

UNIVERSIDADE DE ÉVORA
DEPARTAMENTO DE GEOCIÊNCIAS

**TRANSPORTE DE
MOMENTO, ENERGIA E
MASSA NA CAMADA
LIMITE**
Método aerodinâmico

JOSÉ ALEXANDRE ANDRADE

ÉVORA, 2020

ÍNDICE

1. Conceitos básicos.....	2
2. Equações de transporte.....	4
3. Números adimensionais.....	9
4. O cálculo da resistência.....	12
5. Estimativa dos parâmetros \underline{H} e \underline{E} (um algoritmo proposto)	13
6. Exercícios propostos.....	13
Bibliografia recomendada.....	14
ANEXO A – Densidades e coeficientes de difusão.....	17
ANEXO B1– Números de Nusselt para o ar. Convecção forçada.....	18
ANEXO B2 – Números de Nusselt para o ar. Convecção livre.....	19
ANEXO C – Calor específico, números de Prandtl, Schmidt e Lewis.....	20

1. Conceitos básicos

Calor é energia em trânsito. **Entalpia** é o calor total, isto é, a máxima energia de um sistema termodinâmico possível de ser deste removida sob a forma de calor. Engloba a energia interna do sistema (da qual depende a sua temperatura) e a que resulta da interação com o exterior (trabalho). **Calor sensível** é energia transferida que gera variação de temperatura. **Calor latente** é energia consumida ou libertada numa transição de fase. Há calor sensível por **condução** e por **convecção**. Condução é um modo de transferência de energia interna de um corpo para o outro, ou de uma parte de um corpo para outra, por variação de energia cinética do movimento das moléculas, por contacto directo ou pelo movimento de electrões no caso dos metais. Convecção é o mecanismo de troca de energia que ocorre num fluido por mistura de uma porção ou de porções diferentes deste, devido a movimentos de mesoescala da sua massa, relativamente organizados. **Convecção livre** é movimento causado apenas por diferenças de densidade no interior do fluido, como ocorre onde o ar adjacente a uma superfície aquecida se expande e, portanto, sobe, ou onde o ar frio desce abaixo de uma superfície fria. **Convecção forçada** é movimento induzido por forças externas aplicadas (vento, por exemplo), podendo gerar redemoinhos e turbulência como resultado das forças de fricção que actuam entre o vento e as superfícies sobre as quais ele flui. A convecção é considerada mista quando ambas (livre e forçada) estão presentes, seja assumindo proporções similares num dado momento, seja com pesos relativos diferentes ao longo do tempo.

Uma **superfície** é um plano que separa dois meios diferentes, não contém massa nem armazena energia. Quando um dos meios é o ar atmosférico, é na superfície que (a) é exercida a maior resistência ao fluxo de ar, (b) é absorvida, reflectida (e/ou transmitida) e emitida a maior parte da energia radiante ($R_n = S\downarrow - S\uparrow + L\downarrow - L\uparrow$), (c) é interceptada a precipitação, (d) ocorrem conversões energéticas (radiante em térmica, sensível em latente,...) e mássicas (mudança de estado de agregação) relevantes em termos meteorológicos e climáticos. Por isso se chama **superfície activa**. A **dimensão característica** de uma superfície (d) é a dimensão paralela ao sentido do movimento do ar que varre a superfície se esta for plana, e o diâmetro se esta for a de um corpo cilíndrico ou esférico.

Uma equação simplificada do **balanço energético à superfície do solo** pode ser a seguinte:

$$R_n = LE + H + G \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (1)$$

onde R_n é a densidade de fluxo da radiação líquida à superfície, LE o **calor latente**, H o **calor sensível** trocado entre a superfície e a atmosfera envolvente e G o fluxo de energia trocado entre a superfície e o meio subjacente (solo). O calor latente exprime-se como o produto entre o calor latente de evaporação/condensação (λ) e a taxa de evaporação/condensação (E) ($LE = \lambda E$). A razão de Bowen (β) obtém-se dividindo H por LE ($\beta = H/LE$). O balanço energético da unidade de área de um organismo pode ser calculado por:

$$R_n + M = LE + H + G \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (2)$$

onde M é a energia metabólica do organismo enquanto os restantes parâmetros têm o significado habitual. No caso das plantas, M é desprezável e G (também negligenciável para períodos superiores a um dia) o calor sensível trocado com o solo. No caso dos animais, o parâmetro G não é, por regra, considerado.

Sobre qualquer superfície activa em contacto com o ar atmosférico forma-se uma **camada-limite** que resulta da força do vento, do atrito da superfície e do aquecimento da superfície. As propriedades da camada-limite resultam das características da superfície, pelo que aquela se desenvolve em altura até onde se faça sentir a influência desta. A espessura da camada-limite não é constante (no espaço e no tempo) porque a amplitude da influência da superfície é variável. A velocidade média do vento na camada-limite é menor que na atmosfera livre. Em termos aerodinâmicos, considera-se que a velocidade do vento no topo da camada limite é 99% da velocidade média na atmosfera livre (Monteith e Unsworth, 1990). Através da camada-limite há transporte de energia, de massa e de momento. A camada-limite é constituída por duas sub-camadas: a sub-camada laminar onde o transporte ocorre por difusão molecular e a sub-camada turbulenta onde o transporte é turbulento. Em regime laminar o transporte vertical (de massa, energia e momento) é consequência do movimento de moléculas dentro da camada limite; no regime turbulento o transporte vertical é feito por mistura de parcelas de ar.

O **método aerodinâmico** permite quantificar o transporte de energia, massa e momento através de uma camada-limite (do solo, de uma planta, de um animal,...). Este método assenta essencialmente no facto de que o transporte vertical de calor sensível e massa entre uma superfície e o meio ambiente depender das características do movimento do ar na camada-limite respectiva.

2. Equações de transporte

Momento de um corpo é a sua quantidade de movimento, isto é, o produto entre a sua massa (m) e a sua velocidade (v):

$$\tau = mv \text{ (equação escalar)} \quad (\text{kg.m.s}^{-1}) \quad (3)$$

O momento horizontal médio (τ) de uma unidade de volume de ar é dado por:

$$\tau = \rho v \quad (\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}) \quad (4)$$

onde ρ é a densidade do ar (Kg m^{-3}) e v é a velocidade do vento (m s^{-1}). O **transporte (vertical) de momento** (τ) entre uma superfície e o ar atmosférico é função da velocidade do vento e da viscosidade cinemática da camada-limite. O atrito exercido pela superfície retarda o movimento do ar que a varre, determinando um decréscimo exponencial da velocidade horizontal do vento na direcção da superfície (Fig.1). Por consequência, o momento horizontal médio aumenta em altura e o fluxo de momento tem um sentido descendente (\downarrow).

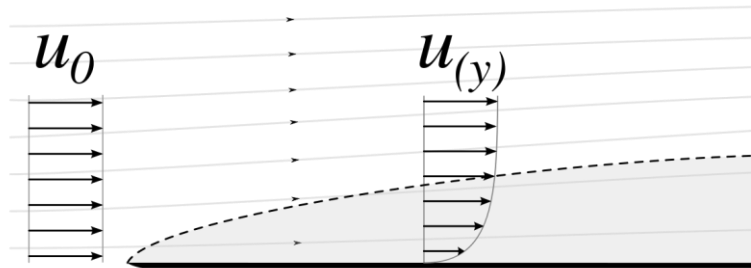


Fig.1. Movimento do ar sobre uma superfície (perfil do vento): u_0 - velocidade na atmosfera livre; $u(y)$ - velocidade em função da altura medida a partir de uma superfície.

Calor sensível (H) entre dois pontos é função de um gradiente de temperatura e da difusividade do meio que os separa. O seu sentido é variável, sendo normalmente ascendente ao longo do dia (superfície aquecida pela radiação solar) e descendente no período noturno (superfície arrefecida pela radiação efectiva). A evaporação (ou a evapotranspiração) de água e a transferência de dióxido de carbono são fluxos de massa.

A **quantidade de água evaporada** (ou evapotranspirada) (**E**) depende do gradiente de humidade entre a superfície e o ar e da difusividade ao vapor de água da camada de ar envolvente. A **quantidade de dióxido de carbono transferida** (**P**) depende do gradiente da sua concentração entre dois pontos e da difusividade do meio à sua

transferência. Nesta exposição o meio envolvente é, em qualquer caso, a camada limite de uma superfície que troca entidades com a atmosfera que a envolve.

Newton exprimiu o fluxo de momento (τ) em função do gradiente da velocidade do fluido (ar) :

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \quad (\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-2}) \quad (5)$$

onde μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica ($\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$), v a velocidade do fluido (m s^{-1}) e $\partial v/\partial z$ é o gradiente vertical de velocidade do fluido ($\text{m s}^{-1}/\text{m}$). Fourier exprimiu o fluxo de energia (H) em função do gradiente vertical de temperatura:

$$H = -\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (6)$$

onde κ é a condutividade térmica ($\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{°C}^{-1}$) e $\partial T/\partial z$ é o gradiente vertical de temperatura (°C m^{-1}). Fick exprimiu a transferência de massa de uma dada entidade (F_j) em função do gradiente da massa volúmica dessa mesma entidade (por ex., vapor de água, dióxido de carbono):

$$F_j = -D_j \frac{\partial \rho_j}{\partial z} \quad (\text{g m}^{-2} \text{s}^{-1}) \quad (7)$$

onde D_j é o coeficiente de difusão molecular ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) e $\partial \rho_j/\partial z$ é o gradiente vertical da massa volúmica da substância transportada j (g m^{-4}). No caso do vapor de água,

$$E = -D_{va} \frac{\partial \chi_{va}}{\partial z} \quad (\text{g m}^{-2} \text{s}^{-1}) \quad (8)$$

onde E é a densidade de fluxo de vapor de água, D_{va} o coeficiente de difusão molecular de vapor de água ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) e $\partial \chi_{va}/\partial z$, o gradiente de humidade absoluta (g m^{-4}). No caso do dióxido de carbono,

$$P = -D_{CO2} \frac{\partial \chi_{CO2}}{\partial z} \quad (\text{g m}^{-2} \text{s}^{-1}) \quad (9)$$

onde P é a densidade de fluxo de dióxido de carbono, D_{CO2} o coeficiente de difusão molecular do dióxido de carbono ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) e $\partial \chi_{CO2}/\partial z$, o gradiente de concentração de CO_2 (g m^{-4}).

Se transformarmos as equações de Newton e de Fourier em equações de difusão (fluxo = coeficiente de difusão x gradiente), a (6) virá:

$$\tau = D_M \frac{\partial (\rho v)}{\partial z} \quad (\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-2}) \quad (10)$$

onde D_M é o coeficiente de difusão do momento ou coeficiente de viscosidade cinemática ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), ρ é a densidade do fluido (kg m^{-3}) e $\partial \rho v/\partial z$ é o gradiente vertical de concentração de momento ($\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$). Por sua vez, a equação (7) virá:

$$H = D_H \frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial z} \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (11)$$

onde D_H é o coeficiente de difusão de calor sensível ou difusividade térmica (m^2s^{-1}), ρ é a densidade do fluido (kg m^{-3}), c_p é o calor específico do fluido ($\text{J Kg}^{-1}\text{C}^{-1}$) e $\partial(\rho c_p T)/\partial z$ o gradiente de concentração de calor sensível (J m^{-4}).

Estas transformações pressupõem que o processo de agitação molecular seja responsável pela transferência de momento, calor e massa, pelo que os coeficientes de difusão são de grandeza semelhante e apresentam uma dependência equivalente da temperatura. Tendo em conta a dificuldade em medir gradientes de temperatura, de concentração de uma substância ou a velocidade do ar a uma dada altura, estas equações são, na prática, pouco usadas. Além disso, não é fácil avaliar a espessura da camada limite ao longo da qual momento, energia e massa são transferidos pois é variável e, não raras vezes, demasiado pequena para ser nela possível medir o perfil da velocidade do vento. É possível ultrapassar este constrangimento se uma espessura média (constante) para a camada-limite for considerada, onde o regime seja estacionário e o transporte feito por difusão molecular como em regime laminar. Denominamos essa espessura média, de **espessura equivalente da camada limite** (δ), naturalmente dependente das características da camada-limite, e produzindo, em termos quantitativos, a mesma influência desta no transporte de momento, massa e energia. δ é determinada pelo tamanho e pela geometria da superfície e pela forma como o fluido (ar) circula sobre ela. Nas equações (6), (7), (8) e (9), é deste modo possível substituir ∂z por δ . Para a transferência de momento (τ) vem:

$$\tau = D_M \frac{\rho v_a - \rho v_s}{\delta - 0} = D_M \frac{\rho v}{\delta} \quad (\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-2}) \quad (12)$$

Para o calor sensível (H) vem:

$$H = -D_H \frac{\rho c_p T_a - \rho c_p T_s}{\delta - 0} = D_H \frac{\rho c_p (T_s - T_a)}{\delta - 0} \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (13)$$

Para E e P virão, respectivamente:

$$E = -D_{v_a} \frac{X_{v_a(a)} - X_{v_a(s)}}{\delta - 0} = D_{v_a} \frac{X_{v_a(s)} - X_{v_a(a)}}{\delta - 0} \quad (\text{g m}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (14)$$

$$P = -D_{\text{CO}_2} \frac{X_{\text{CO}_2(a)} - X_{\text{CO}_2(s)}}{\delta - 0} = \frac{X_{\text{CO}_2(s)} - X_{\text{CO}_2(a)}}{\delta - 0} \quad (\text{g m}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (15)$$

Uma vez que a **resistência** (r) oferecida por um meio ao transporte de uma dada entidade é o inverso da sua difusividade, as resistências aos transportes de momento (r_M), de energia (r_H), de vapor de água (r_{v_a}) ou de dióxido de carbono (r_{CO_2}) virão:

$$r_M = \frac{\delta}{D_M}; \quad r_H = \frac{\delta}{D_H}; \quad r_{v_2} = \frac{\delta}{D_{v_2}}; \quad r_{CO_2} = \frac{\delta}{D_{CO_2}} \quad (\text{s m}^{-1}) \quad (16)$$

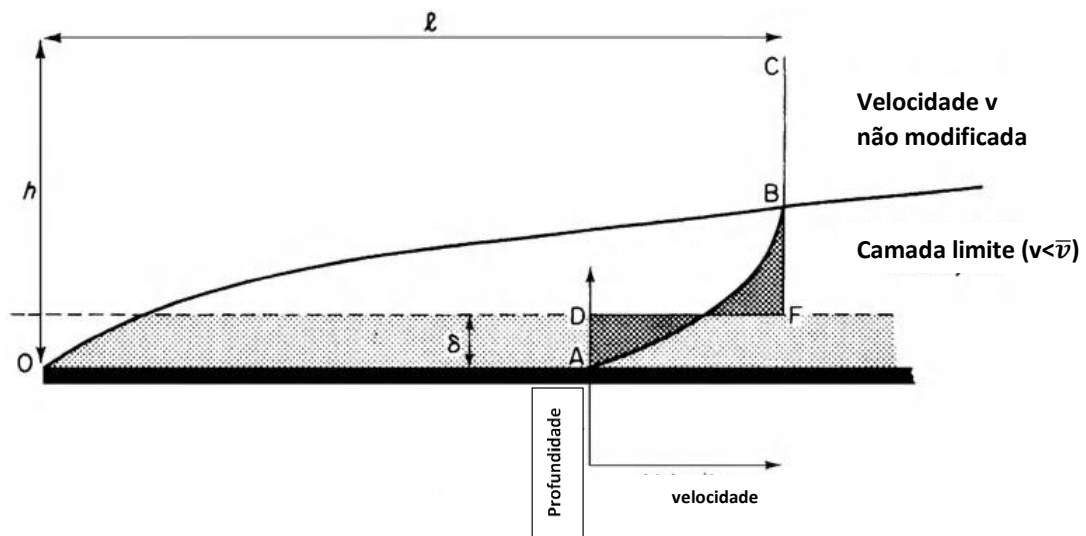


Fig. 2. Camada limite OB, espessura equivalente da camada limite (δ) e perfil do vento (CBA) sobre uma superfície lisa e plana exposta a fluxo de ar com velocidade uniforme V (Monteith and Unsworth, 2013)

Por analogia com a Lei de Ohm:

$$\text{Fluxo} = \frac{C_s - C_a}{r} \quad (17)$$

onde C_s é a concentração da entidade na superfície e C_a a sua concentração no ar envolvente (camada limite), é possível exprimir os fluxos de momento, energia e massa (H_2O_{vap} e CO_2) na camada limite em função das resistências do meio aos transportes de momento (r_M , r_H , r_{va} ou r_{CO_2}):

a) transporte de momento

$$\tau = \frac{\rho \bar{v}}{r_M} \quad (\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-2}) \quad (18)$$

onde τ é o transporte de momento, ρ é a densidade do ar (kg m^{-3}), \bar{v} é a velocidade do vento (m s^{-1}) e r_M é a resistência da camada limite à transferência de momento (s m^{-1});

b) transferência de energia

$$H = \frac{\rho c_p (T_s - T_a)}{r_H} \quad (\text{Wm}^{-2}) \quad (19)$$

onde H é o fluxo de energia (calor sensível) entre a superfície e o ar, ρ a densidade do ar (kg m^{-3}), c_p o calor específico a pressão constante ($\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$), T_s e T_a são,

respectivamente, a temperatura da superfície considerada e a temperatura do ar ($^{\circ}\text{C}$) e r_H a resistência da camada limite à transferência de energia (s m^{-1}).

c) transferência de massa (vapor de água)

$$E = \frac{\chi_{va(s)} - \chi_{va(a)}}{r_{va}} \quad (\text{g m}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (20)$$

onde E é a água evaporada (ou evapotranspirada) a partir da superfície, $\chi_{va(s)}$ e $\chi_{va(a)}$ representam as concentrações de humidade, respectivamente à superfície e no ar (g m^{-3}) e r_{va} é a resistência da camada-limite à transferência de vapor de água (s m^{-1}).

d) transferência de massa (dióxido de carbono)

$$P = \frac{\chi_{CO_2(s)} - \chi_{CO_2(a)}}{r_{CO_2}} \quad (\text{g m}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (21)$$

onde P é o dióxido de carbono transferido a partir da superfície, $\chi_{CO_2(s)}$ e $\chi_{CO_2(a)}$ representam as concentrações de CO_2 à superfície e no ar, respectivamente (g m^{-3}), r_{CO_2} é a resistência da camada-limite à transferência de dióxido de carbono (s m^{-1}).

As resistências da camada-limite ao transporte de massa (vapor de água, dióxido de carbono,...), de energia e de momento não são constantes. Qualquer uma depende não só da espessura equivalente da camada limite (δ) mas também das características da superfície (nomeadamente da sua dimensão característica) e de propriedades da camada-limite e/ou do movimento do ar (difusividade e tipo de convecção dominante, no caso das transferências de massa e energia e velocidade do vento no caso da transferência de momento). É possível calcular δ , mas o cálculo é difícil pela sua morosidade. Pelo contrário, a dimensão característica (d) é de fácil determinação. Relações analíticas entre δ e d podem ultrapassar o problema. O uso de números adimensionais são usados com este propósito.

3. Números adimensionais

Os números adimensionais relacionam termos com dimensões semelhantes. Ao relacionarem informações sobre experiências com corpos semelhantes, mas de dimensões e condições diferentes os números adimensionais tornam-se bastante úteis na resolução de problemas com outros objectos. Têm significado físico que caracteriza determinadas propriedades de alguns sistemas e são frequentemente utilizados em Física, nomeadamente na Mecânica de Fluidos.

Para o estudo de fluxos de energia, massa e momento entre superfícies singulares e a atmosfera são úteis os números de **Reynolds**, **Grashof**, **Nusselt**, **Sherwood**, **Lewis**, **Prandtl** e **Schmidt**.

O Número de Reynolds (**Re**) caracteriza o transporte de energia ou massa em regime de convecção forçada. **Re** é a razão entre as forças de inércia e as forças de viscosidade:

$$\mathbf{Re} = \frac{\bar{v}d}{D_M} \quad (22)$$

onde \bar{v} é a velocidade (média) do fluido ($m\ s^{-1}$), **d** é a dimensão característica (\varnothing de cilindros e esferas, comprimento de lâminas e cilindros, sempre na direcção do vento, em cm) e **D_M** a viscosidade cinemática ($m^2\ s^{-1}$). O número de Reynolds caracteriza também o tipo de movimento (laminar ou turbulento), isto é, $\delta = f(\mathbf{Re})$. Se $\mathbf{Re} > 10^4 - 10^5$, o fluxo é turbulento; se $\mathbf{Re} < 10^4 - 10^5$, o fluxo é laminar.

O Número de Grashof (**Gr**) caracteriza o transporte de energia ou massa em regime de convecção livre. **Gr** é a razão entre o produto de uma força de impulsão com uma força de inércia e o quadrado de uma força de viscosidade:

$$\mathbf{Gr} = \frac{agd^3(T_s - T_a)}{D_M^2} = 158d^3(T_s - T_a) \quad (23)$$

onde **g** é a aceleração da gravidade ($9,8\ m\ s^{-2}$), **a** o coeficiente de expansão térmica do fluido ($=1/273$ para o ar), **d** a dimensão característica (m), **T_s** a temperatura da superfície ($^{\circ}C$), **T_a** a temperatura do fluido ($^{\circ}C$) e **D_M** a viscosidade cinemática ($m^2\ s^{-1}$).

Quando há transporte de energia ou de vapor de água entre uma superfície e a atmosfera, desenvolvem-se gradientes de densidade do ar. Por isso, sempre que estiverem disponíveis valores de humidade do ar é conveniente o uso da temperatura virtual (**T_v**) em vez de **T_a** (ou **T_s**):

$$T_v = T_a \left(1 + 0,38 \frac{e}{P} \right) \quad (K) \quad (24)$$

onde **e** é a tensão actual de vapor (Pa) e **P** a pressão atmosférica normal ($=101300\text{Pa}$). Tal como **Re**, o número de Grashof também caracteriza o tipo de movimento (laminar ou turbulento), isto é, $\delta = f(\mathbf{Gr})$. O fluxo é laminar se $\mathbf{Gr} < 10^5$ e turbulento se $\mathbf{Gr} > 10^5$.

Quase todos os processos de transferência envolvem, em simultâneo, convecção livre e convecção forçada. A transição entre a predominância da convecção livre ou da convecção forçada é avaliada pela comparação entre o número de Reynolds e o n° de Grashof:

se $\mathbf{Gr}/\mathbf{Re}^2 > 16$, a convecção é livre;
se $\mathbf{Gr}/\mathbf{Re}^2 < 0,1$, a convecção é forçada;
se $0,1 < \mathbf{Gr}/\mathbf{Re}^2 < 16$, a convecção é mista (considerando-se como predominante aquela que conduz ao maior transporte).

O Número de Nusselt (**Nu**) é a razão entre o calor sensível verificado e o que resultaria da mesma diferença de temperatura aplicada a uma camada estacionária de fluido com a espessura δ :

$$\text{Nu} = \frac{d}{\delta} = \frac{Hd}{\rho c_p D_H (T_s - T_a)} \quad (25)$$

onde **H** é a densidade de fluxo de calor sensível (W m^{-2}), ρ é a densidade do fluido (g m^{-3}), c_p é o calor específico do fluido ($\text{J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$), D_H é a difusividade térmica ($\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$), T_s é a temperatura da superfície ($^\circ\text{C}$), T_a é a temperatura do fluido ($^\circ\text{C}$), d é a dimensão característica (m) e δ é a espessura equivalente da camada limite (m).

O n° de Nusselt permite calcular a resistência da camada-limite ao transporte de energia (calor sensível) em regime de convecção livre ou de convecção forçada. Se a convecção for livre, Nu é função do n° de Grashof [$\text{Nu} = f(\text{Gr})$]; se a convecção for forçada, Nu é função do n° de Reynolds [$\text{Nu} = f(\text{Re})$]. As tabelas do Anexo B (B1 – Convecção forçada e B2 – Convecção livre) mostram as expressões para o cálculo de Nu para o ar, tendo em conta a forma da superfície (e temperatura relativa no caso da convecção livre) e o tipo de fluxo predominante (laminar ou turbulento).

O Número de Sherwood (**Sh**) é a razão entre a transferência de massa actual e a que ocorreria se o mesmo gradiente de concentração fosse estabelecido através de uma camada de ar estacionário de espessura δ :

$$\text{Sh} = \frac{d}{\delta} = \frac{F_j d}{D_j (\rho_{j,s} - \rho_{j,a})} \quad (26)$$

onde F_j é a densidade de fluxo de massa da substância J ($\text{g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$), D_j o coeficiente de difusão molecular da substância J ($\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$), $\rho_{j,s}$ a concentração à superfície (g m^{-3}), $\rho_{j,a}$ a concentração no fluido não perturbado pela superfície (g m^{-3}), d a dimensão característica (m) e δ a espessura equivalente da camada limite (m).

O n° de Sherwood (Sh) permite calcular a resistência da camada-limite ao transporte de massa em regime de convecção livre ou de convecção forçada. Por ser função de Nu, Sh é função do n° de Grashof se a convecção for livre e do n° de Reynolds se a convecção for forçada. Sh é função do n° de Nusselt e do n° de Lewis ($\text{Sh} = \text{Nu} \times \text{Le}^m$, dependendo m do tipo de convecção e do tipo de fluxo).

O Número de Lewis (**Le**) para o ar é a razão entre a difusividade para o transporte de energia e a difusividade para o transporte de massa (vapor de água, dióxido de carbono, ...):

$$\text{Le} = \frac{D_H}{D_j} \quad (27)$$

onde D_H é a difusividade térmica ($m^2 s^{-1}$) e D_J é o coeficiente de difusão (ou difusividade) molecular da substância J ($m^2 s^{-1}$).

Le é útil quando um processo envolve em simultâneo a transferência convectiva de massa e de energia, uma vez que permite estabelecer uma relação entre os dois tipos de transporte (ver relação entre Nu e Sh). A partir da relação entre Nu e Sh é possível mostrar que $r_{va} = Le^{1-m} \times r_H$.

Se $m = 1$ ($Nu = Sh$) as resistências r_{va} e r_H são idênticas. A relação entre r_{va} e r_H depende do tipo de regime (turbulento ou laminar). No primeiro caso, $m=1/3$; no segundo caso, $m=1/4$. Sempre que a transferência de calor é dominada por convecção forçada, $m = 1/3$; em convecção livre $m = 1/4$ em regime laminar e $m = 1/3$ em regime turbulento.

Os números de Prandtl e de Schmidt relacionam propriedades da camada-limite para a transferência de momento com propriedades correspondentes para as transferências de massa e de energia. O número de Prandtl (**Pr**) é a razão entre a viscosidade cinemática (D_M) e a difusividade térmica (D_H):

$$Pr = \frac{D_M}{D_H} \quad (28)$$

O número de Schmidt (**Sc**) é a razão entre a viscosidade cinemática (D_M) e a difusividade molecular (D_J):

$$Sc = \frac{D_M}{D_J} \quad (29)$$

4. O cálculo das resistências

As resistências são deste modo mais fáceis de calcular. Considerando a equação (25), a resistência da camada-limite à transferência de energia é calculada da seguinte forma:

$$r_H = \frac{d}{D_H Nu} \quad (s m^{-1}) \quad (30)$$

Considerando a equação (26) r_{va} e r_{CO_2} virão, respectivamente:

$$r_{va} = \frac{d}{D_{v2} Sh} \quad (s m^{-1}) \quad (31)$$

e

$$r_{CO_2} = \frac{d}{D_{CO_2} Sh} \quad (s m^{-1}) \quad (32)$$

Por sua vez, a resistência ao momento (no ar a 20°C e a 100kPa) vem, segundo Campbell (1987):

$$r_M = 388 \left(\frac{d}{V}\right)^{0.5} \quad (\text{s m}^{-1}) \quad (33)$$

O significado dos símbolos incluídos das equações anteriores foi descrito atrás.

Nos casos da transpiração e da transferência de dióxido de carbono através das plantas devem-se ser considerados outros tipos de resistência além da que a camada-limite oferece. Por exemplo, a água transpirada por uma planta tem de vencer a resistência da camada-limite (tal como a água evaporada) e a resistência oferecida pelos estomas. A transferência de vapor de água virá então:

$$E = \frac{\chi_{v2(s)} - \chi_{v2(a)}}{r_s + r_{va}} \quad (\text{g m}^{-2} \text{s}^{-1}) \quad (34)$$

onde r_s é a resistência dos estomas ao transporte de vapor de água, enquanto E, χ_s , χ_a , e r_{va} têm os significados habituais.

De igual modo, a transferência de dióxido de carbono depende também da resistência oferecida pelos estomas (r_s) e pelo mesófilo (r_m). Assim, a transferência de dióxido de carbono virá:

$$P = \frac{\chi_{CO2(s)} - \chi_{CO2(a)}}{r_{CO2} + r_s(CO2) + r_m(CO2)} \quad (\text{g m}^{-2} \text{s}^{-1}) \quad (35)$$

onde $r_{s(CO2)}$ e $r_{m(CO2)}$ são, respectivamente, a resistência dos estomas e do mesófilo ao transporte de dióxido de carbono, enquanto P, $\chi_{CO2(s)}$, $\chi_{CO2(a)}$ e r_{CO2} têm os significados.

5. Estimativa dos parâmetros \underline{H} e \underline{E} (um algoritmo proposto)

Estimativas do fluxo de energia entre a superfície e o ar (H) e de transferência de massa (E, P,...) compreendem várias etapas. As sequências de procedimentos apresentados representam algoritmos possíveis de serem usados.

Para a **estimativa de H**:

- diferença entre as temperaturas** da superfície considerada e do ar envolvente;
- avaliação dos valores de c_p (do ar) e da **densidade do ar**, quaisquer deles tabelados (Anexos A1 e A2);
- cálculo da **resistência da camada-limite** ao transporte de energia (a partir da dimensão característica, da difusividade da camada-limite ao calor e do número de Nusselt): avaliação de d (**dimensão característica**); avaliação de D_H (Anexo A1); avaliação de **Nu** (cálculo de Re; cálculo de Gr; avaliação do tipo de convecção; cálculo de Nu por consulta dos Anexos B1 e B2)

Para a **estimativa de E**:

a) diferença entre as concentrações de água na superfície evaporante e de vapor de água no ar envolvente (a partir de valores das temperaturas da superfície evaporante e do ar e de valores de humidade relativa do ar);

b) cálculo da **resistência da camada-limite** ao vapor de água (a partir da dimensão característica, da difusividade da camada-limite ao vapor de água e do número de Sherwood): avaliação de d (**dimensão característica**); avaliação de D_{va} (Anexo A1); avaliação de **Sh** (cálculo de Re ; cálculo de Gr ; avaliação do tipo de convecção; cálculo de Nu por consulta dos Anexos B1 e B2; cálculo de Le tendo em conta o tipo de convecção e o tipo de regime)

6. Exercícios propostos

1. Num dia de céu limpo, as medições meteorológicas realizadas sobre uma superfície relvada, cujo albedo é de 25%, foram as seguintes:

- Radiação Global (S_{\downarrow}) = 800 W m^{-2}
- Temperatura do ar (T_a) = 25°C
- Temperatura da superfície relvada (T_s) = 29°C
- Fluxo de calor para o solo (G) = 50 W m^{-2}
- Calor sensível da superfície relvada para a atmosfera (H) = 100 W m^{-2}

Considerando que a superfície relvada se comporta como um corpo negro, determine a quantidade de água que dela se evapora por unidade de área e de tempo.

Solução: $E = 0,1353 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

2. Em determinado momento, a temperatura (t_s) de uma folha exposta à radiação solar é de 31°C . A folha está a transpirar para uma atmosfera à temperatura (t_a) de 28°C e humidade relativa (HR) de 75%. A resistência da camada-limite é de 50 s m^{-1} e a resistência dos estomas é de 180 s m^{-1} . Determine:

- a) a quantidade de água evapotranspirada pela folha, por unidade de área e por unidade de tempo;
- b) as trocas de calor sensível entre a folha e o meio ambiente;
- c) a quantidade de radiação líquida recebida pela folha.

(Considere que todas as trocas de energia entre a folha e o meio ambiente, excepto na forma de calor sensível e calor latente, são desprezáveis)

Soluções: a) $E = 0,051 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$; b) $H = 65,6 \text{ W m}^{-2}$; c) $R_n = 189,53 \text{ W m}^{-2}$

3. Considere uma folha aproximadamente retangular, com comprimento de 5 cm e largura de 2 cm, disposta paralelamente ao vento com velocidade de 1 m s^{-1} . A folha está molhada e à temperatura de $25 \text{ }^\circ\text{C}$. A temperatura do ar é de $22 \text{ }^\circ\text{C}$ e a humidade relativa de 85 %. Determine a taxa de evaporação de água da folha.

Solução: $E = 0,11 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

4. Numa sauna, um homem com a altura de 1,80 m e diâmetro de 0,30 m tem a pele coberta de suor à temperatura de $36 \text{ }^\circ\text{C}$. O homem está nu, de pé, em ar estacionário, à temperatura de $30 \text{ }^\circ\text{C}$ e humidade relativa de 80 %. Determine:

- a) a resistência R_{va} à difusão de vapor de água da pele para a atmosfera;
- b) a evaporação por unidade de área de pele e por hora.

Soluções: a) $R_{va} = 344 \text{ s m}^{-1}$; b) $E = 0,05 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

5. Um porco encontra-se em campo aberto suportando vento a uma velocidade média horizontal de 3 m s^{-1} . A temperatura da pele do animal é de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ e a do ar de $19 \text{ }^\circ\text{C}$. Supondo que o porco tem 1,0 m de comprimento e 35 cm de diâmetro, determine qual a sua melhor posição relativamente à direcção do vento para reduzir o arrefecimento.

Solução: comprimento do porco paralelo ao vento

6 - Uma folha de bananeira com 1,95 m de comprimento e 0,45 m de largura estava colocada perpendicularmente ao vento, cuja velocidade média horizontal era de $3,2 \text{ m s}^{-1}$. A temperatura da superfície, coberta de orvalho, era de $12,1 \text{ }^\circ\text{C}$ e a do ar, a 92,7% de humidade relativa, era de $9,4 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) Determine a resistência aerodinâmica ao transporte de vapor de água;
- b) Determine o fluxo de vapor de água por cm^2 e por hora;
- c) Sabendo que o balanço energético da folha são 152 W m^{-2} e que o fluxo de calor no solo (G) é nulo, determine o fluxo de calor sensível da folha.

Soluções: a) $r_{va} = 62,9 \text{ s m}^{-1}$; b) $E = 0,0366 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ c) $H = 61,49 \text{ W m}^{-2}$

7. Num campo de milho com temperatura ambiente de $18 \text{ }^\circ\text{C}$ e humidade relativa de 80%, as folhas medem, em média, 20 cm de comprimento e 10 cm de largura e estão em fase de crescimento. As folhas encontram-se molhadas a uma temperatura de $21 \text{ }^\circ\text{C}$ e estão dispostas paralelamente à direcção do vento, cuja velocidade é de 2 m s^{-1} . Nestas condições, calcule:

- a) a resistência à difusão de vapor de água de uma folha para a atmosfera;
- b) a quantidade de água evaporada por unidade de área e de tempo;
- c) as trocas de calor sensível entre a folha e o meio ambiente.

Soluções: a) $r_{va} = 75 \text{ s m}^{-1}$; b) $E = 0,0666 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$; c) $H = 45,3 \text{ W m}^{-2}$

8. Mundial de Futebol, Japão-Coreia do Sul 2002. No campo relvado do estádio onde se realizou o encontro Suécia-Nigéria, foram feitas uma série de medições de forma a estimar a irrigação a aplicar no dia anterior ao do referido jogo. As medições forneceram os seguintes resultados:

- Irradiância solar global (S_{\downarrow}) = 900 W m^{-2}
- Albedo da relva (ρ) = 25%
- Radiação de grande comprimento de onda proveniente da atmosfera (L) = 340 W m^{-2}
- Temperatura da superfície relvada (T_s) = 26°C
- Fluxo de calor para o solo (G) = 70 W m^{-2}
- Calor sensível da superfície relvada para a atmosfera (H) = 150 W m^{-2}

a) considerando que a superfície relvada se comporta como um corpo negro para a radiação de grande comprimento de onda, e que $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ e $\lambda = 2450 \text{ J g}^{-1}$, determine a quantidade de água evaporada do campo relvado, por unidade de área e de tempo;

b) durante o jogo de 2 horas, cada jogador perdeu 3 kg de água por transpiração, equivalente a uma taxa de $0,8 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Considerando que nesse período a superfície dos jogadores se encontrava coberta de suor à temperatura média de 30°C , determine a resistência média da camada-limite para o transporte de vapor de água. Os valores médios de temperatura e humidade relativa do ar eram de 26°C e 60%, respectivamente.

Soluções: a) $E = 0,14 \text{ g m}^{-2} \text{ s}^{-1}$; b) $r_{va} = 19,75 \text{ s m}^{-1}$

Bibliografia recomendada

- Abreu, J.P. M. 2018.** Agrometeorologia. Aplicação da Meteorologia para maximizar a Produção Agrícola. Agrobook. Porto
- Campbell, G.S. 1987.** *An introduction to environmental biophysics*. Springer-Verlag, New York
- Jones, H.G. 1983.** *Plants and Microclimate*. Cambridge University Press, Cambridge

Monteith, J.L. & Unsworth, M.H. 1990. *Principles of Environmental Physics*. Edward Arnold, London.

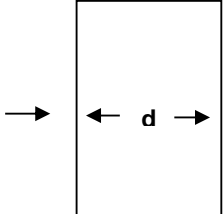
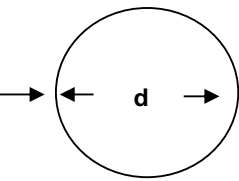
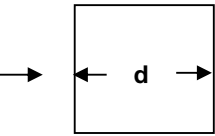
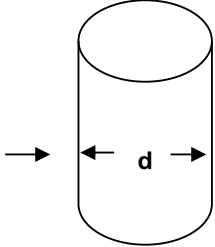
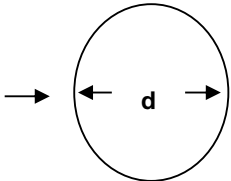
Oke, T.R. 1978. *Boundary layer climates*. Methuen & Co LTD, London

Welty, J.R., Wicks, C.E. & Wilson, R.E. 1984. *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer*, John Wiley & Sons, New York

Anexo A- Densidades e Coeficientes de Difusão

T		ρ_a	$\rho_{as}(T)$	T_v	K	D_H	D_M	D_{va}	D_{CO_2}
°C	K	Kg m ⁻³		°C	m Vm ⁻¹ K ⁻¹	cm ² s ⁻¹			
-5	268,2	1,316	1,314	-4,6	24,0	0,183	0,129	0,205	0,124
0	273,2	1,292	1,289	0,6	24,3	0,189	0,133	0,212	0,129
5	278,2	1,269	1,265	5,9	24,6	0,195	0,137	0,220	0,133
10	283,2	1,246	1,240	11,3	25,0	0,202	0,142	0,227	0,138
15	288,2	1,225	1,217	16,9	25,3	0,208	0,146	0,234	0,142
20	293,2	1,204	1,194	22,6	25,7	0,215	0,151	0,242	0,147
25	298,2	1,183	1,169	28,6	26,0	0,222	0,155	0,249	0,151
30	303,2	1,164	1,145	35,0	26,4	0,228	0,160	0,257	0,156
35	308,2	1,146	1,121	41,7	26,7	0,235	0,164	0,264	0,160
40	313,2	1,128	1,096	49,0	27,0	0,242	0,169	0,272	0,165
45	318,2	1,110	1,068	57,0	27,4	0,249	0,174	0,280	0,170

Anexo B1 - Convecção forçada

FORMAS	CASO	Gama de valores de Re	Nu
1) Lâminas			
	Fluxo laminar	$< 2 \times 10^4$	$0,60 Re^{0,5}$
	Fluxo turbulento	$> 2 \times 10^4$	$0,032 Re^{0,8}$
			
			
2) Cilindros			
		1 - 4	$0,89Re^{0,33}$
		4 - 40	$0,82Re^{0,39}$
		40 - 4×10^3	$0,62Re^{0,47}$
		4×10^3 - 4×10^4	$0,17Re^{0,62}$
		4×10^4 - 4×10^5	$0,024Re^{0,81}$
		ou	
	Nº de Reynolds (valor aproximado)	10^{-1} - 10^3	$0,32 + 0,51Re^{0,52}$
		10^3 - 5×10^4	$0,24Re^{0,60}$
3) Esferas			
		0 - 300	$2 + 0,54Re^{0,5}$
		50 - $1,5 \times 10^5$	$0,34Re^{0,6}$

Notas:

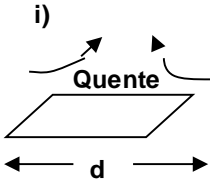
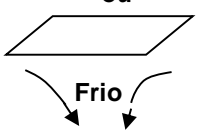
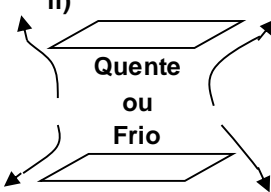
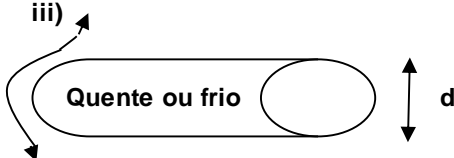
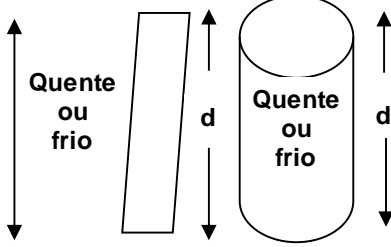

i) Setas indicam direcção do movimento de ar

ii) d é a dimensão característica

iii) Números de Sherwood correspondentes: $Sh = Nu Le^{0,33}$ (ver tab A.2)

FONTE: Monteith & Unsworth, 1990

Anexo B2 - Convecção livre

Forma e temperatura relativa	Fluxo laminar	Fluxo turbulento	Nu
1) Lâminas horizontais ou cilindros			
i)  ou 	$Gr < 10^5$		$0,50 Gr^{0,25}$
		$Gr > 10^5$	$0,13 Gr^{0,33}$
ii) 		Arranjo não conducente a turbulência	$0,23 Gr^{0,25}$
iii) 	$10^4 < Gr < 10^5$	$Gr > 10^9$	$0,48 Gr^{0,25}$ $0,09 Gr^{0,33}$
2) Lâminas verticais ou cilindros			
	$10^4 < Gr < 10^9$	$10^9 < Gr < 10^{12}$	$0,58 Gr^{0,25}$ $0,11 Gr^{0,33}$
3) Esferas			
	$Gr^{0,25} < 220$		$2 + 0,54 Gr^{0,25}$

Notas:

i) Setas indicam direcção do movimento de ar

ii) d é a dimensão característica para o cálculo de Gr; considere a altura para uma placa variável e o lado médio para uma placa horizontal

iii) Números de Sherwood correspondentes: $Sh = Nu \times Le^{0,25}$ em regime laminar e $Sh = Nu \times Le^{0,33}$ em regime turbulento

Anexo C - Calor específico, números de Prandtl, Schmidt e Lewis

		Ar	Vapor de água	CO ₂
Calor específico	(Jg⁻¹°C⁻¹)	1,01	1,88	0,85
Número de Prandtl	Pr = D_M/D_H	0,7	-	-
	Pr^{0,67}	0,79	-	-
	Pr^{0,33}	0,89	-	-
	Pr^{0,25}	0,92	-	-
Número de Schmidt	Sc = D_M/D_{v,c}	-	0,63	1,04
	Sc^{0,67}	-	0,74	1,02
	Sc^{0,33}	-	0,86	1,01
	Sc^{0,25}	-	0,89	1,01
Número de Lewis	Le = D_H/D_{v,c}	-	0,89	1,48
	Le^{0,67}	-	0,93	1,29
	Le^{0,33}	-	0,96	1,14
	Le^{0,25}	-	0,97	1,11

Fonte: Monteith & Unsworth, 1990