

# **Análise Fisiografica**

**Sebenta para o módulo de Análise Fisiografica da unidade curricular de  
Geomática**

Rita Cabral Guimarães \*

21 de Novembro de 2020

Universidade de Évora

\* Departamento de Engenharia Rural

**Copyright**

©️ Esta sebenta é para uso dos alunos da licenciatura em Agronomia da Universidade de Évora.

**Publisher**

Universidade de Évora/2020

Com esta sebenta pretendemos fornecer aos alunos as fundamentações teóricas e as aplicações práticas que sustentam o módulo de Análise Fisiográfica da unidade curricular de Geomática

– Rita Cabral Guimarães



# Prefácio

O módulo de Análise Fisiográfica faz parte da unidade curricular de Geomática, lecionada ao 3.º Semestre do curso de licenciatura em Agronomia.

O objetivo principal deste módulo é fornecer aos alunos os conhecimentos necessários para que possam analisar e perceber uma carta topográfica. Pretende-se que os alunos saibam trabalhar sobre as cartas, nomeadamente nas seguintes áreas: Identificação de formas de relevo, representação do relevo, cálculo de áreas e distâncias, cálculo de declives, elaboração de perfis longitudinais do terreno, delimitação de bacias hidrográficas, conhecimento dos sistemas de referencia cartográficos, determinação de coordenadas, determinação de rumos.

*Rita C. Guimarães*

# Conteúdo

<b>Prefácio</b>	<b>v</b>
<b>Conteúdo</b>	<b>vi</b>
<b>1 A carta topográfica</b>	<b>1</b>
1.1 Definição . . . . .	1
1.2 Escala . . . . .	1
1.3 Sinais Convencionais . . . . .	5
1.4 Representação do relevo na carta . . . . .	5
Conceitos fundamentais na representação do relevo . . . . .	5
Pontos cotados . . . . .	6
Curvas de nível . . . . .	6
Declive entre curvas de nível . . . . .	8
Formas características do relevo . . . . .	9
Formas derivadas ou compostas . . . . .	11
Regras para o traçado das curvas de nível . . . . .	12
Problemas a resolver numa carta com curvas de nível . . . . .	13
1.5 Medição de distâncias na carta . . . . .	19
Métodos e processos de medição de distâncias na carta . . . . .	20
1.6 Medição de áreas na carta . . . . .	21
Métodos e processos de medição de áreas na carta . . . . .	21
1.7 Exercícios de aplicação . . . . .	24
<b>2 Sistemas de coordenadas</b>	<b>30</b>
2.1 Introdução . . . . .	30
2.2 Forma e dimensões da Terra . . . . .	30
2.3 Sistemas de coordenadas no elipsoide . . . . .	32
2.4 Datum . . . . .	33
2.5 Projeções cartográficas . . . . .	34
2.6 Coordenadas retangulares . . . . .	35
2.7 Sistemas de projeção cartográficos utilizados em Portugal . . . . .	36
2.8 Triangulação geodésica . . . . .	42
2.9 Problemas com coordenadas retangulares . . . . .	42
2.10 Exercícios de aplicação . . . . .	45
<b>3 Referências</b>	<b>47</b>
<b>ANEXO</b>	<b>48</b>
<b>A Unidades de medidas angulares</b>	<b>49</b>
Sistema sexagesimal . . . . .	49
Sistema centesimal . . . . .	49
Radianos . . . . .	49
Transformação entre sistemas . . . . .	49

# Lista de Figuras

1.1	Excertos do livro Apontamentos para Facilitar a Leitura das Cartas Chorographicas e Topographicas (Brito Limpo, 1887). . . . .	1
1.2	Pormenorização em função da escala. . . . .	2
1.3	Exemplo de uma escala gráfica. . . . .	3
1.4	Escalas utilizadas em Mapas, Cartas e Plantas. . . . .	4
1.5	Parte da legenda de uma carta Militar. . . . .	5
1.6	Representação de dois pontos, A e B, do terreno. . . . .	5
1.7	Terreno representado pelo método dos pontos cotados. . . . .	6
1.8	Curvas de nível. . . . .	7
1.9	Declive entre duas curvas de nível sucessivas. . . . .	8
1.10	Afastamento entre curvas de nível. . . . .	8
1.11	Linha de maior declive entre duas curvas de nível. . . . .	9
1.12	Terreno com declive: a) infinito e b) negativo. . . . .	9
1.13	Representação de um terço. . . . .	10
1.14	Representação do terço e da linha de festo. . . . .	10
1.15	Representação de um vale. . . . .	10
1.16	Representação do vale e do talvegue. . . . .	10
1.17	Linhas de festo e talvegues. . . . .	11
1.18	Elevação e depressão. . . . .	11
1.19	Colo, garganta, portela ou desfiladeiro. . . . .	12
1.20	Esporão. . . . .	12
1.21	Curvas de nível que se tocam e se interceptam. . . . .	13
1.22	Curvas de nível obtidas por interpolação linear entre pontos cotados. . . . .	13
1.23	Cota de um ponto situado entre duas curvas de nível. . . . .	14
1.24	Marcar um ponto c na linha de maior declive entre as curvas de nível. . . . .	15
1.25	Declive entre duas curvas de nível sucessivas. . . . .	15
1.26	Linha com um determinado declive entre duas curvas de nível sucessivas. . . . .	16
1.27	Percurso com declive constante. . . . .	16
1.28	Perfil do terreno. . . . .	17
1.29	Bacia hidrográfica de um curso de água. . . . .	18
1.30	a) Representação das linhas de festo principais e b) bacia hidrográfica do rio Açor. . . . .	19
1.31	Medição de uma linha curva por aproximação a uma poligonal. . . . .	20
1.32	a) Curvímetro mecânico e b) Curvímetro digital. . . . .	21
1.33	a) Planímetro digital polar, b) Planímetro digital linear. . . . .	22
1.34	Polígono decomposto em figuras elementares. . . . .	22
1.35	Figura decomposta em trapézios. . . . .	22
1.36	Método da quadrícula. . . . .	23
1.37	Método das coordenadas cartesianas ou método de Gauss. . . . .	23
2.1	Raio da Terra. . . . .	30
2.2	Geóide. . . . .	31
2.3	Elipsoide. . . . .	31
2.4	Superfícies relativas à superfície terrestre. . . . .	32
2.5	Latitude e longitude de um ponto da superfície terrestre. . . . .	33
2.6	Posicionamento do elipsoide em relação ao geóide. . . . .	33
2.7	a) datum local e b) datum global. . . . .	34

2.8 Meridiana e Perpendicular. . . . .	35
2.9 Parte da "Carta Geral do Reyno". . . . .	36
2.10 Sistema Bessel-Bonne (SBB). . . . .	37
2.11 Sistema Hayford-Gauss Antigo (SHGA). . . . .	38
2.12 Sistema Hayford-Gauss Militar (SHGM). . . . .	38
2.13 Sistema Hayford-Gauss 73 (SHG73). . . . .	39
2.14 Sistema UTM. . . . .	40
2.15 Localização de Portugal Continental no sistema UTM. . . . .	41
2.16 Sistema de eixos coordenados de cada fuso UTM. . . . .	41
2.17 Marcos geodésicos a) 1ª ordem, b) 2ª ordem, c) 3ª ordem. . . . .	42
2.18 Quadrantes das coordenadas retangulares. . . . .	43
2.19 Distância entre A e B. . . . .	43
2.20 Rumo da direção AB. . . . .	44
2.21 Transporte de coordenadas. . . . .	44
2.22 Transmissão de rumos. . . . .	44

## Lista de Tabelas

1.1 Exemplos de cartas Portuguesas. . . . .	4
1.2 Equidistâncias gráficas e correspondentes equidistâncias naturais. . . . .	7
1.3 Classificação dos declives (Extraído de Alves et al., 1988). . . . .	9
2.1 Alguns elipsóides de referência. . . . .	32

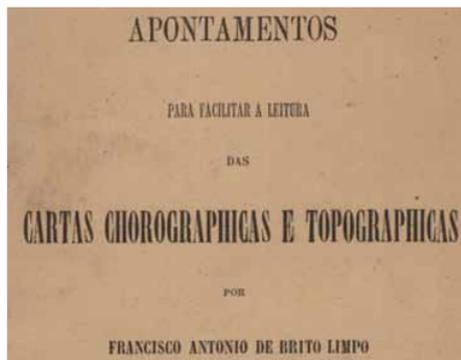
# A carta topográfica

# 1

## 1.1 Definição

Uma carta é uma representação plana, reduzida e simplificada da superfície terrestre ou de parte dela. A Topografia permite a elaboração de cartas através do levantamento topográfico que compreende operações de planimetria (permite determinar as projeções horizontais dos pontos da superfície terrestre) e altimetria (permite determinar as cotas desses pontos).

A importância das cartas e a importância da sua leitura e utilização é salientada no livro de Brito Limpo de 1887 (Brito Limpo, 1887) do qual se apresentam alguns excertos na Figura 1.1.



A immensa utilidade das plantas e cartas topographicas é hoje universalmente reconhecida, e casos ha em que o seu emprego é absolutamente necessario. Muitos dos melhoramentos materiaes e um grande numero de operações, quer na vida militar, quer na civil, necessitam de basear-se no conhecimento do terreno que lhes serve de campo, e por isso as indicações da topographia, ou constituem o principal fundamento de innumeraveis trabalhos, ou são no seu desempenho, indispensavel auxilio.

Mas para que as cartas e plantas de um paiz preencham todo o seu fim utilissimo, é indispensavel generalisar, o mais possivel, o seu conhecimento e o seu uso. Não basta olhar para uma carta e conhecer alguns dos signaes convencionaes, é necessario estudal-a em todas as suas particularidades, comprehender todo o seu conjuncto. A acção do nosso espirito que, por meio da inspecção das diferentes relações dos signaes convencionaes, nos leva a este conhecimento, chama-se *leitura da carta*.

1.1 Definição . . . . .	1
1.2 Escala . . . . .	1
1.3 Sinais Convencionais . . . . .	5
1.4 Representação do relevo na carta . . . . .	5
Conceitos fundamentais na representação do relevo . . . . .	5
Pontos cotados . . . . .	6
Curvas de nível . . . . .	6
Declive entre curvas de nível . . . . .	8
Formas características do relevo . . . . .	9
Formas derivadas ou compostas . . . . .	11
Regras para o traçado das curvas de nível . . . . .	12
Problemas a resolver numa carta com curvas de nível . . . . .	13
1.5 Medição de distâncias na carta . . . . .	19
Métodos e processos de medição de distâncias na carta . . . . .	20
1.6 Medição de áreas na carta . . . . .	21
Métodos e processos de medição de áreas na carta . . . . .	21
1.7 Exercícios de aplicação . . . . .	24

Figura 1.1: Excertos do livro Apontamentos para Facilitar a Leitura das Cartas Chorographicas e Topographicas (Brito Limpo, 1887).

## 1.2 Escala

Quando falamos em carta, imediatamente lhe associamos o conceito de escala que é utilizada para reduzir as dimensões naturais do terreno de modo a permitir a sua representação gráfica.

A escala ( $E$ ) de uma carta é a relação constante entre as dimensões medidas na carta ( $d$ ) e as correspondentes dimensões reais ( $D$ ):

$$E = \frac{d}{D} \quad (1.1)$$

Usualmente expressa-se a escala por uma fração em que o numerador é 1 e o denominador é um número  $m$  (denominador da escala) que corresponde a:

$$m = \frac{D}{d} \quad (1.2)$$

e logo a escala vem:

$$E = \frac{1}{m} \quad (1.3)$$

Por exemplo, se a escala for,  $E = 1/25.000$  significa que: 1 cm na carta equivale a 25.000 cm na realidade, isto é, 0,25 km.

A escala poderá ser uma relação de comprimentos, mas também uma relação de áreas, ou mesmo de volumes. Se quisermos saber a área na escala  $1/m$  de um determinado terreno teremos que passar a utilizar a escala em duas dimensões, logo,

$$E^2 = \frac{1}{m^2} \quad (1.4)$$

onde  $m = \sqrt{\frac{A}{a}}$ ,  $A$  é a área real e  $a$  é a correspondente área gráfica.

Assim, por exemplo, se a escala for,  $E = 1/25.000$  significa que: 1 cm<sup>2</sup> na carta equivale a 25.000<sup>2</sup> cm<sup>2</sup> na realidade, isto é, 625.000.000 cm<sup>2</sup>, ou seja 0,0625 km<sup>2</sup>.

Uma escala é grande quando  $m$  é pequeno sendo uma dada superfície do terreno representada por uma grande superfície na carta (maior é o pormenor). Uma escala é pequena se  $m$  é grande e a mesma superfície do terreno ocupa uma pequena superfície da carta (menor o pormenor). Assim, por exemplo, a escala 1/500.000 é menor do que a escala 1/50.000 que é menor do que a escala 1/50 (Figura 1.2).



Figura 1.2: Pormenorização em função da escala.

Por vezes, normalmente em cartas de escala pequenas, utiliza-se a escala gráfica (Figura 1.3), que é constituída por dois segmentos de reta paralelos, divididos em partes iguais, representando à escala, o comprimento da unidade escolhida. A divisão à esquerda do zero da escala denomina-se talão e é dividida em cinco ou dez partes iguais. No exemplo da Figura 1.3, 1 cm na carta equivale a 50 km no terreno.

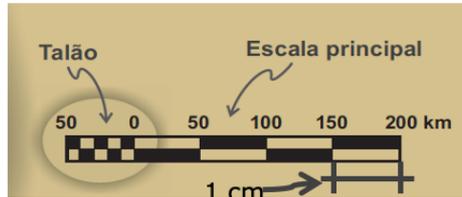


Figura 1.3: Exemplo de uma escala gráfica.

A **escolha da escala** é determinada pela precisão que queremos obter e pelo grau de pormenor que queremos representar:

- ▶ Quando efetuamos a medição de uma distância gráfica cometemos, sempre, um erro acidental de 0,2 mm (erro de graficismo e que corresponde à espessura de um traço de lápis fino). Assim, o erro cometido na obtenção da distância natural é  $0,2 \times m$  ( $m$  é o denominador da escala). Adicionalmente existem sempre erros de desenho, reprodução, variação nas dimensões do papel, etc.. Então podemos admitir um valor inferior a 1 mm como o erro máximo cometido na avaliação duma distância gráfica e se quisermos que a carta permita obter distâncias com um erro inferior a  $n$  metros é necessário que:

$$1 \times m < n \times 1.000 \quad (1.5)$$

ou seja,

$$E = \frac{1}{m} > \frac{1}{n \times 1.000} \quad (1.6)$$

Por exemplo, se quisermos que  $n$  seja inferior a 10 vem,

$$E > \frac{1}{10.000} \quad (1.7)$$

Então o terreno deverá ser representado numa escala superior a 10.000.

- ▶ Não é possível desenhar um pormenor com dimensões menores que 0,25 mm, logo, se quisermos representar graficamente pormenores até à dimensão de  $n$  metros, vem:

$$\frac{n \times 1.000}{m} > 0,25mm \quad (1.8)$$

ou seja,

$$E = \frac{1}{m} > \frac{0,25}{n \times 1.000} = \frac{1}{n \times 4.000} \quad (1.9)$$

Por exemplo, se quisermos que fiquem representados pormenores de dimensão superior a 2 metros vem,

$$E > \frac{1}{n \times 4.000} = \frac{1}{8.000} \quad (1.10)$$

Então o terreno deverá ser representado numa escala superior a

8.000.

Segundo Brito Limpo (1887), em 1843 foram estabelecidas, em Portugal, as escalas convencionais que deveriam ser empregues nos diversos serviços públicos tendo-se adotado as escalas decimais, duplas, sub-duplas. Posteriormente adotaram-se também as escalas quadruplas. Assim, podemos classificar as escalas em:

- ▶ Escalas decimais:

$$\frac{1}{10^n} \rightarrow \frac{1}{10}; \frac{1}{100}; \frac{1}{1.000}; \frac{1}{10.000} \dots \quad (1.11)$$

- ▶ Escalas duplas:

$$\frac{2}{10^n} \rightarrow \frac{1}{5}; \frac{1}{50}; \frac{1}{500}; \frac{1}{5.000}; \frac{1}{5.0000} \dots \quad (1.12)$$

- ▶ Escalas sub-duplas:

$$\frac{1}{2 \times 10^n} \rightarrow \frac{1}{2}; \frac{1}{20}; \frac{1}{200}; \frac{1}{2.000}; \frac{1}{20.000} \dots \quad (1.13)$$

- ▶ Escalas quadruplas:

$$\frac{4}{10^n} \rightarrow \frac{1}{2,5}; \frac{1}{25}; \frac{1}{250}; \frac{1}{2.500}; \frac{1}{25.000} \dots \quad (1.14)$$

Dependendo da escala, podemos, de um modo genérico, classificar as cartas em (Figura 1.4):

- ▶ **Plantas:** para uma pequena porção de terreno, por exemplo planta de uma cidade, planta de uma casa. Normalmente, utilizam escalas iguais ou superiores a 1/10.000.
- ▶ **Cartas:** para uma província ou país com escalas compreendidas entre 1/10.000 e 1/200.000.
- ▶ **Mapas:** para uma grande extensão da superfície terrestre com escalas iguais ou menores que 1/200.000.

MAPA	CARTA	PLANTA
Escala Pequena	Escala Média	Escala Grande

Usualmente, podemos utilizar a tabela abaixo como parâmetro para classificar o produto cartográfico pelo denominador da escala (D):

Denominador Escala (D)	1.000.000	250.000	100.000	50.000	25.000	10.000	2.000
Classificação	Mapa	Mapa	Carta	Carta	Carta	Planta	Planta

Desta forma, conseguimos ter uma noção sobre qual escala é considerada pequena, média ou grande. Lembrando que quanto maior for a área representada, menor será a escala do produto cartográfico e vice-versa.

**Figura 1.4:** Escalas utilizadas em Mapas, Cartas e Plantas.

Na Tabela 1.1 apresentam-se alguns exemplos de cartas produzidas no nosso país, a respectiva escala e o organismo responsável pela sua produção.

Nome	Escala	Organismo responsável
Carta Militar	1/25.000	IGeoE
Carta Corográfica	1/50.000	DGTerritório
Carta de Solos	1/50.000	DGADR
Carta Geológica	1/50.000	LNEG

**Tabela 1.1:** Exemplos de cartas Portuguesas.

### 1.3 Sinais Convencionais

Devido às reduzidas dimensões de determinados elementos, não é possível representá-los graficamente. No entanto, estes elementos devem ser representados na carta utilizando os chamados sinais convencionais cujas dimensões não têm qualquer relação com a sua dimensão real. O significado dos sinais convencionais deve vir indicado na legenda da carta (Figura 1.5).



Figura 1.5: Parte da legenda de uma carta Militar.

### 1.4 Representação do relevo na carta

O relevo do terreno pode ser representado por vários métodos, aqui, vamos estudar dois: o método dos pontos cotados e o método das curvas de nível. Antes de passarmos à descrição destes métodos, convém referir alguns conceitos importantes para a representação do relevo.

#### Conceitos fundamentais na representação do relevo

Os conceitos de diferença de nível, distância horizontal, distância inclinada, declive e inclinação do terreno são fundamentais para a análise fisiográfica do terreno. Consideremos dois pontos do terreno, A e B, tal como representados na Figura 1.6).

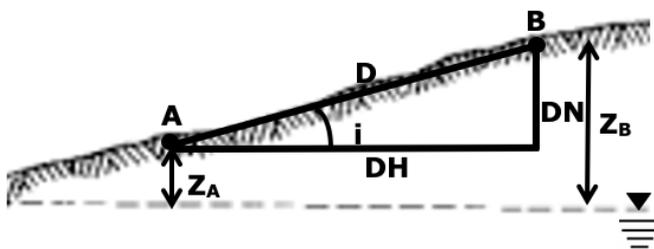


Figura 1.6: Representação de dois pontos, A e B, do terreno.

Entre os dois pontos A e B, podemos definir:

- **Diferença de nível**, desnível ou diferença de cotas ( $DN$ ) - Diferença entre as altitudes dos dois pontos, exprime-se usualmente em metros e pode ser determinada por:

$$DN = Z_B - Z_A \quad (1.15)$$

onde,  $Z_A$  e  $Z_B$  são, respetivamente, as altitudes dos pontos A e B.

- **Distância horizontal ( $DH$ )** – Comprimento do segmento de reta que une os dois pontos em projeção horizontal, exprime-se normalmente em m ou km e pode ser determinada por:

$$DH = \frac{DN}{\tan(i)} \quad (1.16)$$

- **Distância inclinada ou distância real ( $D$ )** – Comprimento do segmento de reta que une os dois pontos, exprime-se normalmente em m ou km e pode ser calculada por:

$$D = \sqrt{DN^2 + DH^2} \quad (1.17)$$

- **Inclinação do terreno ( $i$ )** – Ângulo que a reta que passa pelos dois pontos faz com a horizontal, pode ser expressa em graus ou grados<sup>1</sup> e pode ser calculada por:

$$i = \arctan\left(\frac{DN}{DH}\right) \quad (1.18)$$

- **Declive do terreno (Dec)** – Tangente do ângulo  $i$ , exprime-se geralmente em % e pode ser determinado por:

$$dec = \frac{DN}{DH} \times 100 \quad (1.19)$$

1: Ver Anexo 1 – Unidades de medidas angulares

## Pontos cotados

Consiste em marcar no terreno vários pontos e depois determinar a sua cota. Na carta estes pontos aparecem com um número que é a respetiva cota (Figura 1.7).

Os pontos são escolhidos de modo a definirem perfeitamente o terreno, isto é, são pontos notáveis tais que entre dois deles mais próximos se pode considerar constante a inclinação do terreno.

Normalmente este método utiliza-se para complementar o método das curvas de nível e não como sistema único de representação por se tornar muito confuso dado o número de pontos que seriam necessários para representar o relevo.

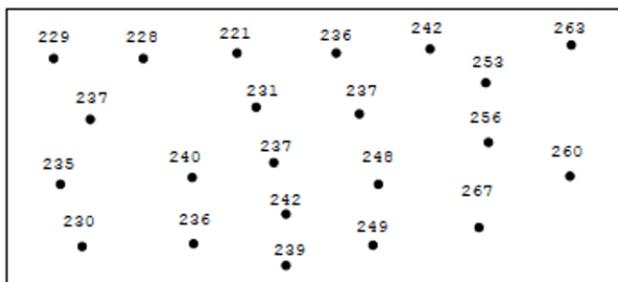


Figura 1.7: Terreno representado pelo método dos pontos cotados.

## Curvas de nível

Neste método imagina-se que o terreno é cortado por planos horizontais equidistantes e projetam-se as intersecções num plano horizontal de

referência, obtendo-se um conjunto de linhas fechadas que são as curvas de nível (Figura 1.8).

Uma curva de nível, é, portanto, o lugar geométrico dos pontos de igual cota ou a linha que une os pontos com igual cota.

Quanto menor for a distância entre os diferentes planos horizontais melhor o terreno ficará representado, no entanto ela não deve ser tão pequena que as curvas de nível obtidas sobrecarreguem a carta tornando-a ilegível.

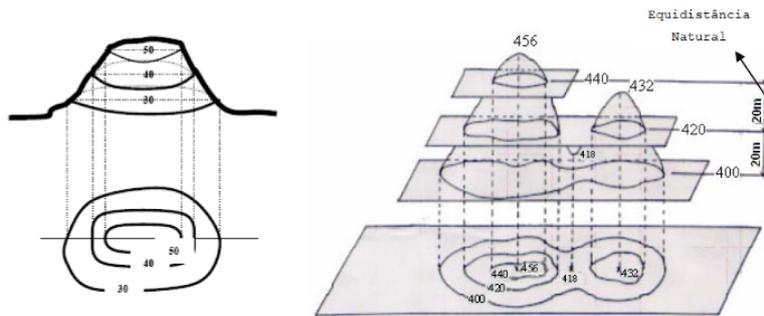


Figura 1.8: Curvas de nível.

A distância vertical entre os planos horizontais que cortam o terreno chama-se equidistância natural ( $N$ ) que reduzida à escala da carta se designa por equidistância gráfica ( $n$ ).

$$N = n \times m \quad (1.20)$$

ou

$$n = \frac{N}{m} \quad (1.21)$$

onde  $m$  é o denominador da escala.

Os valores da equidistância gráfica variam, normalmente, entre 0,2 mm e 1 mm. Para escalas menores que 1/10.000, adota-se geralmente, a equidistância gráfica de 0,5 mm e para escalas maiores que 1/10.000 a equidistância gráfica de 1 mm.

A equidistância gráfica normalmente adotada nas cartas portuguesas é  $n = 0,5$  mm, do que resultaram as correspondentes equidistâncias naturais para as cartas nas seguintes escalas (Tabela 1.2).

Escala	n	N
1/10.000	0,5 mm	5 m
1/20.000	0,5 mm	10 m
1/50.000	0,5 mm	25 m
1/100.000	0,5 mm	50 m
1/200.000	0,5 mm	100 m
1/25.000	0,4 mm	10 m
1/250.000	0,4 mm	100 m

Tabela 1.2: Equidistâncias gráficas e correspondentes equidistâncias naturais.

Para as cartas de escala 1/25.000 e 1/250.000, foi adotada a equidistância gráfica de  $n = 0,4$  mm, pois mantendo o valor  $n = 0,5$  mm, corresponderiam valores pouco cómodos para as respectivas equidistâncias naturais (12,5 m e 125 m).

## Declive entre curvas de nível

Se, pelos dois pontos  $A$  e  $B$  da Figura 1.6, passarem duas curvas de nível sucessivas (Figura 1.9) vemos que:  $DN$  corresponde à equidistância natural  $N$  e logo, pela equação 1.19, vem que o declive é:

$$dec = \frac{DN}{DH} = \frac{N}{DH} \quad (1.22)$$

dividindo ambos os termos da equação 1.22 pelo denominador da escala  $m$ , vem:

$$dec = \frac{\frac{N}{m}}{\frac{DH}{m}} = \frac{n}{dh} \quad (1.23)$$

onde  $n$  é a equidistância gráfica e  $dh$  é a distância horizontal medida na carta ou distância gráfica.

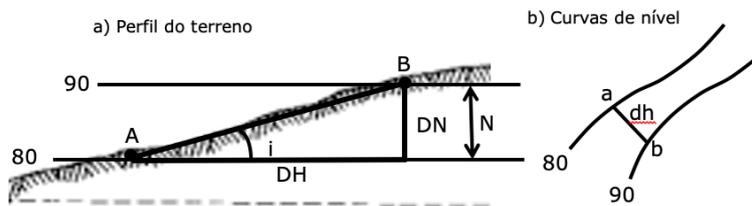


Figura 1.9: Declive entre duas curvas de nível sucessivas.

A equação 1.23 diz-nos que para calcular o declive entre dois pontos situados sobre duas curvas de nível sucessivas, basta dividir a equidistância gráfica pela distância gráfica entre esses mesmos pontos.

Numa carta com curvas de nível, quanto maior for o afastamento entre curvas de nível menor é o declive do terreno e quanto menor for o afastamento entre curvas de nível maior é o declive do terreno (Figura 1.10).

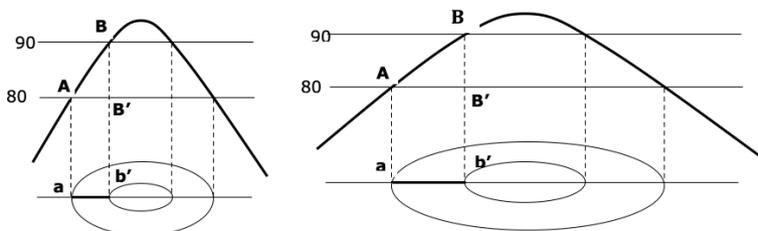


Figura 1.10: Afastamento entre curvas de nível.

A linha de maior declive é a linha do terreno que faz maior ângulo com o plano horizontal (Figura 1.11). A linha  $AB$  tem maior declive do que a linha  $AC$ , dado que o ângulo  $\alpha$  é maior que o ângulo  $\beta$ . Esta linha corresponde à linha  $ab'$  que é a linha perpendicular às curvas de nível

(linha mais curta entre as curvas de nível). A linha  $ab'$  tem maior declive do que a linha  $ac'$ .

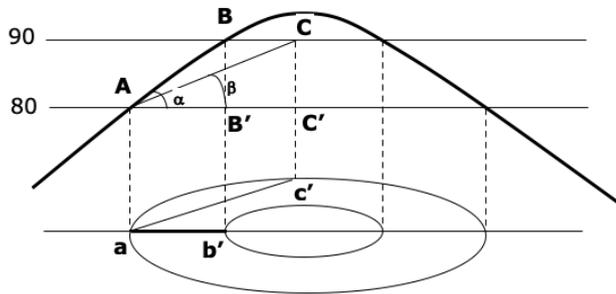


Figura 1.11: Linha de maior declive entre duas curvas de nível.

Quando se pretende interpretar o acidentado do terreno é importante conhecermos a classificação dos declives, que se apresentam na Tabela 1.3.

CLASSIFICAÇÃO DOS DECLIVES					
Declive $d = \frac{e}{ab}$	Inclinação $i$ (graus)	Classificação	Distância gráfica entre curvas de nível sucessivas		Traficabilidade
			$e = 0,5\text{mm}$	$e = 0,4\text{mm}$	
até 5%	3	suave	10mm	8mm	Todas as viaturas
" 8%	5	fácil	6,25	5	
" 12%	7	difícil	4,2	3,3	
" 18%	10	áspero	2,8	2,2	
" 25%	14	mtáspero	2	1,6	Viaturas c/tracção às 4 rodas
" 33%	18	rápido	1,5	1,2	Viaturas de todo o terreno
" 50%	27	mt rápido	1	0,8	Viaturas c/lagartas.
" 100%	45	abrupto	0,5	0,4	
> 100%		escarpado	< 0,5	< 0,4	

Tabela 1.3: Classificação dos declives (Extraído de Alves et al., 1988).

Casos há, em que o terreno pode ter declive infinito ou declive negativo (Figura 1.12).

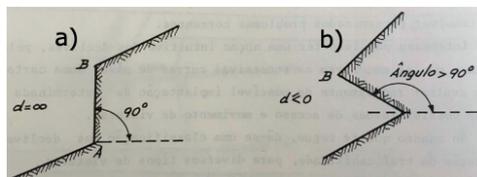


Figura 1.12: Terreno com declive: a) infinito e b) negativo.

### Formas características do relevo

As diferentes formas do terreno resultam sempre de duas formas simples: o tergo e o vale.

- **Tergo (crista)** - É uma forma natural do terreno formado por dois semi-planos cuja intersecção se faz de modo a que a concavidade

fique voltada para baixo. Assemelha-se a um livro aberto voltado para baixo (Figura 1.13).

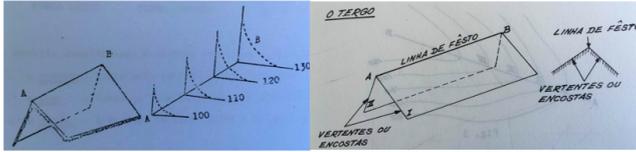


Figura 1.13: Representação de um terço.

A linha  $AB$ , que é a intersecção dos dois semi-planos chama-se linha de festo, linha de separação de águas ou linha de cumeadas. As duas superfícies laterais  $I$  e  $II$  chamam-se vertentes ou encostas. Na Figura 1.14 apresenta-se a projeção dos dois semi-planos, representados pelas curvas de nível.

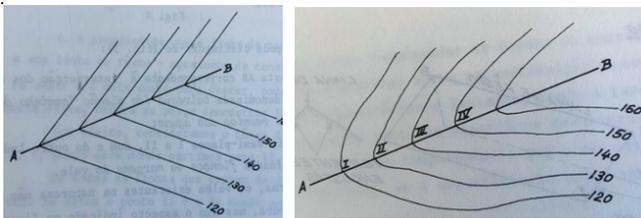


Figura 1.14: Representação do terço e da linha de festo.

- **Vale** - É uma forma natural do terreno formado por dois semi-planos cuja intersecção se faz de modo a que a concavidade fique voltada para cima. Assemelha-se a um livro aberto voltado para cima (Figura 1.15).

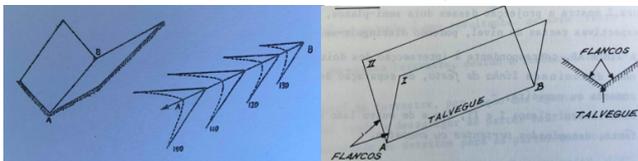


Figura 1.15: Representação de um vale.

A linha  $AB$ , que é a intersecção dos dois semi-planos chama-se talvegue ou linha de reunião de águas. As duas superfícies laterais  $I$  e  $II$  chamam-se flancos ou margens.

Na Figura 1.16 apresenta-se a projeção dos dois semi-planos, representados pelas curvas de nível.

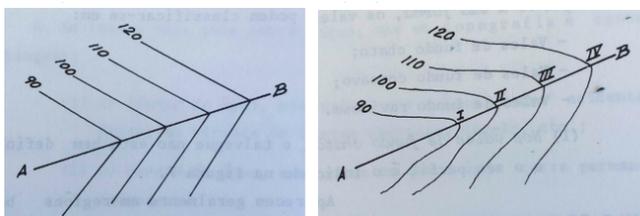


Figura 1.16: Representação do vale e do talvegue.

Numa carta com curvas de nível podem distinguir-se facilmente os terços e os vales, bem como as linhas de festo e os talwegues:

- Nos terços as curvas de nível de menor cota envolvem as de maior cota (Figura 1.14), enquanto que nos vales as curvas de nível de maior cota envolvem as de menor cota (Figura 1.16);

- Nas linhas de festo as curvas de nível mudam de direção, formando um “cotovelo”, cujo bico está dirigido no sentido dos declives descendentes (Figura 1.14);
- Nos talvegues as curvas de nível mudam de direção, formando um “cotovelo”, cujo bico está dirigido para montante (Figura 1.16);
- Existe sempre uma linha de festo entre dois talvegues (Figura 1.17);
- Existe sempre uma linha de festo em cada um dos ângulos formados pelos confluentes dos talvegues.

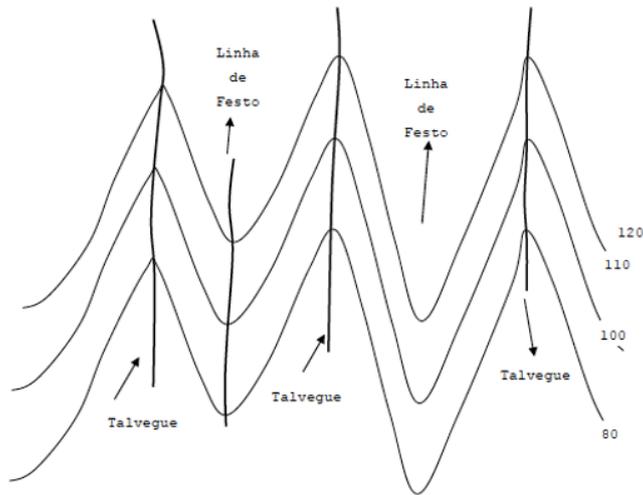


Figura 1.17: Linhas de festo e talvegues.

## Formas derivadas ou compostas

Da associação das formas simples, terço e vale, resultam as formas compostas:

- ▶ **Elevação** – Resulta da reunião de dois ou mais terços (Figura 1.18).
- ▶ **Depressão** – Resulta da reunião de dois ou mais vales (Figura 1.18).

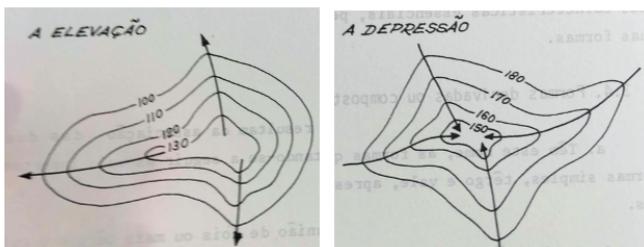


Figura 1.18: Elevação e depressão.

- ▶ **Colo, portela, desfiladeiro ou garganta** – Resulta da combinação alternada de dois terços com dois vales (Figura 1.19) e corresponde ao abaixamento duma linha de festo. O colo constitui uma zona de passagem obrigatória quando se pretende atravessar de uma encosta para outra de uma elevação, sem a contornar.
- ▶ **Esporão** – Quando a parte terminal de uma linha de festo, em vez de descer até ao talvegue, se ergue dando lugar a uma elevação secundária (Figura 1.20).

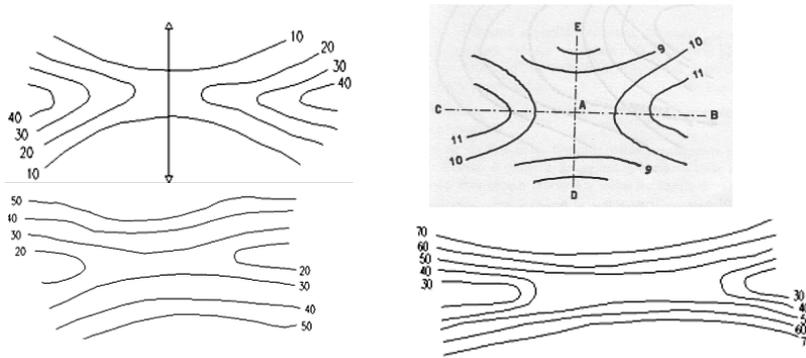


Figura 1.19: Colo, garganta, portela ou desfiladeiro.

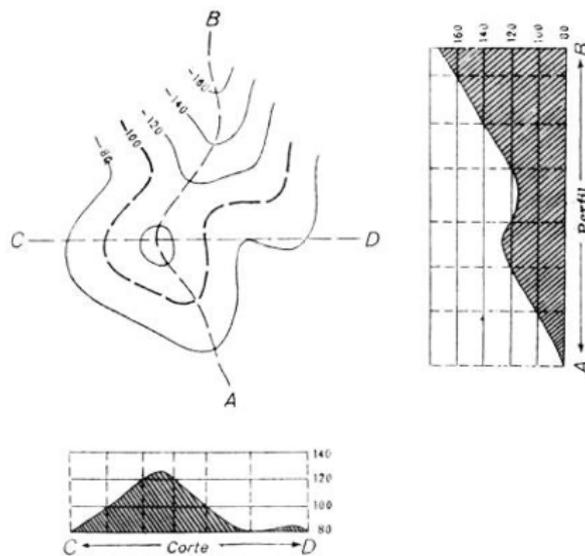


Figura 1.20: Esporão.

### Regras para o traçado das curvas de nível

- ▶ A primeira curva de nível de referência é sempre a de cota zero (embora não seja desenhada) e as restantes curvas de nível são múltiplas da equidistância;
- ▶ Quando uma curva de nível corta um talvegue sofre uma mudança de direcção com a convexidade voltada para montante;
- ▶ Quando uma curva de nível corta uma linha de festo sofre uma mudança de direcção com a convexidade voltada para a zona de menor cota do terreno;
- ▶ Uma curva de nível nunca corta uma linha de água em mais do que um ponto;
- ▶ Duas curvas de nível, em regra, não se cortam. Mas há casos em que as curvas se podem tocar ou mesmo interceptar (Figura 1.21);
- ▶ Uma curva de nível nunca se interrompe dentro dos limites do desenho, excepto quando se sobrepõe a um sinal convencional que torne confuso o desenho;
- ▶ Para facilitar a leitura das cartas é costume desenharem-se a traço grosso uma em cada cinco curvas de nível. Estas curvas chamam-se curvas de nível mestras.

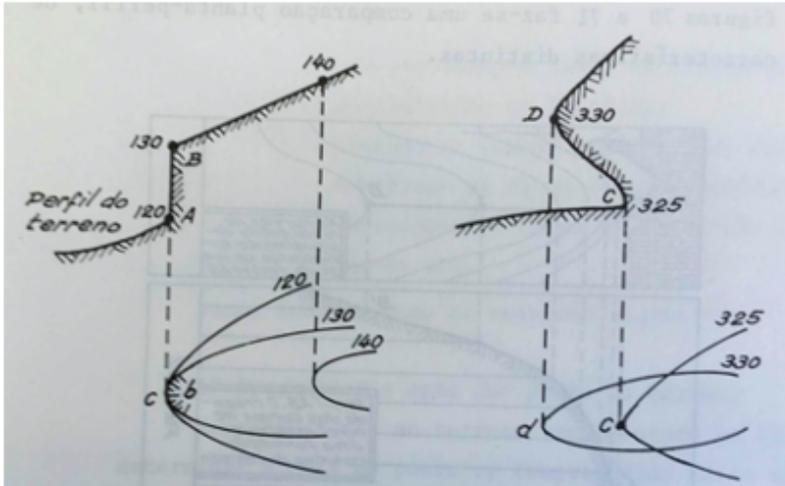


Figura 1.21: Curvas de nível que se tocam e se interceptam.

### Problemas a resolver numa carta com curvas de nível

- Transformar a representação do relevo por pontos cotados em curvas de nível.

Unem-se os pontos cotados entre si e faz-se uma interpolação linear para graduar os segmentos de reta que unem os pontos cotados. Seguidamente, fazem-se passar as curvas de nível pelos pontos de igual cota (Figura 1.22). Este método pressupõe que a inclinação entre dois pontos cotados é constante.

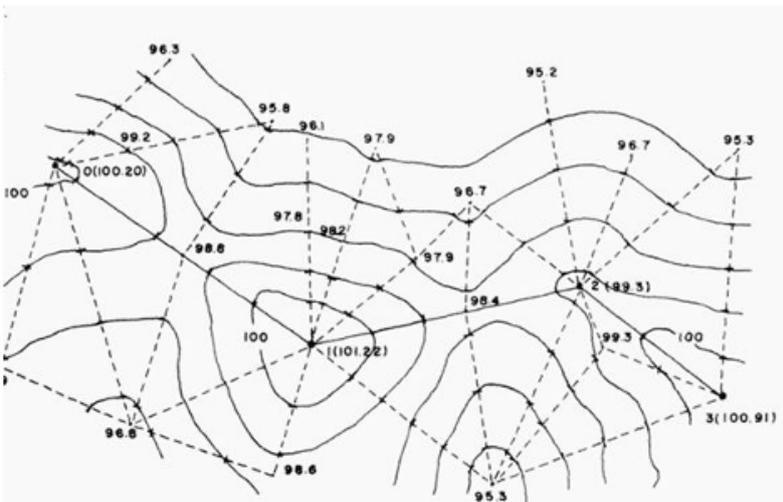


Figura 1.22: Curvas de nível obtidas por interpolação linear entre pontos cotados.

- Determinar a cota de um ponto do terreno situado entre duas curvas de nível consecutivas.

Considerando a Figura 1.23, pretendemos determinar a cota do ponto  $c$ . Faz-se passar por  $c$  a linha de maior declive (linha perpendicular às curvas de nível). Conhecendo as cotas dos pontos  $a$  e  $b$  ( $H_a = 110$  m e  $H_b = 100$  m) e as distâncias  $\overline{ab}$  e  $\overline{bc}$  (medidas na carta) temos:

$$\begin{aligned} \overline{ab} & \text{ ——— } (110 - 100) \\ \overline{ac} & \text{ ——— } (110 - H_c) \text{ ou } \overline{cb} \text{ ——— } (H_c - 100) \end{aligned}$$

donde,

$$(110 - H_c) = \frac{\overline{ac} \times (110 - 100)}{\overline{ab}} \text{ ou } (H_c - 100) = \frac{\overline{cb} \times (110 - 100)}{\overline{ab}}$$

isto é,

$$H_c = 110 - \left(10 \times \frac{\overline{ac}}{\overline{ab}}\right) \text{ ou } H_c = 100 + \left(10 \times \frac{\overline{cb}}{\overline{ab}}\right)$$

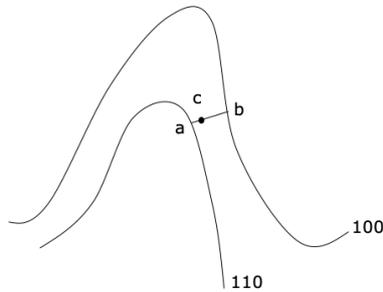


Figura 1.23: Cota de um ponto situado entre duas curvas de nível.

A expressão geral para calcular a cota de um ponto  $c$  situado entre duas curvas de nível sucessivas é:

$$H_c = H_a - \left(N \times \frac{\overline{ac}}{\overline{ab}}\right) \quad (1.24)$$

ou,

$$H_c = H_b + \left(N \times \frac{\overline{cb}}{\overline{ab}}\right) \quad (1.25)$$

onde  $H_c$  é a cota do ponto  $c$ ,  $H_a$  e  $H_b$  são respetivamente as cotas das curvas de nível onde se situam os pontos  $a$  e  $b$  (com  $H_a > H_b$ ),  $N$  é a equidistância natural, e  $\overline{ab}$ ,  $\overline{ac}$  e  $\overline{cb}$ , são as distâncias gráficas entre os pontos  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Se, por exemplo,  $\overline{ab} = 8$  cm;  $\overline{ac} = 2$  cm e  $\overline{cb} = 6$  cm, vem pelas equações 1.24 ou 1.25:

$$H_c = 110 - \left(10 \times \frac{2}{8}\right) = 107,5 \text{ m}$$

ou,

$$H_c = 100 + \left(10 \times \frac{6}{8}\right) = 107,5 \text{ m}$$

► **Marcar sobre uma linha de maior declive do terreno, um ponto de cota dada.**

É o problema inverso do anterior. Considerando a Figura 1.24, pretendemos marcar sobre a linha  $\overline{ab}$  um ponto  $c$  com uma determinada cota. Agora, as incógnitas são as distâncias  $\overline{ac}$  ou  $\overline{cb}$ . Podemos calcular estas distâncias desenvolvendo as expressões 1.24 ou 1.25, donde:

$$\overline{ac} = (H_a - H_c) \times \frac{\overline{ab}}{N} \quad (1.26)$$

ou,

$$\overline{cb} = (H_a - H_b) \times \frac{\overline{ab}}{N} \quad (1.27)$$

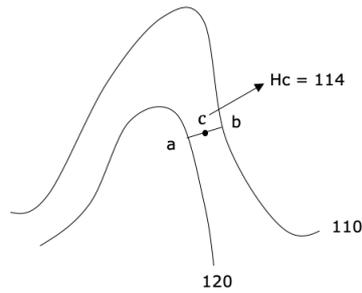


Figura 1.24: Marcar um ponto  $c$  na linha de maior declive entre as curvas de nível.

Se, por exemplo,  $\overline{ab} = 8$  cm e a cota de  $c$  for,  $H_c = 114$  m, vem pela equação 1.26 ou 1.27:

$$\overline{ac} = (120 - 114) \times \frac{8}{10} = 4,8 \text{ cm}$$

ou,

$$\overline{cb} = (114 - 110) \times \frac{8}{10} = 3,2 \text{ cm}$$

► **Determinar o declive entre duas curvas de nível sucessivas.**

Na Figura 1.25, determinar o declive segundo a linha  $\overline{ab} = 10$  mm e segundo a linha  $\overline{ac} = 20$  mm, sabendo que a escala da carta é  $1/20.000$ .

Basta aplicar a expressão 1.23, onde  $dh$  é a distância gráfica entre os pontos e  $n$  é a equidistância gráfica, que neste caso é:

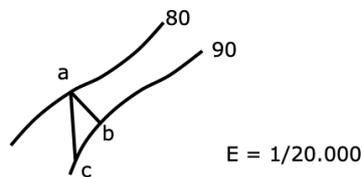


Figura 1.25: Declive entre duas curvas de nível sucessivas.

$$n = \frac{10}{20.000} = 0,0005 \text{ m} = 0,5 \text{ mm}$$

logo, vem que:

$$dec_{ab} = \frac{0,5}{10} = 0,05$$

e,

$$dec_{ac} = \frac{0,5}{20} = 0,025$$

Isto é, o declive entre  $a$  e  $b$  é 5% e entre  $a$  e  $c$  é 2,5%.

Também podemos resolver este problema utilizando a equação 1.22, onde  $DH$  é a distância horizontal e  $N$  é a equidistância natural. Sabendo que:

$$N = 10,$$

$$DH_{ab} = 10 \times 20.000 = 200.000 \text{ mm} = 200 \text{ m e}$$

$$DH_{ac} = 20 \times 20.000 = 400.000 \text{ mm} = 400 \text{ m}$$

vem:

$$dec_{ab} = \frac{10}{200} = 0,05$$

e

$$dec_{ac} = \frac{10}{400} = 0,025$$

- **Traçar, entre dois pontos situados entre curvas de nível sucessivas, uma linha com um determinado declive.**

Na Figura 1.27 marcar o ponto *c* que com o ponto *a* defina um declive de 5% sabendo que a escala da carta é 1/25.000.

Neste caso,

$$n = \frac{10}{25.000} = 0,0004 \text{ mm} = 0,4 \text{ mm}$$

logo,

$$dec_{ac} = \frac{n}{dh} \Leftrightarrow dh = \frac{n}{dec_{ac}} \Leftrightarrow dh = \frac{0,4}{0,05} \Leftrightarrow dh = 8 \text{ mm}$$

Então, a partir do ponto *a*, traça-se uma linha com comprimento 8 mm até encontrar a curva de nível, por exemplo:

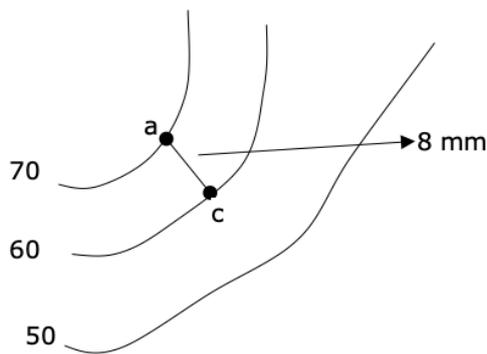


Figura 1.26: Linha com um determinado declive entre duas curvas de nível sucessivas.

- **Traçar um percurso com um determinado declive entre dois pontos – Percurso com declive constante.**

Tomemos como exemplo a Figura 1.27, onde se pretende traçar, entre os pontos *a* e *d*, um percurso com um declive que não ultrapasse os 10%, sabendo que a escala da carta é 1/10.000.

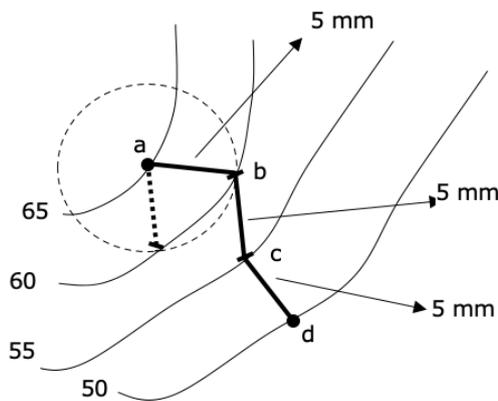


Figura 1.27: Percurso com declive constante.

Na expressão 1.23, a incógnita é  $dh$ , isto é, a distância gráfica a que se devem cortar as sucessivas curvas de nível para que o declive seja 10%. Uma vez que  $n = 0,5$  mm vem:

$$dh = \frac{0,5}{0,1} = 5 \text{ mm}$$

Para garantirmos que o declive é igual, ou pelo menos não ultrapassa os 10%, temos que traçar o percurso de modo a que a distância entre cada duas curvas consecutivas seja igual ou superior a 5 mm. Assim, com centro no ponto  $a$ , devemos traçar um arco de círculo com raio igual a 5 mm cortando a curva de nível 60 em dois pontos, podendo qualquer deles ser a solução. Se escolhermos o ponto  $b$ , procedemos do mesmo modo e assim sucessivamente até chegar a  $d$ .

Este problema pode ter duas, uma ou nenhuma solução, conforme o declive dado é menor, igual ou maior do que o maior declive na zona considerada.

► **Traçar o perfil do terreno segundo uma dada direção.**

**Perfil do terreno segundo uma dada direção** - É a intersecção da superfície do terreno com um plano vertical que passa por essa direção.

Para desenhar o perfil acham-se os pontos de intersecção das curvas de nível com o plano vertical que passa pela direção dada e marcam-se as cotas desses pontos (reduzidas à escala) a partir de uma linha de referência obtendo-se pela sua união a configuração do perfil (Figura 1.28).

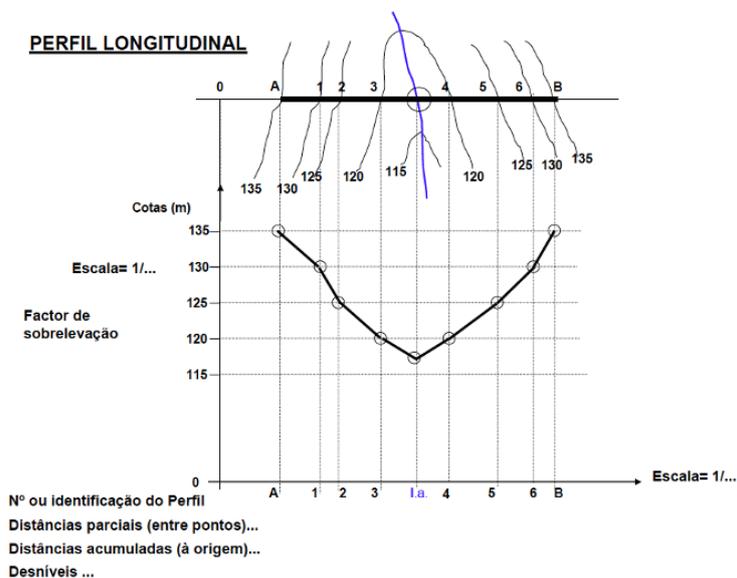


Figura 1.28: Perfil do terreno.

Os perfis podem ser classificados de acordo com a relação entre escalas horizontal e vertical:

- **Perfil natural do terreno:** é um perfil do terreno em que as escalas horizontal e vertical são iguais;
- **Perfil sobrelevado:** é um perfil em que a escala vertical é maior do que a escala horizontal, sendo normalmente esta última igual à

escala da carta. Diz-se que um perfil é sobrelevado  $n$  vezes quando a escala vertical é  $n$  vezes maior do que a correspondente escala horizontal. Usualmente utilizamos a sobrelevação do perfil para fazer sobressair o relevo do terreno. Exemplo: Se a escala da carta for 1/100 e a escala vertical for 1/20, o perfil foi sobrelevado 5 vezes ( $20 \times 5 = 100$ );

- **Perfil rebaixado**; é um perfil em que a escala vertical é menor do que a escala horizontal. À semelhança dos perfis elevados também se pode dizer que um perfil é rebaixado  $n$  vezes se a escala vertical é  $n$  vezes menor do que a escala horizontal.

Em função do desenvolvimento do perfil pode definir-se a sua classificação em perfil longitudinal, se é realizado segundo a maior dimensão de uma parcela ou obra em estudo (perfil de uma estrada ao longo do eixo da via), e em perfil transversal, se é traçado perpendicularmente a um perfil longitudinal (perpendicularmente ao maior desenvolvimento do aspeito em estudo).

► **Delimitar a bacia hidrográfica de um curso de água.**

A bacia hidrográfica de um curso de água é uma área do terreno, drenada por um curso de água ou por um sistema interligado de cursos de água, tal que toda a água nela precipitada é descarregada através de uma única saída – Secção de referência da bacia (Figura 1.29).

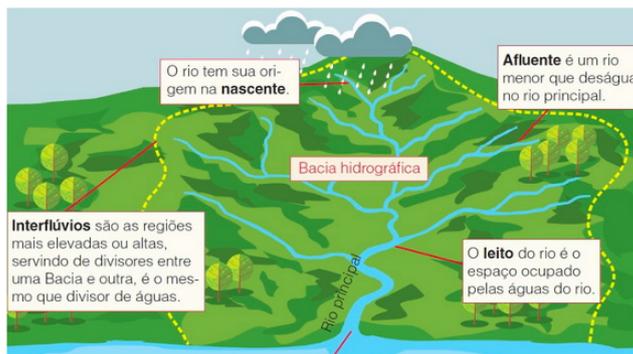


Figura 1.29: Bacia hidrográfica de um curso de água.

O contorno de uma bacia hidrográfica é definido pela linha de separação de águas que divide as precipitações que caem na bacia das que caem na bacia vizinha. A linha de separação de águas segue pelas linhas de fecho a partir da secção de referência e em torno da bacia, atravessando o curso de água apenas na secção de referência.

Para delimitar uma bacia hidrográfica de um curso de água, relativamente a uma determinada secção desse curso de água, traça-se a partir desta secção a linha de fecho em torno da bacia. Esta linha segue pelos pontos de máxima cota e, como referido anteriormente, entre dois talvegues (linha de reunião de águas) existe sempre uma linha de fecho (Figura 1.30).

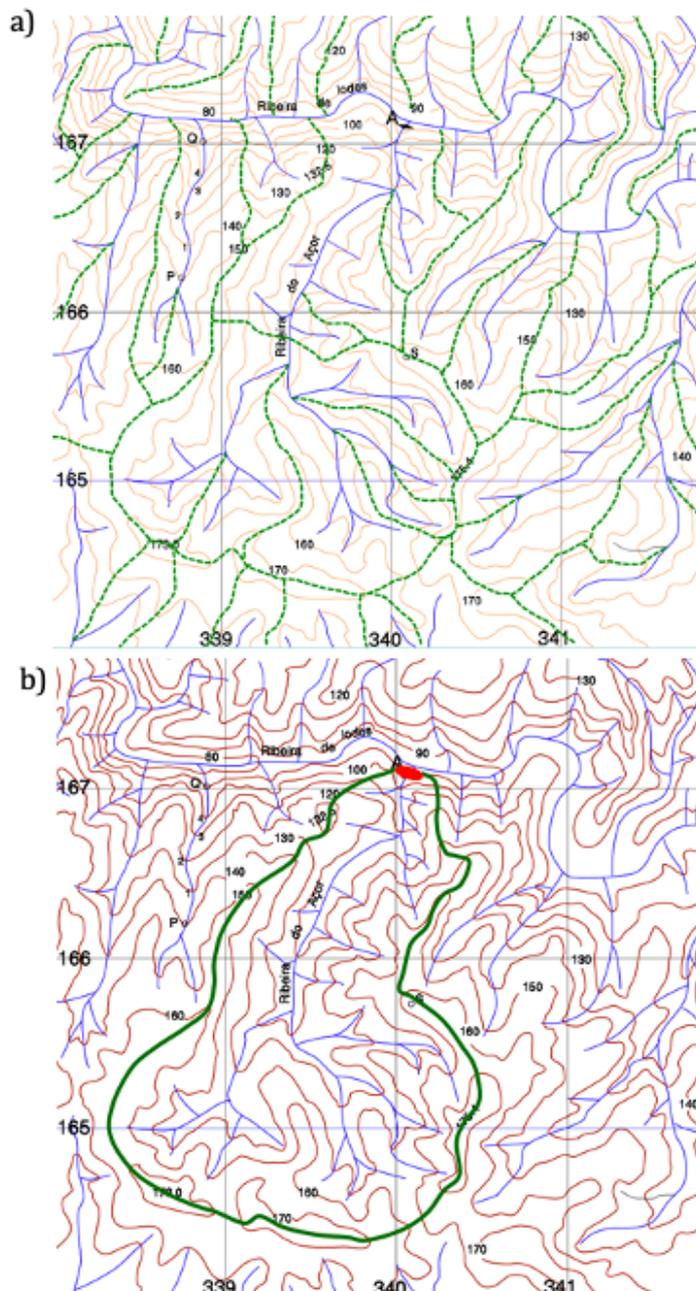


Figura 1.30: a) Representação das linhas de fecho principais e b) bacia hidrográfica do rio Açor.

## 1.5 Medição de distâncias na carta

Conhecendo a distância na carta (distância gráfica), e a escala desta, podemos conhecer a verdadeira grandeza desse comprimento segundo a horizontal. Basta multiplicar a distância medida da carta pelo denominador da escala.

$$DH = dh \times m \quad (1.28)$$

onde  $DH$  é a distância horizontal no terreno,  $dh$  a sua correspondente na carta e  $m$  é o denominador da escala.

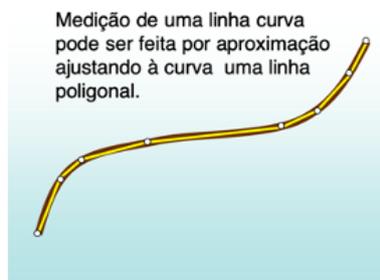
Se nos interessar conhecer a distância real entre dois pontos, não segundo

a horizontal, mas segundo uma direção formando um determinado ângulo com a horizontal, o problema pode ser resolvido de igual modo desde que conheçamos a diferença de nível entre os dois pontos considerados (Ver Equações 1.15 a 1.19).

### Métodos e processos de medição de distâncias na carta

- ▶ **Linha reta ou poligonal** - Se a distância a medir é uma linha reta, podemos recorrer ao uso de uma régua e multiplicar o valor obtido pela escala da carta.
- ▶ **Linha curva** - Se a distância a medir é uma linha curva, podemos utilizar vários métodos dos quais se destacam:

**Aproximar a linha curva a uma linha poligonal.** A soma dos comprimentos de todos os segmentos, que constituem a poligonal, multiplicada pelo denominador da escala dá a distância horizontal no terreno. (Figura 1.31);



**Figura 1.31:** Medição de uma linha curva por aproximação a uma poligonal.

**Curvímetro.** O curvímetro (Figura 1.32) é um aparelho que possui uma roda serrilhada de perímetro determinado que percorre o itinerário a medir. Esta roda, transmite o movimento, sendo o valor do comprimento medido apresentado no mostrador. No curvímetro mecânico (Figura 1.32 a), o movimento de rotação da roda é transmitido a um ponteiro que se desloca em frente de um mostrador graduado. Este, tem normalmente várias escalas e é graduado em função do perímetro da roda serrilhada, do tipo de transmissão de movimentos da roda do ponteiro e ainda da escala a que se destina. Os valores dados pelo curvímetro são valores reais e leem-se na graduação correspondente à escala que estamos a trabalhar. No curvímetro digital (Figura 1.32 b) introduz-se previamente a escala da carta sendo depois apresentada no mostrador o valor real da distância horizontal.

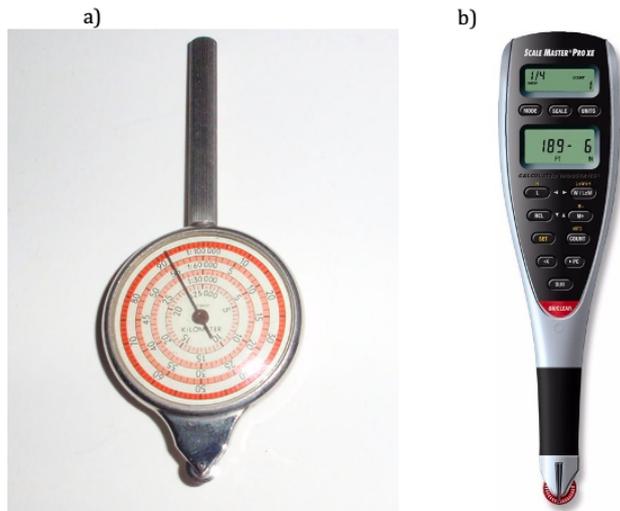


Figura 1.32: a) Curvímeter mecânico e b) Curvímeter digital.

## 1.6 Medição de áreas na carta

A medição de uma área pode ser feita recorrendo à carta e procedendo à medição da área gráfica correspondente à área do terreno a medir.

Para tal, basta determinar a área gráfica, por um dos métodos que descrevemos em seguida e multiplica-la pelo denominador da escala ao quadrado.

$$A = a \times m^2 \quad (1.29)$$

onde,  $A$  é a área no terreno,  $a$  é a correspondente área gráfica e  $m$  é o denominador da escala.

### Métodos e processos de medição de áreas na carta

Os métodos mais utilizados para a medição de áreas na carta podem ser divididos em métodos mecânicos, métodos geométricos, métodos analíticos.

- ▶ **Método mecânico** - Consiste na determinação da área por meio de um instrumento, sendo o planímetro o mais usado (Figura 1.33). Existem fundamentalmente dois tipos de planímetros, os polares (Figura 1.33 a) e os lineares (Figura 1.33 b). No planímetro polar existe um ponto fixo (polo) à volta do qual gira o instrumento. Nos planímetros lineares, o instrumento desloca-se segundo uma direção retilínea.

Os planímetros podem ser mecânicos ou digitais. Nos planímetros digitais o valor da escala é introduzido inicialmente e a área obtida é já a área real. Com os planímetros mecânicos mede-se a área gráfica que no final é convertida em área real por multiplicação pelo denominador da escala ao quadrado.

- ▶ **Métodos geométricos**

**Decomposição em figuras elementares** - Consiste em dividir a figura de que se quer determinar a área em figuras geométricas (triângulos, retângulos, trapézios, etc) cujas áreas são de fácil avaliação. A superfície representada na Figura 1.34 pode



Figura 1.33: a) Planímetro digital polar, b) Planímetro digital linear.

ser decomposta em triângulos cuja área pode ser facilmente determinada. A área total é a soma das áreas dos triângulos.

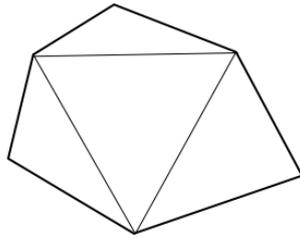


Figura 1.34: Polígono decomposto em figuras elementares.

**Método dos trapézios** - Divide-se a área a medir numa série de trapézios por meio de retas paralelas equidistantes e perpendiculares ao lado  $AB$  e substitui-se a linha curva por uma linha poligonal (Figura 1.35).

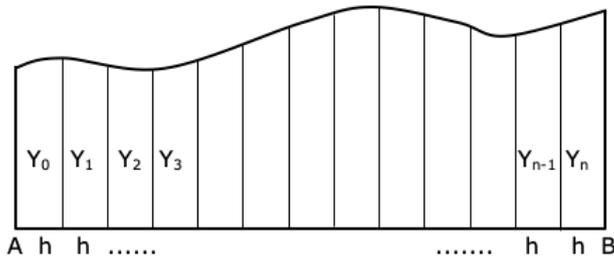


Figura 1.35: Figura decomposta em trapézios.

A área da figura será dada pela soma das áreas dos trapézios,

$$a = h \left( \frac{Y_0 + Y_1}{2} + \frac{Y_1 + Y_2}{2} + \dots + \frac{Y_{n-1} + Y_n}{2} \right) \quad (1.30)$$

$$a = h \left( \frac{Y_0 + Y_n}{2} + Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1} \right)$$

**Método da quadrícula** - Neste método sobrepõe-se sobre a figura, cuja área se pretende determinar, um papel transparente onde está traçada uma quadrícula de dimensões conhecidas (Figura 1.36). Contam-se o número de quadrados completos ( $n_1$ ) e o número de quadrados incompletos ( $n_2$ ), inscritos na referida figura. A área da figura é dada pela expressão:

$$a = a_q \times \left( n_1 + \frac{n_2}{2} \right) \quad (1.31)$$

onde  $a_q$  é a área de cada quadrado.

#### ► Método analítico

**Método das coordenadas cartesianas** - O mais conhecido método analítico é o método das coordenadas cartesianas ou método

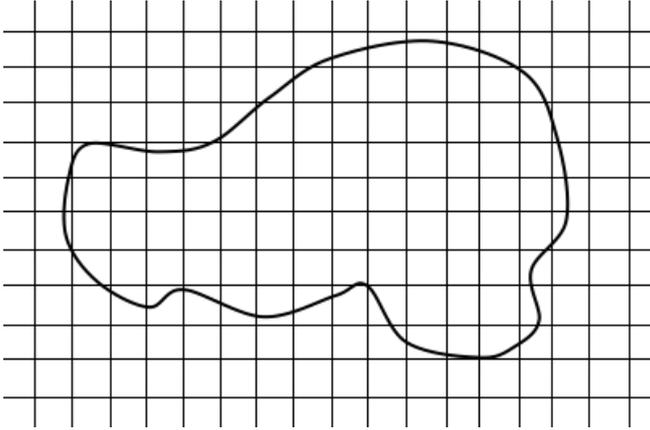


Figura 1.36: Método da quadrícula.

de Gauss e utiliza-se quando a área a medir tem contorno poligonal e se conhecem as coordenadas retangulares dos seus vértices. É de todos o método mais rigoroso e, ao contrário dos métodos anteriores que dão a área gráfica ( $a$ ), o método de Gauss dá a área do terreno ( $A$ ).

Na Figura 1.37 está apresentada uma parcela de terreno, de vértices [1,2,3,4] e coordenadas [(x1,y1), (x2,y2), (x3,y3), (x4,y4)], conhecidas. Pretende-se determinar a área da parcela [1,2,3,4].

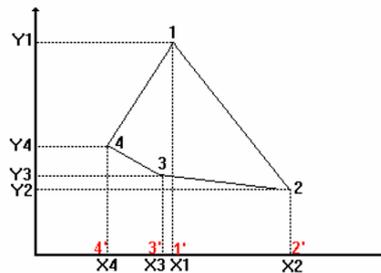


Figura 1.37: Método das coordenadas cartesianas ou método de Gauss.

Para tal, consideremos os trapézios definidos pelos seguintes vértices:

- [4', 4, 1, 1']
- [1', 1, 2, 2']
- [4', 4, 3, 3']
- [3', 3, 2, 2']

A área,  $A$ , da parcela corresponde a:

$$A = A_{[4',4,1,1']} + A_{[1',1,2,2']} - (A_{[4',4,3,3']} + A_{[3',3,2,2']}) \quad (1.32)$$

Para determinar a área pretendida, basta determinar as áreas dos trapézios e substituir na expressão anterior. As áreas dos trapézios, são dadas por:

$$- A_{[4',4,1,1']} = \frac{Y_4 + Y_1}{2} \times [X_1 - X_4]$$

$$- A_{[1',1,2,2']} = \frac{Y_1 + Y_2}{2} \times [X_2 - X_1]$$

$$- A_{[4',4,3,3']} = \frac{Y_4 + Y_3}{2} \times [X_3 - X_4]$$

$$- A_{[3',3,2,2']} = \frac{Y_3 + Y_2}{2} \times [X_2 - X_3]$$

Assim, substituindo na Equação 1.32 vem:

$$A_{[1,2,3,4]} = \frac{Y_4 + Y_1}{2} \times [X_1 - X_4] + \frac{Y_1 + Y_2}{2} \times [X_2 - X_1] - \left( \frac{Y_4 + Y_3}{2} \times [X_3 - X_4] + \frac{Y_3 + Y_2}{2} \times [X_2 - X_3] \right)$$

Desenvolvendo para o caso geral com  $n$  vértices, vem a expressão de cálculo da área pelo método de Gauss:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [X_i (Y_{i-1} - Y_{i+1})] \quad (1.33)$$

## 1.7 Exercícios de aplicação

### Exercício 1

A distância real entre dois pontos do terreno é de 10 m e a correspondente distância gráfica é de 5 cm. Qual a escala da carta?

### Exercício 2

Qual a distância real entre dois pontos que, na carta de escala 1/25.000.000, mede 2 cm de distância?

### Exercício 3

Qual a área gráfica, na escala 1/10.000, de um terreno com 5 ha?

### Exercício 4

Qual é a área real que equivale a uma área gráfica de 3 cm<sup>2</sup>, quando a escala é de 1/50.000?

### Exercício 5

Qual a maior escala convencional de uma carta para que uma parcela de terreno com área de 1 ha seja representada com uma área gráfica menor ou igual 30 cm<sup>2</sup>?

### Exercício 6

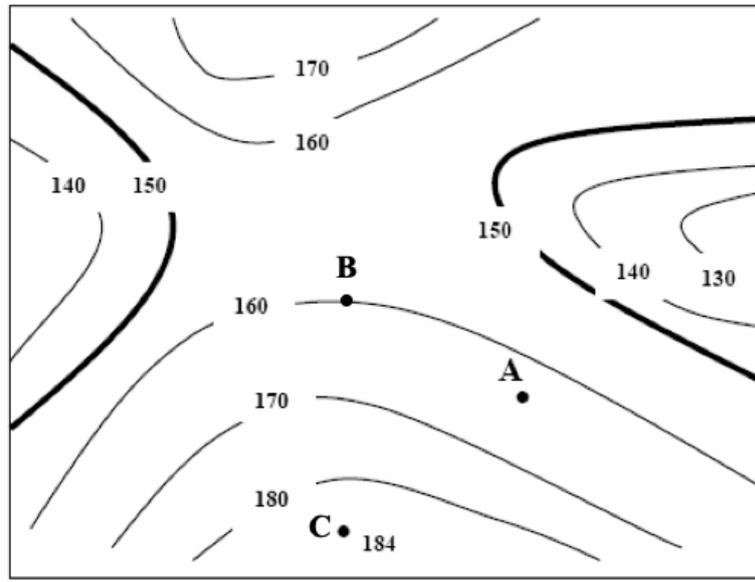
Qual a maior escala convencional a que se pode representar um tanque circular com um diâmetro igual a 10 m, de modo a que a área de representação seja inferior a 20 cm<sup>2</sup>?

**Exercício 7**

Qual a maior escala convencional a que se pode representar terreno com área de  $1000 \text{ m}^2$  de modo a que a área de representação seja inferior a  $300 \text{ mm}^2$ ?

**Exercício 8**

A figura que se segue representa parte de uma carta à escala 1:20.000.



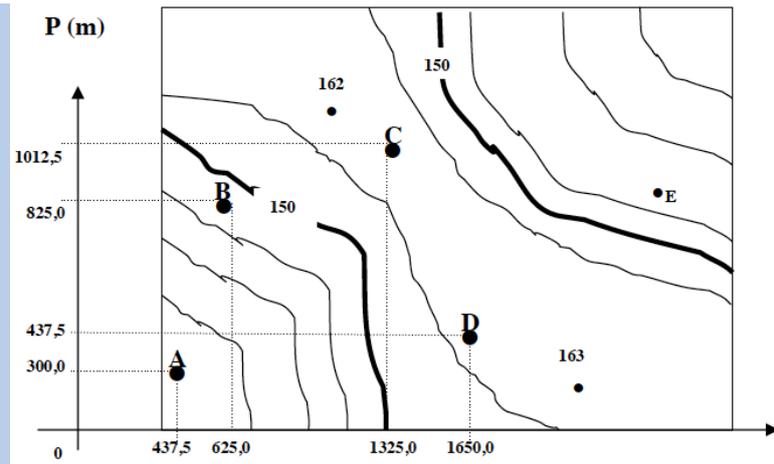
Relativamente à figura:

- Determine a equidistância natural e a equidistância gráfica;
- Determine a cota do ponto A;
- Determine a distância horizontal, a distância inclinada (ou distância real), o declive médio e a inclinação média do terreno entre o ponto A e o ponto B;
- Represente na figura o percurso mais curto que une o ponto A e o ponto C, de modo a não ultrapassar um declive de 3%;
- Marque as linhas de reunião de água e as linhas de fecho;
- Identifique a forma do terreno representada. Justifique fazendo a legenda de identificação das formas características que lhe deram origem;
- Determine a área real da parcela cujos vértices correspondem aos pontos A, B e C.

**Exercício 9**

A figura que se segue representa parte de uma carta à escala 1:25.000.

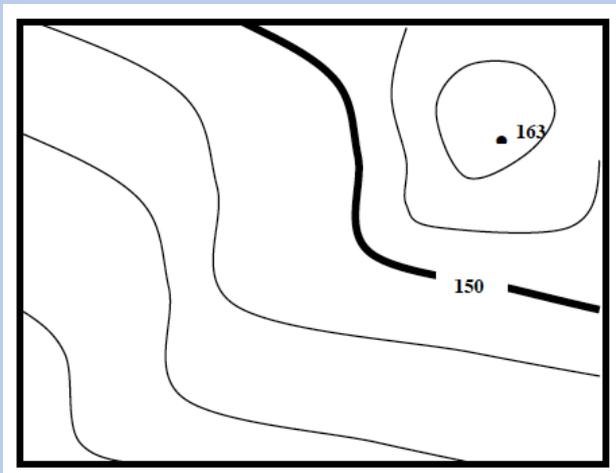
Relativamente à figura:



- Determine a distância horizontal, a distância inclinada (ou distância real), o declive médio e a inclinação média do terreno entre o ponto *B* e o ponto de cota 162 m;
- Determine, pelo método de Gauss, a área real (em ha) da parcela cujos vértices correspondem aos pontos *A*, *B*, *C* e *D*.
- Represente na figura o percurso mais curto que une o ponto de cota 163 m e o ponto *E*, de modo a não ultrapassar um declive de 6%;

### Exercício 10

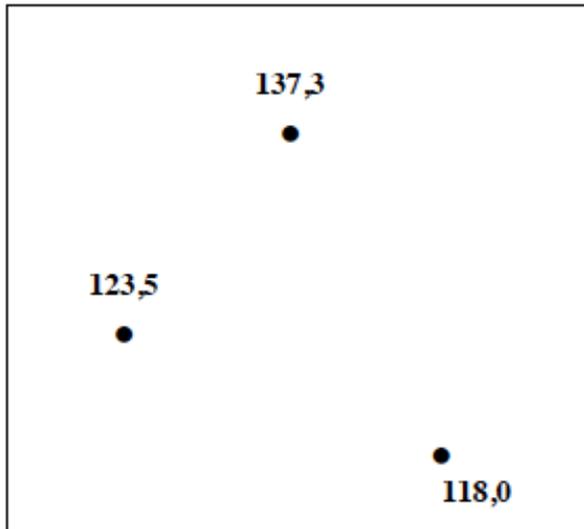
Na figura seguinte faz-se a representação parcial de uma carta.



Que forma característica do terreno pode identificar na figura? Faça a sua legenda.

### Exercício 11

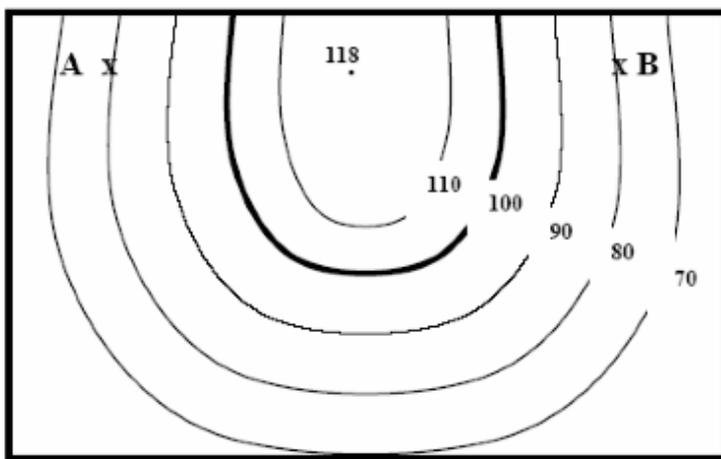
Na figura seguinte apresenta-se parte de uma carta onde o relevo se encontra representado por pontos cotados. Admita que pretende transformar a representação do relevo por pontos cotados numa representação em curvas de nível com uma equidistância natural de 10 m. Trace na figura pontos de passagem das referidas curvas.



### Exercício 12

A figura seguinte representa parte de uma carta à escala 1/10000.

- Entre os pontos *A* e *B*, trace o perfil longitudinal do terreno, sobrelevado 10 vezes;
- No perfil longitudinal desenhado e entre os pontos *A* e *B*, trace uma plataforma horizontal à cota 100 m. Identifique zonas de aterro e de escavação e os respetivos perfis de passagem.



### Exercício 13

- Apresente o ângulo de  $70^{\circ} 50' 32''$  de acordo com o sistema centesimal.
- Apresente o ângulo de  $120^{\circ} 55' 28''$  de acordo com o sistema centesimal.
- Apresente o ângulo de  $80^{\circ} 50^{min} 32^s$  de acordo com o sistema sexagesimal.

d) Apresente o ângulo de  $25^{\circ} 90^{\text{min}} 98^{\text{s}}$  de acordo com o sistema sexagesimal.

**Soluções:**

1:  $E = 1/200$

2:  $D = 500 \text{ km}$

3:  $a = 5 \text{ cm}^2$

4:  $A = 0,75 \text{ km}^2$

5:  $E = 1/2000$

6:  $E = 1/200$

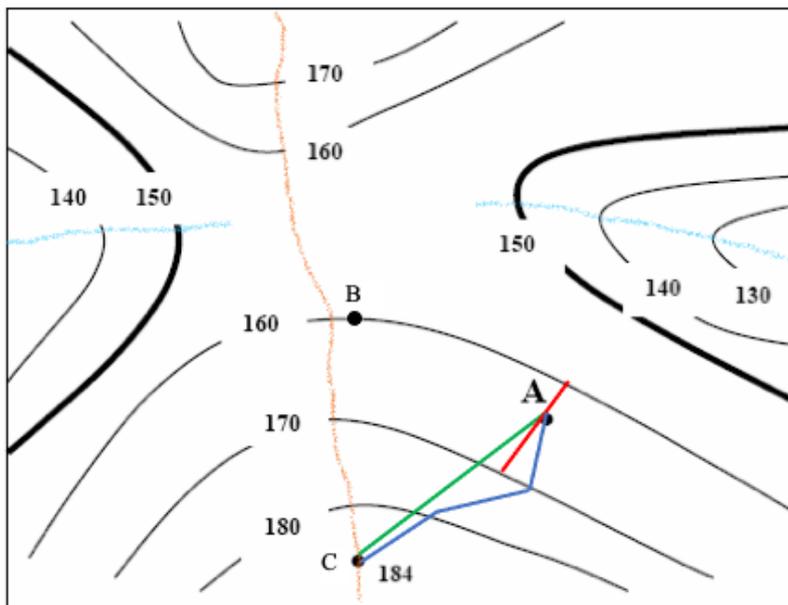
7:  $E = 1/2000$

8: a)  $n = 0,5 \text{ mm}$  e  $N = 10 \text{ m}$ ; b)  $H_A = 165,6 \text{ m}$ ; c)  $DH_{AB} = 500 \text{ m}$ ,  $D_{AB} = 500,03 \text{ m}$ ,  $Dec_{AB} = 2,2\%$ ,  $i_{AB} = 1,3^{\circ}$ ;

d) Representado a azul na figura;

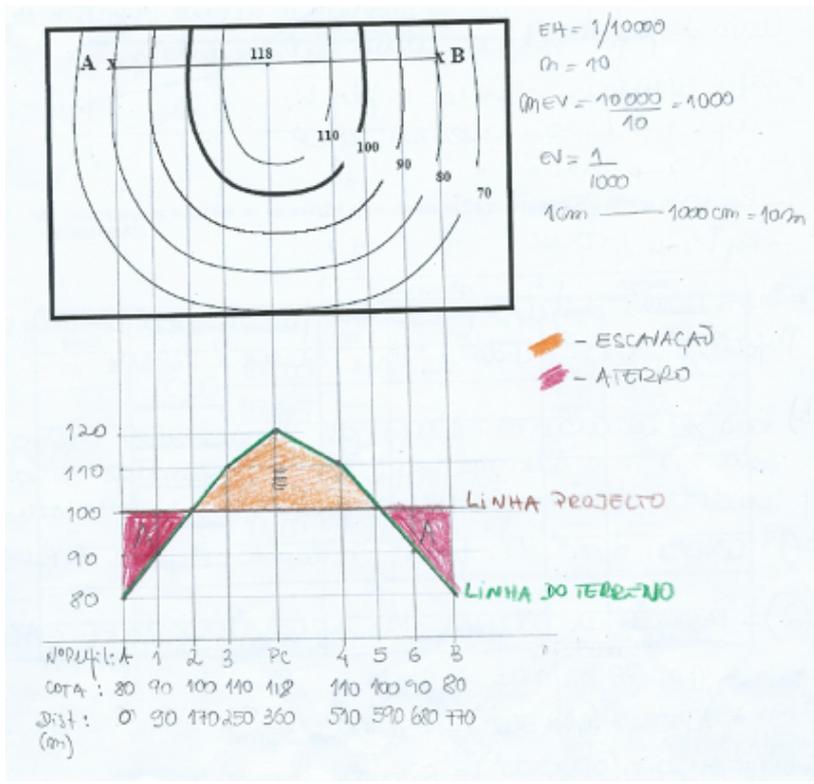
e) Na figura, linha de festo a castanho e linhas de reunião de águas a azul claro;

g)  $12,76 \text{ ha}$ .



9: a)  $DH = 450 \text{ m}$ ,  $D = 450,4 \text{ m}$ ,  $i = 2,4^{\circ}$ ,  $Dec = 2,2\%$ ; b)  $A = 53,7 \text{ ha}$ .

12:



13:

- a)  $78^{\circ} 71^{min} 36^s$ .
- b)  $134^{\circ} 36^{min} 05^s$ .
- c)  $72^{\circ} 27' 10''$
- d)  $23^{\circ} 19' 08''$

## 2.1 Introdução

No capítulo anterior descrevemos a carta topográfica e analisamos alguma informação que pode ser retirada dessa carta.

Uma outra informação que pode ser retirada da carta é a determinação das coordenadas que definem a posição de qualquer ponto à superfície da Terra. A posição de um ponto à superfície da Terra fica definida por três coordenadas: latitude, longitude e altitude e estas coordenadas variam em função do sistema de coordenadas utilizado.

Qualquer sistema de coordenadas envolve a definição de um elipsóide de referência, de um datum geodésico e de um sistema de projeção cartográfica.

Neste capítulo vamos analisar os sistemas de coordenadas e os princípios físicos e matemáticos que lhes deram origem (Gonçalves et al., 2008).

A geodesia é a ciência que estuda a forma e dimensões da Terra e se ocupa da medição e representação cartográfica da superfície terrestre.

A cartografia matemática estuda as projeções cartográficas, isto é, as transformações matemáticas das coordenadas curvilineas em coordenadas retangulares.

## 2.2 Forma e dimensões da Terra

A superfície terrestre tem irregularidades que apesar da sua grande dimensão à escala do Homem, são relativamente pequenas quando comparadas com as dimensões do planeta. O ponto mais elevado da Terra (monte Everest) tem cerca de 8,8 km e a fossa mais profunda (fossa das Marianas) tem cerca de 11 km de profundidade. Estas variações quando comparadas com o raio da Terra (cerca de 6.400 km) são insignificantes (Figura 2.1).



2.1 Introdução . . . . .	30
2.2 Forma e dimensões da Terra	30
2.3 Sistemas de coordenadas no elipsóide . . . . .	32
2.4 Datum . . . . .	33
2.5 Projeções cartográficas . . . .	34
2.6 Coordenadas retangulares .	35
2.7 Sistemas de projeção cartográficos utilizados em Portugal . . .	36
2.8 Triangulação geodésica . . .	42
2.9 Problemas com coordenadas retangulares . . . . .	42
2.10 Exercícios de aplicação . . . .	45

Figura 2.1: Raio da Terra.

Assim, quando falamos da forma da Terra, abstraímos do seu relevo e podemos considerar uma superfície mais regular - o geóide (Figura 2.2).

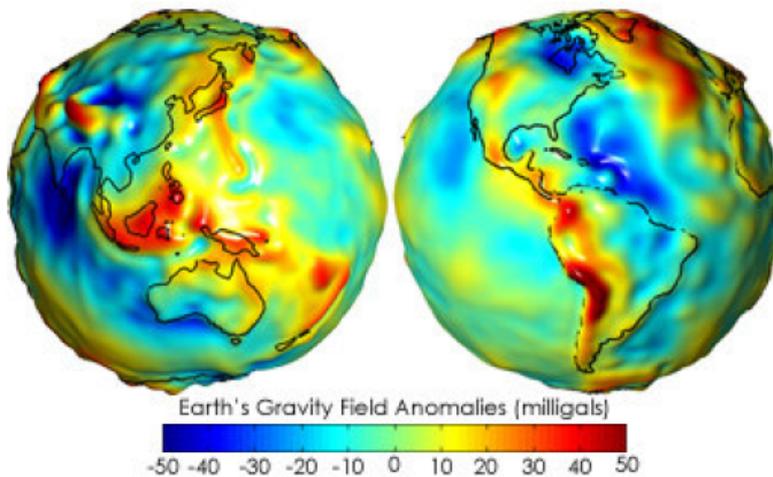


Figura 2.2: Geóide.

O geóide é uma superfície teórica que se obtém considerando o nível médio das águas do mar prolongado sob os continentes. É uma superfície equipotencial do campo gravítico terrestre que em cada ponto é perpendicular à força da gravidade e aproximadamente coincidente com o nível médio da água do mar.

O geóide é a forma que mais se aproxima da forma da Terra mas é uma superfície matematicamente complexa daí que se tente encontrar superfícies menos complexas que se aproximem do geóide.

Numa primeira aproximação, o geóide pode ser descrito por uma esfera. Mas, a forma da Terra difere duma superfície esférica por apresentar um achatamento nos polos, assim a forma do geóide pode ser muito semelhante à de um elipsoide de revolução (superfície gerada por uma elipse por rotação do seu eixo menor), com um raio equatorial (semi-eixo maior) de cerca de 6378 km e um raio polar (semi-eixo menor) de cerca de 6357 km (Figura 2.3).

$$f = \frac{a-b}{a}$$

a: semi-eixo maior da elipse  
b: semi-eixo menor da elipse

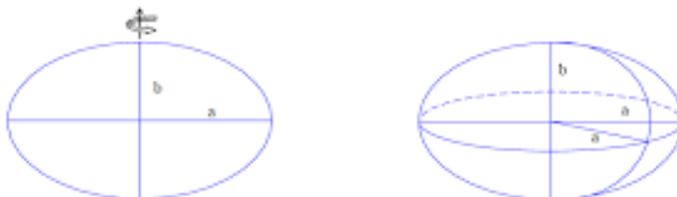


Figura 2.3: Elipsoide.

Temos assim, 3 superfícies relativas à superfície terrestre (Figura 2.4):

- Superfície terrestre: superfície física que apresenta uma forma irregular;
- Superfície do geóide: superfície fictícia, irregular também, mas que é aproximadamente coincidente com o nível médio da água do mar. As irregularidades do geóide devem-se às irregularidades da distribuição

de massa no interior da Terra. Por exemplo, próximo de uma montanha a sua massa produz alguma atração, daí que haja uma elevação do geóide (Alves, et al., 2008);

- Superfície do elipsoide: superfície teórica ideal e conveniente para elaboração dos cálculos necessários à planificação da terra.

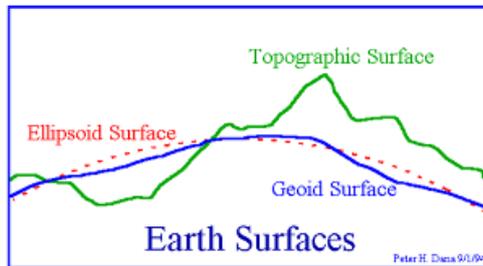


Figura 2.4: Superfícies relativas à superfície terrestre.

O elipsoide é a superfície de referência que define a forma da Terra e ao longo da história da geodesia, com o desenvolvimento tecnológico e a evolução do conhecimento tem-se tentado encontrar o elipsóide que melhor representa o geóide e vários elipsóides têm sido definidos.

Na Tabela 2.1 apresentam-se os elipsóides que têm sido utilizados na cartografia de Portugal.

Elipsóide	a - Raio equatorial (km)	b - Raio polar (km)
Puissant (1830)	6.377,858	6.356,809
Bessel (1830)	6.377,397	6.356,079
Hayford (1909)	6.378,388	6.356,912
GRS80 (1980)	6.378,137	6.356,752
WGS84 (1984)	6.378,137	6.356,752

Tabela 2.1: Alguns elipsóides de referência.

Um dos elipsóides mais utilizados é o elipsoide de Hayford (1909) que foi adotado como elipsoide internacional em 1924 e toda a cartografia utilizou este elipsoide como elipsoide de referência.

Mais recentemente, desde que se começaram a utilizar os satélites para definir a posição dos pontos à superfície terrestre começou a utilizar-se o elipsoide WGS84. Este elipsoide é utilizada na cartografia Portuguesa desde 2001.

## 2.3 Sistemas de coordenadas no elipsoide

Qualquer que seja o elipsoide definido, para conhecermos as coordenadas de um ponto à superfície da terra torna-se necessário estabelecer um sistema de coordenadas.

As coordenadas geográficas (ou coordenadas geodésicas) são a latitude ( $\phi$ ) e a longitude ( $\lambda$ ), definidas sobre o elipsoide.

A latitude ( $\phi$ ) define-se como o ângulo que a normal ao elipsóide num determinado ponto  $P'$  faz com o plano equatorial (Figura 2.5). Varia entre  $-90^\circ$  e  $90^\circ$  (negativas a sul) ou entre  $0$  e  $90^\circ$  N e  $0$  e  $90^\circ$  S.

A longitude ( $\lambda$ ) define-se como o ângulo entre o plano do meridiano do ponto  $P'$  e o meridiano de referência (meridiano de Greenwich) (Figura

2.5). Varia entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ , ou entre  $-180^\circ$  e  $180^\circ$  (negativas a Oeste) ou entre  $0$  e  $180^\circ$  E e  $0$  e  $180^\circ$  W.

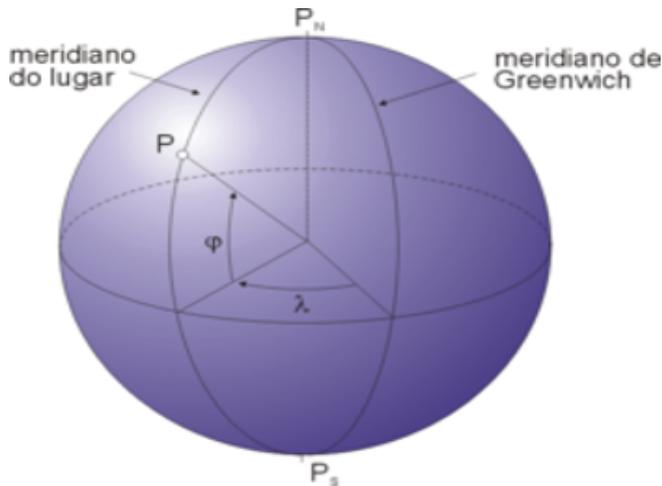


Figura 2.5: Latitude e longitude de um ponto da superfície terrestre.

Para definir completamente a posição do ponto P considera-se também a sua altitude. No entanto, a altitude, dada pela cartografia, refere-se a alturas acima do geóide e não do elipsóide. Assim, define-se altitude ortométrica ( $H$ ) quando a superfície de referência é o geóide e altitude elipsoidal ou geométrica ( $h$ ), quando a superfície de referência é o elipsóide.

## 2.4 Datum

O geóide e o elipsóide, são superfícies diferentes e por isso não coincidem exatamente. Uma vez escolhido o elipsóide há que posicioná-lo de forma a que ele se ajuste o mais possível ao geóide. O elipsóide posiciona-se em relação ao geóide através de um ponto onde a vertical do lugar coincide com a normal ao elipsóide. Neste ponto as coordenadas sobre o elipsóide, coincidem exatamente com as coordenadas sobre o geóide. Isto corresponde ao estabelecimento do *datum* geodésico.

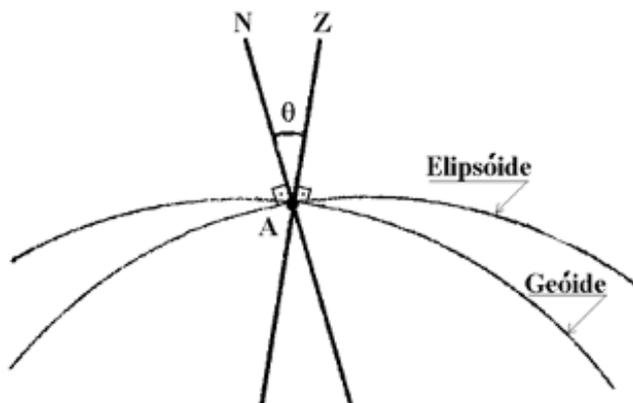


Figura 2.6: Posicionamento do elipsóide em relação ao geóide.

Quando definimos um elipsóide, temos que definir o *datum* que o posiciona e podemos ter dois tipos de *data* (Figura 2.7):

- *Datum* local. Constituído por um elipsóide de referência posicionado de modo a que localmente as diferenças entre o geóide e o elipsóide sejam

mínima;

- *Datum* global. Constituído por um elipsoide de referência posicionado de modo a que o seu centro coincida com o centro da terra.

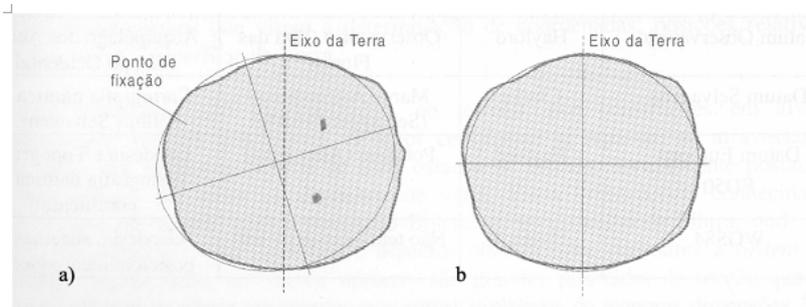


Figura 2.7: a) *datum* local e b) *datum* global.

Se queremos cartografar uma dada região, estamos preocupados em que nesse local, o elipsoide se aproxime ao geóide e menos preocupados em que esse ajuste seja global.

Na cartografia portuguesa têm sido utilizados os seguintes *data*:

- ▶ *Datum* Lisboa (DtLx) - Constituído pelo elipsoide de Hayford posicionado num marco geodésico localizado no castelo de S. Jorge;
- ▶ *Datum* 73 (Dt73) - Constituído pelo elipsoide de Hayford posicionado no vértice geodésico da Melriça (Vila de Rei). A razão para se estabelecer este *datum* foi a de ter um ponto de fixação central no país (Melriça é considerada o centro geodésico de Portugal Continental);
- ▶ *Datum* Europeu (ED50) - Constituído pelo elipsoide de Hayford posicionado em Potsdam (Alemanha);
- ▶ *Datum* WGS84 - Constituído pelo elipsoide de Hayford e sem fixação pois é um *datum* global.

A determinação das altitudes em relação ao geóide baseia-se num *datum* altimétrico que em Portugal Continental é dado pelo marégrafo de Cascais.

## 2.5 Projeções cartográficas

Definido o elipsoide de referência e o *datum* que o posiciona torna-se necessário ainda projetar a superfície da Terra e os seus elementos numa superfície cartográfica. Isto é, torna-se necessário transformar uma superfície esférica numa superfície plana. Para isso utilizam-se as projeções cartográficas.

As projeções têm a vantagem de facilitar os cálculos das propriedades geométricas (ex. ângulos, distâncias, etc.) mas tem o inconveniente de introduzir deformações geométricas. Seja qual for o tipo de projeção cartográfica há sempre algum tipo de deformação e esta deformação é tanto maior quanto maior for a área a cartografar.

Uma projeção cartográfica consiste numa transformação da superfície do elipsoide num plano, exprime-se analiticamente por fórmulas matemáticas que convertem as coordenadas geográficas em coordenadas retangulares planas:

$$\begin{cases} X=f_1(\lambda, \phi) \\ Y=f_2(\lambda, \phi) \end{cases} \quad (2.1)$$

onde,  $(\lambda, \phi)$  são as coordenadas geográficas (longitude e latitude) num dado *datum* geodésico e  $(X, Y)$  são as coordenadas retangulares no plano cartográfico.

Na cartografia portuguesa têm sido utilizadas as seguintes projeções:

- ▶ Projeção de Bonne: É uma projeção cónica em que as áreas são mantidas, a forma das áreas polares é preservada e as áreas equatoriais são deformadas;
- ▶ Projeção de Mercator: É uma projeção cilíndrica, mantém as formas e ângulos, mas distorce as áreas terrestres, particularmente nos polos;
- ▶ Projeção de Gauss-Kruger ou Transversa Mercator: Modificação da projeção anterior com a intenção de minimizar as distorções nas zonas afastadas do equador.

## 2.6 Coordenadas retangulares

Seja qual for o tipo de projeção utilizada é necessário sempre posicionar a superfície de referência (o elipsoide) na superfície cartográfica. O posicionamento relativo da superfície de referência e da superfície cartográfica é definido por intermédio de um ponto, situado preferencialmente no centro da região a cartografar, designado por ponto central da projeção. Neste ponto não existe deformação mas à medida que nos afastamos do ponto central a deformação aumenta. Por esta razão este ponto deve estar no centro da região a cartografar.

O meridiano e paralelo que passam no ponto central designam-se por: meridiano central e paralelo central. Este meridiano e paralelo centrais tem uma imagem no plano cartográfico. A imagem do meridiano central no plano cartográfico é designada por Meridiana e é tomada para eixo das ordenadas do plano cartográfico. As abcissas cartográficas são chamadas distâncias à meridiana e simbolizadas por M. A reta perpendicular à meridiana na origem é designada por Perpendicular e é adotada para eixo das abcissas. As ordenadas cartográficas são chamadas distâncias à perpendicular e simbolizadas por P (Figura 2.8).

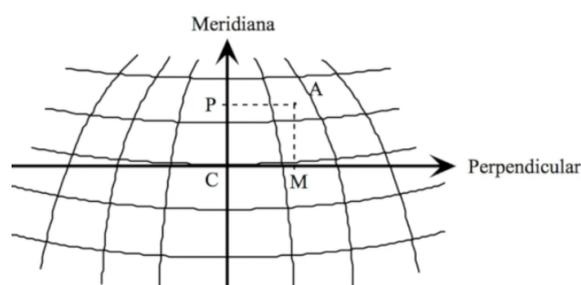


Figura 2.8: Meridiana e Perpendicular.

Nem sempre, o ponto central das coordenadas coincide com a origem das coordenadas. Por vezes considera-se uma origem fictícia, para que se obtenham coordenadas sempre positivas. As coordenadas são, então, referidas a um sistema de eixos que contém esse ponto fictício e que são paralelos à Meridiana à Perpendicular.

## 2.7 Sistemas de projeção cartográficos utilizados em Portugal

Com o descrito nas secções anteriores temos definidos todos os parâmetros necessários para o estabelecimento de um sistema de projeção cartográfica. Assim, um sistema de projeção cartográfica envolve a definição de:

- Elipsoide de referência;
- *Datum* geodésico;
- Projeção cartográfica;
- Ponto central;
- Origem das coordenadas.

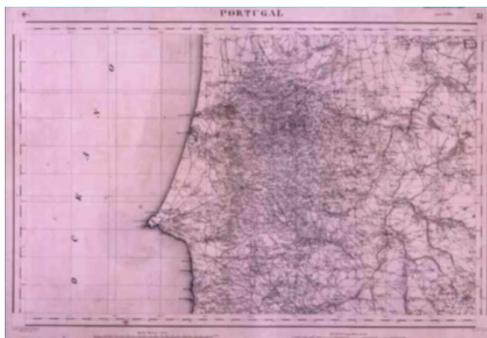
Seguidamente descrevem-se os sistemas de projeção cartográfica utilizados na cartografia portuguesa.

O nome de um sistema de projeção cartográfica é definido pelo nome do elipsoide de referência e pelo tipo de projeção utilizado. Assim, por exemplo, o sistema Puissant-Bonne, utiliza como superfície de referência o elipsoide de Puissant e a projeção de Bonne.

### Sistema Puissant-Bonne (SPB)

- ▶ Elipsoide: Puissant
- ▶ *Datum*: (DtLx)
- ▶ Projeção: Bonne
- ▶ Ponto central: (DtLx)

Utilizado na "Carta Geral do Reyno"(Figura 2.9), levantada entre 1853 e 1891 à escala 1/100.000. Foi a primeira carta topográfica de Portugal construída segundo os métodos científicos modernos.



**Figura 2.9:** Parte da "Carta Geral do Reyno".

### Sistema Bessel-Bonne (SBB)

- ▶ Elipsoide: Bessel
- ▶ Datum: (DtLx)
- ▶ Projeção: Bonne
- ▶ Ponto central: Melriça
- ▶ Origem das coordenadas: Ponto Central

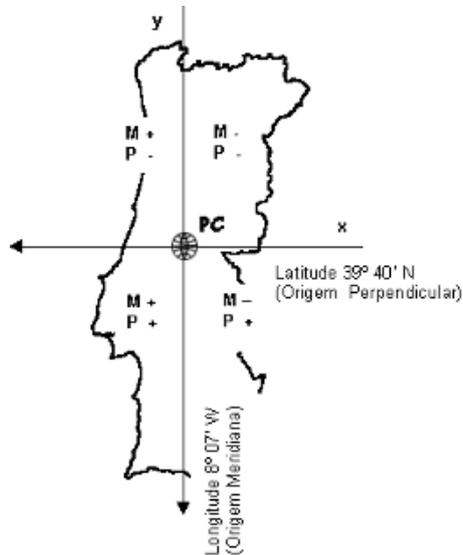


Figura 2.10: Sistema Bessel-Bonne (SBB).

Este sistema é o utilizado nas Cartas topográficas de 1/ 50.000 e 1/100.000 da DGT (Direção Geral do Território) e na carta Geológica de Portugal, escala 1/500.000 do LNEG (Laboratório Nacional de Energia e Geologia).

### Sistema Hayford-Gauss (SHG)

São três os sistemas baseados no sistema Hayford-Gauss. Qualquer um dos três, utiliza o elipsoide de Hayford e a projeção de Gauss-Kruger.

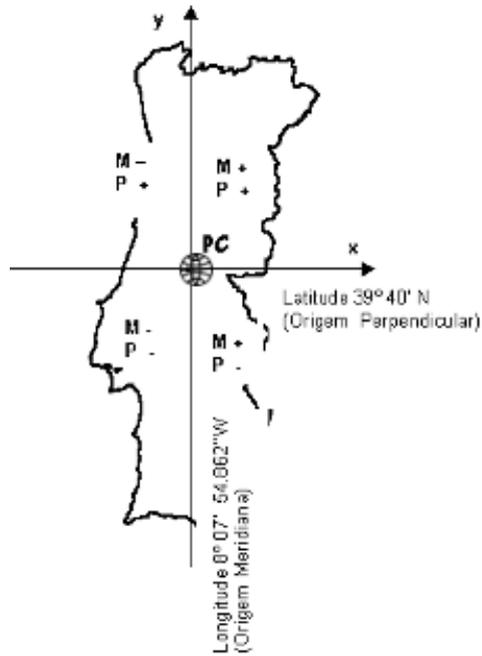
#### Sistema Hayford-Gauss Antigo (SHGA)

- ▶ Elipsoide: Hayford
- ▶ Datum: (DtLx)
- ▶ Projeção: Gauss-Kruger
- ▶ Ponto central: Melriça
- ▶ Origem das coordenadas: Ponto Central

Este sistema é utilizado nas Cartas Topográficas de Portugal de 1/200.000 e 1/10.000 da DGT e nas plantas Topográfico-Cadastrais de 1/2.000 e 1/5.000 da DGT.

#### Sistema Hayford-Gauss Militar (SHGM)

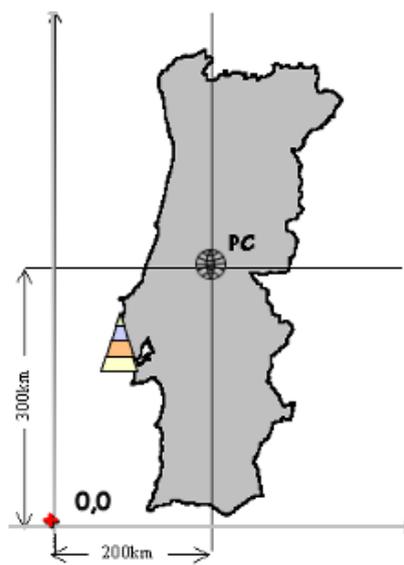
Este sistema é semelhante ao anterior, mas considera uma deslocação da origem das coordenadas cartográficas para um ponto fictício localizado a sudoeste da ponta de Sagres. Isto, para que Portugal Continental estivesse no primeiro quadrante, colocando todas as coordenadas com valores



**Figura 2.11:** Sistema Hayford-Gauss Antigo (SHGA).

positivos. Uma vez que há uma deslocação da origem das coordenadas já não é possível identificar as coordenadas por M e P, porque já não estamos a falar de distâncias à Meridiana e à Perpendicular, uma vez que a origem das coordenadas já não está no ponto central. Neste caso, as coordenadas são identificadas por X e Y.

- ▶ Elipsóide: Hayford
- ▶ Datum: (DtLx)
- ▶ Projeção: Gauss-Kruger
- ▶ Ponto central: Melriça
- ▶ Origem das coordenadas:
  - XHGM = MHGA + 200 km;
  - YHGM = PHGA + 300 km.



**Figura 2.12:** Sistema Hayford-Gauss Militar (SHGM).

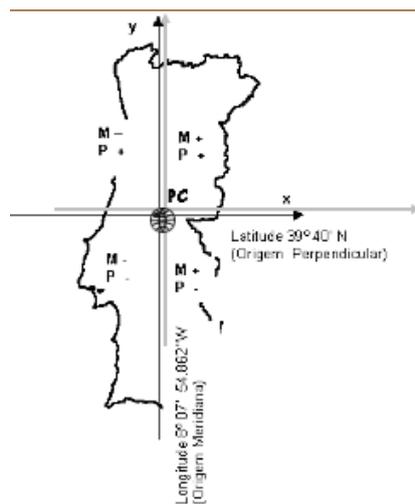
Este é um sistema muito importante porque foi nele que foi baseada a construção da Carta Militar de Portugal que é a carta topográfica mais

utilizada no nosso país. Pode encontrar-se na Carta Militar de Portugal escala 1/25.000 do IgeoE (Instituto geográfico do Exército), na Carta Itinerária de Portugal, escala 1/250.000 do IgeoE e na Carta do Concelho de Lisboa, escala 1/10.000 do IgeoE.

### Sistema Hayford-Gauss Militar (SHG73)

Neste sistema, o elipsoide de Hayford é posicionado no *Datum* 73, localizado na Melriça. Neste caso há também uma ligeira deslocação da origem das coordenadas para diminuir a diferença entre as coordenadas cartográficas nos dois sistemas (SHGA e SHG73) imposta pela mudança de *Datum*.

- ▶ Elipsoide: Hayford
- ▶ *Datum*: (Dt73)
- ▶ Projeção: Gauss-Kruger
- ▶ Ponto central: Melriça
- ▶ Origem das coordenadas:  
 $XHG73 = MHGA + 189,598 \text{ m};$   
 $YHG73 = PHGA - 86,990 \text{ m}.$



**Figura 2.13:** Sistema Hayford-Gauss 73 (SHG73).

Este sistema é utilizado pela Direção Geral do Território (DGT) na produção de cartas na escala 1/25.000, 1/50.000 e 1/250.000.

### PT-TM06/ETRS89

Todos os sistemas descritos anteriormente estão a ser substituídos por sistemas de referência internacionais.

O ETRS89 é um sistema global de referência recomendado pela EU-REF (European Reference Frame, subcomissão da IAG - Associação Internacional de Geodesia) estabelecido através de técnicas espaciais de observação.

O estabelecimento do ETRS89 em Portugal Continental foi efetuado com base em campanhas internacionais (realizadas em 1989, 1995 e 1997), que tiveram como objetivo ligar convenientemente a rede portuguesa à rede europeia. Nos anos subsequentes, toda a Rede Geodésica de 1ª e 2ª ordens

do Continente foi observada com GPS, tendo o seu ajustamento sido realizado fixando as coordenadas dos pontos estacionados nas anteriores campanhas internacionais.

- ▶ Elipsoide: GRS80
- ▶ *Datum*: (Dt73)
- ▶ Projeção: Gauss-Kruger
- ▶ Ponto central: Melriça
- ▶ Origem das coordenadas: Melriça

Este sistema é o utilizado pela DGT na produção cartográfica atual.

### WGS84

Outro sistema de referência internacional é o sistema WGS84. Em Portugal, as cartas militares produzidas após 2001 utilizam este sistema.

- ▶ Elipsoide: WGS84
- ▶ *Datum*: WGS84
- ▶ Projeção: Gauss-Kruger
- ▶ Ponto central: Melriça
- ▶ Origem das coordenadas:  
XHGM = MHGA + 200 km;  
YHGM = PHGA + 300 km.

### UTM

O sistema UTM (Universal Transverse Mercator) é um sistema universal que foi estabelecido de forma a poder ser utilizado em toda a superfície terrestre. Este sistema baseia-se na projeção de Mercator e não se aplica às zonas polares. Nos polos o sistema UTM é complementado com o sistema UPS (Universal Polar Stereographic) que utiliza um sistema de projeção diferente (projeção estereográfica).

Em Portugal, é o sistema que se encontra impresso na cartografia militar.

Neste sistema toda a superfície terrestre, entre as latitudes 84°N e 80° S, é dividida em 60 fusos tendo cada fuso 6° em longitude (Figura 2.14).

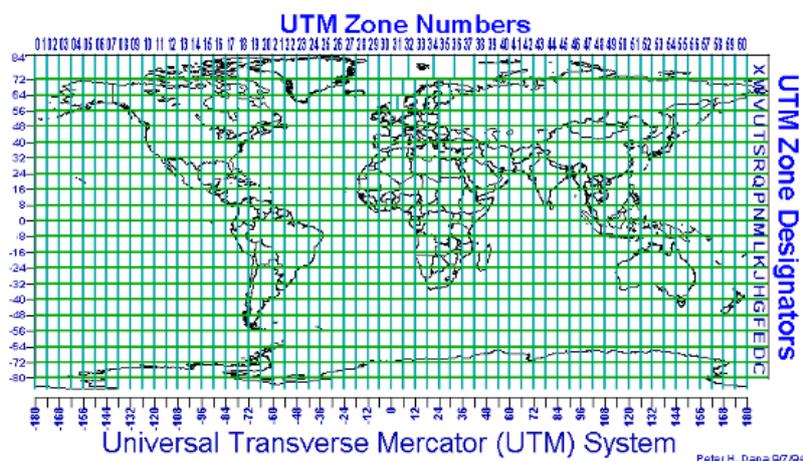


Figura 2.14: Sistema UTM.

Os fusos são numerados de 1 a 60 no sentido crescente para leste a partir do anti-meridiano de Greenwich.

Simultaneamente há uma divisão em longitude com 8° em latitude (Faixas). As faixas são identificadas por letras de C a X (exceto I e O) de Sul para Norte.

Portugal continental está no Fuso 29, Faixas S e T (Figura 2.15).



Figura 2.15: Localização de Portugal Continental no sistema UTM.

Este sistema de projeção utiliza:

- ▶ Elipsoide: Hayford
- ▶ Datum: Europeu (ED50)
- ▶ Projeção: Gauss-Kruger
- ▶ Ponto central: Latitude 0°, a Longitude depende do fuso: Portugal Continental: Long - 9° W

Dentro de cada fuso estabelece-se um sistema de eixos coordenados retangulares do seguinte modo (Figura 2.16):

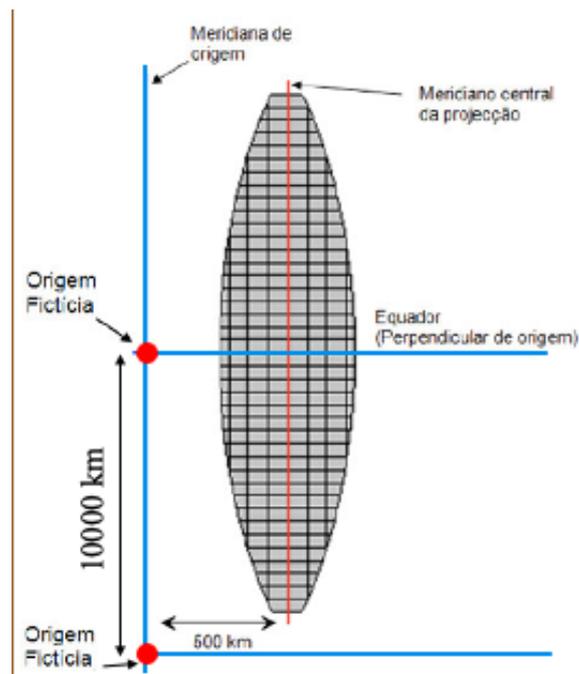


Figura 2.16: Sistema de eixos coordenados de cada fuso UTM.

O Meridiano Origem (por convenção) localiza-se a 500 km a oeste do Meridiano central do fuso, afim de evitar coordenadas negativas para os pontos a oeste do meridiano central. A Perpendicular Origem no hemisfério norte coincide com o equador e no hemisfério sul localiza-se 10.000 km a sul do equador. Estas convenções equivalem a adotar falsas origens, e todos os pontos dum dado fuso situados a leste do seu meridiano central, terão uma distância à meridiana superior a 500 km.

Analogamente, se uma zona está situada no hemisfério norte, a distância fictícia de qualquer dos seus pontos à perpendicular, é superior a 0 metros, enquanto que, se estiver no hemisfério sul, é inferior a 10.000 km.

## 2.8 Triangulação geodésica

Uma vez estabelecido o *datum* geodésico, é necessário materializar um conjunto de pontos espalhados pelo território (marcos geodésicos) pelos quais se fará o transporte de coordenadas, isto é, determina-las relativamente a um ponto inicial. São pontos monumentalizados ou sinalizados à superfície da terra por marcos em cimento, localizados em pontos elevados de forma a permitir visibilidade entre marcos próximos. São, por isso, pontos dos quais se determinaram as coordenadas geográficas e a altitude, servindo de referência para a obtenção das coordenadas de outros pontos no terreno. A ligação dos marcos por linhas geodésicas constituem os vértices de triângulos geodésicos traçados sobre o elipsoide, cujo conjunto se chama triangulação ou rede geodésica.

A triangulação geodésica é constituída por: vértices (Figura 2.17) (marcos) de 1ª ordem (são os mais importantes, ex. Melriça de entre cerca de 120 no território do continente), com lados variando de 30 a 40 km; vértices de 2ª ordem, constituindo triângulos com 10 a 15 km de lado, apoiados nos vértices de 1ª ordem; e vértices de 3ª ordem, os quais formam triângulos com 3 a 4 km de lado. No total em Portugal continental encontram-se cerca de 8000 marcos, correspondendo a um vértice por 10 km<sup>2</sup>.

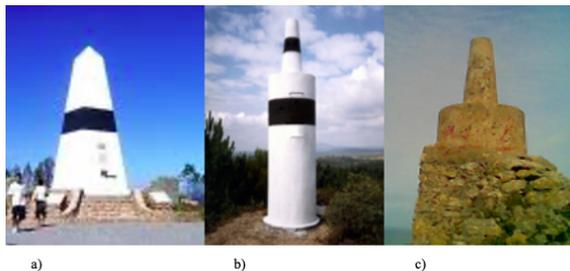


Figura 2.17: Marcos geodésicos a) 1ª ordem, b) 2ª ordem, c) 3ª ordem.

## 2.9 Problemas com coordenadas retangulares

Vimos anteriormente, que qualquer ponto da superfície terrestre pode ser representado por um conjunto de coordenadas num sistema de eixos ortogonal. Uma coordenada  $M$ , que também pode ser representada por  $X$  (abscissa cartográfica) ou por  $E$  ("Easting") e por uma coordenada  $P$ , que também pode ser representada por  $Y$  (ordenada cartográfica) ou por  $N$  ("Northing").

Na Figura 2.18 é possível confirmar que a coordenada M é positiva no primeiro e segundo quadrante, sendo negativa nos terceiro e quarto quadrantes, enquanto a coordenada P é positiva no primeiro e quarto quadrante, sendo negativa no segundo e terceiro quadrantes. Este sistema, que tem a origem sobre o eixo positivo dos Y e cresce no sentido dos ponteiros do relógio, difere do habitualmente utilizado em trigonometria, onde a origem se situa no eixo positivo dos X e cresce em sentido anti-horário.

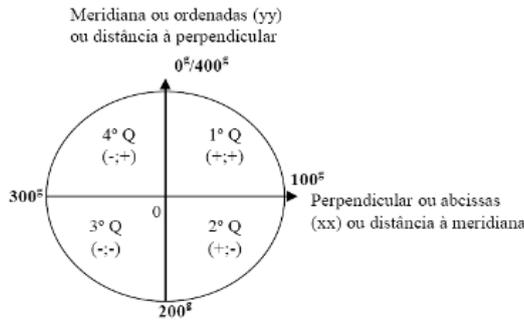


Figura 2.18: Quadrantes das coordenadas retangulares.

- Conhecendo as coordenadas retangulares de dois pontos A ( $M_A; P_A$ ) e B ( $M_B; P_B$ ) é possível calcular a distância ( $D_{AB}$ ) entre os dois pontos (Figura 2.19).

$$D_{AB} = \sqrt{(M_B - M_A)^2 + (P_B - P_A)^2} \quad (2.2)$$

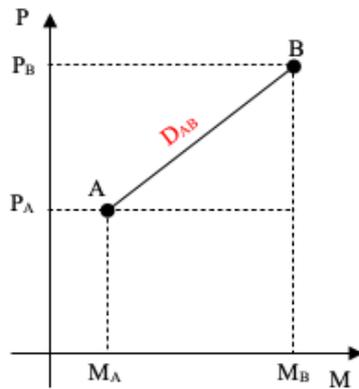


Figura 2.19: Distância entre A e B.

- Conhecendo as coordenadas retangulares de dois pontos A ( $M_A; P_A$ ) e B ( $M_B; P_B$ ) é possível determinar o rumo (ou azimuth topográfico) da direção AB ( $R_{AB}$ ).

$$R_{AB} = \arctg \left( \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} \right) \quad (2.3)$$

O rumo de uma direção é o ângulo horizontal que essa direção faz com a direção norte (cartográfico), contado no sentido dos ponteiros do relógio a partir do norte (Figura 2.20). O valor do rumo varia de  $0^\circ$  a  $400^\circ$ .

- Transporte de coordenadas - Conhecendo as coordenadas retangulares de um ponto A ( $M_A; P_A$ ), o rumo da direção AB e a distância entre A e B, é possível determinar as coordenadas do

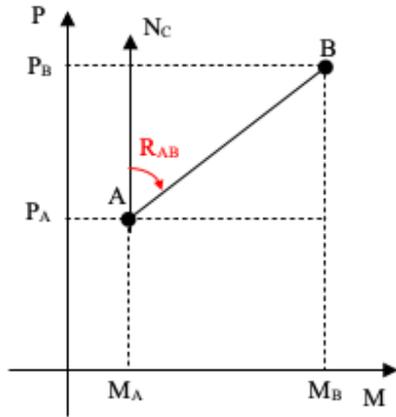


Figura 2.20: Rumo da direção AB.

ponto B ( $M_B; P_B$ ) (Figura 2.21).

$$\begin{cases} M_B = M_A + D_{AB} \times \text{sen}(R_{AB}) \\ P_B = P_A + D_{AB} \times \text{cos}(R_{AB}) \end{cases} \quad (2.4)$$

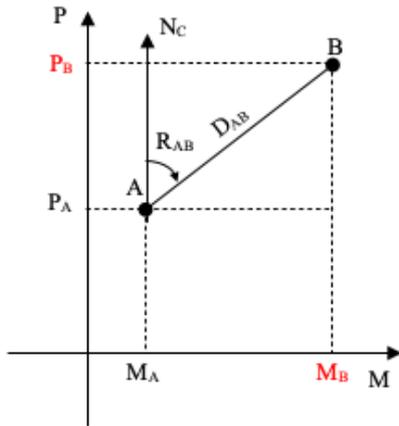


Figura 2.21: Transporte de coordenadas.

- Transmissão de rumos - Conhecendo o rumo da direção AB e o ângulo que a direção AB faz com a direção BC, é possível determinar o rumo BC (Figura 2.22).

$$R_{BC} = R_{AB} + \hat{A}BC \pm 200^s \quad (2.5)$$

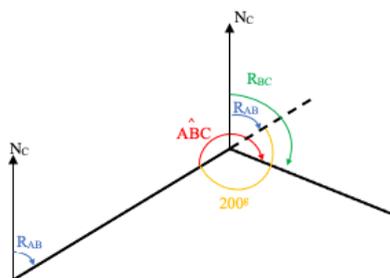


Figura 2.22: Transmissão de rumos.

A transmissão de rumos permite determinar o rumo de uma qualquer direção conhecendo o rumo de outra direção e os ângulos entre direções.

## 2.10 Exercícios de aplicação

### Exercício 1

Calcular as coordenadas retangulares UTM do ponto A, de um dado fuso, situado no hemisfério norte a 3.927,03 m do equador e a 20.321,78 m a oeste do seu meridiano central.

### Exercício 2

Calcular as coordenadas retangulares UTM do ponto B, de um dado fuso, situado no hemisfério sul a 5.364.180,07 m do equador e a 50.027,29 m a este do seu meridiano central.

### Exercício 3

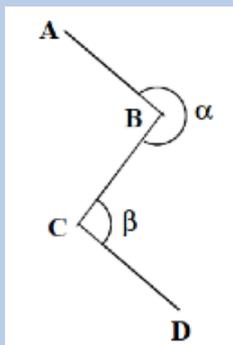
Três pontos têm as seguintes coordenadas cartográficas (expressas em metros):

Coordenadas	M (m)	P(m)
Ponto A	202,00	253,00
Ponto B	329,00	357,00
Ponto C	392,00	118,00

Determine os ângulos internos do triângulo definido pelos três pontos.

### Exercício 4

As coordenadas do ponto A e B são:  $M_A = 255,57$  m,  $P_A = 373,75$  m,  $M_B = 265,93$  m e  $P_B = 325,53$  m. Sabendo que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  medem, respetivamente, 233,365 e 121,676 grados e que as distâncias entre os pontos B e C e entre os pontos C e D são, respetivamente, 75,77 m e 65,79 m, determine as coordenadas do ponto D.



### Exercício 5

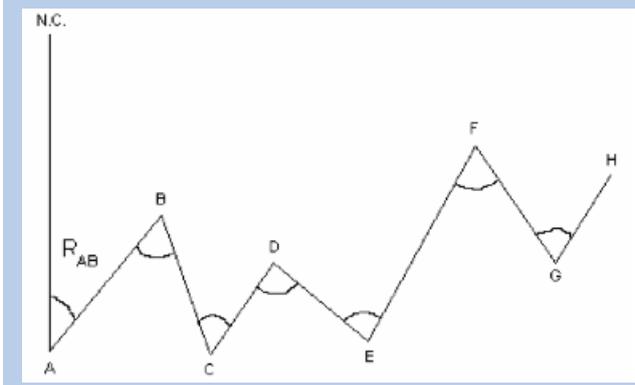
As coordenadas do ponto A e B são:  $M_A = 195,57$  m,  $P_A = 273,75$  m,  $M_B = 205,93$  m e  $P_B = 235,53$  m. Sabendo que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  medem, respetivamente, 245,365 e 119,676 grados e que as distâncias entre os pontos B e C e entre os pontos C e D são, respetivamente, 77,07 m e 67,99 m, determine as coordenadas do ponto D.



### Exercício 6

a) Determine o rumo da direção  $GH$ , sabendo que o rumo da direção  $AB$  é  $65,37^\circ$  e que os ângulos indicados na figura são:  $B = 72,86^\circ$ ;  $C = 34,15^\circ$ ;  $D = 96,62^\circ$ ;  $E = 108,55^\circ$ ;  $F = 91,29^\circ$ ;  $G = 152,77^\circ$ ;

b) Sabendo que as coordenadas retangulares do ponto  $A$  (em metros) é de  $(100, 100)$  e que a distância  $AB$  é de  $325$  m, qual serão as coordenadas do ponto  $B$ .



### Soluções:

- 1:  $E_A = 479.678,22$  m e  $N_A = 3.927,03$  m.
- 2:  $E_B = 550.027,29$  m e  $N_B = 4.635.819,93$  m.
- 3:  $\hat{A} = 83,01^\circ$ ,  $\hat{B} = 72,73^\circ$  e  $\hat{C} = 44,26^\circ$ .
- 4:  $M_D = 294,89$  m e  $P_D = 213,46$  m.
- 5:  $M_D = 221,97$  m e  $P_D = 119,37$  m.
- 6: a)  $R_{GH} = 100,07^\circ$ ; b)  $M_B = 378,09$  m e  $P_B = 268,20$  m

- [1] Alves, J. A. D., Cruz, J. J. S. e Norte, C. G. (1988) – Topografia, 1<sup>o</sup> Volume, Academia Militar, Lisboa.
- [2] Brito Limpo, F. A (1887). Apontamentos para Facilitar a Leitura das Cartas Chorographicas e Topographicas, Imprensa Nacional Casa da Moeda, Lisboa.
- [3] Gonçalves, J. A., Madeira, S. e Sousa, J. J. (2008) – Topografia. Conceitos e Aplicações, Lidel, Lisboa.
- [4] Serrano, J. M. P. R. e Silva, J. R. M. (2008) – Topografia. Texto de apoio para os alunos da disciplina de Topografia, Universidade de Évora, Évora.
- [5] Silva, J. J. C. (2001) – Topografia, Universidade de Évora, Évora.
- [6] Xerez, A. C. (1978) – Topografia Geral, 3<sup>a</sup> edição, Técnica, Lisboa.

# ANEXO

# A

---

## Unidades de medidas angulares

---

A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. Podemos medir os ângulos no sistema sexagesimal (grau), no sistema centesimal (grado) ou em radianos (rad).

### Sistema sexagesimal

No sistema sexagesimal a circunferência encontra-se dividida em 360 graus ( $^{\circ}$ ), distribuídos em 4 quadrantes de  $90^{\circ}$ . Cada grau está dividido em 60 minutos ( $'$ ) e cada minuto encontra-se dividido em 60 segundos ( $''$ ), ou seja 1 grau equivale a  $3600''$ .

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^{\circ} = 3600''$$

### Sistema centesimal

No sistema centesimal a circunferência encontra-se dividida em 400 grados ( $^{\text{g}}$ ), distribuídos em 4 quadrantes de  $100^{\text{g}}$ . Cada grado está dividido em 100 minutos ( $^{\text{min}}$ ) e cada minuto encontra-se dividido em 100 segundos ( $^{\text{s}}$ ), ou seja 1 grado equivale a  $10.000^{\text{s}}$ .

$$1^{\text{g}} = 60^{\text{min}}$$

$$1^{\text{min}} = 60^{\text{s}}$$

$$1^{\text{g}} = 10.000^{\text{s}}$$

### Radianos

A circunferência encontra-se dividida em  $2\pi$  radianos, distribuídos em quadrantes de  $\pi/2$  radianos. O radiano (rad) é a razão entre o comprimento de um arco e o seu raio.

### Transformação entre sistemas

É possível efetuar a transformação de uma graduação para outra, utilizando as seguintes relações de equivalência:

$$90^{\circ} = 100^{\text{g}} = \frac{\pi}{2} \text{rad} \quad (\text{A.1})$$

