

Universidade de Évora

Doutoramento em Matemática

**Amostragem por distâncias:
efeito da distribuição espacial e
adaptação para terrenos
montanhosos**

Anabela Cristina Cavaco Ferreira Afonso

Orientador: Prof. Doutor Russell Gerardo Alpizar-Jara

(Professor Associado)

Évora, 2009

Ao meu filhote Gonçalo,
ao Miguel e
aos meus pais.

Resumo

Este trabalho tem como principal objectivo contribuir para a resolução de alguns problemas práticos que os biólogos encontram quando aplicam a técnica de amostragem por distâncias a populações raras, de difícil detecção, ou em terrenos montanhosos.

Deste modo, numa primeira fase efectua-se, por métodos de simulação, uma avaliação da metodologia convencional com populações que apresentam distribuições espaciais não homogéneas, ou com tendência para formar aglomerados. Simultaneamente é avaliado o desempenho dos estimadores habituais da variância da dimensão da amostra, na expectativa de obter alguma indicação sobre em que situações se deve optar por cada um dos estimadores.

Numa segunda fase verificou-se que os estimadores convencionais da amostragem por transectos lineares, para a probabilidade de detecção, abundância de animais na área observada e densidade, não são robustos ao relevo do terreno, podendo apresentar enviesamentos severos e uma grande variabilidade. Face a esta evidência, desenvolveram-se novos estimadores para os parâmetros em causa.

Finalmente, são propostos delineamentos de amostragem adaptativos que combinam os transectos lineares com os pontuais, que se pensam ser de grande utilidade em terrenos difíceis, como são os montanhosos, onde o observador tem de cobrir uma vasta região por via terrestre, mas cuja acessibilidade é difícil. Nestes delineamentos sugere-se a realização de transectos pontuais nas zonas com maior densidade populacional. É habitual na amostragem em terrenos de montanha, os biólogos pararem para registarem as detecções efectuadas e tentarem aumentar a dimensão das suas amostras, embora tal não seja considerado na fase de estimação. As ideias aqui desenvolvidas pretendem também dar resposta a este tipo de situações.

Palavras chave: estimação de populações animais, amostragem por distâncias, transectos lineares, transectos pontuais, amostragem adaptativa.

Abstract

The main objective of this research is to tackle some of the practical problems that biologists face when applying the distance sampling methodology to populations that are rare, difficult to detect, or in mountainous terrain.

First, a comprehensive simulation study is carried out to assess the conventional distance sampling methodology under populations that are non-homogeneous distributed, or have a tendency to form clusters. The performance of conventional sample size variance estimators is also evaluated in order to have an indication of which estimators to choose under different scenarios.

Secondly, the findings of this research show that conventional line-transect sampling estimators for the detection probability, abundance in the sampled area and density, are not robust to the topography of the land and may be severely biased and high variable. Given this evidence, new estimators are developed for these parameters.

Finally, new adaptive sampling designs are proposed. They involve a combination of line transects and point transects where points are allocated to the areas of high density. These designs are especially useful for difficult terrains, such as mountainous, where the observer has to cover a vast area of land of difficult accessibility. In mountain terrains, biologists usually stop along a transect to register more detections and to increase sample sizes. However, this protocol is generally not considered for estimation purposes. Some of the ideas proposed in this thesis are also intended to respond to such situations.

Keywords: estimation of biological populations, distance sampling, line transect, point transect, adaptive sampling.

Agradecimentos

Ao Professor Doutor Russell Alpizar-Jara, pela disponibilidade, estímulo e dedicação demonstrados durante a realização deste trabalho, pois a sua orientação e amizade foram deveras importantes.

Ao Departamento de Matemática e ao CIMA que me proporcionaram condições para a realização desta tese.

Ao Professor Doutor Jesús Pérez, da Universidade de Jaén, por fomentar o desenvolvimento das minhas ideias, ter proporcionado uma visita de estudo à Serra Nevada, para conhecer melhor as dificuldades sentidas no terreno, e a toda a sua família pela hospitalidade.

Ao Professor Doutor Andrew Grieve, King's College London, pela importante partilha de conhecimentos.

A todos os meus amigos e colegas pelo companheirismo, apoio, amizade e incentivo, à Carla Nunes também pela leitura e sugestões que permitiram melhorar este documento e à Ana Filipa pelos esclarecimentos na área da topografia.

Aos meus pais por toda a dedicação, carinho e o apoio prestado nesta fase da vida.

Ao Miguel e ao Gonçalo pelo amor, carinho e muita paciência nas minhas faltas de atenção e ausências.

Aos membros do júri pelos seus comentários e sugestões que permitiram melhorar a leitura deste documento.

A todos o meu sincero muito obrigado.

Conteúdo

Resumo	i
Abstract	ii
Agradecimentos	iii
Lista de abreviaturas e de símbolos	xvii
1 Introdução	1
1.1 Objectivos	4
1.2 Estrutura do trabalho	6
2 Alguns conceitos fundamentais	7
2.1 Introdução	7
2.2 Amostragem com probabilidades desiguais	8
2.2.1 Estimadores Hansen-Hurwitz	8
2.2.2 Estimadores Horvitz-Thompson	9
2.3 Amostragem por distâncias	10
2.3.1 Pressupostos	14
2.3.2 Transectos lineares	15
2.3.3 Transectos pontuais	16
2.3.4 Estimação da probabilidade de detecção	17
2.3.5 Propriedades do estimador da abundância ou densidade	18
2.4 Modelos espaciais de amostragem por distâncias	21
2.5 Modelos adaptativos de amostragem por distâncias	22

3	Influência da distribuição espacial na amostragem por distâncias convencional	25
3.1	Introdução	25
3.2	Abordagens	27
3.3	Simulações	28
3.3.1	Populações geradas	28
3.3.2	Função de detecção	30
3.3.3	Disposição dos transectos	31
3.3.4	Estimação da variância do tamanho da amostra	34
3.3.5	Resultados	35
3.4	Conclusão	50
4	Amostragem por transectos lineares em montanha	51
4.1	Introdução	51
4.2	Condicionantes à amostragem por distâncias	52
4.3	Áreas em montanha	54
4.4	Estimação da densidade	55
4.4.1	Estimador convencional	55
4.4.2	Combinação de distribuições uniformes	57
4.4.3	Correcção da probabilidade de detecção	59
4.5	Simulação	62
4.5.1	Cenários considerados	62
4.5.2	Função densidade de probabilidade das distâncias	63
4.5.3	Função de detecção	65
4.5.4	Resultados	67
4.6	Conclusão	71
5	Combinação de transectos lineares com pontuais de forma adaptativa	73
5.1	Introdução	73
5.2	Delineamentos adaptativos	74
5.3	Transectos lineares e pontuais não sobrepostos	77
5.4	Transectos lineares e pontuais sobrepostos	79
5.5	Conclusão	80
6	Conclusão	81

Bibliografia	83
Anexos	91
A Resultados das simulações do capítulo 3	91
B Resultados das simulações do capítulo 4	97
C Código R	105
C.1 Simulação das localizações	105
C.1.1 Processo pontual de Poisson homogéneo	105
C.1.2 Processo pontual de Poisson não homogéneo	105
C.1.3 Processo pontual de Poisson agrupado	107
C.1.4 Processo pontual inibidor	108
C.2 Estimadores propostos no capítulo 4	109

Lista de Tabelas

3.1	Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos com a abordagem 1 (população fixa) para uma população com $N = 510$, com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e com os transectos lineares (TL) posicionados horizontalmente de forma: A) aleatória, A ns) aleatória sem sobreposição e S) sistemática.	39
3.2	Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos para populações aleatórias com as abordagens 2 ($N = 510$) e 3 ($E[N] = 510$), com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e os transectos lineares (TL) fixos posicionados horizontalmente com espaçamento: A) desigual e sem sobreposição e S) igual.	40
3.3	Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos com a abordagem 1 (população fixa) para uma população com $N = 510$, com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e com os transectos pontuais (TP) posicionados de forma: A) aleatória e S) sistemática.	41
3.4	Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos para populações aleatórias com as abordagens 2 ($N = 510$) e 3 ($E[N] = 510$), com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e os transectos pontuais (TP) fixos posicionados com espaçamento: A) desigual e S) igual.	42
4.1	Proporção de <i>valoresp</i> superiores a 0,05 obtidos com teste de Kolmogorov-Smirnov no ajustamento das distâncias à distribuição Uniforme por cenário, tipo de distância, número de transectos lineares aleatórios nas 10000 simulações.	65
4.2	Distâncias inclinadas de truncatura, w_r , e valor do parâmetro θ considerados na função detecção $g(r) = \exp(-r^2/(2\theta^2))$, $0 \leq r \leq w_r$, e a probabilidade de detecção, P_{a_r}	67

A.1	Resultados obtidos para a amostragem por transectos lineares (TL) horizontais (H) ou verticais (V), com as abordagens 1, 2 e 3, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e com o posicionamento A) aleatório, A ns) aleatório sem sobreposição e S) sistemático.	92
A.2	Resultados obtidos para a amostragem por transectos pontuais (TP), com as abordagens 1, 2 e 3, 10000 simulações, para uma população com $N = 510$, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e com o posicionamento A) aleatório, S) sistemático, S AL) sistemático em coluna e aleatório em linha e S AC) sistemático em linha e aleatório em coluna.	95
B.1	Resultados obtidos para a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida $P_a = 0,61$. (\bar{a} : média da área coberta projectada no plano. Índice $t5\%$: resultados obtidos após a exclusão de 5% das distâncias mais elevadas.)	98
B.2	Estatísticas sumárias dos <i>valores p</i> obtidos, com 10000 simulações, com teste de Kolmogorov-Smirnov ao ajustamento das distâncias à distribuição Uniforme por cenário, tipo de distância e número de transectos lineares aleatórios. (P_i : percentil de ordem i , $i = 10, 25, 50, 75$ e 90)	99
B.3	(a) Probabilidade de detecção estimada, e respectivos (b) coeficiente de variação (CV) e (c) erro quadrático médio (EQM), com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{P}_a : estimador convencional, \hat{P}_{a_c} , $i = 1, \dots, 5$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.)	100

- B.4 (a) Abundância estimada na área de amostrada, e respectivos (b) coeficiente de variação (CV) e (c) erro quadrático médio (EQM), com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{N}_c : estimador convencional e \tilde{N}_{c_i} , $i = 1, \dots, 5$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.) 101
- B.5 Densidade estimada, com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{D} : estimador convencional e \tilde{D}_i , $i = 1, \dots, 5, 1b, \dots, 5b$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.) 102
- B.6 Coeficiente de variação associado à densidade estimada, com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{D} : estimador convencional e \tilde{D}_i , $i = 1, \dots, 5, 1b, \dots, 5b$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.) 103
- B.7 Erro quadrático médio (\sqrt{EQM}) associado à densidade estimada, com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{D} : estimador convencional e \tilde{D}_i , $i = 1, \dots, 5, 1b, \dots, 5b$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.) 104

Lista de Figuras

2.1	Exemplificação da amostragem com 1 transecto linear numa região de estudo. Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador percorre uma linha (a tracejado) observando a área rectangular a sombreado com largura $2w$. Os animais detectados estão identificados com a distância perpendicular y medida.	10
2.2	Exemplificação da amostragem com 1 transecto pontual numa região de estudo. Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador permanece durante um certo período de tempo num local (centro do círculo) observando a área circular a sombreado com raio w . Os animais detectados estão identificados com a distância radial r medida.	11
2.3	Distâncias e ângulos medidos numa amostragem por distâncias, onde o asterisco representa a localização inicial do animal detectado: distância radial, r , entre o observador e o animal detectado; ângulo, β , de avistamento formado entre o animal detectado e o transecto linear; e a distância perpendicular, y	11
2.4	Transectos lineares adaptativos com esforço fixo. Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador percorre uma linha em ziguezague. Os animais detectados estão identificados com a distância perpendicular y medida.	24
3.1	Os pontos representam as localizações dos indivíduos das populações geradas para a abordagem 1.	30
3.2	Exemplificação do posicionamento horizontal (H) aleatório e vertical (V) sistemático, e horizontal (H) sistemático e vertical (V) aleatório dos transectos pontuais, representados pelos círculos encarnados.	31

3.3	Transectos pontuais (TP), representados pelos círculos encarnados, considerados nas abordagens 2 e 3 com o espaçamento desigual (“aleatório”) ou igual (“sistemático”) entre transectos.	32
3.4	Transectos lineares (TL), representados pelas linhas encarnadas, considerados nas abordagens 2 e 3 com o espaçamento desigual (“aleatório”) ou igual (“sistemático”) entre transectos e orientação horizontal ou vertical.	33
3.5	Diagramas de caixas e bigodes da abundância estimada, \hat{N} , obtida com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e os transectos lineares (TL) posicionados horizontalmente (H) ou verticalmente (V) de forma: A) aleatória, A ns) aleatória sem sobreposição e S) sistemática. A linha horizontal a tracejado indica a dimensão, ou dimensão média, da população e os pontos encarnados a dimensão média estimada.	37
3.6	Diagramas de caixas e bigodes da abundância estimada, \hat{N} , com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e os transectos pontuais (TP) posicionados de forma A) aleatória, S) sistemática, SAL) sistematicamente em coluna e aleatoriamente em linha e SAC) sistematicamente em linha e aleatoriamente em coluna. A linha horizontal a tracejado indica a dimensão, ou dimensão média, da população e os pontos encarnados a dimensão média estimada.	43
3.7	Gráfico de barras do $\sqrt{E\widehat{QM}[\hat{N}]}$ por área coberta para a amostragem por transectos lineares horizontais (TL) e pontuais (TP), com as abordagens 1 (populações fixas), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), os transectos posicionados de forma a) aleatória, S) sistemática e com 10000 simulações.	46
3.8	Gráfico de barras dos quocientes, entre $Var[n]$ e $\hat{E}[n]$ e entre $Var[n]$ e $\widehat{Var}[n]$, obtidos para a amostragem por transectos lineares, com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos e população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), com 10000 simulações e os transectos posicionados de forma A) aleatória ou S) sistemática.	48

3.9	Gráfico de barras dos quocientes, entre $Var[n]$ e $\hat{E}[n]$ e entre $Var[n]$ e $\widehat{Var}[n]$, obtidos para a amostragem por transectos pontuais, com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), com 10000 simulações e os transectos posicionados de forma A) aleatória ou S) sistemática.	49
4.1	Distância horizontal ou perpendicular projectada, y , distância inclinada ou real, r , distância topográfica, t , a diferença de nível, x , entre o observador e o animal detectado e o ângulo, α , formado entre o nível do observador e o do animal detectado.	53
4.2	Superfícies montanhosas descritas por funções não lineares em u . Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador percorre uma linha (a tracejado) observando a área compreendida entre as duas linhas vermelhas.	57
4.3	Três transectos lineares com distâncias de truncatura, w , diferentes.	58
4.4	Representação gráfica da função resultante da sobreposição de várias distribuições uniformes.	59
4.5	Ângulo de inclinação, distância inclinada de truncatura, w_r , e sua projecção no plano horizontal. Devido à assimetria do terreno, à distância inclinada w_r estão associadas duas distâncias perpendiculares de truncatura, w_1 e w_2	61
4.6	Cenários montanhosos simulados, com a exemplificação do posicionamento de 5 transectos lineares aleatórios sobre as curvas de nível.	63
4.7	Histograma das distâncias perpendiculares projectadas, y , e inclinadas, r , aos animais na área coberta, por cenário e número de transectos lineares (TL) posicionados aleatoriamente.	64
4.8	Histograma das distâncias detectadas perpendiculares projectadas, y , e inclinadas, r , por cenário e número de transectos lineares (TL) posicionados aleatoriamente (A).	66
4.9	Comparação da probabilidade de detecção estimada, abundância estimada na área de estudo e densidade estimada, dos estimadores convencionais com os estimadores propostos, para o cenário com 2 declives diferentes. As linhas encarnadas horizontais indicam os valores populacionais e os pontos encarnados as médias amostrais.	68

4.10	Comparação da probabilidade de detecção estimada, abundância estimada na área de estudo e densidade estimada, dos estimadores convencionais com os estimadores propostos, para o cenário com vários declives. As linhas encarnadas horizontais indicam os valores populacionais e os pontos encarnados as médias amostrais.	69
5.1	Combinação adaptativa de transectos lineares com pontuais deslocados.	74
5.2	Combinação adaptativa de transectos lineares com pontuais dispostos sobre o transecto linear.	75
5.3	Combinação adaptativa de transectos lineares com pontuais dispostos sobre o transecto linear sem sobreposição.	75
5.4	Combinação adaptativa de transectos lineares com semi-pontuais dispostos sobre o transecto linear sem sobreposição.	76

Lista de abreviaturas e de símbolos

Ao longo deste trabalho utilizar-se-ão as seguintes abreviaturas:

AIC	Critério de informação de Akaike.
<i>CV</i>	Coeficiente de variação.
\widehat{CV}	Estimador ou estimativa do coeficiente de variação.
EMV	Estimador de máxima verosimilhança.
Env	Enviesamento.
<i>EQM</i>	Erro quadrático médio.
\widehat{EQM}	Estimador ou estimativa do erro quadrático médio.
f.d.p.	Função densidade de probabilidade.
\mathcal{L}	Função de verosimilhança.
TL	Transectos lineares.
TP	Transectos pontuais.
v.a.	Variável aleatória.

Serão ainda utilizados os seguintes símbolos:

<i>A</i>	Área de estudo.
<i>a</i>	Área amostrada que será designada por área coberta.
<i>D</i>	Densidade de animais na área de estudo.
\hat{D}	Estimador ou estimativa da densidade de animais na área de estudo.
$D(u, v)$	Densidade de animais na localização (u, v) .
<i>d</i>	Distância percorrida ao longo do transecto linear entre detecções.

$f(x)$	f.d.p. das distâncias detectadas.
$g(x)$	Função de detecção, i.e., a probabilidade de detectar um animal dado que está à distância x da linha ou ponto.
K	Número total de pontos observados.
L	Comprimento total dos transectos observados.
l	Comprimento de um transecto linear.
N	Abundância de animais na área de estudo, onde $N = D \times A$.
\hat{N}	Estimador ou estimativa da abundância de animais na área de estudo.
n	Dimensão da amostra ou seja o número de animais detectados na área coberta a .
N_c	Abundância de animais na área coberta a .
\hat{N}_c	Estimador ou estimativa da abundância de animais na área coberta a .
P_a	Probabilidade de detecção, ou seja a probabilidade de detectar um animal dado que está na área coberta.
\hat{P}_a	Estimador convencional ou estimativa da probabilidade de detecção.
P_c	Probabilidade de cobertura, i.e., a probabilidade de um animal estar na área coberta dado que está na área de estudo.
r	Distância radial ou inclinada (Capítulo 4).
s	Desvio-padrão empírico.
t	Distância topográfica.
w	Distância de truncatura, i.e., a distância máxima considerada até à qual se observaram animais.
x	Distância genérica ou diferença de nível entre a localização do observador e o animal detectado (Capítulo 4).
x_i	i -ésima distância.
$x_{i:n}$	i -ésima distância na amostra ordenada de dimensão n .
y	Distância perpendicular.
\underline{Z}	Vector de covariáveis.
α	Ângulo de inclinação.
β	Ângulo de avistamento.
$\varphi(x)$	f.d.p. das distâncias.
σ	Desvio-padrão.

Capítulo 1

Introdução

O conhecimento da abundância ou densidade de animais ou plantas é fundamental para uma melhor gestão dos recursos naturais, permitindo tomar medidas para evitar a sobre abundância ou a escassez das espécies. Esta informação pode ser obtida pela observação de todos os indivíduos da espécie em estudo, o recenseamento, ou de uma parte dessa população, a amostra.

A realização de censos populacionais é, habitualmente, uma tarefa demasiado difícil, ou até impossível, morosa e dispendiosa. Durante o período de recenseamento as populações sofrem alterações, como sejam os nascimentos, mortes e migrações. No caso das populações animais, existe ainda o problema dos indivíduos nem sempre estarem visíveis ou detectáveis. Assim, na realidade o recenseamento não terá sido de todos os indivíduos do universo em estudo, mas dos indivíduos que estavam disponíveis durante o período de recenseamento. Não se pode deixar de considerar ainda os métodos em que a observação obriga à destruição e, por conseguinte, a realização de censos provocaria o extermínio da população. Em suma, só é possível a realização de censos em condições idealizadas, como sejam populações pequenas em áreas pequenas ou vedadas (Williams *et al.*, 2002, pág. 245).

A amostragem apresenta várias vantagens sobre o recenseamento tanto ao nível do tempo e custo, como também uma menor probabilidade de ocorrerem erros de observação ou de notação, uma vez que se recolhem menos observações. Na amostragem de populações biológicas, como sejam animais e plantas, que daqui por diante serão designados apenas por animais, muitos dos métodos de observação dos animais consistem no avistamento, auscultação, captura ou detecção. A probabilidade de um animal da população ser observado na área coberta é designada por detectabilidade (Thompson, 1992).

Os estimadores da abundância de animais na área coberta têm como expressão genérica a correcção do número de observações efectuadas pela proporção média estimada de detecções e pela proporção de área coberta. Quando existe evidência de heterogeneidade na detectabilidade dos animais, i. e., os animais não têm todos a mesma probabilidade de detecção, é usual utilizar-se um estimador do tipo de Horvitz-Thompson da teoria da amostragem de probabilidades desiguais (Borchers *et al.*, 2002, pág. 144).

Existem vários métodos de amostragem para estimar a probabilidade de detecção, e também a densidade ou abundância de animais, podendo encontrar-se em Seber (1986; 1992; 2001) e Schwarz e Seber (1999) não só uma revisão destes métodos como algumas sugestões de trabalho futuro. Destes salientamos a amostragem por distâncias e a amostragem por captura-recaptura. Na amostragem por distâncias a detectabilidade é estimada com base nas distâncias registadas entre o transecto e o animal detectado, ao passo que na amostragem por captura-recaptura a probabilidade de detecção é estimada a partir do número de capturas e recapturas efectuadas em dois ou mais instantes de amostragem distintos, ou duas ou mais equipas de observadores diferentes.

A amostragem por distâncias, cujas variantes principais são os transectos lineares e transectos pontuais, é uma extensão da amostragem de quadrados, onde se relaxa o pressuposto de que se realiza um censo na área coberta (Thomas *et al.*, 2002). R. T. King, em 1930, foi um dos primeiros a reconhecer a observação incompleta dos animais na área observada e apresentou uma tentativa de estimação da largura efectiva das faixas transectos, um dos métodos da amostragem de quadrados (Buckland *et al.*, 2001).

O método de amostragem por transectos lineares despertou desde cedo um maior interesse por parte dos investigadores do que o método de amostragem por transectos pontuais. Estes últimos surgem em 1975 com o artigo de Weins e Nussbaum, já existindo um desenvolvimento da teoria dos transectos lineares desde 1968 com os trabalhos de Gates *et al.* e Eberhardt. A primeira grande referência sobre a teoria dos transectos lineares surge em 1980 com a monografia de Burnham *et al.* Em 1993, Buckland *et al.* publicam um livro introdutório à amostragem por distâncias, que é reeditado em 2001 com algumas alterações. Mais recentemente, Buckland *et al.* (2004) publicaram os últimos avanços nesta área de investigação não só ao nível da relaxação de alguns pressupostos como também na combinação com outras técnicas de amostragem.

A simplicidade de utilização desta técnica é um dos factores que mais contribuiu para a sua popularidade, sendo igualmente importante o facto de permitir uma estimação mais robusta e

mais económica da abundância do que os métodos baseados na captura de animais, pelo menos para populações que verificam, ou quase verificam, os pressupostos fundamentais em que esta técnica se baseia. Além disso, quando os pressupostos são violados, os efeitos nas estimativas da abundância tendem a ser mais facilmente compreendidos do que para a maioria dos métodos alternativos (Buckland *et al.*, 2004).

Inicialmente, esta técnica foi desenvolvida para regiões com características homogêneas e com visibilidade idêntica durante o período de amostragem, onde a detectabilidade variava apenas com a distância entre o animal e o observador. Todavia, a detectabilidade depende de muitos factores, como sejam as próprias características dos animais, do observador, da topografia do terreno ou do meio ambiente, pelo que mais tarde esta técnica foi estendida de modo a permitir não só a divisão da área de estudo em estratos como a inclusão de informação extra através do uso de covariáveis (Marques e Buckland, 2003).

Nos últimos anos verificou-se um aumento na procura de modelos espaciais que permitam relacionar os dados de distâncias com variáveis espaciais que reflectam a topografia do terreno, o habitat e outros factores que possam afectar o meio ambiente. A primeira formulação para transectos lineares baseada na teoria processos pontuais foi desenvolvida por Schweder (1977). Mais tarde, Stoyan (1982) reformulou o estimador convencional da densidade de grupos em função da intensidade de um processo pontual marcado estacionário. Para o caso particular das populações agrupadas, Cowling (1998) propôs um método para estimar os parâmetros de agrupamento de processo enfraquecido de Neyman-Scott, usando observações recolhidas a partir de uma pesquisa de transecto linear com função de detecção gaussiana. Hedley *et al.* (1999), Hedley (2000) e Hedley e Buckland (2004) propuseram modelos espaciais para a amostragem por distâncias, nos quais é possível através da simples integração numérica estimar a densidade de animais em qualquer sub-região da região em estudo. Mais recentemente, Waagepetersen e Schweder (2006) notaram que muitas populações animais exibem uma maior variação espacial e estão mais agrupadas do que o considerado num processo de Poisson. Por isso, apresentaram uma formulação baseada no processo pontual espacial de Cox e desenvolveram uma inferência baseada na verosimilhança, tanto numa perspectiva frequentista como numa baysiana.

Algumas populações são difíceis de observar, são raras ou tendem a distribuir-se apenas em certas zonas. A amostragem adaptativa, cuja história é bastante recente, garante que uma maior parte do esforço seja gasto nas zonas com maior densidade de animais, aumentando assim a dimensão da amostra. Este tipo de amostragem surgiu no início da década de 80, do século

passado, com o trabalho de Thompson (1982), o qual se baseou nos trabalhos desenvolvidos entre 1969 e 1970 sobre amostragem sequencial. Neste trabalho, Thompson desenvolve a base teórica da amostragem adaptativa baseada na teoria dos processos pontuais. Em 1996, Thompson e Seber publicam o primeiro livro dedicado à amostragem adaptativa. Com base na teoria da amostragem adaptativa por grupos desenvolvida por Thompson, Seber e Ramsey (Thompson, 1990; Thompson, Ramsey e Seber, 1992; Thompson e Seber, 1996), Pollard e Buckland (1997), Pollard (2002) e Pollard *et al.* (2002) apresentam a primeira proposta de amostragem por distâncias adaptativa.

1.1 Objectivos

Nesta tese pretendeu-se dar resposta a questões pragmáticas com que os biólogos se deparam na aplicação da amostragem por distâncias em populações não homogéneas e/ou em terrenos montanhosos.

Os estimadores convencionais foram construídos com base no pressuposto da aleatoriedade dos transectos lineares ou pontuais na região de estudo. Da teoria da amostragem de populações finitas, sabe-se que quando as populações não exibem um padrão regular, a amostragem sistemática tende a reduzir a variância dos estimadores e a subestimar a verdadeira variância (Cochran, 1977, cap. 8).

Para avaliar o desempenho dos estimadores convencionais, da abundância ou densidade, da amostragem por distâncias com a disposição aleatória e sistemática dos transectos em populações que se distribuem de forma não homogénea no terreno, geraram-se alguns cenários populacionais diferentes considerando três abordagens diferentes: i) os animais mantêm as suas posições na área de estudo; ii) os transectos são os mesmos e a localização dos animais varia; e iii) os transectos estão fixos, mas a localização dos animais varia bem como a dimensão da população.

Os estimadores da variância do estimador da abundância ou densidade habitualmente utilizados são: i) a variância baseada no modelo Poisson, e portanto no pressuposto da distribuição espacial completamente aleatória dos animais na área de estudo, ii) multiplicação da variância anterior por um coeficiente, no caso de populações sobredispersas, ou iii) variância empírica, sendo este o estimador mais utilizado. Este último estimador também foi construído com base no pressuposto da aleatoriedade no posicionamento dos transectos. Deste modo, realiza-se uma

análise das propriedades dos estimadores i) e ii) nos cenários populacionais anteriores.

Nos últimos 20 anos tem-se verificado o interesse na aplicação da amostragem por distâncias para estimar ungulados de montanha (Escós e Alados, 1988; Palomarez e Ruiz-Martinez, 1993; Pérez *et al.*, 1994; Pérez *et al.*, 2002a). Na utilização deste método em terrenos montanhosos de altimetria variada, coloca-se um problema ao nível das medições efectuadas: as distâncias aos animais são medidas com instrumentos que incorporam a diferença entre o nível do observador e o nível do animal detectado, distância inclinada, mas a área é determinada a partir da projecção da região de estudo num plano horizontal e o comprimento do caminho percorrido umas vezes corresponde à distância realmente percorrida, outras à distância projectada no plano horizontal. A projecção de todas as distâncias e áreas das superfícies num plano, é para além de uma solução simples a única que muitas vezes se pode realizar devido ao desconhecimento da função que descreve a superfície topográfica da área coberta. No entanto, e tendo em consideração que os animais são detectados com base na distância inclinada ao observador ou transecto linear, mostra-se aqui que as distâncias perpendiculares (obtidas pela projecção das distâncias inclinadas no plano horizontal) já não são uniformemente distribuídas, ao contrário do que sucede na teoria convencional da amostragem por distâncias, devido à assimetria da distância máxima de observação para ambos os lados do transecto. Deriva-se uma distribuição para estas distâncias e propõe-se uma correcção no estimador convencional.

Finalmente, apresenta-se um plano de amostragem, que combina a amostragem por distâncias com a amostragem adaptativa, alternativo ao delineamento em ziguezague proposto por Pollard (2002) para situações em que não é possível a sua utilização, como sejam os terrenos montanhosos. Neste tipo de terrenos existem zonas com boa visibilidade e outras onde a visibilidade é muito reduzida quer devido à irregularidade do terreno quer à forte densidade de vegetação, o que dificulta a detecção dos animais (Pérez *et al.*, 2002). Neste tipo de situações não é fácil proceder à estratificação do terreno, justificando-se a implementação de um plano de amostragem por distâncias adaptativo. O delineamento que propomos consiste em percorrer um transecto linear e quando os intervalos entre detecções consecutivas são inferiores ao que seria esperado caso os animais estivessem distribuídos de forma completamente aleatória na área coberta, o observador efectua uma amostragem em transecto pontual. Este plano consiste assim na combinação da amostragem por transectos lineares com os transectos pontuais de forma adaptativa, onde se aplica um maior esforço de amostragem nas áreas de maior densidade populacional.

1.2 Estrutura do trabalho

Este trabalho encontra-se organizado em 6 capítulos, para além de uma apresentação da notação e abreviaturas utilizadas e dos apêndices.

Depois deste capítulo introdutório, onde se descreveram os objectivos e se realizou uma breve revisão histórica da amostragem por distâncias e da amostragem adaptativa, no segundo capítulo efectua-se uma revisão dos conceitos base destas técnicas de amostragem, bem como da teoria e pressupostos subjacentes.

No terceiro capítulo procede-se à avaliação do desempenho dos estimadores convencionais da amostragem por distâncias e da variância da taxa de encontro (neste caso apenas para os transectos lineares) quando a população se distribui de forma não homogénea no terreno.

O capítulo 4 é dedicado à utilização da amostragem por distâncias em terrenos montanhosos. Foca-se a problemática das diferentes medidas lidas pelos vários instrumentos de medição, da estimação das diversas superfícies e a não uniformidade das distâncias perpendiculares. Face a este resultado, é apresentada uma proposta de correcção no estimador convencional da probabilidade de detecção e estudamos o seu desempenho.

No quinto capítulo apresentam-se planos de amostragem que combinam a amostragem por transectos lineares com transectos pontuais de forma adaptativa. Discutem-se as suas principais vantagens e desvantagens, com especial incidência sobre a facilidade de realização por parte dos observadores. Apresenta-se a forma geral da verosimilhança para os planos de amostragem que se julgam ser mais fáceis de implementar.

Apesar de em todos os capítulos se apresentar uma introdução ao assunto em análise, as respectivas conclusões e desenvolvimentos futuros (no contexto específico de cada capítulo), no capítulo 6 efectua-se um resumo das conclusões de todo o trabalho desenvolvido.

Capítulo 2

Alguns conceitos fundamentais

2.1 Introdução

A elaboração de censos populacionais é quase sempre inviável quer por questões de logística, às quais estão muitas vezes associadas elevados custos, ou disponibilidade de tempo, quer pela existência de factores que condicionam a detectabilidade e conseqüentemente a existência de erros na contagem. As técnicas de amostragem revelam-se assim de grande importância uma vez que permitem aferir sobre a abundância ou densidade de animais ou plantas, tendo por base a informação recolhida apenas sobre uma parte dessa população, designando-se este processo por estimação. Denomina-se por estimador uma variável aleatória que depende da informação amostral e cujas realizações permitem obter estimativas para os parâmetros desconhecidos da população.

O estudo das propriedades dos estimadores, tais como o valor esperado, a variância, o enviesamento entre outras, pode ser realizado com base nas probabilidades de selecção introduzidas pelo delineamento amostral adoptado, designando-se por abordagem baseada no delineamento ou sustentado em pressupostos elaborados sobre a população, que se denomina por abordagem baseada no modelo (Thompson, 1992, cap. 10). A principal diferença entre estas duas abordagens resulta então do facto de:

- Na abordagem baseada no delineamento assume-se que os valores da característica de interesse são fixos, para todos os elementos da população, e a aleatoriedade resulta da forma como estes elementos são seleccionados;
- Na abordagem baseada no modelo os valores da característica de interesse, nos elemen-

tos da população, são encarados como aleatórios e a derivação das propriedades dos estimadores depende da função de probabilidade conjunta destas variáveis aleatórias.

Neste capítulo apresentam-se inicialmente os estimadores comumente utilizados na amostragem baseada num delineamento com probabilidades desiguais. Segue-se uma breve exposição da amostragem por distâncias, cujos estimadores podem ser encarados como um caso particular dos apresentados na secção anterior, bem como dos desenvolvimentos mais relevantes para a continuidade deste trabalho, como sejam os modelos espaciais da amostragem por distâncias e a amostragem por distâncias adaptativa.

2.2 Amostragem com probabilidades desiguais

Por vezes os elementos da população têm probabilidades diferentes de serem incluídos na amostra, que podem resultar de características específicas dos elementos, por exemplo o tamanho, ou serem impostas com a atribuição de uma probabilidade de inclusão maior aos elementos “mais importantes” (Thompson, 1992, pág. 46).

A utilização de probabilidades de inclusão desiguais deve ser tomada em consideração na forma dos estimadores de modo que verifiquem as propriedades desejadas e, se possível, até obter ganhos significativos na precisão, relativamente aos estimadores com probabilidades iguais. Em 1943, Hansen e Hurwitz propuseram um estimador baseado no delineamento para a amostragem com reposição e mais tarde, em 1952, Horvitz e Thompson introduziram um estimador válido para planos de amostragem com ou sem reposição.

2.2.1 Estimadores Hansen-Hurwitz

Considere-se a selecção aleatória com reposição de uma amostra s de n animais duma população de dimensão N , em que a probabilidade do i -ésimo animal ser seleccionado da população é p_i , para $i = 1, \dots, N$ e $\sum_{i=1}^N p_i = 1$. O estimador não enviesado para a dimensão da população, N , proposto por Hansen e Hurwitz (1943) é

$$\hat{N} = \frac{1}{n} \sum_{i \in s} \frac{1}{p_i}, \quad (2.1)$$

com variância dada por

$$Var[\hat{N}] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N p_i \left(\frac{1}{p_i} - N \right)^2. \quad (2.2)$$

Uma estimativa não enviesada da variância é dada por

$$\widehat{Var} [\hat{N}] = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \in s} p_i \left(\frac{1}{p_i} - \hat{N} \right)^2. \quad (2.3)$$

Quando as probabilidades de selecção são desconhecidas, e por conseguinte têm de ser estimadas, o estimador diz-se do tipo Hansen-Hurwitz. Este estimador já não é centrado e não existe uma expressão analítica para a sua variância, pelo que tem de ser aproximada pelo método delta (Casela e Berger, 2002, pág. 240) ou pelo método de re-amostragem *bootstrap* (Efron, 1981).

2.2.2 Estimadores Horvitz-Thompson

O estimador proposto por Horvitz-Thompson (1952) pode ser utilizado em delineamentos com e sem reposição. Seja p_i^* , para $i = 1, \dots, N$, a probabilidade do i -ésimo animal da população ser incluído na amostra. O estimador não enviesado para o tamanho da população é

$$\hat{N} = \sum_{i \in s_v} \frac{1}{p_i^*}, \quad (2.4)$$

onde s_v representa a amostra composta apenas pelos v animais distintos incluídos na amostra inicial, designando-se habitualmente v por tamanho efectivo da amostra. Deste modo, este estimador não depende do número de vezes que cada animal é seleccionado dado que cada elemento é utilizado apenas uma vez. A variância deste estimador é dada por

$$Var [\hat{N}] = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1-p_i^*}{p_i^*} \right) + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i} \left(\frac{p_{ij}^* - p_i^* p_j^*}{p_i^* p_j^*} \right). \quad (2.5)$$

onde p_{ik}^* representa a probabilidade de inclusão conjunta das unidades i e k .

Um estimador não enviesado da variância é dado por

$$\widehat{Var} [\hat{N}] = \sum_{i \in s_v} \left(\frac{1-p_i^*}{p_i^{*2}} \right) + \sum_{i \in s_v} \sum_{j \neq i} \left(\frac{p_{ij}^* - p_i^* p_j^*}{p_i^* p_j^*} \right) \frac{1}{p_{ij}^*}. \quad (2.6)$$

caso todas as probabilidades de inclusão conjuntas sejam não nulas. De salientar que esta variância pode por vezes dar estimativas negativas, pelo que existem aproximações alternativas enviesadas, mas que dão estimativas não negativas para a variância.

À semelhança do estimador anterior, quando as probabilidades de inclusão são desconhecidas, e por conseguinte têm de ser estimadas, o estimador diz-se do tipo Horvitz-Thompson. Este estimador não é centrado e não existe uma expressão analítica para a sua variância, pelo que tem de ser aproximada pelo método delta ou por métodos de reamostragem.

2.3 Amostragem por distâncias

A amostragem por distâncias é uma técnica utilizada para estimar a densidade ou abundância de animais numa determinada área de estudo, A , com base nas distâncias aos animais detectados. Os dois principais métodos de amostragem por distâncias são os transectos lineares (Figura 2.1) e os transectos pontuais (Figura 2.2) onde o observador percorre uma série de linhas, habitualmente rectas, ou pontos aleatórios, respectivamente, e regista a distância perpendicular, ou radial, dos animais detectados à linha, ou ponto. Nos transectos lineares, representa-se por $2w$ a largura da faixa observada, sendo w a distância de cada um dos lados à linha central que é percorrida pelo observador. Nos transectos pontuais, w representa o raio do círculo amostrado e o observador realiza as detecções a partir do ponto central do círculo.

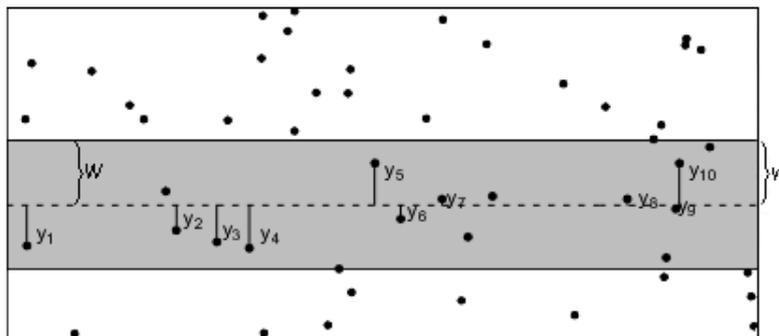


Figura 2.1: Exemplificação da amostragem com 1 transecto linear numa região de estudo. Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador percorre uma linha (a tracejada) observando a área rectangular a sombreado com largura $2w$. Os animais detectados estão identificados com a distância perpendicular y medida.

Na prática, na amostragem por transectos lineares, em vez da distância perpendicular o observador regista o ângulo β e a distância radial de avistamento r , obtendo-se depois a distância perpendicular através da relação $y = r \sin \beta$ (Figura 2.3).

Nestes métodos de amostragem assume-se que nem todos os N_c animais na área coberta, a , são detectados e que apenas é observada uma parte da área de estudo, A . Denotando-se por P_a a probabilidade de detecção, por P_c a probabilidade de cobertura e n o número de animais

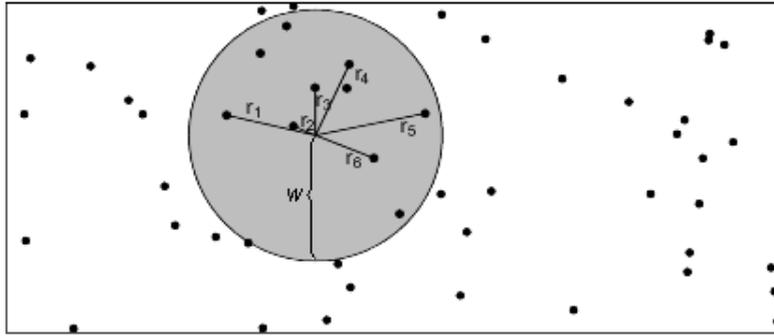


Figura 2.2: Exemplificação da amostragem com 1 transecto pontual numa região de estudo. Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador permanece durante um certo período de tempo num local (centro do círculo) observando a área circular a sombreado com raio w . Os animais detectados estão identificados com a distância radial r medida.

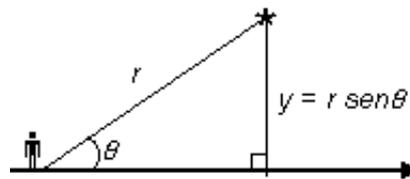


Figura 2.3: Distâncias e ângulos medidos numa amostragem por distâncias, onde o asterisco representa a localização inicial do animal detectado: distância radial, r , entre o observador e o animal detectado; ângulo, β , de avistamento formado entre o animal detectado e o transecto linear; e a distância perpendicular, y .

detectados, o estimador da abundância de animais, \hat{N} , na área observada de estudo é dado por

$$\hat{N} = \frac{n}{P_c \hat{P}_a}, \quad (2.7)$$

(Buckland *et al.*, 2004, pág. 8) e, portanto, estimador da densidade de animais é

$$\hat{D} = \frac{n}{AP_c \hat{P}_a}. \quad (2.8)$$

De um modo geral a probabilidade de cobertura, P_c , é conhecida e dada por a/A . A probabilidade de detecção, P_a , é estimada a partir duma função de detecção g ajustada às distâncias observadas, onde $g(x)$ representa a probabilidade de detectar um animal dado que este se encontra à distância genérica x , e da f.d.p. φ das distâncias a todos os animais (detectados ou

não). Seja X a variável aleatória (v. a.) que representa a distância ao animal e I uma variável indicatriz tal que $I = 1$ se o animal é detectado e zero caso contrário. Então

$$g(x) = \lim_{dx \rightarrow 0^+} P(I = 1 | X \in (x, x + dx]), \quad (2.9)$$

$$\varphi(x) = \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{P(X \in (x, x + dx])}{dx}, \quad (2.10)$$

e

$$P_a = \int_0^w g(x)\varphi(x)dx. \quad (2.11)$$

(Seber, 2001; Borchers *et al.*, 2002, pág. 139).

À medida que aumenta a distância entre o observador e os animais, é natural que diminua a capacidade de detecção do observador. Desta forma, é habitual considerar-se que a função de detecção g é decrescente com o aumento das distâncias. Dado tratar-se de uma probabilidade, esta função tem de verificar $0 \leq g(x) \leq 1$ para $0 \leq x \leq w$.

No processo de estimação da função $g(x)$, a presença de distâncias atípicas dificultam este processo. Para ultrapassar esta dificuldade é usual truncar parte das maiores distâncias observadas, definindo-se assim w como a distância de truncatura à direita.

De referir que também pode haver necessidade de truncar as distâncias mais pequenas. Por exemplo, nas amostragens aéreas o observador apenas consegue observar os objectos a partir de certa distância, uma vez que não consegue observar directamente para baixo da aeronave (Allredge e Gates, 1985).

A função densidade de probabilidade (f. d. p.), $f(x)$, das distâncias detectadas à linha ou ponto é

$$\begin{aligned} f(x) &= \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{P(X \in (x, x + dx] | I = 1)}{dx} \\ &= \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{P(I = 1 | X \in (x, x + dx]) P(X \in (x, x + dx]) / dx}{P(I = 1)} \\ &= \frac{g(x)\varphi(x)}{\int_0^w g(x)\varphi(x)dx} \\ &= \frac{g(x)\varphi(x)}{P_a}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Contudo, existem muitos factores que podem influenciar a função de detecção, como sejam por exemplo o tempo despendido num ponto de observação, a altitude de voo, o comprimento dos transectos, a tipologia de terreno, o tamanho do grupo (se for o caso), entre muitos outros. Nessas situações justifica-se a inclusão de variáveis auxiliares, designadas por covariáveis \underline{Z} , na

função de detecção que permitam melhorar o seu ajuste (Marques e Buckland, 2003). A f.d.p. conjunta das distâncias detectadas e covariáveis associadas é

$$f(x, \underline{z}) = \frac{g(x, \underline{z})\varphi(x, \underline{z})}{\int \int g(x, \underline{z})\varphi(x, \underline{z})dx d\underline{z}}. \quad (2.13)$$

onde $g(x, \underline{z})$ representa a probabilidade de detectar um animal à distância genérica x com covariáveis \underline{z} e $\varphi(x, \underline{z})$ a f.d.p. conjunta de X e \underline{Z} na população (Buckland *et al.*, 2004, pág. 32).

Habitualmente a função densidade de probabilidade conjunta $\varphi(x, \underline{z})$ é desconhecida, mas da teoria convencional da amostragem por distâncias a função densidade de probabilidade marginal $\varphi(x)$ é conhecida. Se a função $\varphi(\underline{z})$ também for conhecida e X e \underline{Z} forem independentes então $\varphi(x, \underline{z}) = \varphi(x)\varphi(\underline{z})$ e (2.13) pode escrita como

$$f(x, \underline{z}) = \frac{g(x, \underline{z})\varphi(x)\varphi(\underline{z})}{\int \int g(x, \underline{z})\varphi(x)\varphi(\underline{z})dx d\underline{z}}. \quad (2.14)$$

Todavia, de um modo geral, a função $\varphi(\underline{z})$ também é desconhecida e portanto tem de ser estimada.

Uma abordagem alternativa que evita o conhecimento da função $\varphi(\underline{z})$ é a inferência condicionada nos valores observados de \underline{Z} observando que (Buckland *et al.*, 2004, pág. 33):

$$f(\underline{z}) = \frac{\varphi(\underline{z}) \int g(x, \underline{z})\varphi(x)dx}{\int \int g(x, \underline{z})\varphi(x)\varphi(\underline{z})dx d\underline{z}} \quad (2.15)$$

e

$$f(x|\underline{z}) = \frac{f(x, \underline{z})}{f(\underline{z})} = \frac{g(x, \underline{z})\varphi(x)}{\int g(x, \underline{z})\varphi(x)dx}. \quad (2.16)$$

Quando os animais têm tendência para formar grupos bem definidos, então considera-se que n é o número de grupos detectados, a abundância estimada de grupos, N_s , é dada pela equação (2.7) e a estimativa para a abundância de animais é obtida multiplicando a estimativa anterior pelo número médio estimado de indivíduos por grupo, $\hat{E}[s]$, ou seja,

$$\hat{N} = \frac{n\hat{E}[s]}{P_c \hat{P}_a}. \quad (2.17)$$

A detectabilidade dos grupos pode estar relacionada com a distância a que estes se encontram. Por exemplo, os grupos de maior dimensão podem ser detectados mais facilmente a grandes distâncias, do que os grupos pequenos, obtendo-se uma média da dimensão dos grupos superior à real. Deste modo, no caso em que não existe enviesamento, $E[s]$ pode ser estimado pela média aritmética da dimensão dos grupos, i.e. $\hat{E}[s] = \bar{s}$. Quando existe enviesamento deve optar-se por outros métodos de estimação de $E[s]$ (ver por exemplo Buckland *et al.*, 2001, pág. 71-76).

2.3.1 Pressupostos

A teoria clássica da amostragem por distâncias baseia-se nos seguintes pressupostos:

1. Todos os animais sobre a linha ou ponto são detectados, i.e., $g(0) = 1$.
2. Os animais são detectados na sua localização inicial antes de efectuarem qualquer movimento em reacção ao observador.
3. As distâncias e ângulos (caso sejam necessários) são medidos correctamente.

Assume-se ainda que os transectos são colocados de forma aleatória relativamente à distribuição dos animais na área de estudo.

Estes pressupostos nem sempre se cumprem e ignorar a sua violação origina estimadores enviesados. Buckland *et al.* (2001, pág 29-37) discutem detalhadamente estes pressupostos e as implicações da sua violação e em Buckland *et al.* (2004) são apresentados os desenvolvimentos teóricos mais recentes onde se relaxam alguns destes pressupostos.

Aqui enunciam-se apenas algumas situações, e respectivas consequências, em que estes pressupostos são violados:

1. Nem sempre todos os animais sobre a linha ou ponto são detectados, ou seja, $g(0) < 1$, pois podem por exemplo não estar visíveis e, conseqüentemente, não serão detectados. Se tal não for considerado no processo de estimação, a abundância será subestimada. A violação deste pressuposto originou severas críticas, tendo Pollock e Kendall (1987) posto em causa a utilidade deste método de amostragem e recomendado antes a utilização de métodos de reavistamento e recaptura. Alpizar-Jara e Pollock (1996, 1999) propõem a combinação da amostragem por distâncias com modelos de captura-recaptura para estimar o valor de $g(0)$ e Borchers *et al.* (1998) generalizam alguns destes modelos combinados.
2. Palka (1993) observou que perante a movimentação dos animais em resposta à presença do observador, obtêm-se estimadores da abundância ou densidade enviesados. Mais concretamente, quando o movimento é de repulsa, os animais são detectados a distâncias afastadas do observador e, conseqüentemente, os estimadores tendem a ser enviesados negativamente. Se pelo contrário os animais são atraídos pelo observador, os estimadores tendem a ser enviesados positivamente.
3. Muitos observadores têm tendência para arredondar as distâncias a que os animais são detectados. Nesta situação aconselha-se à formação de classes de distâncias de modo a

que este efeito seja anulado. A existência de erros sistemáticos na medição das distâncias, com o registo de distâncias superiores ou inferiores às reais, conduz à subestimação ou sobrestimação da densidade, respectivamente. Alpizar-Jara (1997), Chen (1998), Chen e Cowling (2001), Marques (2004) e Marques (2007) propuseram várias formas para corrigir o estimador da densidade na presença de erros.

2.3.2 Transectos lineares

Na amostragem por transectos lineares, o observador percorre uma linha k , ou uma série de K linhas, de comprimento l_k , $k = 1, \dots, K$, e regista as distâncias perpendiculares aos animais que detecta à esquerda e à direita dessa linha. A área total observada é $a = 2wL$, onde w corresponde a metade da largura da faixa pesquisada ou à distância de truncatura, e $L = \sum_{k=1}^K l_k$ ao comprimento total da linha. Deste modo, a probabilidade de cobertura P_c é dada por

$$P_c = \frac{a}{A} = \frac{2wL}{A}. \quad (2.18)$$

A probabilidade de um animal estar na faixa amostrada e no intervalo de distância $(y, y + dy)$ (onde dy é relativamente pequeno) é

$$\varphi(y)dy = \frac{2Ldy}{2Lw} = \frac{1}{w}dy, \quad 0 \leq y \leq w, \quad (2.19)$$

ou seja, a área de uma faixa incrementada à distância y da linha é Ldy , independentemente de y , pelo que a diferença entre a f.d.p. das distâncias $f(y)$ e a função de detecção $g(y)$ é apenas ao nível da escala.

Tendo em conta (2.11), a probabilidade de detecção na faixa é dada por

$$P_a = \int_0^w g(y)\varphi(y)dy = \frac{\mu}{w}, \quad (2.20)$$

onde

$$\mu = \int_0^w g(y)dy, \quad (2.21)$$

que se designa por largura efectiva da faixa (na realidade, metade da largura efectiva) e é desconhecida.

Com base no pressuposto 1, $g(0) = 1$, e considerando (2.12) e (2.20) obtém-se

$$f(0) = \frac{1}{\mu}. \quad (2.22)$$

Então, a probabilidade de detecção é estimada por

$$\hat{P}_a = \frac{\hat{\mu}}{w} = \frac{1}{w\hat{f}(0)}. \quad (2.23)$$

Substituindo em (2.7) e (2.8), os estimadores convencionais da abundância e densidade de animais na amostragem por transectos lineares são, respectivamente,

$$\hat{N} = \frac{nA\hat{f}(0)}{2L}, \quad (2.24)$$

e

$$\hat{D} = \frac{n\hat{f}(0)}{2L}. \quad (2.25)$$

2.3.3 Transectos pontuais

Na amostragem de transectos pontuais, considerando que se observaram objectos até à distância radial w , relativamente ao ponto, a área coberta em cada ponto é πw^2 . Deste modo, com a realização de K transectos pontuais a área total coberta é $a = K\pi w^2$, sendo a probabilidade de cobertura dada por

$$P_c = \frac{a}{A} = \frac{K\pi w^2}{A}. \quad (2.26)$$

Nos transectos pontuais a probabilidade de um animal estar no círculo amostrado e no intervalo de distância $(r, r + dr)$ (onde dr é relativamente pequeno) no círculo amostrado, depende do valor da distância r , pois um aumento na distância r ao ponto tem área $2\pi r dr$, pelo que

$$\varphi(r)dr = \frac{2\pi r dr}{\pi w^2}, \quad 0 \leq r \leq w. \quad (2.27)$$

Deste modo, substituindo em (2.11), a probabilidade de detecção é dada por

$$P_a = \frac{2\pi}{\pi w^2} \int_0^w r g(r) dr = \frac{\rho}{\pi w^2}, \quad (2.28)$$

onde

$$\rho = 2\pi \int_0^w r g(r) dr. \quad (2.29)$$

que se designa por área efectiva de observação e é desconhecida.

Com base no pressuposto i), $g(0) = 1$, e considerando as igualdades (2.12), (2.27), (2.28) verifica-se que

$$h(0) = f'(0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{f(r)}{r} = \frac{2}{\rho}. \quad (2.30)$$

(Buckland *et al.*, 2001, pág. 193).

Substituindo em (2.7) e (2.8), os estimadores convencionais da abundância e densidade de animais na amostragem por transectos pontuais são, respectivamente,

$$\hat{N} = \frac{nA\hat{h}(0)}{2K\pi}, \quad (2.31)$$

e

$$\hat{D} = \frac{n\hat{h}(0)}{2K\pi}. \quad (2.32)$$

2.3.4 Estimação da probabilidade de detecção

A estimação da probabilidade de detecção, P_a , é realizada a partir das distâncias perpendiculares ou radiais aos animais detectados. Assume-se um modelo para a função de detecção $g(x)$ e os seus parâmetros são estimados pelo método da máxima verosimilhança, através por exemplo do método de Newton-Raphson quando não existe uma forma fechada para estes estimadores. Genericamente, a função de detecção resulta da conjugação de duas funções: função chave ($Chave(x)$) e expansão em série ($Serie(x)$)

$$g(x) \propto Chave(x)[1 + Serie(x)]. \quad (2.33)$$

(Buckland, 1992). A função chave é uma função simples que descreve o comportamento genérico dos dados. Para melhorar o ajustamento deste modelo utiliza-se uma forma mais flexível, designada por expansão em série.

A qualidade do estimador da densidade ou da abundância está fortemente dependente da qualidade das detecções à distância zero, ou próximas de zero. Quando o histograma das distâncias observadas não apresenta um ombro junto da distância zero, é vulgar obter estimativas com um modelo ajustado que são o dobro das obtidas com outro modelo (Buckland *et al.*, 2004, pág. 335). Deste modo, um dos critérios adoptados para a escolha de possíveis funções de detecção é que estas devem descrever um ombro junto da distância zero. Habitualmente consideram-se as seguintes funções chave: uniforme, semi-normal ou taxa de risco; e as seguintes expansões em série: coseno, polinomial simples e polinomial de Hermite.

A metodologia utilizada para encontrar a função $g(x)$ que melhor se ajusta as distâncias observadas pode ser resumida nas seguintes etapas:

1. *Identificação*: Com base, por exemplo, na inspecção visual do histograma, seleccionar a função chave que melhor se identifica com o comportamento do histograma. Caso seja necessário, considerar ainda uma expansão em série.
2. *Estimação*: Esta etapa consiste na estimação dos parâmetros da função chave e das expansões em série, identificadas na etapa anterior.
3. *Avaliação*: A qualidade do ajustamento do modelo considerado é avaliada com a realização

de testes de ajustamento. Habitualmente são realizados os testes de Kolmogorov-Smirnov e Crámer-von Mises, para dados não agrupados em classes de valores, e o teste de ajustamento do Qui-quadrado, quando as distâncias estão agrupadas em intervalos de classe.

Por vezes existe mais do que um modelo a descrever de forma satisfatória as distâncias observadas. Para seleccionar o modelo que melhor se ajusta aos dados utiliza-se o Critério de Informação de Akaike (AIC).

2.3.5 Propriedades do estimador da abundância ou densidade

O estimador da abundância (2.7) da amostragem por distâncias pode ser visto como um estimador, baseado no delineamento, do tipo de Horvitz-Thompson, onde a variável de interesse é a detecção ou não dos animais tendo em conta a probabilidade de inclusão estimada desses animais na amostra, i. e.,

$$\hat{N} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\hat{P}_j} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{P_c \hat{P}_a} = \frac{n}{P_c \hat{P}_a}. \quad (2.34)$$

A probabilidade de inclusão P_j é igual para todos os animais, pois os transectos estão dispostos aleatoriamente e, portanto, todos os animais têm a mesma probabilidade de serem detectados e $E[n] = NP_j$, independentemente do facto de estarem ou não distribuídos de forma aleatória e independente na área de estudo (Seber, 2001).

Este estimador é enviesado, visto tratar-se dum estimador do tipo de Horvitz-Thompson pois as probabilidades de inclusão são desconhecidas. No entanto, se

$$E \left[\frac{1}{\hat{P}_a} \right] = \frac{1}{P_a} \quad (2.35)$$

o estimador (2.34) será centrado (Borchers *et al.* 2002, pág. 144).

A variância do estimador pode ser aproximada pelo método delta (Seber, 1982, pág. 7-9). Este método baseia-se nos primeiros termos do desenvolvimento em série de Taylor da expressão duma função de variáveis aleatórias. O desenvolvimento em série de Taylor da expressão do estimador da abundância (2.7) em torno de $E[n]$ e $E[\hat{P}_a]$ é dado por

$$\begin{aligned} \hat{N} &\approx \frac{E[n]}{P_c E[\hat{P}_a]} + \left(\frac{\partial \hat{N}}{\partial n} \right)_{(E[n], E[\hat{P}_a])} (n - E[n]) + \left(\frac{\partial \hat{N}}{\partial \hat{P}_a} \right)_{(E[n], E[\hat{P}_a])} (\hat{P}_a - E[\hat{P}_a]) \\ &= \frac{E[n]}{P_c E[\hat{P}_a]} + \frac{1}{P_c E[\hat{P}_a]} (n - E[n]) + \frac{E[n]}{P_c (E[\hat{P}_a])^2} (\hat{P}_a - E[\hat{P}_a]). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Considerando a variância em ambos os lados de (2.36) obtém-se

$$\begin{aligned} Var[\hat{N}] \approx & \left(\frac{1}{P_c E[\hat{P}_a]} \right)^2 Var[n] + \left(\frac{E[n]}{P_c (E[\hat{P}_a]^2)} \right)^2 Var[\hat{P}_a] \\ & - 2 \left(\frac{E[n]}{P_c^2 (E[\hat{P}_a]^3)} \right) Cov[n, \hat{P}_a]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Assumindo n grande e $E[\hat{P}_a|n] \approx P_a$ verifica-se que

$$\begin{aligned} Cov[n, \hat{P}_a] &= E_n \left[E[(n - E[n]) (\hat{P}_a - P_a) | n] \right] \\ &= E_n \left[E[n \hat{P}_a | n] | n - E[n] E[\hat{P}_a | n] \right] \\ &= E[n] P_a - E[n] P_a = 0, \end{aligned} \quad (2.38)$$

e portanto

$$Var[\hat{N}] \approx \left(\frac{E[n]}{P_c E[\hat{P}_a]} \right)^2 \left(\frac{Var[n]}{(E[n])^2} + \frac{Var[\hat{P}_a]}{(E[\hat{P}_a])^2} \right). \quad (2.39)$$

A variância estimada da abundância estimada é dada por

$$\widehat{Var}[\hat{N}] \approx \hat{N}^2 \left(\frac{\widehat{Var}[n]}{n^2} + \frac{\widehat{Var}[\hat{P}_a]}{(\hat{P}_a)^2} \right), \quad (2.40)$$

e consequentemente a variância estimada da densidade estimada é

$$\widehat{Var}[\hat{D}] \approx \hat{D}^2 \left(\frac{\widehat{Var}[n]}{n^2} + \frac{\widehat{Var}[\hat{P}_a]}{(\hat{P}_a)^2} \right). \quad (2.41)$$

No caso em que os animais tendem a formar grupos, e assumindo que a correlação entre as 3 componentes, n , \hat{P}_a e $\hat{E}[s]$ é nula, então a variância estimada de (2.17) é aproximada por

$$\widehat{Var}[\hat{N}] \approx \hat{N}_s^2 \left(\frac{\widehat{Var}[n]}{n^2} + \frac{\widehat{Var}[\hat{P}_a]}{(\hat{P}_a)^2} + \frac{\widehat{Var}[\hat{E}[s]]}{(\hat{E}[s])^2} \right), \quad (2.42)$$

(Buckland *et al.*, 2001, pág. 52) e consequentemente,

$$\widehat{Var}[\hat{D}] \approx \hat{D}_s^2 \left(\frac{\widehat{Var}[n]}{n^2} + \frac{\widehat{Var}[\hat{P}_a]}{(\hat{P}_a)^2} + \frac{\widehat{Var}[\hat{E}[s]]}{(\hat{E}[s])^2} \right). \quad (2.43)$$

Quando a independência entre os animais é admissível e se assume que N é um parâmetro fixo, então $n \sim Binomial(N, P_c P_a)$ e portanto a variância do número de animais detectados pode ser estimada por $\widehat{Var}[n] = \hat{N} P_c \hat{P}_a (1 - P_c \hat{P}_a)$. Se ao invés disso, se considerar D como um

parâmetro fixo e que os animais se distribuem de forma aleatória na área coberta, a dimensão n da amostra tem distribuição Poisson e, nesse caso, $\widehat{Var}[n] = n$.

Em alternativa, quando existem várias unidades de amostragem (transectos lineares ou pontuais), que se designam por réplicas, a variância da dimensão n da amostra pode ser estimada através do cálculo da variância empírica (Buckland *et al.*, 2001, pág. 78-80). De notar que, a variância é sobrestimada caso os transectos tenham sido posicionados perpendicularmente a um gradiente de densidade. Face à inexistência de réplicas, a divisão do transecto em segmentos, e considerá-los como unidades amostrais, pode originar uma subestimação considerável da variância, devido à violação do pressuposto de independência entre os transectos (Buckland *et al.*, 2001, pág. 84 e 241).

A estimativa da variância de \hat{P}_a é obtida através da matriz de informação de Fisher (Buckland *et al.*, 2001, pág. 61-67).

Muitas vezes utiliza-se a técnica de reamostragem *bootstrap* para estimar a variância da densidade ou abundância e obter também a estimativa intervalar, uma vez que a distribuição de probabilidade dos estimadores é desconhecida (Buckland *et al.*, 2001, pág. 82-84).

Buckland *et al.* (2001, pág. 15-17 e cap. 7) fazem algumas recomendações para se obterem estimativas fiáveis da abundância ou densidade, como sejam: truncar as distâncias de forma a facilitar o ajustamento da função de detecção; realizar pelo menos entre 10 a 20 transectos lineares; e existirem no mínimo entre 60 a 80 observações. Sugerem ainda a colocação sistemática dos transectos uma vez que de um modo geral permite obter estimadores com menor variância (Buckland *et al.*, 2001, pág. 233). No entanto, este esquema de amostragem está fortemente dependente da estrutura da população, pois se a população apresentar um padrão repetitivo, e os transectos forem posicionados paralelamente a esse padrão, a amostragem sistemática produz estimadores menos precisos do que a amostragem aleatória. Assim, para o seu uso ser mais eficaz é necessário um conhecimento da estrutura da população (Cochran, 1977, cap. 8).

Perante o atrás exposto, pode-se observar que no estimador convencional da amostragem por distâncias a estimação da abundância ou densidade é baseada na abordagem do delineamento, contudo para estimar a probabilidade de detecção usa-se a abordagem baseada no modelo (Buckland *et al.*, 2004, pág. 286).

2.4 Modelos espaciais de amostragem por distâncias

Hedley *et al.* (1999), Hedley (2000), Hedley e Buckland (2004) e Buckland *et al.* (2004, cap. 4) utilizam a abordagem baseada no modelo para estimar o número de animais, N_c , na área coberta. Nesta abordagem, ao contrário da abordagem convencional da amostragem por distâncias, que se baseia principalmente no delineamento, não é exigido o posicionamento aleatório dos transectos. No entanto, ao garantir-se que os transectos dão uma boa cobertura espacial da área em estudo, os modelos espaciais oferecem estimativas mais fiáveis do que a abordagem convencional (Buckland *et al.*, 2004, pág. 49).

Estes autores consideram que os animais se distribuem de acordo com um processo de Poisson não homogéneo na área coberta, com taxa $D(x, y)$, onde (x, y) representa as coordenadas cartesianas dos animais nessa área. Tendo em conta a aleatoriedade no processo de detecção dos animais, a distribuição dos animais detectados pode ser encarada como um enfraquecimento (thinning) do processo anterior (Cressie, 1993, pág. 625-626 e 690), o que resulta num processo de Poisson não homogéneo com taxa $D(x, y)g(x, y)$, onde $g(x, y)$ representa a função de detecção

$$g(x, y) = P(I = 1 | (X, Y) = (x, y)), \quad (2.44)$$

sendo $I = 1$ se o animal é detectado, e zero caso contrário, e (X, Y) o par aleatório que representa a localização do animal. Baseada na f. d. p. conjunta do número de observações e suas localizações apresentada por Cressie (1993, pág. 651) e incorporando a componente associada à detecção de parte dos animais, a função de verosimilhança depende de $D(x, y)g(x, y)$. Como o interesse recai sobre $D(x, y)$ e não no produto anterior, para separar as funções D e g os autores assumiram que i) $D(x, y) \equiv D(x)$; ii) $g(x, y) \equiv g(y)$; iii) $g(0) = 1$; iv) $g(-y) = g(y)$, para $0 \leq y \leq w$; e v) x e y independentes, o que lhes permitiu derivar a seguinte função de verosimilhança marginal baseada nas distâncias entre detecções

$$\mathcal{L}(\underline{\gamma}, \underline{\theta}; \underline{d}, \underline{y}) = \left(\prod_{j=1}^n D(x_j) \right) \exp \left(-2\mu \sum_{j=1}^n \int_{x_{j-1}}^{x_j} D(x) dx \right) \left(\prod_{j=1}^n g(y_j) \right) \quad (2.45)$$

onde \underline{d} é o vector das distâncias entre detecções observadas $d_j = x_j - x_{j-1}$, $j = 1, \dots, n+1$, correspondendo x_{n+1} ao final do esforço de amostragem, \underline{y} é o vector das distâncias perpendiculares observadas y_j , $j = 1, \dots, n$, $\underline{\gamma}$ é o vector dos parâmetros espaciais da densidade de superfície $D(x)$ e $\underline{\theta}$ o vector dos parâmetros da função de detecção $g(y)$.

Como a função (2.45) não tem uma solução em forma fechada, e apresenta problemas de

convergência, são propostas duas abordagens para modelar a variação espacial da densidade através dos modelos lineares generalizados (GLM) ou aditivos generalizados (GAM) (Buckland *et al.*, 2004, secção 4.3):

1. Estes modelos são formulados para as distâncias entre detecções, sendo uma simplificação da abordagem baseada na verosimilhança;
2. Construção de um modelo de contagem simples, que observaram ser uma opção mais prática e robusta para espécies que ocorrem com elevadas densidades e impossibilitam o registo das localizações exactas dos objectos detectados.

2.5 Modelos adaptativos de amostragem por distâncias

A aplicação de delineamentos amostrais convencionais a populações com características de interesse raras, e portanto com baixa densidade, resulta tipicamente no aparecimento de poucos casos na amostra a exibirem essa característica. Uma possibilidade para aumentar o número de indivíduos na amostra, que verificam a característica pretendida, é através de um plano de amostragem estratificado. Porém, se a dimensão da amostra em cada estrato for muito reduzida, a estimação é pouco fiável. Além disso, nem sempre é possível determinar *a priori* as zonas de maior concentração de indivíduos, o que torna inviável a estratificação da região em estudo, segundo a densidade populacional.

A amostragem adaptativa apresenta um plano de amostragem flexível que permite aumentar o número de indivíduos na amostra, que verificam uma determinada condição, minimizando o número de indivíduos a observar, não descurando o aumento da precisão dos estimadores. Em Thompson e Seber (1996) são apresentadas várias estratégias e esquemas de amostragem adaptativa.

A ideia geral consiste em recolher uma amostra inicial e, para as unidades dessa amostra que satisfazem uma determinada característica, observam-se as unidades na sua vizinhança. Por sua vez, se estas novas unidades satisfazem também a característica pretendida, então são observadas as suas unidades vizinhas. O processo repete-se ao longo de um número de etapas pré definidas, ou até que as unidades observadas não verifiquem a característica pretendida, dependendo do método de amostragem adaptativo utilizado. A amostra final é constituída pelas unidades da amostra inicial e pelas unidades vizinhas adicionadas no processo adaptativo.

Tendo por base a amostragem adaptativa por grupos proposta por Thompson (1990, 1992), Pollard e Buckland (Pollard, 2002; Buckland *et al.*, 2004, cap. 8) propuseram planos de amostragem por distâncias adaptativos, onde a intensidade de amostragem usada numa determinada zona depende da densidade encontrada nas zonas anteriores e, deste modo, a amostragem está mais concentrada nas áreas de maior densidade. Nestes planos, a área de estudo é dividida numa grelha cujas células podem ser círculos (no caso dos transectos pontuais) ou rectângulos (no caso dos transectos lineares), que representam as unidades de amostragem. Posteriormente é seleccionada uma amostra aleatória ou sistemática de células onde se realiza a amostragem por transectos pontuais ou lineares. Quando se detectam mais de um certo número de animais numa célula (condição a verificar), as células na sua vizinhança são também amostradas, repetindo-se o processo até que nenhuma das novas células verifique a condição. Nestes planos de amostragem, a abundância pode ser estimada por estimadores não enviesados modificados de Hansen-Hurwitz e Horvitz-Thompson, onde as unidades de amostragem que não satisfazem o critério apenas são utilizadas nestes estimadores quando são seleccionadas ou incluídas na amostra inicial (Thompson, 1992, 271-273).

Nestes delineamentos de amostragem adaptativa por grupos, existe uma perda no esforço de amostragem quando se transita dos transectos iniciais para os adaptativos, pois os animais avistados nessa transição não são registados. Além disso, estes delineamentos são de difícil utilização quando a amostragem é realizada por via marítima ou aérea. Os meios de transporte utilizados nestas vias são dispendiosos e habitualmente só estão disponíveis por um período máximo de tempo definido. Grande parte destes recursos podem ser gastos na transição dos transectos iniciais para os adaptativos e no final a amostra obtida ser de reduzida dimensão.

Pollard e Buckland (1997) e Pollard *et al.* (2002) propuseram um delineamento de amostragem por transectos lineares adaptativos com esforço fixo *a priori*, onde parte do transecto é constituído por um conjunto de segmentos em ziguezague (Figura 2.4). O início do ziguezague é determinado pela satisfação de uma determinada condição, que os autores consideraram a existência de um número mínimo de detecções. Estes autores desenvolveram uma solução que permite utilizar o estimador convencional corrigindo o enviesamento resultante da aplicação de mais esforço de amostragem numas zonas do que noutras. Para tal utilizaram um coeficiente de ponderação inversamente proporcional ao factor esforço, que resulta do quociente entre o esforço usado nos segmentos adaptativos em ziguezague e o esforço que seria usado caso o segmento não fosse em ziguezague, tomando o valor 1 nas zonas em que não se realizam segmentos adaptativos.

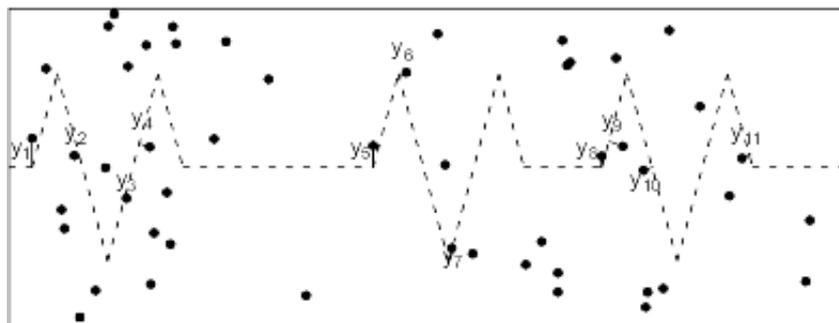


Figura 2.4: Transectos lineares adaptativos com esforço fixo. Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador percorre uma linha em ziguezague. Os animais detectados estão identificados com a distância perpendicular y medida.

Capítulo 3

Influência da distribuição espacial na amostragem por distâncias convencional

3.1 Introdução

A precisão dos estimadores da amostragem por distâncias pode ser estimada a partir dos dados amostrais, mas o seu enviesamento apenas pode ser avaliado comparando com o verdadeiro tamanho da população (Hounsome *et al.*, 2005). Como a verdadeira população é habitualmente desconhecida, a maioria dos artigos publicados sobre a avaliação dos estimadores desta técnica baseiam-se em populações simuladas, mais ou menos densas ou que apresentam um gradiente de densidade. De um modo geral, estes estudos mostram que estes estimadores têm um bom desempenho, desde que se verifiquem os pressupostos fundamentais desta metodologia (ver, por exemplo, Cassey e McArdle, 1999).

Em 2001 foram publicados dois trabalhos com críticas aos estimadores desta técnica. Barry e Welsh (2001) simularam 6 configurações diferentes para a distribuição espacial dos animais (baseadas na distribuição beta) e concluíram, com base nos resultados obtidos, que os estimadores convencionais apresentavam um fraco desempenho. Melville e Welsh (2001) reforçaram esta crítica e apresentaram uma nova abordagem que evita o pressuposto da uniformidade das distâncias.

Em resposta, Fewster *et al.* (2005) argumentaram que o fraco desempenho obtido por estes autores devia-se ao facto de não terem sido satisfeitas todas as suposições subjacentes à aplicação destes métodos, como por exemplo o facto de terem utilizado o estimador para distâncias não truncadas quando anteriormente haviam realizado essa truncatura e ainda não terem considerado a igual cobertura dos animais na área de estudo. Repetiram o estudo de simulação apresentado por Melville e Welsh (2001) e mostraram que, se estas suposições não fossem violadas, os estimadores eram centrados e que o aumento do número de transectos lineares originava uma redução da variância do estimador.

Esta contra argumentação também foi sustentada pelo estudo mais aprofundado de Fewster e Buckland (Buckland *et al.*, 2004, cap. 10). Neste trabalho simularam uma população uniforme e uma população costeira e mostraram que o aumento do número de transectos reduzia a variância dos estimadores, bem como o posicionamento sistemático dos transectos no caso da população costeira. Este último resultado foi também alcançado por Du Fresne *et al.* (2006) na estimação da abundância de uma população de golfinhos, cuja distribuição espacial dos indivíduos foi gerada a partir de dados recolhidos em estudos anteriores. Afonso e Alpizar-Jara (2007a, 2007b) generalizaram este tipo de conclusões a outro tipo de configurações espaciais para os animais na área de estudo, com base em realizações de processos de Poisson não homogéneos.

Um dos pontos chave na estimação da densidade, ou abundância, é a incerteza associada à dimensão da amostra, n , e conseqüentemente a estimação da sua variância, $Var[n]$, ou da taxa de encontro, $Var[n/L]$, pois é a componente que domina a variância total da densidade ou abundância. Afonso *et al.* (2008), recorrendo a um conjunto de dados real de cabras monteses na Serra Nevada, Espanha, e a populações simuladas, mostraram que a contribuição desta componente para a variância total estimada varia acentuadamente com o método de estimação considerado: variância empírica, variância do modelo Poisson ou variância do modelo Poisson sobredisperso. Uma correcta estimação da variância da taxa de encontro releva-se assim de grande importância. Dado não existir uma expressão para a variância estimada da taxa de encontro quando os transectos são posicionados de forma sistemática, Afonso *et al.* (2008) procuraram avaliar qual dos métodos disponíveis apresentava melhores resultados tendo em conta a distribuição espacial, o número de transectos e a dimensão da amostra.

Posteriormente a este estudo, Fewster *et al.* (2009) propuseram vários estimadores para a taxa de encontro baseados no delineamento ou no modelo, com transectos lineares posicionados de forma aleatória ou sistemática e exploraram as suas propriedades para populações

homogéneas, ou com fortes tendências espaciais, e com transectos com comprimentos diferente. Neste estudo, foi derivado um estimador da variância baseado num modelo de verdadeiro contágio do tipo Poisson sobredisperso, que coincide com a variância empírica, e que os autores mostraram, através de um estudo de simulação com populações fixas com 10000 indivíduos, ter um bom desempenho apenas quando o modelo subjacente à população gerada está correcto, não sendo robusto a outras distribuições espaciais.

Neste capítulo apresentam-se os estudos realizados por Afonso e Alpizar-Jara (2007a, 2007b, 2008) de uma forma mais pormenorizada, considerando alguns cenários diferentes e populações de menor dimensão.

3.2 Abordagens

No processo de avaliação do desempenho dos estimadores convencionais da amostragem por distâncias foram consideradas três abordagens:

- Abordagem 1 (baseada no delineamento): os N animais na área de estudo A estão fixos e em cada simulação os transectos foram posicionados de forma aleatória ou sistemática. A aleatoriedade deve-se apenas à localização dos transectos.
- Abordagem 2: os transectos estão fixos e em cada simulação geraram-se aleatoriamente as localizações dos N animais da população a partir de sucessivas realizações de processos pontuais não homogéneos e de agrupamento (Cressie, 1993, 661-669). A aleatoriedade é devida à localização dos animais.
- Abordagem 3 (baseada no modelo): idêntica à abordagem 2, mas incluindo aleatoriedade na dimensão da população. A aleatoriedade é devida à localização dos animais e à dimensão da população.

Na abordagem 1, como os transectos são colocados aleatoriamente e a abundância N é fixa, sabe-se o número esperado de animais detectados é $E[n] = NP_cP_a$, como foi referido na página 18. Todavia, nas abordagens 2 e 3, $E[n]$ depende da localização dos transectos que estão fixos e da distribuição que descreve a localização espacial dos animais na área.

3.3 Simulações

Um dos pressupostos subjacentes aos estimadores convencionais da amostragem por distâncias é a igual cobertura, ou seja todos os animais têm igual probabilidade de ser incluídos nos transectos. Na realidade esta probabilidade é ligeiramente inferior para os animais localizados junto da fronteira da área de estudo (*edge effect*) o que introduz algum enviesamento nos estimadores. Este enviesamento tende a ser pequeno quando a área A é grande relativamente à largura efectiva das faixas transectos, mas este efeito também pode ser eliminado com a realização de um delineamento enrolado, no qual quando um transecto é colocado perto da fronteira de A os animais junto à fronteira oposta também são considerados no processo de detecção, ou seja ligam-se os lados opostos da área de estudo (Thompson, 1992, pág. 200). Neste trabalho adoptou-se o delineamento à semelhança do adoptado por Buckland *et al.* (2004, cap 10).

3.3.1 Populações geradas

Como já foi referido anteriormente, de uma forma geral a localização dos animais na área de estudo é influenciada por vários factores, como sejam os relacionados com o meio ambiente entre muitos outros. Deste modo, geraram-se várias populações de $N = 510$ animais distribuídos numa área de estudo quadrada, $A = [0; 1] \times [0; 1]$, de forma a descreverem os seguinte cenários:

1. Aleatoriedade espacial completa, a qual foi obtida com um processo de Poisson homogéneo. As localizações (x, y) dos animais foram geradas de acordo com as distribuições $X \sim U[0, 1]$ e $Y \sim U[0, 1]$.
2. Comportamento territorial dos animais, cujas localizações foram obtidas através de um processo de inibição simples com os animais afastados entre si a uma distância superior a dado valor δ , tendo-se considerado $\delta = 0,025$.
3. Existência de um gradiente de densidade linear, onde os animais tendem a distribuir-se em torno de uma linha. Este cenário foi obtido através de um processo de Poisson não homogéneo com função intensidade da família da distribuição normal

$$D(x, y) = D(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad \forall x, y \in [0; 1]. \quad (3.1)$$

Neste cenário considerou-se $\sigma = 0,13$ e $\mu = 0,5$.

4. Os animais distribuem-se em quatro zonas bem definidas em torno de um foco, mas com intensidades diferentes. Para tal, considerou-se o processo de Poisson não homogéneo

com função intensidade da família

$$D(x, y) = (x^2 - \mu_1)^2 (y^2 - \mu_2)^2 e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{y - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right]}, \quad \forall x, y \in [0; 1]. \quad (3.2)$$

Os valores considerados para os parâmetros foram: $\mu_1 = 0,25$; $\mu_2 = 0,3$; $\sigma_1 = 0,12$ e $\sigma_2 = 0,13$.

5. Os animais têm tendência para formar pequenos grupos. A localização espacial foi determinada com base num processo de agrupamento de Poisson. Consideraram-se I animais iniciais, habitualmente designados por pais, de acordo com um processo de Poisson homogéneo, com valor esperado $E[I] = 34$. Para cada pai gerou-se aleatoriamente em seu redor um número aleatório de animais, designados por filhos, $M_i \sim Poisson(m_i = 16)$, $i = 1, \dots, I$, que foram dispostos de forma independente em torno do seu pai e de acordo com uma distribuição normal bivariada

$$(X_{ij}, Y_{ij}) \sim N^2 \left(\mu = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \right), \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, m_i, \quad (3.3)$$

onde (x_{ij}, y_{ij}) , $i = 1, \dots, I$ e $j = 1, \dots, m_i$, representa as coordenadas das localizações dos filhos e (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, I$ a coordenada da localização do pai correspondente. Posteriormente removeram-se os pais, sendo a população final composta apenas pelos filhos. Por simplicidade, consideraram-se valores iguais para os parâmetros escala, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,05$.

6. Existência de zonas com grandes grupos de animais e zonas. Este cenário foi obtido também com um processo de agrupamento de Poisson, semelhante ao descrito no cenário anterior, mas assumiu-se um número esperado de $E[I] = 15$ pais localizados em (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, I$, e em seu redor distribuíram-se M_i filhos, com $M_i \sim Poisson(m_i = 35)$, cujas localizações (x_{ij}, y_{ij}) foram determinadas também independentemente por uma distribuição normal bivariada (3.3). De forma a obter grupos menos dispersos, que no cenário anterior, consideraram-se valores um pouco menores para os parâmetros escala, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,04$.

Nos cenários 5 e 6, sempre que as coordenadas dos filhos gerados estavam fora dos limites da região A , estas foram recalculadas de modo a que esses filhos fossem colocados dentro da região A mas em zona oposta. Mais concretamente, na área de estudo $A = [0, 1] \times [0, 1]$, sempre sempre que $x_i > 1$ procedeu-se à sua substituição por $1 - x_i$ e quando $x_i < 0$ esta foi alterada para $1 + x_i$. Para as coordenadas y foi utilizado o mesmo processo de substituição.

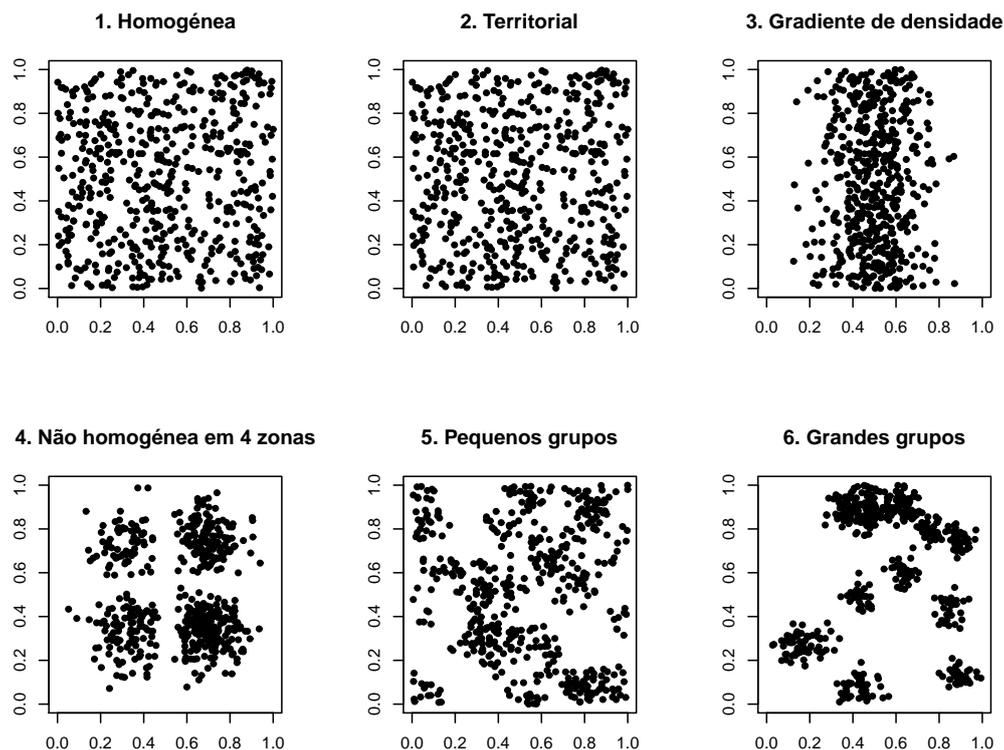


Figura 3.1: Os pontos representam as localizações dos indivíduos das populações geradas para a abordagem 1.

As populações consideradas na abordagem 1 foram obtidas com a realização de uma só ocorrência dos processos pontuais descritos, apresentando-se na Figura 3.1 as populações obtidas. Nas abordagens 2 e 3, para cada simulação foi gerada uma ocorrência destes processos pontuais, o que permitiu de certa forma ilustrar populações móveis fechadas (abordagem 2) e abertas (abordagem 3).

3.3.2 Função de detecção

Assumiu-se que a função de detecção era conhecida e pertencente à família semi-normal, mais concretamente $g(y) = \exp(-y^2/(2\theta^2))$, para $0 \leq y \leq w$ e $\theta = 0,01$, onde w representa a distância de truncatura ou seja metade da largura da faixa.

Não existindo um critério único definido para determinar a distância de truncatura, é habitual truncarem-se entre 5% e 10% das observações, ou então truncar à distância w tal que a função de detecção de detecção é $g(w) = 0,15$, no caso dos transectos lineares, ou $g(w) = 0,10$, no caso dos transectos pontuais (Buckland *et al.*, 2001, pág. 49). Seguindo este último critério, as

distâncias de truncatura consideradas foram $w = 0,0195$ e $w = 0,0215$ para os transectos lineares e transectos pontuais, respectivamente. Consequentemente, obteve-se uma probabilidade de detecção de 0,61 nos transectos lineares e 0,39 nos transectos pontuais.

3.3.3 Disposição dos transectos

No processo de simulação foram colocados 1, 5 e 10 transectos lineares, cada um deles com comprimento unitário. De modo a comparar os resultados obtidos com os transectos lineares e os transectos pontuais, tentou-se obter áreas cobertas de igual dimensão com ambas as técnicas de amostragem. Desta forma, consideraram-se 27 e 135 transectos pontuais, onde a área coberta pelos 27 e 135 transectos pontuais é idêntica à área coberta por 1 e 5 transectos lineares. Para cobrir uma área idêntica à coberta com 10 transectos lineares seriam necessários cerca de 270 transectos pontuais, que se optou por não efectuar devido à sua extrema morosidade computacional e à possível pouca utilidade prática.

Os transectos foram posicionados de forma aleatória ou sistemática com início aleatório. A colocação sistemática dos transectos pontuais consiste em obter pontos igualmente espaçados entre si horizontalmente e igualmente espaçados verticalmente. Na abordagem 1, foram ainda consideradas duas disposições alternativas dos transectos pontuais que combinam a disposição aleatória com a sistemática (Figura 3.2):

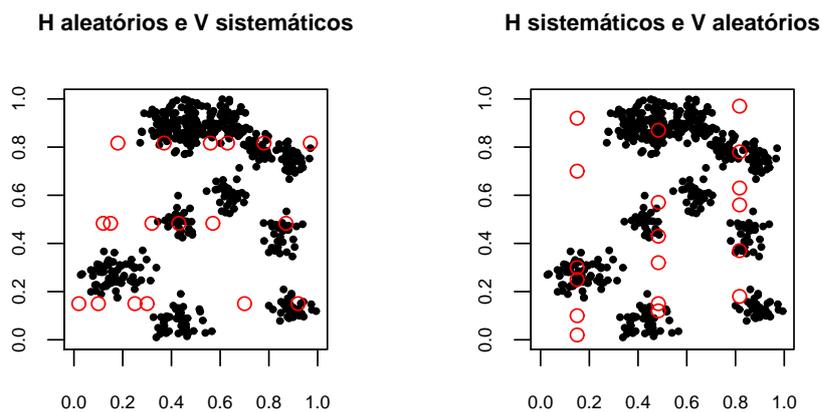


Figura 3.2: Exemplificação do posicionamento horizontal (H) aleatório e vertical (V) sistemático, e horizontal (H) sistemático e vertical (V) aleatório dos transectos pontuais, representados pelos círculos encarnados.

- horizontalmente aleatórios e verticalmente sistemáticos;
- horizontalmente sistemáticos e verticalmente aleatórios.

Na disposição aleatória dos transectos verificou-se que, por exemplo, quando se consideravam 10 transectos lineares cerca de 17% da área coberta era amostrada por mais do que um transecto. Deste modo, optou-se por avaliar os estimadores convencionais usando duas formas de disposição aleatória de transectos:

- sem qualquer tipo de restrição, e
- evitando a sobreposição das áreas cobertas pelos transectos.

Na prática, quando os transectos são percorridos em simultâneo, ou quase em simultâneo, deve evitar-se a sobreposição de áreas cobertas de modo a não permitir a dupla contagem dos animais, a ter uma melhor cobertura espacial da região em estudo e a obter menor variabilidade na estimativa da abundância.

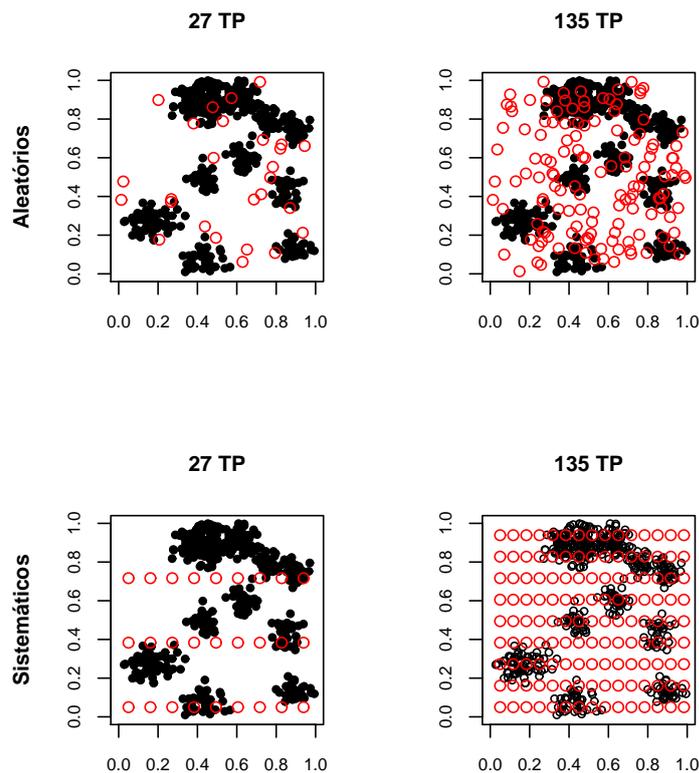


Figura 3.3: Transectos pontuais (TP), representados pelos círculos encarnados, considerados nas abordagens 2 e 3 com o espaçamento desigual (“aleatório”) ou igual (“sistemático”) entre transectos.

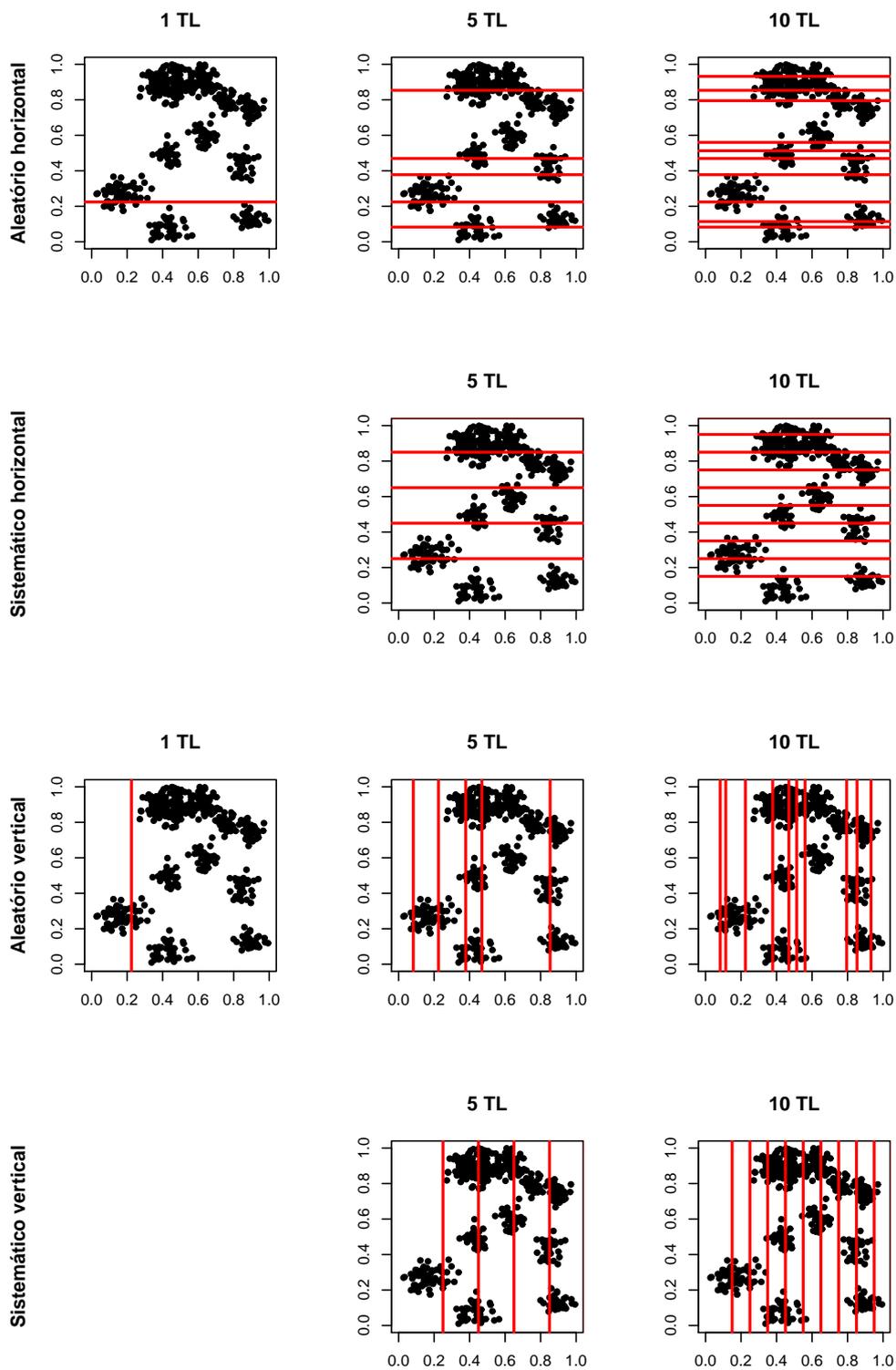


Figura 3.4: Transectos lineares (TL), representados pelas linhas encarnadas, considerados nas abordagens 2 e 3 com o espaçamento desigual (“aleatório”) ou igual (“sistemático”) entre transectos e orientação horizontal ou vertical.

A orientação dos transectos é também muito importante, pois quando a população apresenta um gradiente de densidade, ou seja os animais tendem a distribuir-se paralelamente a uma certa característica física ou biológica, o estimador pode reflectir um grande enviesamento e/ou uma elevada variância (Buckland *et al.*, 2001, pág. 238-239; Afonso e Alpizar-Jara, 2007a, 2007b). Deste modo, os transectos lineares devem ser colocados de forma paralela à direcção do gradiente, de modo a evitar que a variância da taxa de encontro estimada a partir da replicação de linhas inclua esta tendência na densidade (Buckland *et al.*, 2001, pág. 238-239).

Como foi referido, nas abordagens 2 e 3 os transectos estão fixos ao longo do processo de simulação. Nas Figuras 3.4 e 3.3 apresentam-se, respectivamente, os transectos pontuais e lineares utilizados no processo de simulação. Por uma questão de facilidade de leitura das figuras, utilizar-se-á o seguinte abuso de linguagem nas abordagens 2 e 3: transectos “aleatórios” para referir transectos com espaçamento desigual e transectos “sistemáticos” para transectos igualmente espaçados entre si.

3.3.4 Estimação da variância do tamanho da amostra

Quando os animais se distribuem de forma completamente aleatória na região de estudo, ou seja de acordo com um processo de Poisson homogéneo, então a dimensão n da amostra segue uma distribuição Poisson e portanto um estimador da variância é $\widehat{Var}[n] = n$. Contudo, de um modo geral, tal não se verifica nas populações de biológicas pois estas tendem a exhibir um certo grau de agregação, e conseqüentemente sobredispersão, esperando-se então que $Var[n] > E[n]$. Para este tipo de populações Burnham *et al.* (1980, pág. 55) sugerem a multiplicação da variância Poisson por 2, caso não exista outra forma de estimar $Var[n]$. Esta sugestão pode ser generalizada para um coeficiente de sobredispersão b diferente de 2, tal que $Var[n] = bE[n]$ e $b > 1$. Por outro lado, existem algumas populações territoriais, tal como os leões, lincos, entre outros, esperando-se nestes casos que $Var[n] < E[n]$.

As três abordagens usuais para estimar a variância do tamanho da amostra são:

- i) Assumir a variância do modelo Poisson, ou seja $\widehat{Var}[n] = n$;
- ii) Considerar a variância de um processo de Poisson sobredisperso, ou seja $\widehat{Var}[n] = bn$, com $b > 1$;
- iii) Calcular a variância empírica, que apenas se pode calcular quando existem réplicas de linhas ou pontos.

No caso das populações sobredispersas, a variância Poisson subestima a verdadeira variância. De forma a evitar um enviesamento substancial, Buckland *et al.* (2001, p. 78-79) sugerem a utilização da variância empírica para estimar $Var[n]$ a partir da variação observada entre linhas:

$$\widehat{Var}[n] = \frac{L}{K-1} \sum_{k=1}^K l_k \left(\frac{n_k}{l_k} - \frac{n}{L} \right)^2, \quad (3.4)$$

onde K é o número total de linhas replicadas, l_k o comprimento do transecto linear k , $k = 1, \dots, K$, $L = \sum_{k=1}^K l_k$ o comprimento total de todos os transectos, n_k o número de detecções no transecto linear k , $k = 1, \dots, K$, e $n = \sum_{k=1}^K n_k$ a dimensão total da amostra. Para L fixo, a variância estimada da taxa de encontro é dada por

$$\widehat{Var} \left[\frac{n}{L} \right] = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \frac{l_k}{L} \left(\frac{n_k}{l_k} - \frac{n}{L} \right)^2. \quad (3.5)$$

Se os transectos lineares tiverem todos o mesmo comprimento, i. e. $l_k = l$, $k = 1, \dots, K$, então

$$\widehat{Var}[n] = \frac{K}{K-1} \sum_{k=1}^K \left(n_k - \frac{n}{K} \right)^2, \quad (3.6)$$

utilizando-se também esta expressão para os transectos pontuais.

Buckland *et al.* (2001, pág. 223) sugerem ainda o posicionamento sistemáticos dos transectos porque tendem a reduzir a variância das estimativas. Nesta situação mantém-se a propriedade do não enviesamento do estimador da densidade, mas não a do estimador da variância, uma vez que este está fortemente dependente da distribuição da população. Não existe um estimador não enviesado para a variância de um esquema de amostragem sistemático quando se dispõe apenas de um conjunto de transectos, pelo que habitualmente se utilizam os estimadores que foram construídos com base na amostragem aleatória simples. De ressaltar no entanto que, para muitas populações naturais, estes estimadores tenderão a sobrestimar a variância real (Thompson, 1992, pág. 192).

Seguidamente, estuda-se a influência do número de transectos (réplicas), o seu posicionamento, a sua orientação e o tamanho da amostra nos três métodos de estimação da variância da amostra considerando os cenários descritos anteriormente na abordagem 1.

3.3.5 Resultados

Em cada uma das abordagens consideradas, e para cada cenário atrás descrito, realizaram-se $M = 10000$ simulações de Monte Carlo. Em cada simulação j , $j = 1, \dots, M$, e para cada um dos cenários i , $i = 1, \dots, 6$, foi calculada a abundância estimada de indivíduos, \hat{N}_{ij} , baseada

nas n_{ij} distâncias amostrais detectadas. Seguidamente, calculou-se uma estimativa geral para a abundância, para a dimensão da amostra e respectivo coeficiente de variação (CV):

$$\hat{N}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \hat{N}_{ij}, \quad (3.7)$$

$$n_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M n_{ij}, \quad (3.8)$$

e

$$CV[\hat{N}_i] = \frac{Var[\hat{N}_i]}{\hat{N}_i} = \frac{Var[n_i]}{n_i} = CV[n_i]. \quad (3.9)$$

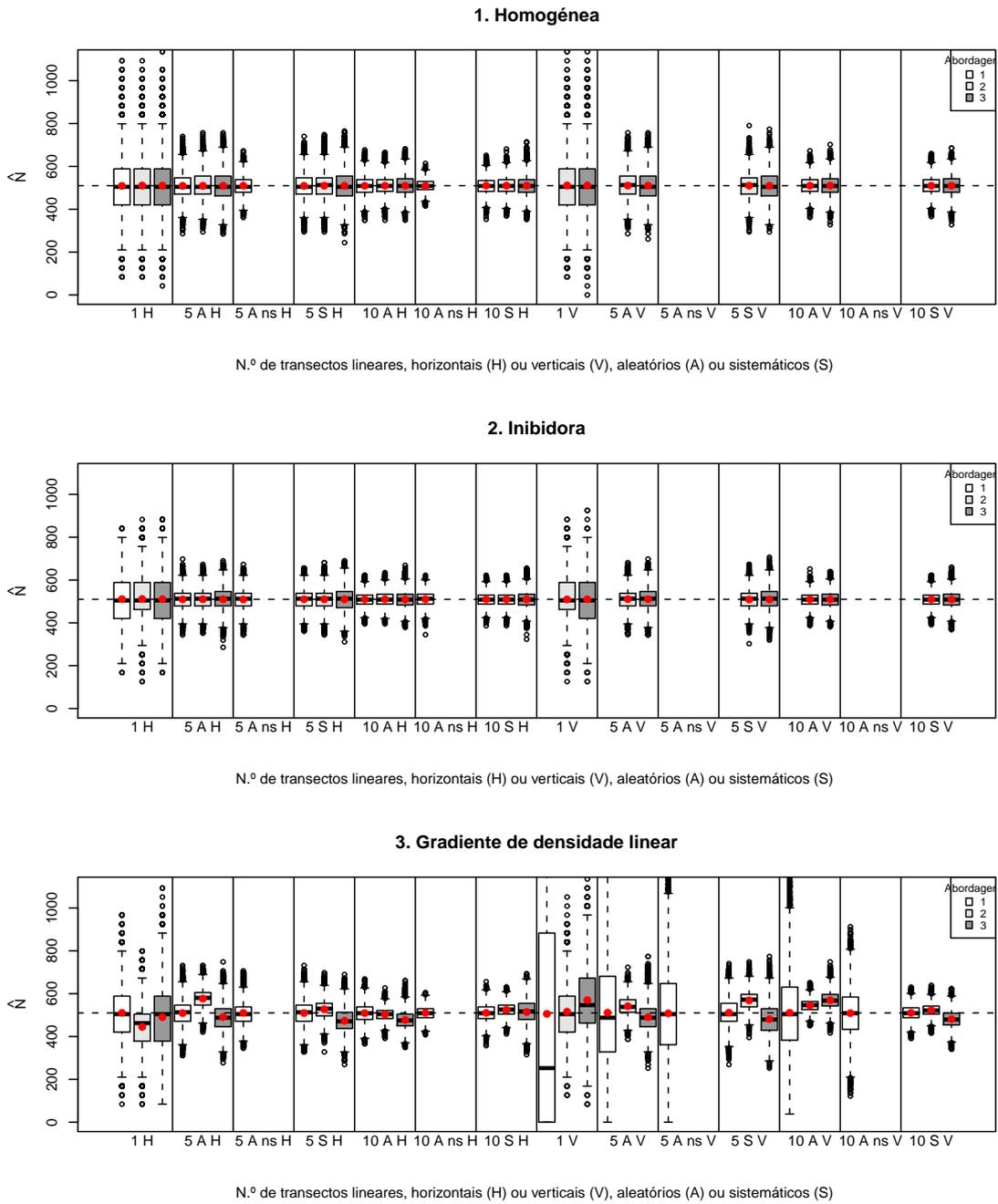
A igualdade (3.9) verifica-se porque a incerteza reside apenas na dimensão da amostra pois, como já foi atrás referido, assumiu-se que as componentes P_c e P_a eram fixas.

Em anexo, nas Tabelas A.1 e A.2, apresentam-se os resultados obtidos para estas medidas, em cada um dos cenários tendo em conta o número de transectos, a sua orientação e o tipo de transecto. Nas figuras que se seguem representa-se apenas a informação mais relevante.

As dimensões médias das amostras obtidas com a amostragem por transectos lineares foi de aproximadamente 12, 60 e 120 animais com 1, 5 e 10 transectos, respectivamente (Tabela A.1). Na amostragem por transectos pontuais obtiveram-se amostras com cerca de 8 e 39 animais com 27 e 135 transectos, respectivamente (Tabelas A.2). Apesar do tamanho da área coberta ser igual com ambas os métodos de amostragem, a grande diferença observada nas dimensões das amostras obtidas deve-se ao facto da probabilidade de detecção considerada nos transectos lineares ser quase o dobro da considerada nos transectos pontuais.

Devido ao elevado número de observações anómalas (*outliers*) superiores e inferiores, a distribuição amostral do estimador da abundância parece ter caudas mais pesadas do que a distribuição normal (Figura 3.5). Além disso, observa-se que vários diagramas de caixa e bigodes são assimétricos bem como o comprimento dos bigodes e a distribuição das observações anómalas. Realizou-se um teste ao coeficiente de assimetria tendo-se verificado que a distribuição era quase sempre assimétrica positiva.

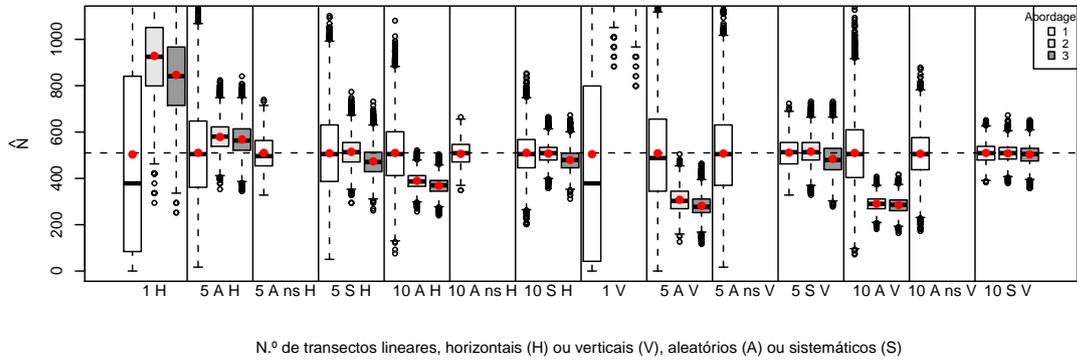
Na análise dos resultados obtidos com a amostragem por transectos lineares verifica-se que, quando se usa a abordagem 1, o estimador da abundância é não enviesado (Tabela 3.1 e Figura 3.5), a sua distribuição é assimétrica positiva quando se utiliza apenas um transecto linear em populações não homogéneas ou com tendência para formar agrupamentos (cenários 4, 5 e 6). A precisão deste estimador depende da distribuição espacial dos indivíduos na área em estudo, verificando-se que o coeficiente de variação atinge valores extremamente elevados, superiores



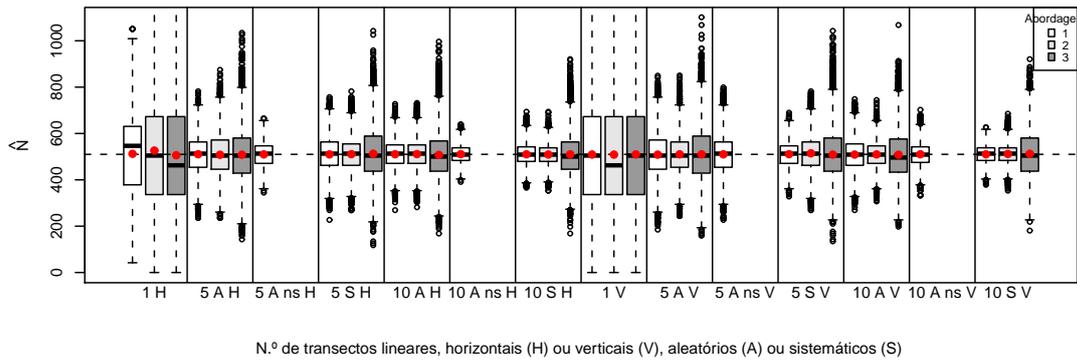
Continua na página seguinte

Figura 3.5: Diagramas de caixas e bigodes da abundância estimada, \hat{N} , obtida com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e os transectos lineares (TL) posicionados horizontalmente (H) ou verticalmente (V) de forma: A) aleatória, A ns) aleatória sem sobreposição e S) sistemática. A linha horizontal a tracejado indica a dimensão, ou dimensão média, da população e os pontos encarnados a dimensão média estimada.

4. Não homogênea em 4 zonas



5. Pequenos grupos



6. Grandes grupos

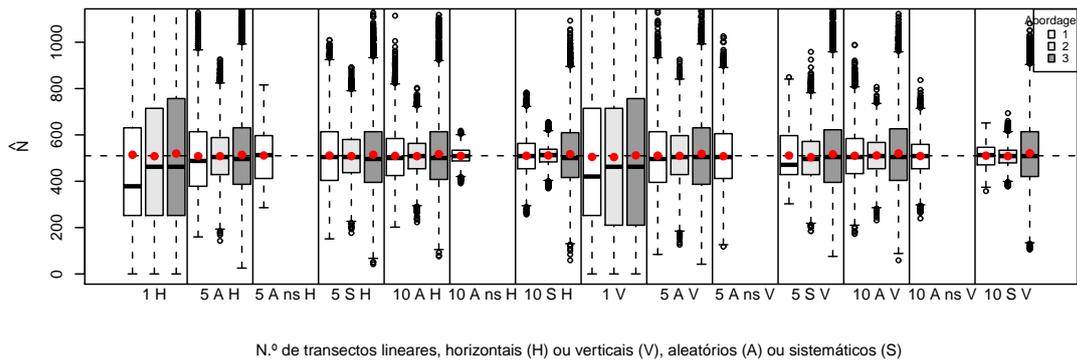


Figura 3.5: Continuação da figura anterior.

Tabela 3.1: Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos com a abordagem 1 (população fixa) para uma população com $N = 510$, com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e com os transectos lineares (TL) posicionados horizontalmente de forma: A) aleatória, A ns) aleatória sem sobreposição e S) sistemática.

Medida	Cenário	N.º de TL						
		1	5 A	5 A ns	5 S	10 A	10 A ns	10 S
$Env(\hat{N})$	1	-0,1	-0,1	0,1	-0,1	-0,1	-0,1	0,0
	2	0,2	0,0	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
	3	0,1	-0,2	0,0	-0,1	-0,2	0,0	0,0
	4	-1,3	0,0	0,1	-0,3	0,0	-0,8	0,0
	5	0,5	0,1	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,0
	6	0,8	-0,3	0,3	0,2	-0,1	-0,1	0,0
$CV(\hat{N})$	1	26,1	11,8	11,4	8,9	8,3	7,6	5,4
	2	19,9	8,8	8,8	9,2	6,3	6,1	7,0
	3	26,1	11,8	11,1	10,4	8,2	7,5	6,0
	4	88,5	39,0	33,2	14,2	27,5	18,0	10,3
	5	35,9	16,0	14,5	9,5	11,2	8,9	7,4
	6	73,8	32,8	27,7	21,4	23,0	15,5	6,1

a 50%, especialmente quando se considera apenas um transecto linear (Tabela 3.1). Quando se opta por 5 transectos lineares aleatórios em vez de 1, observa-se a diminuição média absoluta de 32% na coeficiente de variação, ao passo que quando se opta por 10 transectos aleatórios em vez de 5 essa redução é em média de 8%. Esta diferença na redução do coeficiente de variação, tendo em conta o número de transectos considerados, pode dever-se ao facto de a área coberta quintuplicar quando se passa de 1 para 5 transectos lineares e apenas duplicar quando se passa de 5 para 10 transectos lineares. Desta forma, aconselha-se a que sejam ponderados os custos de amostragem de forma a avaliar até que ponto se justifica a realização de um plano com um elevado número de transectos.

Nesta abordagem relembra-se ainda que a variabilidade do estimador dos transectos lineares diminui com: i) o aumento do número de transectos, ao qual está associado um aumento no número de detecções, ii) o posicionando dos transectos de forma sistemática, que pode ser

Tabela 3.2: Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos para populações aleatórias com as abordagens 2 ($N = 510$) e 3 ($E[N] = 510$), com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e os transectos lineares (TL) fixos posicionados horizontalmente com espaçamento: A) desigual e sem sobreposição e S) igual.

Medida	Cenário	Abordagem 2 (N.º de TL)					Abordagem 3 (N.º de TL)				
		1	5 A	5 S	10 A	10 S	1	5 A	5 S	10 A	10 S
$Env(\hat{N})$	1	0,2	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,1	-0,1	-0,1	0,0	0,0
	2	0,3	0,1	0,0	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0	-0,1	0,0
	3	-12,8	13,1	3,3	-1,3	2,9	-3,8	-3,7	-7,1	-6,4	0,9
	4	82,1	13,5	0,9	-23,6	-0,5	66,0	11,4	-7,2	-27,7	-6,0
	5	3,2	-0,4	0,1	0,2	-0,2	-0,8	-0,3	0,5	-0,5	0,0
	6	-0,4	-0,3	-0,3	-0,3	0,3	1,9	0,8	0,9	1,5	1,4
$CV(\hat{N})$	1	28,3	12,0	12,1	8,1	8,0	28,9	12,9	12,9	9,2	9,1
	2	20,0	8,7	8,8	6,2	6,2	20,4	9,9	10,1	7,6	7,6
	3	23,2	7,5	8,3	5,7	5,6	28,4	12,2	11,7	8,5	10,6
	4	19,9	11,1	11,4	8,9	8,4	21,9	12,2	13,1	9,8	9,4
	5	49,7	17,6	13,9	11,9	8,1	50,5	23,2	22,2	20,6	19,3
	6	69,1	23,4	20,2	15,7	8,1	72,1	35,5	32,8	31,4	28,5

explicado pela melhor cobertura da área em estudo, iii) a mudança da orientação dos transectos, caso a população apresente um gradiente de densidade, ou iv) evitando a sobreposição dos transectos aleatórios, caso as populações sejam não homogêneas ou com tendência para o agrupamento (Tabela A.1).

Nas abordagens 2 e 3 o não enviesamento do estimador depende do tipo de população, da localização e posicionamento dos transectos (Figura 3.5 e Tabela 3.2). Em populações com gradiente de densidade ou não homogêneas (cenários 3 e 4) o estimador mostrou ser enviesado com o espaçamento desigual dos transectos. O posicionamento de transectos igualmente espaçados entre si permitiu reduzir ou anular o enviesamento, sendo este efeito mais evidente nos resultados do cenário 4. Os enviesamentos observados com a colocação de transectos com espaçamento desigual entre si, são originados pela má localização destes.

A variabilidade do estimador com a abordagem 2 tende a ser inferior à da abordagem 3,

Tabela 3.3: Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos com a abordagem 1 (população fixa) para uma população com $N = 510$, com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e com os transectos pontuais (TP) posicionados de forma: A) aleatória e S) sistemática.

Medida	Cenário	N.º de TP			
		27 A	3×9 S	135 A	9×15 S
$Env(\hat{N})$	1	-0,4	0,1	0,2	0,0
	2	0,1	0,8	-0,1	-0,1
	3	0,0	-0,1	0,2	0,3
	4	-0,3	1,0	-0,1	-0,1
	5	-0,1	0,2	0,0	-0,2
	6	0,2	-0,9	-0,1	0,2
$CV(\hat{N})$	1	35,3	35,9	16,0	14,6
	2	30,4	30,4	13,5	14,2
	3	41,5	32,4	18,4	16,2
	4	45,0	48,2	20,1	12,9
	5	40,2	38,5	17,6	17,4
	6	49,6	49,1	22,3	14,9

o que pode ser explicado pela aleatoriedade introduzida na dimensão da população na última abordagem (Tabela 3.2 e Figura 3.5). Em populações com tendência para formar agrupamentos, o estimador não é preciso quando se realiza apenas um transecto linear. O tipo espaçamento entre os transectos não parece influenciar o coeficiente de variação e o aumento do número de transectos de 5 para 10 não parece melhorar consideravelmente a precisão do estimador.

Sempre que possível, deve realizar-se um estudo piloto na área em estudo que permita aprofundar o conhecimento sobre esta área e as necessidades logísticas, avaliar a verificação dos pressupostos, e assim decidir de entre os delineamentos amostrais possíveis qual o mais apropriado. Neste caso particular, este estudo permitiria determinar mais eficazmente a localização dos transectos na área em estudo e assim minimizar o enviesamento.

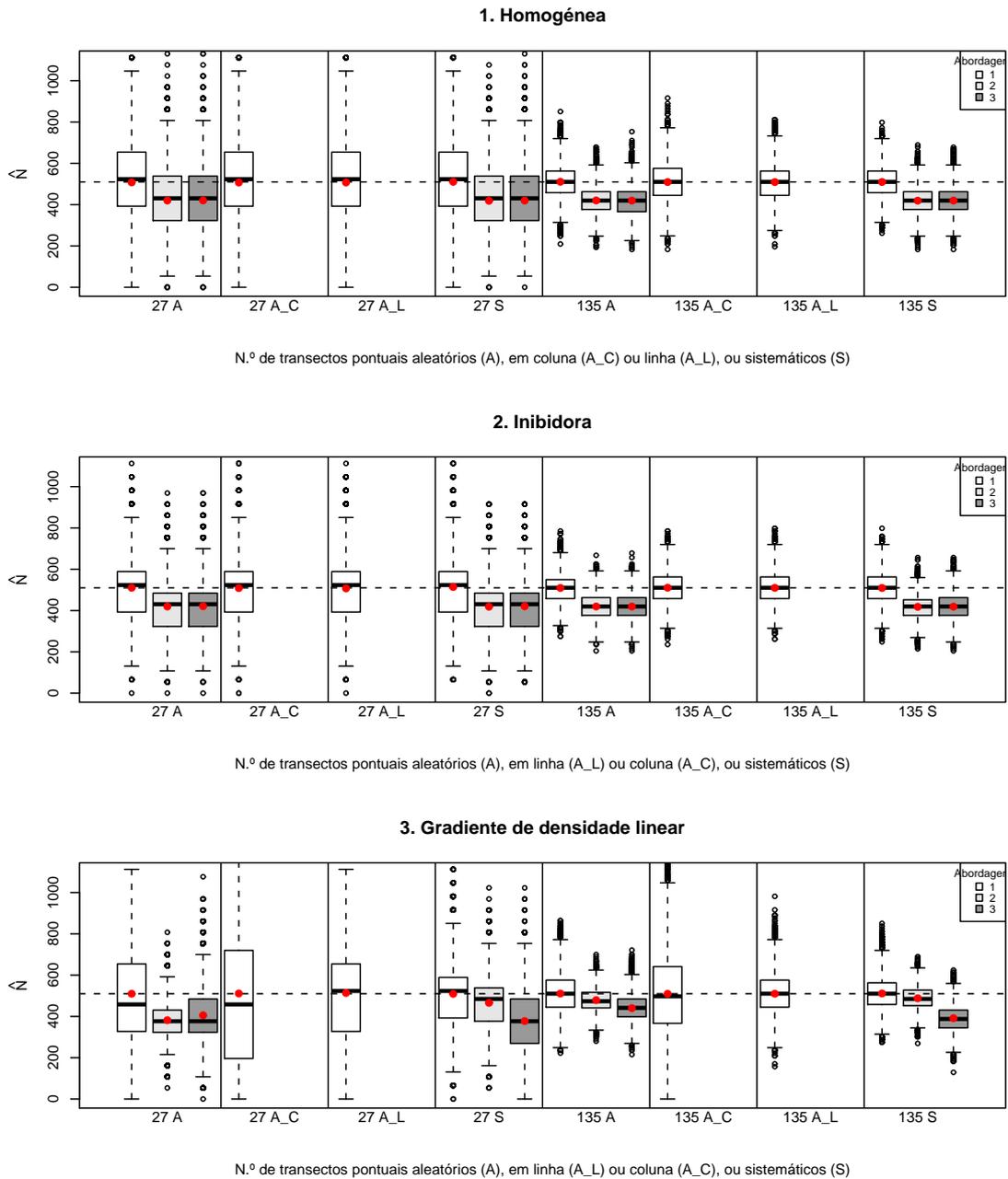
Na amostragem por transectos pontuais, as conclusões são similares às observadas para os transectos lineares. Na abordagem 1 verifica-se que o estimador é não enviesado, mas a sua

Tabela 3.4: Enviesamento, $Env(\hat{N})$, e coeficiente de variação, $CV(\hat{N})$, percentuais da abundância estimada obtidos para populações aleatórias com as abordagens 2 ($N = 510$) e 3 ($E[N] = 510$), com 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e os transectos pontuais (TP) fixos posicionados com espaçamento: A) desigual e S) igual.

Medida	Cenário	Abordagem 2 (N.º de TP)				Abordagem 3 (N.º de TP)			
		27 A	3×9 S	135 A	9×15 S	27 A	3×9 S	135 A	9×15 S
$Env.(\hat{N})$	1	-17,6	-17,9	-17,6	-17,8	-17,5	-17,7	-17,7	-17,7
	2	-17,7	-17,9	-17,7	-18,0	-17,4	-17,5	-17,8	-17,9
	3	-25,2	-8,7	-6,1	-4,3	-20,5	-26,0	-13,7	-23,3
	4	15,6	27,9	-2,4	-16,1	7,0	18,0	-4,0	-15,8
	5	-16,0	-18,1	-17,6	-17,7	-17,5	-17,3	-16,4	-17,0
	6	-18,9	-18,2	-18,2	-17,9	-15,4	-16,1	-17,0	-16,3
$CV(\hat{N})$	1	35,9	35,8	16,1	15,3	36,2	36,1	16,9	16,0
	2	30,5	30,7	13,8	13,5	30,7	31,1	14,5	14,4
	3	26,1	27,1	11,4	11,1	34,8	36,2	15,4	16,5
	4	30,8	26,4	14,4	15,6	30,6	28,5	15,2	15,4
	5	39,7	39,3	18,3	15,5	45,1	44,1	26,6	25,0
	6	47,8	46,1	21,9	16,0	56,2	53,3	34,3	29,8

precisão também depende da distribuição espacial dos animais (Tabela 3.3). Nos cenários 4 e 6 o estimador dos transectos pontuais apresentou uma variabilidade inferior à obtida nos transectos lineares. Os resultados obtidos com a colocação aleatória ou sistemática dos transectos pontuais são muito parecidos e só com o aumento do número de transectos pontuais se verificou uma redução significativa na variância do estimador. Quando se opta por combinar o posicionamento sistemático com aleatório de transectos observa-se que as estimativas resultantes são menos precisas (Figura 3.6 e Tabela A.2).

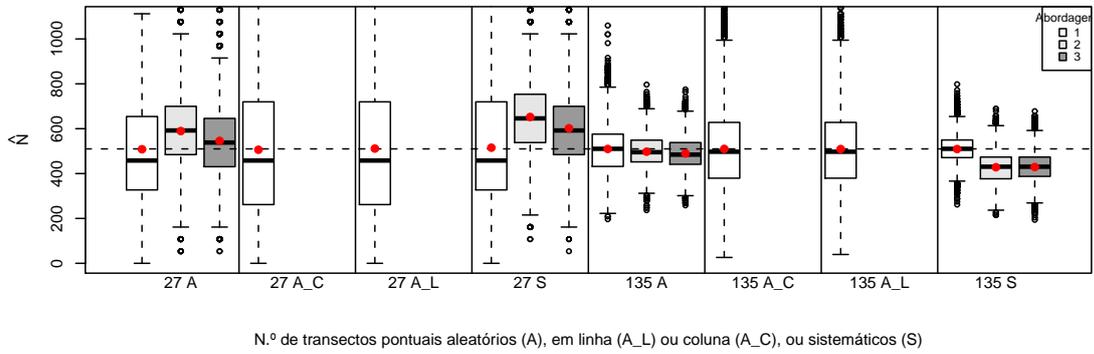
Nas abordagens 2 e 3 verifica-se um enviesamento médio superior a 16% na estimativa da abundância nos cenários 1, 2, 5 e 6 (Tabela 3.4). Porém, como já foi referido, os resultados obtidos devem-se ao facto da localização dos transectos não ser a mais adequada. Tal como na amostragem por transectos lineares, a introdução de aleatoriedade na dimensão da população (abordagem 3) conduziu a um aumento na variância do estimador (Figura 3.6 e Tabela A.2).



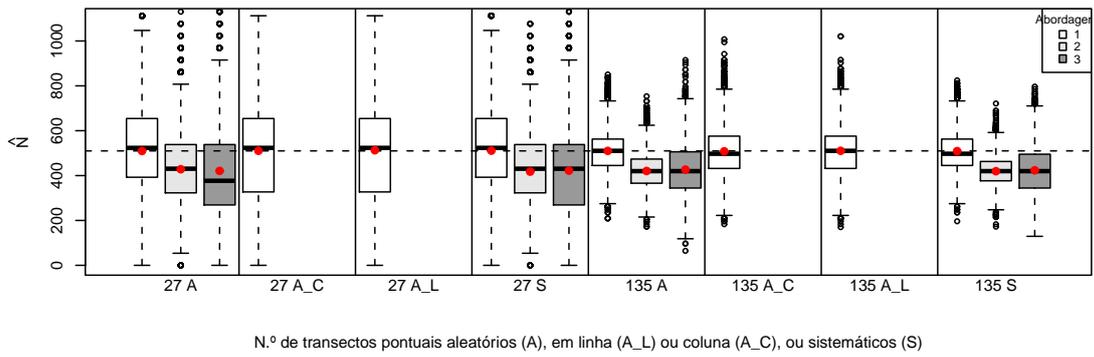
Continua na página seguinte

Figura 3.6: Diagramas de caixas e bigodes da abundância estimada, \hat{N} , com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), 10000 simulações, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e os transectos pontuais (TP) posicionados de forma A) aleatória, S) sistemática, SAL) sistematicamente em coluna e aleatoriamente em linha e SAC) sistematicamente em linha e aleatoriamente em coluna. A linha horizontal a tracejado indica a dimensão, ou dimensão média, da população e os pontos encarnados a dimensão média estimada.

4. Não homogénea em 4 zonas



5. Pequenos grupos



6. Grandes grupos

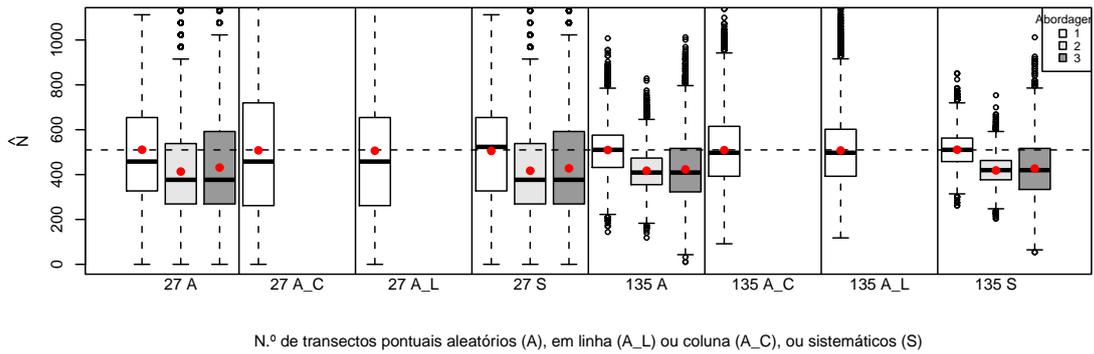


Figura 3.5: Continuação da figura anterior.

Com o aumento do número de transectos pontuais houve uma diminuição média absoluta de 19% e 16% no coeficiente de variação obtido com as abordagens 2 e 3 respectivamente. O espaçamento igual ou desigual entre os transectos não parece ter influência ao nível da precisão do estimador. Nas populações com tendência para o agrupamento (5 e 6) observa-se que a estimativa da abundância obtida com 27 transectos pontuais é mais precisa do que a obtida com apenas um transecto linear (Tabelas 3.2 e 3.4).

Para melhor comparar os resultados obtidos com os transectos lineares e pontuais, tendo em conta a abordagem, calculou-se o erro quadrático médio do estimador da abundância, $E\widehat{QM}[\hat{N}]$. Na Figura 3.7 representam-se os valores obtidos para a raiz quadrada desta medida, apenas para o posicionamento aleatório e sistemático dos transectos, correspondendo o eixo das abcissas à área coberta pelos transectos. Por uma questão de legibilidade dos gráficos, truncaram-se as barras com altura superior a 300.

Os valores bastante elevados do EQM são originados pela elevada variância (abordagem 1) ou pelo grande enviesamento nas estimativas (abordagens 2 e 3). Como seria de esperar, o estimador aumenta a sua fiabilidade com o aumento da área coberta. Para as populações homogénea e territorial, o valor obtido para o EQM para os transectos lineares é inferior ao obtido para os transectos pontuais, mas nas restantes populações geradas os resultados variam com a abordagem utilizada e a dimensão da área coberta. Nos cenários 4 e 6, quando a área coberta é de reduzida dimensão, obtida com 1 transecto linear ou 27 transectos pontuais, verifica-se que os transectos pontuais fornecem estimativas mais fiáveis comparativamente aos transectos lineares.

No estudo anterior verificou-se que o posicionamento sistemático dos transectos reduzia acentuadamente a variância das estimativas obtidas nas populações não homogéneas, comparativamente ao posicionamento aleatório. Uma vez que o estimador da variância da dimensão da amostra, a variância empírica, se baseia no posicionamento aleatório dos transectos, a etapa seguinte consistiu em averiguar se para este tipo de populações e com o posicionamento sistemático dos transectos qual dos estimadores, variância empírica ou variância do modelo Poisson, produz estimativas mais precisas.

Nos gráficos seguintes (Figuras 3.8 e 3.9) efectua-se a comparação entre a variância da dimensão n da amostra, $Var[n]$, com a variância estimada com base no modelo Poisson, $\hat{E}[n]$, e com a variância empírica $\widehat{Var}[n]$, para a amostragem por transectos lineares e pontuais, tendo em conta o posicionamento dos transectos. Nestas figuras truncaram-se as barras com altura superior a 4.

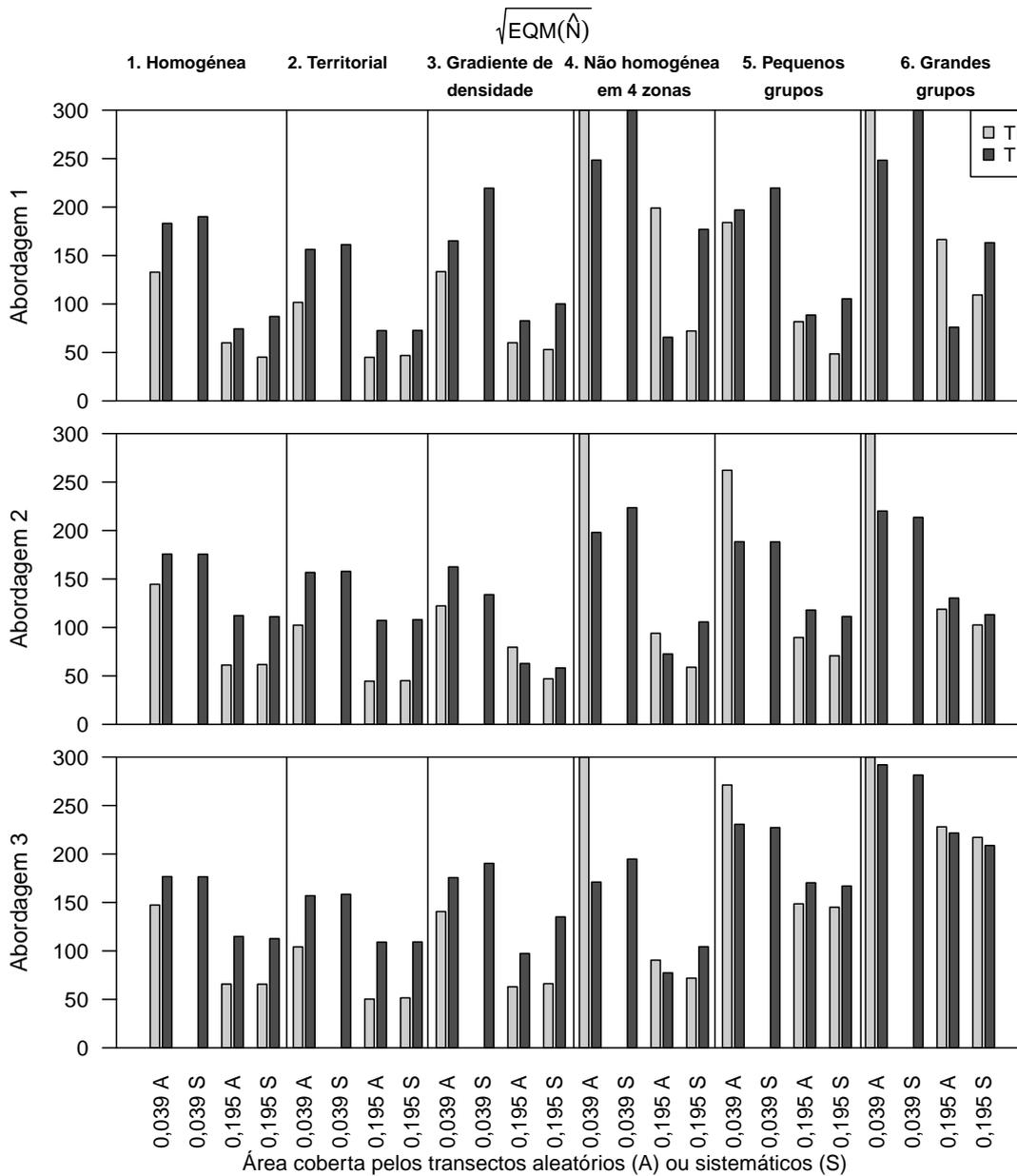


Figura 3.7: Gráfico de barras do $\sqrt{EQM[\hat{N}]}$ por área coberta para a amostragem por transectos lineares horizontais (TL) e pontuais (TP), com as abordagens 1 (populações fixas), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), os transectos posicionados de forma a) aleatória, S) sistemática e com 10000 simulações.

Por facilidade de leitura, o estimador da variância baseada no pressuposto do modelo Poisson será designado apenas por variância Poisson.

Os resultados dos dois estimadores de $Var[n]$ considerados variam tanto com a abordagem, como com o posicionamento dos transectos, a distribuição espacial dos indivíduos e o tipo de amostragem (Figuras 3.8 e 3.9). Com o posicionamento aleatório dos transectos ambos os estimadores são centrados, i. e. $\hat{E}[n] = Var[n]$ e $\widehat{Var}[n] = Var[n]$, no cenário homogêneo, mas quando as populações são territoriais a variância Poisson sobrestima a verdadeira variância (Figuras 3.8(a) e 3.9(a)). Nos restantes cenários, não é evidente qual dos estimadores fornece uma estimativa pontual menos enviesada.

Na abordagem 1, com posicionamento aleatório dos transectos lineares observa-se que a variância empírica é semelhante à verdadeira variância, $\widehat{Var}[n] \approx Var[n]$ (Figura 3.8(b)), ao passo que a variância Poisson subestima a variância real, $\hat{E}[n] < Var[n]$ (Figura 3.8(a)) nos cenários não homogêneo e com tendência para formar grupos. Nos cenários 4 e 6, o posicionamento sistemático dos transectos lineares reduziu acentuadamente o enviesamento do estimador variância Poisson, e aumentou consideravelmente o enviesamento positivo do estimador variância empírica. Nos transectos pontuais, com o posicionamento sistemático ambos os estimadores são bastante enviesados negativamente (Figura 3.9).

A introdução de aleatoriedade na localização dos animais ao longo das várias simulações (abordagens 2 e 3) tem uma grande influência nos resultados, especialmente nas populações não homogêneas 3 a 6. Quando se considera que a dimensão da população é fixa (abordagem 2) a variância empírica obtida com a amostragem por transectos lineares produziu resultados médios muito superiores aos reais (Figura 3.8(b)), tendo-se verificado o mesmo na amostragem por transectos pontuais apenas nos cenários 3 e 4, uma vez que nos cenários 5 e 6 este estimador mostrou ser não enviesado (Figura 3.9(b)). A variância Poisson no cenário 3 produziu em média estimativas superiores à variância real, no cenário 4 observa-se que $\hat{E}[n] \approx Var[n]$ e no cenário 6, de uma forma geral, a variância estimada é inferior à real (Figuras 3.8(a) e 3.9(a)). A inclusão de aleatoriedade na dimensão da população (abordagem 3) produziu resultados bastante diferentes dos anteriores. Nas populações com tendência para formar grupos (cenários 5 e 6), o aumento do número de transectos originou um aumento no enviesamento negativo de ambos os estimadores, sendo este enviesamento muito mais acentuado no estimador variância Poisson. Nas população 3 e 4 a variância Poisson mostrou ser menos enviesada, ou com enviesamento negligenciável.

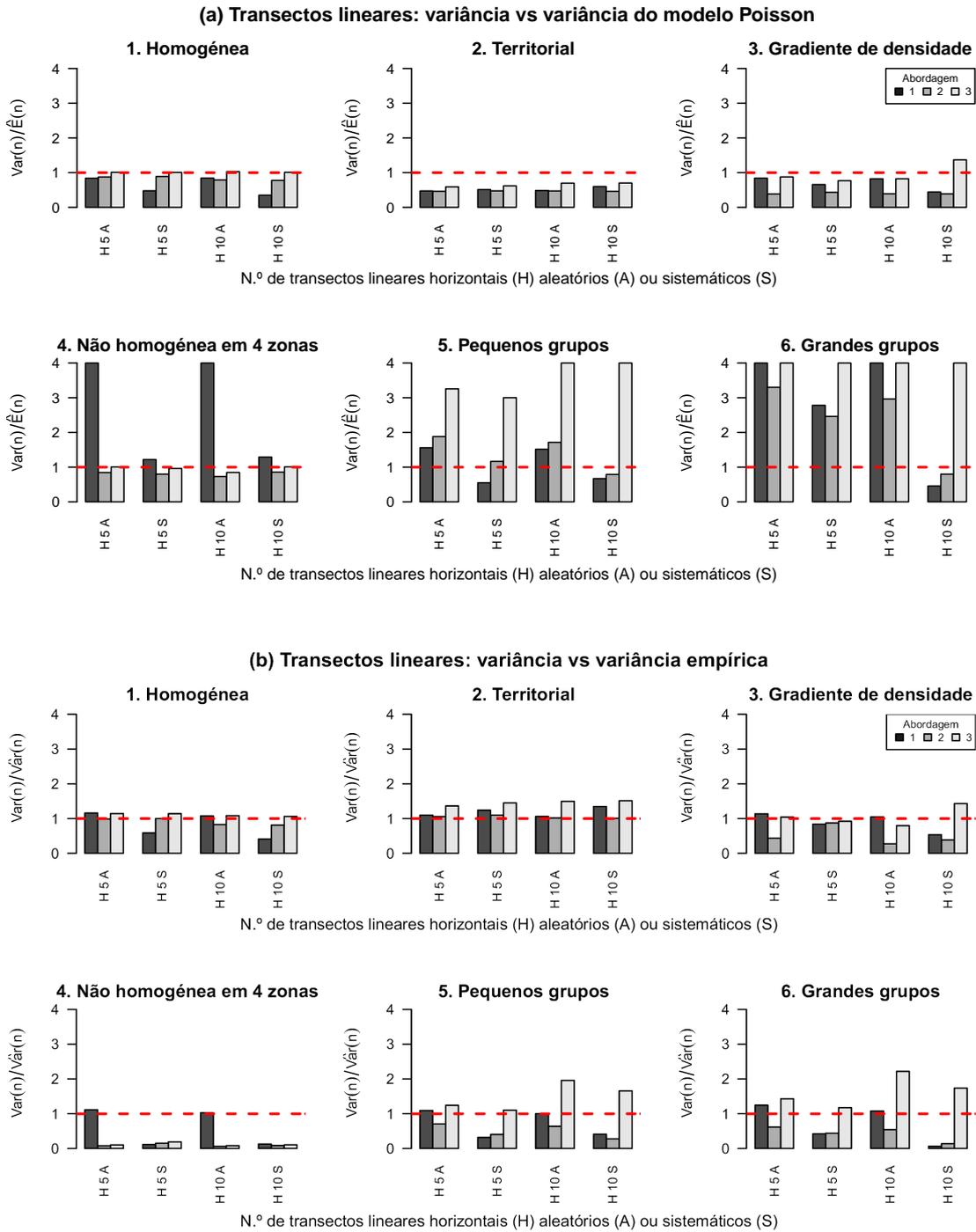
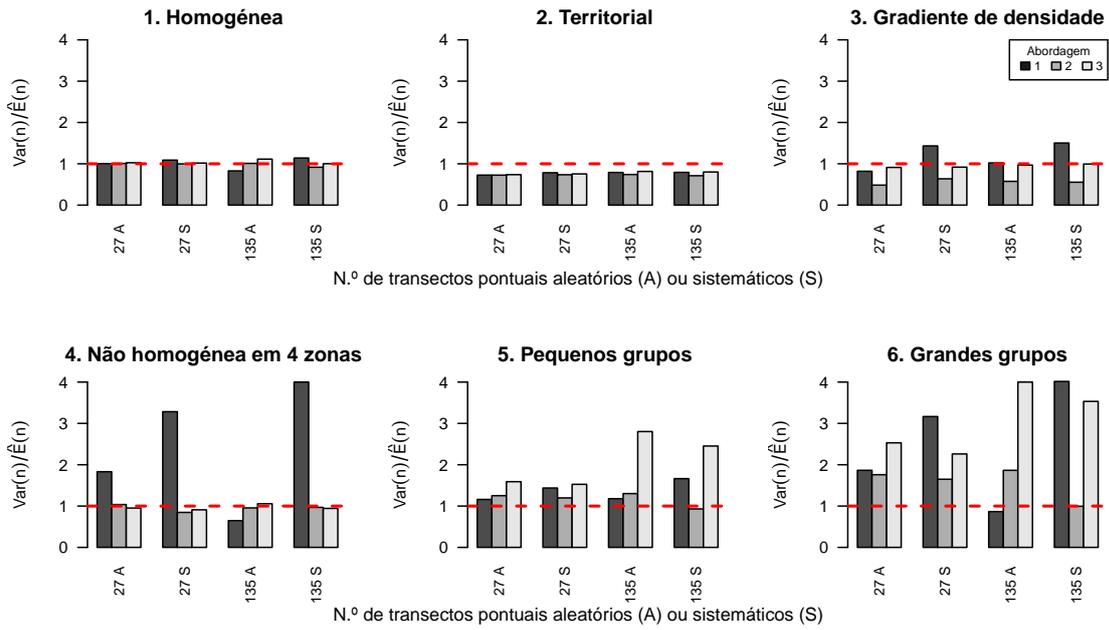


Figura 3.8: Gráfico de barras dos quocientes, entre $Var[n]$ e $\hat{E}[n]$ e entre $Var[n]$ e $\widehat{Var}[n]$, obtidos para a amostragem por transectos lineares, com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos e população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), com 10000 simulações e os transectos posicionados de forma A) aleatória ou S) sistemática.

(a) Transectos pontuais: variância vs variância do modelo Poisson



(b) Transectos pontuais: variância vs variância empírica

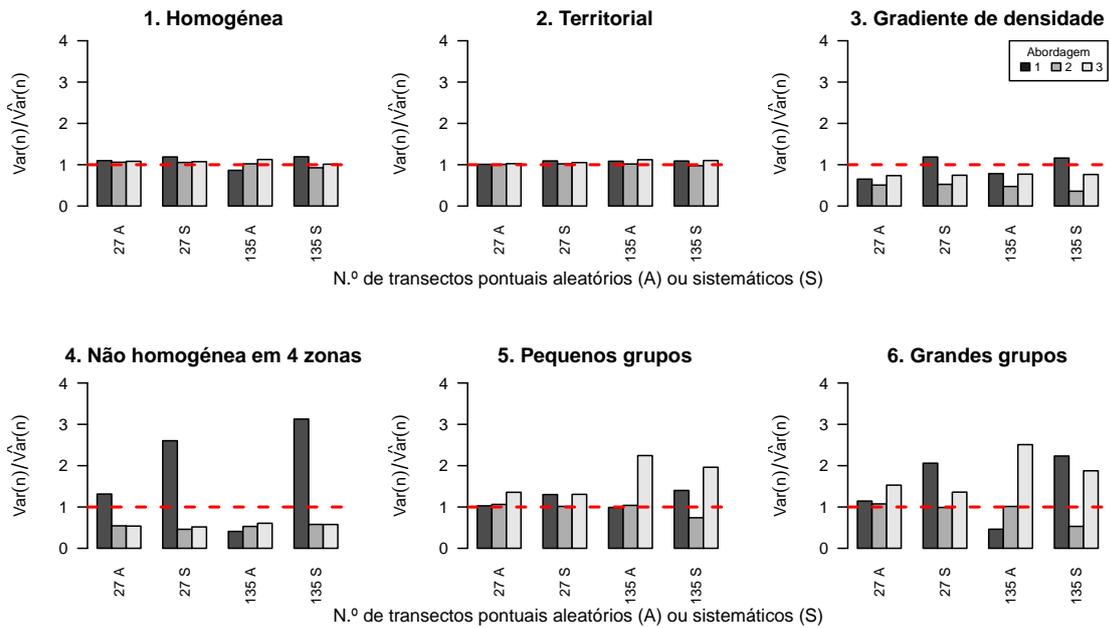


Figura 3.9: Gráfico de barras dos quocientes, entre $Var[n]$ e $\hat{E}[n]$ e entre $Var[n]$ e $\hat{Var}[n]$, obtidos para a amostragem por transectos pontuais, com as abordagens 1 (transectos aleatórios), 2 (transectos fixos, população aleatória e $N = 510$) e 3 (transectos fixos, população aleatória e $E[N] = 510$), com 10000 simulações e os transectos posicionados de forma A) aleatória ou S) sistemática.

3.4 Conclusão

Face aos resultados obtidos nas simulações, verifica-se que a distribuição amostral do estimador da abundância da amostragem por distâncias não é simétrica e tem caudas pesadas.

Com a colocação de um único transecto, dependendo da abordagem considerada, podem existir alguns problemas ao nível do enviesamento e da precisão nos estimadores convencionais, originados pelo número reduzido de observações. Quando a amostra tem uma dimensão razoável (mais de 60 observações), estes estimadores têm um bom desempenho tanto ao nível do não enviesamento como da precisão, mesmo em populações distribuídas de forma espacial não homogénea. Desaconselha-se desenhos que combinem o posicionamento sistemático com aleatório dos pontos em linha ou coluna, pois observou-se uma diminuição na precisão deste estimador.

Quando se considera que a aleatoriedade é proveniente do delineamento amostral e se opta pelo posicionamento aleatório dos transectos, a variância empírica é um estimador não enviesado para a verdadeira variância. Com o posicionamento sistemático dos transectos, este estimador revelou ser enviesado, nas populações não homogéneas, tendo-se verificado que a variância baseada no modelo Poisson é um estimador muito menos enviesado, apenas para os transectos lineares, quando na população os animais se distribuem em torno de 4 focos com intensidade diferente ou têm tendência para formar pequenos grupos.

Ao assumir-se que a aleatoriedade é devida apenas à distribuição dos animais na área de estudo, as propriedades dos estimadores são muito influenciadas pela localização dos transectos.

Comparando os resultados obtidos pelos transectos lineares com os dos transectos pontuais, verificou-se um melhor desempenho do estimador dos transectos pontuais quando as indivíduos da população tendem a concentrar-se em grandes grupos (cenários 4 e 6). Nos restantes cenários o estimador dos transectos lineares mostrou ser um estimador mais fiável.

Capítulo 4

Amostragem por transectos lineares em montanha

4.1 Introdução

Devido à sua simplicidade de aplicação, a amostragem por distâncias é uma técnica bastante aliante para se utilizar em terrenos montanhosos. Uma das primeiras aplicações da amostragem por distâncias em terrenos de montanha remonta aos finais da década de 80 com o trabalho de Escós e Alados (1988), onde são utilizados transectos lineares e pontuais para estimar a densidade de cabras e veados das espécies *Capra pyrenaica*, *Dama dama*, *Cervus elaphus* e *Ovis ammon* na Serra de Cazorla e Segura, no Sul de Espanha. No entanto, verificam-se várias incorrecções nas conclusões, onde os resultados são extrapolados com base apenas nas densidades observadas e não nas densidades estimadas, ou seja sem estimarem a probabilidade de detecção.

Apesar de inicialmente se ter verificado uma certa resistência na aplicação desta técnica neste tipo de terrenos, a partir da década de 90 foram publicados vários trabalhos que utilizam este método para estimar ungulados de montanha (veja-se por exemplo Palomares e Ruiz-Martínez 1993, e Pérez *et al.* 1994). Focardi *et al.* (2002) utilizaram a marcação-reavistamento e a amostragem por distâncias para estimar a densidade de ungulados (veados e javalis) numa floresta mediterrânica, concluindo que a amostragem por distâncias pode ser adequada a este tipo de populações. Salientaram ainda que a amostragem por distâncias é uma técnica menos exigente pois dispensa a difícil, morosa e dispendiosa tarefa de marcação dos animais, além de

permitir a observação de várias espécies em simultâneo.

A teoria convencional da amostragem por distâncias foi desenvolvida com base nas distâncias perpendiculares. Em terrenos montanhosos apesar desta distância não poder ser medida directamente, é possível obtê-la posteriormente com a projecção da distância real num plano horizontal. Afonso e Alpizar-Jara (2009) mostraram, com um exercício de simulação, que com a utilização desta distância projectada o estimador da abundância era enviesado. Além disso mostraram ainda os diferentes tipos de enviesamento causados no estimador da densidade com o uso de diferentes definições de distâncias.

Neste capítulo identifica-se uma das causas do enviesamento e apresenta-se uma correcção para o estimador convencional da amostragem por transectos lineares. Inicialmente são apresentadas algumas restrições na aplicação da amostragem por distâncias em terrenos montanhosos, dando especial ênfase às distâncias medidas. Seguidamente desenvolve-se a teoria associada à correcção proposta e avalia-se, por simulação, o desempenho do estimador corrigido. Finalmente na última secção, apresenta-se uma discussão dos resultados obtidos.

4.2 Condicionantes à amostragem por distâncias

A teoria convencional da amostragem por distâncias foi desenvolvida para terrenos planos, onde a probabilidade de detecção decresce com o aumento da distância do animal ao transecto linear. As distâncias utilizadas para ajustar a função de detecção são as perpendiculares, no caso dos transectos lineares, ou radiais no caso dos transectos pontuais. Contudo, em terrenos montanhosos, a irregularidade do terreno bem como a vegetação são uma condicionante à aplicação deste método uma vez que influenciam a visibilidade e conseqüentemente a probabilidade de detecção dos animais (Pérez *et al.* 2002b; Pérez e Alpizar-Jara, 2008). Ramsey e Harrison (2004) exploraram cenários em que a função de detecção não dependia apenas da distância, considerando obstáculos que condicionavam a visibilidade dos observadores, e desenvolveram os respectivos estimadores do tipo Horvitz-Thompson.

Outra questão que se coloca neste tipo de estudos é a impossibilidade de transectos rectilíneos, devido às irregularidades típicas dos terrenos montanhosos onde existem zonas com declives muito acentuados e difíceis de transpor, bem como aos possíveis obstáculos (por exemplo rochas, vegetação muito densa, entre outros). Hiby e Krishna (2001) mostraram que os transectos lineares poderiam ser curvilíneos desde que não muito acentuados, com raio superior

ao efeito ombro da função detecção, e fosse registada a menor distância entre o transecto e o animal detectado ao invés da habitual distância radial e ângulo. Actualmente, o *GPS* (Sistema de Posicionamento Global) é muitas vezes utilizado para registar as coordenadas do transecto percorrido e calcular o comprimento do transecto. A fórmula de cálculo das distâncias a partir das coordenadas do *GPS* assume que a superfície observada é plana e portanto nem sempre corresponde à distância realmente percorrida, uma vez que ignora o relevo (Buckland *et al.*, 2001, pág. 273-4). Para registar as distâncias aos animais detectados, bem como o respectivo ângulo de avistamento relativamente ao observador, são utilizados os instrumentos telémetro e bússola, respectivamente. O telémetro mede a distância inclinada, ou real, ou seja a distância ao animal detectado a partir da longitude da base e o ângulo formado entre a localização do animal detectado e a linha base (Figura 4.1).

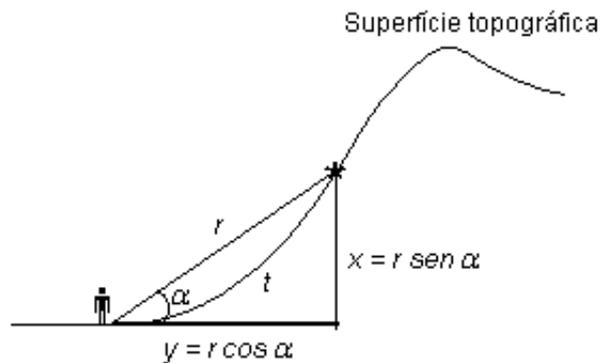


Figura 4.1: Distância horizontal ou perpendicular projectada, y , distância inclinada ou real, r , distância topográfica, t , a diferença de nível, x , entre o observador e o animal detectado e o ângulo, α , formado entre o nível do observador e o do animal detectado.

Apesar de Buckland *et al.* (2001, p. 306-7) sugerirem que se projectem todas as distâncias num plano, devido à necessidade de consistência das medições na estimação da área de estudo, nos artigos publicados não é claro que os autores procedam a tal projecção, na aplicação da amostragem por distâncias na estimação de ungulados de montanha. Também, por vezes, as distâncias inclinadas são tratadas muitas vezes como se tratassem de distâncias horizontais (por ex. Escós e Alados, 1988).

4.3 Áreas em montanha

Num terreno montanhoso existem, pelo menos, 3 tipos de áreas associadas às superfícies da região de estudo A :

- A_t - superfície topográfica, que inclui as formas produzidas pelos montes e vales;
- A_r - superfície inclinada;
- A_y - superfície projectada num plano horizontal.

Suponha-se que a superfície real pode ser descrita por uma função ϕ seccionalmente de classe C^1 . Seja D a projecção da superfície ϕ no plano Ouv , então a área, A_t , desta superfície é dada por

$$A_t = \iint_D \sqrt{1 + |\nabla\phi(u, v)|^2} \, dv \, du \quad (4.1)$$

onde

$$\nabla\phi(u, v) = \left(\frac{\partial\phi(u, v)}{\partial u}, \frac{\partial\phi(u, v)}{\partial v} \right) \quad (4.2)$$

e

$$|\nabla\phi(u, v)| = \sqrt{\left(\frac{\partial\phi(u, v)}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi(u, v)}{\partial v} \right)^2}, \quad (4.3)$$

(Piskounov, 1990, pág. 190-192). A distância topográfica entre dois pontos (observador e animal) desta superfície pode ser obtida pelo comprimento do menor arco descrito pela função $\phi(u, v)$ entre os dois pontos considerados.

Na prática a função ϕ é desconhecida, o que impossibilita não só o cálculo da área superfície topográfica, A_t , como o das distâncias topográficas entre o observador e o animal. Na literatura é possível encontrar vários métodos que permitem estimar a área de uma superfície irregular e deste modo obter a área aproximada da superfície topográfica (ver, por exemplo, Jenness, 2004).

A distância inclinada ou real entre dois pontos na superfície terrestre, corresponde à linha de menor distância entre as possíveis trajectórias sobre essa superfície entre esses dois pontos. Num terreno irregular, que apresente socacos ou vários montes consecutivos, é de extrema dificuldade ou até impossível quantificar a área da superfície inclinada, A_r . Como

$$A_t \geq A_r \geq A_y, \quad (4.4)$$

a superfície inclinada pode ser sobrestimada pela área da superfície topográfica, A_t , e subestimada pela área projectada num plano, A_y .

Na topografia um terreno é representado numa carta topográfica, segundo uma determinada escala, pela projecção ortogonal no plano horizontal de referência. A área do terreno, A_y , corresponde à medição da área gráfica correspondente, sendo por isso conhecida ou facilmente conhecida (Alves *et al.*, 1988, pág. V/6, VII/1).

Atendendo à relação (4.4) e assumindo que a abundância é constante na região de estudo A , o número de animais por unidade de área (densidade) é menor quanto maior for a superfície da região de estudo. Considerando a densidade definida como em (2.8) verifica-se que

$$D_t \leq D_r \leq D_y, \quad (4.5)$$

onde $D_t = N/A_t$, $D_r = N/A_r$ e $D_y = N/A_y$.

4.4 Estimação da densidade

O estimador convencional da amostragem por transectos lineares foi desenvolvido com base nas distâncias perpendiculares e no pressuposto da uniformidade das distâncias a todos os animais na área coberta, que é garantida com um elevado grau de certeza com a colocação aleatória dos transectos (Buckland *et al.*, 2001, pág. 29). Como se verá nas secções seguintes, em terrenos com relevo irregular, ou de declive não constante, é violado o pressuposto de uniformidade das distâncias perpendiculares projectadas, uma vez que as diferentes inclinações verificadas na superfície de estudo influenciam a densidade de animais nas diferentes classes de distâncias. Consequentemente é introduzido um enviesamento no estimador convencional da amostragem por distâncias.

De acordo com a teoria clássica, considera-se que o transecto linear é colocado no centro duma área rectangular (faixa transecto), com largura $2w$, o que corresponde a considerar que a distância máxima de observação é igual para ambos os lados do transecto.

4.4.1 Estimador convencional

Quando a região de estudo apresenta um declive constante, a densidade ou abundância de animais nessa região pode ser estimada com base nos estimadores convencionais da amostragem por transectos lineares (2.24) e (2.25), e nas distâncias inclinadas, r , ou perpendiculares projectadas, y , garantindo-se a consistência na medição das áreas de estudo e coberta.

Considere-se que a superfície montanhosa pode ser descrita por uma função linear do tipo

$$\phi(u, v) = \beta_0 + \beta_1 u + \beta_2 v, \quad u_1 \leq u \leq u_2, \quad v_1 \leq v \leq v_2, \quad (4.6)$$

tal que a sua projecção num plano horizontal Ouv resulta numa superfície rectangular.

Na amostragem por transectos lineares, a área inclinada amostrada com um transecto linear de largura $2w_r$ e comprimento L , é $a_r = 2w_r L$. Por conseguinte, na superfície de estudo A_r a probabilidade de um animal se encontrar no intervalo de distância $(r, r + dr)$ na faixa amostrada, onde dr é relativamente pequeno, é

$$\varphi(r)dr = \frac{2 \int_0^L \int_r^{r+dr} \sqrt{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2} dudv}{2 \int_0^L \int_0^{w_r} \sqrt{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2} dudv} = \frac{2L \sqrt{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2} dr}{2L \sqrt{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2} w_r} = \frac{1}{w_r} dr, \quad 0 \leq r \leq w_r, \quad (4.7)$$

tendo-se usado (4.1) no cálculo das áreas, uma vez que a superfície inclinada coincide com a superfície topográfica.

À projecção da distância de truncatura inclinada w_r num plano horizontal corresponde a distância perpendicular de truncatura $w \leq w_r$ donde resulta a área rectangular $a_y = 2wL$. Nesta situação e sob o posicionamento aleatório do transecto, a probabilidade de um animal estar na faixa amostrada a_y , e no intervalo de distância $(y, y + dy)$, onde dy representa uma distância muito pequena, a f. d. p. das distâncias perpendiculares aos animais é

$$\varphi(y)dy = \frac{2Ldy}{2wL} = \frac{1}{w} dy, \quad 0 \leq y \leq w. \quad (4.8)$$

Em suma, em terrenos com inclinação constante, verifica-se a uniformidade tanto das distâncias inclinadas como das distâncias perpendiculares.

Se a superfície montanhosa for descrita por uma função não linear em apenas uma das coordenadas u ou v e o transecto linear for posicionado paralelamente a essa coordenada (i.e., perpendicularmente à curva de nível), então as f.d.p. (4.7) e (4.8) permanecem válidas porque a menor distância inclinada do transecto ao animal detectado coincide com a distância perpendicular projectada (Figura 4.2(a)). Porém, se o transecto linear for colocado noutra qualquer posição (Figura 4.2(b)), ou a superfície for descrita por uma função não linear em u e v simultaneamente, estas distâncias já não coincidem e as f.d.p. anteriores deixam de ser válidas, sendo necessário deduzir as f.d.p. correspondentes e corrigir o estimador convencional. Seguidamente apresenta-se um resultado que será utilizado no estimador corrigido.

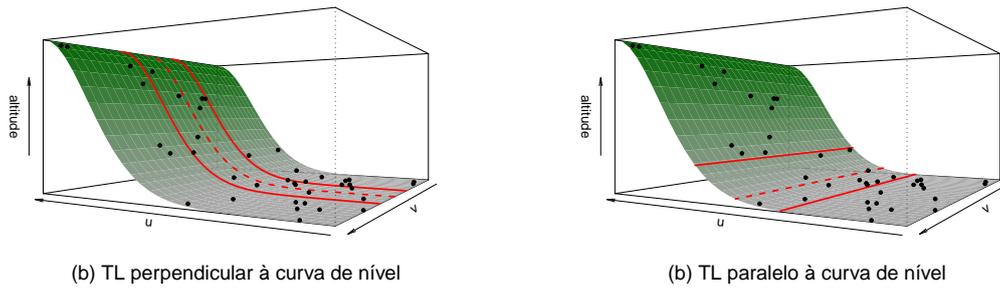


Figura 4.2: Superfícies montanhosas descritas por funções não lineares em u . Os pontos representam os animais existentes nessa região. O observador percorre uma linha (a tracejado) observando a área compreendida entre as duas linhas vermelhas.

4.4.2 Combinação de distribuições uniformes

A teoria convencional da amostragem por distâncias assenta no pressuposto da uniformidade das distâncias perpendiculares de todos os animais, ao transecto linear, na área coberta. Contudo, se a distância de truncatura w for muito diferente em cada um dos lados do transecto, este pressuposto já não se verifica, como se mostra em seguida.

Seja w_j , $j = 1, 2$, a largura de cada um dos lados do transecto, podendo $w_1 \neq w_2$. Cada transecto linear pode ser encarado como a junção de dois transectos lineares, nos quais se registaram distâncias apenas para um dos lados. Sob o posicionamento aleatório dos transectos, sabe-se da teoria convencional da amostragem por transectos lineares, que as distâncias de todos os animais, detectados ou não, ao transecto linear se pode considerar uniforme. Seja $Y_j \sim U[0; w_j]$, $j = 1, 2$, a distribuição uniforme associada a cada um dos lados do transecto linear, podendo-se assumir a independência entre estas variáveis. Se forem amostrados K transectos lineares (Figura 4.3), a cada um dos transectos estará associado um par de distribuições uniformes independentes Y_1, Y_2, \dots, Y_{2K} , com $Y_j \sim U[0; w_j]$, cuja f.d.p. é dada por

$$f_k = f_{Y_k}(y) = \frac{1}{w_k}, \quad 0 \leq y \leq w_k, \quad k = 1, \dots, 2K. \quad (4.9)$$

Na estimação da probabilidade de detecção, P_a , combinam-se as distâncias de todos os transectos, ou seja, combinam-se todas estas distribuições uniformes obtendo-se a variável aleatória $Y = Y_i$ se $y \in [w_{i-1}; w_i[$, $i = 1, \dots, \kappa$, onde κ representa o número de distâncias de truncatura, w_i , distintas, $w_0 = 0$ e $w_\kappa = \max(w_i) = w_{\kappa:\kappa}$. A distribuição da variável Y será uma função em escada, cujos patamares resultam da sobreposição das várias uniformes. Para obter a altura de

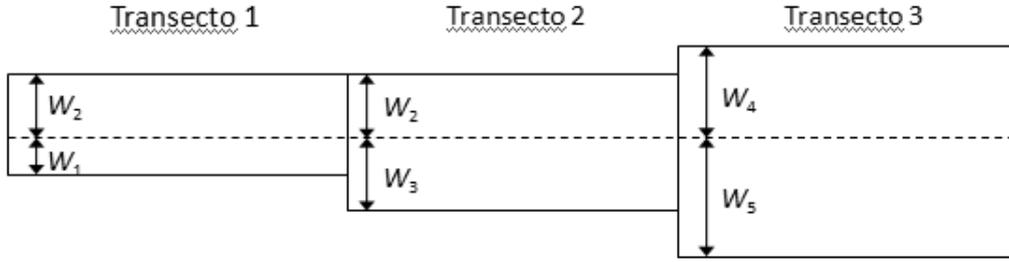


Figura 4.3: Três transectos lineares com distâncias de truncatura, w , diferentes.

cada um destes patamares temos de tomar em consideração que:

- O domínio associado a cada uma das variáveis Y_i não tem igual amplitude, o que resulta em patamares de comprimentos diferentes,
- As variáveis Y_i podem ter contribuições $0 < \alpha_i < 1$ diferentes para a variável Y , pois as distâncias de truncatura w_i podem não ser equiprováveis.

Por consequência, procedeu-se à normalização das várias f.d.p. ponderadas considerando

$$f_i^* = \frac{\alpha_i f_i}{\sum_{j=1}^{\kappa} \alpha_j f_j} = \frac{\alpha_i}{w_i C}, \quad i = 1, \dots, \kappa, \quad (4.10)$$

onde $C = \sum_{j=1}^{\kappa} (\alpha_j f_j) = \sum_{j=1}^{\kappa} (\alpha_j / w_j)$ e $\sum_{i=1}^{\kappa} \alpha_i = 1$.

Uma vez que cada variável Y_i tem domínio entre 0 e w_i , $i = 1, \dots, \kappa$ e assumindo que $w_0 < w_1 < w_2 < \dots < w_{\kappa}$, o primeiro patamar de $f_Y(y)$ varia entre $[0; w_1[$ e é determinado por todas estas variáveis Y_i , o segundo patamar varia entre $[w_1; w_2[$ sendo por isso determinado pelas variáveis Y_i , $i = 2, \dots, \kappa$ e, mais genericamente, o j -ésimo patamar varia entre $[w_{j-1}, w_j[$, $j = 1, \dots, \kappa$, sendo determinado pelas variáveis Y_i , $i = j, \dots, \kappa$. Então a contribuição absoluta acumulada de cada patamar é

$$c_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i = 1 \\ 1 - \sum_{j=1}^{i-1} f_j^*, & \text{se } i = 2, \dots, \kappa, \end{cases} \quad (4.11)$$

donde se obtêm as probabilidades

$$P(w_{i-1} \leq Y < w_i) = \frac{c_i}{\sum_{j=1}^{\kappa} c_j} = \begin{cases} \frac{1}{\kappa - C^{-1} \sum_{i=2}^{\kappa} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\alpha_i}{w_i}}, & \text{se } i = 1 \\ \frac{1 - C^{-1} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\alpha_i}{w_i}}{\kappa - C^{-1} \sum_{i=2}^{\kappa} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\alpha_i}{w_i}}, & \text{se } i = 2, \dots, \kappa \end{cases} \quad (4.12)$$

Como

$$P(w_{i-1} \leq Y < w_i) = \int_{w_{i-1}}^{w_i} \varphi(y) dy, \quad i = 1, \dots, \kappa, \quad (4.13)$$

resulta que

$$\varphi(y) = \frac{1}{w_i - w_{i-1}} \frac{c_i}{\sum_{j=1}^{\kappa} c_j}, \quad w_{i-1} \leq y < w_i, \quad i = 1, \dots, \kappa. \quad (4.14)$$

Na Figura 4.4 apresenta-se a representação gráfica da função (4.14) para o situação ilustrada na Figura 4.3.

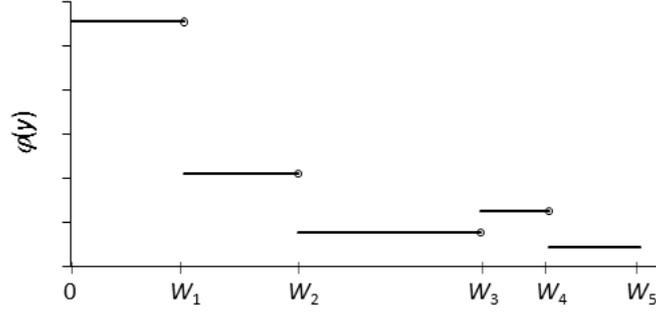


Figura 4.4: Representação gráfica da função resultante da sobreposição de várias distribuições uniformes.

4.4.3 Correção da probabilidade de detecção

Por simplicidade, e sem perda de generalidade, suponha-se que a superfície da região de estudo A é descrita por uma função não linear em u do tipo

$$\phi(u, v) = \phi(u), \quad u_1 \leq u \leq u_2, \quad v_1 \leq v \leq v_2, \quad (4.15)$$

onde ϕ é uma função monótona em relação a u e que a projecção desta superfície num plano horizontal resulta num rectângulo. Considere-se ainda que o transecto linear será colocado sob uma curva de nível desta superfície, sendo por isso descrito pelas coordenadas

$$(u, v, altitude) = (u_0, v, \phi(u_0)), \quad u_1 \leq u_0 \leq u_2, \quad v_1 \leq v \leq v_2. \quad (4.16)$$

As distâncias reais, r , entre o ponto $(u_i, v_i, \phi(u_i))$ e o transecto linear $(u_0, v, \phi(u_0))$ são determinadas pela expressão

$$r_i = \sqrt{(\phi(u_0) - \phi(u_i))^2 + (u_0 - u_i)^2}, \quad u_1 \leq u_i \leq u_2, \quad u_1 \leq u_0 \leq u_2, \quad i = 1, \dots, N, \quad (4.17)$$

e as distâncias perpendiculares projectadas, y , por

$$y_i = |u_0 - u_i|, \quad u_1 \leq u_i \leq u_2, \quad u_1 \leq u_0 \leq u_2, \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.18)$$

Considere-se que a distância inclinada de truncatura, w_r , é igual para ambos os lados do transecto, e que estas são determinadas pelos pontos com coordenadas $(u_e, v, \phi(u_e))$ e $(u_d, v, \phi(u_d))$ com $u_1 \leq u_e \leq u_0 \leq u_d \leq u_2$ e $v_1 \leq v \leq v_2$, i. e.

$$\begin{aligned} w_r &= \sqrt{(\phi(u_e) - \phi(u_0))^2 + (u_e - u_0)^2}, \\ &= \sqrt{(\phi(u_0) - \phi(u_d))^2 + (u_0 - u_d)^2}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

A distância perpendicular projectada destes pontos ao transecto linear é

$$y_d = |u_0 - u_d|, \quad u_1 \leq u_d \leq u_2, \quad u_1 \leq u_0 \leq u_2, \quad (4.20)$$

$$y_e = |u_e - u_0|, \quad u_1 \leq u_e \leq u_2, \quad u_1 \leq u_0 \leq u_2.$$

Como estes são os pontos associados às distância inclinada de truncatura, y_d e y_e correspondem à distância perpendicular máxima de um animal no plano horizontal, ou seja, às distâncias perpendiculares de truncatura

$$w_1 = y_d, \quad u_1 \leq u_d \leq u_2, \quad (4.21)$$

$$w_2 = y_e, \quad u_1 \leq u_e \leq u_2, \quad (4.22)$$

onde $0 \leq w_1 \leq w_r$ e $0 \leq w_2 \leq w_r$. Em terrenos com declive constante tem-se $w_1 = w_2$, mas em terrenos assimétricos tal pode já não se verificar uma vez que os pontos projectados no plano horizontal podem não estar equidistantes em relação ao transecto linear (Figura 4.5). Portanto, a cada transecto estarão associadas duas distâncias perpendiculares de truncatura w_1 e w_2 , donde a área projectada amostrada é

$$a_y = (w_1 + w_2)L, \quad 0 < w_1 < w_2 \leq w_r. \quad (4.23)$$

Tendo por base o resultado (4.14), a f. d. p. das distâncias perpendiculares aos animais é,

$$\varphi(y) = \begin{cases} \frac{w_1 + w_2}{w_1(2w_1 + w_2)}, & \text{se } 0 \leq y < w_1 \\ \frac{w_1}{(w_2 - w_1)(2w_1 + w_2)}, & \text{se } w_1 \leq y < w_2 \end{cases} \quad (4.24)$$

que substituindo na expressão da probabilidade de detecção (2.11) dá origem a

$$\tilde{P}_a = \frac{1}{2w_1 + w_2} \left(\frac{w_1 + w_2}{w_1} \int_0^{w_1} g(y) dy + \frac{w_1}{w_2 - w_1} \int_{w_1}^{w_2} g(y) dy \right). \quad (4.25)$$

Generalizando para κ distâncias de truncatura distintas, obtidas a partir de K transectos lineares, a área coberta é $a_y = \sum_{i=1}^{2K} w_i L$ e a probabilidade de detecção corrigida é

$$\tilde{P}_a = \sum_{i=1}^{\kappa} \int_{w_{i-1}}^{w_i} g(y) \varphi(y) dy, \quad (4.26)$$

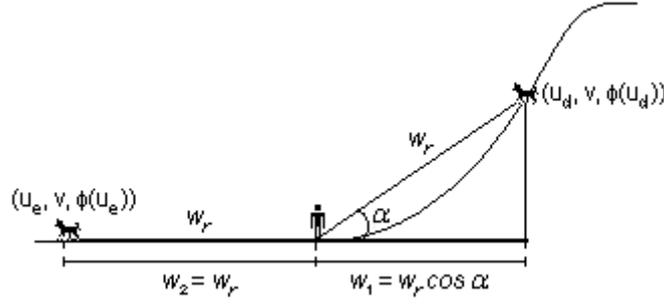


Figura 4.5: Ângulo de inclinação, distância inclinada de truncatura, w_r , e sua projecção no plano horizontal. Devido à assimetria do terreno, à distância inclinada w_r estão associadas duas distâncias perpendiculares de truncatura, w_1 e w_2 .

onde $w_0 = 0$, $w_\kappa \leq w_r$. O estimador desta probabilidade será designado por $\hat{\hat{P}}_a$.

Substituindo a probabilidade de detecção convencional P_a , dada por (2.11), pela corrigida \tilde{P}_a (4.26), a abundância na área observada é estimada por

$$\tilde{N}_c = \frac{n}{\hat{\hat{P}}_a}. \quad (4.27)$$

Efectuando a mesma substituição no estimador convencional da densidade (2.8), e tendo em consideração que a área efectivamente amostrada é a_y , propõe-se

$$\tilde{D} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{2K} w_i L \hat{\hat{P}}_a}. \quad (4.28)$$

Seguidamente estuda-se, por simulação, as propriedades do estimador proposto $\hat{\hat{P}}_a$, para a probabilidade de detecção corrigida (4.26), e compara-se o seu desempenho com o estimador \hat{P}_a da probabilidade de detecção convencional (2.11), assumindo que:

1. $\alpha_i = p_i$, $i = 1, \dots, \kappa$, onde p_i é a frequência relativa das distâncias de truncatura w_i observadas. Este estimador será representado por $\hat{\hat{P}}_{a_1}$.
2. $\alpha_i = 1/\kappa$, $i = 1, \dots, \kappa$, ou seja, as distâncias de truncatura w_i são igualmente prováveis. Este estimador será representado por $\hat{\hat{P}}_{a_2}$.

Num terreno muito irregular, as $2K$ distâncias perpendiculares de truncatura dos K transectos lineares serão todas diferentes, $w_i \neq w_j$, $\forall i \neq j$, $i, j = 1, \dots, \kappa = 2K$, e portanto $\hat{\hat{P}}_{a_1} = \hat{\hat{P}}_{a_2}$. Num terreno de declive constante, a projecção da distância inclinada de truncatura num plano horizontal resulta apenas numa distância perpendicular de truncatura, $w_i = w$, $\forall i = 1, \dots, 2K$, ou seja $\kappa = 1$ e nessa situação $\hat{\hat{P}}_{a_1} = \hat{\hat{P}}_{a_2} = \hat{P}_a$.

A variância dos estimadores \hat{P}_{a_i} , $i = 1, 2$, tenderá a aumentar com o número de distâncias perpendiculares de truncatura distintas. Assim, foram considerados estimadores alternativos onde se assumiu que existiam apenas duas distâncias de truncatura distintas igualmente prováveis ($\alpha_i = 1/\kappa$, $i = 1, 2$ e $\kappa = 2$):

3. $w_1 = \bar{w} = \sum_{i=1}^{2K} w_i / (2K)$ e $w_2 = w_{2K:2K}$. Este estimador será representado por \hat{P}_{a_3} .

4. $w_1 = \frac{1}{2}(w_{2K:2K} + w_{1:2K})$ e $w_2 = w_{2K:2K}$. Este estimador será representado por \hat{P}_{a_4} .

5. $w_1 = \tilde{w}$ e $w_2 = w_{2K:2K}$, onde \tilde{w} representa a mediana, i.e.,

$$\tilde{w} = \begin{cases} w_{\frac{K+1}{2}:n}, & \text{se } K \text{ ímpar} \\ \frac{1}{2} \left(w_{\frac{K}{2}:n} + w_{\frac{K}{2}+1:n} \right), & \text{se } K \text{ par} \end{cases} \quad (4.29)$$

Este estimador será representado por \hat{P}_{a_5} .

Utilizar-se-á a notação \tilde{N}_{c_i} e \tilde{D}_i para os estimadores da abundância na área coberta e da densidade construídos com base nos estimadores propostos \hat{P}_{a_i} , $i = 1, \dots, 5$.

4.5 Simulação

4.5.1 Cenários considerados

Neste estudo de simulação, considerou-se um cenário simples no qual o único obstáculo à detecção dos animais é o próprio declive do terreno. Tomando por base uma região projectada quadrada, $A = [0; 1] \times [0; 1]$, foram simulados três tipos de relevos, $\phi(u, v)$ (Figura 4.6):

1. Superfície com inclinação constante ($\beta_0 = 1$, $\beta_1 = -1$ e $\beta_2 = 0$):

$$\phi(u, v) = 1 - u, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1. \quad (4.30)$$

2. Superfície com duas zonas de declives distintos:

$$\phi(u, v) = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 u, & \text{se } 0 \leq u \leq \delta \text{ e } 0 \leq v \leq 1, \\ 0, & \text{se } \delta < u \leq 1 \text{ e } 0 \leq v \leq 1. \end{cases} \quad (4.31)$$

Considerou-se $\beta_0 = \sqrt{1/5}$, $\beta_1 = -\sqrt{5/4}$ e $\delta = 0, 4$.

3. Superfície curva (a imitar metade de uma montanha):

$$\phi(u, v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{u - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\}, \quad 0 \leq v \leq 1, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad \mu = 0, \quad \sigma = 0, 2. \quad (4.32)$$

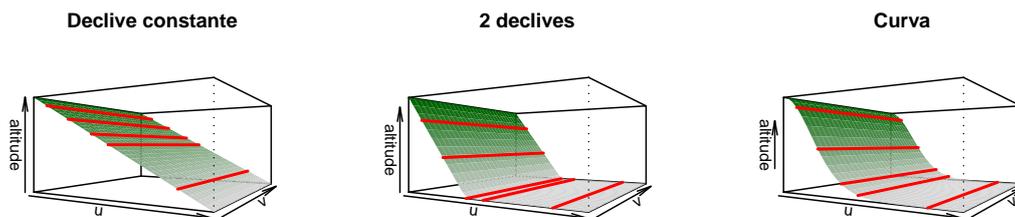


Figura 4.6: Cenários montanhosos simulados, com a exemplificação do posicionamento de 5 transectos lineares aleatórios sobre as curvas de nível.

No processo de avaliação do desempenho dos estimadores, convencional (\hat{D}) e corrigidos (\tilde{D}_i , $i = 1, \dots, 5$), da amostragem por transectos lineares considerou-se uma população homogénea fixa com $N = 510$ animais, na região de estudo A , e em cada uma das 10000 simulações foram posicionados de forma aleatória e sobre as curvas de nível 1, 5 e 10 transectos lineares.

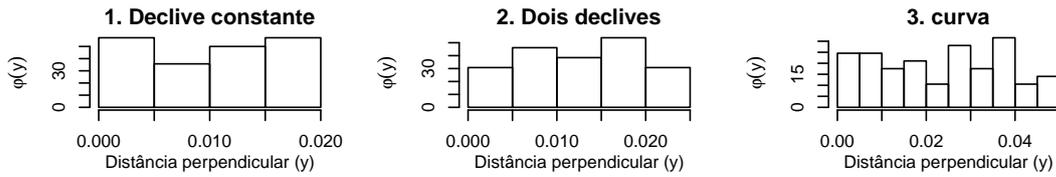
Para obter as localizações dos animais na superfície montanhosa, geraram-se inicialmente as localizações dos animais na região quadrada A e posteriormente projectaram-se as localizações (u, v) dos animais no espaço tridimensional $(u, v, \phi(u, v))$.

4.5.2 Função densidade de probabilidade das distâncias

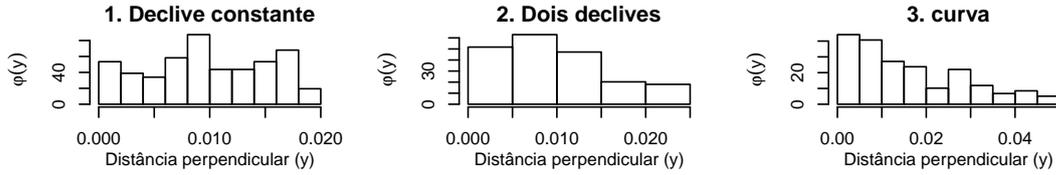
Na Figura 4.7 estão representadas as distribuições das distâncias perpendiculares, y , e inclinadas, r , a todos os animais na área coberta, para uma simulação representativa do comportamento obtido para a distribuição destas distâncias. A não uniformidade das distâncias inclinadas observada em alguns histogramas poderá dever-se às classes de distâncias consideradas ou ao facto de apenas estar representada uma realização. Apesar de se ter garantido a igual cobertura no processo de selecção dos animais, pode haver um pequeno efeito de fronteira devido à elevada diferença entre os níveis, ou altitude, de ambos os lados da região: num extremo o nível é aproximadamente 0 e no outro extremo o nível é bastante superior à distância de truncatura, w_r , considerada.

Para testar a condição de uniformidade das distâncias, a todos os animais na área coberta, foi realizado o teste de Kolmogorov-Smirnov (Tabela B.2). Em mais de 90% das simulações a uniformidade das distâncias inclinadas e topográficas não foi rejeitada (Tabela 4.1). Como seria de esperar o mesmo não se verifica com as distâncias perpendiculares em terrenos com

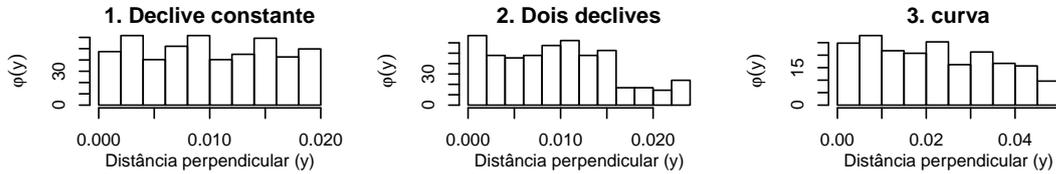
Função densidade de probabilidade das distâncias perpendiculares (1 TL)



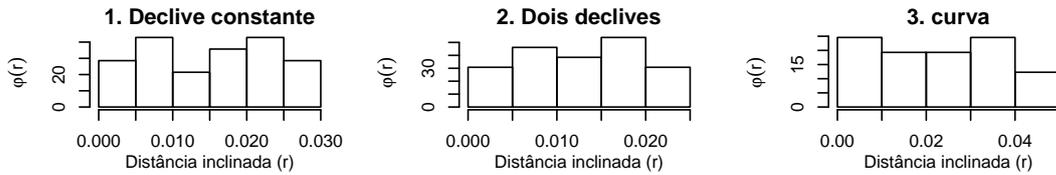
Função densidade de probabilidade das distâncias perpendiculares (5 TL)



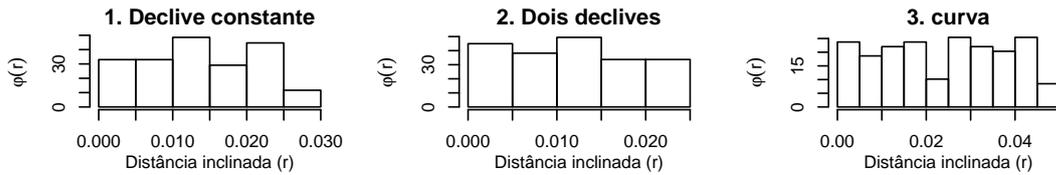
Função densidade de probabilidade das distâncias perpendiculares (10 TL)



Função densidade de probabilidade das distâncias inclinadas (1 TL)



Função densidade de probabilidade das distâncias inclinadas (5 TL)



Função densidade de probabilidade das distâncias inclinadas (10 TL)

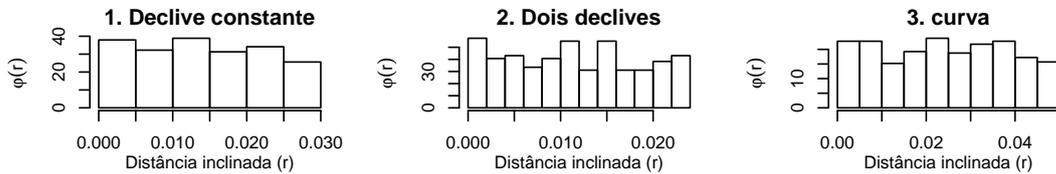


Figura 4.7: Histograma das distâncias perpendiculares projectadas, y , e inclinadas, r , aos animais na área coberta, por cenário e número de transectos lineares (TL) posicionados aleatoriamente.

declive não constante. Com o aumento do número de transectos lineares, e consequentemente o aumento do número de distâncias, a hipótese de uniformidade destas distâncias é nitidamente rejeitada em mais de metade das simulações.

Tabela 4.1: Proporção de *valores p* superiores a 0,05 obtidos com teste de Kolmogorov-Smirnov no ajustamento das distâncias à distribuição Uniforme por cenário, tipo de distância, número de transectos lineares aleatórios nas 10000 simulações.

Distância	N.º TL	Cenário		
		1. Declive constante	2. Dois declives	3. Curva
Perpendicular	1	0,939	0,937	0,904
	5	0,946	0,556	0,189
	10	0,945	0,326	0,045
Inclinada	1	0,939	0,933	0,894
	5	0,946	0,935	0,907
	10	0,945	0,937	0,901
Topográfica	1	0,939	0,933	0,894
	5	0,946	0,934	0,905
	10	0,945	0,924	0,898

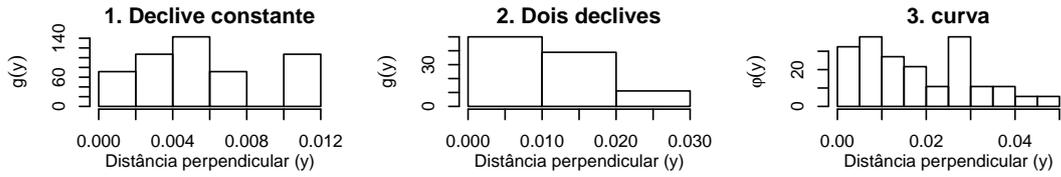
4.5.3 Função de detecção

A amostra de animais detectados foi obtida a partir das distâncias inclinadas, assumindo uma função de detecção $g(r)$ da família semi-normal conhecida, apresentando-se na Tabela 4.2 o parâmetro escala, θ , e a distância inclinada de truncatura, w_r , considerados, verificando-se que $g(w_r) = 0,15$. A proporção da superfície inclinada coberta com 1, 5 e 10 transectos lineares é aproximadamente de 0,04; 0,2 e 0,4, respectivamente.

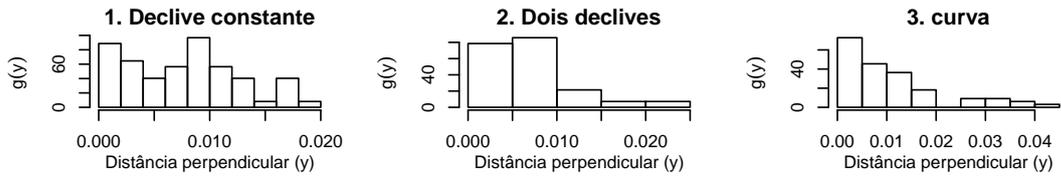
Para cada um dos n animais detectados foi registada a sua distância inclinada, r , perpendicular, y , topográfica, t , e também o ângulo β relativamente à posição do observador. Também aqui foi garantida a igual cobertura no processo de detecção.

No cenário 3, a dimensão média das amostras obtidas é cerca de 60% superior à dos outros cenários, o que está associado ao facto de, em média, a área projectada amostrada ser 50%

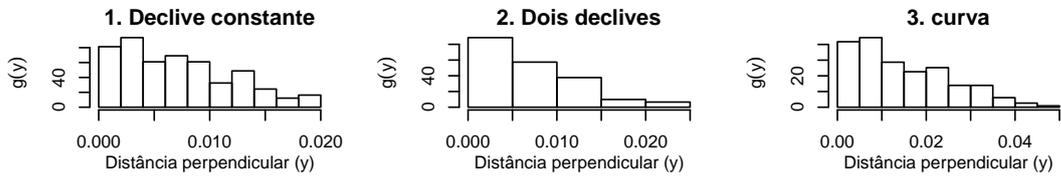
Função de detecção das distâncias perpendiculares (1 TL)



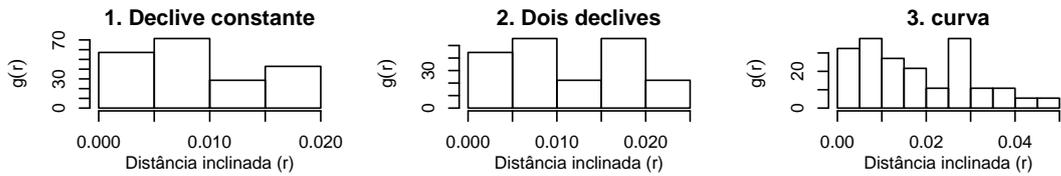
Função de detecção das distâncias perpendiculares (5 TL)



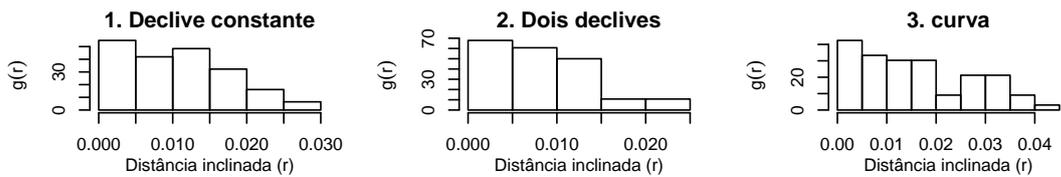
Função de detecção das distâncias perpendiculares (10 TL)



Função de detecção das distâncias inclinadas (1 TL)



Função de detecção das distâncias inclinadas (5 TL)



Função de detecção das distâncias inclinadas (10 TL)

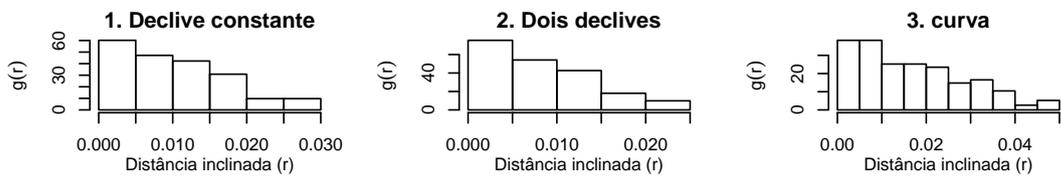


Figura 4.8: Histograma das distâncias detectadas perpendiculares projectas, y , e inclinadas, r , por cenário e número de transectos lineares (TL) posicionados aleatoriamente (A).

Tabela 4.2: Distâncias inclinadas de truncatura, w_r , e valor do parâmetro θ considerados na função detecção $g(r) = \exp(-r^2/(2\theta^2))$, $0 \leq r \leq w_r$, e a probabilidade de detecção, P_{a_r} .

Cenário	w_r	θ	P_{a_r}
1. Declive constante	0,0276	0,014	0,61
2. Dois declives diferentes	0,0234	0,012	0,61
3. Curva	0,0491	0,025	0,61

superior neste cenário (tabela B.1). Contudo, nos cenários 1 e 2 as dimensões das amostras apresentam menor variabilidade.

Na Figura 4.8 estão representadas as distâncias detectadas numa simulação representativa do comportamento médio destas distâncias. Nestes gráficos observa-se que a cauda das funções das distâncias inclinadas é mais pesada do que a das distâncias perpendiculares, sendo esta diferença mais evidente com o aumento da variabilidade do declive do terreno (cenário 3). Este comportamento mostra que a função de detecção das distâncias perpendiculares não é a mesma das distâncias inclinadas.

Para estimar a função de detecção e a probabilidade de detecção associadas às distâncias perpendiculares observadas, realizou-se o processo descrito na secção 2.3.4 e implementado no programa Distance, *release 2* (Thomas *et al.*, 2005). Neste processo de estimação inicialmente consideraram-se todas as distâncias detectadas sem e com a inclusão da covariável associada à diferença entre o nível do transecto e o animal detectado. Posteriormente truncaram-se 5% das maiores distâncias detectadas e repetiu-se o processo de estimação. Finalmente, com base na função de detecção ajustada a todas as distâncias e sem covariáveis, calcularam-se as estimativas corrigidas da densidade e abundância, com os estimadores propostos na secção anterior (Anexo C.2).

4.5.4 Resultados

Na determinação das estimativas da densidade de animais, para além dos estimadores propostos (\tilde{D}) e convencional (\hat{D}), foi ainda utilizado um estimador adicional onde se considerou a probabilidade de detecção corrigida e se assumiu que a área coberta era a convencional, i.e., $a = 2w_yL$. Para todos os estimadores observa-se a existência de um elevado número de valores aberrantes (Figuras 4.9 e 4.10).

2. Dois declives

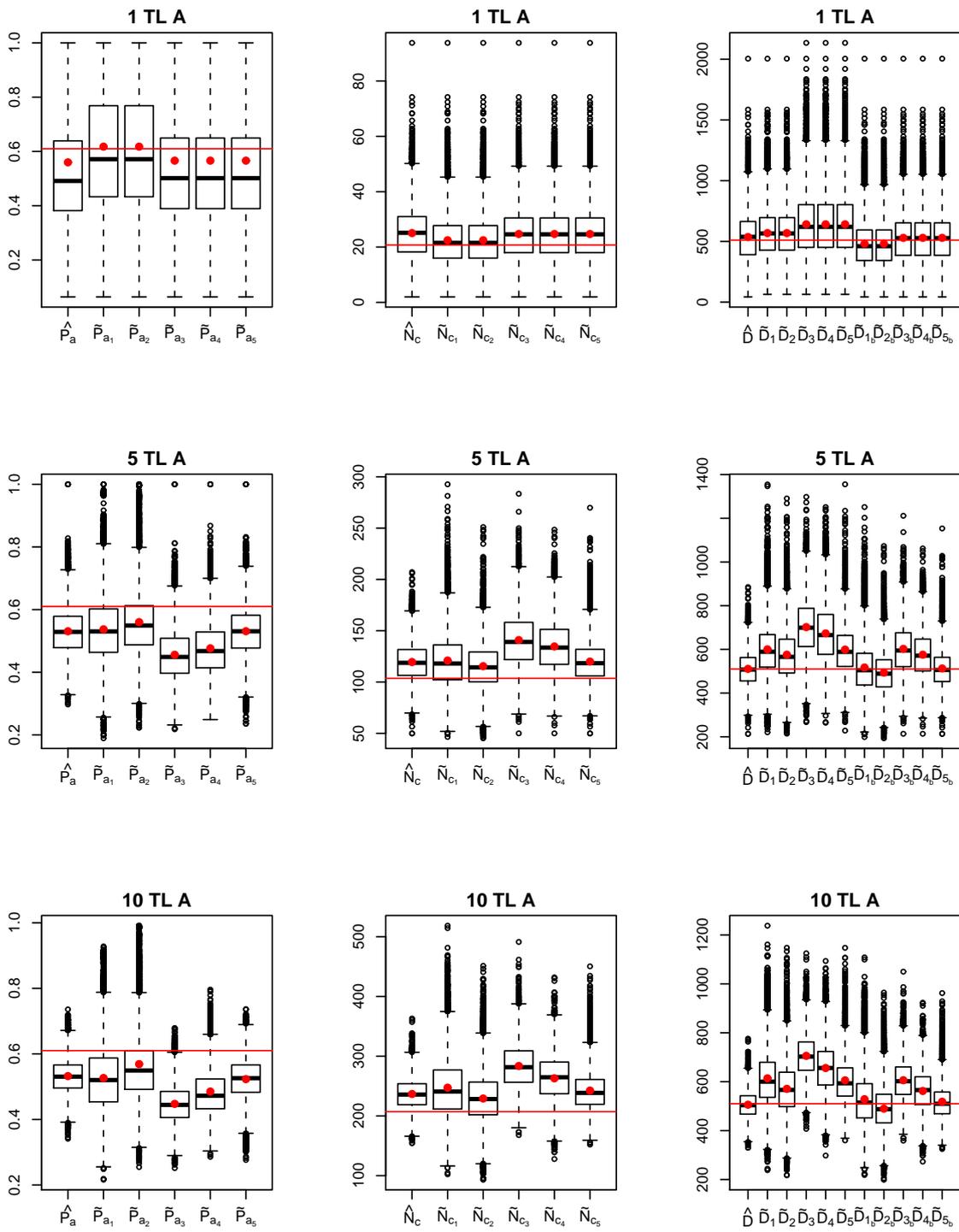


Figura 4.9: Comparação da probabilidade de detecção estimada, abundância estimada na área de estudo e densidade estimada, dos estimadores convencionais com os estimadores propostos, para o cenário com 2 declives diferentes. As linhas encarnadas horizontais indicam os valores populacionais e os pontos encarnados as médias amostrais.

3. Curva

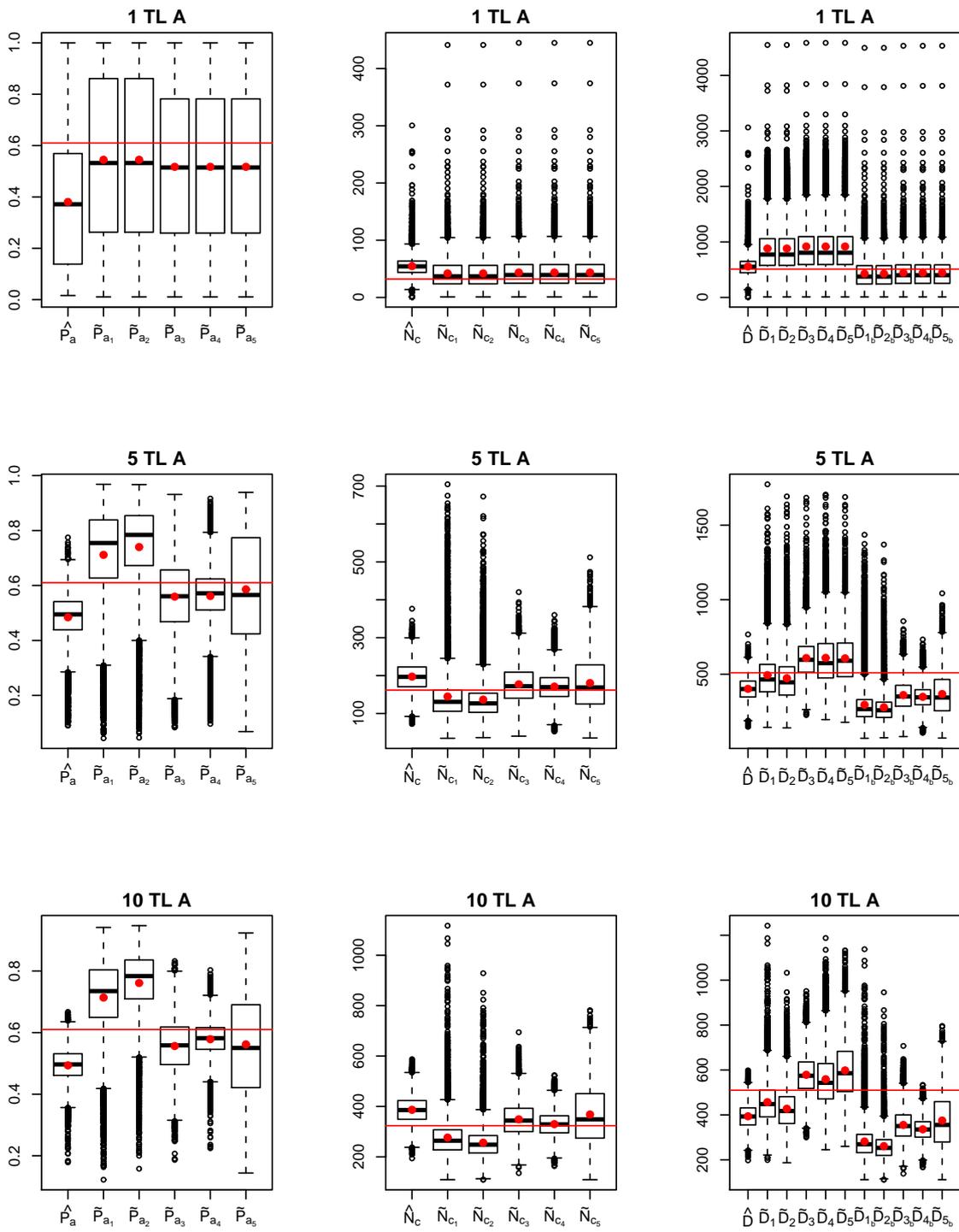


Figura 4.10: Comparação da probabilidade de detecção estimada, abundância estimada na área de estudo e densidade estimada, dos estimadores convencionais com os estimadores propostos, para o cenário com vários declives. As linhas encarnadas horizontais indicam os valores populacionais e os pontos encarnados as médias amostrais.

Na superfície com inclinação constante (cenário 1), os resultados obtidos com os estimadores propostos são idênticos aos obtidos com os estimadores convencionais (Tabelas B.3 a B.6), tendo-se optado por não apresentar a sua representação gráfica. Com um transecto linear, os estimadores da probabilidade de detecção (P_a) apresentam uma distribuição assimétrica positiva com média superior à verdadeira probabilidade de detecção (Tabela B.3(a)); os estimadores da abundância na área coberta (N_c) e densidade (D) são não enviesados e apresentam muitos valores aberrantes elevados. Quando se consideraram 5 e 10 transectos lineares, tanto o estimador convencional como os estimadores propostos revelaram ser não enviesados (Tabelas B.3(a) a B.5) e com distribuição simétrica. A exclusão de 5% das maiores distâncias observadas, produziu estimativas enviesadas para os verdadeiros valores. A inclusão da covariável relativa à diferença de nível entre o animal detectado e o transecto produziu estimativas muito afastadas dos valores reais.

No cenário 2, onde se consideraram dois declives diferentes, o estimador não convencional subestimou a probabilidade de detecção, sobrestimou a abundância de animais na área coberta e mostrou ser não enviesado para a densidade (Figura 4.9). A inclusão da covariável diferença de nível reduziu o enviesamento dos estimadores mas aumentou a sua variabilidade. Com um transecto linear todos os estimadores propostos para a probabilidade de detecção são menos enviesados; são ligeiramente enviesados positivamente para a probabilidade de detecção e os estimadores da densidade calculados com base na área projectada realmente coberta são enviesados positivamente e menos precisos do que os baseados na área coberta $a = 2w_yL$, considerada no estimador convencional. Com 5 e 10 transectos os estimadores da probabilidade de detecção construídos com medidas resumo das distâncias de truncatura (índice 3, 4 e 5) revelaram ser mais enviesados do que os estimadores propostos com índice 1 e 2 e convencional, mas com menor dispersão. O estimador que considera as distâncias de truncatura equiprováveis (índice 2) é o que apresenta menor enviesamento e maior dispersão, ao passo que o estimador convencional mostra ser mais preciso (Tabelas B.3 a B.6). Relativamente à abundância de animais na área coberta, também aqui o estimador proposto baseado no ponto médio (\tilde{N}_{c5}) foi o que apresentou melhor desempenho: é não enviesado e mais preciso que os restantes. Em termos de densidade, ao contrário do observado com apenas 1 transecto linear, aqui são os estimadores baseados na área projectada realmente coberta que mostraram ser menos enviesados, mas menos precisos que os baseados na área convencional (índice b). A inclusão de covariáveis no estimador convencional e/ou a truncatura de 5% das maiores distâncias reduziu o enviesa-

mento do estimador convencional, mas aumentou a sua dispersão.

Finalmente na superfície curva (cenário 3), tal como nos cenários anteriores, os resultados obtidos com apenas um transecto linear são diferentes dos obtidos com 5 e 10 transectos (Figura 4.10). O estimador convencional é enviesado negativamente para a probabilidade de detecção e enviesado positivamente para a abundância de animais na área coberta. Os estimadores propostos para a probabilidade de detecção $\hat{P}_3, \hat{P}_4, \hat{P}_5$, são menos enviesados do que o estimador convencional, sendo o estimador \hat{P}_4 o mais preciso (Tabelas B.3 a B.6). Com um transecto linear, todos os estimadores propostos para a abundância na área coberta são menos enviesados que o convencional. O estimador convencional subestima a densidade. A inclusão da covariável diferença de nível permitiu reduzir o enviesamento, sem o conseguir eliminar, mas diminuiu a precisão do estimador. Comparando os estimadores propostos com o convencional \hat{D} , observa-se que os primeiros são menos enviesados que o segundo, mas em contrapartida apresentam maior variabilidade.

Em termos de erro quadrático médio observa-se que em terrenos de declive variável os estimadores propostos para a probabilidade de detecção, construídos a partir das medidas média e ponto médio (\hat{P}_{a3} e \hat{P}_{a4}), têm menor EQM que o estimador convencional simples, truncado e/ou com covariável (Tabela B.3(c)). Neste cenário o estimador \hat{P}_{a4} é o que apresenta menor EQM. O estimador da abundância \hat{P}_{a4} construído com base no anterior, minimizou também o EQM quando se consideram vários transectos (Tabela B.4(c)). Relativamente à densidade, não existe um padrão definido sobre qual dos estimadores minimiza o EQM. De um modo geral, o valor mínimo é atingido pelo estimador convencional, mas em terrenos de montanha com declive variável (cenário 3) com 10 transectos foram os estimadores propostos (\tilde{D}_1, \tilde{D}_3 e \tilde{D}_2) que devolveram o menor valor de EQM (Tabela B.7).

4.6 Conclusão

O estimador convencional mostrou não ser robusto perante a irregularidade das superfícies. Em terrenos com declive não constante o estimador convencional da probabilidade de detecção e da abundância são enviesados e o aumento do número de transectos não reduz o enviesamento. O estimador da densidade mostrou ser não enviesado num terreno que apresente apenas dois declives diferentes, mas num terreno com vários declives este estimador subestimou a verdadeira densidade, aumentando o enviesamento com o número de transectos considerados. A inclusão

na função de detecção da variável referente à diferença de nível entre o animal detectado e o observador permite obter estimativas menos enviesadas mas menos precisas da densidade.

A falta de robustez dos estimadores convencionais deve-se ao facto da função densidade das distâncias deixar de ser uniforme, como foi mostrado. Face a esta situação, propõem-se vários estimadores alternativos. Em terrenos com declive constante os estimadores propostos são equivalentes aos estimadores convencionais, mas em terrenos de declive variável alguns dos estimadores propostos mostraram ter um melhor desempenho, especialmente quando se consideram vários transectos lineares. Em terrenos pouco irregulares recomenda-se o uso dos estimadores \hat{P}_{c_2} e \tilde{N}_{c_2} , se o objectivo for obter estimativas menos enviesadas, mas caso se pretenda um equilíbrio entre enviesamento e precisão então o estimador convencional será mais indicado. Em terrenos com declives muito variados recomenda-se a utilização dos estimadores propostos construídos com base no ponto médio das distâncias de truncatura \hat{P}_{c_4} e \tilde{N}_{c_4} . Estes estimadores permitem obter estimativas ligeiramente enviesadas e mais precisas. Se o objectivo for estimar a densidade, o estimador proposto \tilde{D}_1 é o que permite minimizar o EQM.

No estudo de simulação realizado, verificou-se que as distâncias inclinadas satisfaziam a propriedade da uniformidade, pelo que seria tentador a utilização da teoria convencional aplicada a estas distâncias. Contudo, seria necessário aproximar com o maior rigor possível a área da superfície inclinada e bem como da área inclinada amostrada. Como foi referido esta tarefa nem sempre é possível. Além disso, os modelos habitualmente considerados para a função de detecção foram identificados com base no comportamento das distâncias perpendiculares que muito provavelmente não será igual ao das distâncias inclinadas.

Futuramente pretende-se considerar que as distâncias perpendiculares de truncatura são variáveis aleatórias. Como a sua distribuição é desconhecida e depende do declive do terreno, a abordagem bayesiana com a definição de uma distribuição *a priori* para as diferenças de nível ou ângulos de inclinação será um dos caminhos a investigar.

Capítulo 5

Combinação de transectos lineares com pontuais de forma adaptativa

5.1 Introdução

Em terrenos montanhosos nem sempre é possível implementar os planos de amostragem convencionais existentes na literatura, pois existem várias restrições ao nível da acessibilidade de algumas zonas devidas, essencialmente, à topografia do terreno.

A amostragem por distâncias é uma técnica de fácil implementação, bastante útil para amostrar regiões grandes e animais que estejam facilmente detectáveis. Na amostragem por transectos lineares, grande parte do tempo de amostragem é utilizado na detecção dos animais, ao passo que nos transectos pontuais perde-se muito tempo na mudança entre pontos e as detecções feitas durante a mudança não são aproveitadas. Contudo, em terrenos montanhosos é mais fácil permanecer num ponto a fazer observações do que a percorrer uma linha, onde o observador terá que usar uma parte substancial do esforço de amostragem na manutenção da sua própria segurança.

Em terrenos difíceis, um plano de amostragem que combine a realização de transectos lineares, em zonas de baixa densidade populacional, com transectos pontuais, em zonas de maior densidade, permitirá otimizar o esforço de amostragem. Estes delineamentos são particularmente úteis para populações raras ou de difícil detecção e com tendência para formar aglomerados. Seguidamente discutem-se alguns delineamentos amostrais possíveis, salientando-se as suas principais vantagens e desvantagens.

5.2 Delineamentos adaptativos

Dependendo da abundância observada da espécie alvo e das condições de visibilidade da zona em estudo quando se efectua um transecto linear, o observador pode ter necessidade de efectuar também uma amostragem por transectos pontuais, sendo a localização dos pontos determinada pela abundância e localização dos indivíduos.

Inicialmente, Afonso e Alpizar-Jara (2006) propuseram um plano de amostragem em que o observador percorria o transecto linear e, quando detectava um animal numa zona de fraca visibilidade, deslocar-se-ia até uma vizinhança do indivíduo observado, que lhe permitisse ter uma melhor visibilidade da região em torno do animal detectado, e aí realizaria uma amostragem por transectos pontuais (Figura 5.1).

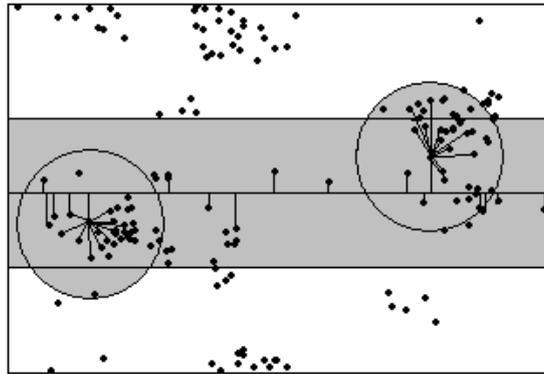


Figura 5.1: Combinação adaptativa de transectos lineares com pontuais deslocados.

Esta solução apresenta como principais desvantagens: a possível reacção dos animais ao movimento do observador, o que pode originar um enviesamento nas detecções realizadas nos transectos pontuais; o esforço de amostragem que é perdido quando o observador muda de um transecto linear para o transecto pontual e vice-versa; quando o terreno apresenta declives acentuados, com penhascos ou rochas, o observador tem dificuldade em percorrer o transecto linear sendo por isso impensável a sua deslocação até ao transecto pontual e depois o regresso ao transecto linear.

Em terrenos difíceis, a realização dos transectos pontuais sobre os transectos lineares parece ser uma solução mais adequada (Figura 5.2). Esta proposta é um caso particular da anterior, onde não se verifica a deslocação aos transectos pontuais.

Neste delineamento, tal como no anterior, um animal pode ser simultaneamente detectado no

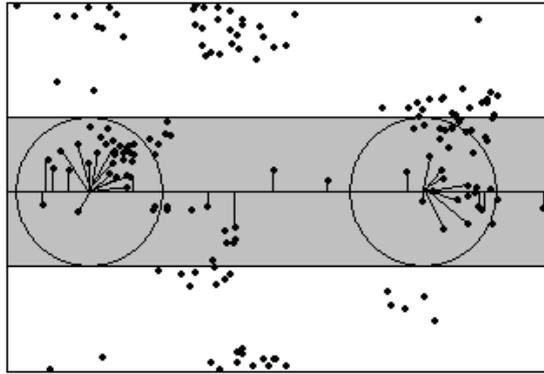


Figura 5.2: Combinação adaptativa de transectos lineares com pontuais dispostos sobre o transecto linear.

transecto linear e no transecto pontual, sendo por isso necessário marcar os animais de forma a identificar quais são detectados mais do que uma vez. Entenda-se que um animal pode ser marcado fisicamente (por exemplo: com etiquetas ou colares) sendo estes processos habitualmente morosos e onerosos, ou podem utilizar-se as marcas naturais dos próprios animais (por exemplo: o padrão do pelo ou o formato dos chifres).

Uma forma de atenuar o problema da duplicação de contagens, consiste em interromper o transecto linear para efectuar uma amostragem por transecto pontual (Figura 5.3). Este delimitamento apresenta como desvantagem a negligência de possíveis detecções na transição do transecto linear para o pontual e vice-versa, ou seja desperdício de esforço de amostragem.

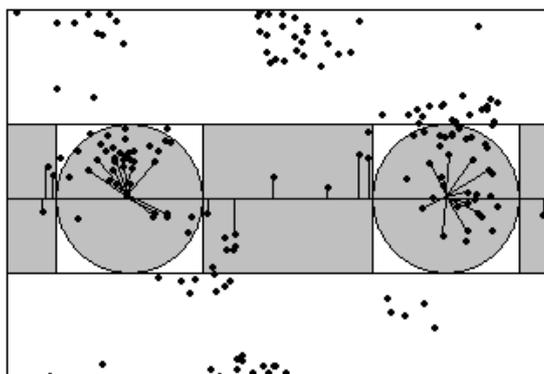


Figura 5.3: Combinação adaptativa de transectos lineares com pontuais dispostos sobre o transecto linear sem sobreposição.

O esforço de amostragem desperdiçado na transição dos transectos lineares para os pontuais

e vice-versa pode ser minimizado quando se opta por realizar um semi-transecto pontual (Figura 5.4), como sugerido por Pollock (comunicação pessoal).

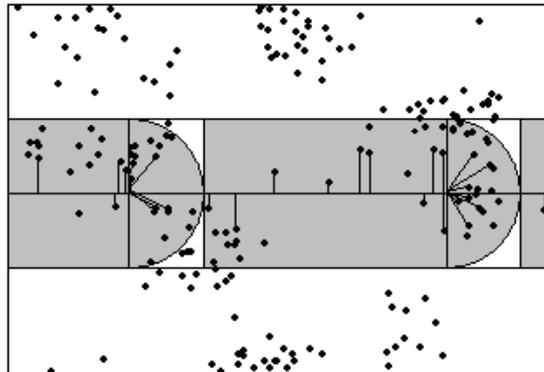


Figura 5.4: Combinação adaptativa de transectos lineares com semi-pontuais dispostos sobre o transecto linear sem sobreposição.

Nas secções seguintes são analisadas as propostas 2 a 4 (Figuras 5.2 a 5.4), uma vez que parecem ser as mais fáceis e viáveis de implementar no terreno e exigirem menos recursos que a proposta 1 (Figura 5.1). Além das variáveis habituais relativas ao habitat, topologia do terreno e condições ambientais, as variáveis relacionadas com a localização dos indivíduos a registar pelo observador, que são relevantes para incorporar a componente espacial e adaptativa no modelo, são:

- y : distância perpendicular da detecção ao transecto linear;
- d : distância entre detecções ao longo do transecto linear;
- r : distância radial da detecção ao centro do transecto pontual.

Para facilidade de compreensão será associado o índice 1 à informação relativa aos transectos lineares e o índice 2 à informação relativa aos transectos pontuais, na notação previamente descrita na secção Lista de Abreviaturas e de símbolos.

Nos delineamentos apresentados, considerar-se-á que a condição a verificar para se dar início à amostragem por transectos pontuais será detectar pelo menos $C + 1$ animais, numa curta distância (inferior a δ) percorrida ao longo do j -ésimo transecto linear. Esta condição pode ser escrita como

$$\sum_{i=1}^C d_{ij} < \delta, \quad j = 1, \dots, K_1, \quad (5.1)$$

onde K_1 representa o número de transectos lineares. Daqui por diante, (5.3) será designada por condição de adaptação.

5.3 Transectos lineares e pontuais não sobrepostos

Nos esquemas de amostragem (Figuras 5.3 a 5.4) os transectos pontuais são colocados em zonas não amostradas com os transectos lineares. O transecto linear é interrompido para que se realize a amostragem por transecto pontual, resultando em vários transectos lineares de menor comprimento. Por facilidade de exposição, e sem perda de generalidade, ao longo deste capítulo será considerado que, caso não sejam realizados transectos pontuais, o observador apenas percorrá um transecto linear.

Juntando os registos efectuados com todos os transectos lineares, no total terão sido detectados n_1 animais, aos quais está associada uma probabilidade de detecção P_{a_1} , desconhecida. Do mesmo modo, com os transectos pontuais terão sido detectados no total n_2 animais, sendo a probabilidade de detecção P_{a_2} também desconhecida. Assim, o número total de detecções é $n = n_1 + n_2$.

O número total, K_1 , de transectos lineares obtidos apenas será conhecido no final da amostragem, sendo por isso uma v.a. Se for fixado *a priori* a distância total L a percorrer pelo observador bem como a distância máxima de observação nos transectos pontuais, i.e., o raio do círculo, então sabe-se que no máximo serão realizados $K_{max} = [L/(2w)]$ transectos pontuais ou $K_{max} = [L/w]$ semi transectos pontuais, onde $[c]$ representa a parte inteira do valor c . A probabilidade de se parar para realizar uma amostragem em transecto pontual depende da condição de adaptação (5.1). A realização de um transecto pontual pode então ser considerado uma experiência de Bernoulli com probabilidade

$$p_j = P\left(\sum_{i=1}^C d_{ij} < \delta\right), \quad \forall j = 1, \dots, K_1, \quad (5.2)$$

onde n_{1j} é o número de animais detectados no transecto linear j e d_{ij} é a distância percorrida ao longo do j -ésimo transecto linear entre as detecções $i - 1$ e i .

Se os animais estivessem distribuídos de forma completamente aleatória na região de estudo, ou seja de acordo com um processo de Poisson homogéneo, a densidade de animais nessa região seria constante, λ , e as distâncias entre detecções ao longo do transecto seriam v. a. independentes e identicamente distribuídas com distribuição exponencial, $d_{ij} \sim Exp(\lambda)$. Consequentemente, $p_j = p$, para $j = 1, \dots, K_1$.

Seja K_2 a v.a. que representa o número total de transectos pontuais a realizar. Assumindo a independência entre estes, então

$$K_2 \sim \text{Binomial}(K_{max}, p), \quad (5.3)$$

e

$$\mathcal{L}_{K_2}(p) = \binom{K_{max}}{k_2} p^{k_2} (1-p)^{K_{max}-k_2}. \quad (5.4)$$

Se a L corresponder uma distância muito longa, ou existirem restrições de ordem logística, pode haver necessidade de fixar previamente o número máximo de transectos pontuais a realizar podendo esse valor ser inferior a K_{max} .

O número final de transectos lineares realizados, K_1 , depende do número de transectos pontuais efectuados. Admitindo que o delineamento se inicia com a realização de um transecto linear, no final o observador pode terminar o plano de amostragem com um transecto linear ou pontual, pelo que no total se terão percorridos $K_1 = K_2 + 1$ ou $K_1 = K_2$ transectos lineares. Deste modo, a v.a. K_1 tem a mesma distribuição podendo diferir apenas no seu valor médio. Por uma questão de simplicidade, considere-se que o delineamento é iniciado e terminado com um transecto linear, donde $K_1 = K_2 + 1$.

Contariamente ao que é habitual nos delineamentos convencionais, aqui o comprimento l dos transectos lineares é aleatório, onde

$$l_j = \sum_{i=1}^{n_{1j}} d_{ij} \leq L, \quad j = 1, \dots, K_1, \quad (5.5)$$

sendo n_{1j} o número de detecções efectuadas no j -ésimo transecto linear. Tendo em consideração que $d_{ij} \sim \text{Exp}(\lambda)$, então

$$l_j | n_{1j} \sim \text{Exp}(n_{1j}\lambda), \quad j = 1, \dots, K_1. \quad (5.6)$$

As distâncias perpendiculares observadas permitem estimar a probabilidade de detecção P_{a1} nos transectos lineares, através da verosimilhança convencional (Buckland *et al.*, 2004, pág. 16)

$$\mathcal{L}_y(\underline{\theta}) = \prod_{i=1}^{n_1} f_1(y_i) = \prod_{i=1}^{n_1} \frac{g_1(y_i)\varphi_1(y_i)}{P_{a1}}, \quad (5.7)$$

onde $\underline{\theta}$ é o vector dos parâmetros da função de detecção g_1 e φ_1 a f.d.p. das distâncias perpendiculares.

A verosimilhança para estimar a probabilidade de detecção P_{a2} nos transectos pontuais, a partir das distâncias radiais observadas, é

$$\mathcal{L}_{r|d}(\underline{\eta}) = \prod_{i=1}^{n_2} f_2(r_i|\underline{d}_i) = \prod_{i=1}^{n_2} \frac{g_2(r_i)\varphi_2(r_i|\underline{d}_i)}{P_{a2}}, \quad (5.8)$$

onde $\underline{\eta}$ é o vector dos parâmetros da função de detecção g_2 , φ_2 a f.d.p. das distâncias radiais e \underline{d}_i o vector das distâncias percorridas ao longo do transecto linear entre as detecções que verificaram a condição de adaptação.

As funções de verosimilhança para estimar as abundâncias nas áreas cobertas pelos transectos lineares, N_{c_1} , e pelos transectos pontuais, N_{c_2} , são (Buckland *et al.*, 2004, pág. 16)

$$\mathcal{L}_{n_1}(N_{c_1}, \underline{\theta}) = \binom{N_{c_1}}{n_1} (P_{a_1})^{n_1} (1 - P_{a_1})^{N_{c_1} - n_1} \quad (5.9)$$

e

$$\mathcal{L}_{n_2}(N_{c_2}, \underline{\eta}) = \binom{N_{c_2}}{n_2} (P_{a_2})^{n_2} (1 - P_{a_2})^{N_{c_2} - n_2}, \quad (5.10)$$

que dependem dos vectores de parâmetros $\underline{\theta}$ e $\underline{\eta}$, uma vez que P_{a_1} e P_{a_2} são desconhecidas.

A função de verosimilhança completa $\mathcal{L}(\cdot)$ para estimar a abundância de animais na área coberta $N_c = N_{c_1} + N_{c_2}$, a partir das distâncias observadas é

$$\mathcal{L}(\cdot) = \mathcal{L}_{n_1}(N_{c_1}, \underline{\theta}) \mathcal{L}_{n_2}(N_{c_2}, \underline{\eta}) \mathcal{L}_y(\underline{\theta}) \mathcal{L}_{r|d}(\underline{\eta}, \lambda) \mathcal{L}_{d, n_1}(\lambda, p) \mathcal{L}_{K_2}(p), \quad (5.11)$$

onde n_1 e n_2 são as dimensões das amostras obtidas com os transectos lineares e pontuais, respectivamente, e

$$\mathcal{L}_d(\lambda, p) = \prod_{i=1}^{K_1} \prod_{j=1}^{n_1} f_d(d_{ij}). \quad (5.12)$$

5.4 Transectos lineares e pontuais sobrepostos

No delineamento de amostragem ilustrado na Figura 5.2, os transectos pontuais são colocados sobre zonas já amostradas com transectos lineares. Assim sendo, alguns animais apenas serão detectados apenas em um dos transectos (linear ou pontual) e outros serão detectados em ambos os transectos. Uma situação análoga aos modelos de captura-recaptura com dois instantes de amostragem, pode ser de utilidade neste contexto. Um dos pressupostos base deste modelos é a independência entre as amostras. Nestes delineamentos uma forma de evitar a violação deste pressuposto é a utilização de equipas de observadores diferentes para realizarem a amostragem em cada tipo de transectos. Contudo, na prática é habitual ser a mesma equipa de observadores que percorre o transecto linear e efectua paragens para realizar o transecto pontual. Assim, é necessário modelar a dependência entre as duas amostras.

A combinação da amostragem por distâncias com os modelos de captura-recaptura foi proposta por Alpizar-Jara e Pollock (1996) e Borchers *et al.* (1998) desenvolvida com o objectivo

de estimar probabilidade de detecção à distância zero, quando não se verifica o pressuposto $g(0) = 1$ (secção 2.3.1). A abordagem desenvolvida por estes autores é passível de ser utilizada neste delineamento, com a incorporação da condição de adaptação que é dada pela informação das distâncias percorridas entre detecções ao longo do transecto linear.

5.5 Conclusão

A partilha de conhecimentos entre biólogos e estatísticos é de vital importância no desenvolvimento de planos de amostragem para populações animais ou biológicas. A identificação da informação, que pode ser correctamente medida no campo, e as características da espécie a amostrar são determinantes para a construção de estimadores que permitam obter estimativas fiáveis para os parâmetros de interesse.

Neste capítulo propõem-se alguns delineamentos que têm como método de amostragem principal os transectos lineares, realizando-se uma amostragem por transectos pontuais nas áreas com maior densidade de animais. Em terrenos montanhosos a colocação de transectos pontuais sobre os transectos lineares parece ser o método mais adequado, devido às características difíceis que estes terrenos apresentam.

Estas propostas resultam de um trabalho de interacção com uma equipa de biólogos que têm utilizado a amostragem por distâncias convencional para amostrar ungulados de montanha na Serra Nevada e no Pirinéus franceses. Neste último cenário, esta equipa tentou implementar o primeiro delineamento que foi proposto, onde o observador se desloca para uma zona de melhor visibilidade para realizar a amostragem por transectos lineares, e relatou a grande dificuldade na sua realização. Contudo, este tipo de delineamentos pode ser utilizado para a amostragem de populações de aves, a colocação dos transectos pontuais em áreas não cobertas pelos transectos lineares tem manifestado algum interesse por parte dos biólogos.

Perante a dificuldade descrita foram propostos delineamentos mais simples, que evitam a deslocação do observador da linha transecto, onde os transectos pontuais são realizados sobre ou contiguamente aos transectos lineares. A primeira solução é mais fácil de realizar no campo, mas apresenta como principal desvantagem a obtenção de duplas contagens. Para a segunda solução, onde os transectos lineares são interrompidos para se efectuar a amostragem por transectos pontuais, são introduzidas algumas ideias preliminares sobre o processo de estimação. Este é um trabalho em curso e em desenvolvimento futuro.

Capítulo 6

Conclusão

Este trabalho foi motivado pela aplicação da amostragem por distância em terrenos difíceis, como são os montanhosos, e/ou de populações raras, evasivas ou de difícil detecção. Pretendeu-se avaliar o desempenho dos estimadores com populações distribuídas de forma espacial não homogénea ou com tendência para formar agrupamentos e também em terrenos com diferentes declives, como é o caso dos terrenos montanhosos. Tendo em conta as dificuldades que estes terrenos apresentam para o observador, sugere-se um delineamento de amostragem adaptativo onde os transectos pontuais são colocados sobre os transectos lineares nas zonas de maior abundância, para deste modo utilizar grande parte do esforço de amostragem apenas na detecção dos animais em vez de o utilizar nos cuidados a percorrer os transectos lineares.

Verificou-se que sob a abordagem do delineamento, onde a aleatoriedade se deve apenas à localização e disposição dos transectos, o estimador convencional da densidade é não enviesado. Contudo, a sua precisão depende tanto do número de transectos colocados, como da sua orientação e da distribuição espacial dos animais na área de estudo. Observou-se que nos delineamentos que combinam a colocação sistemática com aleatória de transectos pontuais em linha ou coluna, o estimador convencional não tem boas propriedades. Com a fixação da posição dos transectos e a inclusão de aleatoriedade na localização dos animais, mantendo a dimensão da população fixa, o estimador deixa de ser centrado mas é robusto à distribuição espacial dos animais, mesmo quando se assume aleatoriedade na dimensão da população.

Em terrenos com declive variável, mostrou-se que o estimador convencional da amostragem por transectos lineares é enviesado, mesmo quando se inclui uma covariável associada à diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado. Tendo em conta que nestes

terrenos a distância de observação à esquerda e à direita pode variar significativamente, foram propostos vários estimadores que incluíam uma correcção para esta característica. De entre as várias propostas, um dos estimadores revelou ter melhor desempenho que o estimador convencional, numa superfície com declive variável. É necessário mais investigação nesta área, onde se considere aleatoriedade nas distâncias máximas de observação nos vários transectos lineares.

Identificaram-se algumas condicionantes na aplicação dos planos convencionais em terrenos montanhosos, o que motivou o desenvolvimento de planos alternativos. Sugerem-se planos promissores que visam a combinação da amostragem por transectos lineares com transectos pontuais de forma adaptativa, mas ainda em desenvolvimento do ponto de vista da estimação necessitando de um estudo mais aprofundado da sua viabilidade de aplicação prática.

Bibliografia

- [1] Afonso, A. e Alpizar-Jara, R. (2006). Amostragem por distâncias adaptativa: combinação de transectos lineares com pontuais. Em *Ciência Estatística. Actas do XIII Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística* (Canto, L. C., Martins, E. G., Rocha, C., Oliveira, M. F., Leal, M. M. e Rosado, F., eds.). Edições SPE, p. 163-172.
- [2] Afonso, A. e Alpizar-Jara, R. (2007a). Estimção em amostragem por distâncias com distribuições espaciais não homogéneas. Em *Estatística Ciência Interdisciplinar. Actas do XIV Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística* (Ferrão, M. E., Nunes, C. e Braumann, C. A., eds.). Edições SPE, Lisboa, 201-210.
- [3] Afonso, A. e Alpizar-Jara, R. (2007b). Assessing distance sampling under non-homogeneous Poisson processes. *Bulletin of the International Statistical Institute* (Proc. 56th Session of the ISI), publicação electrónica, ISI 2007, Lisboa, 4 p.
- [4] Afonso, A. e Alpizar-Jara, R. (2009). Amostragem por distâncias em terrenos montanhosos: um estudo de simulação. Em *Estatística Arte de Explicar o Acaso. Actas do XVI Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística* (Oliveira, I., Correia, E., Ferreira, F., Dias, S. e Braumann, C., eds.). Edições SPE, p. 133-140.
- [5] Afonso, A., Alpizar-Jara, R., Moço, G., Granados, J. E. e Pérez, J. M. (2008). Dimensión de la muestra y estimación de su varianza en muestreo por distancias: una aplicación en la estima de abundancia de poblaciones de ungulados de montaña. Em *Tendencias actuales en el estudio y conservación de los Caprinos Europeos. Actas do II Congreso Internacional del Género Capra en Europa*. Edição da Junta de Andalucía e Consejería de Medio Ambiente, 15-29.

- [6] Alldredge, J. R. e Gates, C. E. (1985). Line transect estimators for left-truncated distributions. *Biometrics*, 41, 273-80.
- [7] Alpizar-Jara, R. (1997). *Assessing assumption violation in line transect sampling*. Tese de doutoramento, North Carolina State University, Raleigh.
- [8] Alpizar-Jara, R. e Pollock, K. H. (1996). A combination line transect and capture-recapture sampling model for multiple observers in aerial surveys. *Environmental and Ecological Statistics*, 3, 311-327.
- [9] Alpizar-Jara, R. e Pollock, K. H. (1999). Combining line transect and capture-recapture for mark-resighting studies. *Marine Mammal Survey and Assessment Methods*, 99-114.
- [10] Alves, J. A. D., Cruz, J. J. S. e Norte, C. G. (1988). *Manual de Topografia*. I volume. Editora PF, Lisboa.
- [11] Barry, S. C. e Welsh, A. H. (2001). Distance sampling methodology. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 63, 31-53.
- [12] Borchers, D. L., Buckland, S. T e Zucchini, W. (2002). *Estimating animal abundance: closed populations*. Springer-Verlag, London.
- [13] Borchers, D. L., Zucchini, W. e Fwester, R. (1998). Mark-recapture models for line transect surveys. *Biometrics*, 54, 1207-1220.
- [14] Buckland, S. T. (1992). Fitting density functions using polynomials. *Applied Statistics*, 41, 63-76.
- [15] Buckland, S. T., Anderson, D. R., Burnham, K. P. e Laake, J. L. (1993). *Distance sampling: Estimating abundance of biological populations*. Chapman and Hall, London.
- [16] Buckland, S. T., Anderson, D. R., Burnham, K. P., Laake, J. L., Borchers, D. L. e Thomas, L. (2001). *Introduction to distance sampling*. Oxford University Press, New York.
- [17] Buckland, S. T., Anderson, D. R., Burnham, K. P., Laake, J. L., Borchers, D. L. e Thomas, L. (2004). *Advanced distance sampling: estimating abundance of biological populations*. Oxford University Press, New York.

- [18] Burnham, K. P., Anderson, D. R. e Laake, J. L. (1980). Estimation of density from line transect sampling of biological populations. *Wildlife Monographs*, 72, 202 p.
- [19] Casela, G. e Berger, R. L. (2002). *Statistical inference*. Second edition. Duxbury, Pacific Grove.
- [20] Cassey, P. e McArdle, B. H. (1999). An assessment of distance sampling techniques for estimating animal abundance. *Environmetrics*, 10, 261-278.
- [21] Chen, S. X. (1998). Measurement errors in line transect surveys. *Biometrics*, 54, 899-908.
- [22] Chen, S. X. e Cowling, A. (2001). Measurement errors in line transect surveys where detectability varies with distance and size. *Biometrics*, 57, 732-742.
- [23] Cochran, W. G. (1977). *Sampling techniques*. Third edition. John Wiley & Sons, New York.
- [24] Cowling, A. (1998). Spatial methods for line transect surveys. *Biometrics*, 54, 828-839.
- [25] Cressie, N. A. C. (1993). *Statistics for spatial data*. Revised edition. John Wiley & Sons, New York.
- [26] Du Fresne, S., Fletcher, D. e Dawson, S. 2006. The effect of line-transect placement in a coastal distance sampling survey. *Journal of Cetacean Research Management*, 8, 79-85.
- [27] Eberhardt, L. L. (1968). A preliminary appraisal of line transect. *Journal of Wildlife Management*, 32, 82-88.
- [28] Efron, B. (1981). Nonparametric standart errors and confidance intervals (with discussion). *Canadian Journal of Statistics*, 9, 139-172.
- [29] Escos, J. e Alados, C. L. (1988). Estimating mountain ungulate density in Sierras de Cazorla y Segura. *Mammalia*, 52, 425-428.
- [30] Fewster, R. M., Laake, J. L. e Buckland, S. T. (2005). Line transect sampling in small and large regions. *Biometrics*, 61, 856-861.

- [31] Fewster, R. M, Buckland, S. T., Burnham, K. P., Borchers, D. L., Jupp, P. E., Laake, J. L. e Thomas, L. (2009). Estimating the encounter rate variance in distance sampling. *Biometrics*, 65, 225-236.
- [32] Focardi, S., Isotti, R., Pelliccioni, E. e Iannuzzo, D. (2002). The use of distance sampling and mark-resite to estimate the local density of wildlife populations. *Environmetrics*, 13, 177-86.
- [33] Gates, C. E., Marshall, W. H. e Olson, D. P. (1968). Line transect method of estimating grouse populations densities. *Biometrics*, 24, 135-145.
- [34] Hansen, M. M. e Hurwitz, W. N. (1943). On the theory of sampling from finite populations. *Annals of Mathematical Statistics*, 14, 333-362.
- [35] Hedley, S. L. (2000). *Modelling heterogeneity in cetacean surveys*. Tese de doutoramento. University of St. Andrews, St. Andrews.
- [36] Hedley, S. L. e Buckland, S. T. (2004). Spatial models for line transect sampling. *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics*, 9, 181-199.
- [37] Hedley, S. L., Buckland, S. T. e Borchers, D. L. (1999). Spatial modelling from line transect data. *Journal of Cetacean Research and Management*, 1, 255-264.
- [38] Hiby L. e Krishna, M. B. (2001). Line transect sampling from a curving path. *Biometrics*, 57, 727-731.
- [39] Horvitz, D. G. e Thompson, D. J. (1952). A generalization of sampling without replacement from a finite universe. *Journal of the American Statistical Association*, 47, 663-685.
- [40] Hounsome, T. D. Young, R. P. Davison, J. Yarnell, R. W. Trewby, I. D. Garnett, B. T. Delahay, R. J. e Wilson, G. J. (2005). An evaluation of distance sampling to estimate badger (*Meles meles*). abundance. *Journal of Zoology*, 266, 81-88.
- [41] Jenness, J. S. (2004). Calculating landscape surface area from digital elevation models. *Wildlife Society Bulletin*, 32, 829-839.
- [42] Marques, F. F. C. e Buckland, S. T. (2003). Incorporating covariates into standard line transect analyses. *Biometrics*, 59, 924-935.

- [43] Marques, T. A. (2004). Predicting and correcting bias caused by measurement error in line transect sampling using multiplicative error models. *Biometrics*, 60, 757-763.
- [44] Marques, T. A. (2007). *Incorporating measurement error and density gradients in distance sampling surveys*. Tese de doutoramento, Universidade de St. Andrews, St. Andrews.
- [45] Melville, G. J. e Welsh, A. H. (2001). Line transect sampling in small regions. *Biometrics*, 57, 1130-1137.
- [46] Palka, D. L. (1993). *Estimating density of animals when assumptions of line transect survey are violated*. Tese de doutoramento, University of California, San Diego.
- [47] Palomares, F. e Ruiz-Martínez, I. (1993). Status and conservation perspectives for the Spanish ibex population (*Capra pyrenaica Schinz 1838*). of Sierra Mágina Natural Park, Spain. *Z Jagdwiss*, 39, 87-94 [em Alemão].
- [48] Pérez, J. M. e Alpizar-Jara, R. (2008). Towards the use of distance sampling to monitorize mountain ungulates numbers. Em *Ecosystem Ecology Research Trends* (Chen, J. e Guo, C., eds). Nova Science Publishers, Nova York, 9-20.
- [49] Pérez, J. M., Granados, J. E. e Soriguer, R. C. (1994). Population dynamics of the *Spanish ibex Capra pyrenaica* in Sierra Nevada Natural Park (southern Spain). *Acta Theriol*, 39, 289-294.
- [50] Pérez, J. M., Granados, J. E., Soriguer, R. C., Fandos, P., Márquez, F. J. e Campres, J. P. (2002a). Distribution, Status, and conservation problems of the Spanish ibex, *Capra pyrenaica* (Mammalia: Artiodactyla). *Mammal Review*, 32, 26-39.
- [51] Pérez, J. M., Serrano, E., Alpizar-Jara, R., Granados, J. E. e Soriguer, R. C. (2002b). The potential of distance sampling methods to estimate abundance of mountain ungulates: review of usefulness and limitations. *Pirineos*, 157, 15-23.
- [52] Piskounov, N. (1990). *Cálculo diferencial e integral*. Volume II. Lopes da Silva Editora, Porto.
- [53] Pollard, J. H. (2002). *Adaptive distance sampling*. Tese de doutoramento, University of St. Andrews, St. Andrews.

- [54] Pollard, J. H. e Buckland, S. T. (1997). A strategy for adaptive sampling in shipboard line transect surveys. *Report of the International Whaling Commission*, 47, 921-31.
- [55] Pollard, J. H., Palka, D. e Buckland, S. T. (2002). Adaptive line transect sampling. *Biometrics*, 58, 862-870.
- [56] Pollock, K. H. e Kendall, W. L. (1987). Visibility bias in aerial surveys: a review of estimation procedures. *Journal of Wildlife Management*, 51, 502-510.
- [57] Ramsey, F. L. e Harrison, K. (2004). A closer look at detectability. *Environmental and Ecological Statistics*, 11, 73-84.
- [58] Schwarz, C. J. e Seber, G. A. F. (1999). Estimating animal abundance: review III. *Statistical Science*, 14, 427-456.
- [59] Schweder, T. (1977). Point process models for line transect experiments. In *Recent Developments in Statistics* (eds. J. R. Barba, F. Brodeau, G. Romier e B. Van Cutsem)., North-Holland Publishing Company, New York, USA, 221-242.
- [60] Seber, G. A. F. (1982). *The estimation of animal abundance and related parameters*. 2ª edição. The Blackburn Press, New Jersey.
- [61] Seber, G. A. F. (1986). A review of estimating animal abundance. *Biometrics*, 42, 267-292.
- [62] Seber, G. A. F. (1992). A review of estimating animal abundance II. *International statistical Review*, 60, 129-166.
- [63] Seber, G. A. F. (2001). Some new directions in estimating animal population parameters. *Journal of Agricultural, and Environmental Statistics*, 6, 140-151.
- [64] Sociedade Portuguesa de Estatística e Associação Brasileira de Estatística (2007). *Glossário estatístico inglês-português*. Disponível em http://www.spestatistica.pt/?q=ver_documento/english-portuguesespe-abe.pdf. Consultado a 29 de Outubro de 2009.
- [65] Stoyan, D. (1982). A remark on the line transect method. *Biometrical Journal*, 24, 191-195.

- [66] Thomas, L., Buckland, S. T., Burnham, K. P., Anderson, D. R., Laake, J. L., Borchers, D. L. e Strindberg, S. (2002). Distance sampling. *Encyclopedia of Environmetrics*, Volume 1 (El-Shaarawi, A. H. e Piegorsh, W. W. eds), John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 544-552,
- [67] Thomas, L., Laake, J. L., Strindberg, S., Marques, F. F. C., Buckland, S. T., Borchers, D. L., Anderson, D. R., Burnham, K. P., Hedley, S. L., Pollard, J. H., Bishop, J. R. B. e Marques, T. A. (2005). *Distance 5.0. Release 1*. Research Unit for Wildlife Population Assessment, University of St. Andrews, <http://www.ruwpa.st-and.ac.uk/distance>.
- [68] Thompson, S. K. (1982). *Adaptive sampling of spatial point processes*. Tese de Doutoramento, Oregon State University.
- [69] Thompson, S. K. (1990). Adaptive cluster sampling. *Journal of the American Statistical Association*, 85, 1050-1059.
- [70] Thompson, S. K. (1992). *Sampling*. Wiley Interscience, New York.
- [71] Thompson, S. K. e Seber, G. A. F. (1996). *Adaptive sampling*. Wiley, New York.
- [72] Thompson, S. K., Ramsey, F. L e Seber, G. A. F. (1992). An adaptive procedure for sampling animal populations. *Biometrics*, 48, 1195-1199.
- [73] Waagepetersen, R. e Schweder, T. (2006). Likelihood-based inference for clustered line transect data. *Journal of Agricultural Biological and Environmental Statistics*, 11, 264-279 .
- [74] Williams, B. K., Nichols, J. D. e Conroy, M. J. (2002). *Analysis and Management of Animal Populations*. Academic Press, San Diego.
- [75] Weins, J. A. e Nussbaum, R. A. (1975). Model estimation of energy flow in north-western coniferous forest bird communities. *Ecology*, 56, 345-367.

Apêndice A

Resultados das simulações do capítulo 3

Tabela A.1 : Resultados obtidos para a amostragem por transectos lineares (TL) horizontais (H) ou verticais (V), com as abordagens 1, 2 e 3, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$, $\theta = 0,01$, $w = 0,0195$ e com o posicionamento A) aleatório, A ns) aleatório sem sobreposição e S) sistemático.

População	N.º de TL	Abordagem 1						Abordagem 2						Abordagem 3					
		\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$
1. Homogênea	1 H	509,3	132,9	12,1	3,2		132,9	510,8	144,6	12,1	3,4		144,6	510,6	147,3	12,1	3,5		147,3
	5 AH	509,4	60,0	60,6	7,1	6,6	60,0	509,6	61,2	60,6	7,3	7,3	61,2	509,7	65,8	60,6	7,8	7,3	65,8
	5 A ns H	510,4	58,0	60,7	6,9	6,7	58,0												
	5 S H	509,5	45,2	60,6	5,4	7,0	45,2	509,7	61,7	60,6	7,3	7,3	61,7	509,5	65,7	60,6	7,8	7,3	65,7
	10 AH	509,6	42,5	121,2	10,1	9,7	42,5	509,8	41,2	121,2	9,8	10,8	41,2	509,9	47,0	121,3	11,2	10,7	47,0
	10 A ns H	509,7	38,7	121,2	9,2	9,8	38,7												
	10 S H	510,2	27,3	121,4	6,5	10,1	27,3	510,1	40,8	121,3	9,7	10,8	40,8	509,9	46,5	121,3	11,1	10,7	46,5
	1 H	510,8	101,7	12,1	2,4		101,7	511,7	102,4	12,2	2,4		102,4	510,6	104,2	12,1	2,5		104,2
	5 AH	509,8	45,0	60,6	5,4	5,1	45,0	510,4	44,6	60,7	5,3	5,2	44,6	509,8	50,3	60,6	6,0	5,1	50,3
	5 A ns H	509,3	44,8	60,6	5,3	5,1	44,8												
2. Territorial	5 S H	510,1	46,9	60,7	5,6	5,0	46,9	510,0	45,0	60,6	5,4	5,1	45,0	509,9	51,5	60,6	6,1	5,1	51,5
	10 AH	509,8	32,1	121,3	7,6	7,4	32,1	510,5	31,8	121,4	7,6	7,5	31,8	509,5	38,6	121,2	9,2	7,5	38,6
	10 A ns H	510,0	31,1	121,3	7,4	7,4	31,1												
	10 S H	509,8	35,8	121,3	8,5	7,3	35,8	509,8	31,5	121,3	7,5	7,5	31,5	509,8	38,7	121,3	9,2	7,5	38,7

Continua na página seguinte

Tabela A.1: Continuação da tabela anterior.

População	N.º de TL	Abordagem 1						Abordagem 2						Abordagem 3					
		\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$
3.	1 H	510,3	133,4	12,1	3,2		133,4	444,8	103,4	10,6	2,5		122,2	490,4	139,2	11,7	3,3		140,6
	5 A H	509,1	60,0	60,5	7,1	6,7	60,0	576,8	43,3	68,6	5,1	7,8	79,6	491,1	60,1	58,4	7,2	7,0	63,0
	5 A ns H	510,1	56,5	60,7	6,7	6,8	56,5												
	5 S H	509,5	53,0	60,6	6,3	6,9	53,0	527,0	43,8	62,7	5,2	5,6	47,0	473,6	55,3	56,3	6,6	6,8	66,2
	10 A H	509,1	41,9	121,1	10,0	9,7	41,9	503,2	28,8	119,7	6,8	13,0	29,5	477,5	40,6	113,6	9,7	10,8	52,0
	10 A ns H	510,2	38,3	121,3	9,1	9,8	38,3												
	10 S H	510,0	30,8	121,3	7,3	10,0	30,8	524,8	29,3	124,8	7,0	11,2	32,8	514,5	54,4	122,4	12,9	10,8	54,6
	1 V	505,6	575,4	12,0	13,7		575,4	515,8	119,0	12,3	2,8		119,2	570,0	147,6	13,6	3,5		159,3
	5 A V	511,2	258,3	60,8	30,7	28,5	258,3	541,7	42,0	64,4	5,0	35,2	52,6	490,4	61,4	58,3	7,3	33,0	64,4
	5 A ns V	508,0	212,1	60,4	25,2	30,1	212,1												
5 S V	511,2	64,8	60,8	7,7	33,6	64,8	568,4	44,3	67,6	5,3	38,2	73,3	481,1	73,4	57,2	8,7	31,6	78,9	
10 A V	510,8	182,1	121,5	43,3	42,0	182,2	545,0	29,1	129,6	6,9	48,2	45,5	569,5	42,9	135,5	10,2	51,9	73,4	
10 A ns V	508,8	113,3	121,0	27,0	44,0	113,3													
10 S V	510,7	35,0	121,5	8,3	45,2	35,0	523,1	28,7	124,4	6,8	46,3	31,5	481,1	39,4	114,4	9,4	42,8	48,9	
4. Não homogénea em 4 zonas	1 H	503,2	445,4	12,0	10,6		445,4	928,7	185,1	22,1	4,4		457,8	846,6	185,4	20,1	4,4		384,3
	5 A H	510,2	199,0	60,7	23,7	22,4	199,0	578,7	64,1	68,8	7,6	27,2	93,9	568,1	69,4	67,6	8,2	25,9	90,5
	5 A ns H	510,3	169,5	60,7	20,2	23,5	169,5												
	5 S H	508,4	72,2	60,5	8,6	25,5	72,2	514,5	58,8	61,2	7,0	18,1	58,9	473,4	61,9	56,3	7,4	16,9	71,9
	10 A H	509,8	139,9	121,2	33,3	32,8	139,9	389,5	34,6	92,6	8,2	33,3	125,3	368,7	36,2	87,7	8,6	30,2	145,9
	10 A ns H	506,0	91,3	120,3	21,7	34,1	91,4												
	10 S H	510,2	52,6	121,3	12,5	34,9	52,6	507,2	42,8	120,6	10,2	34,9	42,9	479,6	45,1	114,1	10,7	32,8	54,4
	1 V	504,5	496,3	12,0	11,8		496,3	1620,6	207,2	38,5	4,9		1129,7	1650,4	265,9	39,3	6,3		1171,0
	5 A V	507,9	221,1	60,4	26,3	24,7	221,1	307,8	49,8	36,6	5,9	15,7	208,3	281,4	48,1	33,5	5,7	14,7	233,6
	5 Ab V	506,9	186,2	60,3	22,1	25,9	186,2												
5 S V	510,8	60,0	60,7	7,1	28,5	60,0	515,7	58,8	61,3	7,0	31,8	59,1	484,1	67,9	57,6	8,1	29,7	72,7	
10 A V	509,5	155,6	121,2	37,0	36,4	155,6	290,5	31,4	69,1	7,5	23,4	221,8	285,3	33,9	67,8	8,1	23,0	227,3	
10 A ns V	506,3	100,7	120,4	24,0	38,0	100,8													
10 S V	509,9	43,0	121,3	10,2	39,1	43,0	508,0	37,5	120,8	8,9	40,9	37,5	502,7	41,7	119,6	9,9	39,7	42,3	

Continua na página seguinte

Tabela A.1 : Continuação da tabela anterior.

População	Nº de TL	Abordagem 1						Abordagem 2						Abordagem 3					
		\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{E_{QM}(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{E_{QM}(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{E_{QM}(\hat{N})}$
5 Pequenos grupos	1 H	512,3	184,1	12,2	4,4		184,1	526,2	261,7	12,5	6,2		262,2	506,0	255,6	12,0	6,1		271,2
	5 AH	510,4	81,8	60,7	9,7	9,3	81,8	508,1	89,6	60,4	10,7	12,7	89,7	508,4	118,0	60,5	14,0	12,6	148,6
	5 Ans H	509,6	73,8	60,6	8,8	9,6	73,8												
	5 SH	509,8	48,5	60,6	5,8	10,2	48,5	510,7	70,8	60,7	8,4	13,2	70,8	512,6	113,7	61,0	13,5	12,9	145,0
	10 AH	510,5	57,1	121,4	13,6	13,6	57,1	511,1	60,7	121,6	14,4	18,1	60,7	507,6	104,4	120,7	24,8	17,8	138,1
	10 Ans H	510,8	45,7	121,5	10,9	13,9	45,7												
	10 SH	510,2	37,9	121,3	9,0	14,1	37,9	509,1	41,1	121,1	9,8	18,5	41,1	509,8	98,6	121,2	23,5	18,2	133,6
	1 V	509,2	209,2	12,1	5,0		209,2	508,8	246,9	12,1	5,9		246,9	509,7	249,0	12,1	5,9		264,8
	5 AV	508,6	93,2	60,5	11,1	10,5	93,3	510,1	86,9	60,7	10,3	12,2	86,9	509,9	118,4	60,6	14,1	12,2	148,8
	5 Ab V	510,0	83,7	60,6	10,0	10,8	83,7												
5 S V	510,6	52,9	60,7	6,3	11,4	52,9	514,4	72,3	61,2	8,6	12,8	72,4	508,7	110,4	60,5	13,1	12,5	142,6	
10 AV	508,9	66,3	121,0	15,8	15,4	66,3	509,7	57,7	121,2	13,7	17,6	57,7	508,3	111,4	120,9	26,5	17,2	143,4	
10 Ans V	510,3	49,6	121,4	11,8	15,8	49,6													
10 S V	510,2	37,0	121,3	8,8	16,1	37,0	511,8	41,0	121,7	9,7	18,2	41,0	512,4	103,7	121,9	24,7	17,7	137,3	
6. Grandes grupos	1 H	514,2	379,3	12,2	9,0		379,4	508,2	350,9	12,1	8,3		350,9	519,6	374,8	12,4	8,9		398,9
	5 AH	508,4	166,5	60,5	19,8	17,7	166,5	508,3	118,8	60,5	14,1	18,0	118,8	514,1	182,5	61,1	21,7	18,2	228,0
	5 Ans H	511,3	141,4	60,8	16,8	18,8	141,4												
	5 SH	511,2	109,4	60,8	13,0	20,0	109,4	508,3	102,6	60,4	12,2	18,4	102,6	514,8	168,8	61,2	20,1	18,5	217,1
	10 AH	509,5	117,0	121,2	27,8	26,8	117,0	508,3	79,6	120,9	18,9	25,7	79,6	517,6	162,3	123,1	38,6	25,9	212,1
	10 Ans H	509,4	79,1	121,2	18,8	28,1	79,1												
	10 SH	510,0	31,3	121,3	7,4	29,4	31,3	511,4	41,4	121,6	9,9	26,6	41,4	517,0	147,2	122,9	35,0	26,6	200,8
	1 V	505,0	357,3	12,0	8,5		357,3	504,3	376,9	12,0	9,0		376,9	511,7	383,3	12,2	9,1		406,9
	5 AV	510,7	161,3	60,7	19,2	17,8	161,3	509,6	119,5	60,6	14,2	18,0	119,5	518,0	185,1	61,6	22,0	18,6	230,0
	5 Ans V	507,9	139,2	60,4	16,6	18,6	139,2												
5 S V	511,0	107,6	60,8	12,8	18,8	107,6	503,9	106,5	59,9	12,7	18,6	106,7	516,5	174,2	61,4	20,7	18,9	221,3	
10 AV	510,1	113,4	121,3	27,0	26,2	113,4	511,4	84,5	121,6	20,1	25,9	84,5	520,5	162,4	123,8	38,6	26,6	212,2	
10 Ans V	508,7	76,5	121,0	18,2	27,4	76,5													
10 S V	510,4	52,2	121,4	12,4	27,9	52,2	508,4	40,3	120,9	9,6	27,0	40,3	520,9	143,9	123,9	34,2	27,4	198,3	

Tabela A.2: Resultados obtidos para a amostragem por transectos pontuais (TP), com as abordagens 1, 2 e 3, 10000 simulações, para uma população com $N = 510$, $\theta = 0,01$, $w = 0,0215$ e com o posicionamento A) aleatório, S) sistemático, S AL) sistemático em coluna e aleatório em linha e S AC) sistemático em linha e aleatório em coluna.

População	N.º de TP	Abordagem 1						Abordagem 2						Abordagem 3					
		\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{EQM(\hat{N})}$
1. Homogênea	27 A	507,8	179,4	7,8	2,7	2,7	179,4	420,0	150,9	7,8	2,8	2,7	175,7	420,6	152,4	7,8	2,8	2,7	176,7
	3 × 9 S	510,6	183,2	7,8	2,8	2,7	183,2	418,6	149,9	7,8	2,8	2,7	175,6	419,7	151,6	7,8	2,8	2,7	176,5
	3 × 9 SAL	507,3	190,1	7,8	2,9	2,7	190,1												
	3 × 9 SAC	507,1	194,6	7,8	3,0	2,7	194,6												
	135 A	510,8	81,5	39,0	6,2	6,1	81,5	420,4	67,6	39,0	6,3	6,2	112,3	419,6	70,9	39,0	6,6	6,2	114,9
	9 × 15 S	510,0	74,3	39,0	5,7	6,1	74,3	419,3	64,3	39,0	6,0	6,2	111,2	419,7	67,3	39,0	6,3	6,2	112,6
	9 × 15 SAL	509,4	87,1	38,9	6,7	6,1	87,2												
	9 × 15 SAC	509,5	91,9	38,9	7,0	6,1	91,9												
	27 A	510,3	155,2	7,8	2,4	2,4	155,2	419,6	128,0	7,8	2,4	2,4	156,7	421,0	129,3	7,8	2,4	2,4	156,9
	3 × 9 S	514,1	156,3	7,9	2,4	2,4	156,3	418,7	128,7	7,8	2,4	2,4	157,8	420,6	130,7	7,8	2,4	2,4	158,4
	3 × 9 SAL	507,3	161,3	7,8	2,5	2,4	161,3												
	3 × 9 SAC	508,9	161,2	7,8	2,5	2,4	161,3												
135 A	509,4	69,0	38,9	5,3	5,3	69,0	419,6	57,8	39,0	5,4	5,3	107,3	419,3	60,7	39,0	5,6	5,3	109,1	
9 × 15 S	509,4	72,6	38,9	5,5	5,3	72,6	418,0	56,6	38,8	5,3	5,3	108,0	418,8	60,1	38,9	5,6	5,3	109,3	
9 × 15 SAL	509,9	72,7	39,0	5,6	5,3	72,7													
9 × 15 SAC	510,6	72,6	39,0	5,5	5,3	72,6													
27 A	509,8	211,5	7,8	3,2	3,1	211,5	381,7	99,8	7,1	1,9	2,6	162,5	405,4	141,1	7,5	2,6	3,1	175,6	
3 × 9 S	509,3	165,2	7,8	2,5	3,1	165,2	465,8	126,4	8,7	2,3	3,2	133,9	377,5	136,6	7,0	2,5	2,9	190,3	
3 × 9 SAL	513,6	219,4	7,8	3,4	3,1	219,5													
3 × 9 SAC	511,2	377,3	7,8	5,8	2,7	377,3													
135 A	510,8	93,9	39,0	7,2	7,1	93,9	478,8	54,4	44,5	5,1	7,4	62,8	440,1	67,7	40,9	6,3	7,2	97,3	
9 × 15 S	511,3	82,7	39,1	6,3	7,1	82,7	488,0	54,0	45,3	5,0	8,4	58,3	391,4	64,7	36,4	6,0	6,9	135,1	
9 × 15 SAL	510,0	100,1	39,0	7,7	7,1	100,1													
9 × 15 SAC	509,5	206,2	38,9	15,8	6,9	206,2													

Continua na página seguinte

Tabela A.2: Continuação da tabela anterior.

População	N.º de TP	Abordagem 1						Abordagem 2						Abordagem 3					
		\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{E_{QM}(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{E_{QM}(\hat{N})}$	\hat{N}	$\sigma_{\hat{N}}$	n	σ_n	s_n	$\sqrt{E_{QM}(\hat{N})}$
4. Não homogénea em 4 zonas	27 A	508,4	228,7	7,8	3,5	3,3	228,7	589,5	181,4	11,0	3,4	4,6	198,0	545,8	167,2	10,1	3,1	4,2	171,0
	3 × 9 S	515,3	248,5	7,9	3,8	3,3	248,5	652,2	172,4	12,1	3,2	4,7	223,5	602,0	171,6	11,2	3,2	4,4	194,7
	3 × 9 S AL	511,4	331,5	7,8	5,1	3,1	331,5												
	3 × 9 S AC	506,2	351,8	7,7	5,4	3,1	351,9												
	135 A	509,7	102,7	38,9	7,8	7,8	102,7	497,6	71,5	46,2	6,6	9,1	72,6	489,8	74,7	45,5	6,9	8,9	77,3
	9 × 15 S	509,3	65,7	38,9	5,0	7,9	65,7	428,1	66,8	39,8	6,2	8,2	105,7	429,2	66,0	39,9	6,1	8,1	104,4
	9 × 15 S AL	509,3	177,1	38,9	13,5	7,7	177,1												
	9 × 15 S AC	510,0	190,3	39,0	14,5	7,6	190,3												
	27 A	509,6	204,8	7,8	3,1	3,0	204,8	428,3	169,9	8,0	3,2	3,1	188,5	421,0	189,8	7,8	3,5	3,0	230,6
	3 × 9 S	511,0	197,0	7,8	3,0	3,0	197,0	417,6	164,0	7,8	3,0	3,0	188,3	422,0	186,2	7,8	3,5	3,0	227,2
3 × 9 S AL	512,9	219,6	7,8	3,4	2,9	219,6													
3 × 9 S AC	510,5	228,4	7,8	3,5	2,9	228,4													
5. Pequenos grupos	135 A	510,0	89,8	39,0	6,9	6,8	89,8	420,5	76,8	39,1	7,1	7,0	117,9	426,6	113,4	39,6	10,5	7,0	170,3
	9 × 15 S	509,0	88,6	38,9	6,8	6,8	88,6	419,5	64,8	39,0	6,0	7,0	111,3	423,4	105,7	39,3	9,8	7,0	167,0
	9 × 15 S AL	510,4	105,4	39,0	8,1	6,8	105,4												
	9 × 15 S AC	508,1	109,4	38,8	8,4	6,8	109,4												
	27 A	511,0	253,5	7,8	3,9	3,6	253,5	413,5	197,9	7,7	3,7	3,5	220,1	431,4	242,4	8,0	4,5	3,6	292,0
6. Grandes grupos	3 × 9 S	505,2	248,3	7,7	3,8	3,5	248,4	417,3	192,4	7,8	3,6	3,6	213,6	427,7	228,1	7,9	4,2	3,6	281,4
	3 × 9 S AL	506,2	323,9	7,7	4,9	3,4	323,9												
	3 × 9 S AC	508,1	312,8	7,8	4,8	3,5	312,8												
	135 A	509,6	113,4	38,9	8,7	8,5	113,4	417,3	91,5	38,8	8,5	8,4	130,3	423,2	145,3	39,3	13,5	8,5	221,7
	9 × 15 S	510,9	76,1	39,0	5,8	8,6	76,1	418,7	67,0	38,9	6,2	8,5	113,2	426,9	127,4	39,7	11,8	8,6	208,7
	9 × 15 S AL	507,5	163,3	38,8	12,5	8,3	163,3												
9 × 15 S AC	508,8	159,9	38,9	12,2	8,4	159,9													

Apêndice B

Resultados das simulações do capítulo 4

Tabela B.1: Resultados obtidos para a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida $P_a = 0,61$. (\bar{a} : média da área coberta projectada no plano. Índice $t5\%$: resultados obtidos após a exclusão de 5% das distâncias mais elevadas.)

Cenário	N.º de TL	A	D	\bar{N}_c	$CV(N_c)$	\bar{a}	$\bar{a}_{t5\%}$	\bar{n}	$CV(n)$	$\bar{n}_{t5\%}$	$CV(n_{t5\%})$
1. Declive constante	1	1,4	360,6	19,8	22,2	0,0390	0,0329	12,0	26,74	11,4	27,45
	5	1,4	360,6	98,6	8,9	0,1951	0,1645	59,8	11,84	56,8	11,96
	10	1,4	360,6	197,2	6,4	0,3903	0,3289	119,6	8,45	113,6	8,46
2. Dois declives	1	1,2	425,0	20,6	28,1	0,0399	0,0345	12,6	32,96	11,9	31,76
	5	1,2	425,0	102,4	12,6	0,2013	0,1731	62,7	14,86	59,5	14,9
	10	1,2	425,0	204,9	8,9	0,4020	0,3460	125,3	10,57	119,0	10,57
3. Curva	1	2,5	202,6	31,2	59,3	0,0568	0,0494	19,1	60,55	18,1	58,38
	5	2,5	202,6	156,0	26,6	0,2972	0,2570	95,5	27,25	90,7	27,27
	10	2,5	202,6	312,3	18,7	0,6075	0,5236	191,4	19,11	181,8	19,11

Tabela B.2: Estatísticas sumárias dos *valores p* obtidos, com 10000 simulações, com teste de Kolmogorov-Smirnov ao ajustamento das distâncias à distribuição Uniforme por cenário, tipo de distância e número de transectos lineares aleatórios. (P_i : percentil de ordem i , $i = 10, 25, 50, 75$ e 90)

Cenário	Distância	N.º TL	P_{10}	P_{25}	P_{50}	P_{75}	P_{90}	Amplitude	Média
1. Declive constante	Perpendicular	1	0,087	0,240	0,492	0,755	0,906	1,000	0,495
		5	0,097	0,250	0,522	0,769	0,914	1,000	0,511
		10	0,099	0,252	0,510	0,765	0,915	1,000	0,507
	Inclinada	1	0,087	0,240	0,492	0,755	0,906	1,000	0,495
		5	0,097	0,250	0,522	0,769	0,914	1,000	0,511
		10	0,099	0,252	0,510	0,765	0,915	1,000	0,507
	Topográfica	1	0,087	0,240	0,492	0,755	0,906	1,000	0,495
		5	0,097	0,250	0,522	0,769	0,914	1,000	0,511
		10	0,099	0,252	0,510	0,765	0,915	1,000	0,507
2. Dois declives	Perpendicular	1	0,084	0,239	0,485	0,737	0,905	1,000	0,490
		5	0,000	0,007	0,079	0,378	0,722	1,000	0,226
		10	0,000	0,000	0,008	0,105	0,422	0,998	0,113
	Inclinada	1	0,080	0,233	0,484	0,738	0,905	1,000	0,488
		5	0,084	0,233	0,489	0,754	0,908	1,000	0,493
		10	0,082	0,232	0,490	0,753	0,909	1,000	0,494
	Topográfica	1	0,080	0,234	0,483	0,737	0,903	1,000	0,488
		5	0,082	0,230	0,484	0,751	0,906	1,000	0,490
		10	0,070	0,210	0,459	0,736	0,899	1,000	0,474
3. Curva	Perpendicular	1	0,053	0,178	0,473	0,740	0,888	0,999	0,467
		5	0,000	0,000	0,000	0,022	0,192	0,999	0,061
		10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,008	0,988	0,013
	Inclinada	1	0,045	0,163	0,462	0,739	0,890	1,000	0,462
		5	0,055	0,171	0,414	0,705	0,885	1,000	0,444
		10	0,051	0,162	0,400	0,682	0,878	1,000	0,432
	Topográfica	1	0,045	0,164	0,463	0,742	0,891	1,000	0,463
		5	0,055	0,169	0,414	0,705	0,887	1,000	0,444
		10	0,049	0,157	0,394	0,681	0,876	1,000	0,429

Tabela B.3: (a) Probabilidade de detecção estimada, e respectivos (b) coeficiente de variação (CV) e (c) erro quadrático médio (EQM), com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{P}_a : estimador convencional, \hat{P}_{a_c} , $i = 1, \dots, 5$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.)

(a) Probabilidade de detecção estimada										
Cenário	N.º TL	\hat{P}_a	$\hat{P}_{a_{t5\%}}$	\hat{P}_{a_c}	$\hat{P}_{a_{ct5\%}}$	\hat{P}_{a_1}	\hat{P}_{a_2}	\hat{P}_{a_3}	\hat{P}_{a_4}	\hat{P}_{a_5}
1. Declive constante	1 A	0,69	0,78			0,69	0,69	0,69	0,69	0,69
	5 A	0,61	0,69	0,28	0,29	0,61	0,61	0,61	0,61	0,61
	10 A	0,60	0,68	0,27	0,29	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60
2. Dois Declives	1 A	0,56	0,69			0,62	0,62	0,57	0,57	0,57
	5 A	0,53	0,63	0,58	0,66	0,54	0,56	0,46	0,48	0,53
	10 A	0,53	0,63	0,56	0,64	0,53	0,57	0,45	0,49	0,52
3. Curva	1 A	0,38	0,48			0,54	0,55	0,52	0,52	0,52
	5 A	0,48	0,57	0,46	0,53	0,71	0,74	0,56	0,56	0,59
	10 A	0,49	0,58	0,47	0,54	0,71	0,76	0,56	0,58	0,56

(b) Coeficiente de variação (CV)										
Cenário	N.º TL	\hat{P}_a	$\hat{P}_{a_{t5\%}}$	\hat{P}_{a_c}	$\hat{P}_{a_{ct5\%}}$	\hat{P}_{a_1}	\hat{P}_{a_2}	\hat{P}_{a_3}	\hat{P}_{a_4}	\hat{P}_{a_5}
1. Declive constante	1 A	35,21	30,91			35,21	35,21	35,21	35,21	35,21
	5 A	11,98	15,85	32,53	32,08	11,98	11,98	11,98	11,98	11,98
	10 A	8,11	9,16	28,06	27,85	8,11	8,11	8,11	8,11	8,11
2. Dois Declives	1 A	43,17	37,30			37,77	37,772	42,40	42,40	42,40
	5 A	14,38	15,81	17,20	18,28	20,76	20,41	18,54	18,39	15,32
	10 A	9,86	9,87	12,07	13,26	20,55	22,17	13,24	15,63	12,26
3. Curva	1 A	64,58	64,25			57,09	57,09	55,95	55,95	55,95
	5 A	18,19	18,50	24,95	25,25	23,70	21,45	24,29	18,42	33,34
	10 A	11,12	11,70	16,90	17,69	17,63	13,80	16,05	9,84	29,02

(c) Erro quadrático médio (\sqrt{EQM})										
Cenário	N.º TL	\hat{P}_a	$\hat{P}_{a_{t5\%}}$	\hat{P}_{a_c}	$\hat{P}_{a_{ct5\%}}$	\hat{P}_{a_1}	\hat{P}_{a_2}	\hat{P}_{a_3}	\hat{P}_{a_4}	\hat{P}_{a_5}
1. Declive constante	1	0,25	0,30			0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
	5	0,07	0,14	0,34	0,33	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
	10	0,04	0,10	0,35	0,33	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
2. Dois Declives	1	0,25	0,27			0,23	0,23	0,24	0,24	0,24
	5	0,11	0,10	0,10	0,13	0,13	0,13	0,18	0,16	0,11
	10	0,09	0,07	0,08	0,09	0,14	0,13	0,17	0,14	0,11
3. Curva	1	0,34	0,33			0,32	0,32	0,30	0,30	0,30
	5	0,15	0,11	0,19	0,16	0,20	0,20	0,14	0,11	0,20
	10	0,13	0,08	0,16	0,12	0,16	0,18	0,10	0,06	0,17

Tabela B.4: (a) Abundância estimada na área de amostrada, e respectivos (b) coeficiente de variação (CV) e (c) erro quadrático médio (EQM), com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{N}_c : estimador convencional e \tilde{N}_{c_i} , $i = 1, \dots, 5$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.)

(a) Abundância estimada										
Cenário	N.º TL	\hat{N}_c	$\tilde{N}_{c,t5\%}$	$\hat{N}_{c,c}$	$\tilde{N}_{c,c,t5\%}$	\tilde{N}_{c_1}	\tilde{N}_{c_2}	\tilde{N}_{c_3}	\tilde{N}_{c_4}	\tilde{N}_{c_5}
1. Declive constante	1	19,7	16,3			19,7	19,7	19,7	19,7	19,7
	5	100,1	83,9	232,4	209,1	100,1	100,1	100,1	100,1	100,1
	10	199,3	168,0	471,4	419,0	199,3	199,3	199,3	199,3	199,3
2. Dois Declives	1	25,1	19,3			22,5	22,5	24,7	24,7	24,7
	5	119,5	95,7	111,1	93,4	121,0	115,4	140,9	134,7	119,9
	10	236,8	190,7	226,5	188,5	247,4	229,2	283,6	263,0	242,5
3. Curva	1	54,8	42,3			42,1	42,1	43,6	43,6	43,6
	5	197,3	159,6	213,3	179,3	144,7	136,6	176,9	171,0	180,3
	10	386,7	313,9	408,7	244,7	276,5	256,3	349,0	329,9	368,1

(b) Coeficiente de variação (CV)										
Cenário	N.º TL	\hat{N}_c	$\tilde{N}_{c,t5\%}$	$\hat{N}_{c,c}$	$\tilde{N}_{c,c,t5\%}$	\tilde{N}_{c_1}	\tilde{N}_{c_2}	\tilde{N}_{c_3}	\tilde{N}_{c_4}	\tilde{N}_{c_5}
1. Declive constante	1	42,75	44,74			42,75	42,75	42,75	42,75	42,75
	5	16,16	18,30	27,32	28,14	16,16	16,16	16,16	16,16	16,16
	10	11,39	12,18	21,71	22,43	11,39	11,39	11,39	11,39	11,39
2. Dois Declives	1	37,35	40,58			39,82	39,82	37,77	37,77	37,77
	5	15,81	17,10	21,54	23,63	22,66	20,85	19,08	18,63	17,37
	10	11,19	11,78	14,08	16,20	21,58	20,82	13,83	15,19	14,11
3. Curva	1	34,19	36,45			60,10	60,10	58,45	58,45	58,45
	5	19,44	18,93	30,66	32,14	46,05	41,30	28,65	22,23	39,09
	10	14,13	13,65	18,20	18,95	28,58	24,97	20,05	14,96	32,36

(c) Erro quadrático médio (\sqrt{EQM})										
Cenário	N.º TL	\hat{N}_c	$\tilde{N}_{c,t5\%}$	$\hat{N}_{c,c}$	$\tilde{N}_{c,c,t5\%}$	\tilde{N}_{c_1}	\tilde{N}_{c_2}	\tilde{N}_{c_3}	\tilde{N}_{c_4}	\tilde{N}_{c_5}
1. Declive constante	1	8,4	8,1			8,4	8,4	8,4	8,4	8,4
	5	16,2	21,3	148,1	125,2	16,2	16,2	16,2	16,2	16,2
	10	22,8	35,6	292,8	240,9	22,8	22,8	22,8	22,8	22,8
2. Dois Declives	1	10,4	7,9			9,1	9,1	10,2	10,2	10,2
	5	25,5	17,7	25,5	23,8	33,1	27,4	47,0	40,9	27,2
	10	41,5	26,6	38,7	34,7	68,2	53,6	88,0	70,5	50,8
3. Curva	1	30,1	19			27,5	27,5	28,4	28,4	28,4
	5	56,4	30,4	87	62,1	67,6	59,7	54,8	40,9	74,6
	10	92,3	42,9	121,8	72,9	86,7	85,0	79,0	52,4	131,5

Tabela B.5: Densidade estimada, com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{D} : estimador convencional e \tilde{D}_i , $i = 1, \dots, 5, 1h, \dots, 5b$: estimadores propostos. Índice $t5\%$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.)

Cenário	Nº TL	\hat{D}	$\hat{D}_{t5\%}$	\hat{D}_c	$\hat{D}_{ct5\%}$	\tilde{D}_1	\tilde{D}_2	\tilde{D}_3	\tilde{D}_4	\tilde{D}_5	\tilde{D}_{1a}	\tilde{D}_{2b}	\tilde{D}_{3b}	\tilde{D}_{4b}	\tilde{D}_{5b}
1. Declive constante	1	505,9	494,8			505,9	505,9	505,9	505,9	505,9	505,9	505,9	505,9	505,9	505,9
	5	512,9	509,8	1265,9	1323,4	512,9	512,9	512,9	512,9	512,9	512,9	512,9	512,9	512,9	512,9
	10	510,7	510,8	1247,7	1299,3	510,7	510,7	510,7	510,7	510,7	510,7	510,7	510,7	510,7	510,7
2. Dois Declives	1	536,1	517,9			568,4	568,4	640,8	640,8	640,8	480,9	480,9	529,2	529,2	529,2
	5	510,8	513,9	522,2	537,4	600,1	575,7	701,9	672,9	599,1	517,0	493,5	602,3	575,6	512,5
	10	506,0	511,5	506,9	523,2	613,8	570,9	705,6	655,9	605,6	528,6	489,8	606,1	562,1	518,2
3. Curva	1	558,9	549,8			881,7	881,7	918,3	918,3	918,3	429,0	429,0	445,2	445,2	445,2
	5	402,0	414,1	487,6	510,1	493,8	473,3	608,4	609,5	606,6	294,9	278,2	360,4	348,4	367,4
	10	393,9	407,2	434,2	461,0	456,9	427,5	578,6	558,8	598,1	281,7	261,0	355,4	336,0	375,0

Tabela B.6: Coeficiente de variação associado à densidade estimada, com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_a = 0,61$. (\hat{D} : estimador convencional e $\hat{D}_i, i = 1, \dots, 5, 1b, \dots, 5b$: estimadores propostos. Índice $t_{5\%}$: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c : inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.)

Cenário	N.º TL	Coeficiente de variação (CV)													
		\hat{D}	$\hat{D}_{t_{5\%}}$	\hat{D}_c	$\hat{D}_{ct_{5\%}}$	\hat{D}_1	\hat{D}_2	\hat{D}_3	\hat{D}_4	\hat{D}_5	$\hat{D}_{1,a}$	$\hat{D}_{2,b}$	$\hat{D}_{3,b}$	$\hat{D}_{4,b}$	$\hat{D}_{5,b}$
1. Declive constante	1	42,75	44,75			42,75	42,75	42,75	42,75	42,75	42,75	42,75	42,75	42,75	42,75
	5	16,16	18,3	27,26	28,29	16,16	16,16	16,16	16,16	16,16	16,16	16,16	16,16	16,16	16,16
	10	11,39	12,17	21,63	22,47	11,39	11,39	11,39	11,39	11,39	11,39	11,39	11,39	11,39	11,39
2. Dois Declives	1	37,35	40,56			35,72	35,72	41,21	41,21	41,21	39,83	39,83	37,77	37,77	37,77
	5	15,81	17,09	24,47	27,06	20,42	21,37	18,53	20,08	18,80	22,66	20,85	19,08	18,63	17,37
	10	11,19	11,78	13,85	16,02	19,27	20,67	12,32	15,63	15,52	21,58	20,82	13,83	15,19	14,11
3. Curva	1	34,19	36,43			52,29	52,29	52,61	52,61	52,61	60,09	60,09	58,44	58,44	58,44
	5	19,44	18,92	37,2	39,02	34,05	35,03	23,28	31,26	28,35	46,05	41,30	28,65	22,23	39,09
	10	14,13	13,65	18,33	18,72	21,11	22,49	15,34	22,47	21,82	28,58	24,97	20,05	14,96	32,36

Tabela B.7: Erro quadrático médio (\sqrt{EQM}) associado à densidade estimada, com a amostragem por transectos lineares (TL), posicionados de forma aleatória, por cenário montanhoso, com 10000 simulações, para uma população com $N = 510$ e considerando a probabilidade de detecção conhecida, $P_d = 0,61$. (\hat{D} : estimador convencional e $\hat{D}_i, i = 1, \dots, 5, 1b, \dots, 5b$: estimadores propostos. Índice t5%: exclusão de 5% das distâncias mais elevadas; índice c: inclusão da covariável diferença de nível entre o transecto linear e o animal detectado.)

Cenário	N.º TL	Erro quadrático médio (\sqrt{EQM})													
		\hat{D}	$\hat{D}_{t5\%}$	\hat{D}_c	$\hat{D}_{ct5\%}$	\hat{D}_1	\hat{D}_2	\hat{D}_3	\hat{D}_4	\hat{D}_5	\hat{D}_{1a}	\hat{D}_{2b}	\hat{D}_{3b}	\hat{D}_{4b}	\hat{D}_{5b}
1. Declive constante	1	216,3	221,9			216,3	216,3	216,3	216,3	216,3	216,3	216,3	216,3	216,3	216,3
	5	83,0	93,3	830,9	895,5	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0	83,0
	10	58,2	62,2	785,5	841,6	58,2	58,2	58,2	58,2	58,2	58,2	58,2	58,2	58,2	58,2
2. Dois Declives	1	202,0	210,2			211,3	211,3	294,7	294,7	294,7	193,7	193,7	200,8	200,8	200,8
	5	80,7	87,9	128,3	148,0	152,1	139,5	231,8	211,7	143,6	117,4	104,2	147,4	125,7	89,0
	10	56,8	60,3	70,3	84,8	157,4	132,8	214,1	178,3	134,1	115,6	104,0	127,6	100,0	73,6
3. Curva	1	197,3	204,2			592,2	592,2	632,5	632,5	632,5	270,2	270,2	268,1	268,1	268,1
	5	133,3	123,8	182,7	199,0	168,9	169,8	172,5	215,0	197,3	254,4	258,7	181,7	179,2	202,4
	10	128,8	116,8	109,9	99,2	110,1	126,7	112,2	134,7	157,5	242,1	257,4	170,2	181,1	181,5

Apêndice C

Código R

Algum código implementado no programa R Project, *release 2* (<http://www.r-project.org/>).

C.1 Simulação das localizações

Código utilizado para gerar N_{pop} localizações (x, y) dos animais numa área quadrada $A = [0; 1] \times [0; 1]$, dada uma semente, de acordo com processos pontuais de Poisson homogêneos (GeraXYPPH), não homogêneos (GeraXYPPNH) ou agrupados (GeraFilhosPPA) e um processo inibidor (GeraXYInibidora).

C.1.1 Processo pontual de Poisson homogêneo

```
GeraXYPPH<-function(semente, Npop) {  
  set.seed(semente)  
  x<-runif(Npop) # localização (x,y) dos pontos  
  y<-runif(Npop)  
  GeraXYPPH<-cbind(x, y)  
}
```

C.1.2 Processo pontual de Poisson não homogêneo

Determina as localizações (x, y) de acordo com a função intensidade (FuncaoLambda) especificada.

```

IntegralLambda<-function() { # Cálculo do integral de lambda
  funcao<-function(y, integrand) {
    unlist(lapply(y, function(y, integrand) {
      integrate(f=integrand, lower=0, upper=1, y=y)$value
    },
    integrand))
  }
  return(integrate(f=funcao, lower=0, upper=1, integrand=function(x,y) {
    FuncaoLambda(cenario,x,y)
  }
  $value)
}

FuncaoLambda<-function(cenario,x,y){ # Funções intensidade consideradas
  switch(cenario,
    H=1,
    PNH1=(sin(5*x*y)),
    PNH2=((x-0.5)^2)*((y-0.5)^2),
    PNH3=dmvnorm(c(x,y), mean=c(0.5,0.5), sd=c(0.15,0.15), rho=0),
    PNH4=((x-0.5)^2)*((y-0.5)^2)*exp(-(((x-0.5)/0.15)^2+((y-0.5)/0.15)^2)/2),
    PNH5=((x^2-0.25)^2)*((y^2-0.3)^2)*exp(-(((x-0.5)/0.12)^2+((y-0.5)/0.13)^2)/2),
    PNH3t=(dnorm(x,mean=0.5,sd=0.13)),
    stop("Funcao Lambda nao definida"))
}

GeraXYPPNH<-function(sementel,semente2,lambdaPP,cenario){
  set.seed(sementel)
  PP<-rpois(1,lambdaPP) # Número provisório de pontos
  x<-runif(PP) # localização (x,y) dos pontos provisórios
  y<-runif(PP)
  lambdas<-0
  # Cálculo dos lambda(s) para cada localização
  for (i in 1:PP) lambdas[i]<-FuncaoLambda(cenario,x[i],y[i])
  lambda0<-max(lambdas, na.rm = F) # Cálculo de lambda0 = máximo dos lambda(s)
  set.seed(semente2) # Geração das Localizações definitivas (xp,yp)
}

```

```

Npop<-0 # Determinação dos pontos finais = Npop
xp<-0
yp<-0
for (i in 1:PP) {
  u<-runif(1)
  if (u<=(lambdas[i]/lambda0)) { # Considerar este ponto
    Npop<-Npop+1 # Atualiza número final de pontos
    xp[Npop]<-x[i] # Localização (xp,yp) dos pontos finais
    yp[Npop]<-y[i]
  }
}
GeraXYPPNH<-cbind(xp,yp)
}

```

C.1.3 Processo pontual de Poisson agrupado

Determina a localização (x, y) dos filhos em redor dos pais, de acordo com uma distribuição (distF) . O número de filhos é aleatório com distribuição distN .

```

require(mnormt)
DistNumFilhos<-function(dist,parametro){ # Calcula n.º de filhos por pai
  switch(dist,
    Poisson = rpois(1, parametro),
    stop("Funcao para numero de filhos nao definida!"))
}

DistFilhos<-function(dist,mx,my){ # Funções assumidas para localização dos filhos
  switch(dist,
    BiNormal1=rmnorm(1, c(mx,my), matrix(c(0.1^2, 0, 0, 0.1^2), 2, 2)),
    BiNormal2=rmnorm(1, c(mx,my), matrix(c(0.05^2, 0, 0, 0.05^2), 2, 2)),
    BiNormal3=rmnorm(1, c(mx,my), matrix(c(0.04^2, 0, 0, 0.04^2), 2, 2)),
    BiNormal4=rmnorm(1, c(mx,my), matrix(c(4^2, 0, 0, 4^2), 2, 2)),
    stop("Funcão para distribuição de filhos nao definida!"))
}

```

```

GeraFilhosPPA<-function(pais, semente, distN, nfilhos, distF){
  xyfilhos<-0
  Npais<-dim(pais)[1] # N° de pais
  set.seed(semente)
  for (i in 1:Npais) {
    nifilhos<-DistNumFilhos(distN, nfilhos)
    for (j in 1: nifilhos) {
      filho<-DistFilhos(distF, pais[i,1], pais[i,2])
      if (filho[1]<0) filho[1]<-abs(1+filho[1])
        else if (filho[1]>1) filho[1]<-abs(1-filho[1])
      if (filho[2]<0) filho[2]<-abs(1+filho[2])
        else if (filho[2]>1) filho[2]<-abs(1-filho[2])
      if (i==1 & j==1) xyfilhos<-filho
      else xyfilhos<-rbind(xyfilhos, filho)
    }
  }
  GeraFilhosPPA<-xyfilhos
}

```

C.1.4 Processo pontual inibidor

Determina as localizações (x, y) de forma a distância entre duas quaisquer localizações seja no mínimo um certo valor (raio).

```

Distancia<-function(x0, y0, x, y, raio) {
# Distância entre (x,y) e (x0,y0)
# cálculo do cateto horizontal
if (abs(x0-x)<=raio) dx<-abs(x0-x)
  else if ((x0<raio) && (x>1-raio+x0)) dx<-abs(x-1-x0)
    else if ((x0>1-raio) && (x<raio-1+x0)) dx<-abs(x+1-x0)
      else dx<-1
# cálculo do cateto vertical
if (abs(y0-y)<=raio) dy<-abs(y0-y)
  else if ((y0<raio) && (y>1-raio+y0)) dy<-abs(y-1-y0)
    else if ((y0>1-raio) && (y<raio-1+y0)) dy<-abs(y+1-y0)

```

```

        else dy<-1
    if (dx<=raio || dy<=raio) d<-sqrt(dx2+dy2)
        else d<-1
    Distancia<-d
}

GeraXYInibidora<-function(semente,Npop,raio){
    XY<-matrix(0,nrow=Npop,ncol=2)
    set.seed(semente)
    XY[1,]<-c(runif(1,0,1),runif(1,0,1))
    tamanho<-1
    while (tamanho<Npop){
        novoXY<-c(runif(1,0,1),runif(1,0,1))
        i<-1
        continuar<-T
        while ((i<=tamanho) & (continuar)){
            d<-Distancia(XY[i,1],XY[i,2],novoXY[1],novoXY[2],raio)
            if (d<=raio) continuar<-F
                else i<-i+1
        }
        if (continuar) { # o objecto está afastado dos outros
            tamanho<-tamanho+1
            XY[tamanho,]<-novoXY
        }
    }
    GeraXYInibidora<-XY
}

```

C.2 Estimadores propostos no capítulo 4

Determinação das distâncias de truncatura distintas e respectivos pesos (CalculaPaEst) e cálculo da probabilidade de detecção estimada corrigida \tilde{P}_{a_i} .

- Parâmetros de entrada: w1s = w1 dos vários TL; w2s = w2 dos vários TL; key = função chave; mserie = n.º parametros da série; serie = expansão em série; ai = coeficientes

estimados da função chave e da serie.

- Dados de saída: Pa = probabilidade de detecção estimada com o estimador proposto.

Utiliza a função `mi` que calcula $\int_{w_1}^{w_2} g(x)dx$.

```
CalculaPaEst<-function(Est,wi,mkey,key,mserie,serie,ai) {
  wi<-wi[order(wi)] # Ordenar os wi
  wi<-c(0,wi)
  # Eliminar w[i] repetidos e associar "pesoi" aos que se repetem
  wdif<-0
  soma<-1
  freqi<-0
  Nwi<-length(wi)
  for (h in 3:Nwi) {
    if (abs(wi[h]-wi[h-1])<0.0001) soma<-soma+1 # margem=0.0001
    else {
      wdif<-c(wdif,wi[h-1])
      freqi<-c(freqi,soma)
      soma<-1
    }
  }
  wdif<-c(wdif,wi[Nwi]) # wi diferentes, com wdif[1]=0
  freqi<-c(freqi,soma) # frequência absoluta de cada wi
  pesoi<-switch(Est,freqi/sum(freqi),rep(1,length(freqi)),
               rep(1,length(freqi)),rep(1,length(freqi)),rep(1,length(freqi)))
  Nw<-length(wdif) # número de w diferentes + 1, pois w1=0
  C<-0
  for (h in 2:Nw) C<-C+pesoi[h]/wdif[h]
  fi<-0
  for (h in 2:Nw) fi[h-1]<-pesoi[h]/(C*wdif[h])
  Fi<-cumsum(fi)
  Qi<-rep(0,Nw-1)
  # Cálculo de qi=contribuição absoluta de cada patamar, com pesos diferentes
  Qi[1]<-1
  if (Nw>2){ # Existem pelo menos 2 wi>0
```

```

    for (h in 2:(Nw-1)) Qi[h]<-1-Fi[h-1]
}
SomaQ<-sum(Qi)
# identificar a função chave
FD<-switch(key,"U","HN","Desc","HR")
if (mserie>0) ajust<-switch(mserie,"SP","PH","Desc","COS")
    else ajust<-
gx<-paste(FD,ajust,sep=)
Pa<-0
wmax<-wdif[Nw] # w máximo
for (h in 2:Nw){
    w1<-wdif[h-1] # wi[1] = 0
    w2<-wdif[h]
    mi<-0
    if ((mkey==0)&(mserie==0)) mi<-w2-w1 # se não há FD nem Ajust, g(x)=1
    else mi<-switch(key,miu(gx,wmax,0,w2,w1,c(ai[1],ai[2],ai[3])), # FD=U
                    miu(gx,ai[1],0,w2,w1,c(ai[2],ai[3])),NA, # FD=HN
                    miu(gx,ai[1],ai[2],w2,w1,ai[3])) # FD=HR
    Pa<-Pa+mi/(w2-w1)*Qi[h-1]/SomaQ
}
CalculaPaEst<-Pa
} # Fim de CalculaPaEst

```