

A inexperiência da professora com investigações estatísticas, quer no seu percurso formativo, quer no seu percurso profissional, parece funcionar como um fator limitador do desenvolvimento de objetivos curriculares amplos no domínio da Estatística, como é o caso das investigações estatísticas. A professora, apresentou dificuldades em planificar e conduzir as aulas de modo a tirar partido das potencialidades das diferentes etapas da investigação estatística, tendendo a reduzir o seu grau de dificuldade, liderando o discurso da aula, tomando as decisões que competiam aos alunos.

No panorama português, assim como no internacional, as investigações estatísticas têm vindo a assumir uma centralidade crescente no currículo, a qual já era bastante evidente à data da recolha de dados, no programa então vigente (ME, 2007) e, recentemente, foi ainda mais vincada com a publicação das novas *Aprendizagens Essenciais para o ensino da Matemática* (Canavarro et al, 2021), que explicitam indicações claras a nível de objetivos e das ações estratégicas para o professor, para um envolvimento progressivo dos alunos no desenvolvimento das diferentes etapas de uma investigação estatística, desde os primeiros anos.

Este estudo mostra a necessidade de os professores contactarem durante o seu percurso formativo, inicial e profissional, com uma perspetiva investigativa do ensino da

Estatística como forma de aprofundar o seu conhecimento de Estatística e do seu ensino, para que preparem adequadamente os seus alunos para as exigências da sociedade do século XXI, orientada por números e requerendo literacia estatística.

É importante repensar os programas de formação inicial e contínua de professores. A investigação recente que analisa o desenvolvimento do conhecimento de Estatística e da sua didática de professores e futuros professores envolvidos em experiências de formação, centradas numa abordagem exploratória e investigativa, que apela ao forte ao diálogo entre a teoria e a prática, tem mostrado que, por esta via, é possível preparar os professores para ensinar estatística de acordo com as orientações curriculares vigentes (Henriques, Oliveira, & Batista, 2019; Rodrigues & Ponte, 2021).

Este estudo suscita também algumas questões que poderiam merecer aprofundamento noutras investigações realizadas no âmbito desta temática.

O desenvolvimento de investigações estatísticas colocou desafios a esta professora de Matemática do 2.º ciclo, a nível do seu conhecimento estatístico, mas, sobretudo, a nível do seu conhecimento sobre o ensino da Estatística. Este caso leva-nos a interrogar a quantos mais professores do mesmo nível de ensino e/ou de níveis de ensino diferentes serão estes resultados extensíveis.

Outro aspeto que emerge dos dados é a preocupação com a gestão do tempo e com a possibilidade do enquadramento dos conteúdos programáticos nas diferentes etapas da investigação, com vista ao cumprimento dos mesmos. Estas preocupações da professora estiveram na origem de muitas das suas decisões referentes à condução da investigação, as quais se sobrepuseram a outras determinantes para o cumprimento de objetivos curriculares mais amplos. Para este aspeto muito parece ter contribuído a pressão sentida pela professora pelo facto de os seus alunos irem ser sujeitos no final do ano letivo a um Exame Final de Matemática. Seria interessante perceber se os mesmos resultados seriam obtidos por professores cujos alunos não estivessem sujeitos à realização de Provas ou Exames. As decisões da professora seriam as mesmas? Ou seriam outras?

A professora deste estudo valoriza muito o trabalho colaborativo pelo que ele tem sido uma prática corrente na sua profissão. É nele que se tem apoiado para aceitar desafios e implementar nas suas práticas abordagens de ensino inovadoras, como foi o caso deste projeto. Como seria se a professora tivesse que experimentar as tarefas de investigação

estatística de uma forma isolada, sem o ser no âmbito deste projeto com um contexto colaborativo? Manter-se-iam os mesmos desafios? Surgiriam outros?

Não poderia terminar sem antes ressaltar a relevância deste estudo para os professores participantes no mesmo, os quais mostraram fortemente o seu empenho e dedicação para com sua profissão, ao terem aceitado o desafio de abrir as portas das suas salas de aula para desenvolver um tipo de tarefa complexo, como as investigações estatísticas, que até então eram desconhecidas para eles.

Para estes professores, também este estudo, embora pouco prolongado, parece ter constituído uma oportunidade de desenvolvimento profissional. Desde logo, permitiu-lhes o contacto com uma abordagem de ensino da Estatística, curricularmente muito relevante, para o desenvolvimento das competências estatísticas esperadas do cidadão do mundo do século XXI. Permitiu-lhes também aprofundar o seu conhecimento Estatístico e do seu ensino não só durante a sua prática letiva, mas também durante as sessões de trabalho colaborativo em que se discutiram temáticas importantes sobre a Educação Estatística e através de momentos de reflexão conjunta acerca da sua prática, hábitos indispensáveis e importantes a adotar no quotidiano profissional de qualquer professor.

Finalmente, não poderia deixar de se referir o contributo que este estudo trouxe à investigadora, enquanto professora de Matemática do 2.º Ciclo, tendo constituído um momento incomparável de desenvolvimento profissional, revendo-se esta em muitas das aprendizagens que os professores referem ter realizado. Para além do enriquecimento a nível do conhecimento do conteúdo (Estatística) que foi inevitável através do aprofundamento teórico que teve de realizar, a possibilidade de observar colegas de profissão em ação e a necessidade de reflexão acerca daquilo que caracterizou a sua prática no desenvolvimento de uma investigação estatística e dos desafios com que se depararam possibilitou um acréscimo significativo do conhecimento a nível do ensino da Estatística. Por fim, a convicção de que as investigações estatísticas constituem uma abordagem de ensino com um potencial dificilmente igualável saiu fortalecida, bem como a certeza de que muito ainda há a fazer para que estas assumam o protagonismo desejado nas salas de aula de Matemática do nosso país.

Pelo que as suas expectativas é que este estudo possa dar algum contributo nesse sentido!

Referências bibliográficas

- Almeida, L. & Freire, T. (2000). *Metodologia da Investigação em Psicologia e Educação* (2ª edição). Braga: Psiquilíbrios.
- Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2 (3). Online: <http://www.iejme/>.
- Anasagasti, J. e Izagirre, A. (2019). Análisis de gráficos estadísticos realizados por futuros docentes de primaria en tareas abiertas de ABP. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Online: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- APM. (1996). A Natureza e Organização das Actividades de Aprendizagem e o Novo Papel do Professor. In: Abrantes P., Leal, L. C., Ponte, J. P.(Eds), *Investigar para Aprender Matemática*. (pp. 51-60). Lisboa: APM: MPT.
- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J.M. y Cañadas, G. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 19(1), 15-40.
- Ball, D. L., Hill, H. C, & Bass, H. (2005). *Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?* *American Educator*, 30(3), pp. 14–17, 20–22, 43–46.
- Barros, P.M., (2004). *Os futuros professores do 2.º ciclo e a estocástica: Dificuldades sentidas e o ensino do tema*. Dissertação (Mestrado em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática) – Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho, Braga.
- Barros, P. M., & Fernandes, J. A. (2003). O ensino da unidade didáctica de estatística do 6.º ano por professores estagiários. *Actas do XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*, 303-321.
- Batanero, C. (2000a). ¿Hacia dónde va la educación estadística?. *Blaix* , 15, 2-13. 16/10/11: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/BLAIX.htm>
- Batanero. C. (2000b). *Significado y comprensión de las medidas de posición central*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, UNO.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. ISBN 84-699-4295-6
- Batanero, C. (2011). Teachers' Beliefs, Attitudes and Knowledge. In C. Batanero, G., Burril & C. Reading (Eds). (2011). *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer.

- Batanero, C. & Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En R. Luengo (Ed.), *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P., & Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Batanero, C., Godino, J. D., Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. In *Salmerón, H. (Ed.): Actas de las VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa* (pp. 310-304). Universidad de Granada.
- Batanero, C., & Diaz, C. (2010). Training teachers to teach statistics: what can we learn from research? *Statistique et enseignement*, 1 (1), 5-20. <http://www.statistique-et-enseignement.fr>
- Batanero, C., Arteaga, P., Ruiz, B. (2009). Statistical graphs produced by prospective teachers in comparing distributions. In *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6)*. Lyon (France) www.inrp.fr/editions/cerme6
- Batanero, C. & Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (2011). Overview: challenges for teaching statistics in school mathematics and preparing mathematics teachers. *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study*. London: Springer, 407-418.
- Bell, J. (1997). *Como Realizar um Projecto de Investigação: um guia para a pesquisa em ciências sociais e da educação* (Tradução para a língua portuguesa). Lisboa: Gradiva.[Original publicado em 1993].
- Ben-Zvi D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions and challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3–15). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Berliner, D. (1987). Ways of Thinking About Students and Classrooms by More and Less Experienced Teachers. In J. Calderhead (Ed.), *Exploring Teachers Thinking* (pp.60-83). London: Cassell.
- Boavida, A M. & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org), *Reflexir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Lisboa: DGIDC.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994) *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two perspectives teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, (pp. 125-153).
- Broers, Nick J. (2006). Learning goals: The primacy of statistical knowledge. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.
- Buehring, R. S. (2021). *Movimentos de Pensamento Estatístico na Infância: entre viver e contar histórias*. Tese de doutorado - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/227356>
- Burgess, T. (2002). Investigating the 'data sense' of preservice teachers. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.
- Burgess, T. (2007). *Investigating the nature of teacher knowledge needed and used in teaching statistics* (Doctoral thesis): <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/dissertations/07.Burgess.Dissertation.pdf>.
- Burgess, T. A. (2009). Teacher knowledge and statistics: What types of knowledge are used in the primary classroom? *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(1&2) (pp.3–24)
- Burril, G., Biehler, R. (2011). Fundamental Statistical Ideas in the School Curriculum and in Training Teachers In C. Batanero, G. Burril & C. Reading (Eds). (2011). *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer.
- Cai, J., & Gorowara, C. C. (2002). Teachers' conceptions and constructions of pedagogical representations in teaching arithmetic average. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics, Cape Town*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Calderhead, J. (1987). Introduction. In J. Calderhead (Ed.), *Exploring Teachers Thinking* (pp.1-19). London: Cassell.
- Canavarro, A. P. (2000). Estatística e calculadoras gráficas. In C. Loureiro, Oliveira, F. & Brunheira, L. (Eds.) In *Ensino e aprendizagem da estatística*, (pp. 159-167). Lisboa: SPE, APM, DEFCUL, DEIOFCUL.
- Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática - Práticas de ensino da Matemática*, 99-104.
- Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, R.G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. ME-DGE. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>.

- Caseiro, A. & Machado, R. (2019). A experiência de realização de projetos em educação estatística: um estudo com futuros professores dos primeiros anos. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Online: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html.
- Carmo H., & Ferreira M. (1998) *Metodologia da Investigação: Guia para autoaprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Carvalho. C. (1998). Tarefas estatísticas e estratégias de resposta. Comunicação apresentada no *VI Encontro em Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação*. Castelo de Vide, Portugal.
- Carvalho, C. (2003). *Aceitar o desafio de ouvir os alunos: O exemplo da Estatística*. Comunicação apresentada na XI Conferência Interamericana de Educação Matemática organizada pelo Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM). Brasil: Blumenau.
- Carvalho, C. (2006). *Olhares sobre a Educação Estatística em Portugal*. In Anais do SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (pp. 1-16). Recife: Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco. Web: <http://cie.fc.ul.pt/membrosCIE/ccarvalho/sipemat.pdf>
- Carvalho, C. (2009). *Reflexões em torno do ensino e aprendizagem da estatística: o exemplo dos gráficos*. In Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola. Centro de Investigação em Educação. Departamento de Psicologia e Educação. Universidade do Minho.
- Carvalho, R., Silvestre, A. I. (2010). Desenvolver a comunicação matemática na sala de aula. In *O professor e o programa de matemática do ensino básico*. (pp.147-174). APM: GTI.
- Carvalho, L., Monteiro, C., Campos, T. (2010). Aspectos visuais e conceituais envolvidos na interpretação de gráficos. In *Revista Iberoamericana de Educación matemática*. (24) (135-144).
- Carver, R., Everson, M., Gabrosek, J., Horton, N., Lock, R., Mocko, M., Rossman, A., Roswell, G. H., Velleman, P., Witmer, J., & Wood, B. (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) College Report 2016*. <http://www.amstat.org/education/gaise>
- Chick, H. L., & Pierce, R. U. (2008). Teaching statistics at the primary school level: Beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE study: Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE round table conference. Mexico: ICMI/IASE.
- Clandinin, D. (1985). Personal Practical Knowledge: A Study of Teachers' Classroom Images. *Curriculum Inquiry*, 15(4), 361-385. doi:10.2307/1179683
- Clark, C., Yinger, R. (1987). Teacher Planning. In J. Calderhead (Ed.), *Exploring Teachers Thinking* (pp.84-103). London: Cassell.

- Cobb, G., Moore, D. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *The American mathematical monthly*, 104 (9). (pp. 801-823).
- Darling-Hammond, L., Wei, R., Andree, A., Richardson, N., & Orphanos, S. (2009). *Professional learning in the learning profession: A status report on teacher development in the United States and abroad*. Stanford: National Staff Development Council.
- delMas, R. C. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education* [online], 10(3). Web: <http://www.amstat.org/publications/jse/>
- Duarte, T. O. (2004). *A Estatística no 1.º ciclo: Uma abordagem no 3.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: a study of practical knowledge*. New York: Nichols Publishing Company.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). New York: MacMillan
- Espinel, C., Bruno, A., & Plasencia, I. (2008). Statistical graphs in the training of teachers. C. Batanero; G. Burrill; R. Reading; A. Rossman.(2008). *Proceedings of the Joint ICMI/IASE Study Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*.
- Estrada, A. (2007). Evaluación del conocimiento estadístico en la formación inicial del profesorado. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 13,(45), (pp.80-97).
- Estrada, A., & Batanero, C. (2008). Explaining teachers' attitudes towards statistics. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds). *Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teachers Education*. Proceedings of the ICMI/IASE. Web: https://iase-web.org/documents/papers/rt2008/T2P4_Estrada.pdf.
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e aprendizagem da Estatística: Realidades e desafios. In *Actas do XIXEIEM — Vila Real*. <https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/9368>
- Fernandes, J. A., Sousa, M. V., & Ribeiro, S. A. (2004). O ensino de estatística no ensino básico e secundário: Um estudo exploratório. In Fernandes, J., Sousa, M., Ribeiro, S. *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística: atas do Encontro Nacional de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: CIEd, (pp. 165-193).
- Fernandes, A. J., Carvalho, C. & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de estatística: Um exemplo no 7º ano de escolaridade. *Zetetiké*, 15(28), (pp. 27-62): <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/8454>
- Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A. (2008). Perspetivas e práticas de avaliação de professores de matemática. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho (7-16).
- Fernandes, J.A. , Morais, P., Lacaz, T. (2011). Leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade. In XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (26). Web: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewArticle/5282>

- Fernandes, J. A., Carvalho, C. F. D., & Correia, P. F. (2011). Contributos para a Caracterização do Ensino da Estatística nas Escolas. *Boletim de Educação Matemática*, 24(39), (pp. 585-606).
- Fernandes, J. A., Batanero, C. y Gea, M. M. (2019). Escolha e aplicação de métodos estatísticos por futuros professores dos primeiros anos. *En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. MolinaPortillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html*
- Ferreira, A., Viseu, F. (2013). A representação gráfica na aprendizagem de estatística no 10.º ano de escolaridade. In Fernandes, J. A., Viseu, F., Martinho, M. H. & Correia, P. F. (ORGS.) (2013). *Atas do II Encontro de Probabilidade se Estatística na escola*. Braga: centro de Investoigação em Educação Universidade do Minho.
- Fonseca; L. (2009). Comunicação matemática na sala de aula: Episódios do 1.º ciclo do Ensino Básico. *APM: Revista Educação e Matemática*, 103, (pp.2-6).
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A preK-12 curriculum Framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association: <http://www.amstat.org/>
- Friel, S. N., and G. W. Bright. (1995). "Graph knowledge: understanding hoe students interpret data using graphs." *Annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Comlumbus, OH: Educational Resources Information Center.
- Friel, Susan N., George W. Bright. (1996). *Building a Theory of Graphicacy: How Do Students Read Graphs?..* <http://eric.ed.gov/?id=ED395277>
- Friel, S. N., Curcio, F., and Bright, G. W., (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education* 32 (2): (pp. 124-158): <http://www.jstor.org/stable/74967>
- Gal, I., & Garfield, J. (1997). *The assessment challenge in statistics education*. Vol. 12. IOS Press.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), (pp.1-25).
- Garcia, C. (1992). Profissionalização e formação de professores. In: Demailly, L., Garcia, C., Gómez, A., Nóvoa, A., Popkewitz, T., Schön, D., Zeichner, K. *Os professores e a sua formação*. Publicações D. Quixote: IIE
- Garfield, J. (1999). *Thinking about Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy*. Paper presente at first Annual Roundtable on Statistical Thinking, Reasoning, and Literacy (STRL – 1).
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education* Volume 10 (3). www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2003). *The Web-based ARTIST: Assessment Resource Tools for Improving Statistical Thinking*. Paper presented at the annual meeting of the

- American Educational Research Association, Chicago. Web: <https://apps3.cehd.umn.edu/artist/publications.html>
- Garfield, J.B., & Gal, I. (1999). Assessment and Statistics Education: Current Challenges and Directions. *International Statistical Review*, 67(1), (pp. 1-12).
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistical Review*. <http://www.jstor.org/stable/41509878>
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning-connecting research and teaching practice*. Springer Science+Business Media B. V.
- Gattuso, L., Claudine M. (1998). Development of the concept of weighted average among high-school children." *Proceedings of the fifth international conference on teaching statistics*.
- Gattuso, L., & Pannone, M. A. (2002). Teachers' training in a statistic teaching experimentation. In In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics. Town, South Africa: International Statistical Institute and International Association*.
- Gattuso, L., & Ottaviani, M. G. (2011). Complementing mathematical thinking and statistical thinking in school mathematics. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.) *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study: The 18th ICMI Study* (pp. 121–132). New York, NY: Springer.
- Gimeno, J. (1989). *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata
- Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the Joint ICMI /IASE Study Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education. Web: http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/
- Gómez-Blancarte, A., & Ortega A. (2018). Research on statistical projects: looking for the development of statistical literacy, reasoning and thinking. In M. A. Sorto, A. White, & L. Guyot (Eds.), *Looking back, looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10, July, 2018), Kyoto, Japan*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- González, M.T., & Pinto, J. (2008) Conceptions of four preservice teachers on graphical representation. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (2008). *Proceedings of the Joint ICMI /IASE Study eaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. Monterrey, México: ICMI e IASE. CD ROM. Disponible en: http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/
- González, M. T., Espinel, M. C., Ainley, J. (2011). Teachers' Graphical Competence. In C. Batanero, G., Burril & C. Reading (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school*

mathematics-Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study. New York, NY: Springer.

- Gregório, H. M. D. S. P. (2012). *O desenvolvimento da literacia estatística no 5.º ano: o contributo de uma unidade de ensino* (Doctoral dissertation).
- Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 37-63.
- Groth, R. E. (2007). Toward a conceptualization of statistical knowledge for teaching. *Journal for research in Mathematics Education*, 427-437.
- Groth, R.E. (2012). The role of writing prompts in a statistical knowledge for teaching course. *Mathematics Teacher Educator*, 1, 23-40.
- Groth, R. E. (2013). Characterizing key developmental understandings and pedagogically powerful ideas within a statistical knowledge for teaching framework. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(2), 121-145.
- Guerreiro, A. (2012). Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: práticas no 1º ciclo do ensino básico. Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa: Instituto de Educação. <http://hdl.handle.net/10451/5494>
- Guimarães, H. (2008). Perspetivas sobre o conhecimento do professor. *Revista Diálogo Educacional*. (8) (25) (p. 819-839): <https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/3811/3718>
- Heaton, R. M., & Mickelson, W. T. (2002). The learning and teaching of statistical investigation in teaching and teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(1), 35-59.
- Henriques, A., & Oliveira, H. (2012). Investigações estatísticas: um caminho a seguir. *Educação e Matemática*, 120 (3-8). APM
- Henriques, A., Oliveira, H. (2013). O conhecimento de futuros professores sobre as investigações estatísticas a partir da análise de episódios em sala de aula. In Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Correia, P. F. (ORGS). *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação da Universidade do Minho.
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105, 11-30.
- Jacobbe, T. (2012). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(5), 1143-1161.
- Jacobbe, T., Carvalho, C. (2011). Teachers' Understanding of Averages. In C. Batanero, G., Burril & C. Reading (Eds) (2011). *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer.
- Konold, C. & Higgins, T. (2003). Reasoning About Data. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

- Konold, C. & Pollatsek, A. (2002). Data analysis as the search for signals in noisy processes". *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, (pp-259-289).
- Leavy, A. (2010, July). Teaching statistics at the primary level: identifying obstacles and challenges in teacher preparation from looking at teaching. In *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the 8th International Conference on Teaching Statistics. Liubliana, Eslovénia*.
- Leiria, A. C. (2013). *Conhecimento e práticas Profissionais De Duas Professoras Quando Ensinam representação gráfica estatística* (Doctoral dissertation, Universidade da Beira Interior (Portugal)).
- Llinares, S., Sánchez, V.(1990). *Teoria y Práctica en Education Matemática* (p.102-115). Alfar. Editores.
- MacGillivray, H. & Pereira-Mendoza, L. (2011). Teaching statistical thinking throughinvestigative projects. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 109-120). New York: Springer.
- Makar, K. (2008). A model of learning to teach statistical inquiry. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Makar, K. & Fielding-Wells, J. (2011). Teaching teachers to teach statistical investigations. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 347-358). New York: Springer.
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Martínez, F. y Contreras, J. M. (2019). Estudio de las actitudes e intuiciones de futuros docentes dentro del marco de la cultura estadística. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. MolinaPortillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- Martinho, M. H., & Ponte, J. P. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. In *Actas do XVI SIEM* (pp. 273-293). Lisboa: APM.
- Martins, M.E.G. & Ponte, J.P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC.
- Martins, J. A. E. V.,(2015). *Estudo das atitudes em relação à Estatística dos professores do 1º ciclo e dos professores de Matemática do 2º ciclo do ensino básico* (Doctoral dissertation, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro).

- Menezes, L. (1996a). *Concepções e práticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta* (Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa, 1995). Lisboa: APM.
- Menezes, L. (1996b). A importância da pergunta do professor na aula de Matemática. In J. Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina e C. Loureiro (Eds.), *Desenvolvimento profissional dos professores de Matemática: Que formação?* (pp.105-116). Lisboa: SPCE.
- Menezes, L. (1999). Matemática, linguagem e comunicação. In Comissão Organizadora do ProfMat99 (Org.), *Actas do ProfMat99* (pp. 71-81). Lisboa: APM.
- Menezes, L. (2000b). Comunicação na aula de matemática e desenvolvimento profissional de professores. *Millenium*, 20, 234-239.
- Menezes, L. (2004). *Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa, 2004). Lisboa: APM.
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Ministério da Educação (1990). *Organização curricular e programas: 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Imprensa Nacional.
- Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas (2.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1991b). *Organização curricular e programas (3.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1991c). *Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (2.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1991d). *Organização curricular e programas – Matemática e Métodos Quantitativos (Ensino Secundário)*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Ministério da Educação e da Ciência (2013). *Programa e Metas Curriculares – ensino básico*. Lisboa. Ministério da Educação. Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Monteiro, C., & Ainley, J. (2003). *Developing Critical Sense in Graphing*. Proceedings of III CERME. <http://fibonacci.dm.unipi.it/~didattica/CERME3>
- Monteiro, C. (2009a). Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da Estatística: O exemplo dos gráficos. In Fernandes, J. A., Viseu, F., Matinho, M. H., & Correia, P. F., (2009). *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

- Monteiro, C. (2009b). Que conhecimentos são necessários para se ensinar a média aritmética? Comunicação apresentada no *XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro*, Vila Real, Portugal.
- Oliveira, H., Henriques, A., & Baptista, M. (2019). Pre-service teachers' perspectives on the role of statistics in a learning scenario for promoting STEM integration. In *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (No. 12). Freudenthal Group; Freudenthal Institute; ERME.
- Neves, M. A., Faria, L., Silva, N. (2011). *Matemática 6*. (Vol.1). Porto Editora.
- Nicholson, J. R., & Darnton, C. (2003). Mathematics teachers teaching statistics: What are the challenges for the classroom teacher. In *proceedings of the 54th Session of the International Statistical Institute* (pp. 1-4).
- Nunes, A. R. D. S. (2008). *Ensino da estocástica no 6.º ano de escolaridade: Opções metodológicas e dificuldades sentidas pelos professores*. Dissertação de mestrado. Universidade do Minho.
- Mokros, J., & Russell, S. (1995). Children's Concepts of Average and Representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), (pp. 20-39). <http://www.jstor.org/stable/749226> doi:1
- NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar* (tradução do original em inglês). Lisboa: APM e IIE.
- NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática* (tradução do original em inglês). Lisboa: APM e IIE.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar* (tradução do original em inglês). Lisboa: APM e IIE.
- Nicholson, J. R., & Darnton, C. (2003). Mathematics teachers teaching statistics: What are the challenges for the classroom teacher. In *proceedings of the 54th Session of the International Statistical Institute* (pp. 1-4).
- Nunes, A. R. D. S. (2008). *Ensino da estocástica no 6.º ano de escolaridade: Opções metodológicas e dificuldades sentidas pelos professores*. Dissertação de mestrado. Universidade do Minho.
- Oliveira, H., Segurado, M. I., & Ponte, J. P. (1996). Explorar, investigar e discutir na aula de matemática. In A. Roque & M. J. Lagarto (Eds.), *Actas do ProfMat 98*. (pp. 207-213). Lisboa: APM.
- Oliveira, H., Segurado, M. I., & Ponte, J. P. (1999). Tarefas de investigação em matemática: Histórias da sala de aula. In P. Abrantes; J. P. Ponte; H. Fonseca; L. Brunheira (orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 189- 206), Lisboa: Projecto MTP e APM.

- Olson, M. (1997). Collaboration: An epistemological shift. In H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz, & M. Macers (Orgs.), *Recreating relationships: Collaboration and educational reform* (pp. 13-25). New York, NY: State University of New York Press.
- Orr, J. (1997). The same but different: Classroom-based collaborative research and the work of the classrooms. Em H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz, & M. Maeers (Eds.), *Recreating relationships: Collaboration and educational reform* (pp. 247- 262). New York: State University of New York Press.
- Orta, J., Páez, D., Altamirano, J., & Castro, C. (2018). Exploration of preschool teachers' representativeness notions of statistical graphs. In M. A. Sorto, A. White, & L. Guyot (Eds.), *Looking back, looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10, July, 2018), Kyoto, Japan*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Patrício, M. (2010). *O conhecimento profissional do professor e as investigações matemáticas na sala de aula: um estudo nos 1º e 2º ciclos do ensino básico*. (Tese de Mestrado), Universidade de Évora). APM.
- Pollatsek, A., Lima, S., & Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 191-204.
- Polya, G. (1945). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton University Press. Gradiva.
- Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11-41). Lisboa: APM;
- Ponte, J. P., Segurado, M. I., & Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work on mathematical investigations? In A. Peter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen, & A. Begg (Eds.), *Collaboration in teacher education: Examples from the context of mathematics education* (pp. 85-97). Dordrecht: Kluwer.
- Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In *Atas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1999). Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro, & H. A. Sá (Eds.), *Investigar e formar em educação: Actas do IV Congresso da SPCE* (pp. 59-72). Porto: SPCE
- Ponte, J. P. (2001). Investigating mathematics and learning to teach mathematics. In Fou-Lai Lin, & Thomas Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education*, (pp. 53-72). Dordrecht: Kluwer.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. In *O professor e o Desenvolvimento Curricular* (pp.11-34). Lisboa: APM:GTI.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132

- Ponte, J. P. (2008). A investigação em educação matemática em Portugal: Realizações e perspectivas. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín, & L. B. Nieto, *Investigación en educación matemática XII* (pp. 55-78.). Badajoz: SEIEM.
- Ponte, J. P. (2009). O novo programa de matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico. *Interacções*, 12, 96-114. <http://hdl.handle.net/10451/4073>
- Ponte, J. P. (2010). O papel do professor e o desenvolvimento curricular: Que desafios? Que mudanças? In GTI (Ed.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 61-88). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2011). Preparing teachers to meet the challenges of statistics education. In *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education* (pp.299-309). Springer Netherlands.
- Ponte, J. P. (2012). Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In N. Planas (Coord.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83 – 98). Barcelona: GRAO.
- Ponte, J. P., (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In Ponte, J. P., *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp.13 – 27)
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *O professor de Matemática*. In *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. (pp. 215-306).Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H., Varandas, J.(1999a). Investigando as aulas de investigações matemáticas. In: P. Abrantes, J.P. Ponte, H. Fonseca L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 133-149). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1999b). *O trabalho do professor numa aula de investigação matemática*. *Quadrante*, 7(2), 41-70.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). *Orientações curriculares para o ensino da estatística: Análise comparativa de três países*. *Quadrante*, 10(1), (pp. 93- 115). Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista de Educação*, 11(2), (pp.145–163).
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. *Quadrante*, 13(2), 51-74.
- Ponte, J. P., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2005). *Investigações em Estatística*. In: *Investigações Matemáticas na sala de Aula* (pp. 91-108). Belo Horizonte: Autêntica
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.

- Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, A., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, I., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J., Veia L., Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. Universidade do Minho: *Revista Portuguesa de Educação*. 20(2), (pp. 39-74).
- Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do Ensino Básico* (pp.11-41). Lisboa: APM.
- Pinto Sosa, J. E. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de Estadística en carreras de Psicología y Educación.
- Quintas, S., Oliveira, H., & Ferreira, R. (2011). O conhecimento didático em Estatística: um estudo exploratório com professores de Matemática do ensino secundário. *Nuances: estudos sobre Educação*, 18(19), 36-51.
- Quivy, R. & Campenhout, L. (2003). *Manual de investigação em ciências sociais*. (3.^a ed.). Lisboa: Gradiva.
- Ribeiro, S. A. (2006). *O Ensino da Estatística no 7.º ano de escolaridade: Caracterização e dificuldades sentidas pelos professores* (Tese de Mestrado – Universidade do Minho).
- Ridgway, J., Nicholson, J., McCusker, S. (2011). Developing Statistical Literacy in Students and Teachers. In C. Batanero, G. Burril & C. Reading (Eds). (2011). *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer.
- Robutti, O., Cusi, A., Clark-Wilson, A., Jaworski, B., Chapman, O., Esteley, C., Joubert, M. (2016). ICME international survey on teachers working and learning through collaboration: June 2016. *ZDM*, 48(5), 651-690.
- Rodrigues, B., & Ponte, J. P. (2021). Da Formação à Prática: Experiências de Duas Professoras Sobre as Investigações Estatísticas no Envolvimento do Aluno. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*: <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v13n4p402-409>.
- Rodrigues, B., & Ponte, J. P. (2022a). A literacia estatística de licenciados em matemática. *REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática, Edição Especial: Pesquisa em Formação de Professores que ensinam Matemática*, (pp. 1-24) <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e80744>
- Rodrigues, B. M. B., & da Ponte, J. P. (2022b). Teacher Education and Didactics Knowledge to Teach Statistics: A Case Study. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 225-242. <https://doi.org/10.30935/scimath/11717>
- Rumsey, D. J. (2002). *Journal of Statistics Education*. (2002). Vol. 1 (3) www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html
- Rumsey, D. (2002). Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Couses. *Journal of Statistics Education*. Vol. 10(3).

- Santos, R. (2015). *O conhecimento de estatística e sua didática de futuros professores*. (Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa, Instituto de Educação) <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/19954>
- Santos, R., & Ponte, J. P. (2014a). Ensino e aprendizagem de investigações estatísticas: Dois estudos de caso com futuras professoras. *Quadrante*, 23(2), (pp.47-68).
- Santos, R., & Ponte, J. P. (2014b). Learning and teaching statistical investigations: A case study of a prospective teacher. In K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education (Proceedings of the 9th International Conference on the Teaching of Statistics, Flagstaff, Arizona, July (pp.13–18)*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Saraiva, M., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12(2), (pp.25-52).
- Schiold, M. (1999). Statistical Literacy: Thinking Critically About Statistics, 1999 APDU *Of Significance*. Vol 1 (1) (pp.15-20).
- Schiold, M. (2002). Three Kinds of Statistical Literacy, 2002 ICOTS-6 Durban, South Africa
- Schiold, M. (2004). “Information Literacy, Statistical Literacy and Data Literacy.” *IASSIST Quarterly* 28(2). (pp.6–11).
- Seker, V. (2018). Teaching average through implementing cognitively demanding statistical tasks. In M. A. Sorto, A. White, & L. Guyot (Eds.), *Looking back, looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10, July, 2018), Kyoto, Japan*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics and reasoning. In F. Lester (Ed). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 957 – 1000). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc., and National Council of Teachers of Mathematics.
- Schön, D. (1992). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones* (pp.33-48). Barcelona.
- Shulman, L. S. (1986). “Those who understand: Knowledge growth in teaching.” *Educational Researcher* Feb. 1986: 4-14. (AERA Presidential Address).
- Snell, L. (1999). Using *Chance* media to promote statistical literacy. Paper presented at the 1999 <http://www.statlit.org/pdf/1999SnellASA.pdf> Joint Statistical Meeting, Dallas, TX.
- Sorto, A., & White, A. (2004). *Statistical Knowledge for Teaching*. Comunicação apresentada no ICME 10, Copenhagen 2004.
- Sousa, O. (2002). *Investigações estatísticas no 2º ciclo do ensino básico* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa)

- Stake, R. E. (2000). Case studies. In N. K. Denzin, & Y.S. Lincoln (Eds.), *The Sage Handbook of qualitative research*, second edition (pp. 134-164). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Stake, R. E. (2007). *A arte da investigação com estudos de caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Steen, L. (2002). *A problemática da literacia quantitativa*. *Educação e Matemática* (69) (pp. 79-88). Associação de Professores de Matemática.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Strauss, S., & Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 64-80.
- Watson, J. (1997). Assessing Statistical Thinking Using Media. In *The Assessment Challenge in Statistics Education*, eds.
- Watson, J.M. & Callingham, R. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3–46.
- Wild, C.J. & Pfannkuch, M. (1999) "Statistical thinking in empirical enquiry" (with discussion). *International Statistical Review*, 67, 221-266. <http://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf>
- Wilson, S. M., Shulman, L. S., & Richert, A. E. (1987). "150 different ways of knowing: Representations of knowledge in teaching." In J. Calderhead (Ed.), *Exploring teachers' thinking*. Sussex: Holt, Rinehart, & Winston.
- Wu, Y. (2004, June). Singapore secondary school students understanding of statistical graphs. In *10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Denmark*.
- Yin, R. K. (2010). *Estudo de caso: planejamento e métodos* (4a ed.). Porto Alegre: Bookman.
- Zawojewski, J. S. & Shaughnessy, M. (2000). "Mean and Median: Are They Really So Easy?" *Mathematics Teaching in the Middle School* 5 (March 2000), (pp.436–40).

ANEXOS

Anexo 1– Ficha do professor participante no estudo



DOUTORAMENTO
Ciências da Educação



**O conhecimento sobre estatística
e sobre o seu ensino
com investigações estatísticas:**
Um estudo no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Ficha do professor participante no estudo

Nome: _____ Idade: _____
Morada: _____
Telem: _____ Telef: _____ E-mail: _____
Formação Inicial: _____ Instituição: _____
Situação profissional: _____ Tempo de serviço: _____

Objetivos do estudo:

Contribuir para a compreensão do conhecimento profissional do professor de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico envolvido no ensino da Estatística que visa o desenvolvimento da literacia estatística.

Acordo:

1. Ao professor participante serão realizadas duas entrevistas que serão audiogravadas, uma no início do estudo e outra no final do estudo;
2. O professor participante participará em sessões de trabalho colaborativo com intuito de contribuir para o aprofundamento do conhecimento sobre algumas ideias fundamentais de Estatística e da sua didática e/ou de planificar e refletir sobre a prática letiva dos professores envolvido no estudo, de acordo com a calendarização em anexo;
3. A investigadora observará aulas dos professores participantes no âmbito do tema “Organização e tratamento de dados”, as quais serão áudio e vídeo gravadas;
4. O professor participante entregará com antecedência os planos de aula das aulas a observar pela investigadora;
5. Nas apresentações feitas e nos documentos produzidos no âmbito do estudo, a investigadora compromete-se a manter sigilo relativamente à identidade dos professores participantes ou qualquer aspeto que os identifique;
6. O professor participante terá conhecimento do conteúdo da tese que a si diz respeito, antes da sua publicação;
7. Depois de concluído o estudo, a investigadora compromete-se a dar *feedback* ao professor participante, relativamente à sua participação, através da oferta de uma cópia da tese final;
8. A investigadora compromete-se ainda a passar um certificado de participação, se o professor participante o solicitar.

Évora, _____ de fevereiro de 2012

A investigadora

O/A professor(a) participante

Anexo 2 – Cronograma geral das atividades do estudo



DOUTORAMENTO
Ciências da Educação



O conhecimento sobre estatística
e sobre o seu ensino
com investigações estatísticas:
Um estudo no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Cronograma geral das atividades com os professores colaborantes no estudo

	Dezembro				Janeiro				Fevereiro				Marco				Abril				Maio				Junho							
	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4				
Seleção/convite dos participantes																																
Realização da 1.ª Entrevista																																
Sessões de trabalho colaborativo*													1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
Observação de aulas Prof.ª A																																
Observação de aulas Prof.ª B																																
Observação de aulas Prof. C																																
Realização da 2.ª Entrevista																																

* As sessões de trabalho colaborativo realizar-se-ão às terças feiras das 16h30 às 18h00.

Anexo 3 – Planificação das sessões de trabalho colaborativo

Figura 61 - Planificação das sessões de trabalho colaborativo

Sessões de Trabalho Colaborativo (STC)	
N.º/ Data	Natureza / Objetivos/ Recursos
STC 1 28/02/2012 (a)	<u>Sessão temática</u>
	<p>Tema: Orientações curriculares para o ensino e aprendizagem da Estatística e das Probabilidades</p> <p>Objetivos: (1) Apresentação do projeto/ clarificação de papéis/ acordo; (2) Aprofundamento do conhecimento das orientações curriculares nacionais e internacionais para o ensino e aprendizagem da Estatística e das Probabilidades no Ensino Básico, em particular no 2.º ciclo.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 1 (Anexo 11); - PMEB (ME, 2007); - Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007); - Documento: Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). - Apresentações em PowerPoint (1 e 2) (Anexos 11);</p>
STC 2 06/03/2012 (a)	<u>Sessão temática</u>
	<p>Tema: Literacia estatística.</p> <p>Objetivos: (1) Literacia estatística: de que se fala? Debate de conceções iniciais e negociação de significados. (2) Desenvolver a capacidade de adaptar/reformular uma tarefa estatística no quadro do Programa de Matemática do Ensino Básico, tendo em vista o desenvolvimento da literacia estatística dos alunos.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 2 (Anexo 11); - PMEB (ME, 2007); - Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007); - Documentos vários: (Watson, J., 1997; Garfield, J., 1999; Canavarró, A. P., 2000; GAL, I., 2002; Rumsey, D., 2002; Steen, L., 2002); - Tarefa: “Um olhar sobre os iogurtes” (Adaptado de Duarte, T. O. (2004). A Estatística no 1.º ciclo: Uma abordagem no 3.º ano de escolaridade. Lisboa: APM.</p>
STC 3 15/03/2012 (a)	<u>Sessão temática</u>
	<p>Tema: Investigações estatísticas</p> <p>Objetivos: (1) Conhecer a natureza das tarefas de investigação estatística, a sua importância curricular, o papel do professor e os desafios que estas colocam à prática letiva.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 3 (Anexo 11); - PMEB (ME, 2007); - Documento: Ponte, J.P., Brocardo, J., Oliveira, H. (2005). - Apresentação em PowerPoint 3 (Anexos 11);</p>
STC 4 20/03/2012	<u>Sessão temática</u>
	<p>Tema: Competência gráfica</p> <p>Objetivos: (1) Refletir sobre a importância e as principais preocupações e dificuldades no ensino de gráficos aos alunos; (2) Identificar os erros mais frequentes na construção e leitura de gráficos pelos alunos.</p>

(a)	<p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 4 (Anexo 11); - Apresentação em PowerPoint 4 (Anexos 11);</p>
<p>STC 5 27/03/2012 (a)</p>	<p style="text-align: center;"><u>Sessão temática</u></p> <p>Tema: Competência gráfica (continuação)</p> <p>Objetivos: (1) Comparação de tarefas que apelem a níveis diferentes de compreensão de gráficos e identificação dos mesmos (Curcio,1987) tendo em conta a taxonomia de competências para cada nível estabelecido por Friel et al. (2001); (2) Análise do nível de compreensão gráfica mais frequente nas propostas do manual escolar adotado (MSI – 6.º ano – Areal Editores) na unidade 6 “Representação e análise de dados”; (3) Adaptação de uma tarefa de modo a conter questões que se enquadrem nos diferentes níveis de compreensão gráfica propostos pela bibliografia analisada.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 5 (Anexo 11); - Apresentação em PowerPoint 5 (Anexos 11);</p>
<p>STC 6 10/04/2012 (b)</p>	<p style="text-align: center;"><u>Sessão de planificação</u></p> <p>Objetivos: (1) Planificação geral da unidade de ensino e aprendizagem – OTD; (2) Seleção das tarefas a realizar; (3) Planificação geral da(s) aula(s) da parte I da tarefa.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 6 (Anexo 11); - PMEB (ME, 2007);</p>
<p>STC 7 24/04/2012 (c)</p>	<p style="text-align: center;"><u>Sessões mistas</u></p> <p>Tema: Medidas estatísticas</p> <p>Objetivos: (1) Compreensão das medidas estatísticas: qual o significado de cada uma das medidas para os professores? (2) Refletir sobre a importância e as principais preocupações no ensino das medidas estatísticas aos alunos; (3) Resolução de tarefas sobre medidas estatísticas com vista ao aprofundamento do conhecimento estatístico dos professores sobre Medidas estatísticas;</p>
<p>STC 8 30/04/2012 (c)</p>	<p>(3) Principais dificuldades na compreensão das medidas estatísticas e erros mais comuns cometidos pelos alunos; (4) Os vários sentidos da média e as suas propriedades. (5) Planificação geral da(s) aula(s) da parte II da tarefa. (6) Reflexão geral sobre a 1.ª aula observada com base no visionamento de excertos de vídeos das aulas dos professores.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas das STC 7 e 8 (Anexo 11); - Apresentação em PowerPoint 6 (Anexos 11);</p>
<p>STC 9</p>	<p style="text-align: center;"><u>Sessão de planificação/reflexão</u></p> <p>Objetivos: (1) Planificação geral da(s) aula(s) da parte III da tarefa.</p>

<p>07/05/2012 (b)</p>	<p>(2) Reflexão geral das a(s) aula(s) observada(s) sobre a parte II da tarefa com base no visionamento de excertos de vídeos das aulas dos professores com incidência na discussão da importância do trabalho de grupo.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas das STC 9 (Anexo 11);</p>
<p>STC 10 14/05/2012 (b)</p>	<p style="text-align: center;"><u>Sessão planificação/reflexão</u></p> <p>Objetivos: (1) Planificação geral da(s) aula(s) da parte IV da tarefa e possível extensão à mesma com vista à promoção do desenvolvimento da literacia estatística. (2) Reflexão geral das a(s) aula(s) observada(s).</p> <p>Nota: Sessão informal</p>
<p>STC 11 22/05/2012 (a)</p>	<p style="text-align: center;"><u>Sessão temática</u></p> <p>Tema: Probabilidades</p> <p>Objetivos: (1) Refletir sobre a importância curricular e as principais dificuldades e desafios que ensino das Probabilidades coloca aos professores e aos alunos;</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 11 (Anexo 11); - Apresentação em PowerPoint 7 (Anexos 11);</p>
<p>STC 12 29/05/2012 (b)</p>	<p style="text-align: center;"><u>Sessão reflexão</u></p> <p>Objetivos: (1) Reflexão geral das a(s) aula(s) observada(s) com base no visionamento de excertos de vídeos das aulas dos professores com incidência na discussão da importância do fase de discussão de uma aula de natureza exploratória/investigativa: aspetos a melhorar. (2) Identificação de episódios de aulas que visam a promoção do desenvolvimento da literacia estatística nos alunos.</p> <p>Recursos: - Guião das tarefas da STC 12 (Anexo 11).</p>

Anexo 4 – Guião da 1.ª Entrevista

Guião da 1.ª Entrevista
Caracterização do professor e do seu conhecimento profissional**Conhecimento de si**

- **Aspectos pessoais**
 - Idade/ anos de serviço docente;
 - Família;
 - Traços principais da personalidade;
 - Aspectos marcantes do percurso escolar, em particular no que refere à disciplina de Matemática e professores de Matemática;
 - Como foi a tua experiência com a aprendizagem da Matemática, enquanto aluna dos ensinos Básico, Secundário e Superior?
 - Quando e porque optou pela profissão de professora? De Matemática ou Ciências?
 - Onde fez e como foi a formação inicial?
 - Descreve, sucintamente, o teu percurso profissional
 - Em que projectos se envolveu enquanto professora? Que importância lhes atribuis? Algum esteve relacionado com a Estatística?
 - Que formação fez enquanto professora? Que importância lhes atribuis? Algum esteve relacionado com a Estatística?

- **Aspectos profissionais**
 1. Como é que te caracterizas enquanto professor(a)?/O que é mais importante para ti?
 2. Como achas que os teus alunos te vêem?
 3. Como achas que os teus colegas te caracterizam? Porquê?
 4. Sentes-te realizado(a) profissionalmente? Porquê?
 5. O que consideras mais gratificante na profissão?
 6. Quais as principais dificuldades desta profissão?
 7. Refere uma experiência enquanto professor(a) de Matemática que te tenha marcado positivamente? E negativamente existe alguma?
 8. Enquanto professora 2.º ciclo de Matemática e Ciências da Natureza qual é a disciplina que leccionas com maior agrado e porquê? E qual delas é mais complexa de preparar, conduzir e avaliar? Porquê?
 9. Enquanto professora do 2.º ciclo de Matemática e Ciências da Natureza que melhor leccionas? Porquê?

Conhecimento do Contexto

1. Como caracterizas a escola onde leccionas? (promoção de actividades extracurriculares; iniciativas; dinâmica; projectos, etc.)
2. Como caracterizas os teus alunos?
3. Como caracterizas o corpo docente da tua escola?

4. Como caracterizas o meio envolvente em que a tua escola se insere? Este influencia a tua conduta pessoal e profissional?

Conhecimento do Conteúdo/Matemática/Estatística

1. O que é para ti a matemática? O que gostas mais e o que gostas menos na matemática?
2. Consideras que a tua formação inicial foi adequada para o desempenho das tuas funções, no que respeita à Matemática, a nível científico, e didáctico?
3. Que virtudes e fragilidades atribuis à tua formação em matemática? De que forma tens tentado fazer face a essas fragilidades?
4. Que tema/área da Matemática escolherias para aprofundar os teus conhecimentos? Porquê?
5. E qual o tema em que te sentes mais segura cientificamente? Porquê?
6. Qual é a tua relação com a Estatística? E as Probabilidades? (gosto e segurança)
7. Que importância atribuis à estatística? Como defines as suas principais funções na sociedade?
8. Consideras que a preparação proporcionada pela tua formação inicial a nível da Estatística foi suficiente a nível científico e didáctico? Que fragilidades atribuis?
9. Já ensinaste estatística? Sim, não? Como foi essa experiência?
10. O que te parece mais importante que os alunos aprendam ou desenvolvam relativamente à estatística?
11. Que tópicos/conceitos estatísticos consideras importantes ensinar aos alunos?
12. Que procedimentos estatísticos consideras importantes ensinar aos alunos? (Formulação de questões, recolha de dados, natureza dos dados, medidas estatísticas, gráficos, interpretação e formulação de conjecturas, ...)
13. Consideras que os alunos gostam de aprender Estatística? Ou preferem outros temas? Porquê?
14. Da tua experiência, os alunos têm facilidade ou dificuldade em aprender estatística? Quais as principais dificuldades que lhes encontras? Qual será a sua origem?
15. E tu tens facilidade ou dificuldade em ensinar estatística?
16. Quais são as tuas principais preocupações para ensinar estatística? Distinguem-se de algum modo das tuas preocupações gerais do ensino da matemática?
17. Dá-me um exemplo de uma tarefa que consideres essencial propor aos alunos em estatística, e explica porquê.
18. Costumas usar a calculadora ou computador com os alunos quando ensinas estatística? Se sim, para quê e como? Exemplo?
19. Que diferenças trouxe o NPMEB para o ensino e aprendizagem da Estatística em relação ao antigo programa? Concordas com as alterações propostas? Porquê?

Conhecimento do Currículo e do Programa

1. Consideras importante a aprendizagem da Matemática? Porquê?
2. Consideras que os objectivos do ensino/aprendizagem da Matemática são hoje os mesmos que eram no passado? Como encara as alterações curriculares realizadas

ao longo dos anos e de que forma as escolas e os professores têm acompanhado essa mudança?

3. Quais as orientações curriculares e programáticas que consideras determinantes para um ensino de Matemática de qualidade?
4. Que opinião tens sobre novo programa de Matemática do Ensino Básico (2007). Que alterações significativas lhes reconheces e que críticas lhes fazes?
5. Que temas do Programa mais gosta de ensinar (Números, Geometria, Álgebra, Organização e Tratamento de Dados)? Por alguma razão?
6. Qual a tua posição relativamente ao seguimento e cumprimento do programa?
7. A que materiais recorres para planificares as tuas aulas? Que importância atribuis ao manual de Matemática?
8. Qual a relação pessoal com as tecnologias no seu dia-a-dia e o papel que lhes reconheces na aprendizagem (motivação, introdução/exploração de conceitos, consolidação, ...)? Com que frequência utilizas a tecnologia na sala de aula?

Conhecimento do Processo Instrucional

1. Quais as tuas preocupações quando planificas as tuas aulas de Matemática?
2. Como defines as tuas aulas de Matemática? Que método utilizas? Que estratégias privilegias? Descreve-as, se possível.
3. Que tipo de tarefas seleccionas com mais frequência? O que faz de uma tarefa, uma “boa tarefa” para a aprendizagem?
4. Costumas utilizar nas tuas aulas materiais de suporte à aprendizagem tais como materiais manipuláveis e tecnologias? Que importância lhes atribuis?
5. Que competências consideras mais importantes desenvolverem-se num aluno? Porquê?
6. Como defines a aula ideal de Matemática? E o aluno ideal? Estão muito longe da tua realidade profissional?
7. De que forma avalias as aprendizagens dos teus alunos? Que componentes consideras mais importantes?

Conhecimento dos Alunos e dos seus processos de aprendizagem

1. A que atribuis elevado insucesso dos alunos portugueses à disciplina de Matemática evidenciado em provas nacionais e internacionais? De que forma tens contribuído para fazer face à situação referida anteriormente?
2. Qual a tua opinião sobre as Provas de Aferição e Exames Nacionais? Que importância lhes atribuis?
3. Realizas algum tipo de preparação dos teus alunos para as Provas de Aferição?
4. Que tipo de relação manténs com os teus alunos?
5. Na tua opinião, como aprendem os alunos Matemática?
6. Como defines a aula preferida de Matemática dos alunos?
7. Como lidas com as diferenças dos alunos?
8. Que tipo de tarefas consideras mais importantes para os alunos?

....

Porque aceitaste participar neste estudo? Quais as tuas expectativas?

Anexo 5 – Guião da 2.^a entrevista

Guião da 2.^a Entrevista**Questões relacionadas com o conhecimento didático:****Conhecimento de Matemática (Estatística e Probabilidades):**

1. Consideras que a preparação proporcionada pela tua formação inicial relativamente à estatística e às probabilidades foi suficiente a nível científico e didático? Que pontos fortes lhe atribuis? E que fragilidades?
2. O ensino da estatística e das probabilidades que discutimos colaborativamente permitiu-te realizar alguma aprendizagem nova a nível matemático ou fortalececeres alguns conhecimentos já existentes? Quais e porquê?
3. Nestas aulas algum aluno colocou alguma questão que tivesses dificuldades ou dúvidas em responder? Concretiza.
4. Gostarias de realizar alguma formação? Em que área? E na de OTD?

Conhecimento da prática letiva:

1. Quais foram as tuas principais preocupações para ensinar estatística e probabilidades este ano? Distinguem-se de algum modo das tuas preocupações gerais do ensino da matemática?
2. No geral foi-te fácil ou difícil ensinar estatística e probabilidades este ano? Porquê?
3. Como caracterizas as tarefas que elegemos para o ensino da estatística e probabilidades? Identificas-te com este tipo de tarefas ou preferes outras?
4. Optámos por desenvolver um projeto para caraterizar o aluno típico da turma. Quais foram as tuas principais preocupações ao desenvolver o projeto/investigação estatística?
5. Qual a fase do projeto estatístico em que sentiste mais dificuldades? A que se ficaram a dever?
6. E qual a fase que mais gostaste? Porquê?
7. Que aspectos da Matemática e da Estatística o desenvolvimento do projeto estatístico ajudou a desenvolver nos teus alunos?
8. Que importância atribuis à planificação das aulas, em especial as com investigações estatísticas? Quais as preocupações que tiveste na planificação das mesmas? Consideras que realizaste uma planificação eficiente?
9. Durante a condução de aulas (com investigações estatísticas) quais foram as tuas principais preocupações?
10. Qual a fase das aulas (introdução, exploração, discussão) te mereceu uma maior atenção/ preocupação? Porquê? Em qual julgas ter investido mais e qual julgas ter sido a mais importante para os alunos? Qual consideras que foi melhor conseguida e pior conseguida por ti? Porquê?
11. O trabalho em grupo foi a metodologia de trabalho por ti eleita para estas aulas. Que balanço fazes desta metodologia de trabalho? Consideras que é a mais

adequada ou pode haver lugar para o trabalho individual ou mesmo em grande grupo?

12. De que forma realizaste a avaliação dos alunos acerca do trabalho desenvolvido nas aulas de investigação estatística?

13. Que dificuldades vês neste tipo de aulas?

Conhecimento do currículo/Programa de Matemática (ME, 2007):

1. Que importância atribuis à aprendizagem da estatística e das probabilidades?

2. Quais as principais/ mais importantes orientações curriculares para o ensino e aprendizagem da estatística e das probabilidades que destacas do PMEB (2007)?

3. Consideras que o ensino da estatística e probabilidades que proporcionaste aos teus alunos é concordante com as orientações curriculares constantes no PMEB (2007)? Porquê?

4. De que forma consideras importante que os alunos aprendam estatística? E probabilidades?

5. O ensino da estatística e probabilidades que proporcionaste aos teus alunos é concordante com as orientações curriculares presentes no PMEB (2007)? Porquê?

6. Segundo os autores do PMEB (2007) um dos objectivos fundamentais do ensino e aprendizagem do tema OTD é o desenvolvimento da literacia estatística. Como definirias literacia estatística? Qual o seu impacto e importância no conhecimento matemáticos dos alunos?

7. De que forma julgas ter desenvolvido a literacia estatística dos teus alunos? Este aspeto foi bem conseguido por ti? O que poderias ter feito diferente?

8. De que forma é que esta preocupação com o desenvolvimento da literacia estatística dos alunos influenciou as tuas decisões e a tua prática? Resultou bem? O que poderias ter feito diferente?

9. Que importância atribuis à tecnologia para o desenvolvimento deste tipo de tarefas? De que forma ela esteve presente nas tuas aulas?

10. De que forma consideras que o ensino da estatística e probabilidades que proporcionaste aos teus alunos neste ano lectivo os preparou para a Prova Final de matemática?

Conhecimento dos alunos e da forma como aprendem Matemática (Estatística e Probabilidades):

1. Qual foi a aceitação dos alunos relativamente às aulas sobre estatística e a que se ficou a dever?

2. De que forma as características dos alunos da turma influenciaram as tuas decisões quer na tua planificação quer na condução das aulas?

3. Que tópicos/conceitos de estatística e de probabilidades consideraste mais importantes de ensinar aos alunos? (Formulação de questões, recolha de dados, natureza dos dados, tabelas de frequência absoluta e relativa, medidas estatísticas, gráficos, situações aleatórias...) e qual poderá ser a sua origem?

4. Quais as foram as principais dificuldades dos alunos na aprendizagem tópicos/conceitos de estatística e probabilidades? A que se ficaram a dever?
5. O desempenho dos teus alunos nas aulas com estatísticas e probabilidades surpreendeu-te? Em que aspectos? Concretiza algumas dessas surpresas positivas e negativas.
6. Notaste alguma evolução por parte dos alunos ao longo das aulas com estatística e probabilidades? A que níveis?
7. Consideras que os alunos gostaram de aprender estatística e probabilidades? Ou preferem outros temas? Porquê?
8. Embora o projecto fosse desenvolvido apenas com uma das tuas turmas, trabalhaste da mesma forma com as tuas restantes turmas com as tarefas e estratégias que discutimos colaborativamente? Porquê?
9. Quais os principais aspectos positivos que a aprendizagem do tema estatística e probabilidades trouxe para os teus alunos?
10. Que mais valias trouxe para os teus alunos a aprendizagem da estatística e das probabilidades com as estratégias e as tarefas que discutimos colaborativamente?

Questões relacionadas com o projeto colaborativo:

1. Qual o balanço que realizas da tua participação neste projecto?
2. Como caracterizas o teu contributo para o grupo de trabalho colaborativo?
3. O projecto foi ao encontro das tuas expectativas? Porquê?
4. Que mais valias e dificuldades atribuis ao trabalho colaborativo?
5. O que mais te agradou neste projecto? E o que mais de desagradou?
6. Que novas aprendizagens te trouxe a participação neste projeto quer a nível matemático quer a nível didáctico?
7. Se iniciássemos hoje o projeto o que alteraria nas opções que fizeste relativamente às tarefas e estratégias utilizadas?
8. Achas que vais continuar a desenvolver tarefas de investigação estatística com os teus alunos? Porquê? Se sim, vais introduzir algumas alterações?
9. No futuro participarias noutra projeto desta natureza? Porquê?
10. Tencionas continuar a trabalhar colaborativamente com os teus colegas? Porquê?

Anexo 6 – Guião para Reflexão sobre a condução da aula



DOUTORAMENTO
Ciências da Educação



**O conhecimento sobre estatística
e sobre o seu ensino
com investigações estatísticas:**
Um estudo no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Reflexão sobre a condução da aula:

1. Qual é o teu primeiro balanço sobre a aula?
2. O que mais gostaste na aula?
3. Achas que os alunos aderiram bem à tarefa? Porquê?
4. Os alunos surpreenderam-te de alguma forma?
5. Quais foram as principais dificuldades que sentiste? A que se terão ficado a dever?
6. Quais foram as principais dificuldades dos alunos? Porquê?
7. Mudarias algum aspeto da aula? O que pensas que tens de mudar para que a aula corra melhor?

Anexo 7 – Registo para observação de aula pela investigadora



DOUTORAMENTO
Ciências da Educação



**O conhecimento sobre estatística
e sobre o seu ensino
com investigações estatísticas:**
Um estudo no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Registo das aulas observadas

Aula n.º _____

Data: ___/___/___

Tarefa: _____

Alunos: _____

Anexo 8 – Pedido de autorização para registo de informação áudio e videogravada

DOUTORAMENTO
Ciências da Educação



**O conhecimento sobre estatística
e sobre o seu ensino
com investigações estatísticas:**
Um estudo no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Assunto: Pedido de Autorização para Recolha de Informação

Exmo(a). Sr.(a) Encarregado(a) de Educação,

O nome é Mónica Sofia Correia Patrício e sou professora de Matemática na Escola [REDACTED].

No presente ano letivo encontro-me a desenvolver a minha tese de doutoramento no âmbito do curso de doutoramento em Ciências da Educação, da Universidade de Évora, com o tema “*O conhecimento estatístico sobre Estatística e o sobre o ensino com investigações estatísticas: um estudo no 2.º ciclo do ensino básico*”, cujo objetivo é o de contribuir para a compreensão do conhecimento de Estatística e do seu ensino com investigações estatísticas que os professores mobilizam em sala de aula

Para concretizar este estudo, contactei a professora [REDACTED] a qual se prontificou, desde logo, a colaborar. Assim, será necessário observar algumas das suas aulas lecionadas à turma da qual faz parte o V/ educando e proceder à gravação áudio e vídeo das mesmas. As imagens recolhidas nas aulas não incidirão sobre os alunos e que não serão usadas senão como material para a realização do estudo.

A presente investigação apresenta como objeto de estudo o conhecimento profissional da professora e as suas práticas e não a escola ou os alunos, pelo que o anonimato em relação aos mesmos está garantido.

Assim, venho por este meio, solicitar o V/ acordo na participação do seu educando neste projeto.

De igual forma, me coloco à V/ inteira disposição para qualquer esclarecimento que deseje.

Obrigada pela colaboração!

Évora, __ Abril de 2012

A investigadora

(Prof.ª Mónica Patrício)



(Destacar e devolver à professora de Matemática)

_____, Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) _____, do 6.º ano, turma [REDACTED], **autoriza** /**não autoriza** o(a) seu(sua) educando(a) a participar na investigação desenvolvida pela professora Mónica Patrício em colaboração com a professora [REDACTED].

O/A Encarregado(a) de Educação

Anexo 9 – Guião da investigação estatística “Como são os alunos da minha turma?”

	<p style="text-align: center;">AGRUPAMENTO ESCOLA BÁSICA MATEMÁTICA – 6.º ANO ANO LETIVO 2011/2012</p>	<p style="text-align: center;">TAREFA</p> 
<p>Nome: _____ Nº _____</p>		

Como são os alunos da minha turma?²

Supõe que queres comunicar a um aluno de um país distante, ou mesmo, quem sabe, a um extraterrestre, como são os alunos da tua turma. Para isso, necessitas de caracterizar o aluno típico da turma, recolhendo dados sobre algumas das suas características. Por forma a melhor consegures transmitir o que pretendes, necessitas ainda de organizar e representar esses dados e de recorrer a medidas estatísticas que te ajudem a descrevê-lo. Todo este processo inclui diversas etapas que é importante que sigas para que, no fim, escrevas uma pequena carta caracterizando o aluno típico da turma, integrando as diferentes características que foram estudadas.

1.ª etapa

Preparação das questões de investigação

Discute, com os teus colegas, sobre:

1. Os dados (físicos, sociais, culturais, ...) que devem entrar na caracterização do aluno típico da turma;
2. Como pensas que vai ser o perfil do aluno típico da tua turma;
3. Será necessário traçar um perfil para os rapazes e outro para as raparigas? Justifica a decisão tomada.

2.ª etapa

Preparação da recolha dos dados

1. Escreve na forma de pergunta cada uma das características a investigar.
2. Que respostas pensas obter para cada pergunta?
3. De que modo (através de observação, medição ou inquérito) podes obter as respostas?
4. Prepara folhas de registo para os dados que vais recolher. Usa uma folha para cada uma das características que vais estudar.
5. Qual é a natureza dos dados em cada caso? Diz quais são os que dizem respeito a qualidades e quais os que foram obtidos por contagem ou medição (qualitativos discretos ou contínuos, respectivamente).

² Adaptado de *Como são os alunos da minha turma?* Sousa, O. (2002). *Investigações estatísticas no 2º ciclo do ensino básico* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa)

3.^a etapa

Organização e representação dos dados

Nesta etapa vais tentar descobrir formas de organizar e representar os dados. **Para cada conjunto de dados que recolheste**, responde às seguintes questões:

1. Organiza os conjuntos de dados em tabelas de frequências absoluta e relativa.
2. Para te ajudar a resumir os dados podes calcular algumas medidas estatísticas:
 - a) Existe algum valor mais frequente. Se sim, diz qual é (moda)?
 - b) Existe algum número que é o ponto de equilíbrio de todos os valores? Se sim, calcula-o (média). Será que podes calcular a média para todos os tipos de variáveis?
 - c) Se o conjunto de dados foi obtido por contagem ou medição, indica qual é o valor mínimo, o valor máximo e a distância entre estes dois valores (amplitude). Achas que os teus dados estão muito concentrados ou estão espalhados?
3. Selecciona a representação gráfica que te pareça mais adequada (diagramas de caule e folhas, pictogramas, gráficos de barras e/ou gráficos circulares) para cada um dos teus conjuntos de dados.

4.^a etapa

Interpretação dos dados

Analisa os vários conjuntos de dados que tu e os teus colegas obtiveram. Compara as diferentes representações que apareceram.

1. Escolhe, justificando, aquela que, em cada caso, dá uma melhor visão dos dados.
2. Repara nas respectivas medidas estatísticas, usadas para resumir a informação contida num conjunto de dados. Consegues dizer quando é preferível utilizar uma ou outra, ou se será indiferente a sua utilização?
3. Consegues dizer qual o conjunto de dados com maior e com menor amplitude? O que quererá isto dizer?

Escreve agora a tua carta dando a conhecer os alunos da tua turma, integrando as diferentes características que foram estudadas.

(Não te esqueças de referir os aspectos positivos e negativos acerca da tua turma que a investigação realizada permitiu fazer sobressair e adiantar possíveis formas de perpetuar os positivos e extinguir os negativos.)

Anexo 10 – Estrutura dos Planos de Aula da professora

Plano de Aula

Tema: Organização e tratamento de dados

Tópicos: Representação e interpretação de dados

Subtópico: Formulação de questões; Natureza dos dados

Propósito principal do Ensino

- Desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas.

Objetivo(s)

Objetivos gerais:

- Ser capazes de explorar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística;
- Ser capazes de selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para recolher, organizar e representar dados;
- Ser capazes de planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos,

Objetivos específicos:

Capacidades transversais:

Resolução de problemas

Comunicação matemática

Raciocínio

Tarefa: “Como são os alunos da minha turma?” –

Recursos:

Fases da aula:

- Organização dos grupos
- Explicação da Tarefa e Distribuição de Material
- Desenvolvimento da tarefa/ apresentação/ discussão da tarefa
- Questões a colocar aos alunos
- Síntese Final/ Registo das Conclusões

Anexo 11 – PowerPoints informativos usados pela professora

PowerPoint informativo 1

Como são os alunos da minha turma?



Uma investigação estatística

Etapas importantes do trabalho em organização e tratamento de dados

- Selecionar as variáveis que importa considerar
- Formular questões adequadas para conhecer a situação em causa
- Definir a amostra para a recolha de dados
- Recolher os dados por processos adequados e rigorosos
- Organizar os dados
- Representar os dados.
- Interpretar os dados
- Divulgar as conclusões à comunidade interessada

FASES DO MÉTODO ESTATÍSTICO

- ❖ Num estudo estatístico, normalmente, segue-se um conjunto de passos que designamos por fases do método estatístico:
 - Definição do problema;
 - Planificação do processo de resolução;
 - Recolha de dados;
 - Organização de dados;
 - Apresentação de dados;
 - Análise e interpretação de dados.



- **Recolha de dados**
- Os dados podem ser escolhidos, por exemplo, através de:
 - - Questionários;
 - - Observação;
 - - Experimentação;
 - - Pesquisa bibliográfica.
- **Organização de dados**
- Consiste em “resumir” os dados através da sua contagem e agrupamento. Deste modo, obtém-se um conjunto de informações que irá conduzir ao estudo do atributo estatístico



Definição do problema

- A primeira fase consiste na definição e formulação correta do problema a ser estudado.
- Nalguns casos estão envolvidas variáveis qualitativas e noutros casos variáveis quantitativas.
- **Planificação**
- Definido o problema, é preciso determinar um processo para o resolver e, em especial, a forma como obter informações sobre a variável ou variáveis em estudo. É nesta fase que se decide pela observação da população ou de uma amostra.



Análise e interpretação de dados

- Nesta fase, calculam-se novos números com base nos dados estatísticos. Estes novos números permitem fazer uma descrição do fenómeno evidenciando algumas das suas características particulares.
- Nesta fase ainda é possível, por vezes, “arriscar” alguma generalização a qual envolverá sempre algum grau de incerteza



PowerPoint Informativo 2

Como são os alunos da minha turma?



Uma investigação estatística

Como são os alunos da minha turma?

1.ª etapa

Supõe que queres comunicar a um aluno de um país distante, ou mesmo, quem sabe, a um extraterrestre, como são os alunos da tua turma. Para isso necessitas de caracterizar o aluno típico da turma, recolhendo dados sobre algumas das suas características.

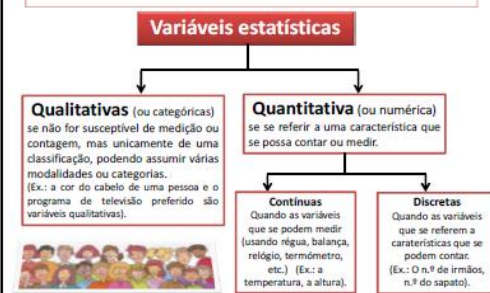
Que características estudar?

Variáveis estatísticas

- A uma característica comum, que assume valores diferentes de indivíduo para indivíduo de uma população, chamamos **variável**.
- Uma **variável** é uma característica de um indivíduo ou objecto à qual se possa atribuir um número ou uma categoria.
- O resultado da observação da variável, sobre o indivíduo, é o **dado** estatístico.




Natureza das variáveis estatísticas



PowerPoint Informativo 3


Como é o aluno típico da minha turma?




Um projeto de investigação estatística

POPULAÇÃO E AMOSTRA

- **População** – é um conjunto de pessoas, objetos ou acontecimentos sobre o qual incide o estudo estatístico.
- **Amostra** – é uma parte representativa da população, sobre a qual incide a observação.
- **Dimensão da amostra** – número de elementos da amostra.
- Se se observar toda a população diz-se que se faz um **Censo**.



TABELAS E GRÁFICOS



Esquema de contagem gráfica (tally chart)

- Uma maneira possível de ir registando os dados, à medida que os vamos recolhendo, é utilizar o esquema de contagem gráfica (tally chart).

Car preferida

Vermelha	
Amarilla	
Verde	
Preta	
Laranja	

Vantagens:

- permite identificar as diferentes categorias ou valores que a variável pode assumir no conjunto dos dados;
- permite organizar os dados de tal maneira que facilmente se conta o número de elementos (frequências absolutas) em cada uma dessas categorias ou valores.

Tabelas de frequências absolutas e relativas

Classe	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)	Frequência absoluta (%)
11	8	20	40%
12	8	20	40%
13	4	10	20%
Total	20	100	100%


Na 1.ª coluna - indica-se a variável em estudo (ex. idade, cor dos olhos, etc.)

Na 2.ª coluna registam-se o número de vezes que o valor ou categoria da variável se repete (frequências absolutas).

Na 3.ª e 4.ª colunas - regista-se, para cada valor ou categoria da variável, o quociente entre a frequência absoluta e o número total de observações (frequências relativas ou percentagens).

A **frequência absoluta** de um acontecimento é o número de vezes que a categoria ou o valor de uma determinada variável estatística se repete.

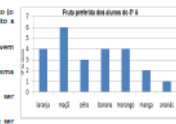
A **frequência relativa** determina-se dividindo a frequência absoluta pelo número total de dados.

$$\text{Frequência relativa} = \frac{\text{Frequência absoluta}}{n^{\circ} \text{ total de dados}}$$


Gráficos de barras

Para construir um **gráfico de barras**:


- deve escrever-se o título do gráfico (o título deve ser informativo do assunto a que se refere);
- os eixos horizontal e vertical devem estar devidamente identificados;
- as barras devem ter todas a mesma largura;
- a altura das barras devem ser correspondente à frequência;
- a distância entre as barras deve ser sempre a mesma;
- deve escolher-se uma unidade gráfica de acordo com os dados.



Pictogramas

Na construção de um pictograma deve-se ter em atenção os seguintes aspetos:

1. indicar no gráfico o significado de cada figura ou símbolos utilizados;
2. utilizar símbolos ou figuras sugestivas em relação aos dados do estudo;
3. utilizar sempre o mesmo símbolo ou símbolo;
4. desenhá-los os símbolos em linhas ou colunas;
5. espaçar igualmente os símbolos;
6. expressar as diferentes frequências através de um maior ou menor número de símbolos, não aumentando nem diminuindo o tamanho dos símbolos;
7. dar um título adequado ao gráfico.



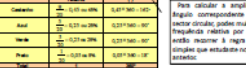
Gráficos circulares

As construir um gráfico circular, deve ter-se em atenção os seguintes aspetos:

1. o gráfico deve ter sempre um título informativo;
2. os diferentes sectores que compõem o gráfico devem ter cores diferentes;
3. o gráfico deve ter sempre legenda, para facilitar a sua interpretação;
4. a amplitude de cada sector circular deve ser diretamente proporcional à frequência que lhe corresponde.


Para calcular a amplitude de cada sector circular, pode multiplicar a frequência relativa por 360 ou, sendo mais fácil, a regra de três simples que estabelece no capítulo anterior.

Car-de-olhos	Frequência	Amplitude do sector
Verde	8 (20%)	72° (20% x 360)
Amarilla	8 (20%)	72° (20% x 360)
Verde	4 (10%)	36° (10% x 360)
Total	20 (100%)	360° (100% x 360)




PowerPoint Informativo 3

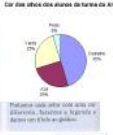
Em seguida:



Tracemos um círculo.



Elaboremos o diagrama de caule-e-folhas, anotando todos os valores obtidos.



Elaboremos o gráfico de pizza, anotando todos os valores obtidos.

Construa o gráfico de pizza de acordo com os dados da tabela a seguir:

País	Porcentagem
Brasil	35%
Estados Unidos	25%
China	15%
Outros	25%

Diagrama de caule-e-folhas

A representação dos dados quantitativos num diagrama de caule-e-folhas facilita a interpretação, pois dá uma informação visual sobre a forma como os dados estão distribuídos, e permite ordenar os dados e verificar onde existe maior concentração dos mesmos.

De acordo com os valores que se seguem podemos construir o seguinte diagrama de caule-e-folhas:

Caule	Folhas
30	3
31	4
32	5
33	6
34	7
35	8
36	9
37	4
38	5
39	6
40	7
41	8
42	9
43	4
44	5
45	6
46	7
47	8
48	9

De todo segundo da estrutura vertical acrescentar-se (gi) à direita (folha)

De todo segundo da estrutura vertical registar-se os valores ordenados (folhas)

Como escolher o tipo de gráfico?

O pictograma

Gráfico	Descrição	Vantagens	Desvantagens
	Representa os dados de forma visual, facilitando a compreensão dos dados.	Facilidade de interpretação.	Limitado a dados qualitativos.

O gráfico de linhas

Gráfico	Descrição	Vantagens	Desvantagens
	Permite observar a evolução dos dados ao longo do tempo.	Facilidade de interpretação.	Limitado a dados quantitativos.

O gráfico de barras

Gráfico	Descrição	Vantagens	Desvantagens
	Permite comparar os dados entre diferentes categorias.	Facilidade de interpretação.	Limitado a dados quantitativos.

O gráfico circular

Gráfico	Descrição	Vantagens	Desvantagens
	Permite observar a distribuição dos dados em partes de um todo.	Facilidade de interpretação.	Limitado a dados quantitativos.

PowerPoint Informativo 4

Como são os alunos da minha turma?
 Uma investigação estatística

Medidas Estatísticas



Moda e Média

- Moda:** Num conjunto de dados a moda é o valor mais frequente, que possui uma maior frequência absoluta. A moda pode ser utilizada para dados qualitativos ou quantitativos.

Idade	Frequência absoluta
11	8
12	8
13	4
Total	20

- Média:** A média não é mais do que o número que "equilibra" os grandes valores com os pequenos valores (só pode ser determinada a média de dados quantitativos).

$$\bar{X} = \frac{8 \times 11 + \dots + 12 + 4 \times \dots}{20} = \dots = \dots$$

Obtém-se dividindo a soma de todos os dados pelo número total de dados. A média só pode ser calculada em dados quantitativos

Extremos e amplitude

- Ao maior e ao menor valor de um conjunto de dados de natureza quantitativa dá-se o nome de **extremos** do conjunto de dados, sendo o menor valor o **mínimo** e o maior valor o **máximo**.
- A **amplitude** de um conjunto de dados de natureza quantitativa é a diferença entre o máximo e o mínimo do conjunto de dados.
Amplitude = máximo – mínimo

Medida	Vantagens	Desvantagens	Exemplo																		
Média	No seu cálculo entram todos os dados.	Pode não ser representativo dos dados se estes apresentarem valores muito maiores ou muito menores que a maioria deles.	<table border="1" style="font-size: small;"> <tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>50</td></tr> <tr><td>Média =</td><td colspan="5">$\frac{0 + 2 + 3 + 4 + 50}{5} = 11,8$</td></tr> </table> A média é muito maior que a maioria dos dados.		0	2	3	4	50	Média =	$\frac{0 + 2 + 3 + 4 + 50}{5} = 11,8$										
	0	2	3	4	50																
Média =	$\frac{0 + 2 + 3 + 4 + 50}{5} = 11,8$																				
Moda	É muito fácil de identificar. É talvez uma das medidas mais utilizadas.	Se a moda é um valor extremo não deve ser a única medida utilizada como medida representativa dos dados.	<table border="1" style="font-size: small;"> <tr><td></td><td>600</td><td>400</td><td>400</td><td>400</td><td>10 000</td></tr> <tr><td>Moda =</td><td colspan="5">600</td></tr> <tr><td>Média =</td><td colspan="5">$\frac{4 \times 600 + 10 000}{5} = 2480$</td></tr> </table> Vencimento de cinco funcionários (em euros).		600	400	400	400	10 000	Moda =	600					Média =	$\frac{4 \times 600 + 10 000}{5} = 2480$				
	600	400	400	400	10 000																
Moda =	600																				
Média =	$\frac{4 \times 600 + 10 000}{5} = 2480$																				
Amplitude	É a medida que mostra a variabilidade dos dados.	Se analisarmos apenas os valores extremos podemos não ter uma noção correta da variabilidade dos respetivos dados.	<table border="1" style="font-size: small;"> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>8</td><td>10</td><td>50</td></tr> <tr><td>Amplitude =</td><td colspan="6">50 - 2 = 48</td></tr> </table> Sem o valor 50 a amplitude seria 10 - 2 = 8.		2	3	1	8	10	50	Amplitude =	50 - 2 = 48									
	2	3	1	8	10	50															
Amplitude =	50 - 2 = 48																				

Anexo 12 – Extensões à investigação realizadas pela professora

Extensão 4.ª Etapa – literacia estatística

O peso das mochilas

Ao estudar as características dos alunos da turma alguns grupos depararam-se com situações sobre as quais devemos refletir.

Observa as informações seguintes recolhidas e trabalhadas pelo grupo 5.

Peso da mochila	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa %
4,2kg a 4,999kg	2	0,07	7%
5kg a 5,499	2	0,07	7%
5,5kg a 5,999	6	0,22	22%
6kg a 6,499kg	3	0,11	11%
6,5kg a 6,999kg	5	0,18	18%
7kg a 7,499kg	5	0,18	18%
7,5kg a 7,999kg	3	0,11	11%
8kg a 8,999kg	1	0,03	3%
Total	27	1	100%

Moda: Entre 5.5 Kg a 5.999 Kg

Amplitude: 8.6Kg - 4.2Kg = 4.4Kg

Média:

$(7.4+7.8+5.7+7.7+7.3+6.8+7.4+6.7+7.2+5.6+6.6+5.3+4.6+5.8+7.8+6+5.9+6.4+5.4+5+7+6.6+5.5+6.7+8.6+6.4+4.2)/27=173.4/27=6.4(2)$

Sabendo que o peso da mochila deve ser 10% do peso corporal como pensas que se pode minimizar ou mesmo resolver este problema?

Deves fundamentar a(s) tua(s) sugestões.



Extensão 4.ª Etapa – literacia estatística

Os videojogos e a nossa saúde

Ao estudar as características dos alunos da turma alguns grupos depararam-se com situações sobre as quais devemos refletir.

Observa as informações seguintes recolhidas e trabalhadas pelo grupo 4.

Nº HORAS QUE JOGAS VIDEOJOGOS/ SEMANA	FREQUÊNCIA ABSOLUTA			FREQUÊNCIA RELATIVA		
	M	F	M&F	MASCULINO	FEMININO	M & F
0 HORAS	0	2	2	0/16 = 0,00 = 0%	2/11 = 0,18 = 18%	2/27 = 0,07 = 7%
1 HORA	3	2	5	3/16 = 0,19 = 19%	2/11 = 0,18 = 18%	5/27 = 0,19 = 19%
2 HORAS	4	5	9	4/16 = 0,25 = 25%	5/11 = 0,46 = 46%	9/27 = 0,33 = 33%
3 HORAS	3	2	5	3/16 = 0,19 = 19%	2/11 = 0,18 = 18%	5/27 = 0,19 = 19%
4 HORAS	4	0	4	4/16 = 0,25 = 25%	0/11 = 0,00 = 0%	4/27 = 0,15 = 15%
5 HORAS	1	0	1	1/16 = 0,06=6%	0/11 = 0,00 = 0%	1/27 = 0,04 = 4%
14 HORAS	1	0	1	1/16 = 0,06=6%	0/11 = 0,00 = 0%	1/27 = 0,04 = 4%
TOTAL	0	11	27	1=100%	1=100%	1=100%

Média:
$$\bar{X} = \frac{0 \times 2 + 1 \times 5 + 2 \times 9 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 1 + 14 \times 1}{27}$$

$$= \frac{0 + 5 + 18 + 15 + 16 + 5 + 14}{27} = \frac{73}{27} = 2,7$$

Amplitude:

Mínimo - 0

$$14 - 0 = 14$$

Máximo - 14

Moda - 2

O que pensas sobre os dados que te foram apresentados?

Alguns estudos referem que as crianças que passam muito tempo a jogar videojogos podem revelar alguns problemas de saúde.

Escreve uma carta ao aluno que joga mais horas por semana dando-lhe alguns conselhos fundamentando a tua opinião.

Extensão 4.ª Etapa – literacia estatística

Saber comer é saber viver

Ao estudar as características dos alunos da turma alguns grupos depararam-se com situações sobre as quais devemos refletir.

Observa as informações seguintes recolhidas e trabalhadas pelo grupo 3.

Nº de refeição por dia	Frequência absoluta			Frequência relativa		
	M	F	M e F	M	F	M e F
3	3	-	3	3:16=0,19=19%	-	3:27=0,11=11%
4	7	7	14	7:16=0,44=44%	7:11=0,63=63%	14:27=0,52=52%
5	6	3	9	6:16=0,37=37%	3:11=0,27=27%	9:27=0,33=33%
6	-	1	1	-	1:11=11=11%	1:27=27=3%
Total	16	11	27	100%	101%	100%

Amplitude $6-3=3$

$$\bar{X} = \frac{3 \times 3 + 14 \times 4 + 9 \times 5 + 1 \times 6}{27} =$$

$$\bar{X} = \frac{9 + 56 + 45 + 6}{27} =$$

$$\bar{X} = \frac{116}{27} = 4,3$$

Comida /Prato preferido	Frequência absoluta			Frequência relativa		
	M	F	M e F	M	F	M e F
Hambúrgueres, batatas fritas	9	7	16	9:16=0,56=56%	7:11=0,64=64%	16:27=0,59=59%
Bifinhos com cogumelos	4	3	7	4:16=0,25=25%	3:11=0,27=27%	7:27=0,26=26%
Sopa	1		1	1:16=16=6%		1:27=27=3%
Peixe assado	2	1	3	2:16=0,12=12%	1:11=11=11%	3:27=0,11=11%
Total	16	11	27	99%	100%	99%

Tendo em conta o que aprendeste sobre alimentação racional nas aulas de Ciências da Natureza, analisa os dados e faz um pequeno comentário fundamentando a tua opinião.

Anexo 13 – Materiais utilizados nas Sessões de Trabalho Colaborativo

GUIÃO 1**Sessão de trabalho colaborativo 1 - Sessão temática****Tema:**

- Orientações curriculares nacionais e internacionais para o ensino e aprendizagem das Estatística e Probabilidades

Tarefa 1

1. Leia e analise o texto Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) – Tema OTD de 2.º ciclo;
2. Discuta as seguintes questões:
 - 2.1. Quais os aspetos distintivos do novo programa relativamente ao programa anterior?
 - 2.2. Quais as principais/ mais importantes orientações curriculares para o ensino e aprendizagem do tema OTD que destaca neste documento?
 - 2.3. Como definiria o objetivo primordial do ensino e aprendizagem do tema OTD que perpassa neste documento?

Tarefa 2

1. Leia e analise a Norma “Análise de Dados e Probabilidades” (pp.52-56) - *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007).
2. Discuta as seguintes questões:
 - 2.1. Quais as principais/ mais importantes orientações curriculares para o ensino e aprendizagem do tema OTD que destaca neste documento?
 - 2.2. Em que aspetos as orientações curriculares deste documento se assemelham às orientações constantes no PMEB (2007)?

Tarefa 3

1. Leia e analise o texto Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11- 41). Lisboa: APM.
2. Discuta a seguinte questão:
 - 2.1. Após a leitura deste documento que aspetos alteraria e/ou acrescentaria às respostas que deu na tarefa 1.

PowerPoint Informativo 1 - Sessão Trabalho Colaborativo 1

Orientações curriculares para o ensino e aprendizagem da Estatística e probabilidades

Grupo de Trabalho colaborativo 1.1

O Problema...

- A investigação sobre o ensino e aprendizagem da Estatística e os resultados de estudos internacionais (como o TIMSS) são indicativos que os alunos sentem, com frequência, dificuldades e falta de interesse tanto no âmbito conceitual como em aspectos computacionais.
- Algumas destas dificuldades relacionam-se com a natureza da Estatística, enquanto que outras derivam das metodologias de ensino utilizadas e do tipo de experiências de aprendizagem proporcionadas aos alunos.
- A questão central que se coloca no ensino da Estatística tem a ver, antes de mais, com os seus objetivos. Aliás, aqui, a **palavra de ordem** tem vindo a ser o **desenvolvimento da literacia estatística**, que inclui a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos e de os usar para responder às questões mais variadas.

O objetivo central deve ser o **desenvolvimento da literacia estatística**, que inclui a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos e de os usar para responder às questões mais variadas.

A solução?

Aspectos distintivos do Programa

- Práticas e algoritmos gerais (unidade e papel).
- Capacidade transversal.
- Algebra (as 1.ª, 1.ª e 3.ª datas, ênfase nos padrões e regularidades).
- Operação e Tratamento de Dados (unidade desde a 1.ª data, com aplicações, relevância das investigações estatísticas).**
- Módulo **probabilidades** (na 4.ª data).
- Além do trabalho de grupo, abordagem diferente dos algoritmos das operações e dos números racionais.
- Geometria (unidade espacial, visualização; relevância das transformações geométricas).
- Intuição e Intuição.

Conteúdos curriculares

	1.ª Data	2.ª Data	3.ª Data	4.ª Data
1.ª Data	<ul style="list-style-type: none"> Operações e Tratamento de Dados (unidade desde a 1.ª data, com aplicações, relevância das investigações estatísticas). Módulo probabilidades (na 4.ª data). 	<ul style="list-style-type: none"> Algebra (as 1.ª, 1.ª e 3.ª datas, ênfase nos padrões e regularidades). Capacidade transversal. 	<ul style="list-style-type: none"> Algebra (as 1.ª, 1.ª e 3.ª datas, ênfase nos padrões e regularidades). Capacidade transversal. 	<ul style="list-style-type: none"> Algebra (as 1.ª, 1.ª e 3.ª datas, ênfase nos padrões e regularidades). Capacidade transversal.

Propósitos principais de ensino

Desenvolver nos alunos a **capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos**, assim como de os **usar para responder às questões mais variadas**, em contextos variados, relacionados com a vida quotidiana.

Para além dos propósitos anteriores, inclui também a **capacidade de interpretar estatísticas**, a **capacidade de fazer cálculos probabilísticos** e **usar os conhecimentos e habilidades adquiridos para a resolução de problemas** relacionados com a **literacia estatística**.

O objetivo primordial:

Desenvolvimento da literacia estatística

Literacia estatística

O que é?

- Preservar a literacia estatística, isto é, manter os alunos a ler e interpretar dados, é o grande objetivo do ensino de Estatística.
- É o que se entende por **literacia estatística**, isto é, a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos e de os usar para responder às questões mais variadas.

O que se pretende?

- Não é claro o que se pretende em Estatística, mas sim promover nos alunos a capacidade de:
- Compreender os processos observados da realidade estatística.
- Interpretar o que está por detrás de uma investigação estatística.
- Ter a consciência de que é um fenómeno estatístico, sendo capaz de usar os métodos próprios da realidade.

Literacia estatística Programa

Desenvolver nos alunos a **capacidade de compreender e de produzir informação estatística**, bem como de a **usar para resolver problemas**, em contextos variados, relacionados com a vida quotidiana.

Os alunos devem:

- explicar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística;
- selecionar a usar métodos estatísticos apropriados para medir, organizar e apresentar dados;
- descrever e utilizar estatísticas que se obtêm a partir de dados estatísticos, interpretando os resultados obtidos a fim de formular conclusões a partir delas, utilizando linguagem estatística (p.4)

Objetivos

- usar os dados reais;
- representar os dados e interpretar informação estatística;
- usar as ferramentas (literacia estatística).

PowerPoint Informativo 1 - Sessão Trabalho
Colaborativo 1

Como desenvolver a literacia estatística?

O papel das tarefas de natureza investigativa.

Como é o aluno típico da turma? - 6.º ano
Clara Sousa

Exemplo

Alguém que sempre consumia; a um aluno de um país vizinho, eu mesmo, quem achis, a um ex-estudante, como são os alunos de tua turma...

Atacar

(i) Preparação das questões de investigação;
(ii) Recolha de dados;
(iii) Tratamento dos dados; e
(iv) Elaboração de relatórios sobre os resultados.

Como é o aluno típico da turma? - 6.º ano
Clara Sousa

Os números decimais, através do uso de material de grandeza associada ao seu uso, permitem de as unidades abstratas e gerarem significado. A manipulação destes números em contextos significativos, envolvendo comparação, ordenação, adição e subtração, contribui para que os alunos compreendam a sua **construção para os números...**

Quando nos encontramos realidades, o contacto com diferentes tipos de unidades e com diferentes modos de medir, organizar e representar informação relevante e significativa, promove no aluno um entendimento e compreensão da linguagem e dos conceitos e métodos.

Uma investigação formulada a partir da realidade dos alunos pode ser o ponto de partida para o desenvolvimento da compreensão da investigação como parte da aprendizagem de novos conceitos matemáticos.

Orientações curriculares internacionais para o ensino e aprendizagem da Estatística

A nível Internacional:

- O National Council of Teachers of Mathematics, recomenda que a "literacia de dados" deve abranger todos os anos de escolaridade e deve ser feita de uma forma progressiva.
- Os alunos devem aprender a **formular questões, a recolher e a organizar os seus próprios dados e os de terceiros e a apresentar os seus trabalhos a professores que sejam úteis para a obtenção de respostas para as suas questões. Selecionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados. O desenvolvimento e avaliação de inferências e de previsões são aspectos também bastante importantes no contexto de estudo, particularmente à aprendizagem da estatística, a aprendizagem dos conceitos fundamentais e aplicações das probabilidades (NCTM, 2007).**

Desafio:

Construção de uma sequência didática para leção do tema OTD – 2.º ciclo com sugestões para os professores.

Bibliografia

- Ministério da Educação (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação. Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- NCTM (2007). Principles and standards for mathematical practice (tradução do original em inglês). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., & Sousa, R. (2002). Uma oportunidade de mudança no Matemática do ensino básico. In DTI (Org.), O professor e o programa de Matemática do ensino básico (pp. 11-42). Lisboa: APM.

PowerPoint Informativo 2 - Sessão de Trabalho Colaborativo 1

Projeto de tese
Doutoramento em Ciências da Educação
O CONHECIMENTO SOBRE ESTATÍSTICA E SOBRE O SEU ENSINO COM INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS: UM ESTUDO DE 17 CICLOS DO ENSINO BÁSICO
MÓNICA SÓFIA CORREIA PEREIRA
Orientadora: Professora doutora Ana Paula Carvalheiro
Tese de doutoramento
FCT

Objetivo do Estudo

Contribuir para a **compreensão do conhecimento profissional do professor de Matemática do 2.º Ciclo do Ensino Básico, envolvido no ensino de Estatística**, segundo as atuais orientações curriculares que visam a **promoção da literacia estatística** dos alunos.

Metodologia

Estudo qualitativo

Modalidade de Investigação:
- Estudo de caso de três professores de Matemática (21 anos)

Trabalho colaborativo como estratégia para investigar a prática letiva de professores

O trabalho colaborativo favorece o contexto para que o conhecimento profissional se revise, se clarifique e se aprofunde através da discussão de ideias fundamentadas sobre práticas e de preparação e reflexão sobre a prática letiva.

O estudo colaborativo é um processo que se estabelece e mantém a longo prazo através do estudo do fenómeno de interesse de investigação, sendo caracterizado por: "investigar" (Barnett, 2003: 14)

A reflexão sobre investigação é centrada e impulsiona para atrás. Por se centrar sobre ela, permite colaborar entre si e, por isso, trabalhar equitativa, empoderando-se, aprendendo, empoderando e criando cultura e valores próprios e compartilhados. O trabalho colaborativo não tem como objetivo apenas criar uma cultura de investigação, mas também criar um contexto de investigação colaborativa (Barnett, 2003: 14)

Sessões de trabalho colaborativo

Técnicas de recolha de dados:
- Análise de conteúdos
- Análise documental
- Observação participante ativa

Análise de dados:
- Análise de conteúdo
- Triangulação das fontes de informação

Objetivo	Técnicas/Técnicas
Apresentação do projeto, investigação e identificação de temas	---
Análise de conteúdos (tema OTD - 1.º ciclo)	---
Objetivo: Identificar estatísticas de que se fala	---
Objetivo: Investigação estatística	Identificação de unidades de ensino e aprendizagem (UEA) - 1.º ciclo
Objetivo: Análise estatística	Identificação das suas características
Objetivo: Caracterização estatística	Identificação/relação de cada observação
Objetivo: Descrição estatística	Identificação/relação de cada observação
Objetivo: Análise	Identificação/relação de cada observação

Técnicas de recolha de dados:

Um estudo de caso refere-se a uma situação concreta, em termos de tempo, espaço e contexto, e que envolve o estudo de uma "grande quantidade de informação" [...] em maior profundidade e informação mais detalhada [...] e que impetora uma grande interação com o caso, a nível da investigação (Van Manen, 2008: 10)

Análise de dados:
- Análise de conteúdo
- Triangulação das fontes de informação

Observação participante do ciclo do Matemática

Análise documental

- Análise de conteúdos: Com o objetivo de identificar alguns aspectos do conhecimento profissional (de si, estatístico e contextual) que os professores utilizam, particularmente relacionados com a prática.
- Análise de práticas: Identificar, através da análise das observações, como ocorre a prática letiva de investigação.
- Análise de contexto: Para conhecimento de alguns aspectos que os dados recolhidos não permitem explicar, bem como as circunstâncias que estão associadas aos seus conhecimentos profissionais.

Análise de práticas de investigação de fontes de dados no âmbito do tema "Estatística" que visam o desenvolvimento de literacia estatística colaborativa

Análise documental

- Dados de preparação das aulas.
- Notas de aulas.
- Escrita das aulas e outras observações.

Cronograma das atividades do estudo

Atividade	1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo	4.º Ciclo	5.º Ciclo	6.º Ciclo
Apresentação do projeto						
Análise de conteúdos						
Análise de práticas						
Análise de contexto						
Análise de fontes de dados						
Análise de estatísticas						
Análise de estatísticas						
Análise de estatísticas						
Análise de estatísticas						
Análise de estatísticas						
Análise de estatísticas						

Obrigada!

GUIÃO 2

Sessão de trabalho colaborativo 2 - Sessão temática

Tema:

- Literacia estatística

Tarefa 1

1. Leia e analise o excerto do texto: Steen, L. (2002). *A problemática da literacia quantitativa*. Educação e Matemática (69) (pp. 79-88). Associação de Professores de Matemática.
2. Discuta a seguinte questão:
 - 2.1. Como é que a problemática da literacia quantitativa identificada no texto se reflete no ensino e aprendizagem da Estatística e das Probabilidades?

“O mundo do século vinte e um encontra-se imerso em números. Os cabeçalhos dos jornais utilizam medidas quantitativas para nos informarem dos aumentos nos preços da gasolina, das médias dos resultados dos exames nacionais, dos riscos de morte provocada por cancro do cólon e do número de refugiados da mais recente guerra étnica. A publicidade utiliza os números de forma competitiva, anunciando as melhores condições de adesão a determinada rede de telemóveis ou os mais baixos juros na compra de um automóvel. As reportagens desportivas são abundantes em estatísticas sobre equipas e em probabilidades sobre resultados de competições futuras.

O rápido aumento das diferentes utilizações do pensamento quantitativo nos locais de trabalho, na educação e em praticamente todas as outras áreas do desempenho humano, tornou-se, para muitos, ainda mais importante. Os agricultores recorrem à informática para descobrir mercados, analisar solos e fornecer sementes e nutrientes nas proporções adequadas; os enfermeiros convertem unidades para verificarem a exactidão das dosagens de fármacos; os sociólogos fazem inferências a partir de estatísticas para compreenderem o comportamento humano; os biólogos desenvolvem algoritmos para construir o mapa do genoma humano; os inspectores fabris usam estratégias estatísticas para assegurarem o controlo da qualidade; os empresários fazem projecções de mercados e custos recorrendo a folhas de cálculo informatizadas; os advogados apresentam provas confirmadas pela estatística e argumentações que envolvem probabilidades para convencerem os juizes. Os papéis desempenhados pelos números e pelos dados estatísticos na sociedade contemporânea são praticamente infindáveis.

Infelizmente, e apesar de anos de estudo e experiência de vida num ambiente imerso em dados estatísticos, muitos adultos letrados permanecem matematicamente disfuncionais. A maioria dos alunos americanos termina o ensino secundário com competências quantitativas bastante inferiores às requeridas para se ajustarem à sociedade actual. No meio empresarial existe uma lamentável ausência de conhecimentos e competências técnicas e quantitativas por parte dos candidatos aos empregos e, na maioria das faculdades, os estudantes necessitam de apoio especial na disciplina de Matemática. Dados do National Assessment of Educational Progress (NAEP) mostram que, ao nível da matemática, o desempenho médio dos alunos de dezassete anos de idade subiu apenas um por cento em 25 anos, permanecendo, com a pontuação de 307, na metade inferior do intervalo do “nível básico” (286-336), bem abaixo do “nível elevado” (336-367). Além disso, e apesar do seu ligeiro crescimento nos últimos anos, as pontuações médias de alunos de origem hispânica (292) e africana (286) encontram-se praticamente na extremidade inferior do intervalo do “nível básico” (NCES, 1997).

As respostas mais comuns a este conhecido problema consistem no aumento do número de anos de matemática no ensino secundário ou na exigência de padrões mais elevados na avaliação dos alunos. Contudo, mesmo indivíduos que tenham estudado trigonometria e cálculo permanecem insensíveis aos abusos que se cometem com os números e, frequentemente incapazes de compreenderem (e muito menos de articularem) as nuances das inferências quantitativas. Como se tem vindo a mostrar, não é o cálculo mas a literacia numérica a chave para a compreensão desta nossa sociedade, impregnada de números e estatísticas.

Os cidadãos quantitativamente letrados precisam de saber mais do que fórmulas e equações. Necessitam de uma predisposição para observarem o mundo através de olhos matematicamente críticos, para se aperceberem dos benefícios (e riscos) da aplicação do pensamento quantitativo nos assuntos quotidianos e para abordarem problemas complexos com confiança no valor do raciocínio ponderado. A literacia quantitativa confere às pessoas o poder de pensarem por si próprias, de colocarem questões inteligentes e de confrontarem as autoridades com confiança. Estas são as competências necessárias para singrarem no mundo moderno (pp. 81 e 82).”

Tarefa 2

1. Considere os seguintes excertos de textos que incluem a definição de *Literacia Estatística* apresentada por diferentes autores e entidades nacionais e internacionais.

Rumsey, D. (2002). Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses. *Journal of Statistics Education*. Vol. 10(3).

“Nós queremos que os nossos alunos sejam bons "cidadãos estatísticos“, que compreendam Estatística suficientemente para serem capazes de consumir a informação de que são inundados diariamente, pensar criticamente sobre ela e tomar boas decisões com base nessa informação.”

Garfield, J. (1999). *Thinking about Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy*. Paper presente at first Annual Roundtable on Statistical Thinking, Reasoning, and Literacy (STRL – 1).

“A compreensão da linguagem estatística: palavras, símbolos, termos. Estar preparado para interpretar tabelas e gráficos. Estar preparado para ler e compreender estatística nas notícias, na comunicação social, etc.”

Watson, J. (1997). Assessing Statistical Thinking Using Media. In *The Assessment Challenge in Statistics Education*, eds.

“[...] compreender o texto e significados e implicações da informação estatística neles, no contexto do assunto a que ele pertence.”

GAL, Iddo. (2002). *Alfabetização estatística dos adultos: Significados, componentes e responsabilidades*. *International Statistical Review*, Volume 70(1), pp. 1-51

"[...] o termo “literacia estatística” refere-se, em geral, a duas componentes interrelacionadas, nomeadamente: (a) a capacidade de *interpretar e avaliar criticamente* informação estatística, argumentos relacionados com dados ou fenómenos estocásticos, que se podem encontrar em diversos contextos e quando pertinente; (b) a capacidade de *discutir ou comunicar* as suas reações a essas informações estatísticas, tais como a compreensão do significado da informação, ou as

suas preocupações relativas à pertinência das conclusões. [...] são fundadas em vários conhecimentos base interrelacionados e disposições [...]. Os elementos do conhecimento são "literacia, conhecimentos de estatística, conhecimento matemático, conhecimento do contexto e de questões críticas". Os elementos disposicionais são "crenças e atitudes e postura crítica". (pp. 2-4)

Canavarro, A. P. (2000). Estatística e calculadoras gráficas. In C. Loureiro, Oliveira, F. & Brunheira, L. (Eds.) In *Ensino e aprendizagem da estatística*, (pp. 159-167). Lisboa: SPE, APM, DEFCUL, DEIOFCUL.

“[...] A alfabetização estatística dos alunos deve incidir sobre um conjunto de aspectos que de seguida refiro e que constituem aquilo que penso poder chamar-se *literacia estatística*:

- Dominar a linguagem estatística (não só ao nível dos conceitos associados às medidas como também aos gráficos);
- Compreender os procedimentos estatísticos (desde a escolha da amostra até à divulgação de resultados);
- Interpretar as situações e os resultados (o que dizem os resultados sobre a situação em questão);
- Avaliar a validade das conclusões (análise crítica sobre a razoabilidade das conclusões tendo em conta os contextos);
- Ponderar eventuais distorções da realidade – considerar possibilidades de enviesamentos ou manipulações tendenciosas (p.2).

NCTM (2007). Princípios e normas para a matemática escolar (tradução do original em inglês). Lisboa: APM.

“A quantidade disponível de dados que nos ajudam a tomar decisões nos negócios, na política, na investigação e na vida quotidiana é assombrosa: os inquéritos ao consumidor orientam o desenvolvimento e a comercialização dos produtos; as sondagens ajudam a determinar as estratégias das campanhas políticas; e a experimentação é usada para avaliar a segurança e a eficácia dos novos tratamentos médicos. A estatística é frequentemente utilizada de forma perversa para influenciar a opinião pública acerca de determinadas matérias a suposta qualidade e eficácia de produtos comerciais. Para raciocinarem estatisticamente, os alunos precisam de compreender a análise de dados e os aspectos das probabilidades com elas relacionados – aptidões necessárias para que se tornem cidadãos informados e consumidores inteligentes.” (p. 52)

2. Discuta a seguinte questão:

2.1. Defina, por palavras suas, literacia estatística.

Tarefa 3

Análise de uma tarefa para a sala de aula

1. Considere a tarefa apresentada na página seguinte no âmbito do tema Organização e Tratamento de Dados.

1.1. Resolva a tarefa tal como se fosse um aluno.

1.2. Indique os objectivos de aprendizagem relativos ao Tema OTD do Programa de Matemática do Ensino Básico que esta tarefa ajudar a atingir.

- 1.3. Procure identificar quais seriam as principais dificuldades que um aluno poderia encontrar, tendo em conta a articulação entre os ciclos e a articulação entre os temas.
- 1.4. Indique que razões poderiam levá-lo a decidir usar, ou não usar, esta tarefa com os seus alunos.
- 1.5. No caso de decidir usar esta tarefa na sua aula, como o faria?
 - Como estruturaria a aula (em que momentos / fases principais?)
 - Como organizaria os alunos?
 - Que tempo destinaria à realização da tarefa? E à sua discussão?
 - Prepararia algum material para os alunos utilizarem?
 - Haveria algum cuidado especial a ter em consideração?

Um olhar sobre iogurtes...ⁱ

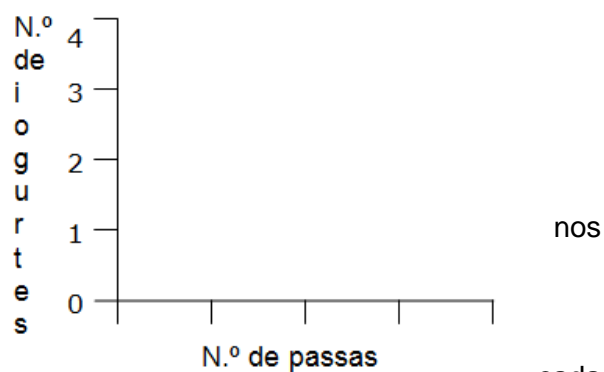
Todos os produtos alimentares devem ser submetidos a um controle regular que garanta a qualidade dos mesmos. Pensando nisso, hoje vamos observar atentamente um certo tipo de iogurtes – iogurtes que contêm um compartimento com cereais e passas.

1. Um dos aspectos que podemos analisar, nestes iogurtes, é o número de passas que existe em cada um deles. Conta as passas do teu iogurte e regista o número que encontraste.

2. Regista, numa tabela, todos os valores encontrados pelo teu grupo.

N.º de passas	N.º de iogurtes

3. Constrói, com os teus colegas de grupo, o gráfico de barras correspondente ao n.º de passas que encontraram em cada iogurte.



4. Quantas passas havia ao todo vossos quatro iogurtes?
5. Se quisermos distribuir essas passas, de igual forma, por um dos iogurtes, com quantas passas fica cada iogurte? Explica como fizeram.
6. Observa o gráfico feito pela professora, no quadro, onde estão representados os dados recolhidos por todos os grupos. Em conjunto, com os teus colegas de grupo, responde às seguintes questões:
 - Qual é o número de passas que aparece mais vezes?
 - Qual é o número mínimo de passas existente nos iogurtes?

-
- Se quisermos distribuir o n.º total de passas, de igual forma, por cada um dos iogurtes, com quantas passas fica cada iogurte? Compara esse valor com o que tinhas encontrado no teu grupo na questão 5. Que relação há entre eles?
- 7.** Formula outras questões que se possam colocar sobre estes dados e apresenta a resposta a cada uma delas.

Adaptado de Duarte, T. O. (2004). A Estatística no 1.º ciclo: Uma abordagem no 3.º ano de escolaridade. Lisboa: APM.

Tarefa 4

- 1.** Considere novamente a tarefa “Um olhar sobre iogurtes...”.
- 2.** Discuta a seguinte questão:
 - 2.1.** Indique (efetue) possíveis reformulações/adaptações da tarefa no quadro do Programa de Matemática do Ensino Básico, tendo em vista o desenvolvimento da literacia estatística dos alunos. Justifique as suas decisões com base na bibliografia analisada nas tarefas anteriores.

GUIÃO 3**Sessão de trabalho colaborativo 3 - Sessão temática****Tema:**

- Investigações estatísticas

Tarefa 1**Análise de uma tarefa para a sala de aula**

1. Considere a tarefa **Como são os alunos da minha turma?**³
 - 1.1. Leia e resolva, se possível, a tarefa tal como se fosse um aluno.
 - 1.2. Indique os objectivos (gerais e específicos) de aprendizagem relativos ao Tema OTD do Programa de Matemática do Ensino Básico pode esta tarefa ajudar a atingir.
 - 1.3. Procure identificar quais seriam as principais dificuldades que os alunos poderiam encontrar, tendo em conta a articulação entre os ciclos e a articulação entre os temas.
 - 1.4. Indique que razões poderiam levá-lo a decidir usar, ou não usar, esta tarefa com os seus alunos.
 - 1.5. No caso de decidir usar esta tarefa na sua aula, como o faria?
 - Como estruturaria a(s) aula(s) (em que momentos / fases principais?)
 - Como organizaria os alunos?
 - Que tempo destinaria à realização da tarefa? E à sua discussão?
 - Prepararia algum material para os alunos utilizarem?
 - Haveria algum cuidado especial a ter em consideração?
 - 1.6. Indique possíveis reformulações da tarefa no quadro do Programa de Matemática.

Tarefa 2

1. Considere a tarefa apresentada na página seguinte no âmbito do tema Organização e Tratamento de Dados.
 - 1.1. Compare esta tarefa com a tarefa que analisou anteriormente - “Como são os alunos da minha turma”. Indique as principais diferenças entre as duas tarefas, no que se refere aos objectivos gerais e específicos de aprendizagem relativos ao Tema OTD do Programa de Matemática do Ensino Básico.
 - 1.2. Indique, justificando, se a tarefa “Como são os alunos da turma da Inês” se pode ou não considerar uma investigação estatística.
 - 1.3. Indique possíveis reformulações da tarefa no quadro do Programa de Matemática.

³ Adaptado de *Como são os alunos da minha turma?* Sousa, O. (2002). *Investigações estatísticas no 2º ciclo do ensino básico* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa)

Como são os alunos da turma da Inês⁴

A turma da Inês foi dividida em três grupos, os quais recolheram os seguintes conjuntos de dados relativos à sua turma.

Dados recolhidos pelo grupo A					
Cor dos olhos dos alunos da turma do 6.ºB					
Castanho	Preto	Verde	Azul	Castanho	Castanho
Castanho	Preto	Preto	Azul	Castanho	Castanho
Preto	Preto	Verde	Verde	Azul	Preto
Castanho	Castanho	Azul	Preto	Verde	Castanho
Dados recolhidos pelo grupo B					
N.º de irmãos dos alunos da turma do 6.ºB					
1	0	3	4	5	2
1	1	1	2	2	3
3	1	0	2	2	0
4	1	4	2	2	3
Dados recolhidos pelo grupo C					
Altura dos alunos da turma do 6.ºB					
135	150	145	150	142	138
130	142	146	136	157	139
144	132	146	149	136	160
133	134	141	140	148	146

1. Organiza os dados do grupo A, fazendo:
 - 1.1. Uma tabela de frequências absolutas e relativas;
 - 1.2. Um gráfico de barras;
 - 1.3. Um gráfico de pontos;
 - 1.4. Um pictograma.
2. Organiza os dados do grupo B, fazendo:
 - 2.1. Uma tabela de frequências absolutas e relativas;
 - 2.2. Um gráfico de barras;
3. Para os dados do grupo C constrói um diagrama de caule-e-folhas.
4. Faz sentido perguntar a média para os três conjuntos de dados? Justifica a tua resposta.
5. Identifica a moda para cada um dos conjuntos de dados.
- 6.

Tarefa 3

⁴In: Neves, M. A., Faria, L., Silva, N. (2011). *Matemática 6.* (Vol.1). Porto Editora.

1. Leia e analise os excertos do texto: Ponte, J.P., Brocardo, J., Oliveira, H. (2005). Investigações em Estatística. *In: Investigações matemáticas na sala de aula.* (pp. 91-108). Autentica: Belo Horizonte
2. Discuta as questões que se seguem cada um dos excertos:

A professora da turma leu a ficha, procurando clarificar o significado de alguns termos e certificar-se que todos os alunos a tinham entendido. Os alunos discutiram então as características a considerar. Todos os grupos referiram, desde logo, os dados físicos: cor dos olhos e do cabelo, altura, peso... A identificação de características sociais e culturais já não foi tão evidente, tendo suscitado muitas perguntas de todos os grupos. As discussões mais acesas surgiram durante a elaboração da conjectura do perfil do aluno típico (p.93).

- 2.1. Qual a intenção das professoras presente nesta passagem da aula? Considera-a importante? Justifique.

Nesta turma, os conteúdos de Estatística, ainda não tinham sido leccionados. Apesar disso, as professoras decidiram não os abordar explicitamente e optaram por acompanhar cada um dos grupos, que tinham assim que se basear nos seus conhecimentos prévios. Isso levou a que fosse necessário mais tempo que o previsto para o tratamento dos dados. Tal como nas outras etapas, distribuíram uma ficha com questões orientadoras (p.97).

- 2.2. Concorda com esta decisão das professoras? Justifique.

No final desta experiência, as professoras fizeram uma avaliação do trabalho efectuado. Consideram que esta actividade se revestiu de um carácter experimental, permitindo aos alunos trabalhar de forma integrada diversos conteúdos matemáticos de Números e Estatística. Os números decimais, obtidos através da medição de grandezas associadas ao corpo humano, ganharam um novo significado. A sua manipulação num contexto significativo, envolvendo comparação, ordenação, agrupamento e operação, contribuiu para que os alunos melhorassem a sua compreensão global. Quanto aos conteúdos estatísticos, o contacto com diferentes tipos de variáveis e com diversos modos de recolher, organizar e representar informação relevante e significativa, promoveu nos alunos um entendimento e compreensão da linguagem, conceitos e métodos estatísticos muito para além da simples memorização.

As professoras reflectiram também sobre as aprendizagens referentes às etapas do processo de investigação. A formulação de questões foi realizada com a colaboração de todos os alunos, sendo nesta parte mais intervenientes os melhores alunos. As questões formuladas foram pouco diversificadas, não tendo gerado debates muito polémicos. A recolha de dados, pelo seu lado, ultrapassou todas as expectativas. Os alunos organizaram-se e, enquanto uns mediam, outros perguntavam, observavam e registavam os dados que iam recolhendo.

Olívia e a sua colega concluíram, ainda, que as investigações estatísticas são um campo privilegiado para promover a interdisciplinaridade. Se o seu estudo for orientado para questões sociais, ambientais ou de saúde, os alunos podem envolver-se em debates e reflexões de grande alcance. A discussão das características a usar, a formulação de hipóteses para o perfil do aluno típico e a análise dos resultados constituíram actividades de comunicação e argumentação importantes para o seu desenvolvimento pessoal. A necessidade de defender as suas ideias e de as confrontar com as dos outros, fomentou o desenvolvimento das capacidades de crítica e reflexão, fundamentais para o exercício de uma cidadania activa e responsável.

Elas consideram que todos os alunos se envolveram activamente na realização da tarefa, emitindo e defendendo as suas opiniões, muitas vezes em oposição aos colegas com mais prestígio na turma. No entanto, ficaram surpreendidas com outros aspectos da sua participação. [...]

Os alunos pronunciaram-se sobre o trabalho realizado, manifestando o seu agrado. Consideraram-no interessante e agradável, principalmente a parte da recolha de dados. Como escreveu um dos

grupos no seu relatório: “No início pensámos que o trabalho não tinha muito interesse, mas depois começámos a gostar mais na parte prática do trabalho porque medimos, observámos e perguntámos...”.

As professoras, concluíram, no entanto, que a tarefa devia ser simplificada. Pretendendo que os alunos estudassem diversos tipos de variáveis e usassem diferentes métodos de recolha de dados, atribuíram a cada grupo demasiadas variáveis, daí resultando um grande volume de dados. Deste modo, foi necessário usar mais aulas que o previsto e o tratamento dos dados acabou por tomar parte do tempo destinada à reflexão e ao debate.

O trabalho conjunto das professoras permitiu-lhes aproveitar as potencialidades da colaboração profissional. Na preparação das aulas, puderam prever diversas ocorrências e reflectir sobre modos de as resolver, minimizando o número de situações imprevistas e a necessidade de tomar decisões em cima do acontecimento. No final de cada aula, a reflexão conjunta ajudou a compreender o modo como os alunos viveram a experiência e, sempre que necessário, permitiu o ajustamento do plano para a aula seguinte.

- 2.3.** Quais as potencialidades que a autora atribui a esta tarefa de natureza investigativa?
- 2.4.** Quais as adaptações que as professores referiram necessitar de realizar à tarefa?
- 2.5.** Como foi a aceitação dos alunos em relação à tarefa? A que se ficou a dever?
- 2.6.** Quais as vantagens do trabalho conjunto realizado entre as professoras.

GUIÃO 4

Sessão de trabalho colaborativo 4 - Sessão temática

Tema:

- Competência gráfica

Tarefa 1

1. Leia e analise o texto que se segue.

Uma vertente muito importante da literacia estatística é o desenvolvimento do sentido crítico de gráfico. Este aspeto refere-se à capacidade de olhar para além dos dados, analisando com profundidade a informação apresentada e encontrando possíveis relações explícitas e implícitas nos dados, fazendo extrapolações a partir dos mesmos. Esta capacidade não se desenvolve espontaneamente, requer uma sequência de ensino, tendo o professor um papel determinante em criar contextos relevantes e significativos para o seu desenvolvimento. No entanto, é sabido que no contexto escolar as experiências com gráficos proporcionadas aos alunos têm objectivos muito limitados, sobrevalorizando-se aspectos técnicos em detrimento do contexto social com o qual a informação estaria relacionada (Carvalho, Monterio & Campos, 2010; Monteiro & Ainley, 2003).

2. Discuta as seguintes questões:

- 2.1. Quando planifica e lecciona a unidade “Organização e tratamento de dados” quais são as suas principais preocupações para com o ensino e aprendizagem de gráficos estatísticos pelos seus alunos? Justifique.
- 2.2. Que tipo de tarefas relacionadas com o ensino e aprendizagem de gráficos estatísticos considera importantes propor aos seus alunos? Justifique.
- 2.3. Considera este tópico difícil de ensinar? Já sentiu alguma dificuldade na leccionação dos conteúdos referentes aos gráficos estatísticos? Considera que o conhecimento que possui sobre o assunto é adequado e suficiente? Justifique.
- 2.4. Considera que este conteúdo é difícil de aprender para os alunos? Quais são as principais dificuldades que os seus alunos costumam revelar quando lecciona este tópico?

Tarefa 2

1. Considere a seguinte investigação relatada no texto Arteaga, P., Batanero, C., Ortiz, J. y Contreras, J. M. (2011). [Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores](#). Publicaciones, 41, 33-49:

- **Objetivos do estudo:** Estudar as dificuldades em leitura e construção de gráficos estatísticos e o sentido numérico.

- **Amostra:** A amostra participante consistiu em estudantes para professores ($n = 207$), que estavam no segundo ano do curso em Ensino na Educação Básica.
- **Tarefa:** Foi pedido a cada aluno para inventar uma sequência de 20 lançamentos de uma moeda honesta (sem jogar de verdade). Os futuros professores individualmente realizaram a experiência inventando uma sequência de 20 lançamentos (sequência simulada) e registaram numa folha os seus registos, escrevendo C para cara e + para coroa. Em seguida, cada aluno recebeu uma outra sequência de 20 lançamentos de moedas, lançando desta vez a moeda e anotando na mesma os resultados na folha de registo (sequência real). Solicitou-se aos estudantes que contassem o número total de caras em cada uma das duas sequências e no final da aula o professor deu aos alunos uma folha contendo dados sobre o número de faces das sequências real e simulada da turma. Foi pedido aos futuros professores para analisarem individualmente os dados recolhidos na turma na experiência e produzir um relatório escrito, onde deviam comparar as distribuições do número de caras em sequências reais e simuladas e justificar, com base na análise dos dados, se a turma como um todo tinha ou não boas intuições sobre aleatoriedade. Os alunos eram livres para escolher gráficos ou resumos estatísticos que considerassem adequadas e até mesmo a usar computadores.

2. Discuta a seguinte questão:

- 2.1. Analise cada um dos gráficos apresentados e refira quais são os erros típicos cometidos pelos futuros professores.

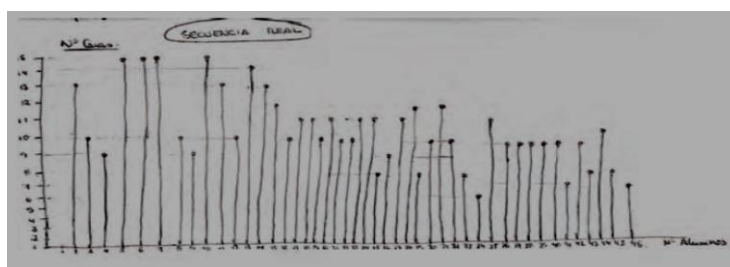
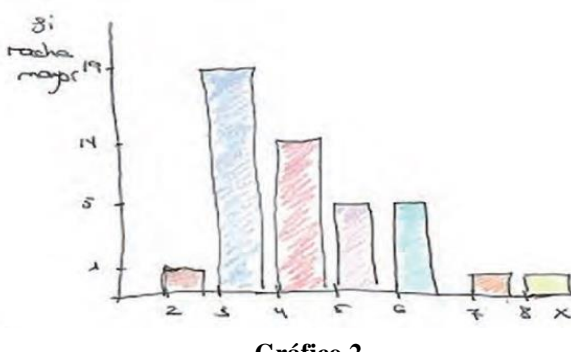


Gráfico 1



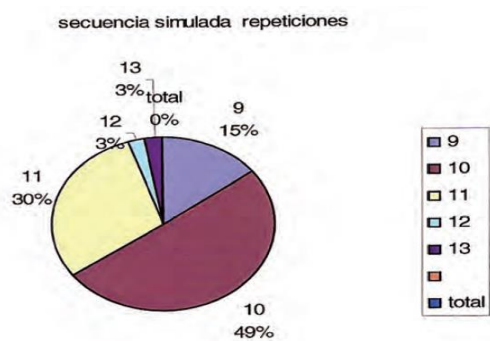


Gráfico 4

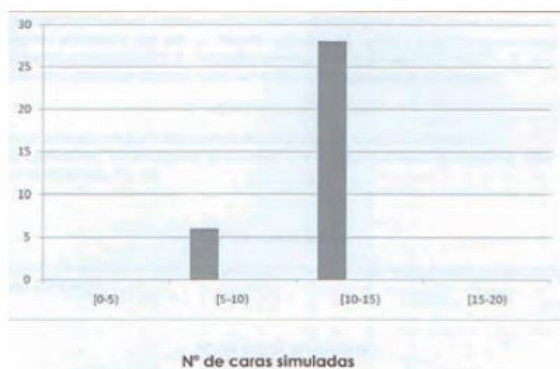


Gráfico 5

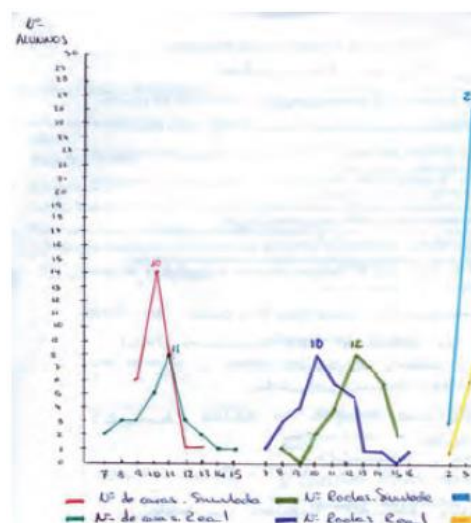
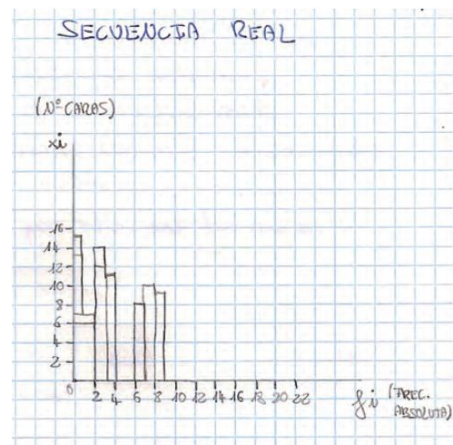


Gráfico 6

3. Discuta a seguinte questão:

3.1. Se lhe fosse proposta esta tarefa que tipo de gráfico construiria? Justique.

Sessão de trabalho colaborativo 5 -
PowerPoint Informativo 3

CONHECIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Competência gráfica

Sessão de trabalho colaborativo n.º 4
26/03/12

Gráficos

Meio de comunicação

Meio de classificar e analisar dados



Competência gráfica consiste:

(a) Interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, que aparece nos gráficos tanto em contexto educativo, como os que se encontram nos meios de comunicação, mas não se limitar a eles, e

(b) ser capaz de construir correctamente um gráfico que represente a informação estatística de uma forma eficiente (Gal, 2002).

Fatores que condicionam a compreensão de um gráfico

- Conhecimento prévio do tema a que o gráfico se refere – se o contexto é ou não familiar aos alunos;
- Conhecimento prévio do conteúdo matemático do gráfico, isto é, os conceitos numéricos, as relações e operações contidas no mesmo (ex.: gráfico circular e a percentagem e proporcionalidade);
- Conhecimento prévio do tipo de gráfico utilizado (gráfico de barras, pictograma, etc.) (Curcio, 1989).

A competência gráfica e o contexto escolar

- A leitura de gráficos no contexto escolar é uma tarefa mais limitada que a interpretação desses gráficos fora da mesma, porque enquanto na escola só é pedido aos estudantes uma resposta correta do ponto de vista matemático, fora da escola intervêm também o conhecimento do contexto com que se relaciona o tema do gráfico (Monteiro & Ainley, 2006, 2007).

Resultados de estudos mostram que:

- O estudo de gráficos não é um conteúdo fácil para os alunos, ao contrário do que pensam os professores;
- Os alunos têm mostrado um desempenho fraco na construção de gráficos estatísticos que se refletirá na sua capacidade de utilizar criticamente a informação e exercerem uma cidadania informada e reflexiva.
- As dificuldades dos alunos estão relacionadas com a resistências e desconforto dos professores em ensinar este tema (Fernandes et al., 2011)

Um estudo sobre futuros professores...

Arteaga, P., Batanero, C., Ortiz, J. y Contreras, J. M. (2011). *Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores*. Publicaciones, 41, 33-49:


- De um total de 207 alunos 181 (87,4%) produziram um tipo de gráfico para analisar os seus dados, isto é, as instruções da tarefa não o requeressem necessariamente.
- Os estudantes produziram gráficos de barras horizontais e verticais, gráficos de linhas de uma ou duas variáveis de histogramas e gráficos de pontos.
- Outros estudantes produzem gráficos claramente inapropriados, que nem sequer permitem visualizar a variabilidade entre os dados, como por exemplo o gráfico circular.

Tipos de gráficos produzidos

• **Classificação dos gráficos produzidos consoante a sua complexidade**

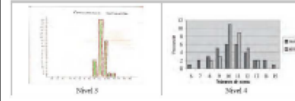
Nível 1 - representa apenas dados individuais;

Nível 2 - representa os dados de toda a turma mas não chega a formar a distribuição das frequências (agrupar).



Nível 3 - forma a distribuição, mas representa cada uma das duas variáveis em gráficos separados;

Nível 4 - representa conjuntamente num gráfico as duas variáveis.



Sessão de trabalho colaborativo 5 - PowerPoint Informativo 3

Na tabela 1 apresentam-se os dados segundo o nível de complexidade do gráfico e correção do mesmo.

Nível de complexidade do gráfico	Complexidade dos dados			Total
	Exatos	Parcialmente corretos	Incórrtos	
10 Representar dois ou mais dados	3	1	1	5
10 Representar três ou mais eixos de dados	20	1	20	41
10 Fazer a distribuição e representar graficamente para um eixo de dados	53	14	20	87
10 Fazer a distribuição e representar graficamente para dois eixos	20	5	15	40
Total	107	26	61	194

- 47% dos gráficos produzidos são corretos, 13,3% parcialmente corretos e 39,7% incorretos.
- A maioria dos futuros professores que elaboram gráficos (90,7%) produzem gráficos de nível 3, ou seja, representam a distribuição de cada uma das duas variáveis em separado. Seiscentos e setenta e sete não foram corretos ou parcialmente corretos.
- 26 sujeitos não utilizaram gráficos incorretos.
- 34,3% dos estudantes para produzir produziram gráficos de nível 4, produzindo um só gráfico para as duas variáveis ainda que três destes gráficos estejam parcialmente corretos e dois incorretos.

Tipos de erros produzidos

Não forma a distribuição de frequências a partir da lista de dados.

- Em consequência, não chegaram a agrupar os valores iguais (ou similares) de cada uma das variáveis e os estudos sem calcular a frequência de cada valor.

Erros nas escalas de divisão dos eixos

Tipos de erros:

- Utilizar uma escala inadequada para o objetivo pretendido que não cobre todo o campo de variação da variável ou pelo contrário é excessivamente ampla;
- Utilizar eixos desiguais (eixo horizontal ou vertical), ou em ambos;
- Não especificar a origem das coordenadas.

No gráfico abaixo alguns estudantes utilizam escalas não homogêneas, mostrando falhas a nível do raciocínio proporcional.

Escolha de um gráfico inadequado

Alguns futuros professores (3,9% de los gráficos) elegeram um gráfico que não representa adequadamente a tendência ou a variabilidade dos dados.

sempre em unidades repetitivas

Utilização acrítica da folha de cálculo (falta elementos no gráfico).
Representa também um setor com o total. Revela dificuldades a nível do raciocínio proporcional – não relaciona a amplitude do setor com frequência do mesmo.

Confusão entre a variável dependente e independente

Trata-se de um gráfico de barras pouco usual e incorrecto, já que foram trocadas as variáveis independentes (número de caras) e dependentes (frequências absolutas associadas ao número de caras) da distribuição de frequências nos eixos.

Representação incorreta de intervalos na reta numérica

- Confusão entre o histograma e o diagrama de barras, pois não compreendem as diferenças, nem os tipos de dados que podem aplicar-se em cada;
- Falta de compreensão do significado de um valor na reta numérica e do propósito do diagrama histograma que é representar as frequências no intervalo base do mesmo, de maneira que cada barra do histograma seja proporcional à frequência dos valores representados;
- Confusão entre o significado dos valores extremos de um intervalo na reta numérica e da marca de classe do intervalo.

Comparações numéricas sem sentido

- Alguns futuros professores (9,8%) utilizaram no mesmo gráfico valores de variáveis diferentes, que não são comparáveis;
- Não foram utilizados os conjuntos de dados que foram utilizados em todos os 10 casos no mesmo gráfico (valor máximo foi 8,4);
- Comparar valores de distribuição de tendência central.

GUIÃO 5

Sessão de trabalho colaborativo 5 - Sessão temática

Tema:

- Competência gráfica

Tarefa 1

1. Leia e analise os seguintes excertos de textos sobre os diferentes níveis de compreensão gráfica que os alunos podem evidenciar.

Gonzalez, M., Espinel, M. & Ainley J. (2011). Teacher's Graphical Competence. In C. Batanero, G., Burril & C. Reading (Eds) (2011). *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer.

A leitura de gráficos, a construção e interpretação de gráficos estatísticos são elementos essenciais na aquisição da literacia estatística, a qual Gal (2002) define como a união de duas competências relacionadas: a) Interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos baseados em dados ou os fenómenos estocásticos que podem ser encontrados em vários contextos, incluindo a comunicação social, não se limitando a eles, e b) discutir ou comunicar as suas opiniões sobre essas informações estatísticas, quando relevante. (Gal, 2002, p. 2-3).

A literacia estatística envolve também perceber que diferentes tipos de gráficos transmitem diferentes perspectivas dos dados. Assim, a escolha de um gráfico apropriado tendo em conta a natureza dos dados e o contexto e situação a ser representado é crucial. É também importante ter em atenção possíveis enviesamentos transferidos para o gráfico que podem ser voluntários ou involuntários, especialmente quando se escolhe a escala (p.189). Wu (2004) [...] resumiu as competências na forma de quatro capacidades:

- *Ler gráficos*: extrair dados diretamente de um ou mais gráficos e gerar informação realizando cálculos através dos dados explícitos apresentados num ou mais gráficos;
- *Interpretar gráficos*: formular opiniões sobre um ou mais gráficos;
- *Construir gráficos*: apresentar ou editar informação na forma de gráficos;
- *Avaliar gráficos*: avaliar a precisão e a eficácia de um gráfico (p. 189).

Arteaga, P., Batanero, C., Ortiz, J. y Contreras, J. M. (2011). [Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores](#). Publicaciones, 41, 33-49.

A linguagem gráfica é essencial na organização e análise de dados, ao ser um instrumento de transnumeração, uma forma básica de raciocínio estatístico (Wild e Pfannkuch, 1999), que produz novas informações, ao mudar de um sistema de representação para outro. Por exemplo, ao passar de uma lista de dados desordenada para um histograma visualiza-se a moda e percebe-se a simetria ou assimetria da distribuição.

A leitura correta dos gráficos tem sido investigada em educação estatística, definindo-se diferentes níveis de compreensão dos gráficos. Curcio (1987, 1989) descreve três níveis de leitura que denomina de "**ler os dados**" (leitura literal do gráfico sem interpretar as informações contidas nele), "**ler entre os dados**" (interpretação e integração dos dados do gráfico. Requer a habilidade para comparar quantidades e o uso de outros conceitos e destrezas matemáticas.) e "**ler além dos dados**" (previsões e inferências a partir de informações de dados que não se refletem diretamente no gráfico). Friel, Curcio e Bright (2001) ampliaram a classificação, definindo um novo nível

"*ler detrás dos dados*", que consiste avaliar criticamente o método de recolha dos dados, a sua validade e confiabilidade, bem como possíveis extensões das conclusões (p. 34).

Shaughnessy J.M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F.K. Lester (Ed.), *The Second Handbook of Research on Mathematics* (pp. 957–1010). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Num trabalho posterior, [Curcio] caracterizou três níveis para ler um gráfico: *ler* o gráfico, *ler dentro* do gráfico e *ler além* do gráfico (Curcio, 1989). Estas categorias ajudam a perceber a natureza complexa da compreensão de gráficos. Por exemplo, considere o gráfico sobre o consumo de sumo de frutas ao longo do tempo na figura 21.11. Este gráfico é baseado em dados recolhidos pelo Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (USDA) e publicado no seu site da Internet.

Para *ler o gráfico*, os alunos necessitam de pelo menos compreender a escala e as unidades de medida. Este é um gráfico ao longo do tempo, desde 1970 a 2000, e o eixo vertical é em galões por pessoa, por ano. É também importante para os alunos compreenderem que os dados "per capita" é uma taxa.

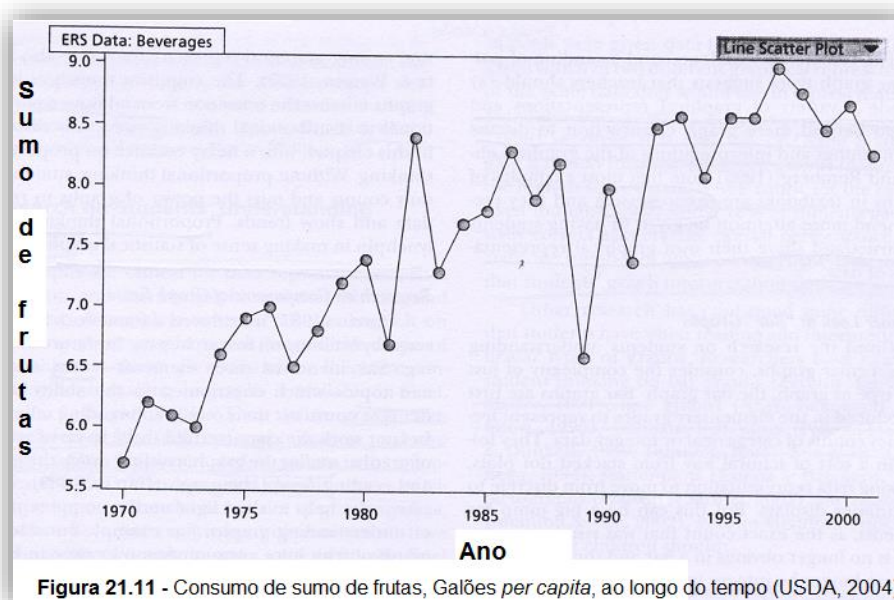


Figura 21.11 - Consumo de sumo de frutas, Galões per capita, ao longo do tempo (USDA, 2004)

Ler dentro do gráfico é especialmente importante para gráficos ao longo do tempo, para que possam perceber tendências gerais. Por exemplo, a linha mostra um ligeiro aumento geral a par de algumas quedas bruscas. Por que é que se verificou um aumento geral e por que é que as quedas bruscas ocorreram?

Ler além do gráfico, o nível de compreensão de gráficos mais elevado proposto por Curcio, inclui capacidades como efetuar projecções futuras e realizar questões sobre os dados. Por exemplo, podemos sugerir que o consumo de sumos de fruta aparece a decrescer no final do gráfico e que essa tendência pode mudar em algum momento no futuro. Ou então podemos perguntar qual a origem destes dados, como é que foram recolhidos, e como a USDA procedeu para calcular e estimar os "galões de sumo de fruta per capita" nestes anos.

Tenho defendido previamente (Shaughnessy, Garfield & Greer, 1996) um outro nível para a compreensão de gráficos para além dos três níveis de Curcio, que é *ler detrás dos dados* ou do gráfico. Isto envolve mais do que *ler além* do gráfico. Tal como Wild and Pfannkuch (1999) referem, deve sempre procurar-se causas especiais para a variação dos dados. O papel principal da estatística como uma disciplina científica

assenta em estabelecer conexões entre o gráfico e o seu contexto, que consiste no que se encontra *detrás* do gráfico. Por exemplo, no consumo de sumos podemos pensar nas influências históricas, económicas e demográficas que podem ter influenciado o consumo de sumo nos últimos 40 anos. Assim, na atividade de *ler detrás* do gráfico podemos conjecturar a razão pela qual na metade dos anos 80 a produção de sumo melhorou. Talvez tenha ocorrido uma mudança a partir de pomares menores para maiores locais centralizados de recolha e processamento de frutas para sumo. Com o passar do tempo, surgiu uma economia global e assim o sumo de fruta podia ser produzido e enviado com mais facilidade durante todo o ano de qualquer lugar do mundo. Essa maior disponibilidade pode ter contribuído para um crescimento mais rápido no consumo de sumos de frutas. Talvez uma geada mortífera possa explicar os dois anos, 1981 e 1989, que mostram uma queda drástica no consumo de sumo de frutas. Seja qual for a causa da queda por *detrás* dos dados naqueles anos, um acontecimento drástico afetou o consumo de sumo, mas foi seguido por uma rápida recuperação do *status quo* nos anos subsequentes. A queda brusca ocorrida durante os anos mais recentes pode ser devida ao aumento do consumo de outras bebidas, como refrigerantes ou água engarrafada. Estas são apenas algumas das possíveis causas especiais que podem afetar o consumo de sumo de frutas ao longo do tempo, que envolve olhar por *detrás* do gráfico e usar algumas capacidades de detective de dados para analisar a informação gráfica (pp. 989, 990).

[...]

Uma análise sumária da literatura de Friel et al. (2001) sobre a compreensão gráfica dos alunos identifica seis comportamentos que consideramos estritamente associados com a sentido de gráfico. Cada um destes seis comportamentos parecem relacionar-se com cada um dos três níveis de leitura de gráficos apresentados por Curcio (ler os dados, ler entre os dados, ler além dos dados). Sugere-se ainda dois comportamentos adicionais que se relacionam com o quarto nível proposto ler *detrás* dos dados.

1. Reconhece as componentes dos gráficos (*ler os dados*).
2. Falar a linguagem dos gráficos (*ler os dados*).
3. Compreender relações entre tabelas, gráficos e dados (*ler dentro dos dados*);
4. Dar sentido a um gráfico, evitando a personalização e mantendo de uma postura objetiva ao falar sobre gráficos (*ler dentro dos dados*);
5. Interpretar informação de um gráfico e responder questões sobre ele (*ler além dos dados*).
6. Reconhecer qual o tipo de gráficos mais apropriado para um determinado conjunto de dados e o seu contexto (*ler além dos dados*).

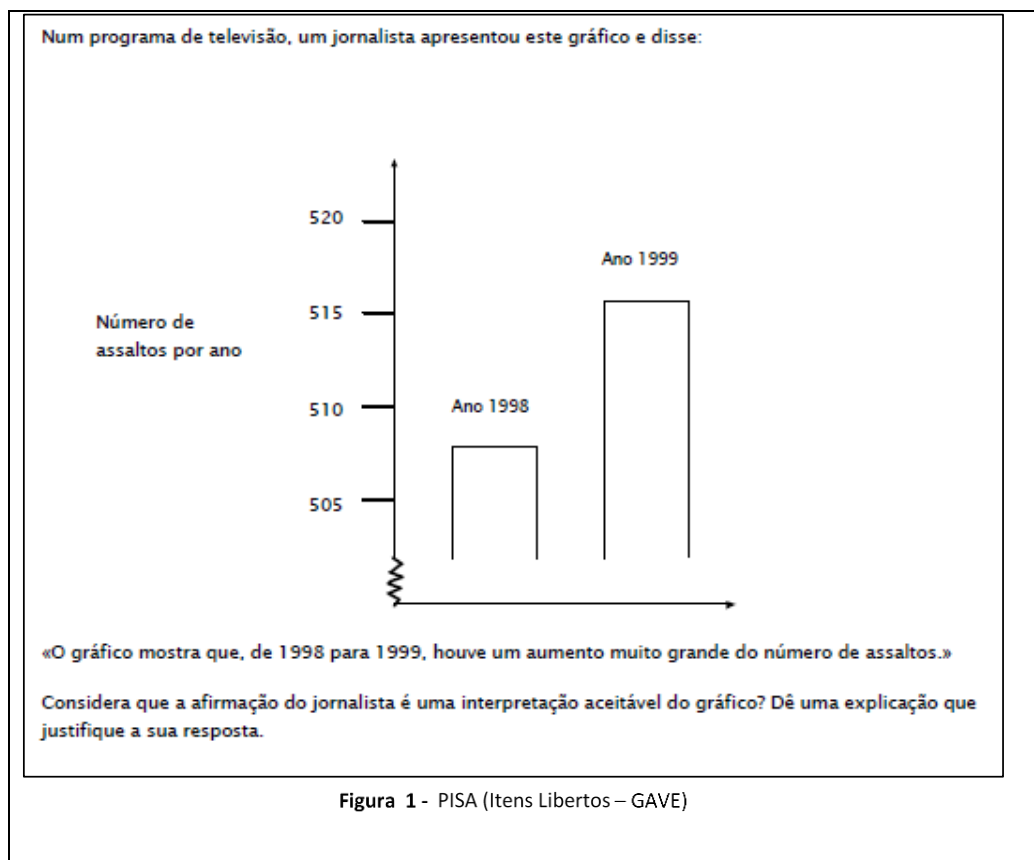
Acrescenta-se ainda,

7. Procurar possíveis causas para a variação dos dados (*ler detrás dos dados*).
8. Procurar relações entre as variáveis dos dados (*ler detrás dos dados*).

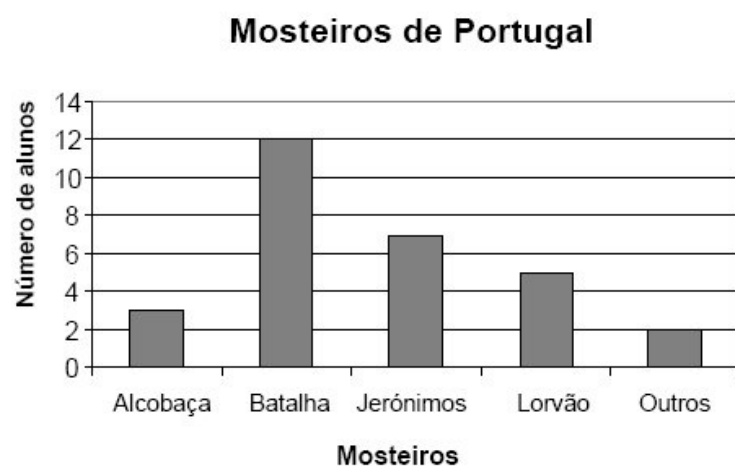
Os resultados cumulativos de várias investigações sobre sentido de gráfico indicam que os alunos têm deficientes capacidades de interpretação gráfica e não estão preparados para raciocinar além dos gráficos. Indicam também que, a não ser que o gráfico seja muito simples, os alunos podem ter dificuldades em ler o gráfico tão somente. No caso especial de ler *detrás* dos dados é determinante para realizar conexões entre o contexto e os dados. O sentido de gráfico básico como ler, ler dentro e ler além dos gráficos é determinante para o pensamento estatístico, raciocínio e literacia (p.991).

2. Discuta as seguintes questões:

- 2.1. Quais os níveis de compreensão gráfica (*ler o gráfico, ler dentro do gráfico, ler além do gráfico ou ler detrás do gráfico*) que pretende desenvolver cada um dos gráficos apresentados. Justifique.



Na turma da Bela, todos os alunos responderam à questão: «Que mosteiro de Portugal gostarias de visitar?»
Cada aluno deu uma única resposta. Com as respostas obtidas, construíram o gráfico seguinte.

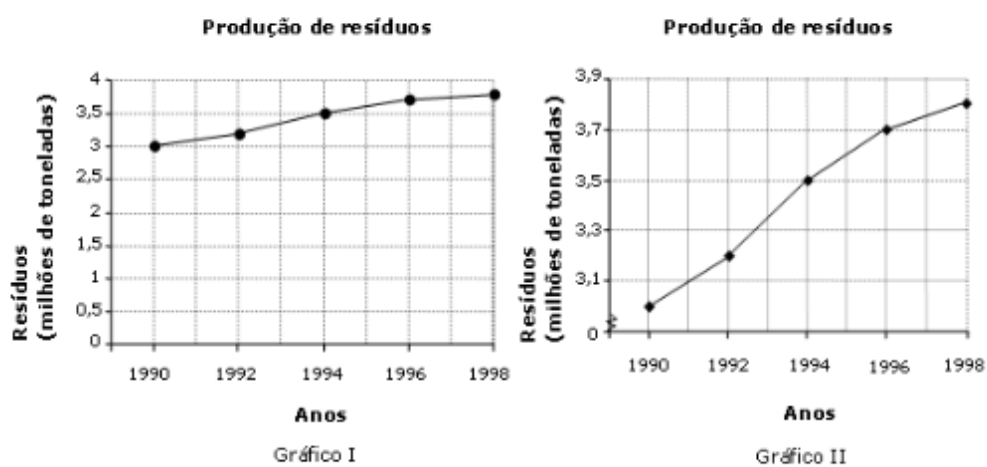


X.1 Quantos alunos tem a turma da Bela?

X.2 Escreve mais uma pergunta que possa ser respondida com informação do mesmo gráfico.

Figura 1 - PISA Banco de Itens do GAVE – PA (2007)

Na aula de Geografia, a professora apresentou os dois gráficos seguintes, relativos à produção de resíduos domésticos em Portugal Continental.



X.1

Assinala, com X, a conclusão a que podes chegar a partir da análise dos gráficos.

- O gráfico II representa um crescimento real mais acentuado do que o gráfico I.
- O gráfico I representa um crescimento real lento, sendo o gráfico II uma representação incorrecta.
- O gráfico II representa um crescimento real muito brusco, sendo o gráfico I incorrecto.
- A aparente diferença de crescimento nos dois gráficos decorre da escolha de diferentes escalas.

X.2

Qual dos gráficos utilizarias se quisesses fazer uma campanha de sensibilização a favor da reciclagem do lixo?

Explica a tua resposta.

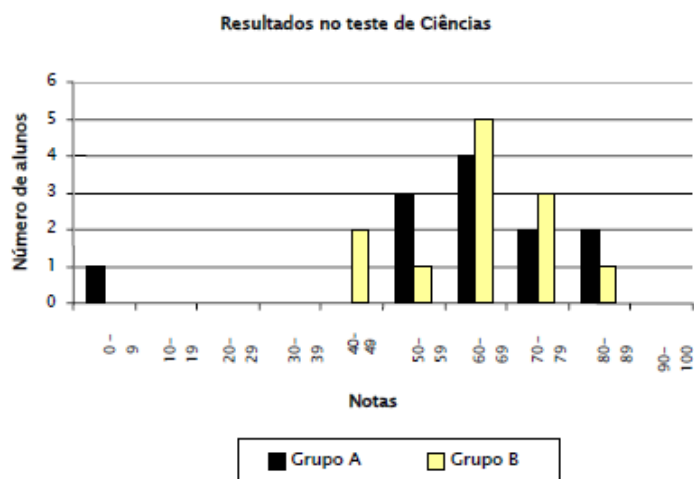
Figura 1 - Banco de Itens do GAVE (Exames Nacionais 3.º ciclo)

RESULTADOS DE UM TESTE

Questão 1: RESULTADOS DE UM TESTE

O gráfico seguinte mostra os resultados de um teste de Ciências obtidos por dois grupos de alunos, designados por «Grupo A» e «Grupo B».

A nota média no grupo A é de 62,0 e no grupo B de 64,5. Os alunos passam neste teste se tiverem uma nota igual ou superior a 50.



Com base neste gráfico, o professor concluiu que o grupo B teve melhores resultados neste teste do que o grupo A.

Os alunos do grupo A não estão de acordo com o professor. Tentam convencer o professor de que o grupo B não teve necessariamente melhores resultados.

Utilizando o gráfico, apresente um argumento matemático que possa ser utilizado pelos alunos do grupo A.

Figura 1 – Banco de Itens do GAVE (Exames Nacionais 3.º ciclo)

As estradas de Portugal possuem um Sistema Integrado de Controlo e Informação de Tráfego destinado à recolha, tratamento e divulgação de dados de tráfego.

Na tabela seguinte apresenta-se o tráfego médio diário, registado em duas das travessias do Rio Tejo, ao longo dos vários meses do ano de 2006.

2006	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
Ponte 25 Abril	147.088	148.015	151.802	158.167	161.566	157.625	167.607	165.710	157.951	149.995	147.915	145.681
Ponte Vasco da Gama	61.758	61.994	64.004	64.582	67.008	64.298	68.990	68.512	67.224	65.488	64.850	64.806

X.1

Analisa a variação de tráfego no primeiro trimestre de 2006 e responde às seguintes questões:

A. qual das pontes registou maior aumento de tráfego, em valor absoluto? Qual é o valor do aumento de tráfego?

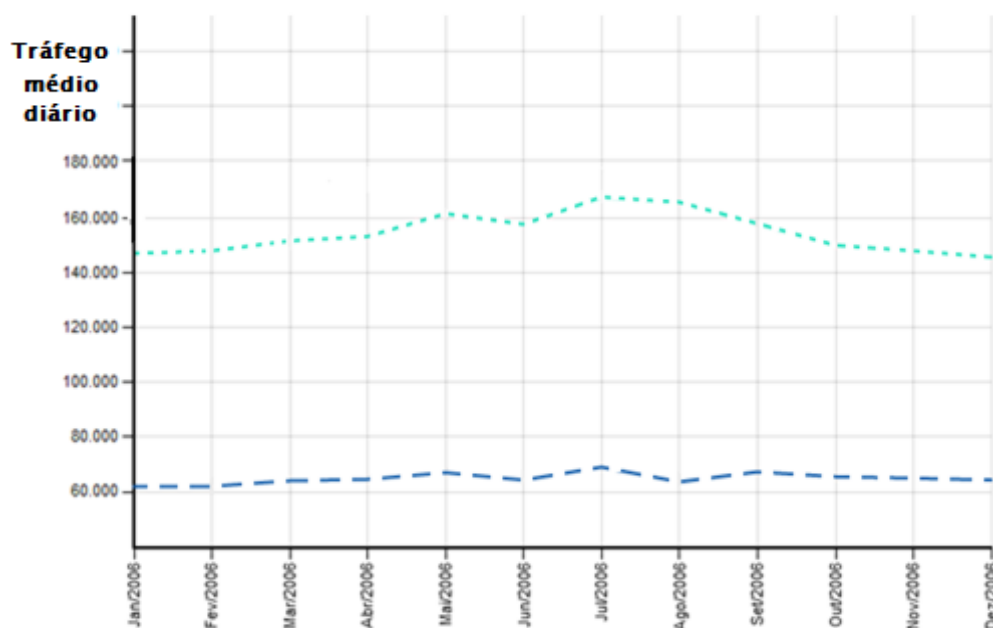
B. em qual das pontes foi maior a variação percentual de tráfego? Apresenta os cálculos que efectuaste.

X.2

Na travessia da Ponte 25 de Abril, no mínimo paga-se 1,30 €, mas só num dos sentidos. No entanto, no mês de Agosto a travessia é sempre grátis. Se o tráfego nos dois sentidos for sensivelmente o mesmo, estima o valor não cobrado no mês de Agosto. Justifica a tua resposta.

X.3

Os gráficos seguintes representam os dados da tabela acima.



A. Identifica o gráfico que corresponde ao tráfego de cada uma das pontes.

B. Representa no referencial o total do tráfego médio diário nas duas travessias do Tejo.

X.4

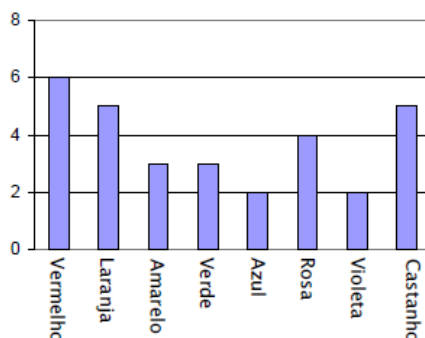
Em que mês, o tráfego aumentou numa das pontes e na outra diminuiu? Indica uma razão que possa explicar a situação.

Figura 1 - Banco de Itens do GAVE (Exames Nacionais 3.º ciclo)

BOMBONS COLORIDOS

Questão 1: BOMBONS COLORIDOS

A mãe do Roberto vai deixá-lo tirar um bombom de um saco. O Roberto não pode ver os bombons. O número de bombons de cada cor que há no saco está indicado no gráfico seguinte.



Qual é a probabilidade de o Roberto tirar um bombom vermelho?

- A 10%
- B 20%
- C 25%
- D 50%

Figura 1 - Banco de Itens do GAVE (Exames Nacionais 3.º ciclo)

Como andam os gastos do telemóvel?

No último mês, a mãe da Carolina teve a sensação de que a sua filha andava a fazer demasiados gastos em telemóvel. Pediu-lhe então que verificasse a sua conta no site da operadora telefónica e lhe apresentasse informação sobre os seus gastos dos últimos seis meses.

A Carolina registou os seus gastos em euros na seguinte tabela:

Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr
22	18	20	10	10	40

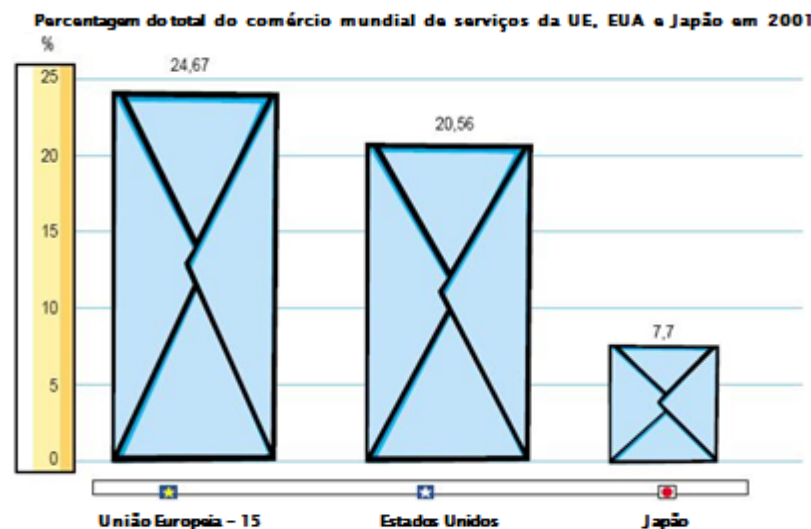
Depois disso, decidiu apresentar à mãe os valores num gráfico de barras, ficando indecisa sobre uma das seguintes hipóteses:

- Um gráfico com uma barra por mês?
- Um gráfico agrupando os meses dois a dois?
- Um gráfico agrupando os primeiros três meses e os três últimos?

O que te parece? O que farias se fosses a Carolina? Porquê?

Constrói o gráfico que elegeste.

Em 2001 a União Europeia era líder mundial da exportação de serviços (turismo, banca, seguros e transportes): 307 mil milhões de euros, quase um quarto do total mundial.



Fonte: Eurostat - "Factos e números essenciais sobre a União Europeia" - edição 2004

X.1

Qual foi aproximadamente, em milhões de euros, o volume de negócios no âmbito dos serviços, nos Estados Unidos?

X.2

O pictograma da figura **não traduz correctamente a informação pretendida.**

Verifica que a relação entre as áreas dos envelopes dos Estados Unidos e do Japão não é igual à relação entre as percentagens correspondentes e indica as dimensões que o envelope do Japão deve ter para que o pictograma esteja correctamente construído.

Figura 1 - Banco de Itens do GAVE (Exames Nacionais 3.º ciclo)

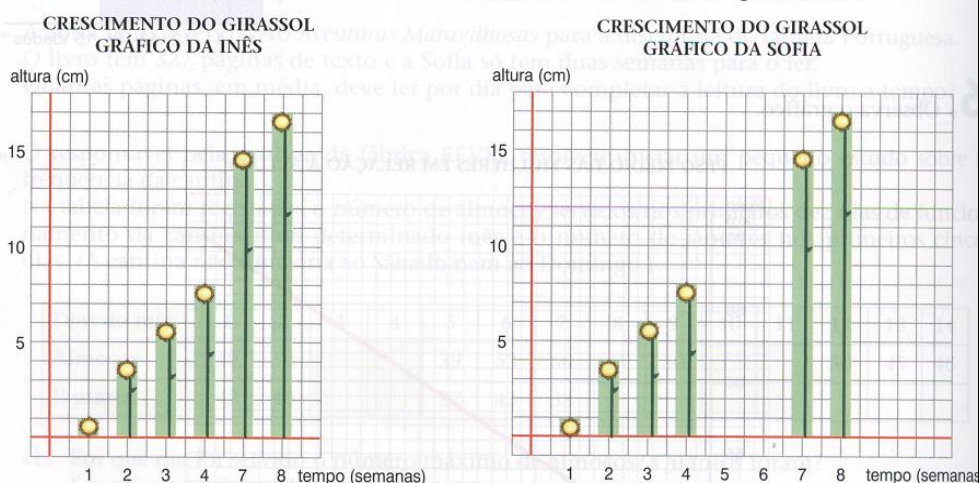
Crescimento do girassol

A Sofia e a Inês plantaram um girassol. Para estudarem o seu crescimento decidiram que todos os Sábados mediriam a altura da planta.

Infelizmente, durante duas semanas, a Sofia e a Inês foram de férias e, por isso, ficaram com uma falha nos dados que recolheram, na seguinte tabela:

Tempo (semanas)	1	2	3	4	7	8
Altura (cm)	1	4	6	8	15	17

Apesar de tudo, as duas primas decidiram fazer um gráfico com os dados que tinham:



- Qual das duas raparigas fez o gráfico que melhor ilustra a situação? Porquê?
- A partir do gráfico da Sofia, estima a altura do girassol nas quinta e sexta semanas.

...mais longe

- Prevê qual poderá vir a ser a altura da planta na nona semana. Achas que a planta, continua sempre a crescer ao mesmo ritmo?

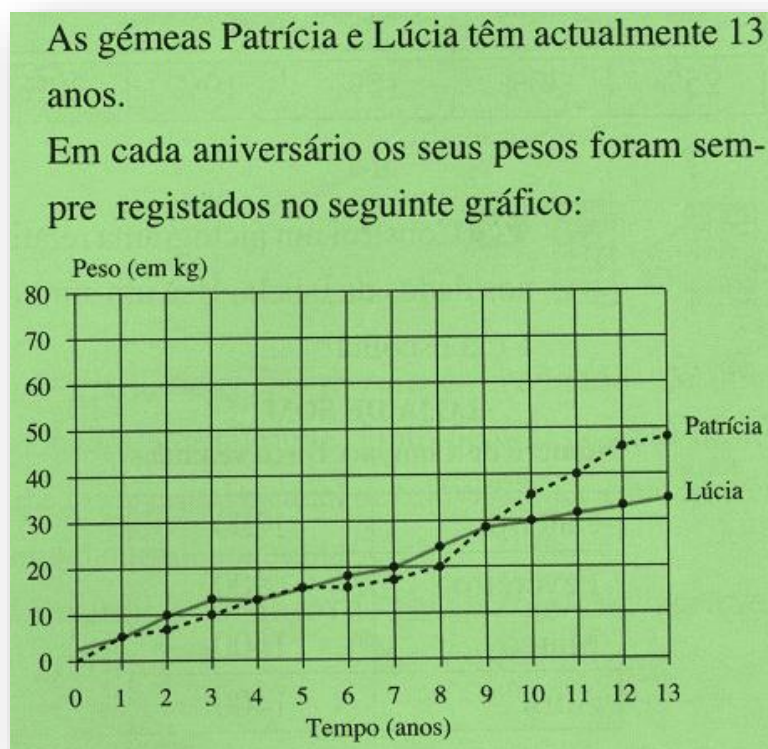
Figura 1 – Matematicando 6 – Texto Editora

Que jogos jogam os colegas da Carolina?

Os alunos do segundo ciclo da escola da Carolina foram inquiridos sobre os seus desportos preferidos. Os dados obtidos foram organizados na seguinte tabela de frequências:

Desporto	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Futebol	64	29.9
Voleibol	36	16.8
Basquetebol	54	25.2
Tênis	38	17.8
Andebol	22	10.3
Total	214	100

1. Considere o seguinte gráfico. Construa uma tarefa que contenha questões que se enquadrem nos diferentes níveis de compreensão gráfica propostos pela bibliografia analisada.



Sessão de trabalho colaborativo 5 - PowerPoint Informativo 4

Níveis de compreensão gráfica

Sessão de trabalho colaborativo n.º 5
23/04/12

Competência gráfica consiste:

- (a) Interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, que aparece nos gráficos tanto em contexto educativo, como os que se encontram nos meios de comunicação, mas não se limitar a eles, e
- (b) ser capaz de construir correctamente um gráfico que represente a informação estatística de uma forma eficiente (Gal, 2002).

Fatores que condicionam a compreensão de um gráfico

- **Conhecimento prévio do tema a que o gráfico se refere** – se o contexto é ou não familiar aos alunos;
- **Conhecimento prévio do conteúdo matemático do gráfico**, isto é, os conceitos numéricos, as relações e operações contidas no mesmo (ex.: gráfico circular e a percentagem e proporcionalidade);
- **Conhecimento prévio do tipo de gráfico utilizado** (gráfico de barras, pictograma, etc.) (Curcio, 1989).

A competência gráfica e o contexto escolar

- **A leitura de gráficos no contexto escolar é uma tarefa mais limitada** que a interpretação desses gráficos fora da mesma, porque enquanto na escola só é pedido aos estudantes uma resposta correta do ponto de vista matemático, fora da escola intervem também o conhecimento do contexto com que se relaciona o tema do gráfico (Monteiro & Ainley, 2006, 2007).

Resultados de estudos mostram que:

- O estudo de gráficos não é um conteúdo fácil para os alunos, ao contrário do que pensam os professores;
- Os alunos têm mostrado um desempenho fraco na construção de gráficos estatísticos que se refletirá na sua capacidade de utilizar criticamente a informação e exercerem uma cidadania informada e reflexiva.
- As dificuldades dos alunos estão relacionadas com a resistências e desconforto dos professores em ensinar este tema (Fernandes et al., 2011)

Tarefa 1

Identificar os níveis de compreensão gráfica que os gráficos apresentados pretendem desenvolver

Gráfico 1:

Nível 4 – ler os dados do gráfico
Analisar criticamente a confiabilidade, validade e completude dos dados descrevendo possíveis inconsistências e nomeadamente pela escolha de escala do eixo vertical.

Gráfico 2:

Nível 1 – ler os dados do gráfico
Ler os dados diretamente do gráfico e gerar informação - não interpretar, refletindo criticamente sobre os dados e gráficos apresentados nos gráficos.

Gráfico 3:

Nível 4 – ler os dados do gráfico
Analisar criticamente a confiabilidade, validade, fiabilidade e completude dos dados descrevendo possíveis inconsistências nomeadamente pela escolha de escala do eixo vertical.

Sessão de trabalho colaborativo 5 - PowerPoint Informativo 4

Gráfico 4:

Nível 2 – ler dados do gráfico:
 Interpretar a interpretação e interpretação dos dados do gráfico. Reconhecer a utilidade para comparar quantitativa e a sua de outros contextos e descrever qualitativamente o facto de modo de uma medida de tendência central, como a média, e ser influenciado por valores extremos.

Gráfico 5:

Nível 4 – ler dados do gráfico:
 Interpretar a partir de informação do gráfico que o facto de reflectir o fenómeno do gráfico. Procurar possíveis causas para a variação dos dados.

Gráfico 6:

Nível 2 – ler dados do gráfico:
 Interpretar a interpretação e interpretação dos dados do gráfico. Reconhecer a utilidade para comparar quantitativa e a sua de outros contextos e descrever qualitativamente o facto de modo de uma medida de tendência central, como a média, e ser influenciado por valores extremos.

Gráfico 7:

Como analisar um gráfico de barras?
 De que modo pode o gráfico de barras ser utilizado para apresentar e interpretar dados? Qual a utilidade do gráfico de barras para apresentar e interpretar dados? Qual a utilidade do gráfico de barras para apresentar e interpretar dados?

Classe	Nota	Classe	Nota	Classe	Nota
100	100	100	100	100	100

Nível 4 – ler dados do gráfico:
 Analisar criticamente a credibilidade, validade, fiabilidade e completude dos dados apresentados, nomeadamente pelo facto de áreas de barras não ser proporcionais às percentagens correspondentes.

Gráfico 8:

Nível 4 – ler dados do gráfico:
 Analisar criticamente a credibilidade, validade, fiabilidade e completude dos dados apresentados, nomeadamente pelo facto de áreas de barras não ser proporcionais às percentagens correspondentes.

Gráfico 9:

Nível 2 – ler dados do gráfico:
 Interpretar a interpretação e interpretação dos dados do gráfico. Reconhecer a utilidade para comparar quantitativa e a sua de outros contextos e descrever qualitativamente o facto de modo de uma medida de tendência central, como a média, e ser influenciado por valores extremos.

Gráfico 10:

Que jogos jogam os alunos de Coimbra?

Jogo	Número de alunos	Porcentagem relativa (%)
Basquetebol	10	20%
Futebol	30	60%
Voleibol	10	20%
Teniz	5	10%
Badminton	5	10%
Outros	10	20%

Nível 3 – ler dados do gráfico:
 Reconhecer qual o tipo de gráfico mais apropriado para um determinado conjunto de dados e o seu conteúdo.

Tarefa 2

Análise do manual escolar MSI – 6
 Identificar os níveis de compreensão gráfica que os gráficos apresentados pretendem desenvolver

Manual CSI - 6

- As propostas referentes a gráficos do manual situam-se de uma forma geral nos níveis 1 e 2 da compreensão gráfica.
- Experiências escolares limitadas nomeadamente aquelas que apelam apenas ao desenvolvimento de competências de nível 1 e 2 de compreensão gráfica reflectir-se-ão na capacidade dos alunos de utilizarem criticamente a informação e exercerem uma cidadania informada e reflexiva – literacia estatística.

Sessão de trabalho colaborativo 5 -
PowerPoint Informativo 4

Tarefa 3

**Construção de uma tarefa que contenha
questões que se enquadrem nos
diferentes níveis de compreensão gráfica
propostos pela bibliografia analisada.**

Tarefa



- Nível 1:**
1. Aos 10 anos quanto "pesaram":
a) A Patrícia?
b) A Luísa?
- Nível 2:**
2. Em que cidade o "peso" de Luísa foi superior ao da Patrícia?
 3. E que cidade os dois irmãos tiveram o mesmo "peso"?
- Nível 3:**
4. No teu opinião, qual dos dois gráficos está mais "peso" aos 14 anos? Justifica.
- Nível 4:**
5. Que se razões que poderão estar por trás da grande diferença de "peso" observada entre os dois irmãos?
 6. Tê-lo os irmãos sido "pesados" com a mesma balança? A mesma hora?