

# **Notas de Geofísica Aplicada**

**Departamento de Física  
Universidade de Évora**

**António Correia**

**(Versão 2020)**

# Índice

|  |    |
|--|----|
| Capítulo I – Generalidades   | 3  |
| Capítulo II - Introdução à Geofísica Aplicada<br>(ou Prospecção Geofísica) | 10 |
| Capítulo III – Prospecção Geoelétrica                                      | 16 |

# Capítulo I

## Generalidades

### **1. Conceitos de homogeneidade, heterogeneidade, isotropia e anisotropia.**

Os conceitos de homogeneidade, heterogeneidade, isotropia e anisotropia têm a ver com a maneira como uma dada propriedade (quer seja física, química ou outra) se distribui numa rocha, seja ela uma amostra de mão ou um maciço rochoso.

Quando uma dada propriedade (que do ponto de vista da geofísica pode ser a massa volúmica, a resistividade elétrica, a velocidade de propagação das ondas sísmicas, a suscetibilidade magnética, a condutividade térmica, etc.) apresenta o mesmo valor por todo o volume da rocha, então essa rocha diz-se homogénea em relação a essa propriedade; quando varia de ponto para ponto, ao longo do volume da rocha, a rocha diz-se heterogénea em relação a essa propriedade. É de notar que uma rocha pode, assim, ser homogénea em relação a uma dada propriedade e ser heterogénea em relação a outra.

Quando uma dada propriedade não varia, por todo o volume da rocha, com a orientação em que é medida então essa rocha diz-se isotrópica em relação a essa propriedade; quando varia de ponto para ponto, ao longo do volume da rocha, a rocha diz-se anisotrópica em relação a essa propriedade. É de notar que, novamente, uma rocha pode ser isotrópica em relação a uma dada propriedade e ser anisotrópica em relação a outra.

Claro que numa amostra pode verificar-se que para uma, ou várias propriedades, ela se pode comportar como homogénea e isotrópica, como heterogénea isotrópica, como homogénea e isotrópica e como heterogénea e anisotrópica.

Finalmente é ainda de notar que a homogeneidade, a heterogeneidade, a isotropia e a anisotropia podem variar dentro de uma mesma rocha de acordo com a escala que estivermos a considerar; assim, uma dada rocha

pode comportar-se como homogénea em grande escala e como heterogénea numa escala menor; por exemplo, em relação à massa volúmica, um granito porfiróide pode comportar-se como homogéneo à escala do maciço rochoso e como heterogéneo à escala da amostra de mão (o quartzo, os feldspatos e as micas têm massas volúmicas diferentes).

## 2. Porosidade

A porosidade é uma medida do volume de poros num dado material ou numa dada amostra rochosa. Na verdade, ao falar-se de poros estamos a falar de um volume que pode ser preenchido por um fluido (ar, água, petróleo) numa matriz sólida ou rochosa.

Por definição a porosidade, que é hábito representar pela letra grega  $\varphi$ , é o cociente entre o volume de poros  $V_P$  de uma amostra e o volume total da amostra  $V_T$ :

$$\varphi = \frac{V_P}{V_T}. \quad (1)$$

Como o volume total da amostra é igual à soma do volume da matriz ( $V_M$ ) e dos poros ( $V_P$ )  $V_T = V_M + V_P$ , vem

$$\varphi = \frac{V_T - V_M}{V_T} = 1 - \frac{V_M}{V_T}, \quad (2)$$

o que implica que (matematicamente) a porosidade pode variar entre  $0 \leq \varphi \leq 1$  e é um número sem unidades.

### 3. Resistividade elétrica

A lei de Ohm e a equação de definição da resistividade elétrica de um dado material são as equações fundamentais da prospecção geoeletrica. A lei de Ohm diz que se se fizer passar uma corrente elétrica  $i$  através de um condutor de resistência elétrica  $R$ , então aos seus terminais vai gerar-se uma diferença de potencial  $V$  (Fig. 1):

$$V = R \cdot i . \quad (3)$$

Contudo, a resistência elétrica não define, de um ponto de vista das propriedades elétricas, esse material. Na verdade, diferentes massas de um dado material terão diferentes resistências elétricas de acordo com a sua geometria e dimensão. Se considerarmos diferentes geometrias de um mesmo material pode dizer-se que a resistência elétrica desse material vai ser proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à secção que essa mesma corrente tem que atravessar. A constante de proporcionalidade é a chamada resistividade elétrica que, essa sim, caracteriza de um ponto de vista elétrico o material. Assim, se tivermos uma amostra de um dado material ou rocha com um comprimento  $l$  e uma secção  $A$  pode escrever-se

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (4)$$

onde  $\rho$  é a resistividade elétrica (em ohm.m ou  $\Omega.m$ ),  $l$  é o comprimento (em m) e  $A$  é a secção (em  $m^2$ ).

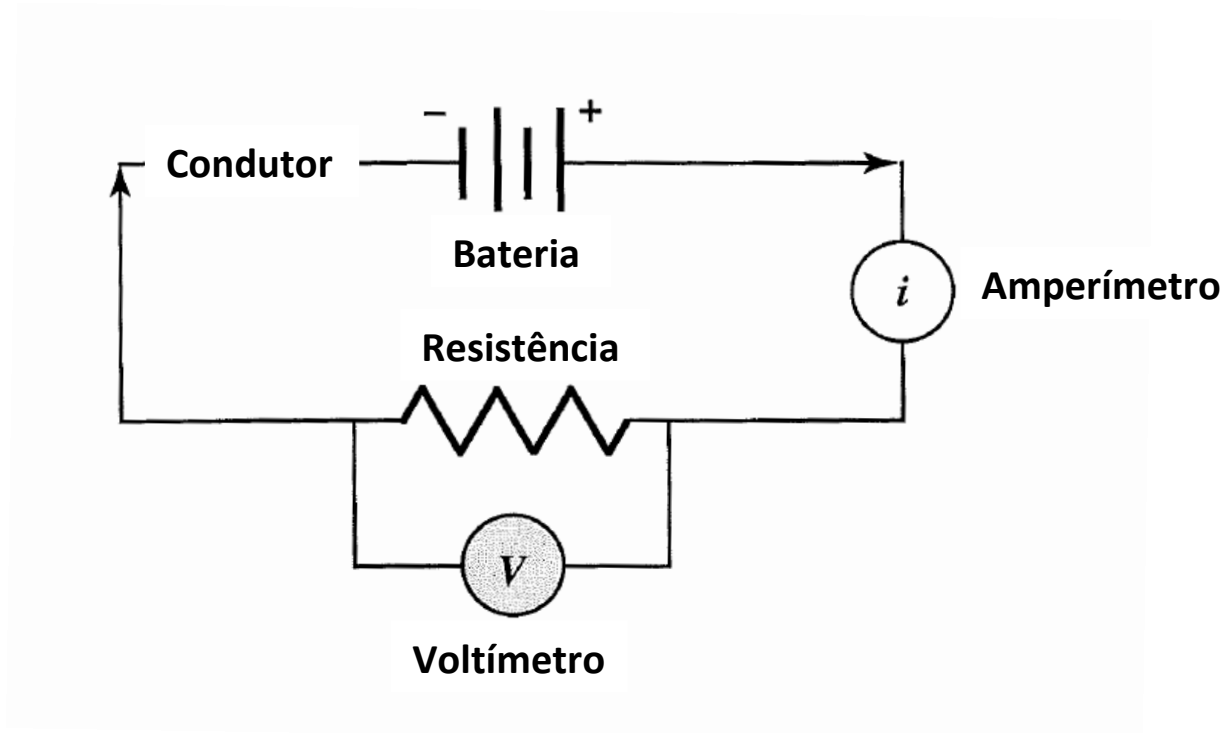


Fig. 1

Das equações (3) e (4) vem que

$$\frac{V}{i} = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (5)$$

que, resolvendo em ordem à resistividade elétrica,  $\rho$ , dá:

$$\rho = \frac{V}{i} \cdot \frac{A}{l} \quad (6)$$

A eq. (6) mostra que, para uma dada amostra rochosa com uma forma regular (paralelepípedo, cubo ou cilindro), medindo o comprimento ao longo do qual a corrente  $i$  passa e a secção  $A$  que ela tem que atravessar, e medindo ainda a corrente elétrica que a atravessa e a diferença de potencial aos seus extremos, como é mostrado na Fig. 1, podemos determinar experimentalmente a resistividade elétrica da amostra. A eq.

(6) é, então, uma equação que nos diz como determinar experimentalmente a resistividade elétrica de uma rocha ou outro material sólido qualquer. A unidade de resistência elétrica é ohm ou  $\Omega$  e a unidade de resistividade elétrica é ohm.m ou  $\Omega.m$ .

#### 4. Lei de Archie

A resistividade elétrica de uma rocha depende de vários parâmetros como a mineralogia dessa rocha, a sua porosidade, o fluido que preenche os poros, o grau de saturação dos poros, a cimentação, a permeabilidade e a temperatura. Parte dessas dependências são relacionadas através da lei de Archie

$$\rho_r = \rho_w \cdot a \cdot \varphi^{-m} \cdot S^{-n} \quad (7)$$

onde  $\rho_r$  é resistividade elétrica da rocha,  $\rho_w$  é resistividade elétrica da água que preenche os poros,  $\varphi$  é porosidade,  $S$  é saturação ( $0 \leq S \leq 1$ ),  $a$  varia entre 0,5 e 2,5,  $m$  varia entre 1,3 e 2,5 e  $n \sim 2$ . O expoente  $m$  é um fator empírico e tem o nome de fator de cimentação; o fator  $a$  é também um fator empírico e está relacionado com a tortuosidade ( $T=L/l$ , onde  $T$  é a tortuosidade,  $L$  é a dimensão da amostra e  $l$  é a dimensão do percurso que o fluido faz dentro da amostra).

Há ainda que considerar que a temperatura influencia a resistividade elétrica de uma rocha; por um lado, a maioria dos materiais apresentam um maior ou menor decréscimo da resistividade elétrica com o aumento da temperatura; contudo, esse decréscimo é mais acentuado em fluidos. Para a água a resistividade elétrica varia com a temperatura  $T$  através da seguinte equação

$$\rho_w(T) = \frac{\rho_w(18)}{1+\beta(T-18)} \quad (8)$$

onde a temperatura é em graus Celsius,  $\rho_w$  (18) é a temperatura da água a 18 °C e  $\beta=0,025 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Por vezes a expressão da lei de Archie aparece com outro aspeto. Na verdade, é hábito definir fator de formação como

$$F = \rho_r / \rho_w \quad (9)$$

onde, como anteriormente,  $\rho_r$  é resistividade elétrica da rocha e  $\rho_w$  é resistividade elétrica da água que preenche os poros.

## PROBLEMAS

1. Calcule a resistividade elétrica das três rochas seguintes admitindo as rochas estão saturadas e que a resistividade elétrica da água é de 1  $\Omega$ .m:

Grés miocénico:  $F=0,78.\varphi^{-1,92}$  com  $\varphi=10\%$

Calcário oolítico  $F=2,3.\varphi^{-1,64}$  com  $\varphi=4\%$

Rocha ígnea  $F=1,4.\varphi^{-1,58}$  com  $\varphi=1\%$ .

2. Fazer o mesmo cálculo que é pedido no problema anterior mas substituindo os valores de  $a$  e de  $m$  pelos valores inteiros mais próximos dos valores dados anteriormente. Compare os resultados obtidos com os obtidos em 1. e tire as conclusões que achar mais apropriadas.

3. Três rochas sedimentares apresentam as seguintes resistividades elétricas médias:

Formação lacustre: 30  $\Omega$ .m

Formação lacustre: 60  $\Omega$ .m

Formação marinha: 120  $\Omega$ .m.

Supondo que  $a=1$ , que  $m=2$  e que a resistividade elétrica da água é de 1,5  $\Omega$ .m nas formações lacustres e 0,5  $\Omega$ .m na formação marinha, calcule a porosidade daquelas três formações admitindo que estão saturadas.



4. Numa sondagem elétrica vertical (SEV) observou-se que um dado grés argiloso apresentava uma resistividade elétrica de  $20 \Omega \cdot m$  à superfície e  $35 \Omega \cdot m$  à profundidade de 150 metros. Dê uma explicação plausível para este facto.

## Capítulo II

### Introdução à Geofísica Aplicada (ou Prospecção Geofísica)

#### 1. Divisões da Geofísica

A Geofísica *sensu lato* estuda toda a Terra, desde o seu interior, passando por toda a atmosfera, até distâncias da sua superfície que podem atingir 15.000 km e onde se fazem ainda sentir o campo magnético e gravítico com intensidades ainda relativamente elevadas; para isso utiliza as leis da Física. A Geofísica pode então ocupar-se de disciplinas tão distintas como a Meteorologia, a Oceanografia, a Aeronomia, a Geofísica Interna, etc.

A Geofísica Interna estuda a parte sólida da Terra que se encontra abaixo da sua superfície. Pode ainda dividir-se, ainda que de maneira artificial, em dois ramos: a Prospecção Geofísica (ou Geofísica Aplicada) e a Geofísica Teórica (ou Geofísica Global). A primeira está preocupada com a procura de materiais (geológicos) que se encontram no subsolo e que podem ser utilizados para a atividade humana; a segunda estuda Terra como um *continuum*, como uma massa contínua em que as várias propriedades variam sem grandes descontinuidades.

Nestas notas vão-se apenas detalhar os métodos da Geofísica Aplicada ou Prospecção Geofísica.

Pode dizer-se que a Geofísica Aplicada tem por finalidades fundamentais: (a) a deteção e delimitação de depósitos com concentrações de materiais geológicos economicamente rentáveis; (b) a eliminação de áreas para a realização de trabalhos de prospecção geofísica; por outro lado, a prospecção geofísica é menos cara do que a prospecção direta por perfuração mecânica ou escavação.

## 2. Fundamentos da Prospecção Geofísica

A possibilidade de utilizar os métodos da Prospecção Geofísica para encontrar depósitos (concentrações) com materiais geológicos úteis à Humanidade e economicamente rentáveis depende, fundamentalmente, da existência de **contraste** de uma dada propriedade física (densidade, suscetibilidade magnética, velocidade de ondas sísmica, etc.) ou química entre esse depósito e o meio geológico em que encaixada ou incluída (o meio envolvente do depósito). A existência ou não de contraste de uma ou mais propriedades físicas dos materiais a procurar é tão importante que se pode afirmar que sem contraste não há Prospecção Geofísica. A limitação fundamental à realização de qualquer campanha de Prospecção Geofísica é a não existência de contraste da propriedade física associada ao método geofísico a utilizar entre o alvo geológico (concentração ou depósito geológico) e o ambiente geológico envolvente (formações geológicas onde o depósito está localizado).

Assim, podemos dizer que há dois tipos de limitações à utilização dos métodos da Prospecção Geofísica; o primeiro, que se pode dizer que é fundamental, é a inexistência de contraste entre o alvo geológico e a rocha encaixante; tem, por isso, o nome de **limitação principal**. O segundo tipo de limitação é, na realidade, um conjunto de limitações a que é hábito chamar de **limitações subsidiárias** e que são três: (a) limitação que resulta da falta de sensibilidade do instrumento que é utilizado; (b) limitação que resulta da dificuldade de detetar contrastes de uma dada propriedade física à medida que a distância entre o alvo geológico e o aparelho geofísico utilizado aumenta; (c) limitação que resulta da ambiguidade associada ao facto de alguns dos métodos da Prospecção Geofísica serem incapazes de discriminar entre geometrias, profundidades e dimensões dos alvos geológicos detetados.

### 3. Problema direto e problema inverso

Qualquer problema em Geofísica (e em ciência, de maneira geral) compreende três componentes: um dado processo físico ou fenômeno natural (componente 1) dá origem, via leis físicas e via propriedades físicas dos materiais (componente 2) a um conjunto de dados ou observações obtidos por um processo qualquer (componente 3).

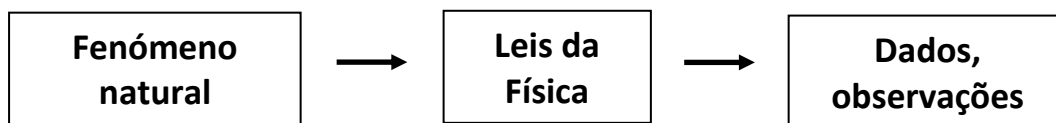


Fig. 2

O **problema direto** (ou resolver o problema direto) é ler o esquema (ou fazer cálculos) da Fig. 2 no sentido indicado pelas setas; o **problema inverso** consiste em ler o esquema (ou fazer cálculos) da Fig. 2 em sentido contrário ao indicado pelas setas. Ou seja, se tivermos, à partida, algum conhecimento ou alguma ideia de como um dado fenômeno natural ou físico acontece (i.e., um modelo da realidade) podemos, mediante o conhecimento das leis que regem esse fenômeno, calcular a resposta (dados calculados ou sintéticos) que podemos esperar serem produzidos por esse modelo; a resposta (dados calculados ou sintéticos) pode então ser comparada com os dados ou observações reais para verificar até que ponto o modelo é uma representação aproximada (mais ou menos real, mais ou menos fiel) da realidade representada pelo modelo. Por outro lado, no problema inverso os dados ou as observações são o ponto de partida para gerar modelos que possam explicar esses dados ou essas observações mediante a imposição de constrangimentos inferidos de acordo com o que é conhecido quanto aos dados ou observações e às suas distribuições estatísticas. De maneira geral o problema direto é mais fácil de resolver (calcular) do que o problema inverso; por outro lado, o problema inverso gera, na maioria dos casos, várias soluções (modelos) que têm que ser analisados de maneira complementar para verificar a sua

aptidão ou consistência com a realidade geológica ou geofísica do local que se pretende conhecer através de modelos geofísicos.

#### **4. O sinal em Geofísica**

Quando se faz Geofísica, em geral, ou Prospeção Geofísica, em particular, há sempre informação que é obtida através de um equipamento; essa informação é-nos dada sob a forma de um **sinal** cuja composição é constituída por uma **mensagem** (a parte que nos interessa conhecer do sinal) e **ruído** (parte do sinal que mascara a mensagem e que interessa reduzir ao mínimo). O ruído está sempre presente em qualquer sinal e é preocupação de todos que trabalham com sinais (quaisquer que eles sejam) de o reduzir. Há essencialmente três tipos de ruído: (a) instrumental, que está sempre presente mas tem vindo a ser reduzido à medida que novos avanços tecnológicos têm sido introduzidos nos equipamentos; (b) geológico, resultante de perturbações induzidas por fenómenos naturais exteriores aqueles que estão a ser medidos pelos equipamentos (vento, chuva, viaturas em movimento, linhas de alta tensão, etc.); (c) introduzido pelo operador dos equipamentos durante o processo de leitura. Contudo, é de notar que o que é ruído para um dado investigador pode ser a mensagem para outro e vice-versa; veja-se, por exemplo, o caso da prospeção sísmica de refração e a zonagem sísmica.

Finalmente, os sinais que são detetados e medidos por um dado equipamento geofísico e lidos por um dado operador são o resultado de uma variação natural de uma dada propriedade física ou química ou o resultado de um estímulo artificial introduzido no meio geológico que está a ser analisado. Assim, em Geofísica, os métodos geofísicos empregues para medir a variação de uma propriedade física sem estimulação do meio têm o nome de métodos passivos; aqueles que medem a variação de uma propriedade física com estimulação do meio através de introdução de energia nesse meio (como, p. ex., uma corrente elétrica, energia mecânica (explosão) ou outra) tomam o nome de métodos ativos.

Tabela 1 – Tabela resumo dos métodos da Prospecção Geofísica mais comuns.

| <b>Método</b>                                 | <b>Propriedade física</b>  | <b>O que é medido</b>                          | <b>O que se obtém</b>  |
|---|--|--|--|
| Elétrico ou das resistividades (método ativo) | Resistividade ( $\rho$ ) ou condutividade ( $\sigma$ ) elétrica          | Distância, d.d.p., e corrente elétrica         | Curvas ou cartas de resistividade (ou condutividade) elétrica aparente ( $\rho_a$ ) ou real ( $\rho$ ) |
| Polarização Espontânea (SP) (método passivo)  | Potencial de oxidação; concentração de iões de Hidrogénio                | d.d.p.   | Cartas de potencial eletroquímico  |
| Polarização Induzida (IP) (método ativo)      | Propriedades eletroquímicas de partículas e concentração iónica em poros | Tempos e d.d.p.                                | Cartas de tensões de polarização   |
| Gravítico ou gravimétrico (método passivo)    | Massa volúmica ou densidade ( $\rho$ )                                   | Deslocamento de uma massa numa mola            | Variação espacial da aceleração da gravidade   |
| Magnético (método passivo)                    | Suscetibilidade e permeabilidade magnética                               | Microvariação de um íman ou frequência atómica | Variação espacial do campo magnético estacionário  |
| Eletromagnético (método ativo)                | ( $\rho$ ) ou ( $\sigma$ ); permeabilidade magnética ( $\mu$ )           | d.d.p., ângulos e ângulos de fase              | Relações de fase e intensidade de campos elétricos e magnéticos alternados                             |
| Magnetotelúrico (método passivo)              | Resistividade ( $\rho$ ) ou condutividade ( $\sigma$ ) elétrica          | d.d.p., fase e frequências                     | Relações de fase e intensidade de campos elétricos e magnéticos alternados                             |
| Sísmico                                       | Const. elásticas,  | Tempos,  | Velocidades de   |

|                             |   |  |  |
|-----------------------------|---|--|--|
| (método ativo)              | densidade e impedância acústica                               | amplitudes de perturbações sísmicas e distâncias | ondas sísmicas                                     |
| Radioativo (método passivo) | Abundância de radionuclídeos                                  | Taxa de desintegração radioativa                 | Atividade da radiação gama                         |
| Geotérmico (método passivo) | Condutividade térmica e produção de calor                     | Temperatura em profundidade                      | Densidade de fluxo de calor                        |
| Georadar (método ativo)     | condutividade elétrica ( $\sigma$ ) e permitividade magnética | Tempos e amplitudes de ondas eletromagnéticas    | Velocidade de propagação de ondas eletromagnéticas |

## Capítulo III

### Prospecção Geométrica

#### 1. Introdução

Em prospecção geométrica há três tipos de fenómenos que dão origem a correntes elétricas: (a) a corrente eletrónica associada ao fluxo organizado de eletrões através dos condutores elétricos; (b) a corrente iónica associada a fenómenos eletroquímicos e que resulta da existência de eletrólitos no solo; (c) e correntes elétricas alternadas associadas a fenómenos de armazenamento e descarga de cargas elétricas resultante de variações de d.d.p. no solo e controladas por variações da constante dielétrica.

Essas correntes elétricas são avaliadas/medidas através de equipamentos que estimam a resistividade elétrica (ou o seu inverso, a condutividade elétrica  $\sigma=1/\rho$ ). A resistividade elétrica de um material rochoso (ou outro qualquer) depende da mineralogia da rocha, da sua porosidade, do grau de saturação dos poros, da resistividade elétrica do fluido que preenche os poros, da temperatura e do grau de coesão dos grãos ou cristais da rocha por intermédio do fator de cimentação (lei de Archie e eqs. 7 e 8).

A resistividade elétrica de uma rocha pode ser calculada em laboratório ou no campo; estaremos interessados em determinar a resistividade elétrica das rochas no campo. De maneira um pouco arbitrária é hábito considerar que os materiais são bons condutores quando apresentam resistividades elétricas entre  $10^{-8}$  e  $1 \Omega.m$ , condutores intermédios quando apresentam resistividades elétricas entre  $1$  e  $10^7 \Omega.m$  e maus condutores quando apresentam resistividades elétricas superiores a  $10^7 \Omega.m$ .



Tabela 2 – Tabela de alguns valores típicos de formações geológicas mais comuns.

| <b>Tipo de rocha</b>           | <b>Gama de valores para formações saturadas (<math>\Omega.m</math>)</b> | <b>Valores mais frequentes (<math>\Omega.m</math>)</b> |
|--------------------------------|---|--|
| Argilas                        | 5 - 10  | 10   |
| Areias/arenitos                | 50 - 400  | 60   |
| Cascalheiras                   | 150 - 500   | 200  |
| Xistos                         | 100 – 10.000  | 3.000  |
| Basaltos                       | 10 – 50.000   | 3.000  |
| Granitos                       | 100 – 50.000  | 5.000  |
| Calcários/Dolomias             | 100 – 10.000  | 2.000  |
| Água do mar                    | < 0,2   | -  |
| Água doce à superfície do solo | -   | 10 - 300   |
| Limite de potabilidade         | 2 - 6   |  |

A Tabela 2 mostra que há uma grande variação da resistividade elétrica em cada tipo de rocha e para diferentes tipos de rocha. Esta variação da resistividade elétrica dentro de um mesmo tipo de rocha deve-se ao facto de esta poder apresentar diferentes tipos e graus de fracturação e/ou alteração, e de o fluido que preenche os poros e/ou a fraturas poder apresentar resistividades elétricas diferentes de local para local.

Por outro lado, também é evidente que existem valores da resistividade elétrica para diferentes tipos de rocha que se sobrepõem; em princípio isto pode representar um problema à utilidade dos métodos da Prospecção Geofísica para identificar diferentes tipos de rochas já que o mesmo valor pode ser medido em formações rochosas diferentes; esta situação dá origem a uma ambiguidade na interpretação dos valores da resistividade

elétrica medidos em diferentes formações rochosas; contudo, esta ambiguidade pode ser levantada com “bom senso” geológico e ainda porque quando se faz prospeção geofísica numa dada região ela nunca deve ser feita de maneira cega: antes há toda uma procura em gabinete de informação geofísica e geológica que já exista acerca da área alvo da prospeção.

## 2. Conceito de Secção Geométrica

Na prospeção geométrica é necessário determinar as características elétricas de diferentes materiais geológicos e de diferentes volumes de rocha que podem ser nem heterogêneos e anisotrópicos. Esta situação levanta o problema de saber como podemos definir e determinar o grau de heterogeneidade e de anisotropia de uma dada formação rochosa. Surge, assim, o conceito de secção geométrica cujo objetivo fundamental é o de caracterizar uma dada formação geológica em termos da anisotropia e de resistividade elétrica média.

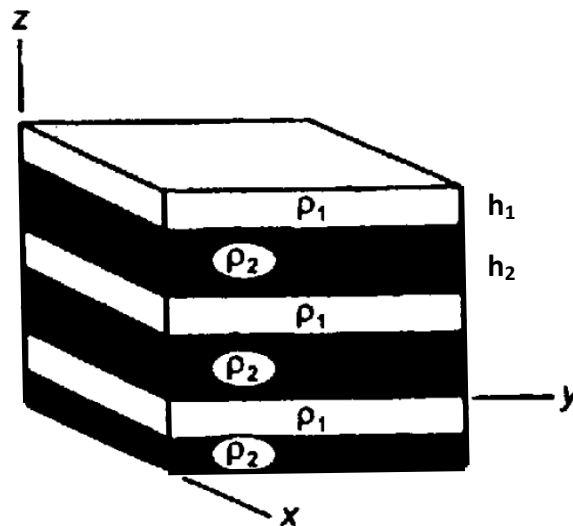


Fig. 3 – Secção geométrica. Cada camada de resistividade elétrica  $\rho_i$  tem uma espessura  $h_i$ . A área da secção geométrica é  $1 \text{ m}^2$ .

Considere a Fig. 3. Uma secção geoeétrica é, por definição, uma pilha, uma sequência horizontal de camadas com uma dada espessura  $h$  e uma dada resistividade elétrica  $\rho$ . A área horizontal da secção geoeétrica é de  $1 \text{ m}^2$  e a sua espessura é a soma das espessuras individuais das várias camadas de resistividade elétrica. Uma secção geoeétrica não deve ser confundida com uma secção geológica; na verdade, as duas podem não coincidir: uma mesma rocha ou formação geológica pode apresentar diferentes resistividades elétricas e a mesma resistividade elétrica pode ser medida em formações geológicas ou rochas diferentes.

Para caracterizar uma secção geoeétrica é hábito utilizar seis parâmetros: (a) a resistência elétrica média perpendicular à estratificação  $T$  (resistência transversal); (b) a resistividade elétrica perpendicular à estratificação  $\rho_T$  (resistividade elétrica transversal); (c) a condutância média paralela à estratificação  $S$  (condutância longitudinal); (d) a resistividade elétrica paralela à estratificação  $\rho_L$  (resistividade elétrica longitudinal); (e) o coeficiente de anisotropia  $\lambda$ ; e (f) a resistividade elétrica média  $\rho_m$ .

A resistência elétrica transversal é dada por:  $T = \sum_{i=1}^n \rho_i h_i$ .

A condutância elétrica longitudinal é dada por:  $S = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\rho_i}$ .

A resistividade elétrica transversal é dada por:  $\rho_T = \frac{T}{H} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}$ .

A resistividade elétrica longitudinal é dada por:  $\rho_L = \frac{H}{S} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n h_i / \rho_i}$ .

O coeficiente de anisotropia é dado por:  $\lambda = (\rho_T / \rho_L)^{1/2}$ .

A resistividade média é dada por:  $\rho_m = (\rho_T \cdot \rho_L)^{1/2}$ .

### 3. O método das resistividades elétricas

O método das resistividades elétricas (assim chamado porque o que se mede e interpreta são os valores da resistividade elétrica obtidos por diferentes metodologias de campo) consiste, de maneira muito geral, em

introduzir uma corrente elétrica contínua (ou equivalente) no solo por intermédio de dois elétrodos metálicos (ditos de corrente) e medir o seu efeito através da leitura da diferença de potencial (d.d.p.) entre dois outros elétrodos metálicos (ditos de potencial). Como se verá mais adiante, a leitura da corrente injetada no solo e da d.d.p. permitem calcular a resistividade elétrica aparente do solo, a qual pode ser convertida em resistividades elétricas reais por intermédio de um processo de inversão matemática. A resistividade elétrica para meios homogêneos e isotrópicos é relativamente fácil de calcular. Na Fig. 4 pode ver-se a distribuição do potencial elétrico e das linhas de corrente num meio homogêneo, isotrópico e semi-infinito quando, à sua superfície, se introduz uma corrente elétrica de intensidade  $i$ . A teoria geral do eletromagnetismo mostra que num meio homogêneo, isotrópico e semi-infinito o potencial elétrico num ponto qualquer à distância  $r$  do ponto de injeção da corrente  $i$  é dada por

$$V(r) = \frac{\rho \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (10)$$

onde  $V(r)$  é o potencial elétrico à distância  $r$  do ponto de injeção de corrente,  $\rho$  é a resistividade elétrica do meio homogêneo, isotrópico e semi-infinito e  $i$  é a intensidade da corrente introduzida no referido meio (ver Fig. 4). Por simetria, se o elétrodo estivesse a receber uma corrente  $i$  do solo (formalmente  $-i$ ) o potencial elétrico seria dado por  $V(r) = -\frac{\rho \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r}$ .

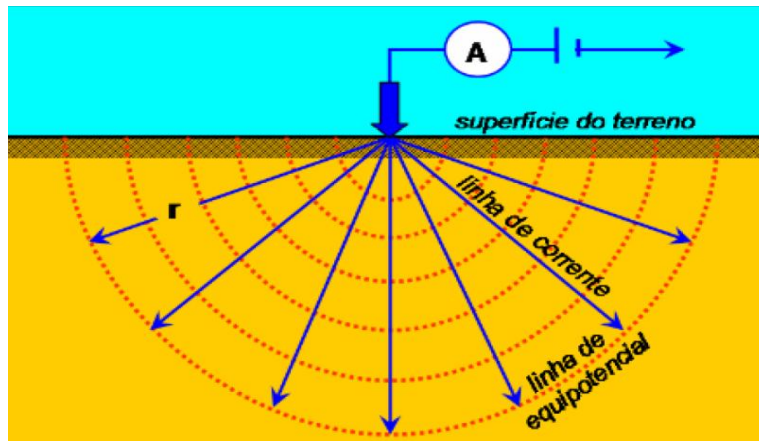


Fig. 4 - Distribuição do potencial elétrico (semi superfícies esféricas a pontilhado vermelho) e das linhas de corrente (setas a azul) num um meio homogêneo, isotrópico e semi-infinito. De acordo com o eletromagnetismo, em cada ponto que se considere, as linhas de corrente são perpendiculares às linhas de igual potencial elétrico (linhas equipotenciais).

É claro que um eletrodo a injetar corrente é uma abstração útil apenas para discutir e para perceber a geometria das linhas de corrente e de potencial elétrico num meio homogêneo, isotrópico e semi-infinito. Contudo, na realidade, para passar uma corrente elétrica nesse meio é necessário ter dois eletrodos: um que injete corrente e outro que a receba para, assim, se fechar o circuito. Por outro lado, o potencial num ponto é também uma abstração; o que se pode medir são diferenças de potenciais e, por isso, são necessários dois eletrodos para determinar a diferença de potencial entre dois pontos numa dada região ou num dado meio; é o que se pode observar na Fig. 5. Assim, medir a diferença de potencial entre os pontos P e Q no solo é equivalente a ler a diferença de potencial entre os eletrodos M e N à superfície do solo o que é, manifestamente, mais prático.

Assim, utilizando a eq. (10) pode-se calcular o potencial elétrico em  $M$  criado pelos eletrodos de corrente  $A$  e  $B$ , e o potencial elétrico em  $N$

criado também pelos elétrodos de corrente  $A$  e  $B$ , e depois achar a diferença de potencial entre  $M$  e  $N$ ; isto é  $\Delta V_{MN} = V_M - V_N$ .

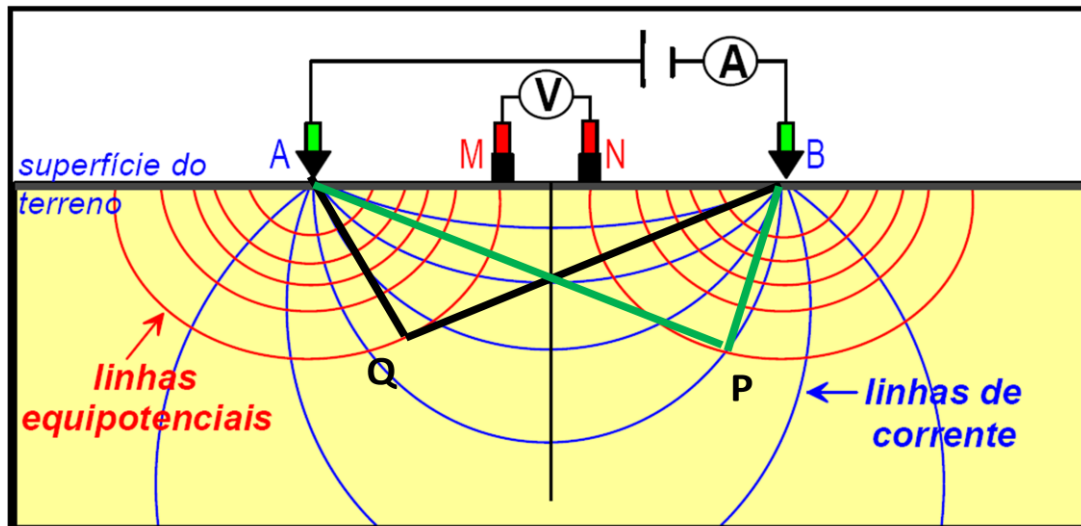


Fig. 5 - Distribuição do potencial elétrico (linhas a vermelho) entre os elétrodos  $A$  e  $B$  e das linhas de corrente entre esses dois elétrodos (a azul) num um meio homogêneo, isotrópico e semi-infinito. Determinar a diferença de potencial entre os pontos  $P$  e  $Q$  é equivalente a determinar a diferença de potencial entre os elétrodos à superfície  $M$  e  $N$ . É de notar que as superfícies equipotenciais já não são superfícies semi-esféricas.

O potencial elétrico criado em  $M$  pelo elétrodo  $A$  é dado por:

$$V_{QA} = V_{MA} = \frac{\rho \cdot i}{2\pi \cdot \overline{AM}}.$$

O potencial elétrico criado em  $M$  pelo elétrodo  $B$  é dado por:

$$V_{QB} = V_{MB} = \frac{-\rho \cdot i}{2\pi \cdot \overline{BM}}.$$

O potencial elétrico criado em  $N$  pelo elétrodo  $A$  é dado por:

$$V_{PA} = V_{NA} = \frac{\rho \cdot i}{2\pi \cdot AN}.$$

E o potencial elétrico criado em  $N$  pelo eletrodo  $B$  é dado por:

$$V_{PB} = V_{NB} = \frac{-\rho \cdot i}{2\pi \cdot BN}.$$

Ou seja, os potenciais elétricos em  $M$  e em  $N$  são, respetivamente:

$$V_M = \frac{\rho \cdot i}{2\pi \cdot AM} + \frac{-\rho \cdot i}{2\pi \cdot BM} = \frac{\rho \cdot i}{2\pi} \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right)$$

e

$$V_N = \frac{\rho \cdot i}{2\pi \cdot AN} + \frac{-\rho \cdot i}{2\pi \cdot BN} = \frac{\rho \cdot i}{2\pi} \left( \frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right).$$

Vindo, finalmente que a diferença de potencial elétrico entre os eletrodos  $M$  e  $N$  é dado por:

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho \cdot i}{2\pi} \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right). \quad (11)$$

A eq. (11) pode ser resolvida em ordem a  $\rho$  e dá:

$$\rho = 2\pi \cdot \frac{\Delta V}{i} \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)}. \quad (12)$$

Fazendo

$$K = 2\pi \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)} \quad (13)$$

vem, finalmente:

$$\rho = K \cdot \frac{\Delta V}{i} \quad (14)$$

onde  $K$  é o chamado fator geométrico e  $\Delta V/i$  é a resistência elétrica. O fator geométrico vai depender apenas da distribuição dos quatro elétrodos considerados na Fig. 5 ( $A, B, M$  e  $N$ ). Comparando a eq. (14) com a eq. (6) vê-se que nesta o fator geométrico é dado por  $A/l$ , em que  $A$  é a secção atravessada pela corrente elétrica e  $l$  é o comprimento que ela tem que atravessar na amostra.

Um aspeto importante ligado à medida da resistividade elétrica no solo resulta do facto de qualquer que seja a constituição do solo (camadas horizontais ou verticais, heterogéneas ou homogéneas, isotrópicas ou anisotrópicas), é sempre possível espetar 4 elétrodos no solo, medir as distâncias entre eles, injetar uma corrente elétrica entre dois deles e medir a diferença de potencial entre os outros dois e calcular, assim, uma resistividade elétrica. A questão é a de saber qual o significado dessa resistividade elétrica calculada. É, com certeza, uma resistividade elétrica de um meio desconhecido (mas que se quer conhecer); só por um grande acaso essa resistividade elétrica corresponderá a um meio homogéneo, isotrópico e semi-infinito. Assim, à resistividade elétrica obtida (calculada) num solo cuja constituição e geometria das camadas é desconhecida dá-se o nome de **resistividade elétrica aparente** e, normalmente, representa-se por  $\rho_a$ .

A situação de o solo não ser, na maioria dos casos, homogéneo e isotrópico leva a ter que considerar-se o que acontece às linhas de igual potencial e às linhas de corrente entre os dois elétrodos através dos quais uma dada corrente elétrica é injetada. Na verdade, na superfície de separação de dois meios homogéneos e isotrópicos há uma refração das linhas de corrente e, por consequência, das linhas de igual potencial elétrico. A eq. (15) descreve como se comportam as linhas de corrente quando têm que atravessar uma superfície de separação entre dois meios homogéneos e isotrópicos (e. g., duas camadas geológicas):

$$\rho_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \rho_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 \quad (15)$$



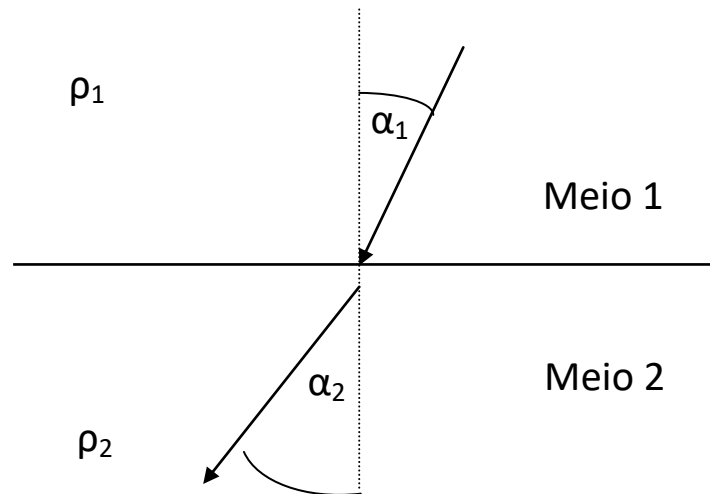


Fig. 6 – Refração das linhas de corrente na superfície de separação de dois meios com resistividades elétricas diferentes. De acordo com a teoria geral do eletromagnetismo, as linhas de igual potencial são sempre perpendiculares às linhas de corrente; assim, as linhas de igual potencial elétrico também deverão sofrer refração ao atravessarem a superfície de separação entre os dois meios; é o que se pode observar na Fig. 7.

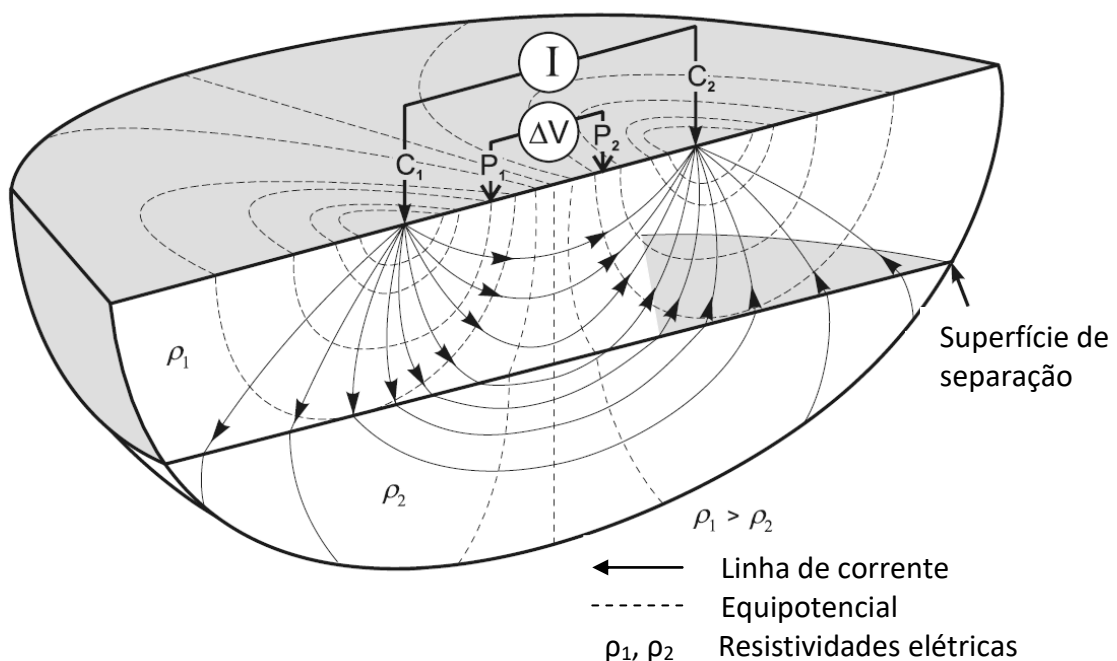


Fig. 7 – Distribuição das linhas de corrente e das equipotenciais num meio composto por duas camadas horizontais com resistividades elétricas  $\rho_1$  e  $\rho_2$ .

A eq. (12) permite imaginar diferentes distribuições (ou também chamados dispositivos ou configurações) dos elétrodos através dos quais se injeta corrente no solo (elétrodos de corrente) e dos elétrodos através dos quais se mede a diferença de potencial causada pela injeção de corrente (elétrodos de potencial). Assim, para evitar ter que medir as distâncias entre os vários elétrodos cada vez que é necessário determinar a resistividade elétrica aparente de um dado solo, utilizam-se, normalmente, valores fixos para as distâncias entre os vários elétrodos de modo a que o valor da constante geométrica  $K$  seja constante.

Das várias possibilidades existentes vamos apenas considerar neste capítulo dispositivos lineares tetra-eletródicos (i.e., configurações de quatro elétrodos segundo uma mesma linha reta). Esta escolha torna o trabalho de campo mais rápido e eficiente.

Podemos considerar a configuração Wenner, a configuração Schlumberger e a configuração dipolo-dipolo.

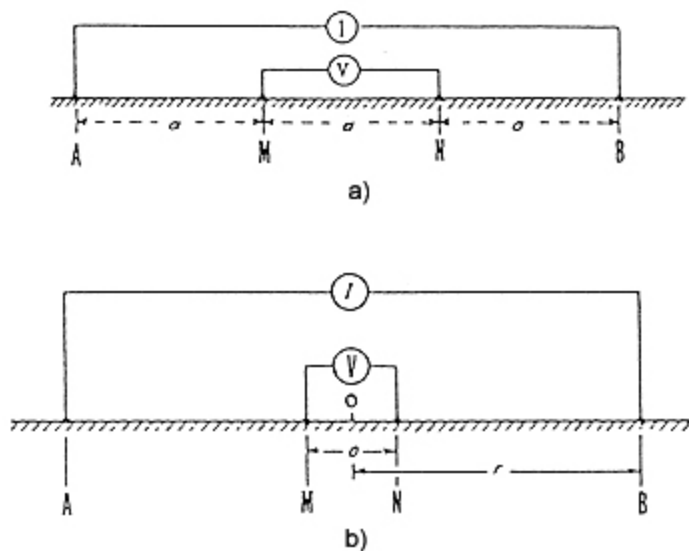


Fig. 8 – Configurações Wenner e Schlumberger.

## PROBLEMAS

5. Mostre que numa associação de três resistências em série a resistência elétrica total (ou resistência equivalente) é igual à soma das resistências elétricas das três resistências.

6. Mostre que numa associação de três resistências em paralelo o inverso da resistência elétrica total (ou condutância elétrica total) é igual à soma dos inversos das resistências elétricas (ou condutâncias elétricas) das três resistências.

7. Mostre que para uma secção geoeétrica com  $n$  camadas, com resistividade elétrica  $\rho_i$  e espessura  $h_i$  (Fig. 3):

a) A resistência elétrica transversal é dada por:  $T = \sum_{i=1}^n \rho_i h_i$ .

b) A condutância elétrica longitudinal é dada por:  $S = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\rho_i}$ .

c) A resistividade elétrica transversal é dada por:  $\rho_T = \frac{T}{H} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}$ .

d) A resistividade elétrica longitudinal é dada por:  $\rho_L = \frac{H}{S} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n h_i / \rho_i}$ .

8. Considere uma secção geoeétrica que consiste numa sequência alternada de camadas com dois tipos de resistividade elétrica com uma espessura total de 100 metros. Cada camada é isotrópica e homogênea e tem uma espessura de 1 metro. As duas camadas têm resistividades elétricas de 50 e 200  $\Omega \cdot m$ , respetivamente. Calcule, para a secção geoeétrica descrita:

- A resistência elétrica transversal.
- A resistividade elétrica transversal.
- A condutância elétrica longitudinal.
- A resistividade elétrica longitudinal.
- O coeficiente de anisotropia.
- A resistividade elétrica média.

9. Faça o mesmo que é pedido no problema anterior mas agora considerando que a secção geoeétrica é constituída por duas camadas,

cada uma delas com uma espessura de 50 metros e resistividades elétricas de 50 e 200  $\Omega \cdot m$ , respectivamente.

10. Converta para  $\Omega \cdot m$  400  $\mu S/cm$  ( $\mu S/cm =$  micro siemens por centímetro).

11. Mostre como se comportaria um feixe de corrente elétrica que atravessa a superfície de separação entre dois meios com resistividades elétricas diferentes. Considere os diferentes casos de distribuição da resistividade elétrica.