

**Universidade de Évora**



**A modelação matemática com recurso a tecnologia:  
Um estudo em contexto de colaboração entre professoras de  
Matemática e de Física-Química**

**Mestranda: Maria Margarida Letras Guégués**

**Professora Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Paula Canavarro**

**Mestrado em Educação Matemática**

**2009**

**Universidade de Évora**

**A modelação matemática com recurso a tecnologia:  
Um estudo em contexto de colaboração entre professoras de  
Matemática e de Física-Química**

**Mestranda: Maria Margarida Letras Guégués**

**Dissertação Apresentada para a Obtenção do Grau de Mestre em Educação  
e na Especialidade de Educação Matemática**



171 380

**Professora Orientadora: Prof. Dr.<sup>a</sup> Ana Paula Canavarro**

**2009**

*às minhas  
filhas,  
Carolina e  
Carminho*

## Resumo

Este estudo teve como objectivo compreender o desenvolvimento de tarefas de modelação, por parte de uma professora de Matemática e de uma professora de Física-Química, no âmbito de trabalho colaborativo. Para tal foram formuladas três questões orientadoras:

1. Como é que os professores seleccionam e preparam as tarefas de modelação a colocar aos alunos em situação de sala de aula? Que características das tarefas de modelação se mostram fundamentais para a sua selecção?
2. Como desenvolvem os professores as tarefas de modelação na sala de aula? Como gerem e dinamizam as aulas onde colocam tarefas de modelação aos alunos? Que papel reservam ao professor e ao aluno?
3. Como exploram os professores as potencialidades das calculadoras gráficas no desenvolvimento das tarefas de modelação? Que questões se colocam à utilização de sensores?

O estudo decorreu numa escola secundária, durante o ano lectivo de 2005/06, sob proposta e com a participação da investigadora, envolvendo uma professora de Matemática e uma professora de Física-Química de uma mesma turma de 10º ano. O grupo colaborativo reuniu regularmente e preparou e leccionou aulas com tarefas de modelação matemática, recorrendo a calculadoras gráficas e sensores, tarefas e tecnologias novas para ambas as professoras.

A metodologia utilizada na investigação tem natureza qualitativa, tendo sido realizadas duas entrevistas longas a cada professora, uma no início e outra no fim do estudo, bem como entrevistas de curta duração às professoras após cada uma das aulas onde foram desenvolvidas as tarefas. Foram também recolhidos registos das sessões colectivas de trabalho e elaborado um “diário de bordo”.

O estudo permitiu formular as seguintes conclusões:

- Quando as professoras seleccionavam as tarefas de modelação a propor aos seus alunos tinham em consideração o cumprimento dos programas, os conteúdos a abordar e a diversidade de questões que se podem formular sobre os mesmos e o interesse e significado da experiência para os alunos.
- O tempo que é necessário para a preparação e execução das tarefas de modelação pareceu ser factor de grande peso na sua selecção.

- O elevado número de alunos por turma pode ser factor um negativo para o desenvolvimento de tarefas de modelação na sala de aula.

- Na opinião das professoras, o recurso à calculadora gráfica e aos sensores para realizar a recolha de dados relativos a uma tarefa de modelação tornou-as mais apelativas e ajudou os alunos a compreender a situação em causa assim como permitiu tornar mais nítida a relação entre a Matemática e a Física.

Palavras-chave: Modelação, professor, dinâmica da sala de aula, interdisciplinaridade, calculadoras gráficas, trabalho colaborativo e desenvolvimento profissional.

Mathematical modelling with technological resources: a study in a collaboration context between Mathematics and Physics-Chemistry teachers.

## **Abstract**

This study aimed to understand the development of modelling tasks, by a Mathematics teacher and a Physics-Chemistry teacher, as part of collaborative work. For this study were formulated three guidelines:

1. How do teachers select and prepare the modelling tasks to present to the students in a classroom situation? What characteristics of these tasks are essential for their selection?
2. How do teachers develop the modelling tasks in the classroom? How do they manage and dynamize the classes where the modelling tasks took place? What role it's reserd to the teacher and the student?
3. How do teachers exploit the potential of graphics calculator in the development of the modelling tasks? What issues arise for the use of sensors?

This study took place at a secondary school during the academic year 2005/06, as a suggestion and with the participation of the researcher, involving a Mathematics teacher and a Physics-Chemistry teacher of the same class (10<sup>th</sup> grade). The colaborative group had regular meetings and prepared and developed modellin tasks in the classroom using graphics calculator and sensors, which was a new activity for all the teachears.

The methodology used has a qualitative nature. Two interviews were made to each teacher, one at baseline and another at the end of the study, fourteen work sections and three modelling tasks were explored in classroom context after which followed small interviews to the teacher that gave the class. In addition records were also made in a small "log-book".

This study allowed to reach the following conclusios:

- When the teachers select the modelling tasks to offer its students they take into account the programs, the contents and the diversity of questions that can be made on it and the interest and significance of the experience for students.
- The time needed for preparation and implementation of the modelling tasks is another factor of great weight in its selection.
- The high number of student per class can be a negative factor for the development of modelling tasks in the classroom.

- In the teachers opinion, the use of the graphics calculator and sensors to collect data on a modelling tasks makes its more attractive and helps students to understand the situation and makes clearer the link between Mathematics and Physics.

**Keywords:** Mathematical modelling, teacher, Mathematics-Physics interdisciplinarity, graphics calculators, collaborative work and professional development.

## **Agradecimentos**

À Professora Doutora Ana Paula Canavarro, que me orientou neste trabalho, pelas suas sugestões, críticas e ensinamentos, pelas suas palavras de estímulo e por me ter sempre apoiado e incentivado mesmo após tanto tempo de silêncio.

À Ana e à Olívia, sem elas não teria sido possível desenvolver este trabalho, pela sua disponibilidade e amizade.

Aos alunos da turma participante neste estudo, pela forma como se envolveram no desenvolvimento das tarefas de modelação propostas e com que me receberam nas suas aulas de Matemática e de Física-Química.

À CASIO pelo material que pôs à disposição da escola envolvida neste estudo.

Ao meu marido, Paulo, pelo carinho, paciência e ajuda que me dedicou.

Às minhas filhas, à Carolina, por me recordar tantas vezes que tinha de terminar este trabalho, e à Carminho por ser uma bebé muito sossegada. Adoro-vos.

Aos meus pais, os melhores do mundo, que sempre me apoiaram a todos os níveis e não deixaram de acreditar que eu era capaz de concluir este trabalho.

A todos aqueles que torceram por mim.

## Índice

Capítulo 1 – Introdução	1
Capítulo 2 – Revisão de Literatura	9
2.1 A modelação matemática	9
2.1.1 O que se entende por modelação matemática	9
2.1.2 Modelação no Currículo	13
2.1.2.1 Modelação no Currículo de Matemática	20
2.1.2.2 Modelação no Currículo de Física	21
2.2 A Matemática e a Física	22
2.3 A Calculadora Gráfica e os Sensores	26
2.3.1 A Calculadora Gráfica no Ensino da Matemática	26
2.3.2 A Calculadora Gráfica no Ensino da Física	29
2.3.3 A Modelação e a Calculadora Gráfica e Sensores	31
2.4 O Trabalho Colaborativo	33
Capítulo 3 – Metodologia da Investigação	39
3.1 Opções metodológicas	39
3.2 As participantes	41
3.3 O desenvolvimento de trabalho colaborativo	43
3.4 Recolha dos dados	47
3.5 Análise de dados	48
Capítulo 4 – Desenvolvimento da Investigação	51
4.1 O contexto da investigação	51
4.1.1 O contexto escolar	51
4.1.2 A professora de Matemática	53
4.1.3 A professora de Física-Química	56
4.1.4 A turma	60
4.2 As tarefas: da selecção à preparação da aula	60
4.2.1 A Bola Saltitona	61
4.2.1.1 A selecção e preparação da tarefa “A Bola Saltitona”	61
4.2.1.2 “A Bola Saltitona” na sala de aula	66
4.2.1.2.1 “A Bola Saltitona” na aula de Matemática (8 de Março de 2006)	66

4.2.1.2.1 “A Bola Saltitona” na aula de Física-Química (8 de Junho de 2006)	72
4.2.1.3 Reflexões sobre a tarefa “A Bola Saltitona” na sala de aula	76
4.2.2 O Cubo de Leslie	78
4.2.2.1 A selecção e preparação da tarefa “O Cubo de Leslie”	78
4.2.2.2 “O Cubo de Leslie” na sala de aula	84
4.2.2.2.1 “O Cubo de Leslie” na aula de Física-Química (16 de Março de 2006)	84
4.2.2.2.2 “O Cubo de Leslie” na aula de Matemática (20 de Março de 2006)	88
4.2.2.3 Reflexões sobre a tarefa “O cubo de Leslie” na sala de aula	93
4.2.3 Capacidade Térmica Mássica	95
4.2.3.1 A selecção e preparação da tarefa “Capacidade Térmica Mássica”	95
4.2.3.2 “Capacidade Térmica Mássica” na sala de aula	101
4.2.3.2.1 “Capacidade Térmica Mássica” na aula de Física-Química (04 de Maio de 2006)	101
4.2.3.2.2 “Capacidade Térmica Mássica” na aula de Matemática (12 de Junho de 2006)	104
4.2.3.3 Reflexões sobre a tarefa “Capacidade Térmica Mássica” na sala de aula	108
4.3 Perspectivas das professoras pelo trabalho realizado	110
4.3.1 Preparação e condução das tarefas de modelação na aula	110
4.3.2 Exploração da calculadora gráfica e dos sensores	117
4.3.3 O trabalho colaborativo	121
Capítulo 5 – Conclusão	125
5.1 Síntese do estudo	125
5.2 Conclusões	128
5.2.1 Selecção e preparação das tarefas de modelação e as suas características	128
5.2.2 O desenvolvimento das tarefas de modelação na sala de aula	131
5.2.3 As calculadoras gráficas e os sensores no desenvolvimento das tarefas de modelação	133

5.3 Mais valias do trabalho colaborativo	135
5.4 Limitações do estudo	137
5.5 Recomendações para a integração de tarefas de modelação na sala de aula	138
5.6 Sugestões de investigações futuras	140
Bibliografia	143
Anexos	147
Anexo 1 – Autorizações	149
Anexo 2 – Guião da primeira entrevista aos professores (Matemática)	151
Anexo 3 – Guião da primeira entrevista aos professores (Física)	155
Anexo 4 – Guião da segunda entrevista aos professores (Matemática)	159
Anexo 5 – Guião da segunda entrevista aos professores (Física)	161
Anexo 6 – Guião das entrevistas pós aula	163
Anexo 7 – Grelha de observação das aulas	165
Anexo 8 – Tarefa “A Bola Saltitona” (Matemática)	167
Anexo 9 – Tarefa “A Bola Saltitona” (Física-Química)	169
Anexo 10 – Tarefa “O Cubo de Leslie” (Matemática)	175
Anexo 11 – Tarefa “O Cubo de Leslie” (Física-Química)	177
Anexo 12 – Tarefa “Capacidade Térmica Mássica” (Matemática)	181
Anexo 13 – Tarefa “Capacidade Térmica Mássica” (Física-Química)	183

### **Lista de Figuras**

Fig. 1 -	11
----------	----

### **Lista de Quadros**

Quadro 1 – Síntese das sessões de trabalho colaborativo	44
Quadro 2 – Tarefas de modelação implementadas nas aulas	47

## Capítulo 1

### INTRODUÇÃO

Acabei a licenciatura em Ensino de Matemática no ano lectivo 2001/2002. Contudo, sentia que a minha formação académica não estava concluída: tinha mais para aprender. Quando surgiu a oportunidade de ingressar neste Mestrado, não pensei duas vezes, era algo a fazer. O primeiro ano, o ano curricular, foi muito bom. Senti que correspondeu às minhas expectativas e tive oportunidade de conhecer professores que muito me ensinaram, para além de colegas nos quais encontrei grandes amigos. O segundo ano era dedicado a fazer a dissertação. Escolhi o tema porque descobri nas tarefas de modelação potencialidades para o ensino da Matemática que desconhecia; as novas tecnologias sempre me apaixonaram assim como a partilha de experiências com outros colegas e havia uma coisa que sempre me intrigou quando aluna do secundário: por que é que os professores de Física diziam para os alunos perguntarem o que era determinada coisa (recordo-me particularmente bem da “coisa” logaritmo utilizada para determinar o pH de uma solução), em vez de serem eles a perguntar? Fiz o estudo de campo com bastante gosto, e comecei a escrever a presente dissertação. No entanto, quando escrevia algo, depressa apagava porque não era aquilo que eu e, supunha, a minha orientadora queríamos ver escrito. De tão depressa que apagava o que acabava de escrever que a motivação se começou a desvanecer e eu comecei a encontrar mil e uma coisas para justificar a falta de empenho. Quase desisti. Mas nesta investigação formámos um grupo colaborativo e, ao não

escrever a tese, não honrava o compromisso assumido com as duas colegas que comigo trabalharam. Para além disso recordava-me das palavras proferidas pela minha orientadora numa das reuniões que tínhamos tido: “Esta investigação tem traços bastante interessantes”. Por outro lado, a minha família questionava-me com frequência sobre quando acabava o mestrado. Assim, enchi-me de coragem e voltei a escrever.

A modelação matemática faz parte do currículo de Matemática há já algum tempo. Para o 3º ciclo do Ensino Básico, este tipo de actividade surge como metodologia no programa da disciplina de 1991. Posteriormente, no Ensino Secundário, na reestruturação de 1997, a Modelação Matemática aparece explicitamente como estratégia que atravessa o programa de forma transversal, vendo assim reforçada a sua importância no ensino da disciplina (DES, 1997), sendo também referida como orientação metodológica geral (DES, 2001).

No entanto, pela leitura do relatório Matemática 2001 (APM, 1998), no qual se apresenta um diagnóstico do estado do ensino da disciplina e se indicam algumas recomendações para o mesmo, facilmente concluímos que a maior parte dos professores não privilegia este tipo de actividade, sendo que, apenas 45% dos mesmos recorre a “trabalho com situações da realidade”, não estando especificado o tipo de actividade desenvolvida neste contexto. Cada vez mais os professores devem ser, simultaneamente, dinamizadores e reguladores do processo ensino-aprendizagem e, como tal, devem procurar criar situações motivadoras que impliquem os alunos na sua aprendizagem e desenvolvam a sua iniciativa e espírito crítico (DES, 2002; NCTM, 2000). Nesta perspectiva, recorrer a tarefas que exijam a compreensão de uma dada situação real, a formulação de hipóteses, o testar essas mesmas hipóteses, que incentivem a autonomia dos alunos e despertem o seu gosto por descobrir relações entre a

matemática e a realidade deverá constituir uma excelente forma de alcançar os objectivos pretendidos (NCTM, 2000; Carreira, 1995). Neste contexto destacam-se, entre outras, as tarefas de modelação matemática.

Todavia, as actividades propostas, as experiências e as observações realizadas em sala de aula são muitas vezes reduzidas aos exemplos dos manuais escolares adoptados, durante as quais os alunos raramente desenvolvem as estratégias necessárias para executar tarefas como a selecção e organização de dados de um enunciado (Doerr e English, 2003) ou desenvolvem capacidades de ordem superior, como a comunicação, o espírito crítico, a capacidade de analisar dados em situações complexas e de realizar demonstrações. Estas capacidades são actualmente relevantes nas actuais orientações curriculares de Matemática (NCTM, 2000), caracterizando-se por exigir aos alunos que vão para além do simples cálculo ou memorização de definições e execução de procedimentos (Ponte et al., 1997).

Podemos então indagar quais serão as características das tarefas de modelação mais valorizadas pelo professor e que determinam o seu desenvolvimento, ou não, na sala de aula. Por outro lado, podemos também questionar qual a razão que leva a que os professores não recorram a este tipo de tarefa com maior frequência.

As tarefas de modelação matemática necessitam obviamente de um contexto real que pode estar relacionado com outras disciplinas como, por exemplo, a Física, a Biologia ou a Economia, entre outras, dando origem a que exista interdisciplinaridade. Por outro lado, observa-se também que nos programas da disciplina de Matemática se encontram referências a esta mesma interdisciplinaridade. O facto de se desenvolverem tarefas que relacionem conceitos de diferentes disciplinas pode implicar a existência de um trabalho

colaborativo entre professores de diferentes grupos ou disciplinas, para além daquele que é suposto existir dentro do seu próprio grupo, tendo por base um determinado objectivo. Para o sucesso deste trabalho colaborativo, é importante que se crie um ambiente de confiança e de abertura que permita agarrar o fluir dos significados que cada interveniente atribui à realidade que o rodeia (Serrazina, 1998, referido em Saraiva, 2001). Este ambiente de abertura e franqueza é propício para que se estabeleça um diálogo produtivo que permita que os professores partilhem as suas experiências, coloquem as suas dúvidas, esclareçam-se mutuamente, de forma a que exista um confronto de ideias e opiniões que certamente os levará a enriquecerem-se enquanto profissionais e enquanto pessoas (Boavida, 2005; Saraiva e Ponte, 2003). A disciplina de Física, pelas suas características, será aquela que talvez mais se relaciona com a Matemática pois, como diz Fiolhais, “Há uma relação de grande intimidade entre a Física e a Matemática” (Fiolhais, 2005, p.29). Para este autor, a *Física não dispensa a Matemática*, antes lhe acrescenta um certo *picante*. Contudo, o trabalho colaborativo entre professores destas duas disciplinas parece-nos escasso ou, até mesmo, inexistente.

No Ensino Secundário, o uso da calculadora gráfica tem um carácter obrigatório em ambas as disciplinas: na disciplina de Matemática, assim o é desde 1997 e em Física-química desde 2004. Porém, não nos podemos alhear do facto de que as calculadoras gráficas e os sensores devem ser integrados no ensino e não apenas adicionados numa operação *flash* (NCTM, 2000; p 373). Não basta vir explícito nos currículos das disciplinas que se têm de utilizar estes recursos; deve existir algo mais forte que encoraje a sua adequada utilização por parte dos professores, de modo a que se atinjam os objectivos estabelecidos para estas disciplinas. Também podemos verificar que, ao ser relativamente na

disciplina de Física e Química (desde o ano lectivo 2004/2005), tem-se registado um interesse bastante acentuado por parte dos professores desta disciplina pela calculadora gráfica e pelos sensores, a sua utilização e potencialidades (Canavarro, 2005).

A este nível, considerando que os professores de Matemática têm um maior conhecimento da utilização da calculadora gráfica, podemos questionar-nos se será este mais um espaço de partilha e colaboração entre professores das duas disciplinas.

Por outro lado, podemos afirmar que a introdução das novas tecnologias no ensino veio dar uma nova ênfase à realização de algumas actividades como a modelação matemática (Pires, 2001), permitindo a exploração de modelos matemáticos que, de outra forma, eram totalmente inacessíveis aos alunos (Ponte e Canavarro, 1997) e libertando-os de cálculos rotineiros, de modo a que se possam concentrar em desenvolver capacidades de ordem superior (Ponte, 1995).

Relativamente à utilização destes recursos tecnológicos, podemos observar que têm sido feitas diversas investigações, embora a abordagem destes estudos seja, em geral, feita relativamente à perspectiva dos alunos. Nesta investigação focamo-nos na perspectiva do professor, tentando perceber de que forma este a utiliza e que características e valências mais valoriza.

Assim sendo, uma outra vertente desta investigação diz respeito à utilização das novas tecnologias, nomeadamente da calculadora gráfica e dos sensores, na realização de tarefas de modelação matemática por parte dos professores de Matemática e Física-Química.

Foi pois, numa perspectiva de interdisciplinaridade e de trabalho colaborativo entre professores de Matemática e de Física-Química, num contexto de modelação de situações da vida real, que se desenvolveu esta investigação.

O objectivo deste estudo foi compreender o desenvolvimento de tarefas de modelação em sala de aula, com recurso a tecnologia, por parte de uma professora de Matemática e uma professora de Física-Química, no âmbito de trabalho colaborativo.

Para ajudar a alcançar este objectivo, foram formulados três conjuntos de questões orientadoras:

1. Como é que os professores preparam e seleccionam as tarefas de modelação a colocar aos alunos em situação de sala de aula? Que características das tarefas de modelação se mostram fundamentais para a sua selecção?
2. Como desenvolvem os professores as tarefas de modelação na sala de aula? Como gerem e dinamizam as aulas onde colocam tarefas de modelação aos alunos? Que papel reservam ao professor e ao aluno?
3. Como exploram os professores as potencialidades das calculadoras gráficas no desenvolvimento das tarefas de modelação? Que questões se colocam à utilização de sensores?

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo procedeu-se à descrição sucinta do estudo e à apresentação do objectivo do mesmo, assim como das questões orientadoras. O segundo capítulo foi dedicado a uma breve revisão de literatura que nos serviu de suporte teórico para a investigação. No terceiro capítulo indicamos a metodologia seguida e a

justificação para termos optado pela mesma. O quarto capítulo é dedicado ao desenvolvimento do estudo, onde descrevemos o contexto do estudo, as sessões de trabalho, as aulas e algumas considerações que achámos pertinentes para as conclusões. No último capítulo apresentamos as conclusões, as limitações e as recomendações sugeridas por esta investigação.



## Capítulo 2

### REVISÃO DE LITERATURA

#### 2.1 A Modelação Matemática

Entre os exercícios que podem ter mais interesse, figuram aqueles que se referem a *situações reais, concretas*. O nosso ensino (...) peca também por ausência de contacto com o húmus da intuição e com a realidade concreta. Ora, um dos pontos assentes em reuniões internacionais de professores (...) é que o professor de Matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de *matematização*, isto é, deve habituar os seus alunos a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática a problemas concretos (Silva, 1975, p. 12-13; referido em Teodoro, 2002).

##### 2.1.1 O que se entende por modelação matemática

Um modelo físico é uma construção que reproduz um objecto real. À semelhança dos modelos físicos também os modelos teóricos podem ser construídos. Um modelo teórico é um conjunto de regras e leis que representa um objecto ou fenómeno (Swetz e Hartzler, 1991).

Frank Swetz (1992) definiu modelação matemática como um “processo de idealizar um modelo matemático” (Swetz, 1992; p.45). O modelo matemático foi definido como uma estrutura matemática que descreve, aproximadamente, as características de um fenómeno em questão e pode ser determinado através da experimentação, observação e cálculo (Swetz e Hartzler, 1991). Ponte, seguindo

a mesma linha de pensamento de Swetz (1992), afirma que um modelo é uma descrição simplificada duma situação, real ou imaginária, e que é traduzido frequentemente por uma equação, sistema de equações ou de inequações (Ponte, 1992) e, como tal, inclui o uso de variáveis e relações entre essas variáveis (Matos e Carreira, 1994a). Assumimos assim que a modelação matemática é o processo de descrever fenómenos ou situações reais em linguagem matemática.

Existem três tipos de modelação: quantitativa, qualitativa e semi-quantitativa (Amorim, 1998). A modelação quantitativa é utilizada em situações onde se dispõe de um elevado número de dados quantitativos, nas quais se utilizam regras e leis matemáticas para criar e explorar os modelos matemáticos. Neste tipo de modelo, são inicialmente atribuídos valores a variáveis independentes e usam-se as relações algébricas para calcular os valores das variáveis dependentes. Este é o tipo de modelação mais conhecida e utilizada em Ciências e Matemática.

A modelação qualitativa usa regras ou estruturas qualitativas, como refere Amorim (1998). Esta autora continua a sua descrição de modelação qualitativa referindo que Hayes (1979) caracterizou-a como uma procura da representação do mundo real em linguagem comum procurando uma compreensão do senso comum do mundo externo. A mesma autora refere ainda que existem diversos raciocínios que se situam entre o quantitativo e o qualitativo e, como tal, foram denominados de semi-quantitativos por Ogborn e Miller (1994).

A modelação, ao ser essencialmente entendida como um processo, como foi referido anteriormente, é descrita, usualmente, através de um esquema: o ciclo da modelação. Vários autores (por exemplo, Kerr e Maki, 1979; Lesh, 1981; Ponte, 1992; Lança e Canavarro, 2008) apresentaram diferentes versões para este ciclo. Todavia, é frequente encontrar em vários trabalhos de

investigação em educação o ciclo de modelação elaborado por Kerr e Maki (Fig. 1). Note-se que neste ciclo está patente o modelo para a sala de aula, o que o torna particularmente interessante para a educação. Este modelo para a sala de aula implica uma maior simplificação do problema, considerando-se apenas o que é mais relevante e, como tal, abandonando alguns dos seus aspectos (Matos e Carreira, 1994a), com vista a torná-lo mais interessante e compreensível para os alunos.

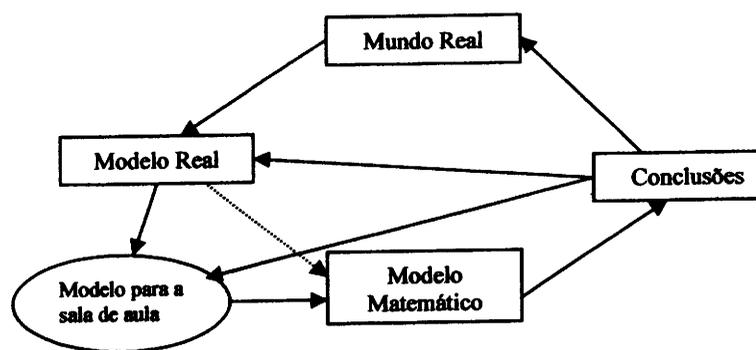


Figura 1. Modelação na sala de aula (Kerr e Maki, 1979)

Podemos interpretar o ciclo de modelação de Kerr e Maki da seguinte forma: a primeira etapa consiste em identificar o problema do mundo real; depois, na seguinte fase do processo de modelação, constrói-se um modelo real da situação problemática, para o qual é necessário identificar e definir em que consiste o problema. Por sua vez, este modelo real será traduzido por uma estrutura matemática onde são representadas as variáveis (ou objectos matemáticos) e estabelecidas as relações existentes entre si, isto é, é feita a substituição das palavras e conceitos por símbolos e expressões matemáticas – surge, então, o modelo matemático. É neste modelo matemático que procuramos utilizar as ferramentas matemáticas ao nosso dispor para o analisar, de modo a chegar a novas conclusões (Kerr e Maki, 1979; Ponte, 1992). Estas conclusões ou resultados têm de ser interpretados de acordo com a situação real, de modo a

ser avaliada a adequação e utilidade do modelo ao objectivo inicial. Evidentemente, nem sempre é obtido o modelo mais indicado e, nestes casos, as discrepâncias encontradas serão motivo de aperfeiçoamento do referido modelo. Segundo Lesh (1990), é a necessidade de resolver estas discrepâncias entre os resultados obtidos através de um modelo e a situação problemática real que leva a um desenvolvimento e refinamento desse modelo (Matos e Carreira, 1994a). Quando a situação real corresponde às previsões do modelo em causa, então dizemos que o modelo é satisfatório. Claro está que o processo de criação de um modelo pode iniciar-se também através da observação dos dados recolhidos acerca do mundo real, numa busca de padrões que possam ser descritos por algum modelo, para, por fim, tentar encontrar-se uma explicação da forma como o mundo real funciona (Amorim, 1998).

Em Ponte (1992), por exemplo, podemos encontrar uma versão do ciclo de modelação onde não consta o modelo para sala de aula. No entanto este autor valoriza o recurso a estas tarefas dentro da sala de aula, descrevendo as etapas do ciclo como se este se desenvolvesse neste contexto.

Alguns autores defendem que os modelos matemáticos podem assumir naturezas diversas. Carreira (1995), por exemplo, distingue três grandes funções para as aplicações e modelos matemáticos: a descrição, a prescrição e a previsão. O carácter descritivo da matemática pode ser exemplificado quando, ao nos confrontarmos com uma dada situação problemática real, questionamos o que nos é apresentado e traduzimo-lo para linguagem matemática. O carácter prescritivo dos modelos matemáticos está presente especialmente em situações reais no contexto social, quando, após a obtenção dos resultados de um modelo, tomamos decisões quanto ao que fazer (nessas situações). O aspecto preditivo dos modelos matemáticos será aquele que, em contexto de sala de aula, mais nos

interessará. Ormell (1993) dá um grande destaque à natureza projectiva dos modelos matemáticos, afirmando tratarem-se de instrumentos de simulação de hipóteses. Este tipo de modelação é usado para se saber o que esperar de uma determinada alteração no modelo inicial, através da análise de um cenário de implicações onde são definidos critérios para a manipulação das variáveis. Estes critérios visam, por sua vez, a maximização de vantagens e a minimização de desvantagens (Carreira, 1995). Este aspecto de previsão dos modelos matemáticos está bem explícito na definição de modelo matemático dada por Canavarro (2004):

Um modelo matemático é algo que nos ajuda a compreender melhor uma situação e proporciona-nos o poder de prever aquilo que não conhecemos. Por isso é muito mais importante que descreva bem o essencial do fenómeno e que proporcione as indicações pertinentes sobre o futuro do que não se adapte perfeitamente ao início da situação (...). (p. 63).

### **2.1.2 Modelação no currículo**

As concepções do que é ensinar têm vindo a sofrer mudanças ao longo do tempo, assim como os objectivos do ensino e, em particular, do ensino da Matemática. Na sociedade de hoje, sociedade da era da informação e a caminhar a passos largos para a era da comunicação, pretende-se que o ensino da matemática seja mais do que o simples “treino” de técnicas de resolução de exercícios rotineiros; são necessárias outro tipo de capacidades para além das capacidades de reprodução e memorização. Exigem-se capacidades de nível superior como as de formular e resolver problemas, de racionar criticamente, de modelar situações, de analisar criticamente processos e resultados e de usar estratégias diversificadas que fornecem uma base para o desenvolvimento de

novas perspectivas e para promover estudos mais avançados, ou apenas o entendimento de situações comuns. Neste mundo em constante mudança, aqueles que entenderem e conseguirem utilizar os conceitos matemáticos terão oportunidades acrescidas de singrarem no futuro, assim como terão acesso a um mais vasto leque de opções profissionais. Neste sentido, todos os alunos devem ter acesso a uma educação que os prepare para um futuro de grandes e contínuas mudanças; devem, pois, ter acesso a uma educação matemática que lhes ofereça um conjunto de conhecimentos verdadeiramente significativos (NCTM, 2000). Assim sendo, segundo o NCTM, National Council of Teachers of Mathematics,

Muitos conceitos e processos (...) podem ajudar os alunos a perceberem a natureza e a beleza da matemática. Em suma, o currículo deve oferecer experiências que permitam que os alunos vejam a matemática como um instrumento poderoso na modelação e previsão do mundo real.

(pp. 15-16)

Bastante tempo antes de aparecerem os *Principles and Standards for School Mathematics* elaborados pelo NCTM, Griffiths e Howson (1974) (referidos em Matos e Carreira, 1994a), também indicavam várias razões para a integração curricular da modelação e aplicações matemáticas, de entre as quais se destaca, digamos, uma razão social: “preparação dos alunos para uma melhor inserção na sociedade” (Matos e Carreira, 1994a, p. 11). Acreditava-se que todos os cidadãos seriam chamados a resolver problemas, a fazer estimativas e a tomar decisões. Nesta perspectiva, que em certos aspectos coincide com o NCTM, o cidadão deveria ter a capacidade de criticar modelos e processos matemáticos, de desmontar exemplos de matemática aplicados a fenómenos reais e de questionar o uso de modelos matemáticos na sociedade na qual está envolvido (Carreira, 1995). Por outro lado, as exigências de formação profissional dos indivíduos e um mercado de trabalho em constantes mutações constituem também motivos

para a inclusão de aplicações da Matemática no ensino da disciplina (Carreira, 1992). Para além desta razão social para a inclusão das tarefas de modelação no currículo, Griffiths e Howson (1974) apontaram outras quatro:

- (a) Enquanto elemento motivador. A este nível também Pires (2001) afirma que a modelação matemática se revela uma forma eficaz para motivar os alunos e despertar o interesse dos mesmos pela disciplina. Carreira (1992), por seu lado, menciona que a modelação matemática é do agrado dos alunos, evidenciando-se uma maior motivação nestes para com a disciplina;
- (b) Enquanto componentes culturais. Como refere Carreira (1992), algumas aplicações da Matemática, como por exemplo a mecânica newtoniana, fazem parte de uma herança cultural;
- (c) Como forma de evitar aprendizagens incorrectas. Carreira (1992) refere, a propósito, que os alunos usam a matemática nas aulas de Física sem terem adquirido as noções correctas, valorizando a memorização de fórmulas que não são compreendidas. A autora refere ainda que, se os alunos trabalharem a Matemática envolvida nos tópicos de Física nas aulas de Matemática, podem vir a compreendê-la verdadeiramente. O sucesso desta solução depende de uma cooperação entre as duas disciplinas.
- (d) Como forma de reconhecimento de estruturas na presença de *ruído*. O recurso às tarefas de modelação pode ajudar os alunos a reconhecerem estruturas, conceitos e regras matemáticas em diversos contextos extra-matemáticos. Segundo Griffiths e Howson (1974), neste sentido as propostas pedagógicas deverão incorporar a construção de modelos matemáticos concretos da Física, da Química e da própria Matemática onde se reconheçam uma determinada estrutura matemática.

Também Blum e Niss (1991) identificaram cinco argumentos a favor da inclusão da modelação e das aplicações matemáticas (referido em Matos e Carreira, 1994a):

- (a) O argumento formativo – os autores afirmam que as aplicações e a modelação matemáticas são meios adequados para desenvolver nos alunos competências gerais: o gosto pela descoberta, a criatividade e a confiança nas suas próprias capacidades e recursos;
- (b) O argumento da *competência crítica* – visando também a integração e intervenção dos alunos na sociedade enquanto cidadãos críticos, activos e esclarecidos (este argumento coincide, em parte, com a razão social apontada por Griffiths e Howson (1974));
- (c) O argumento utilitarista – os alunos deverão adquirir um certo grau de preparação e prática, de forma a serem capazes de activar os seus conhecimentos matemáticos em situações reais;
- (d) O argumento da *visão integrada* da Matemática – contribuir para o desenvolvimento nos alunos de uma visão *multifacetada* da Matemática;
- (e) O argumento psicológico – as tarefas de modelação podem contribuir para que os alunos adquiram e interiorizem certos conceitos matemáticos (e, assim, serem capazes de reconhecer estruturas matemáticas, quando utilizadas em contexto extra-matemático, o que, de certa forma, está em consonância com a última razão para a inclusão destas tarefas no ensino da Matemática, como forma de reconhecimento de estruturas na presença de *ruído*, avançada por Griffiths e Howson (1974)).

Por seu lado, também Lesh (1981) defende que a resolução de problemas de matemática aplicados deverá fazer parte da formação do indivíduo, pois implica mais do que simples conhecimento de conceitos. Da mesma forma refere

que saber efectuar cálculos não é garantia de que se saiba decidir em que situações os efectuar ou de como se devem usar os resultados obtidos (referido em Carreira, 1992). Abrantes (1995) refere que os problemas da vida real têm características próprias que os diferenciam dos problemas puramente matemáticos, quer nos papeis e objectivos no ensino da Matemática, quer no facto de envolverem competências e processos de raciocínio diferenciados. Também Swetz e Hartzler (1991) referem que a modelação matemática deve ser incluída no ensino da disciplina por focar uma grande variedade de capacidades e competências matemáticas e cognitivas de ordem superior, na procura da solução para uma questão e por proporcionar aos alunos uma ampla visão de aplicações matemáticas. No entanto, o mundo real onde são contextualizados os problemas e tarefas deve ter significado para os alunos pois a matemática útil é aquela que os alunos conseguem aplicar em coisas do seu interesse (Lesh, 1979). Fuller (2001) refere que a modelação matemática, ao incidir sobre suposições e a formulação de hipóteses, a definição de variáveis e a aplicação matemática a problemas úteis e interessantes para os alunos e o mundo que os rodeia, pode tornar a matemática mais apelativa, reforçando assim o argumento da modelação enquanto elemento motivador. Deste modo, se existe interesse e motivação e se os alunos dispõem de recursos para explorar e investigar os aspectos de um mesmo problema, então os conteúdos terão hipóteses de ser melhor consolidados e aprendidos. É este um dos atributos deste tipo de tarefas: levar os alunos a uma compreensão diferente dos conceitos matemáticos dando-lhes significado (Carreira, 2001).

Carreira (1992) aponta duas linhas de orientação dos argumentos para a inclusão das tarefas de modelação no currículo:

- uma corrente pragmática, a qual, por um lado, deseja uma mudança nos conteúdos a serem ensinados que devem ser aplicáveis a situações da vida real assim como a outras ciências; e por outro, pretende a introdução de momentos destinados ao treino da aplicação de métodos matemáticos para a resolução de problemas reais.

- uma corrente científico-humanista, que se preocupa mais em contextualizar o ensino da Matemática e em oferecer uma visão adequada da disciplina enquanto ciência. Neste sentido, as maiores preocupações residem na forma de introduzir e explorar os conceitos matemáticos.

Doerr e English (2003), baseando as suas conclusões numa investigação na qual propuseram aos alunos tarefas de modelação matemática no âmbito da estatística, também apresentam um conjunto de contribuições e implicações deste tipo de tarefas no ensino da matemática. Entre essas contribuições, estes autores destacam que os alunos podem desenvolver, de forma independente do professor, ideias matemáticas verdadeiramente importantes. Afirmam também que, durante a resolução destas tarefas, os alunos desenvolvem capacidades de comunicação e de partilha de ideias e, como tal, desenvolvem o espírito de tolerância e de respeito pelos colegas. Uma outra contribuição que estes autores destacam é que este tipo de tarefa permite diferentes abordagens e resoluções de problemas experimentais da vida real. A nível das implicações das tarefas de modelação para o ensino, os autores evidenciam sobretudo três. A primeira prende-se com o facto de que enquanto os alunos desenvolvem estas tarefas revêem e redefinem as suas formas de raciocínio e expandem a própria forma de pensar sobre o problema. Uma outra implicação relaciona-se com o facto de que as diferentes formas de abordagens dos problemas dão aos alunos, assim como aos professores, oportunidades de ver e compreender interpretações e visões

alternativas do problema. A terceira implicação a que se referem estes autores é a mais centrada no professor, uma vez que nela é expressa a ideia de que a categorização do raciocínio dos alunos será bastante útil para que o professor elabore um esquema de forma a reconhecer quais as possíveis abordagens que os alunos farão às diversas tarefas.

Amorim (1998) salienta o facto, também já referido no início deste capítulo, que aprender Matemática não é apenas assimilar um conjunto de procedimentos e técnicas de resolução de exercícios, mas também é aprender a aplicá-la, a estabelecer conexões com outras ciências e a resolver situações problemáticas relacionadas com a realidade. Deixar os alunos realizar uma matematização aberta não os afasta das práticas comuns da disciplina, mas pode ajudar a desenvolver capacidades de aplicação matemática a problemas reais, abrir perspectivas e mostrar outra utilização da matemática (Christiasen, 2001).

Podemos afirmar que são as actividades de aplicação e modelação, que levam a que os alunos aprendam a conjecturar, a experimentar diversas abordagens para resolver problemas, construir argumentos matemáticos (NCTM, 2000) e a aplicar conceitos e processos matemáticos para resolver situações relacionadas com a realidade. Estas actividades devem ser desenvolvidas em sala de aula em ambientes adequados, os quais são criados, em grande parte, pelos professores. A aprendizagem dos alunos, quando lhes é proposta uma tarefa de aplicação ou modelação matemática, é muitas vezes mais eficaz do que esperar que aprendam um método ensinado pelo professor, pois são eles a descobrir a forma de resolverem uma dada questão e não apenas a aplicar um procedimento rotineiro (Ponte, 2004).

É nesta perspectiva, e para atingir os objectivos actuais da disciplina de Matemática, que se enquadram perfeitamente as tarefas de aplicação e modelação no ensino da mesma.

#### **2.1.2.1A modelação no currículo de Matemática**

Em Portugal, a modelação matemática faz parte do currículo desta disciplina há já algum tempo. Nos Programas de Matemática para o 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário de 1991 (DGEBS, 1991), o desenvolvimento da capacidade de utilizar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real aparece como finalidade para o Ensino da disciplina. Nestes mesmos programas, este tipo de tarefa surge como orientação metodológica. Posteriormente, na reestruturação do Programa de Matemática do Ensino Secundário de 1997, a modelação matemática aparece explicitamente como estratégia que atravessa o programa de forma transversal, vindo assim reforçada a sua importância no ensino da disciplina (DES, 1997). Actualmente, as actividades de modelação e de aplicação, para além de surgirem, na Matemática A, como tema transversal, são também referidas como uma orientação metodológica geral (DES, 2001). No programa de Matemática B, as aplicações e modelação matemática assumem o papel de tema central da disciplina em qualquer dos anos em que esta é leccionada: “Todos os temas têm como preocupação central o trabalho com problemas reais e com modelos concretos” (DES, 2001; p.9).

Também no programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais os modelos matemáticos estão presentes. Podemos mencionar como exemplo os

modelos financeiros que fazem parte dos conteúdos de décimo ano desta disciplina.

### **2.1.2.2 A modelação no currículo de Física**

A relação entre a Física e o mundo real parece-nos (a nós, professores de Matemática) óbvia. Contudo, a nível do ensino de Física, este relacionamento não tem sido suficientemente enfatizado, como refere Teodoro (2002). Actualmente, os novos programas de Física e de Física e Química já demonstram um maior interesse em realçar esta relação, pretendendo que os conteúdos desta disciplina tenham uma ligação directa com contextos reais onde a ligação ao dia-a-dia deve aparecer durante e após a abordagem dos assuntos. Para tal, a exploração de situações reais, aplicando conceitos e leis, deverá ser uma das formas de evidenciar esta relação com o quotidiano (DES, 2002). Por exemplo, o programa de Física, relativo ao 12º ano, que foi elaborado em 2004, demonstra uma maior preocupação em salientar a relação com o mundo real, tornando-a obrigatória, ao incluir, no final de cada tópico, um ou mais temas denominados de “Física em acção” (DES, 2004).

Apesar de, em poucas ocasiões, ser literalmente referida nos programas de Física, devemos salientar que a modelação está presente em inúmeras frases através do seu objecto de estudo: os modelos. Assim, por exemplo, no programa de Física do 12º ano podemos ler que: “É também essencial que os alunos compreendam que a ciência constrói modelos para interpretar a realidade” (DES, 2004, p. 9).

Os modelos voltam a ser referidos, neste programa, nas competências científicas da disciplina, onde se pretende que os alunos consigam interpretar um

modelo físico. Como competências do tipo cognitivo pretende-se que os alunos sejam capazes de construir o modelo matemático que melhor traduza um fenómeno físico. Do mesmo modo, no programa de 11º ano de Física A, pretende-se que os alunos consigam determinar a curva que melhor se ajusta aos dados de uma experiência, prever a forma do traçado de uma trajectória, resolver exercícios a partir de situações reais, fazer a modelação do gráfico obtido a partir da recolha dos dados entre outros objectivos.

## **2.2 A Matemática e a Física**

Nesta investigação procurámos sobretudo abordar tarefas de modelação relacionadas com a Física.

Os assuntos passíveis de modelação matemática são diversos. As tarefas de modelação podem envolver questões da Física, da Química, da Biologia, da Economia ou, até mesmo, da própria Matemática (Griffiths e Howson, 1974; Flato, 1990; DES, 2001).

Neste sentido de interdisciplinaridade, Teodoro (2002) refere que uma das características das reformas recentes é a importância dada a uma visão integrada do currículo e a consequente necessidade de aprendizagens em diversos contextos que envolvam várias disciplinas. O autor destaca que já em 1947, Rómulo de Carvalho, tinha sublinhado a importância da interdisciplinaridade no ensino da Matemática, muito especialmente com a Física: “A lição dos factos é pois, esta: o programa de Matemática não pode ser gizado num compartimento e o da Física em outro à parte. Nem aqui, nem em qualquer grau de ensino, evidentemente.” (Carvalho, 1947, p. 12; citado em Teodoro, 2002, p. 24).

Relembremos que alguns argumentos apontados por diferentes autores para a inclusão das actividades de modelação na sala de aula também estabelecem relações entre a Matemática e a Física. Por exemplo, Griffiths e Howson (1974) destacam a relação entre as duas disciplinas como forma de evitar aprendizagens incorrectas dos tópicos da Física, reduzindo a Matemática utilizada nestas aulas a memorização e aplicação de fórmulas sem as compreender verdadeiramente. Os mesmos autores referem ainda que deverão ser propostas aos alunos actividades de modelação onde o contexto seja de uma outra disciplina, por exemplo a Física. Também Blum e Niss (1991) deixam em aberto a possibilidade de junção das duas disciplinas no argumento psicológico, ao afirmarem que as tarefas de modelação podem contribuir para a aquisição e interiorização de conceitos matemáticos, mesmo quando trabalhados em contexto extra-matemático. Neste mesmo sentido, Lesh (1981, 1990) afirma que os problemas reais raramente se podem organizar em categorias disciplinares muito precisas.

Teodoro (2002) afirma, por seu lado, que a natureza do conhecimento nestas duas disciplinas, a Matemática e a Física, exige uma abordagem mais integrada do seu ensino, unificando os diversos discursos e criando contextos autênticos de aprendizagem (Teodoro, 1997), sem que isto signifique a fusão numa só disciplina. A modelação matemática de fenómenos físicos constitui uma parte essencial da Física que, para aquele autor, deveria ser ensinada de forma coerente e coordenada nas duas disciplinas. Para este efeito, a pesquisa e a investigação curricular, o design do currículo de Matemática e de Física, e depois a sua implementação deverão ser feitos de forma interdependente e, como tal, através de uma abordagem coerente, não só a nível de ensino secundário mas também universitário (Teodoro, 2002). Fiolhais (2005) afirma, igualmente, que

a Matemática e a Física estabelecem uma relação de grande intimidade, onde a Física não dispensa a Matemática e, ao mesmo tempo, lhe oferece um certo *picante*, muito por causa das tarefas e contextos que lhe empresta.

Uma outra visão da relação Matemática e Física é defendida por autores, como, por exemplo, Bkouche (sd), para os quais não se reconhecem diferenças entre a Física e a Matemática. Para este autor, se se define a modelação matemática para a Física também é possível utilizar a Física para exprimir fenómenos matemáticos. Estabelece-se, assim, na modelação, uma relação de dualidade entre a Matemática aplicada à Física e a Física aplicada à Matemática. Este facto, segundo o mesmo autor, vem “reforçar a ideia de unificação destes dois domínios da ciência, mostrando a matemática como uma ciência e não apenas enquanto ferramenta para a ciência” (Bkouche, sd, p. 53). A posição de Bkouche em relação a estas duas disciplinas é deveras radical, chegando mesmo o autor a afirmar que o ensino destas duas disciplinas deveria ser feito em conjunto, pelo menos nos primeiros anos.

Numa posição muito semelhante a Teodoro, destaca-se um outro autor: Flato que, no seu livro *Le Pouvoir des Mathematiques*, datado de 1990, também afirma que estas duas ciências se relacionam bastante no seu desenvolvimento. Para o demonstrar, este autor, relembra que alguns avanços matemáticos se devem à Física, como é o caso do cálculo diferencial, criado por Newton, devido a um problema totalmente físico. O mesmo autor refere que a Matemática não só representa a linguagem da Física, mas também uma forma de pensar que se auto-inventa e que se desenvolve, em parte, graças à construção livre e independente dos modelos físicos. Todavia, Flato não se coloca ao lado de Bkouche relativamente à unificação destas duas disciplinas. Defende que, de facto, não existem fronteiras entre a Matemática e a Física, no sentido de territórios bem

delimitados, mas elas diferem quanto à forma de trabalhar e, sobretudo, quanto à finalidade e ao objectivo do seu estudo (Flato, 1990).

No entanto, apesar de estas duas ciências terem pontos de semelhança entre si, as duas disciplinas que as representam na escola nem sempre se articulam. De facto, verifica-se que raramente os professores destas disciplinas trabalham em conjunto. Canavarro (2005) refere que este afastamento pode ser justificado, por um lado, pela cultura da escola, onde as disciplinas funcionam em territórios bem delimitados (contrariando a opinião de Flato); por outro lado, a autora afirma que existe também uma dificuldade de entendimento entre os professores de Matemática e de Física, mesmo que mantenham uma boa relação pessoal. Para esta autora, é esta falta de entendimento, motivada essencialmente por diferenças de linguagem, que constitui um dos maiores entraves para a interacção pedagógica entre as duas disciplinas. Quando existem colaborações entre as duas disciplinas, estas limitam-se a procurar resolver desarticulações entre abordagens de conceitos nos programas de ambas.

Actualmente, com a integração das calculadoras gráficas e dos sensores na Física, os professores de ambas as disciplinas têm mais um motivo para colaborar. Os professores de Física querem aprender a trabalhar com estes recursos, como podem fazer recolhas com diversos sensores, ou como guardar dados de experiências. Mas o seu interesse não se resume a questões técnicas, desejam saber resolver problemas na calculadora e “compreender o significado do coeficiente de regressão na análise da validade de um modelo matemático gerado pela máquina” (Canavarro, 2005, p.1).

Para Canavarro (2005), também os professores de Matemática têm muitos benefícios a retirar da colaboração com os professores de Física-Química:



[professores de Física-Química] conhecem dos fenómenos do *mundo material* – dos quais nós [professores de Matemática], com uma formação inicial essencialmente centrada no reino da matemática, temos apenas uma visão superficial. Este é precisamente um grande obstáculo à exploração das relações da Matemática com a realidade na sala de aula, que nos limita a possibilidade de desenvolver nos alunos a capacidade de usar a Matemática como instrumento para interpretar e intervir no mundo que nos rodeia. (Canavarro, 2005, p.1)

## **2.3 Calculadoras gráficas e sensores.**

### **2.3.1 A calculadora gráfica no ensino de Matemática**

O recurso às novas tecnologias no ensino da matemática é, nos nossos dias e com os actuais objectivos do ensino, indispensável. Os *Principles and Standards for School Mathematics* (2000) são bastante claros a este respeito quando afirmam que “tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem em Matemática; influencia o que é ensinado e enriquece a aprendizagem dos alunos” (NCTM, 2000).

A introdução da calculadora gráfica e do computador no ensino veio libertar os alunos dos cálculos rotineiros, permitindo que se possam preocupar com o raciocínio, com a tomada de decisões, com a reflexão e com a resolução de problemas (NCTM, 2000). De facto, segundo o NCTM (2000), a resolução de tarefas utilizando as novas tecnologias pode proporcionar aos alunos a oportunidade de explorar problemas complexos, conceitos e ideias matemáticas, e pode também atrair os alunos desinteressados (desinteresse esse causado pela abordagem de conteúdos mais tradicional).

A tecnologia vem abrir as portas a uma aprendizagem interactiva que torne mais possível o envolvimento dos alunos e que lhes proporcione *feedback*

constante (Fuller, 2001). Sublinhando a importância das novas tecnologias, Ponte realça que estas trazem para o ensino da Matemática uma relativização da importância do cálculo; um reforço do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação; uma atenção redobrada às capacidades intelectuais de ordem superior; um interesse crescente pela realização de projectos e actividades de modelação, investigação e exploração pelos alunos, como parte fundamental da sua experiência matemática; e uma forma de envolver os alunos em actividade matemática intensa e significativa (Ponte, 1995). Também Carreira (1992) faz referência ao poder das calculadoras e computadores, como facilitadores da introdução de aplicações realísticas ao longo de todo o currículo.

Por seu lado, Amorim (1998) refere que as calculadoras e os computadores permitem analisar e trabalhar dados reais, resolver equações que representam situações físicas, ajudando a tornar inteligíveis conceitos sofisticados. Desta forma, como refere a autora, será possível a introdução de problemas realistas nas actividades curriculares.

Em 1988, a APM afirmou que a utilização da calculadora permite a simulação de experiências ou de situações de vida real, de forma que os alunos possam analisar a influência de várias variáveis numa mesma situação e que explorem um determinado modelo matemático (APM, 1998), algo difícil de alcançar analiticamente, “armados” de papel e lápis. Ponte e Canavarro (1997) reforçam esta ideia, ao afirmarem que as novas tecnologias e, como tal, também a calculadora gráfica e os sensores, aumentam significativamente o leque de tarefas possíveis com as aplicações da Matemática. Estes autores defendem que o recurso às novas tecnologias permite explorar, de forma simples e eficaz, modelos matemáticos que de outra forma seriam completamente inacessíveis aos alunos (Ponte e Canavarro, 1997).

Actualmente, no ensino de Matemática, o desenvolvimento de muitas actividades é feito, muitas vezes, recorrendo às novas tecnologias e, em especial, à calculadora gráfica. As suas pequenas dimensões, o seu carácter pessoal e a sua acessibilidade económica tornam possível beneficiar das vantagens de um computador dentro e fora das aulas, quer para os professores quer para os alunos. Os vários programas de Matemática dos diferentes graus de ensino e, em particular, do Ensino Secundário, onde o uso da calculadora gráfica tem um carácter obrigatório, espelham a necessidade deste instrumento para a compreensão da Matemática (DES, 2001). De facto, para dar cumprimento ao programa de Matemática A, de 2001, os alunos necessitam de trabalhar com as calculadoras gráficas e utilizá-las na resolução de diferentes tipos de tarefas (Semião e Canavarro, 2008).

No entanto, apesar de a utilização da calculadora gráfica ser bastante considerável (APM, 1998) e até obrigatória em alguns anos escolares, podemos questionar em que moldes é utilizada e se as suas potencialidades, enquanto instrumento de modelação, são ou não usadas de modo adequado.

A propósito da forma como é usada a calculadora gráfica, Rocha (2000, 2001) refere três metáforas que podem descrever a utilização que os alunos fazem da calculadora gráfica. Esta autora refere que os alunos recorrem à calculadora gráfica enquanto:

- Laboratório: corresponde a um recurso à tecnologia com intenções de natureza exploratória, com o objectivo de conhecer e compreender melhor uma determinada situação e os diferentes aspectos envolvidos na questão em análise;

- Tábua de salvação: corresponde à utilização da tecnologia com o intuito de ultrapassar dificuldades na resolução de questões concretas e de questões e

não com o objectivo de alargar a compreensão ou estabelecer conexões entre aspectos da situação em causa e conhecimentos já adquiridos;

- Avião a jacto: o principal aspecto associado à utilização da calculadora gráfica é a rapidez de execução (ao nível da elaboração de gráficos e da realização de cálculos) que esta permite alcançar em determinadas tarefas.

Rocha refere que o tipo de trabalho e de tarefas propostas aos alunos na sala de aula vai influenciar a utilidade que cada aluno vê na calculadora gráfica e, conseqüentemente, a perspectiva que se tem desta (Rocha, 2000). Doerr e Zangor (2000) sugerem que a postura do professor relativamente à calculadora gráfica, assim como o papel, o conhecimento e as crenças, influenciam a sua forma de encorajar os alunos a usar esta tecnologia. Neste sentido, sendo as crenças, as concepções e o pouco conhecimento e experiência sobre a utilização da calculadora gráfica os principais obstáculos à integração desta tecnologia no ensino da Matemática (Rocha, 2008), é importante que os professores possam ter ocasião de elaborar e discutir diferentes tarefas que enquadrem, adequadamente, a utilização da calculadora, assim como reflectir, trocar experiências relativamente ao uso da calculadora e ponderar estratégias que possam contribuir para uma utilização progressivamente mais eficiente (Rocha, 2000).

### **2.3.2 A calculadora gráfica no ensino da Física**

Teodoro (2002) aborda a utilização das novas tecnologias da informação no contexto da Física da mesma forma que Amorim o fez para a Matemática. Para Teodoro, a utilização de calculadoras e computadores permite que os alunos com menos facilidades a matemática consigam trabalhar em Física e resolver situações problemáticas, ajuda a ultrapassar dificuldades de cálculo e até ajuda a

clarificar conceitos menos interiorizados. Por outro lado, os sensores são, actualmente, indispensáveis para o ensino da Física caracterizado pela realização de experiências (Teodoro, 2002).

Apesar de, até há bem pouco tempo, não ser permitido o uso de calculadora gráfica no ensino de Física-Química, actualmente nos programas da disciplina vem, explicitamente, indicada a sua utilização nas sugestões de actividades:

“O trabalho prático desempenha um papel crucial não só para operacionalizar ideias mas também para desenvolver competências científicas. Ele concretiza-se numa multiplicidade de formatos como actividades de resolução de exercícios e problemas, trabalhos laboratoriais e experimentais, actividades com programas computacionais e calculadoras gráficas, etc.” (DGIC, 2004, p.8)

Ainda no programa desta disciplina podemos constatar que a calculadora gráfica é um dos recursos mais recomendados. Os autores do programa de Física do 12º ano consideram que o uso da calculadora gráfica facilita a resolução analítica de situações problemáticas, libertando os alunos de cálculos, permitindo o desenvolvimento de competências que ajudam a prepará-los para viverem numa sociedade cada vez mais dominada pelas tecnologias da informação (DGIC, 2004). Neste sentido, os autores referem que as calculadoras gráficas devem ser utilizadas na resolução de problemas que exijam análise gráfica ou a construção de tabelas, na aquisição automática de dados experimentais através de interfaces e no seu tratamento, ou na interpretação de gráficos que permitam testar previsões e/ou hipóteses, de modo a desenvolver o pensamento crítico (DGIC, 2001a; DGIC, 2001b; DGIC, 2004). Para além disso, a utilização de computadores e da calculadora gráfica como instrumentos de trabalho surge

ainda como competência transversal a desenvolver nesta disciplina (DGIC, 2004).

### **2.3.3 A modelação e a calculadora gráfica e sensores**

Com o desenvolvimento da tecnologia e a introdução do computador e da calculadora gráfica no ensino, a modelação matemática ganhou uma maior evidência. Contudo, como refere Pires (2001), devido aos conhecidos problemas de logística existentes nas escolas as condições de utilização de computadores e *software* são restritas. Por outro lado, a utilização da calculadora gráfica na sala de aula é usual, devendo-se este facto sobretudo à facilidade de aquisição e de manuseamento. De acordo com Rocha (2000), a personalização permitida pelas calculadoras é também muito importante para o ensino, na medida que permite aos alunos que formulem as suas próprias perguntas, prossigam abordando aspectos que lhes interessam e formulem hipóteses e as testem de forma independente. A sua simplicidade e rapidez permite, como já referimos, libertar os alunos de cálculos rotineiros e centrar a sua actividade na compreensão (Rocha, 2000). Além disso, permite que os alunos estabeleçam conexões entre as diferentes formas de representação (gráfica, numérica e algébrica) de uma mesma situação (Pires, 2001). Ao possibilitar a experimentação, a investigação e a resolução de problemas permite aos alunos e professores que se envolvam no desenvolvimento de ideias matemáticas. A introdução das calculadoras permite pois a realização de tarefas de investigação e o envolvimento dos alunos em actividades de modelação em que são consideradas situações reais com dados reais e não só simplificações. Desta forma, segundo Rocha, cálculos de papel e lápis dão lugar a uma matemática que enfatiza a compreensão de conceitos, as

representações e ligações entre esses mesmos conceitos, na resolução de problemas e na modelação matemática.

Associados à calculadora gráfica, os sensores possibilitam a realização de experiências nas aulas. A este respeito, Pires (2001) refere que a simplicidade de utilização das calculadoras gráficas e dos sensores pode levar a que a sua utilização na aula também se generalize. Em actividades de modelação em que seja necessário a recolha de dados, o recurso a sensores permite fazer um elevado número de recolhas num curto espaço de tempo. Esta possibilidade revela-se bastante importante pois, quanto maior for o conjunto de dados recolhidos, mais próximo da realidade será o modelo criado (Pires, 2001; Torres, 2008) Podemos ainda referir que, apesar de para certos fenómenos a recolha manual ser possível, este é um processo moroso e de difícil concretização (Torres, 2008). Por outro lado, a realização de experiências, associadas à recolha de dados ou não, leva a que exista uma melhor compreensão do significado de variável, de dependência e independência e da relação entre as variáveis. Para além deste facto, Lança e Canavarro (2008) salientam que o rigor da recolha de dados realizada através dos sensores pode contribuir positivamente para que os alunos façam uma interpretação mais correcta, fácil e rápida da situação real em estudo. Por outro lado, pode ajudar a que os alunos se sintam mais seguros no desenvolvimento da sua actividade de modelação. Estas autoras, acerca de um estudo realizado com alunos do 9º ano de escolaridade que incidiu no capítulo de proporcionalidade inversa, referem:

“os sensores e as calculadoras gráficas influenciaram de forma determinante o contexto e o desenvolvimento da actividade de modelação dos alunos; serviram de suporte aos alunos para conseguirem atingir propósitos mais complexos como o efectuarem conexões entre as representações de uma mesma relação funcional e o acharem funções de ajuste satisfatórias; possibilitaram um contexto significativo para a

aquisição de ideias informais e do conceito de proporcionalidade inversa; melhoraram a compreensão do significado de parâmetros: variável e constante; permitiram uma conexão entre os domínios da Estatística e das Funções; apoiaram os alunos nos seus processos de construção de modelos de variadas e distintas situações problemáticas reais; tornaram a Matemática mais viva e dinâmica; promoveram atitudes positivas nos alunos para com a sua aprendizagem.” (Lança e Canavarro, 2008, p. 221)

## **2.4 O trabalho colaborativo**

Como já foi referido anteriormente, devido à grande proximidade das disciplinas, a colaboração entre professores de Matemática e Física-Química pode e deve ser fomentada, de forma a trazer benefícios para ambas as partes.

A escola é, muitas vezes, o reflexo de uma sociedade em permanente mudança. O professor, enquanto elemento desta escola, tem de se ver a si mesmo como alguém cuja formação não está concluída. O professor tem de acompanhar estas mudanças como agente activo no seu local de trabalho, disposto a colaborar com os restantes colegas, quer na sua prática lectiva quer relativamente a outros problemas educacionais mais amplos (Saraiva e Ponte, 2003). Para que o professor acompanhe a escola, tem de se mostrar disposto a mudar. No entanto, como referem Saraiva e Ponte (2003), toda a mudança, para além de ser um processo longo, que passa pela alteração de crenças, conhecimentos e formas de trabalhar, acarreta alguma tensão e incerteza, afastando a sensação de controlo e domínio. A colaboração surge então como uma forma de minimizar estes sentimentos.

Num trabalho de colaboração existe, necessariamente, uma base comum entre os participantes, isto é, um objectivo ou interesse comum. Para além disso podem existir interesses particulares de cada um dos envolvidos (Boavida e Ponte, 2002).

A colaboração pode desenvolver-se entre professores ou entre professores e investigadores. Hargreaves (1998) refere que a colaboração entre colegas surge espontaneamente, de forma voluntária, difundida no espaço e no tempo, sendo imprevisível e orientada para o desenvolvimento de iniciativas próprias. Este tipo de colaboração caracteriza-se também pelo facto de os encontros serem informais, pelos resultados incertos e dificilmente previsíveis e por não serem externamente coagidos. Para Stewart (1997), referido em Boavida (2005), a colaboração requer interdependência, a tomada conjunta de decisões e a responsabilização colectiva pelas direcções a seguir e pelas soluções encontradas.

Boavida (2005) define, a esse propósito, colaboração como um processo dinâmico e criativo em que os participantes se envolvem por vontade própria e não por obediência a uma obrigatoriedade externa. Os objectivos, os papéis que cada um dos participantes desempenha assim como as responsabilidades estão em permanente reconstrução. Para Boavida (2005), este é um processo no qual os participantes têm que aceitar as diferenças individuais e saber valorizar a participação de cada um, pois a diversidade, se considerada de uma forma construtiva e positiva, torna-se um factor de enriquecimento. No trabalho colaborativo, o diálogo é fundamental, enquanto instrumento de consenso e enquanto instrumento de confronto de ideias e compreensões, e a partilha de experiências pode facultar o ampliar perspectivas quer individuais quer colectivas (Boavida, 2005).

Para Santos (2000), o trabalho colectivo ou trabalho em colaboração caracteriza-se por ser voluntário, intencional, partilhado, orientado para o desenvolvimento do mesmo e prolongado no tempo.

Para que o trabalho colaborativo seja benéfico para todos os participantes, além de se ter de aceitar as diferenças pessoais, tem que se aceitar que nem todos

os envolvidos desempenham forçosamente o mesmo papel ou têm o mesmo nível de compromisso. Pelo contrário, no trabalho colaborativo, os participantes têm que aceitar as diferenças e têm de ser capazes de negociar abertamente as suas responsabilidades, papéis e níveis de compromisso, se necessário ao longo de todo o processo. Neste tipo de trabalho, é fundamental que todos os envolvidos se sintam confortáveis nos papéis a desempenhar, que considerem que corresponde às suas expectativas e experiências individuais e que vejam que as suas necessidades são atendidas (Boavida, 2005). Para que isso ocorra, diversos autores salientam que neste tipo de trabalho é muito importante que se gere uma atmosfera de confiança, respeito e transparência, onde se possa falar honestamente, de forma a poder ser resolvido algum conflito que possa surgir (Boavida, 2005; Boavida e Ponte, 2002).

A colaboração entre professores e investigadores consiste em realizar uma investigação com os professores, em vez de se investigar sobre os professores (Boavida, 2005; Saraiva e Ponte, 2003). Neste grupo, professores e investigadores interagem entre si, articulando acção e reflexão, de modo a investigarem um aspecto da prática profissional dos professores como o seu desenvolvimento profissional (Boavida, 2005). Saraiva e Ponte (2003) mencionam que este tipo de colaboração valoriza os pontos de vista dos professores no processo de produção de conhecimento. Para os mesmos autores, o sucesso deste processo depende do envolvimento de cada participante e dos professores na tarefa e da relação que se estabelece entre professores e investigador. O investigador, neste tipo de trabalho, não pode manter-se à distância: por um lado, ele é um agente activo no processo e, como tal, não pode reduzir o seu papel ao de observador; por outro lado, tem de ver os professores como parceiros de pesquisa em questões relacionadas com a sua prática e não

como meros objectos de investigação cujas interpretações são desvalorizadas, ou nem sequer consideradas (Saraiva e Ponte, 2003).

Segundo Boavida (2005), para que o êxito seja alcançado é necessário que os participantes se vejam uns aos outros como alguém que possui conhecimento e cujas ideias merecem ser ouvidas. Deste modo, todos podem enriquecer o conhecimento a usar na sua própria prática. Boavida afirma também que a investigação colaborativa implica a inexistência de verdades únicas e objectivas, assume que existem diversos modos de conhecer, dá espaço a novas perspectivas e não impõe nada aos parceiros de investigação.

A actividade reflexiva desenvolvida em conjunto por professores e investigador representa a peça fulcral entre estes dois grupos facilitando a ligação entre teoria e prática e, servindo, simultaneamente, como “actividade de formação (...) e como actividade de investigação” (Bednarz *et al.*, 1999, p.12; referido em Boavida, 2005). Também Santos (2000) menciona que o trabalho em colaboração cria condições para que exista uma análise mais profunda, rica e diversificada dos problemas em estudo.

É esta reflexão que implica uma tomada de consciência sobre a experiência e conhecimento de cada um dos participantes e que envolve uma crítica sobre como se percebe, julga e age, que pode dar um contributo essencial à mudança do professor (Saraiva e Ponte, 2003). Para Saraiva e Ponte (2003), a mudança de atitude face à prática dos professores pode encontrar alguns obstáculos relacionados com a insegurança pessoal dos professores e com a opinião que os outros têm de si enquanto profissional.

Por outro lado, o facto de se encontrar num processo do tipo colaborativo pode combater estes sentimentos, como já referimos anteriormente. Quer o trabalho colaborativo, quer a investigação colaborativa, são capazes de potenciar

o fortalecimento da determinação em agir, a possibilidade de partilha e expressão pública de vulnerabilidades, a ajuda para ultrapassar fracassos ou frustrações, a redução de incertezas e de excessos de culpa, um aumento de segurança para experimentar novas actividades e para mudar, o aumento de confiança, a possibilidade de enriquecer a capacidade de reflexão e o aumento das oportunidades de aprendizagem mútua (Boavida, 2005). São estes factores que tornam a colaboração uma estratégia prometedora para traçar percursos de investigação de práticas profissionais num mundo caracterizado pela incerteza, mudança e complexidade, como são o mundo e a sociedade de hoje (Boavida e Ponte, 2002). No entanto, como salienta Santos (2000), apesar de todas as vantagens do trabalho colaborativo este é um processo complexo e exigente em termos de tempo.



## Capítulo 3

### METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Cada um virá com os seus próprios objectivos, propósitos, necessidades, compreensões e através do processo de partilha, cada um partirá tendo aprendido a partir do outro. Cada um aprenderá mais acerca de si próprio, mais acerca do outro e mais do tópico em questão. (Olson, 1997, p.25)

#### 3.1 Opções metodológicas

Este estudo consistiu numa investigação realizada sobre o professor mas também com o professor. O objecto de análise eram as práticas lectivas do professor relativamente à preparação de tarefas de modelação, ao seu desenvolvimento na sala de aula e à utilização dos recursos tecnológicos, calculadora gráfica e sensores, na resolução das mesmas.

Devido ao objectivo do estudo, optámos por uma abordagem interpretativa.

Uma investigação interpretativa coloca a ênfase no significado que os indivíduos atribuem aos fenómenos “e na sua elucidação e exposição por parte do investigador” (Erickson, 1986, p.119).

Os pressupostos teóricos que foram considerados não representam verdades absolutas mas constituem instrumentos de leitura da realidade que podem ser questionados (Matos e Carreira, 1994c).

Assim, nesta investigação pretendeu-se olhar para os fenómenos em causa e analisá-los de modo a conseguir explicá-los, visando descrever, compreender e analisar as perspectivas e os processos de desenvolvimento de tarefas de modelação por parte de duas professoras, assim como a implementação na sala de aula das referidas tarefas, para além das perspectivas da investigadora. Os significados construídos resultaram da interacção entre as professoras e a investigadora, de modo a ser necessário admitir a existência de uma natureza intersubjectiva para os mesmos (Canavarro, 2003). Para evitar que a credibilidade das interpretações efectuadas seja posta em causa, procedeu-se à “triangulação” de informação, isto é, ao confronto das informações obtidas através de diversas fontes: entrevistas, gravação das sessões de trabalho, observação das aulas e construção de um diário de bordo.

Foi desenvolvido um estudo suportado por um trabalho colaborativo entre a investigadora e as duas professoras. Pretendeu-se, assim, criar um ambiente no qual as professoras e a investigadora colaborassem trocando experiências, promovendo, desse modo, o seu desenvolvimento profissional (NCTM, 2000). Houve uma intenção deliberada de intervir numa determinada realidade, de modo a poder compreender a prática das professoras participantes relativamente à realização de tarefas de modelação num contexto interdisciplinar. Esta intervenção da investigadora não se pode ignorar, uma vez que, de outro modo, dificilmente aconteceriam as sessões de trabalho colaborativo entre as participantes. Nesta perspectiva, adoptou-se uma metodologia que admitisse a intervenção da investigadora. Pretendeu-se, assim, criar um clima de trabalho colaborativo, onde cada uma das intervenientes trabalhasse conjuntamente, numa base de igualdade, de modo a haver ajuda mútua e serem atingidos objectivos que beneficiassem a todas, de acordo com Boavida e Ponte (2002). Os objectivos

podem, neste tipo de trabalho, e neste caso assim acontece, ser distintos para os diversos intervenientes: a investigadora pretendia compreender todo o processo inerente ao desenvolvimento de tarefas de modelação por professoras de duas disciplinas distintas com recurso à calculadora gráfica e sensores, enquanto que as professoras participantes pretendiam enriquecer a sua experiência profissional e proporcionar aos alunos tarefas de modelação de que ainda não tinham tido experiência. O facto de existirem objectivos diferentes não constitui nenhum entrave para a investigação, antes possibilita “olhares múltiplos sobre uma mesma realidade, contribuindo, assim, para esboçar quadros interpretativos mais abrangentes para essa mesma realidade” (Boavida e Ponte, 2002, p. 5).

### **3. 2 As participantes**

As participantes neste estudo foram, para além da investigadora, a professora de Matemática A e a professora de Física e Química de uma mesma turma de 10º ano. A escola onde decorreu o estudo foi uma escola pública do 3º Ciclo e Secundário de um concelho do Alto Alentejo.

As professoras participantes num estudo desta índole deveriam revelar algumas características particulares: demonstrar algum interesse pela realização de tarefas de modelação em contexto de sala de aula, algum gosto pelo uso das novas tecnologias e vontade para partilhar experiências e aprender com os outros. Para além destas características, as professoras deveriam demonstrar predisposição para disponibilizarem algum tempo (bastante) na preparação das tarefas, assim como mostrar vontade por dedicarem algumas aulas ao desenvolvimento destas tarefas.

A escolha da professora de Matemática deveu-se, desse modo, ao facto de ter demonstrado bastante interesse pela investigação em educação através de conversas casuais com a investigadora, particularmente pelas tarefas de modelação. Depois, pensou-se que fosse possível e preferível que a professora de Física-Química leccionasse a mesma turma, pois traria vantagens claras de operacionalização da investigação. Permitiria reforçar o trabalho colaborativo ao nível da preparação e da própria leccionação das tarefas de modelação numa turma em comum, propiciando a reflexão e a troca de experiências sobre a implementação destas mesmas tarefas de modelação e minimizando interferências do contexto onde se desenvolvem.

O papel a desempenhar por cada professora não era muito distinto: ambas deviam seleccionar e preparar as tarefas de modelação. Todavia, cada uma traria um contributo complementar. Devido ao facto de terem experiências diferentes com a calculadora gráfica, pois este recurso era utilizado há mais tempo em Matemática, a professora desta disciplina devia partilhar o seu conhecimento sobre esta tecnologia com a professora de Física-Química. Por sua vez, a professora de Física-Química devia explicar os fenómenos físicos estudados nas tarefas de modelação, os quais nem sempre são claros para os professores de Matemática (Canavarro, 2005).

Numa investigação desenvolvida no âmbito de trabalho colaborativo, a investigadora é um elemento activo do grupo. Neste estudo, a investigadora, para além de propor o desenvolvimento do mesmo às professoras, devia partilhar com elas o seu conhecimento sobre as tarefas de modelação e sobre as tecnologias a utilizar, a calculadora gráfica e os sensores. Deste modo, a investigadora devia trazer para o grupo colaborativo algumas tarefas de modelação para serem experimentadas e analisadas e alguns materiais (sensores) a explorar. O seu papel

seria o de orientar o trabalho a desenvolver durante as sessões colaborativas. No decorrer das aulas em que seriam desenvolvidas as tarefas de modelação, a investigadora devia observar a forma como as professoras conduziam as mesmas, interferindo o menos possível.

Para a escolha da turma existiu, como já referimos, um factor chave: ser partilhada por ambas as professoras. O ano de escolaridade alvo do estudo foi o 10º, pois, neste ano do secundário ainda não é muito notória a pressão gerada pelos Exames Nacionais.

A equipa de trabalho potenciou a actividade colaborativa na preparação das aulas ou, mais especificamente, na elaboração e selecção das tarefas de modelação. O desenvolvimento das tarefas na sala de aula ficou a cargo de cada uma das professoras participantes, assumindo a investigadora o papel de observadora participante durante as mesmas. Foram realizadas sessões de trabalho colaborativo para a elaboração, preparação e selecção das tarefas de modelação. Após estas sessões, foram propostas três tarefas de modelação à turma pelas professoras nas respectivas aulas.

### **3.3 O desenvolvimento do trabalho colaborativo**

O trabalho colaborativo teve duas componentes: as sessões de trabalho e as aulas.

As sessões de trabalho colaborativo entre as professoras e a investigadora foram realizadas ao longo do 2º e 3º períodos, perfazendo o total de catorze sessões – nove no 2º período e as restantes cinco no 3º período. Segunda-feira à tarde, das 14h às 16h, foi o dia e horário agendado para as sessões. A duração das sessões de trabalho de grupo normalmente excedia as duas horas. Por vezes,

devido a compromissos pessoais ou por motivos de trabalho, o grupo via-se obrigado a alterar a sessão ou, em alguns casos, cancelá-la. Outras sessões (três) ocorreram apenas com a presença da professora de Matemática e da investigadora (para exploração dos sensores). Existiu ainda outra sessão em que esteve presente a investigadora, a professora de Física-Química e o grupo desta disciplina (a professora desta disciplina pediu à investigadora para estar presente quando ela mostrasse ao seu grupo disciplinar o funcionamento do sensor de movimento e da calculadora na recolha dos dados relativos à tarefa “A Bola Saltitona”). No dia antes da implementação das tarefas de modelação na sala de aula, o grupo colaborativo sentia necessidade de reunir para uma melhor organização dos materiais e, como tal, uma melhor gestão da aula.

No Quadro 1 encontram-se as datas das sessões, o que foi trabalhado em cada uma, local onde se realizou cada sessão e quem esteve presente pois, como já foi referido, ocorreram sessões onde não puderam estar presentes os elementos do grupo colaborativo, mas que contêm informações pertinentes para o estudo.

Quadro 1 – Síntese das sessões de trabalho colaborativo

Data	Trabalho realizado	Local	Intervenientes
16/01/06	Análise dos programas e escolha das tarefas de modelação a realizar. Realização da experiência: Quando se cruzam dois carros	Sala do grupo de Matemática	Ana (professora de Matemática), Olívia (professora de Física-Química) e Investigadora
24/06/06	Análise das tarefas e revisão das escolhas	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora
27/02/06	Exploração dos materiais (máquina de calcular e sensores)	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora

03/03/06	Realização da experiência da bola saltitona	Casa da Ana	Ana e Investigadora
06/03/06	Realização da tarefa Bola Saltitona	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora
13/03/06	Realização da experiência e da tarefa e Cubo de Leslie	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora
20/03/06	Reflexão sobre a tarefa do Cubo de Leslie; Realização da experiência da Luminosidade	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora
28/03/06	Realização da experiência do pH	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora
26/04/06	Escolha da última tarefa a propor à turma	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora
02/05/06	Realização da tarefa da Capacidade Térmica Mássica e análise da mesma do ponto de vista matemático	Sala do grupo de Física-Química	Ana, Olívia e Investigadora
15/05/06	Interpretação dos resultados da Capacidade Térmica Mássica	Sala do grupo de Matemática	Ana, Olívia e Investigadora
22/05/06	Análise da Tarefa da Capacidade Térmica Mássica para Matemática	Sala do grupo de Matemática	Ana e Investigadora
07/06/06	Realização da experiência da Bola Saltitona	Laboratório de Física	Olívia e Investigadora (e dois outros professores do grupo de Física-Química)
11/06/06	Revisão da tarefa da Capacidade Térmica Mássica e resolução da mesma	Sala do grupo de Matemática	Ana e Investigadora

A primeira sessão de trabalho foi caracterizada pela abordagem aos programas de ambas as disciplinas, de forma a ser possível proceder à selecção

das tarefas de modelação a serem propostas aos alunos. Apesar de mais tarde se voltar a estudar os programas das duas disciplinas, esta foi sem dúvida aquela sessão onde o grupo colaborativo procurou compreender quais os conteúdos que contêm mais elos de ligação. Nas restantes sessões, o grupo colaborativo dedicou a maior parte do tempo a aprender a trabalhar com os sensores e depois a utilizar os menus da calculadora para gerar os modelos matemáticos pretendidos.

Em redor destas sessões de trabalho gerou-se uma grande curiosidade por parte dos restantes professores dos grupos de Matemática e de Física-Química. Esta curiosidade deveu-se sobretudo ao facto de as professoras estarem a experimentar os sensores e de a maior parte dos colegas nunca ter tido contacto com este tipo de tecnologia. Por vezes, o grupo de trabalho recebia a visita de um outro professor que não estava envolvido na investigação.

Ao longo das sessões de trabalho foram identificadas várias questões relacionadas com a exploração da calculadora gráfica e dos sensores, com a escolha das tarefas, a experimentação das mesmas e a análise dos dados recolhidos, a construção das tarefas para propor aos alunos e a resolução das mesmas, a comparação das resoluções na óptica da Matemática e na óptica da Física e a clarificação de conceitos e também como organizar os alunos e gerir a aula. Nas sessões de trabalho, como seria de esperar de um grupo onde existe confiança, à-vontade e abertura para falar, também existiram momentos de troca de experiências, de desabafos sobre os conteúdos e a forma de os abordar e de conversa informal.

Para além das sessões de trabalho colaborativo, realizaram-se aulas nas duas disciplinas para implementação das tarefas de modelação preparadas.

Foram alvo de análise três aulas de Física-Química e três aulas de Matemática nas quais foram exploradas as tarefas de modelação previamente

preparadas, perfazendo o total de seis aulas. No quadro que se segue (Quadro 2) são indicadas as datas da realização e as tarefas nas respectivas disciplinas.

Quadro 2 – Tarefas de modelação implementadas nas aulas

	Matemática	Física-Química
A Bola Saltitona	08/03/2006	08/06/2006
O Cubo de Leslie	20/03/2006	16/03/2006
Capacidade Térmica Mássica	12/06/2006	04/05/2006

A leccionação destas aulas ficou a cargo da professora da respectiva disciplina, tendo a investigadora estado presente em todas.

Estas aulas tiveram duração de 90 minutos. No entanto, devemos referir que as tarefas de modelação desenvolvidas em Física-Química foram para além destes 90 minutos, pois a professora desta disciplina reservava sempre parte de uma outra aula, em que os alunos não se encontravam divididos por turnos, para proceder à discussão dos resultados e correcção das questões presentes no protocolo das mesmas. Na disciplina de Matemática a tarefa era totalmente explorada nos 90 minutos da aula.

### 3.4 Recolha dos dados

As sessões de trabalho colaborativo foram áudio-gravadas. As aulas nas quais se desenvolveram as tarefas de modelação foram gravadas em vídeo, de modo a que a investigadora conseguisse ter acesso a dados o mais precisos possível.

Foram também tomadas notas de campo durante o desenrolar das aulas obedecendo a um guião que se encontra em anexo (Anexo 7). Pretendeu-se

interferir o menos possível para melhor se interpretar a dinâmica das aulas. Embora, por vezes, a participação da investigadora tenha sido solicitada pelas próprias professoras. Depois de cada aula foram efectuadas entrevistas de curta duração (Anexo 6), de modo a serem recolhidas as primeiras impressões de cada professora acerca do desenvolvimento da tarefa de modelação, sobre a aula em geral e outras considerações que as professoras achassem pertinentes.

Foram também realizadas duas entrevistas longas semi-estruturadas (Anexo 2, 3, 4 e 5), a cada uma das professoras participantes, uma no início e outra no fim do estudo, com o objectivo de auscultar as opiniões e perspectivas de cada professora, antes e após o trabalho de investigação. Estas entrevistas foram áudio-gravadas.

A investigadora também elaborou um diário de bordo onde constam as notas de campo registadas durante as aulas, registos elaborados após as sessões de trabalho e algumas conversas informais.

### **3.5 Análise dos dados**

As gravações das sessões de trabalho, das entrevistas e das entrevistas pós-aula foram depois transcritas. As filmagens das aulas nas quais foram desenvolvidas as tarefas de modelação foram depois revistas, transcrevendo-se as partes mais pertinentes para o objectivo da investigação.

Foi feita a construção de categorias de análise *à priori* inspirada pelo referencial teórico. As categorias construídas são as que a seguir se indicam:

- Tarefas de modelação – nesta categoria procurámos classificar o tipo de tarefas de modelação seleccionadas pelas professoras, segundo a sua natureza, o seu conteúdo e a sua estrutura;
- Dinâmica da sala de aula – nesta categoria procurámos abordar a temática da gestão da sala de aula, a dinâmica imposta pelo professor, o papel desempenhado pelo professor e pelos alunos;
- Calculadora gráfica e sensores – nesta categoria procurámos esclarecer alguns aspectos relacionados com o papel da calculadora gráfica e com o papel dos sensores no desenvolvimento das tarefas de modelação, que dificuldades lhes estão inerentes e que potencialidades lhes são reconhecidas.

Depois de analisados os dados recolhidos, sentiu-se a necessidade de criar mais uma categoria de análise:

- Trabalho colaborativo – nesta categoria procurámos identificar as vantagens e desvantagens deste tipo de trabalho, quer para as professoras intervenientes, quer para os alunos.

Sobre a diversidade dos dados recolhidos, procedeu-se a uma análise de conteúdo da informação, utilizando diferentes cores para destacar frases, palavras e comportamentos das professoras intervenientes, de acordo com as categorias de análise estabelecidas. Desta forma facilitou-se a selecção da informação mais pertinente para dar resposta às questões orientadoras formuladas.



## Capítulo 4

### DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO

#### 4.1 O contexto da investigação

##### 4.1.1 O contexto escolar

A escola onde foi desenvolvida a investigação era uma escola secundária com 3º ciclo de um concelho do Alto Alentejo. Tinha um corpo docente estável, em alguns grupos mais do que outros. A maior parte dos docentes pertenciam ao quadro de escola. A escola era constituída por três blocos de salas de aulas, um pavilhão gimnodesportivo e um bloco polivalente onde funcionavam os órgãos de gestão, a cantina e o bar. Nos últimos tempos, a escola beneficiou de alguns arranjos, sobretudo ao nível paisagístico e aguardava-se que fossem realizadas obras para melhorar os edifícios. Tinha ligação à Internet em alguns espaços e também dispunha de uma sala de trabalho por grupo disciplinar.

O grupo de Matemática dispunha de algum material, sobretudo ao nível de materiais manipuláveis e jogos. Existia uma sala destinada ao Laboratório de Matemática mas este apenas funcionou para actividades de substituição para o 3º ciclo, estando muito longe do funcionamento ideal. A nível de calculadoras gráficas, a escola dispunha de uma calculadora gráfica por docente que leccionava no secundário, algumas calculadoras gráficas com *Viewscreen* mas de diferentes modelos e uma calculadora com um conjunto de sensores mas cujo

modelo não era o melhor para o desenvolvimento de certas actividades. Existia ainda um sensor de movimento. As condições das salas de aula de Matemática ainda não eram as ideais, especialmente no que tem a ver com utilização das novas tecnologias, mas existiam condições razoáveis de trabalho. O grupo tinha um funcionamento razoável verificando-se a troca de informação e a preparação de aulas entre professores que leccionam um mesmo ano escolar, sendo de salientar que este trabalho era caracterizado mais pela partilha de materiais do que pela construção conjunta dos mesmos.

O grupo de Física-Química dispunha de dois laboratórios para aulas mas a nível de materiais os professores tinham de fazer uma certa ginástica para conseguirem concretizar algumas experiências. Não contava com qualquer calculadora gráfica ou sensor e os professores não tinham, na sua maioria, conhecimento de como se trabalhava com este tipo de material, apesar de, na altura, na reestruturação do programa da disciplina já estar indicado e recomendado o seu uso para o desenvolvimento de algumas experiências. Os professores do grupo costumavam trabalhar em conjunto, por ano escolar, na preparação de materiais e, conseqüentemente, de aulas. Costumavam juntar-se semanalmente para fazerem um balanço das aulas e saberem “onde vão”, mas sempre sem um carácter formal. Os intervalos, por vezes, também serviam para troca de informação ou discussão de experiências e conteúdos. Apesar das fichas de trabalho e de avaliação não serem elaborados em conjunto, registava-se uma partilha destes materiais antes de serem entregues aos alunos, de forma a serem detectados erros ou para que os outros professores do grupo pudessem retirar ideias para as suas próprias fichas. Existia também a preocupação de marcar os testes de um mesmo ano todos na mesma semana.

#### **4.1.2 A professora de Matemática**

A Ana era professora efectiva de nomeação definitiva da disciplina de Matemática. Dava aulas há onze anos, sempre na mesma escola. No ano lectivo em que se desenvolveu a investigação, era coordenadora do grupo de Matemática da escola.

Quando a investigadora lhe propôs participar nesta investigação, aceitou de imediato, impondo só a condicionante que este estudo se desenvolvesse no 10º ano de escolaridade, pois era aquele onde não sentia uma pressão muito grande relativamente aos Exames Nacionais.

Aquando da recolha dos dados, a Ana não dinamizava nenhuma actividade extra-curricular ou Clube de Matemática, até porque este estava fechado, só funcionando quando lá se deslocava algum professor durante as aulas de substituição.

Tinha trinta e poucos anos, vestia-se de forma informal, com roupa confortável. Um pouco reservada, foi mostrando-se mais descontraída e aberta, à medida que conhecia melhor as pessoas. Mantinha uma boa relação com os colegas “dentro daquilo que é o normal”. A Ana caracterizou a relação que desenvolvia com os alunos como bastante formal, ou seja, baseada nos conteúdos matemáticos, “porque depois, a nível do que é a vida deles, privada e tudo o mais, bom... mesmo da vida actual, acaba por ser uma coisa muito superficial...” [primeira entrevista Ana].

A Ana era casada e mãe de duas crianças bastante pequenas, uma menina de quatro anos e um menino de ano e meio. Por vezes contava as aventuras dos seus filhos com um brilhozinho nos olhos, referindo sempre que são crianças totalmente diferentes: a mais velha que frequentava a Pré-escola, era bastante

sossegada, e o pequenino era muito irrequieto. Era fácil adivinhar o quão preenchida era a sua vida familiar. Apesar disso, procurava sempre conciliar tudo da melhor forma.

A maternidade foi responsável pelo seu afastamento da Associação de Professores de Matemática enquanto sócia e enquanto membro do núcleo de Évora, e também dos encontros de professores:

“Tive uma ligação ao núcleo de Évora da APM mas, entretanto, com o nascimento da Luísa deixei de ir às reuniões e afastei-me (...) neste momento já não tenho qualquer ligação, estou completamente afastada. É isso!”

[primeira entrevista – Janeiro 06]

Decidiu ser professora pelo facto de querer ficar perto de casa após terminar a licenciatura e esta profissão poderia trazer-lhe alguma facilidade a este nível. Escolheu Matemática porque, para ela, esta disciplina era sempre um desafio, gostava muito de fazer exercícios, da dinâmica da resolução, de praticar. Foi sempre uma aluna muito aplicada e organizada, características que continuava a ter. Destacou também o facto de ter tido bons professores de Matemática que a motivaram para o estudo desta disciplina. Enquanto aluna do liceu, costumava estudar Matemática todas as tardes, sozinha ou com colegas, sobretudo no último ano:

“No 12º nós tínhamos aulas só da parte da manhã, 2ª, 3ª, 4ª, 5ª e 6ª era livre e tinha as tardes livres, e lembro-me que passava as tardes todas, e até nos reuníamos em grupo, eu e mais uns colegas... pronto, fazíamos um grupinho e trabalhávamos muito assim, resolvíamos exercícios estudávamos bastante, lembro-me que sim!”

[primeira entrevista – Janeiro 06]

O seu percurso Universitário decorreu sem problemas, tendo completado a Licenciatura em cinco anos, na Universidade de Évora. Referiu que só deixou uma cadeira para Setembro e que as restantes fez por frequência.

Caracterizou a sua experiência enquanto professora de “regular”, pautando esta sua avaliação pelos resultados dos seus alunos, demonstrando alguma angústia por estes não serem melhores. No entanto, Ana referiu que “a gente só pode ensinar matemática a quem quer aprender matemática...” como forma de justificar alguns resultados menos bons. Era bastante cumpridora relativamente às planificações e com os objectivos a atingir e revelou uma grande preocupação em preparar os alunos o melhor possível para o Exame Nacional. Apesar de ter afirmado ser bastante exigente com os seus alunos ao nível dos objectivos a atingir, considerou que, com o passar dos anos, se tornou mais flexível ao nível da avaliação sumativa, reconhecendo que a experiência a ajudou a perceber como construir os itens de um teste e até mesmo a conhecer melhor o próprio programa. Mencionou que, apesar de por vezes navegar na Internet à procura de novas actividades, acabava por resumir as tarefas que propunha aos seus alunos aos exercícios do manual. Contudo, considerou que podia diversificar mais as tarefas e, se estas tarefas forem bem escolhidas, em consonância com o interesse dos alunos, e bem estruturadas, os alunos conseguiriam aprender de uma forma mais significativa.

A Ana nunca tinha desenvolvido nenhuma tarefa de modelação matemática com os seus alunos nem nunca trabalhou com sensores no contexto de sala de aula. Todavia, disse acreditar que a visualização facilita a aprendizagem dos alunos e que, desta forma, estes eram capazes de estabelecer conexões entre a realidade e a Matemática de forma mais significativa.

No que diz respeito ao trabalho colaborativo entre professores, a Ana descreveu-o como um tipo de trabalho que abarca o envolvimento de um grupo. Disse, também, acreditar que o considera importante, mas que nunca participou em nada neste âmbito pois,

“...acaba por ser um bocado complicado para arranjar tempo... por as pessoas, cada uma tem as suas actividades, não é? Depois das aulas as pessoas querem é ir para casa fazer outras coisas... eu acho que é muito importante, que é muito bom... dá, deve dar, dá com certeza muitos frutos.”

[primeira entrevista – Janeiro 06]

Referiu assim que a sua colaboração se resumiu a partilhar alguns materiais e informações. Fora do grupo de Matemática, isto é, com professores de outras disciplinas, esta foi a sua primeira experiência de trabalho:

...com professores de outras disciplinas é que eu nunca tinha trabalhado a não ser agora com a Olívia por causa do trabalho que estás a desenvolver... mas acho que é importante e que devia haver mais... mas também às vezes as matérias não estão de tal maneira articuladas de modo que permita ou que facilite este trabalho colaborativo entre os professores das diferentes disciplinas, talvez...

[primeira entrevista – Janeiro 06]

#### **4.1.3 A professora de Física e Química**

A professora de Física e Química chamava-se Olívia. Era professora efectiva de nomeação definitiva deste grupo. O ano lectivo em que se desenvolveu a investigação foi o seu décimo sétimo ano de serviço. Podia dizer-se que deu sempre aulas na mesma escola pois apenas esteve numa outra escola por uns meses a substituir um colega. Na altura da investigação não desempenhava nenhum cargo dentro do grupo.

Não dinamizava nenhuma actividade extra-curricular, à excepção da Semana da Ciência, onde colaborava com os restantes professores nas actividades

de laboratório. Como as suas disciplinas têm uma vertente prática, procurava dinamizar e preparar as actividades experimentais para as aulas de Química, pois, como mencionou, “ eu sou muito mais para a Química”, deixando as relacionadas com a Física mais para um outro colega preparar; depois trocavam informações e orientações.

Ainda não tinha quarenta anos, vestia-se de forma informal, com roupa confortável. Era muito extrovertida e gostava de brincar. O seu discurso era muito vivo, fazendo a alusão a terceiras pessoas através de diferentes tons de voz; gostava de explicar e especificar um determinado pensamento através de diversos exemplos, algo que fazia com frequência até em contexto de sala de aula, como posteriormente se pode verificar. Disse que quando tinha algum tempo livre na escola, gostava de conversar com os colegas, valorizando muito o convívio entre pares.

A Olívia era casada e tinha uma filha a frequentar o oitavo ano de escolaridade, com a qual tentava passar todo o tempo que lhe era possível. Referiu gostar muito de ler e de ver filmes.

Aquando da investigação, pertencia à Sociedade Portuguesa de Física e à Sociedade Portuguesa de Química. Deixou de ser sindicalizada e demonstrou alguma tristeza por não existir nenhuma associação de professores na sua área disciplinar.

Era Engenheira Química de formação académica de base. Depois de cinco anos de ensino, decidiu profissionalizar-se pela Universidade Aberta. Confessou que de início estava um pouco indecisa quanto à carreira de professora, mas que ao fim de algum tempo não a trocava por outra coisa. Quando escolheu o curso disse que estava dividida entre a química, a matemática e a psicologia e que só escolheu a primeira por causa da sua vertente experimental.

O seu percurso Universitário decorreu sem grandes problemas, referindo que apenas sentiu maiores dificuldades em Física I porque “tinha muito a ver com a visualização no espaço. Tinha muitos vectores e eu tinha uma dificuldade tremenda em ver!” [primeira entrevista Olívia]. Completou o curso no tempo esperado na Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra.

No que concerne à sua experiência enquanto professora, classificou-a de positiva. Recordava-se muito bem da insegurança que sentiu no primeiro ano em que leccionou, devido ao facto de ainda não ter feito nenhum estágio profissional: “Sabia aquilo mas acho que estudava mais do que os alunos todos juntos com medo a falhar... pronto, mas depois começamos a relativizar as coisas e temos mais confiança em nós!”. No entanto, referiu que os alunos “de hoje” eram diferentes, afirmando que eram mais imaturos, tinham menor capacidade de abstracção e recorriam muito à memorização e à sistematização. Considerou-se viciada na Internet, onde ia diariamente procurar informações e, também afirmou utilizar frequentemente o *webmail* para trocar informações e materiais com os colegas, quer da escola, quer de outras escolas.

Este foi o primeiro ano que aplicou o novo programa e, como tal, a sua grande preocupação era saber quais os pontos essenciais e como abordar um determinado tema. Mencionou que, normalmente, seguia as planificações anuais mas não de forma muito rigorosa. Defendeu que para que os alunos aprendam é necessário que se sintam motivados, o que já a tem levado a abordar certos temas que não vêm no programa e referiu acreditar que os alunos gostam mais das aulas práticas onde realizam experiências.

Nunca trabalhou com calculadoras gráficas nem tão pouco com sensores, conquanto, tenha afirmado que são materiais nos quais valia a pena investir, pois disse acreditar no seu grande potencial para o processo de ensino-aprendizagem,

por permitirem a visualização de um gráfico que traduzia um determinado fenómeno.

Ao nível do trabalho colaborativo, afirmou que o seu grupo disciplinar funcionava muito bem, independentemente de ter colegas novos ou não; no entanto, o trabalho era melhor e mais intenso entre professores que leccionam um mesmo ano escolar. Referiu que esta forma de trabalhar transmitia, a todos os membros do grupo de trabalho, uma maior segurança na utilização dos materiais produzidos e, por outro lado, uniformizava os critérios de exigência pedidos aos alunos:

Funcionamos assim e acho que é muito bom, pronto. É bom porque para já dá-nos mais segurança porque é mais difícil serem três pessoas a errar do que ser uma pessoa a fazer o trabalho sozinho, não é? E por outro lado como os alunos estão, para o ano, sujeitos a um exame, as condições quanto mais próximas forem umas das outras, ou seja, igualdade de circunstâncias: não é por eles serem meus alunos que podem ser prejudicados por isso, ou porque eu sou mais exigente ou porque eu sou mais tramada ou mais porreirona, não é? Portanto aí mantemos em igualdade de exigências e de circunstâncias para os miúdos e em igualdade de preparação!

[primeira entrevista Olívia – Fevereiro 06]

Com professores de outros grupos nunca trabalhou colaborativamente, mas referiu que já tem pedido a alguns colegas, com os quais tinha maior vontade (normalmente efectivos), para que ajudassem os alunos na aquisição de alguns pré-requisitos, como, por exemplo, a resolução equações ou a redacção de um relatório.

#### **4.1.4 A turma**

A turma era constituída por vinte e quatro alunos, sendo a maior parte do sexo masculino. Apesar de não existir mais nenhuma turma que se adaptasse ao estudo, as professoras não podiam ter-se mostrado mais satisfeitas com a escolha, pois era constituída por alunos, em geral, muito interessados, trabalhadores, motivados e onde se sentia uma certa competitividade saudável. No entanto, existia um grupo de três alunos (duas raparigas e um rapaz) que se sentavam ao fundo da sala e que não demonstravam uma grande preocupação com a sua aprendizagem, como referiu a Ana.

Nunca foi proposta a resolução de nenhuma tarefa de modelação aos alunos da turma em nenhum ano escolar anterior, pelo que esta experiência constituiu o seu primeiro contacto com este tipo de tarefa. Apesar de os alunos terem adquirido calculadoras gráficas no início do ano lectivo, só no 2º período, com a introdução ao estudo das Funções, começaram a trabalhar e a explorar mais este recurso, utilizando-o para além da realização de cálculos.

#### **4.2. As tarefas: Da selecção à preparação da aula**

Apesar de o grupo de trabalho colaborativo ter realizado diversas experiências, como referido no capítulo anterior, centrámo-nos na análise das tarefas de modelação que foram depois propostas aos alunos em ambiente de sala de aula: “A Bola Saltitona”, “O Cubo de Leslie” e “Capacidade Térmica Mássica”. Todavia, algumas ocorrências de outras sessões que considerámos relevantes para dar resposta às questões orientadoras deste estudo não deixarão de ser mencionadas.

## **4.2.1. A Bola Saltitona**

### **4.2.1.1. A selecção e preparação da tarefa “A Bola Saltitona”**

A selecção das tarefas revelou-se mais problemática do que seria de esperar pois, apesar de existirem diversas tarefas de modelação que se podem realizar em ambas as disciplinas, os programas das mesmas não permitiam a realização de algumas num mesmo ano escolar. Na primeira sessão, datada de 16 de Janeiro, o grupo colaborativo dedicou-se a analisar os programas de ambas as disciplinas, de forma a escolher as tarefas a realizar em contexto de sala de aula. Para tal, as professoras e a investigadora começaram por olhar para as experiências que eram sugeridas no programa de Física-Química e procurar aquelas onde se podiam aplicar conteúdos de Matemática. Por outro lado, inicialmente, a inexperiência das professoras e da investigadora, em termos de resolução das tarefas de modelação, levou a que o grupo de trabalho não tivesse procurado analisar todas as potencialidades de algumas tarefas, de modo a conseguir adaptá-las ao objectivo pretendido.

A selecção da tarefa “A Bola Saltitona” (Anexos 8 e 9) foi aquela que não levantou dúvidas a nenhuma das professoras, uma vez que se enquadrava perfeitamente em ambos os programas – era sugerida no programa de Física-Química e o estudo do seu gráfico fazia todo o sentido no estudo das funções quadráticas em Matemática:

Olívia: É a bolinha saltitona!!!

(...)

Olívia: Isso é para nós fazermos no 10º... quase de certeza... não sei é se dá para matemática... não?

Investigadora: Dá! Dá!

Ana: Deve ser com a função seno...

Investigadora: ...Mas nós abordamos uma só curva...

Ana: Ah! Uma quadrática, uma quadrática...

[sessão de trabalho de 16/01/06]

O enunciado da tarefa de modelação “A Bola Saltitona” para a disciplina de Matemática, uma vez que a Ana já a conhecia, foi retirado do site da CASIO. Contudo, algumas questões foram modificadas, retiradas ou substituídas por outras:

Ana: Há aqui uma pergunta que é esta [aponta para a questão em causa].

(...)

Olívia: [começa a explicar o tipo de movimento que a bola descreve] A equação do movimento, em termos de posição é  $x=x_0+v_0t+\dots$  para nós  $x$  é a posição. (...) Portanto, é a queda dos graves. Mais  $\frac{1}{2}gt^2$  porque aqui a única aceleração é sujeita à gravidade. A bola só está sujeita à aceleração da gravidade...

(...)

Ana: Eu de qualquer das formas, não vou aplicar... Nem eles sabem o que é a aceleração, pois não?

Olívia: Não.

[sessão de trabalho de dia 06/03/06]

Podemos verificar que a Ana começou por pôr em causa a pertinência em colocar aos alunos uma questão relacionada com o conceito de aceleração, pois pensava ser um assunto ainda não abordado. Apesar do esclarecimento da Olívia, a Ana optou por não colocar a referida questão, de modo a não dificultar a interpretação dos dados da experiência e assim, acabou por tornar a tarefa mais acessível os alunos. Este tipo de questão surgiu mais vezes, sobretudo quando se

tratava de conceitos da outra disciplina, como também iremos observar para as outras duas tarefas de modelação seleccionadas. Podemos ainda referir que o facto de se trabalhar num contexto colaborativo permitiu também que as professoras esclarecessem o sentido de algumas questões formuladas nas fichas que acompanhavam as tarefas de modelação:

Olívia: A posição inicial é aquela que nós temos inicialmente... A distância mínima atingida da bola ao sensor... Não faz sentido, esta pergunta...

Ana: Porquê?

Olívia: Porque a distância podemos medir no início da experiência.

Ana: Pois. É esta aqui. A intersecção com o eixo dos  $yy$ .

Olívia: Essa meço-a eu antes de iniciar a experiência. É só chegar e apontar.

(...)

Ana: Considera a primeira parábola... se calhar assim. Não pode ser esta aqui. Tem de se considerar a primeira parábola completa e nesta sim, tem distância mínima.

Olívia: Aí está bem! Aí já vai ao solo e salta. Já não conseguimos medir no momento.

[sessão de trabalho de dia 06/03/06]

Estes momentos de discussão revelaram-se bastante importantes, pois permitiram antever algumas dificuldades de interpretação que os alunos pudessem vir a manifestar durante o desenvolvimento das tarefas.

Ainda relativamente a esta tarefa de modelação, podemos verificar que Ana acrescentou um outro problema no enunciado da mesma que, apesar de continuar a ser uma tarefa de modelação, não estava relacionada com “A Bola Saltitona”. Esta segunda tarefa de modelação, que se desenvolveu sem recurso

aos sensores, incidiu sobre o estudo da função afim. Desta forma, para além de não correr o risco de sobrar muito tempo da aula, Ana pretendeu mostrar aos alunos dois diagramas de dispersão distintos, por forma a que eles percebessem a diferença entre escolher uma regressão linear e uma regressão quadrática para modelar as distintas situações.

Durante a preparação desta tarefa, Olívia sentiu a necessidade de ver esclarecidos alguns aspectos matemáticos abordados no desenvolvimento da mesma. Desta forma, durante as sessões de trabalho onde se preparou a referida tarefa de modelação, registaram-se diversos momentos de discussão sobre conceitos e de comparação de expressões e equações matemáticas utilizadas nas disciplinas de Física-Química e Matemática. Esta situação pode verificar-se no seguinte exemplo:

Olívia: Então como é que vocês escrevem isto, equação da parábola?

Ana: A equação da parábola é isto que aqui está.

Olívia: Portanto  $ax^2$  é isto.

Ana:  $-cx \dots$

Olívia: Que é o  $v_0t$ .

Ana: Mais uma constante.

Olívia: Que é a posição inicial, vocês escrevem ao contrário. Quer dizer, é a mesma coisa. Nós depois simplificamos e ficamos com  $x = x_0 + v_0t - 4,9t^2$ . Pronto, que é o que vocês têm ali.

[sessão de trabalho de dia 06/03/06]

Estes momentos foram bastante importantes para ajudar as professoras a compreenderem um pouco mais sobre o funcionamento da outra disciplina, de modo a poderem conseguir explicar aos alunos o significado de determinadas fórmulas nas duas perspectivas. Por outro lado, revelaram-se essenciais na

clarificação de alguns dos resultados obtidos nas tarefas de modelação experimentadas, aumentando a confiança das professoras para a implementação destas na sala de aula, assim como na troca de informações sobre os conteúdos abordados em cada disciplina, de modo a que as professoras percebessem algumas reacções dos alunos:

Ana: velocidades positivas e assim... já sabem alguma coisa?

Olívia: Dado este ano, não!

Ana: Pois, é que eu hoje estive a fazer um exercício que era sobre um objecto que atinge a altura máxima e depois desce...

Olívia: Pois, dantes dava-se.

Ana: Bom, eu expliquei só que, em termos matemáticos quando vai a subir a velocidade é positiva... Expliquei para dois gráficos. Depois percebi que eles não estavam por dentro.

Olívia: (...) Isto é porreiro. Porque quando chegarem à minha altura eles já sabem!

[sessão de trabalho de dia 06/03/06]

Destacamos, deste excerto da sessão de trabalho colaborativo, uma outra mais valia do trabalho colaborativo: a percepção do que os outros professores abordam nas suas disciplinas, nem que seja de forma informal, pois, deste modo, pode-se simplificar a abordagem de determinados conteúdos ou então abordá-los mais profundamente, pois já teriam sido tratados. Podemos ainda salientar que se registou, em alguns casos, apenas um “matar a curiosidade” em perceber como os professores de outra disciplina tratam uma mesma situação e confrontar as diferentes perspectivas, de modo a compreender as dificuldades dos alunos.

Durante a preparação desta tarefa, talvez por ter sido a primeira desenvolvida em contexto de sala de aula, a Ana sentiu necessidade de trocar

ideias acerca da implementação da mesma, principalmente no que dizia respeito à participação dos alunos:

Ana: Não sei como é que a gente faz. Mando um aluno lançar a bola e outro segurar o sensor?! É para eles fazerem mais qualquer coisa...

Investigadora: Pois, exacto...

Ana: Ou então, eu lanço a bola e eles só o sensor, não é?!

Investigadora: Mas porque é que não lançam eles a bola? É só largar para o chão. Eles até podem fazer tudo.

[sessão de trabalho de dia 06/03/06]

Parece-nos que esta atitude da Ana se deveu mais com o facto de ter querido tornar o papel dos alunos mais activo no desenvolvimento da tarefa de modelação.

#### **4.2.1.2. “A Bola Saltitona” na sala de aula**

##### **4.2.1.2.1. “A Bola Saltitona” na aula de Matemática (8 de Março de 2006)**

De seguida apresenta-se um excerto da aula de Matemática onde foi desenvolvida a tarefa “A Bola Saltitona”. Esta aula teve a duração de 90 minutos.

No início da aula a Ana dita o sumário. Seguidamente, prepara o retroprojector, o *viewscreen*, a calculadora gráfica e o sensor de movimento. Enquanto isso, apresenta a investigadora à turma pois trata-se do primeiro contacto entre os mesmos. É distribuída uma ficha de trabalho sobre a tarefa de modelação a realizar.

Para a recolha de dados a Ana pede ajuda a dois alunos, um para deixar cair a bola e outro para segurar o sensor, e explica-lhes o procedimento a seguir. Opta por trabalhar em grande grupo. Explica aos alunos que as suas calculadoras realizam o mesmo procedimento mas só se ligadas a um sensor de movimento, material este de que dispõe apenas de um exemplar

e como tal os alunos terão de acompanhar a experiência através da projecção da mesma. Depois, explica todos os passos a seguir, incluindo as unidades de medida seleccionadas. Pede aos alunos para acompanharem a leitura da introdução da actividade. Procede-se à recolha dos dados. A nuvem de pontos surge projectada na parede. Os alunos ficam espantados:

Alunos: Ah! – Exclamam.

A Ana diz aos alunos que aquela nuvem de pontos representa o movimento da bola a saltar no chão...

Ana: É com estes dados que vamos trabalhar. Que unidade física está representada no eixo dos  $xx$ ?... Vão fazendo no caderno porque podem necessitar de fazer cálculos.

Alunos: O tempo.

Ana: E a unidade?

Alunos: É o segundo.

Ana: É o segundo. Muito bem! E que unidade está representada no eixo dos  $yy$ ?

Aluno 1: [aponta para a projecção] É a distância da bola ao sensor!

Ana: Porquê?

Aluno 1: Então, em vez da distância ir para zero, não. Está a aumentar, portanto...

Ana: Pois é. [o seu tom de voz revela alguma admiração] É a altura da bola, ou não?

Como os restantes alunos da turma não respondem a Ana repete a experiência, sem utilizar o sensor, explicando simultaneamente o que vai sucedendo, comparando com o movimento sugerido pelo gráfico.

Ana: O que é que se está a ver?

Alunos: É a distância da bola ao sensor!

Ana: Então escrevam lá, no eixo das abcissas está representado o tempo e no das ordenadas está representada a distância da bola ao sensor. [Os alunos escrevem a resposta e a Ana circula pela sala, verificando o que os alunos apontam.

Ana: Inicialmente a distância da bola ao sensor é este bocadinho [aponta para a projecção] depois quando finaliza o primeiro salto é isto. Em cada

ressalto podemos ver que a distância vai sendo cada vez maior até que a bola pára. O que representam os pontos máximos no gráfico?

Aluno 1: O chão!

Ana: Toda a gente viu que é o chão? Sim? [A Ana acaba por ditar a resposta pois todos os alunos anuíram.]

Ana: Qual será o modelo matemático que melhor representa o salto da bola? Com os vossos conhecimentos... Será uma função afim? [Faz-se silêncio.]

Aluno 1: Não.

Ana: Porquê?

Aluno 1: Porque não é uma recta.

Ana: Então, será uma função afim? [dirigindo-se aos outros alunos da turma]

Alunos: Não.

Ana: Não é uma função afim porque não é... o quê?

Alunos: Uma recta.

Aluno 1: É uma sequência de parábolas.

Ana: É. É uma sequência de parábolas. Mas a gente, agora, vamos ver que não é uma função afim na máquina. [Aguarda que os alunos escrevam a resposta] Então, a gente vai fazer aqui com a calculadora, num menu que vocês ainda não deram, que aquela representação não é uma recta. Vou pedir à máquina de calcular que represente uma função que se ajuste aos pontos. Vou experimentar. [Explica o procedimento e gera um modelo linear para que os alunos vejam que não se trata de uma função linear] Então, um de vocês já disse que é uma função quê?

Alunos: Quadrática.

Ana: Considerando o primeiro salto completo descreve uma função que se possa ajustar aos dados.

Aluno 1: Vamos escrever uma função até que a bola toque no chão?

Ana: Vamos escrever para o salto completo. Só para aquele que seleccionei. Porque os outros são do mesmo género. Como tu disseste, isto é uma sequência de parábolas. Vamos lá ver... vocês dizem que é uma função quadrática. E como é que isso se escreve?

Aluno 1:  $ax^2+bx+c$ .

Ana:  $y=a?$ ...

Aluno 2:  $ax^2+bx+c$ .

Ana: E a outra forma com o vértice?

Alunos:  $y= a(x-k)^2+h$ .

Ana: E este  $(k,h)$ , o que é isto?

Aluna: O vértice.

Ana: Então para escrevermos uma função que se ajuste ali ao gráfico, do que é que precisamos?

Aluno 1: Do vértice.

Ana: Sim. E de quê mais?

Aluno 3: Do  $a$ .

Ana: Exactamente. Então como descobrimos este valor  $a$ ?

Aluno 4: Por um ponto.

Ana: Por um ponto, exactamente. Então vou usar a função *Trace* e vamos descobrir o vértice.

Aluno 1: Já está.

Podemos observar que, ao nível da gestão da aula, a Ana começou por ditar o sumário e só depois distribuiu os enunciados relativos à tarefa de modelação e deu início à mesma. Posteriormente, a Ana explicou à investigadora que, uma vez que os sumários eram realizados no computador, apenas dispunha dos dez minutos iniciais de cada aula para o efectuar. O recurso ao *Viewscreen* também foi essencial no desenrolar da aula pois, para além de permitir a visualização por todos os alunos da experiência, ajudou a Ana no esclarecimento de dúvidas ao nível da interpretação do gráfico e da utilização da calculadora e das suas funções.

Verificamos também que a Ana, talvez por uma questão de hábito, optou por corrigir questão a questão, isto é, concedeu algum tempo para que os alunos resolvessem e logo de seguida, procedeu à correcção do item em causa. Como a professora optou por fazer a correcção desta forma, foi sempre existindo um

diálogo professora – alunos. Destacamos então o facto de, apesar de a Ana dirigir e orientar o desenvolvimento da aula, foi fomentando a participação activa dos alunos na descoberta e discussão dos resultados. Neste excerto da aula, também é notório que, ao falar com os alunos, a Ana, em algumas ocasiões e de forma inconsciente, foi facilitando a interpretação das questões. Neste caso específico, podemos destacar o facto de a Ana em vez de se limitar à leitura da questão e pedir a unidade que estava representada no eixo das abcissas e das ordenadas simplifica a linguagem, referindo “eixo dos  $xx$ ” e “eixo dos  $yy$ ”, formalizando a respostas num momento posterior, quando a dita aos alunos.

Ana: Reparem o que é a distância mínima da bola ao sensor?

Aluno 5: Ao início.

Ana: Não, vamos considerar essa posição, vamos considerar apenas o primeiro salto completo.

Aluno 1: Vê-se no vértice.

Ana: Então é?..

Aluno 2: 0,39.

Ana: Sim, e em cm? É quanto, Pedro?

Aluno: 39 cm.

Ana: Ao fim de quanto tempo é que a atingiu?

Aluno 2: Ao fim de um segundo. São as coordenadas do vértice.

Ana: Como está aqui o Pedro a dizer, são as coordenadas do vértice, muito bem.

Ana: Vamos comparar esta expressão com o modelo apresentado pela máquina de calcular. Olhem cá está ela.

Aluno 2: É esperta!

Ana: É esperta e a que nós fizemos muito se aproxima àqueles valores! O que é que nós fizemos?! Fomos aproximar a curva ao vértice e a um ponto e a máquina foi aproximar não apenas ao vértice e a um ponto mas a todos os pontos que estão naquele intervalo. A máquina deu  $y=4,52x^2-9,16x+5,02$ .

Alunos: É quase igual!

Ana: Foi ótimo. Não é? Como vocês sabem, os menus comunicam uns com os outros e vamos copiar aqui esta expressão...

(...)

Ana: Agora a máquina desenhou aqui por cima do salto que...

(...) Agora vamos aqui ao menu das funções, que vocês já estão fartos de trabalhar, e está aqui a função. Quando eu gravei, ficou logo aqui. (...) E agora vou desenhar a nossa.

[Os alunos vão repetindo os passos com as suas calculadoras gráfica, pois dispõem das expressões para as duas representações.]

Ana: então, a da máquina de calcular e a nossa são quase coincidentes! Perceberam? Gostaram?

Através da análise desta parte da aula, podemos observar que a professora preferiu que os alunos determinassem um modelo analiticamente para depois o compararem ao gerado pela calculadora gráfica. Desta forma os alunos podiam identificar qual dos modelos melhor se ajustava aos pontos e, assim, escolherem o que melhor explicasse o fenómeno em estudo, apesar de, neste caso, os modelos serem quase coincidentes. Por outro lado, deste modo os alunos tomaram consciência de uma mais valia da calculadora: A rapidez e exactidão da calculadora gráfica. Através deste excerto, podemos também constatar que os alunos ficaram surpreendidos com as potencialidades da calculadora gráfica e dos sensores. Os alunos demonstraram isto quando viram surgir a representação gráfica da nuvem de pontos pois alguns exclamaram de surpresa: “Ah!”. Também podemos depreender este facto do comentário do aluno – “É esperta!”, sobre a calculadora. A utilização destes recursos tecnológicos fez com que todos os alunos seguissem o desenvolvimento da tarefa, tentando repetir os procedimentos que Ana indicava. Concluimos, assim, que a calculadora gráfica e o sensor serviram também como elementos motivadores.

Ao nível das funções da calculadora, destacamos o recurso à função *Trace* para a determinação do vértice e de um ponto da parábola, para além das funções geradoras de modelos matemáticos. Consideramos a utilização da função *Trace* curiosa na determinação do vértice, pois do diálogo estabelecido com os alunos quase que afirmávamos que este seria determinado através da função *Calc – Min*. No que concerne aos menus, foram utilizados o *Stat* e o *Graph*.

#### 4.2.1.2.2. “A Bola Saltitona” na aula de Física-Química (8 de Junho de 2006)

A tarefa “A Bola Saltitona” foi também explorada na aula de Física-Química mas passado três meses, devido ao desfasamento existente entre os programas das duas disciplinas. Segue-se a descrição de um extracto da aula e sua análise.

Prepara-se o material, a Olívia convidou um colega para assistir à realização da experiência da aula. Olívia prepara o *viewscreen* e todo o material inerente à recolha dos dados. Os alunos rodeiam a mesa que tem o material pois como só se dispõe de um sensor esta experiência vai ser realizada em grande grupo.

Inicia-se a primeira recolha mas esta falha.

Olívia: Está alguma coisa?

Alunos: Não.

Olívia: Faça outra vez: *Set up* ... [diz a uma aluna os passos a seguir para preparar a máquina para a nova recolha.] Agora tem de ser 5 segundos. Vamos lá.

Um aluno está encarregado de lançar a bola e outro de segurar o sensor de movimento. Os alunos largam a bola.

Desta descrição da aula, podemos constatar que Olívia se mostra muito mais à vontade para trabalhar com a calculadora gráfica e com os sensores, algo

que não sucedia inicialmente, pois delegava esta função à investigadora. Por outro lado, o facto de Olívia ter convidado um outro professor do seu grupo para assistir à aula torna evidente a curiosidade que se gerou à volta da utilização dos sensores em ambiente de sala de aula.

Olívia: Vá, vá lá. Agora têm aí uma tabela.

Aluno 1: Tabela?

Aluno 2: Não percebo nada disto... [Olívia aproxima-se dos alunos e orienta a aluna que está a trabalhar com a calculadora gráfica até se obter a projecção da tabela.]

Olívia: O que é que têm na lista 1?

Alunos: O tempo.

Olívia: E na lista 2?

Alunos: A altura da bola ao sensor...

Aluno 3: A distância...

Olívia: Então? Vá...

Aluno 4: A altura da bola ao sensor?!...

Aluno 5: Não. É a distância da bola ao sensor e não a altura.

Olívia: Ah! Então vamos lá!

(...)

Olívia: Mas depois o que eu vou querer é a altura da queda e não a distância da bola ao sensor!

Aluna: A altura da queda?

Aluno 3: [gesticulando] Se a gente tivesse medido assim...

Olívia: Então, como é que vocês vão fazer?

Aluna: Só se nós acharmos a distância do chão ao sensor...

Aluno 1: Pois. Era o que eu ia dizer.

(...)

Olívia: Para calcularem isso com precisão, vejam lá o que vocês vão precisar... Portanto, vocês agora vão tomar nota de um valor e depois vão substituir aí outro... Vocês a matemática também fizeram isso, não?

Aluna: Assim não.

Aluno 3: Professora, não. Temos de medir o que estava no sensor. Temos de medir isso!

Olívia: Façam o favor de tomar nota dos valores e depressa senão não os 90 minutos não dão para fazer as três bolas.

Neste excerto da aula, verificamos que Olívia deixou os alunos discutirem quais eram as variáveis com que estavam a trabalhar e só depois de estes chegarem a uma conclusão avançou nas questões. Podemos dizer que Olívia, neste caso, não facilitou a interpretação dos resultados e deixou que fossem os alunos a descobrirem as variáveis em causa. Posteriormente, a professora tentou clarificar quais eram as variáveis de que os alunos iam necessitar para continuarem a responder às questões da tarefa em causa. Isto é explícito quando disse aos alunos que através do sensor estes tinham obtido uma distância que no entanto não era a pretendida, aguardando, contudo, que os alunos conseguissem perceber o que lhes faltava fazer. A propósito desta questão, e depois de ter concedido algum tempo aos alunos para formularem as suas hipóteses, Olívia sentiu a necessidade de ajudar os mesmos na interpretação dos valores obtidos e na descoberta do procedimento a seguir para determinarem o que era desejado:

Olívia: Vocês estavam a dizer que tinham de medir a altura, lembram-se? Isso é o primeiro ressalto, ou seja, a altura que a bola atingiu depois de tocar a primeira vez no chão, e isso não quero. Eu quero é a altura a que foi lançada a bola.

Aluna: Mas isso nós temos!

Olívia: Não têm nada, porque o que vos vai dar ali é...

Aluna: Então, é o que aparece ali. Temos que ir com o *Trace*...

Olívia: Diga lá. No gráfico, quando aparece logo o gráfico está lá o valor! Não é? Vocês prepararam isto muito bem, estou contente! (...) Então qual será a altura máxima, de acordo com o gráfico que temos ali? Quer dizer, a altura inicial?

Aluno: 1,26.

Olívia: 1,26? Onde é que está esse valor?

Aluno: Aproximadamente...

Olívia: Aproximadamente o quê? Começam a aproximar agora, depois vêm os cálculos e aproximam, no fim os resultados não têm nada a ver com o real.

Observamos que Olívia, ao longo de toda a investigação, mostrou-se muito desconfortável com o facto de se terem de efectuar aproximações ou de não se poderem usar valores exactos. Este sentimento, também esteve bem presente durante as aulas, como se pode verificar no trecho anterior.

Para concluir a aula, Olívia tentou ajudar os alunos na interpretação dos resultados, uma vez que nem todos os alunos tinham conseguido perceber o que era pedido. Como os alunos não tiveram tempo de terminar o relatório no tempo útil da aula, Olívia remeteu a sua conclusão para trabalho de casa, frisando que na aula seguinte voltariam a discutir a experiência:

Os alunos separam-se em dois grupos para trabalharem os dados recolhidos.

Olívia: Agora vamos pensar um bocadinho nos valores!... (...) Jovens, o que eu tenho aqui na tabela é a altura da queda e a altura do ressalto vocês sabem que quando a bola cai volta a subir, é o primeiro ressalto, é...

Aluna: O maior de todos.

Olívia: É o maior, certo!... Mas esta altura passa a ser a altura inicial para a situação seguinte, certo?... Portanto, vocês em relação à altura inicial o que é que vão fazer?

Aluna: Vamos sempre por a altura do ressalto!

Olívia: Certo! Vai ser a altura do ressalto. (...) Comecem então a fazer o relatório...

Os alunos iniciam o trabalho agora em grupos de 5 elementos.

(...)

Olívia: [para concluir a aula] Segunda-feira, depois falamos da actividade do ponto de vista teórico!

#### **4.2.1.3 Reflexões sobre a tarefa “A Bola Saltitona” na sala de aula**

Após a aula, Ana mostrou-se bastante satisfeita com o desenvolvimento da mesma:

Ana: Acho que correu bem. Eles viram logo que se tratava da distância da bola ao sensor. Foi bom! (...) Penso que os objectivos foram atingidos... os alunos mostraram-se interessados e empenhados em resolver a tarefa...

[entrevista pós aula 08/03/06]

Por seu lado, Olívia também considerou o desenvolvimento da tarefa bastante positivo, apesar de inicialmente ter existido alguma dificuldade em obter um bom gráfico:

Olívia: Então, acho que correu bem... Houve ali aquele contratempo de não conseguirmos logo um gráfico bonitinho, mas aulas experimentais são mesmo assim... mas depois correu bem...

Investigadora: E relativamente à interpretação do gráfico?

Olívia: Sim... acho que... eles de início não estavam a perceber o que era pedido... a altura do ressalto... mas acho que acabaram por perceber...

[entrevista pós aula 08/06/06]

Posteriormente, durante algumas sessões de trabalho colaborativo, o grupo de trabalho fez referência ao que se tinha passado nesta aula, reflectindo sobretudo sobre algumas dúvidas levantadas pelos alunos e aspectos positivos que permitissem transmitir uma maior confiança às professoras. Seguidamente apresentamos dois excertos de sessões de trabalho que traduzem bem esta situação.

Investigadora: Temos que fazer a regressão linear da nuvem de pontos... eles vão... eu não percebi... o Mário, acho que é Mário; dizia “então como é que a recta agora vai passar por esses pontos todos?”.

Ana: Pois, mas depois ele disse que afinal não ia passar pelos pontos todos mas pela média dos pontos.

Investigadora: Ah pois, pois... ah, já me recordo... depois tu disseste que ia passar pela média dos pontos.

Ana: Entretanto, na outra aula alguém ainda disse “mas como é que vai passar pela média dos pontos? O que é isso da média dos pontos?” depois eu estive a explicar que toma cada uma das variáveis, determina a média dela e que depois marca no gráfico...

[sessão de trabalho de 13/03/06]

Investigadora: Eles vêm melhor.

Olívia: Só se eles depois virarem o gráfico. Mas não é preciso. Também não pode ser só facilidades, eles também têm que pensar um bocadinho. Não lhes faz mal nenhum.

Investigadora: Eles, por acaso, em Matemática resolveram bem, não foi? Viram logo a altura máxima...

Ana: Sim. Disseram logo que era a distância da bola ao sensor...

Investigadora: Pois foi! Perceberam logo isso.

Olívia: Estavam inspirados!

Ana: Eles são bons.

Olívia: Pois, é uma boa turma...

[sessão de trabalho de dia 15/05/06]

No final da investigação, Ana disse, na última entrevista, ter sido esta a tarefa melhor na sua opinião: “Acho que foi mais interessante propriamente aquela, a primeira. Em que eles fizeram propriamente a experiência, e apareceu a parábola e pronto...”.

## 4.2.2. O Cubo de Leslie

### 4.2.2.1. A selecção e construção da tarefa “O Cubo de Leslie”

Esta tarefa (Anexos 10 e 11) foi seleccionada a partir da análise inicial do programa de Física-Química e depois adaptada a conteúdos matemáticos do 10º ano de escolaridade. Se, por um lado, a sua realização foi ao encontro das necessidades de Olívia, por outro lado, Ana, apesar de não se opor à sua escolha, começou por não a considerar a mais adequada aos conteúdos da sua disciplina:

Investigadora: Essa da temperatura [quando cheguei a Olívia e a Ana estavam a falar de uma tarefa que relaciona a temperatura com o material] ... eu por acaso vi essa da temperatura nas funções...

Olívia: A do cubo de Leslie...

Investigadora: Sim essa. Mas essa já fez!?

Olívia: Não, não... esta, vou fazer agora quando começar a Física.

Investigadora: Ah!

Ana: E essa, a equação matemática é o quê? Não sabes?

Olívia: A temperatura... em função do tempo. (mostra o livro)

Ana: Isto pode ser uma... raiz?!... que eles no 10º ano não dão!

(...)

Investigadora: Não sei. Podemos experimentar fazer esta. Mesmo que agora não se adapte muito bem à matemática, uma vez que a Olívia vai fazer...

(...)

Ana: Em termos de expressão dá-me ideia de ser irracional, não achas?

Investigadora: Sim. Mas isso é fácil para obter a expressão vamos à máquina e ela dá-nos.

Ana: Dá-nos a regressão...

[sessão de trabalho de 16/01/06]

Como se constata, neste excerto de uma sessão de trabalho, para ambas as professoras a maior preocupação residiu em discernir qual a pertinência da tarefa de modelação em termos programáticos.

Convém referir que, durante a primeira sessão de trabalho, a tarefa “O Cubo de Leslie” não foi uma das seleccionadas para ser implementada na sala de aula. Apenas mais tarde, como iremos analisar seguidamente, após se ter abandonado uma outra tarefa de modelação, o grupo colaborativo optou por realizá-la.

Como se constata no Quadro 2 do capítulo anterior, esta tarefa foi desenvolvida primeiro na disciplina de Física-Química e depois em Matemática. A recolha de dados foi efectuada apenas na aula de Física-Química devido, sobretudo, ao tempo gasto na mesma.

Ana: E depois em Matemática... aproveitando isto que ela está aqui a fazer, agora na aula de física... eles já não vão fazer esta experiência na aula de matemática!

Investigadora: O recolher dos dados? Se guardarmos os dados na calculadora depois talvez não seja necessário.

[sessão de trabalho de 13/03/06]

Para melhor delinear a tarefa de modelação a propor aos alunos, as professoras e a investigadora, à semelhança do que sucedeu na “A Bola Saltitona”, realizaram primeiro a recolha de dados e a análise dos mesmos. Durante a análise dos dados, Olívia ficou bastante impressionada com a exactidão da leitura das temperaturas realizada pelo sensor em comparação com o método tradicional – o termómetro:

Olívia: Ah, é quanto? 16,35. Pois, estão a ver, dão temperaturas muito mais exactas do que com o termómetro... com o termómetro é impossível ler isto...

Ana: Pois.

Olívia: Até porque com o termómetro onde é que lia 18,835, nem pensar!  
Então como é que eu leio isto com o termómetro!?!

[sessão de trabalho de dia 13/03/06]

Durante a sessão de trabalho, Olívia explicou à Ana e à investigadora o que pretendia que os alunos fizessem e analisassem, de modo a que se pudesse ter uma melhor percepção da tarefa:

Olívia: Depois o que eu quero é que eles façam isto, ou uma coisa do género: tempo e temperatura... depois isto é a curva da face preta...curva? Não. Recta. Porque eles depois vão ter os pontos... o preto, o branco...

Ana: Exactamente.

Olívia: Para depois concluírem. Portanto, eles não vão ter curvas nenhuma, têm rectas. Têm o ponto da temperatura inicial e da temperatura final...

Ana: Sim, sim, sim!

Investigadora: Depois nós podemos aproveitar para Matemática, podemos levar os dados da curva, vá! Mesmo esses dados recolhidos, esses pontos todos! Não é, Ana?

Olívia: Para vocês?!

Investigadora: Para nós, em Matemática. Para vermos qual é o comportamento, do género, ao fim de dois minutos qual... [Ana mantinha-se em silêncio].

Olívia: É o que eu mandei...no trabalho experimental que eles dão, sugerem que os miúdos façam isto: aqui marcam ponto, depois aqui marcam outro ponto...

Investigadora: É uma nuvem de pontos!

Olívia: Que é para depois eles fazerem de  $x$  em  $x$  tempo... mas o que eu acho que a gente tem de combinar aí é, se for de minuto em minuto, depois eles têm que marcar os pontos. Portanto, eles aqui vêm directamente na calculadora...

Investigadora: Vão observando e tirando logo os valores!

Ana: Eu acho que isto não deve ser uma recta...

(...)

Olívia: Olha o cubo, cá está! [Referindo-se à tarefa apresentada no manual da sua disciplina.] Eles também estão a fazer assim. Com sensor!

Ana: E é recta?

Investigadora: É uma recta.

Olívia: Mais ou menos... é.

Investigadora: É recta.

[Vemos os gráficos do livro.]

Investigadora: Só rectas! São lineares. Até é menos confusão para fazer isto, o estudo. Não temos de fazer a...

Ana: Pois.

[sessão de trabalho de dia 13/03/06]

Deste excerto da sessão de trabalho podemos retirar o facto de Ana se ter mostrado bastante reticente relativamente à pertinência da análise das nuvens de pontos no ano de escolaridade em causa, isto é, se de facto se tratava de funções afim ou não e se, desta forma, seria possível analisar os dados recolhidos em Matemática. Pensamos que este facto se deveu, como já sublinhámos, a esta ter sido uma das tarefas que foi mais adaptada a Matemática, isto é, seleccionada a partir da análise do programa de Física-Química e depois “encaixada” na disciplina de Matemática. Só depois de ter verificado que a representação gráfica da temperatura em função do tempo era aproximada por uma regressão linear é que a Ana começou a estruturar a tarefa para aplicar em Matemática:

Ana: E depois em Matemática... aproveitando isto que ela está aqui a fazer, agora na aula de Física... eles já não vão fazer esta experiência na aula de Matemática!

Investigadora: O recolher os dados? Se guardarmos os dados na calculadora depois talvez não seja necessário.

Ana: E isso depois não é importante para o teu estudo?

Investigadora: Não. Eles já têm os dados recolhidos, é a mesma turma.

Ana: Pronto, tudo bem. Eles já têm os dados recolhidos, ficam com as... com os pontos das várias rectas e depois nós, na óptica matemática o que poderemos fazer é escrever as equações das rectas matematicamente, ver a intersecção das rectas, a intersecção entre a baça e a polida e aqui as outras, a preta e a branca, não, só no início têm a mesma temperatura.

Olívia: Em princípio será. Exactamente. A partirem da mesma temperatura. Por acaso este não!

[sessão de trabalho de dia 13/03/06]

Devemos referir que, apesar de Ana ter aceitado realizar esta tarefa, não deixou de manifestar a sua opinião relativamente à riqueza da mesma, acabando por, depois, com a exploração e a apresentação de todas as possíveis questões, ter começado a analisá-la numa outra perspectiva:

Ana: Bom, é assim, Guida. Eu acho que a gente pode fazer isso, mas fica um bocadinho pobre. A comparar com esta da função quadrática não tem nada a ver!

Investigadora: Pois não. É totalmente diferente... só para comparar gráficos. E eles deviam ter os quatro gráficos... [silêncio] só que depois este tipo de questão... é do género que eles estudam; eles por acaso até tinham um bocado de dificuldade neste tipo de regressão. Não sei se os teus têm se não. Em contexto real: ao fim de quanto tempo é que a temperatura será...

Ana: Ah! Pois, pois é. Ver quando um gráfico é superior ao outro...

Investigadora: Sim!... Se é crescente se não é... e o que é que isso significa em contexto real; focar mais na interpretação do gráfico... também temos esses dados para analisar.

Ana: Pois... Então pronto. Fazemos assim.

(...)

Olívia: E as perguntas serão só essas, mesmo?

Ana: “Quando é que a temperatura é superior na face branca?”

Olívia: É que há uma coisa: no protocolo... vão lá umas perguntitas!

(...)

Investigadora: São que género de questões?

Olívia: Agora também não me recordo, é que a gente já fez isso há montes de tempo. Amanhã. Eu vou ver se eles têm ali isso. O Luís tem, e a Ana também. Eu peço-lhe para que me enviem isso por *mail*, hoje. (...) Amanhã já te digo que às vezes pode-te interessar. Então, eles até podem usar isso da Matemática, não sei, para responderem à Física. É que isto...

(...)

Olívia: Eu também lhes vou pedir para fazerem a representação.

Investigadora: Eles até podem intuitivamente resolver uma inequação!... É linear...

Ana: ...É uma linha poligonal...

Investigadora: Então, não é? Quando é que uma função é menor que a outra... graficamente!

Ana: Se eles cruzarem, podemos fazer essa questão. Se eles não se cruzarem já não há razão de fazer essa questão.

Investigadora: É. Mas em princípio eles devem-se cruzar... se fossem estes valores até eram bons!

[sessão de trabalho de dia 13/03/06]

Neste trecho da sessão de trabalho também verificamos que as professoras começaram a articular as questões a propor aos alunos, de forma a complementar ou a facilitar a interpretação dos resultados obtidos. De forma particular, podemos referir que a Olívia mostrou bastante interesse em que os alunos analisassem, em Matemática, os dados recolhidos, de forma a que pudessem utilizar esta interpretação para responderem às questões de Física-Química. Posteriormente, esta professora referiu ter deixado que os alunos entregassem o relatório depois de terem analisado a experiência matematicamente, pois pensou que seria mais produtivo para os mesmos.

É de referir que relativamente a esta tarefa de modelação a Ana decidiu incluir algumas questões sobre soma e diferença de funções, de modo a trabalhar os conteúdos que se encontrava a leccionar naquela altura, aproveitando os

modelos matemáticos construídos. Claro está que, na construção de todas as tarefas de modelação, era sempre deixada uma margem de flexibilidade à professora para fazer este tipo de introdução ou adaptação.

#### **4.2.2.2. “O Cubo de Leslie” na sala de aula**

##### **4.2.2.2.1 O “Cubo de Leslie” na aula de Física-Química (16 de Março de 2006)**

A exploração da tarefa “O Cubo de Leslie” decorreu primeiro na aula de Física-Química e só depois em Matemática. Esta foi a única tarefa explorada na mesma semana em ambas as disciplinas.

Apresentamos, seguidamente, um excerto da aula e sua análise.

O material estava em cima das bancadas. Os alunos tinham que preparar tudo conforme o protocolo. A Olívia inicia a aula com uma breve descrição da experiência:

Olívia: Pessoal, o que é que vamos fazer? Vamos começar por apontar a temperatura inicial que, em princípio, será a temperatura do ar que está dentro do cubo. Depois vamos medir a temperatura para cada uma das faces do cubo. Depois tomamos nota dos valores da temperatura de minuto a minuto, certo?! Ao fim dos 10 minutos temos a tabela preenchida para a face, destapamos para sair o ar quente e arrefecer mais depressa... esperamos um pouco e a seguir mudamos de face. Eu aconselho a todos a seguirem a ordem que está aí na ficha, está bem?

Aluno 1: Professora, para que é esta tampinha?

Olívia: é assim, é para o ar não sair, para manter a temperatura do ar. Como vocês sabem... o que é que acontece ao ar quente?

Aluno 2: Sobe.

Olívia: Sobe. Mas o que é que acontece?

Aluno 3: O que é que acontece?!

Olívia: Sim... Dilata, não é? Ao dilatar começava a sair e alterava a temperatura. Ao final tiram essa tampinha aí, que é para arrefecer...

Aluno 1: Só uma dúvida.

Olívia: Diga.

Aluno 1: Esta aqui é a preta?

Aluno 4: é.

Olívia: É a preta.

Aluno 1: E esta?

Olívia: Essa é a baça.

Aluno: E esta aqui?

Olívia: Então onde é que têm o relatório?...

Neste pequeno trecho do início da aula, verificamos que Olívia teve a preocupação de fazer uma breve introdução à experiência a realizar, descrevendo sucintamente o procedimento que os alunos deviam seguir e esclarecendo alguma dúvida que surgisse. Observamos também que Olívia procurou explicar os fenómenos físicos relacionados com o aquecimento do ar, isto é, não se limitou a dizer que a tampa da caixa servia para acelerar o arrefecimento do ar contido no Cubo, mas explorou, de forma mais exaustiva, esta questão. Podemos ainda constatar que Olívia pretendeu sempre fomentar a autonomia dos alunos no decurso da experiência, tendo remetido o esclarecimento de algumas dúvidas para o protocolo que lhes tinha sido entregue.

É de referir que, devido à pouca experiência que Olívia tinha relativamente à utilização dos sensores e da calculadora gráfica, no início da aula a professora pediu à investigadora para assumir o papel de orientadora dos alunos a este nível em especial nesta aula por se tratar da primeira utilização destes recursos em Física-Química:

Olívia: Margarida, eu vou andando por aqui enquanto explica ao grupo como fazer, pode ser?

Investigadora: Pode ser...

Olívia: Eu vou andando por aqui... A distância da lâmpada tem de ser sempre a mesma... Convém marcar com giz.

Investigadora: Qual é a distância a que tem de estar?

Olívia: Mais o menos um palmo, e vamos marcar com giz que é para quando tirarmos o cubo se manterem as distâncias. [voltando-se para os alunos do grupo] Vocês é que marcam! Eu estou só a avaliar! [para todos os alunos do turno] Como a recolha demora 10 minutos têm que ter atenção para não deixarem passar, porque a experiência demora e depois podem não ver quase nada do aumento da temperatura. Bom, jovens, fica sempre o mesmo responsável pela leitura para que o erro seja sempre o mesmo. Um lê. Antes de iniciarem vejam se têm o termómetro em posição para lerem.

No que diz respeito à leitura dos gráficos, Olívia também se referiu ao eixo das abcissas como eixo dos  $xx$  e ao eixo das ordenadas como eixo dos  $yy$ . Apesar que não parecer muito diferente, pode baixar o grau de dificuldade e facilitar a interpretação por parte dos alunos:

Olívia: Vocês têm que estar atentos aí [aponta para o analisador de dados e para a calculadora]. Os vossos resultados aparecem aí. No eixo dos  $xx$  é o tempo e no dos  $yy$  é...

Aluna: Não, no do  $xx$  não é o tempo.

Olívia: É, é o tempo... e no eixo dos  $yy$ , a temperatura. A vossa temperatura inicial é... [para a turma toda]. Jovens apontem aí em cima a temperatura inicial.

Enquanto circulava pelos diferentes grupos, Olívia ia comparando as temperaturas obtidas, tendo como valores de controlo os obtidos pelo grupo que trabalhou com o sensor e a calculadora gráfica. A discrepância entre os valores

observados pelos alunos, através da utilização do termómetro, e os obtidos pelo sensor provocou um certo desconforto à Olívia, como se pode verificar na seguinte passagem da aula:

[começa a circular pelos diversos grupos, os alunos vão conversando e a Olívia lembra-lhes que devem tirar notas. Dita o sumário. Passa pelos diversos grupos para ver os resultados e começa a duvidar das temperaturas, vem ao grupo que trabalha com o sensor e compara os resultados]

Olívia: É uma diferença de 4°C. É muito!

Aluno: É das lâmpadas.

Olívia: Eu não tive a confirmar mas parece-me que são todas de 100 watts.

Aluno: Então é a distância [entre a lâmpada e o cubo].

Olívia: [verifica a distância entre a lâmpada e o cubo nos dois grupos. Para o outro grupo] Não. Se vocês têm a 6 cm e eles a 4 cm o cubo deles devia estar mais quente e não o vosso. Para a próxima leitura chamam-me.

(...)

[A Olívia vai circulando pelos grupos. No grupo que está a trabalhar com o sensor, os alunos verificam as temperaturas nas listas da calculadora. Trocam de cubo. Iniciam nova recolha. Os alunos conseguem trabalhar com a calculadora e com o sensor de forma autónoma à segunda recolha. O ambiente é descontraído, os alunos vão conversando com a professora sobre a experiência.]

(...)

Olívia: Epá, o segundo valor é mais baixo que a temperatura inicial! Isto não devia ser. Trocaram de cubo?

Aluno: Sim.

Investigadora: Talvez fosse o sensor que não tivesse arrefecido totalmente.

Olívia: Ali os resultados são muito mais elevados... na ordem dos vinte graus. É muito! Comparando com estes valores obtidos através do sensor há uma diferença muito grande...

No final da aula, Olívia referiu à turma uma das vantagens da utilização das novas tecnologias, neste caso do sensor da temperatura e da calculadora gráfica, para além do facto de serem mais exactos na leitura dos valores a registar, sublinhou que estes recursos registam todos os valores no tempo certo, tornando a experiência mais rigorosa:

Olívia: quem já terminou pode arrumar o material. Jovens, estão a ver ali o grupo que está com o sensor?! Mesmo que eles se distraiam os valores ficam registados nas listas no tempo exacto, o que é impossível pelo método tradicional. Já não têm tempo para iniciarem o relatório, fica para T.P.C..

Como constatamos no pequeno extracto anterior da aula, Olívia remeteu a elaboração do relatório para trabalho de casa a ser entregue na próxima aula. Este procedimento também era frequente em situações em que, como neste caso, os alunos esgotavam o tempo da aula na realização da experiência.

#### **4.2.2.2.2 “O Cubo de Leslie” na aula de Matemática (20 de Março de 2006)**

A exploração da tarefa “O Cubo de Leslie” em Matemática não incluiu a recolha de dados, uma vez que esta era muito morosa e os alunos já a tinham realizado na aula de Física-Química.

A Ana deu início à aula ditando o sumário, seguidamente entregou a ficha de trabalho preparada para a tarefa de modelação em causa aos alunos.

Aluno do fundo da sala: Ó professora, estes são os nossos resultados?!

Ana: São.

[Os restantes alunos da turma também verificam que se trata dos mesmos valores].

Ana: Pois é. Esta ficha tem a ver com a matéria de Física-Química.

Aluna: A professora de Física-Química já tinha dito que íamos trabalhar com estes dados.

Podemos verificar que Ana seguiu a mesma sequência de aula utilizada aquando do desenvolvimento de a tarefa “A Bola Saltitona”. É interessante observar que, apesar da recolha dos dados não ter sido efectuada durante a aula, os alunos reconheceram os valores trabalhados. Este facto torna-se ainda mais interessante quando se sabe que quem questionou a origem dos valores era um aluno que normalmente se sentava ao fundo da sala e não demonstrava muito interesse pela Matemática, e nestas aulas, apesar de não participar activamente, procurava resolver as questões recorrendo à calculadora gráfica.

Ana: Pois. Então vamos lá começar. [A Ana prepara o *Viewscreen*, a calculadora e liga o retroprojector]. Máquinas em cima das mesas [todos os alunos colocam a calculadora gráfica em cima da mesa]. Vamos introduzir os dados no Menu da Estatística.

Aluno 1: Cada um em sua lista!

Ana: Sim, para os minutos vamos usar apenas uma lista. Depois os resultados da face preta, depois na lista seguinte os da face branca e assim sucessivamente.

[Os alunos trocam informações sobre os procedimentos a seguir. A Ana introduz os valores e vai completando os comentários dos alunos. Faz-se silêncio, todos os alunos estão a trabalhar.]

(...)

Ana: Já toda a gente introduziu os valores?

[A Ana procede à leitura da primeira questão e explica o que se pretende com a mesma, depois continua a explicar os passos para desenhar a função pretendida aos alunos.]

Ana: Agora vamos escolher o modelo que melhor se ajusta aquela nuvem de pontos. Qual é o modelo matemático que melhor se ajusta?

Aluno: É o linear!

Ana: Sim?! É o linear?! Então vamos lá ver. Vamos representar como vocês fizeram da outra vez [remete para a primeira tarefa proposta]! Achamos esta expressão e vocês vão já preenchendo essa tabela que aí está. O valor do  $a$  e o valor do  $b$ . Aquele  $r$  não interessa, por agora, é o coeficiente de regressão e varia entre  $-1$  e  $1$ , mas por enquanto não vamos falar dele. [Escreve a função no quadro] Pronto, este é o modelo matemático que se vai ajustar à face preta. 'Tá?! [Os alunos anuem.] Façam lá agora para os outros. [A Ana concede algum tempo para os alunos concretizarem os procedimentos para as restantes faces.]

(...)

[A Ana pede a alguns alunos para lhe ditarem as funções encontradas e escreve-as no quadro.]

Podemos dizer que a calculadora gráfica motivou os alunos a trabalhar durante o decorrer da tarefa, pois todos os alunos procuraram introduzir os valores e resolver as questões propostas, existindo momentos de um enorme silêncio onde se observou que todos os alunos trabalhavam com a calculadora. Outra observação que podemos fazer é que Ana liderou o desenvolvimento da tarefa; todavia, procurou, constantemente, obter um *feedback* por parte dos alunos e fomentar a participação dos mesmos na resolução das questões e interpretação dos resultados.

Ana: Então o que é que aquele  $x$  representa?

Aluno1: É o tempo!

Ana: Então vamos substituir o  $x$  por  $t$ . Agora vão responder às outras questões. Vocês também já tinham visto estes gráficos para a aula de Física-Química, não os fizeram?

Alunos: Sim.

Verificamos que Ana optou por alterar a letra atribuída à incógnita. Este facto deveu-se, talvez, aos comentários da Olívia sobre o facto de os professores

de Matemática recorrerem sucessivamente ao  $x$  e à dificuldade sentida pelos alunos quando a incógnita tomava outras “letras”.

Do excerto que se segue podemos notar a tendência da Ana para a resolução analítica, recorrendo à calculadora gráfica para a confirmação dos resultados obtidos. No entanto, é também evidente a sua preocupação em ensinar algumas mais valias da calculadora gráfica aos alunos, que lhes pudessem ser úteis ao nível do Exame Nacional. Por outro lado, Ana também procurou mostrar a existência de mais do que uma forma ou procedimento para atingir determinado propósito.

Aluno: Podemos ir à tabela?

Ana: Vendo pelas tabelas, comparando quando é que a temperatura da face preta é superior à da face branca?

Aluno: Ao terceiro minuto.

Ana: Ao terceiro minuto. Não é? Só que o que pede aqui e para apresentar o resultado em minutos e segundos, e olhando para aqui não conseguimos responder! O que é que eu faço?

Aluno 1: Uma inequação!

Ana: Será uma inequação? O que é que vocês acham?

Aluno: Sim.

Ana: Será  $y_1 > y_2$ ? O que é que acham? Estas expressões dão-nos a temperaturas de cada uma das faces. [Escreve a inequação no quadro] Então resolvam lá aquela inequação, depressa vá que temos de fazer as revisões para o teste hoje.

(...)

Ana: Então o  $t$  é maior que quanto?

Alunos: 2,127.

Aluno 1: Temos que passar isso para minutos e segundos.

Ana: É verdade.

Os alunos começam a resolver...

(...)

Ana: Olhem a máquina de calcular tem uma opção que nos permite chegar a este valor.

Alunos: Tem?!

Ana: Sim, tem. A máquina de calcular dá-nos tudo, não é? No Menu *Run* vamos escrever 2,127 e agora fazemos funções e depois escolhemos esta tecla. [Demonstra o procedimento] Ah! Isto é bom, não é? Isto dá jeito para o 12º ano, no Exame já saiu para apresentar o resultado assim, portanto não se esqueçam! (...) Então vamos ao menu do gráfico confirmar este valor. [dá algum tempo] Então o que vamos fazer?

Aluno: Vamos ver onde se cruzam!

Ana: E como é que vamos fazer isso?

Aluna: Então, é onde se intersectam [referindo-se à opção *INSECT*].

(...)

Ana: Então vamos ver o que o Mário estava a dizer: não se consegue ver esta função de tão pequenina que ela é. Pelo menos nesta janela. Mas podemos vê-la.

Aluno 1: Vamos fazer *Zoom Auto*!

Ana: Vai passando para a *Standart*.

Aluno 1: Assim com a *Standart* não se vê.

(...)

Ana: Então como é que posso usar a máquina para descobrir quando é que a diferença entre as temperaturas é igual a 1°C?

Aluno 1: Temos que... [pára para pensar]

(...)

Ana: [Ajuda] Têm a  $y_3$  que é a função diferença. (...) O Tomé está a dizer que é *X-Calc* ou *Y-Calc*. O que é que vocês acham? O que é que temos e o que é que pretendemos?

Aluno 2: Queremos o tempo!

Ana: Sim, queremos o tempo. E o que é que sabemos?

Aluno2: A temperatura!

Ana: Então, o que é que queremos saber?

Aluno 1: O  $y$ !

Ana: Vamos descobrir o  $y$ ?

Aluno 2: Não, vamos descobrir o  $x$ .

Ana: Então, vamos utilizar o *X-Calc* ou *Y-Calc*? Damos o valor de  $x$ ? O tempo é 1?

Aluno 1: Não, não. Temos a temperatura.

Ana: Cá está. Podíamos fazer isto de outra maneira: íamos fazer outra função  $y_4=1$  e depois representávamos as duas e víamos a intersecção. Damos por encerrada esta ficha.

Durante o desenrolar desta tarefa Ana recorreu a várias funções da calculadora gráfica como, por exemplo, *X-Calc*, *Zoom Auto*, *Window* (opção *Standart*) e *InSect*. Verifica-se que também foram usados diversos Menus entre os quais destacamos o Menu *Stat*, *Graph*, *Run* e *Table*.

#### **4.2.3.3. Reflexões sobre a tarefa “O Cubo de Leslie” na sala de aula**

Após a aula de Matemática, a professora responsável referiu que, apesar dos objectivos terem sido atingidos, existiram aspectos menos positivos. Por um lado, a Ana disse que pelo facto de ter querido realizar revisões na mesma aula “foi tudo dado um bocado à pressa. Mas, mesmo assim, acho que eles perceberam o essencial. As aulas para a modelação têm de ser só isso... não dá para fazer mais nada, como queria... acabou por não se conseguir muito bem!”. Por outro lado, a Ana também considerou que houve algum tempo perdido pois pensava que a tarefa não ia ser tão morosa:

Ana: Olha pronto. Não sei. Acho que demorou mais do que aquilo que eu estava à espera! Achava que ia ser mais rápida.

Investigadora: Acho que foi ali ao princípio o facto de introduzir as listas...

Ana: Pois. Eram muitos dados para introduzir. Mas depois acho que conseguiram mais ou menos, se calhar... Bom, quando nós chegarmos à

parte da estatística, e a gente trabalharmos um bocadinho mais nesta parte...

Investigadora: Já vais um bocadinho mais avançada nesta parte da regressão...

Ana: Talvez eles percebam melhor...

[entrevista pós aula de Matemática – 20/03/06]

Neste excerto da entrevista pós aula parece-nos claro que apesar de Ana ter considerado que perdeu algum tempo com a introdução dos dados nas listas, pensou que esta actividade seria útil para atingir outros objectivos relacionados com conteúdos ainda por abordar formalmente.

Quanto à análise da aula de Física-Química, Olívia considerou que a aula foi “uma boa aula prática”, frisou o interesse dos alunos e o facto dos dados recolhidos terem sido de acordo com o que tinha previsto. Também salientou o facto de terem sido atingidos os objectivos visados para a aula. No entanto, não deixou de observar a não conclusão da tarefa em tempo útil da aula, tendo relativizado a ocorrência, afirmando que as experiências nem sempre correspondem ao planeado:

Olívia: Foram atingidos. Só não conseguimos depois foi concluir mesmo... foi responder às questões! Deixámos arrefecer os cubos.

Investigadora: Foi muito tempo.

Olívia: Pois. Porque teoricamente eram 4 faces a 10 minutos, eram 40 minutos. Mais 10 minutos eram 50. A aula é de 90, ora ficavam com 40 minutos para responderem às questões. Mas agente já sabe que a parte experimental é mesmo assim! Tanto podemos estar à espera 5 ou 6 minutos, como 10 ou como 15. Mas de resto correu bem. Só não... mas agora na próxima aula vamos fazer a análise dos resultados.

[entrevista pós aula de Física-Química – 16/03/06]

### 4.2.3. Capacidade Térmica Mássica

#### 4.2.3.1. A selecção e construção da tarefa “Capacidade Térmica Mássica”

Também esta tarefa de modelação (Anexo 12 e 13) foi seleccionada tendo por base as experiências sugeridas no programa da disciplina de Física-Química, adaptando depois os resultados obtidos aos conteúdos matemáticos. Este facto revelou-se bastante importante para a realização da tarefa em causa, como iremos verificar.

Após a selecção da tarefa foi necessário proceder a uma recolha de dados inicial para depois se prepararem as questões a colocar aos alunos em sala de aula. O grupo de trabalho colaborativo reuniu uma primeira vez para proceder à referida recolha de dados:

Investigadora: Então como é que nós vamos fazer? Eu já não me lembro disto... temos que ligar. Agora temos de ligar aqui também, não é?...

Ana: Está. Já sei... tem que se dar o intervalo.

Investigadora: Qual é o intervalo de tempo?

Olívia: Eu aqui considereei 10 minutos...

Ana: É o intervalo para registar, não é?

Olívia: É... Vamos ler a temperatura em função do tempo.

Investigadora: Esse é o intervalo de amostragem.

Ana: Sim.

Investigadora: Não.

Ana: Ah, não pode ser...

Investigadora: Tem de ser os 600 aí... não é?... e agora em 10 minutos... vamos medir 10?

Ana: Vamos medir de 60 em 60 segundos...

Investigadora: Ah! Sim... Sim...

Ana: E agora aqui 10.

Investigadora: Exactamente... 540?

Ana: 540?

Investigadora: Falta um.

[sessão de trabalho de dia 02/05/06]

Esta recolha de dados foi fundamental para que as professoras começassem a delinear a estrutura da aula na qual iriam aplicar a tarefa em causa. Neste caso, Ana referiu ser preferível que a recolha fosse efectuada na aula de Física-Química e os dados trabalhados depois em Matemática, de forma análoga ao que tinha sucedido com a tarefa “O Cubo de Leslie”.

Também à semelhança do que ocorreu durante a preparação da tarefa “O Cubo de Leslie”, Ana mostrou-se algo preocupada no que dizia respeito aos conteúdos que podiam ser abordados nesta tarefa de modelação. A seguir apresentam-se dois pequenos excertos de duas sessões consecutivas onde podemos constatar esta preocupação relativamente à pertinência dos conteúdos abrangidos pelas tarefas de modelação, aos objectivos assim como à formulação das questões a fazer aos alunos de modo a tornar a tarefa num verdadeiro exercício de modelação.

Ana: Estás a ver, o graficozinho fica assim. É uma recta. (...) O  $r$  é 0.99

Investigadora: Pois é.

Olívia: Então em Matemática faz-se o quê?

Ana: Pois aí é que está!

Investigadora: Na altura da regressão linear dá para ajustar a recta e classificar o modelo.

Ana: Pois. Isso dá para fazer.

Investigadora: Deixa ver... este valor do I/A varia com a temperatura? [os dados recolhidos indicavam que sim]

Olívia: Qual I/A? Este I/A?

Investigadora: Sim.

Olívia: Não sei...

Investigadora: Mas dá para calcular a média... [a discussão prossegue]

[sessão de trabalho dia 02/05/06]

Ana: Eu vou fazer isto mesmo, mesmo no final. Na última semana de aulas, para aí!

Olívia: O quê? Esta actividade...

Investigadora: Pois a correlação é mesmo no final...

Ana: As distribuições bidimensionais são mesmo a matéria final...

(...)

Investigadora: Pois exactamente... eu estava a pensar como é que a gente... para nós; a ver se arranjam um contexto para trabalhar os valores. Não é?... que nós trabalhamos estes valores... é assim, trabalhar nós já trabalhamos: já achamos a capacidade térmica mássica... mas agora estava a ver se arranjava algum contexto para que isto saísse assim um bocadinho...

Ana: Tivesse algum interesse em os trabalhar.

Investigadora: Exactamente. É que em matemática isto é sempre possível de trabalhar, não é?! Pegam-se nestes valores ou noutros quaisquer, desde que se adaptem a variáveis bidimensionais; não é? Sejam estes ou sejam outros, faz-se! Era só para fazermos algo que... vá lá...

[sessão de trabalho de 15/05/6]

A forma como foi seleccionada a tarefa “Capacidade Térmica Mássica” poderá explicar o facto de ser Ana a professora que se mostrou mais reticente, ou até mesmo preocupada, relativamente ao sucesso da mesma na sua aula. No entanto, a própria Ana acabou por referir que o facto de terem sido os próprios alunos a recolherem os dados podia tornar a tarefa mais apelativa e significativa para os mesmos.

Olívia: Já que faz parte do programa isso... então podem para analisar.

Investigadora: Pois, dá para analisar.

Ana: E já é sobre uma experiência que eles analisaram, tem um certo significado para eles. Não são dados que aparecem caídos do céu!

[sessão de trabalho de 15/05/6]

No que concerne ao tipo de questão formulada, podemos dizer que, se até à elaboração e preparação desta tarefa se tinha notado que as professoras continuavam muito presas ao tipo de questão tradicional, ou seja, ao mesmo tipo de exercícios rotineiros que se podem encontrar nos manuais escolares, durante a construção do enunciado da tarefa de modelação “Capacidade Térmica Mássica” começou-se a sentir que as professoras tentavam introduzir um outro tipo de questões, procurando sublinhar o carácter preditivo dos modelos matemáticos obtidos:

Ana: O que é que a gente pode fazer? Representar os dados! Que tipo de relação parece haver... determinar a equação da recta...

Investigadora: Verificar se a recta passa pelo centro de gravidade, não é? Podemos calcular a média!

Ana: Analisar o diagrama de dispersão para ver a intensidade e calcular o coeficiente de regressão.

Investigadora: E podem-se fazer previsões! Suponha que a recolha demora 11 minutos, qual será a temperatura? É possível a temperatura atingir os 18°C? Eles vão dizer que “sim, quando o tempo for menos não sei quantos”!

[sessão de trabalho de dia 15/05/06]

Também foram incluídas algumas questões que relacionassem mais a matemática com a realidade, como se pode verificar no enunciado da tarefa em causa:

Investigadora: Também se pode perguntar algo do género...Qual o melhor material para aquecer o comer? Em termos de rapidez e em termos de conservação de temperatura...

Ana: Sim. Aí eles também vão recorrer aos conhecimentos de Física...

Investigadora: Pois. Para além do gráfico...

[sessão de trabalho de dia 22/05/06]

No que diz respeito à compreensão do processo de recolha de dados, durante a preparação da tarefa em causa, aquando da primeira vez que as professoras efectuaram a recolha dos dados, Ana e a investigadora sentiram necessidade de perceber o que era a capacidade térmica mássica dos materiais. À semelhança do que sucedia em outros momentos de dúvida, a Olívia respondeu, explicando os fenómenos teoricamente e exemplificando com casos do quotidiano, noutras ocasiões os esclarecimentos reportavam-se à forma como era conduzida a experiência, como foi no caso da montagem dos materiais utilizados nesta experiência:

Olívia: Isto é a fonte de alimentação, a 12 volts... Depois vamos aqui vou ligar um voltímetro para medir a diferença de potencial...e isto está ligado a uma resistência de aquecimento. Portanto, esta coisinha aqui é que vai aquecer o metal e o que nós vamos ver é... e depois aqui temos um amperímetro que vai ler a ... a intensidade da corrente que vai passar por ali. Depois com base nisso vamos calcular a potência. A potência; e o que é que nós vamos ler? Pode-se ler com o termómetro, neste caso vamos ler com o sensor e o sensor vai ler de minuto a minuto...

Ana: e o que é que está dentro disto? Água?

Olívia: Aqui... Nada, nada... é glicerina para aumentar o contacto entre as superfícies e também para evitar a perda de energia para o exterior.

[sessão de trabalho de dia 02/05/06]

Uma outra vertente do trabalho colaborativo passou por ensinar à Olívia como trabalhar com a calculadora gráfica e como interpretar os valores que esta nos apresentava. Um exemplo disso ocorreu durante a exploração dos dados recolhidos durante esta experiência:

Investigadora: Temos aqui o menu estatístico e agora temos que inserir os valores porque não foram recolhidos com esta máquina. Se fossem teriam ficado guardados mas assim... Agora temos de desenhar o gráfico... assim... [explica o procedimento] Depois podemos pedir aqui a equação que se adequar.

Olívia: É uma linear.

Investigadora: Pronto. E tiramos os valores.

Olívia: Vou já apontar.

Investigadora: É do tipo  $y = ax + b$  o  $a$  é igual a...

Olívia: Tem que se ter os números todos ou não?

Investigadora: Não... [dita os valores obtidos.] o  $r$  é importante porque dá-nos a regressão.

Olívia: 0,9989, portanto é quase perfeita, não é?

Investigadora: Sim. Trabalha com este coeficiente ou não?

Olívia: Por enquanto não... Mas até podemos vir trabalhar.

Investigadora: Portanto a regressão varia entre -1 e 1. Quanto mais próximo estiver do -1 ou do 1 mais forte ela é. Esta é quase perfeita.

Olívia: Pois.

Investigadora: É positiva porque quando uma cresce a outra também cresce. A negativa era se uma crescesse a outra decrescia. E é quase perfeita que é aquilo que já estávamos à espera porque à medida que o tempo passa a temperatura vai subindo.

[sessão de trabalho de dia 15/05/06]

Em algumas situações, quer as professoras quer a investigadora ficavam surpreendidas com os valores obtidos. Nestes momentos procuravam esclarecer

as suas dúvidas ou encontrar explicações fiáveis entre todas, o que nem sempre foi possível ou satisfatório:

Investigadora: Estive aqui a ver que afinal vamos ter regressões fortes nas duas...

Ana: Nas duas?

Investigadora: Sim, eu também não percebo porquê! Esta [variável] com esta também é forte. 0,9.

Ana: E a outra?

Investigadora: 0,989. Então, é quase perfeita.

Ana: Pensava que não fosse assim tão forte.

Olívia: Mas porque é que dá assim? Os valores quase que se mantêm! Só se fizessem ao contrário... mas vai dar igual...

Investigadora: Vai crescer e vai crescer...

Olívia: É. Vai aumentando.

[sessão de trabalho de dia 15/05/06]

#### **4.2.3.2. “Capacidade Térmica Mássica” na sala de aula**

##### **4.2.3.2.1 A “Capacidade Térmica Mássica” na aula de Física-Química (4 de Maio de 2006)**

Olívia iniciou esta aula de forma semelhante às já analisadas: fez uma breve introdução à experiência que se seguia e alertou os alunos para os aspectos essenciais da mesma e alguns procedimentos essenciais.

Olívia: Vão tomando nota das grandezas que vão usar. Atenção têm que medir a massa dos blocos calorimétricos.

Aluna: Professora, veja lá...

Olívia: 959,90. Aponte a massa. Atenção que vão usar o joule, o kilograma e o grau Celsius. Atenção, têm a capacidade térmica do alumínio tabelado.

Sabem a potência é a diferença de potencial vezes intensidade, o diferencial de temperatura, que é a temperatura final menos a temperatura inicial... O objectivo do nosso trabalho é determinar a capacidade térmica mássica do bloco.  $P$  é igual a  $m$ , que é a massa do bloco e que já sabem,  $C$  não é a concentração, é a capacidade térmica mássica... vezes  $\Delta\theta$  sobre  $\Delta T$ .  $\Delta\theta$  é... o delta significa variação, não é verdade?

Aluna: É aqui esta, a variação da temperatura...

Olívia: É isso mesmo.

Aluna: E a outra é a variação do tempo.

[A Olívia escreve no protocolo da experiência do grupo enquanto explica o procedimento e os cálculos a efectuar.]

Também durante esta aula Olívia chamou a atenção dos alunos para as potencialidades e mais valias da recolha de dados efectuada pelos sensores. Analogamente ao que sucedeu na aula onde se desenvolveu a tarefa “O Cubo de Leslie”, a Olívia delegou a tarefa de controlar a utilização do sensor e da calculadora à investigadora. Consideramos que este facto se deveu, mais uma vez, à pouca experiência que a professora tinha aquando da aplicação desta tarefa. O trecho seguinte mostra bem o que acabamos de descrever.

Olívia: Margarida, não se importa de ficar aí a ver? Por causa do sensor!

(...)

Olívia: Jovens, se nós formos ver a diferença... os valores que vocês obtiveram para a temperatura... a leitura feita pelo sensor e a leitura feita pela vossa colega Ana, a Ana não lê 20,139°, pois não? Quanto muito lê 20,1 ou 20,2. O sensor é muito mais objectivo do que o termómetro, para além de ser muito mais preciso vai-nos permitir visualizar o gráfico da temperatura em função do tempo e depois podemos trabalhar aqueles valores de várias formas como irão fazer na aula de matemática... por exemplo, fazer a regressão...

Após se ter concluído a recolha dos dados, Olívia pediu aos alunos que iniciassem a elaboração do relatório e que respondessem às questões formuladas no protocolo da experiência. Enquanto os alunos trabalhavam nesta tarefa, Olívia continuou a circular pela sala, a observar o que os alunos faziam e a orientar o seu trabalho. Por vezes tentava espicaçar a curiosidade dos alunos para que estes fossem para além das respostas e procurassem explicações para as mesmas:

Olívia: Já conseguiram determinar o valor da capacidade térmica mássica?

Aluna: Sim.

Olívia: Então, agora vão comparar com o valor teórico que é o que está no quadro. No vosso manual é 896... Num outro é 900. Quanto é que vos deu?

Aluna: A nós, deu-nos 922.

Olívia: E é aceitável ou não?

Aluna: Acho que é aceitável!

Olívia: É. É um bom valor, muito bom até! O que é que terá estado na origem de não dar um valor igual ao do alumínio puro? O que terá sido?

Aluno 2: O cálculo.

Olívia: Bom, não é o cálculo! Não tem nada a ver com matemática. Pensem lá bem o que poderá ter provocado isso?

[A Olívia vai ter com o outro grupo, deixando os alunos a pensar na questão colocada. Passado pouco tempo regressa.]

Olívia: Então, já encontraram uma explicação?

Aluna: Bom... Perde energia?!...

Olívia: Pois, apesar de termos a placa de madeira ele perde sempre energia. Por outro lado, vocês estão a comparar para valores obtidos com alumínio puro. Vocês têm a certeza de que o bloco é formado por alumínio puro?

Aluno 3: Não.

Olívia: Pois. Mais alguma coisa?

Aluno: Nada...

Podemos dizer que Olívia, apesar de orientar os alunos para a resolução correcta das questões e consequente interpretação dos resultados obtidos, não lhes facultou as respostas de forma imediata, mas antes tentou estimular a curiosidade dos alunos para a descoberta de algumas propriedades.

#### **4.2.3.2.2 A “Capacidade Térmica Mássica” na aula de Matemática (12 de Junho de 2006)**

Ana iniciou a aula recordando o que era a capacidade térmica mássica de um determinado material, pois a experiência realizada na aula de Física-Química, já tinha ocorrido há bastante tempo. Simultaneamente, deu indicações de como os alunos se deviam organizar para realizarem a tarefa de modelação proposta:

Ana: Então, isto é sobre a capacidade térmica mássica. Diz-vos alguma coisa ou não? Sabem o que isto é?

Aluno 1: Sei. É a capacidade de um determinado material de aquecer ou de arrefecer.

Ana: Então, nestas tabelas têm os valores que recolheram na experiência da aula de Física-Química, para o alumínio e para o cobre.

Aluno 2: Ah! Já me lembro.

Aluno 3: Era aquela que tínhamos os cilindros!

Ana: Exactamente. Então vamos lá começar. Quem trouxe a calculadora gráfica? Vamos trabalhar a pares.

Como esta tarefa foi desenvolvida no final do ano lectivo, os alunos já tinham adquirido alguma destreza na utilização da calculadora gráfica, pelo que se verificou uma maior autonomia em relação às indicações que a Ana facultava, tendo alguns alunos iniciado a resolução da tarefa sem necessidade de qualquer

esclarecimento por parte da professora. Ana continuou a conceder algum tempo aos alunos para a resolução de cada uma das questões, corrigindo-a de seguida.

Ana: Então vamos lá fazer a 1.1: Usar a máquina para fazer a temperatura média do alumínio e o desvio padrão e interpretar os resultados.

[Um aluno diz os resultados que são logo registados no quadro. Mesmo assim é concedido mais algum tempo para que todos cheguem aos resultados pretendidos. Como se registaram muitas dúvidas na selecção e introdução das listas na função *Set*, a Ana explica no quadro apontando os passos a seguir]

Aluno 1: A média é a temperatura média.

Ana: Sim, e o desvio padrão?

Aluno 2: O desvio-padrão quer dizer que em média os valores afastam-se da média nessa proporção: 7,98.

(...)

Ana: Representem a nuvem de pontos.

Aluno 2: É o [gráfico] dos pontos!

Ana: Exactamente. É o dos pontinhos. (...) já fizeram?

Aluno 3: É uma linha mesmo!

Aluna: É uma recta.

Ana: Pois. Façam lá a recta de regressão, quem ainda não fez.

Aluno 4: Professora, fica assim?

Ana: Para a recta de regressão é isto que a gente tem.

Aluno 2: É isso mesmo.

Ana: Há correlação entre as duas variáveis?

Aluno 1: É capaz.

Aluno 5: Há.

Ana: O que é que acham? Há correlação?

Aluna: É positiva.

Aluno 6: É positiva e forte.

[A Ana dirige-se a um aluno em particular, um dos alunos que apresenta mais dificuldades]

Aluno: Sim, é positiva e forte.

Deste excerto podemos retirar a ideia de que Ana continuou a estabelecer um diálogo com os alunos, não lhes facultando as respostas às questões formuladas. Parece-nos possível afirmar que Ana deixou que fossem os alunos a descobrir as respostas, reservando para si o papel de orientadora da resolução das tarefas. Convém também referir que Ana continuou a gerir o tempo da aula despendido na resolução desta tarefa, de modo a conseguir concluí-la na íntegra, impondo um certo ritmo à resolução das questões e não deixando que este processo se arrastasse por muito tempo. No próximo trecho desta aula podemos continuar a constatar isto mesmo, assim como verificamos a utilização de algumas potencialidades e funções da calculadora gráfica.

Ana: Toda a gente já está no menu dos gráficos e todos já têm a função.

Então como é que podem saber se atinge a temperatura 18°C ou não?

Aluno1: Faz-se  $y=18$ .

Ana: Sim, faz-se  $y=18$  e agora?

Aluno 1: Faz-se a intersecção.

Ana: Exacto. Se quiserem podem ver aquilo maior. Podem fazer *Zoom Box*.

Aluno 5: Dá -0,009.

Ana: É? Aparecia este tempo -0,009.

[Os alunos discutem entre si a razoabilidade deste valor e tiram conclusões.]

(...)

Ana: Se a experiência continuasse qual seria a temperatura aos 12 minutos? Como é que se faz?

Alunos: Faz-se  $y=12$ .

Ana: Sim?!

Aluno1: Ou vai-se à tabela e faz-se  $x=12$ .

Ana: Ou então é isso!

Aluno 1: Para  $x=12$  é 4,63.

Aluno 6: É isso mesmo.

Ana: [para os restantes alunos da turma] Se vocês forem ao menu da tabela é mais fácil, é o que o Mário estava a dizer. Tentem lá ir ao menu tabela, que é algo nós por acaso não temos o hábito de ir.

Esta parte da aula descreve também a exploração das questões de carácter preditivo. Podemos concluir que os alunos não demonstraram grandes dificuldades em responder a estas questões tendo sugerido, inclusivamente, duas formas distintas para as resolver. A seguir apresentamos a descrição do trecho da aula onde os alunos respondem às questões nas quais as conexões entre a Matemática e a Realidade são mais evidentes. Para responder a estas questões, Ana também voltou a fazer uma breve referência às propriedades físicas estudadas anteriormente na respectiva disciplina, complementando os conhecimentos adquiridos pelos alunos:

Ana: As duas rectas são aquelas que estão ali. [aponta para a projecção do gráfico] Considera que os blocos têm a mesma massa, que têm ambos 1Kg. Qual dos blocos apresenta uma capacidade térmica mássica inferior?

Aluno 2: É o cobre.

Aluno 1: O cobre.

Ana: É o cobre?

Aluno 1: É o que aquece mais depressa.

Ana: Qual é que aquece mais depressa?

Alunos: O cobre.

Ana: É o cobre, a recta ...

Aluno 1: Sobe mais depressa.

Ana: O declive é maior ou menor?

Aluno 3: É o cobre, tem declive maior.

Ana: Se a gente quisesse que a sopa aquecesse muito depressa qual era?

Aluno 4: Era o cobre.

Ana: Se quiséssemos que a sopa permanecesse mais tempo quente, qual era o material que tínhamos de usar?

Alunos: O alumínio.

Ana: Teria de ser o alumínio porque demora mais tempo a perder a energia, não é? Há alguma dúvida?

Alunos: Não.

Nesta aula foram utilizados, essencialmente, os Menus *Stat* e *Graph* da calculadora gráfica. Recorreu-se ao comando *Isct* para determinar a intersecção dos gráficos das funções em estudo. Também se usou o comando *Zoom Box* para facilitar a visualização do gráfico e a escolha da janela de visualização mais adequada.

#### 4.2.3.3 Reflexões sobre “Capacidade Térmica Mássica” nas aulas

Na entrevista pós aula, Ana considerou que a aula tinha decorrido bem mas, no entanto, referiu não ter considerado aquela tarefa como uma verdadeira tarefa de modelação matemática:

Investigadora: Então, Ana, o que achas de como correu a aula?

Ana: Olha, eu acho que a aula correu bem. Acho que pelo menos em função daquilo que a gente queria que eles fizessem, eu acho que eles fizeram!

Investigadora: Portanto, os objectivos?...

Ana: Os objectivos foram atingidos! Mas aquilo que eu já te tinha dito há bocado, se calhar aquela mesmo principal da modelação matemática foi a bola saltitona. Esta é uma coisa mais assim, normal. Mas pronto, tem interesse, eles relacionarem a matéria de Física-Química com esta aqui, porque assim eles vão ficar a saber de certeza o que é a capacidade térmica mássica, não é? Aqueles que ainda não sabiam muito bem, e até eu que não sabia e agora fiquei a saber melhor! [risos] Acho que também foi mais uma altura para eles trabalharem a máquina de calcular, que é importante, para verem as listas... para verem a história das intersecções, porque eles nos exames são muitas vezes chamados a fazerem isso, não é? Pronto, calcular

valores, ver intersecções de gráficos e ver gráficos... Achei importante, sim.  
Mesmo assim... Acho que correu bem!

Todavia, Ana foi capaz de sublinhar alguns aspectos positivos da tarefa e mais valias presentes no processo de resolução como podemos constatar no excerto anterior. Ana evidenciou sobretudo a importância da resolução da tarefa na compreensão de conceitos físicos e na aquisição de maior destreza na utilização da calculadora gráfica. Salientou, também, ter-se tratado de mais uma boa situação para preparar os alunos para o Exame Nacional, preocupação permanente da professora. Ana referiu ainda que esta tarefa também ajudou os alunos a recordarem-se de conceitos matemáticos como a correlação entre duas variáveis.

Investigadora: Não te surpreendeu nada, a participação deles foi?...

Ana: A participação deles é boa, não é? Por exemplo, isto era matéria que já estava dada, mas o Mário lembrar-se que era correlação perfeita, não é; que era quase correlação perfeita... achei interessante...

Investigadora: Acertaram logo nos valores

Ana: viram logo que era forte... acho que sim; que correu bem. (...) Olha foi giro, gostei! E quando eles aprendem já é bom. E é assim...

Também Olívia considerou que esta experiência tinha corrido bem, dentro do previsto. No entanto lamentou o facto de não se ter procedido à leitura da temperatura do bloco de cobre com o sensor pelos alunos.

Investigadora: O que é que acha de como correu esta experiência?

Olívia: [risos] Correu bem... Bem... E os valores foram bons. São bons valores.

Investigadora: Estávamos a falar de que podíamos ter feito a experiência com os dois tipos de material...

Olívia: ... Com o alumínio e com o cobre. Mas o cobre que nós temos é uma liga ... é uma liga metálica, e os valores tabelados são uma... É para o cobre

puro. Portanto, mesmo a base de referência já não é a mesma, por isso é que com o alumínio os resultados são melhores. E agora estamos a fazer para... Podemos comparar com o [resultados] termómetro para verificarmos, para concluirmos que o processo com os sensores é mais... credível. Dá-nos resultados mais fiéis.

Investigadora: E, nestas experiências, não há nada que ocorra ou que possa correr menos bem?

Olívia: Nestas há muitas. Muitas! Aliás eles disseram que... eu estava-me a referir ao material, mas há perda de energia para o exterior. Nós pegamos no bloco calorimétrico, ele está quente, portanto está a perder energia para o exterior. Nós teríamos que fazer isto de maneira que o metal não liberta-se energia, porque à medida que eu estou a aquecer ele está a libertar, aquela que eu estou a ler não é exactamente a que ele está a receber; é uma parte de está a receber menos porque outra parte ele já a terá emitido para o exterior. Portanto a capacidade térmica dele, dele, metal, não é exactamente aquela que eu li. Porque não tenho condições físicas para fazer isso.

Neste excerto da entrevista pós aula, verificamos que Olívia fez referência a uma causa indicada pelos alunos para o facto de o valor da capacidade térmica mássica do alumínio fosse diferente ao tabelado... Pensamos que, Olívia valorizou bastante esta observação dos alunos pois, como referiu, tinha pensado numa outra razão.

### **4.3. Perspectivas das professoras pelo trabalho realizado**

Para além do que já foi descrito, existiram outros momentos de trabalho colaborativo onde se destacam considerações relevantes para os objectivos da investigação. De seguida ilustram-se os principais aspectos, que se foram revelando de forma consistente ao longo do tempo.

#### **4.3.1 Preparação e condução das tarefas de modelação na aula**

Para a selecção das tarefas de modelação foram utilizadas várias fontes. Como já referimos, o grupo colaborativo consultou os programas das disciplinas envolvidas, Matemática e Física-Química de 10º ano, o site da CASIO e também alguns materiais que a investigadora levou para a sessões de trabalho e que tinham sido apresentados no ProfMat de 2005.

Apesar de o próximo episódio não estar relacionado com nenhuma das tarefas de modelação seleccionadas e posteriormente propostas à turma, achamos conveniente apresentarmos o mesmo, pois torna evidente mais um factor que determinou a selecção das tarefas.

Olívia: (...) Depois temos aqui a da energia cinética ao longo do plano inclinado.

Investigadora: É com os carrinhos!

Olívia: É com os carrinhos...

Investigadora: E com o sensor de movimento... não sei é como é que isso pode ser abordado em Matemática...

Ana: Qual? No encontro dos dois carros?

Investigadora: Não. É aquela com uma rampa... não é? [para Olívia]

Ana: Ah! A rampa.

Investigadora: Sim... depois colocamos o sensor cá em cima e depois deixamos o carrinho andar.

Olívia: É. Que é para vermos o tempo que ele demora a descer a rampa...

[Ana aponta para uma outra tarefa]

Olívia: Essa dos carrinhos a chocar também se pode fazer pois é a conservação de energia da energia cinética em energia potencial, também faz parte do programa de física.

Ana: Não é a de chocar. É de se encontrarem, quando se cruzam.

Olívia: Calcular a distância a que eles se cruzam?

Ana: Sim.

Olívia: Também faz parte... mas isso aí, quando eles se cruzam, é de 11º porque tens de fazer cálculos (...) e no 10º ano nós não damos a equação das posições... Só estamos a falar da conversão da energia. É que quando chocam, se eles tiverem a mesma massa, e a mesma velocidade teoricamente eles param... enquanto se um tiver maior massa e a mesma velocidade bate no outro e arrasta-o, não é verdade? Mas isso fala-se do ponto de vista teórico sem qualquer tipo de equação. (...)

(...)

Olívia: Olha lá, eles, os miúdos, podem intuitivamente fazer isso: Quando dois carros se cruzam o que é que eles têm em comum? E vocês trabalham isso em matemática?

Ana: Sim, em Matemática dá para fazer...

Olívia: Então? Podemos aplicar! Podemos fazer esta dos carrinhos, do ponto de vista da Química, falar superficialmente, levá-los a concluir algumas coisas, sem grandes cálculos... e vocês abordarem mais o aspecto do cálculo da matemática!... Se quiserem!

[sessão de trabalho de 16/01/06]

Podemos verificar que, durante a selecção das tarefas de modelação a propor aos alunos em contexto de sala de aula, foram inicialmente seleccionadas algumas que foram depois abandonadas, como foi o caso da tarefa mencionada no excerto anterior, relativo à sessão de dia dezasseis de Janeiro: “O encontro dos carrinhos”. Da análise desta conversa podemos constatar, mais uma vez, a preocupação que ambas as professoras manifestavam em enquadrar a tarefa nos conteúdos programáticos da sua disciplina e do ano escolar em causa. Podemos referir que Olívia acabou por mostrar uma maior abertura em abordar temas que apenas deviam ser tratados nos anos de escolaridade seguintes. Esta tarefa de modelação acabou por ser abandonada, pois Ana considerou que as questões que lhe podiam estar associadas não eram muito ricas do ponto de vista matemático:

“Não tem máximo nem mínimo... é só ver o domínio e contradomínio. Não sei, não me parece ser muito rica, em termos gráficos. O que é que tu achas?”

[conversa informal – 20/01/06]

Um outro factor que também teve alguma interferência na escolha das tarefas a propor aos alunos prende-se com o tempo: tempo despendido para a realização das tarefas na sala de aula e, por outro lado, tempo no sentido de temporalidade, isto é, conseguir realizar a mesma tarefa, em ambas as disciplinas, sem que existisse um grande intervalo entre as mesmas. O facto de ter que se despende de alguns blocos de aulas e o conseqüente receio no incumprimento dos programas condicionaram a determinação do número de tarefas de modelação a implementar em contexto de sala de aula, sobretudo ao nível da Matemática, pois as tarefas foram retiradas das sugestões do programa de Física-Química e, como tal, tinham de ser realizadas nestas aulas. Deste modo, apesar de terem sido trabalhadas outras tarefas durante as sessões de trabalho colaborativo, apenas foram implementadas três, das quais apenas duas estavam programadas no início da investigação, como se pode verificar no extracto que se segue. A terceira tarefa foi implementada a pedido da investigadora de forma a poder recolher mais informações.

Ana: Então ficamos com essa.

Olívia: A dos carrinhos?

Investigadora: Ou as duas... não sei é a nível de tempo, como é que é para vocês? ...

Olívia: Para mim essas duas eu tenho que as fazer: é energia cinética, e a bola saltitona, também depois fico só com o atrito...

Ana: Então pronto, ficam estas duas...

Olívia: São as últimas coisas mesmo... portanto aí...

Ana: Para mim dá. Eu vou cumprir a matéria.

[sessão de trabalho de 16/01/06]

Já no que diz respeito à coordenação temporal da implementação das tarefas de modelação na sala de aula verificou-se ser um problema incontornável, devido, por um lado, ao facto de as planificações terem sido elaboradas no início do ano lectivo e, por outro, às professoras trabalharem com os restantes colegas dos respectivos grupos, não foi possível alterar a ordem dos conteúdos. Assim, apenas a tarefa “O Cubo de Leslie” foi resolvida na mesma semana em ambas as disciplinas. Para a tarefa “Capacidade Térmica Mássica” registou-se um desfasamento de um mês e a “Bola Saltitona” de três meses, sensivelmente.

Um outro problema com que o grupo colaborativo se confrontou durante todos os processos da investigação, em especial no decurso da selecção das tarefas de modelação a propor aos alunos e posterior implementação, deveu-se ao facto de os programas das duas disciplinas não estarem coordenados de modo a permitirem um maior leque de hipóteses. Podemos verificar este sentimento até mesmo nos momentos de reflexão pós aula:

Investigadora: Eu também acho que correu muito bem... pronto é assim, de facto é uma turma boa mas é a tal coisa, como nós tínhamos dito já: é pena o 10º ano não estar muito ajustado, vá lá.

Ana: Com o de Física...

Investigadora: Os currículos não estão muito ajustados e não nos permitem fazer assim muitas coisas!

Ana: Também acho que faltam actividades de modelação para a função módulo... mas isso também era na parte das funções, para trabalhar com a calculadora... o que há é relativamente à quadrática...

Investigadora: Sim, com módulo só aquela da luminosidade... mas essa é já de 11º...

[entrevista pós aula de Matemática 12/06/06]

Podemos constatar que esta dificuldade permaneceu bem presente na memória de cada uma das professoras envolvidas, uma vez que ambas a referiram

nas últimas entrevistas individuais realizadas. Deixamos aqui parte da última entrevista à Olívia que demonstra bem esta ideia:

Estava tudo desfasado, pois eu lembro-me. Vocês fizeram primeiro a bola saltitona e nós foi a última actividade experimental que fizemos. E lembro-me do cubo que vocês viram-se um bocado atrapalhadas em encaixar... porque não vinha muito a propósito, ou porque já tinham dado... acho que já tinham dado. Mas esse ajuste não devia ser feito por nós, não é?! Os programas é que deviam estar mais organizados de maneira a que... por exemplo eu falo para eles calcularem a velocidade instantânea, ou a aceleração instantânea, que é naquele momento só, ou seja, é o limite! Temos que ir pelos limites e eles não sabem.

[última entrevista Olívia]

No que concerne à construção das fichas de trabalho que acompanharam as tarefas de modelação a propor aos alunos na sala de aula, é conveniente referirmos que, como se verificou nas descrições anteriores, o grupo de trabalho colaborativo dedicou mais tempo às tarefas para a disciplina de Matemática. Isto porque os professores do grupo de Física-Química, ao prepararem as experiências em conjunto e por ano de escolaridade, também elaboravam o protocolo para cada uma delas. Deste modo, Olívia preferiu aplicar as tarefas elaboradas no seu grupo disciplinar. Contudo, ao serem analisadas as tarefas da disciplina de Física-Química, a professora de Matemática e a investigadora também puderam sugerir algumas alterações às mesmas, nomeadamente a inclusão de algumas questões. Algumas destas sugestões foram aceites pela professora de Física-Química que também as considerou pertinentes.

As professoras também consideraram a conciliação entre as duas disciplinas bastante útil para as aprendizagens dos alunos. Já mencionamos anteriormente algumas opiniões das professoras intervenientes, todavia, não podemos deixar de referir que quando as tarefas foram exploradas nas duas

disciplinas com pouco tempo de intervalo pode-se retirar um maior partido da interdisciplinaridade, como podemos verificar no seguinte diálogo:

Ana: Mas é que isso não demorou a hora toda... já está. Pronto, mas como passamos para a máquina de calcular, e isso foi também já revisões, depois foi analisar só.

Olívia: E eles eram para entregar hoje o relatório mas depois como ainda iam fazer isso em Matemática... Então, olha, podem entregar amanhã. Pensei que como ainda iam analisar em Matemática os ajudasse a tirar as conclusões, não é? Os gráficos em princípio já fizeram. O turno que fez menos foi o nosso. Os outros, quase todos já fizeram as rectas. Pelo menos as rectas, já todos fizeram à excepção do nosso. Foi também por ser o 1º trabalho a ser feito...

[sessão de trabalho de dia 20/03/06]

Um outro factor que pode levar à não realização de tarefas de modelação na sala de aula destacado pelas professoras no início do estudo, diz respeito com o elevado número de alunos por turma. As professoras consideraram que este factor pode ser decisivo apesar de não ter impossibilitado este estudo:

Olívia: Eu, normalmente estas partes experimentais faço-as nas aulas dos turnos.

Ana: Nós trabalhamos com a turma.

Olívia: É mais fácil

Ana: Nós deixámos de ter, não sabemos porquê!

Olívia: Mas vocês tinham!

Ana: Tínhamos desdobrado um dia por semana, mas deixámos de ter sem compreender porquê.

Olívia: Eu à 5ª e à 6ª só dou aulas desdobradas e correm impecável... e por acaso calhou a mesma turma no mesmo dia... faço uma experiência, uma preparação qualquer dá para as duas...

Ana: Claro... eu acho que isso é uma coisa que vamos tentar mudar. Aliás foi uma das coisas que apontamos na reflexão dos resultados dos...

Investigadora: Dos exames...

Ana: Eu acho que essas aulas desdobradas... eu acho que deviam funcionar sempre em aulas desdobradas, na parte da matemática.

Olívia: Na química também. Na química se me derem 10 alunos por aula eu ponho todos a saber química... ah mas é que eu ponho todos a saber química! Uns a recorrer mais à memorização, outros a desenvolver mais isto ou aquilo...

Ana: E estas actividades práticas, como é que é possível uma pessoa fazer com uma turma toda?

Olívia: Ou fazemos só nós e eles ficam a ver!

Investigadora: Mas isso...

Olívia: O objectivo é serem eles a fazer.

Ana: Pois.

[sessão de trabalho de dia 16/01/06]

Destacamos a preocupação manifestada pelas professoras em relação ao facto de um número muito elevado de alunos por turma poder implicar que os alunos sejam apenas espectadores do desenvolvimento das tarefas de modelação propostas, em vez de serem agentes activos neste processo. A este nível, Olívia referiu que escolha as aulas onde os alunos estão divididos por turnos para desenvolver experiências de carácter mais prático, de forma a conseguir dar assistência a todos e observar o trabalho realizado por cada aluno.

#### **4.3.2 Exploração da calculadora gráfica e dos sensores**

A exploração da calculadora gráfica e dos sensores ocupou a maior parte do tempo das sessões de trabalho colaborativo, até porque aprender a trabalhar com estes materiais constituiu um dos motivos, talvez o mais relevante, para a

participação das professoras nesta investigação. Como já foi referido na descrição das duas professoras, Ana, a professora de Matemática, dominava a utilização da calculadora gráfica e tinha algum conhecimento sobre sensores, mas Olívia nunca tinha trabalhado com nenhum destes recursos. No entanto, ambas as professoras tinham curiosidade por saber mais sobre a utilização destes materiais em sala de aula. Olívia tinha também a curiosidade por saber quais eram os materiais de que eram feitos os sensores. Podemos constatar este facto no seguinte excerto:

Ana: Aqui é onde se liga...

[Referindo-se ao CBL e aos sensores.]

Olívia: E agora tem que se ligar à calculadora, é isso?

Investigadora: No canal 1... (relativamente aos sensores)

Ana: Ah! Aqui no canal 1...

Investigadora: É melhor!

Ana: O da temperatura? ...

Investigadora: Podia num qualquer mas como não vamos utilizar outro... é porque isso permite usar vários sensores!

Olívia: É isso... Isto é o sensor da temperatura?

Ana: É! Só dá para meter dentro de líquidos...

Investigadora: Não! Também dá para aproximar de...

Olívia: Dá para aproximar de um foco de luz! Uma lâmpada!

Ana: Bem... é capaz de dar!

Olívia: Isto é feito de quê? Não sabem o material disto?

[sessão de trabalho de dia 16/01/06]

Apesar de se utilizarem apenas os sensores de movimento e o da temperatura nas tarefas de modelação implementadas em sala de aula, o grupo colaborativo decidiu experimentar também os sensores da luminosidade e de pH. Este último sensor foi trazido ao grupo pela Olívia, pois pertencia ao grupo de Física-Química.

Se a utilização dos sensores de temperatura e da luminosidade foi bastante fácil e acessível, permitindo a rápida resolução das tarefas de modelação já referidas, o mesmo não aconteceu com o sensor de movimento e o sensor de pH. No caso do sensor de movimento, este só levantou problemas quando o grupo de trabalho tentou fazer a experiência “A Bola Saltitona”, pois não realizava a recolha de dados pretendida nem a respectiva representação gráfica. O grupo de trabalho conseguiu resolver este problema ao contactar os serviços da CASIO que explicaram que o analisador de dados de que o grupo dispunha não era o mais indicado (tratava-se de um modelo mais antigo) e que também era necessário um programa para a calculadora. Deste modo, o grupo colaborativo recorreu a um programa de empréstimo de calculadoras e sensores disponibilizado pela CASIO. Apesar de se ter recorrido a este programa também não foi possível obter o número desejado de analisadores de dados e sensores, apenas nos foi emprestado um exemplar de cada. No que concerne à utilização do sensor de pH, o grupo colaborativo não conseguiu superar as dificuldades e não encontrou nenhuma razão fiável para o fracasso da experiência:

Olívia: Isto quando tirar daqui tem-se que passar por água destilada... para ver se não estrago esta coisa. Isto é novinho foi só tirar mesmo! Percebes?

Oh, pá! Isto é que não está a dar!...

Investigadora: Houve uma alteraçãozita.

Olívia: Houve uma alteração mas ligeira... Isto para nós não... O pH do ácido devia ser um 3 ou 4 e depois de lhe adicionarmos a base devia passar para um 5 ou 6. Ou para os 7 ou 8. Não é?

(...)

Ana: Talvez não!... Então e este valor aqui é o valor do pH? Pode não ser!

(...)

Olívia: Epá... Eu estou um bocadinho triste com isto! Estava à espera de outra coisa...

No que diz respeito à opinião das professoras pela utilização destas novas tecnologias na sala de aula, podemos referir que ambas se mostraram bastante entusiasmadas:

“...eu acho que isso para mim foi muito enriquecedor. Teve inconvenientes: se tirarmos algumas tardes, algumas frustrações, em que não conseguíamos fazer nada. Mas acho que o balanço é muito positivo porque, para já, a mim, motivou-me para uma área que eu desconhecia: os sensores. Depois do ponto de vista prático, de ensinar aos miúdos, eles já sabiam trabalhar com a calculadora, melhor do que eu, e isto veio mostrar mais uma aplicação da calculadora. E aplicado à física foi muito bom. Só que... perdemos muito tempo ou ganhamos muito tempo.”

[última entrevista Olívia]

“...valeu muito a pena e acho que desenvolvemos um bom trabalho e conseguimos fazer alguma coisa diferente. Conseguimos aprender! Andamos ali um bocado a bater nas paredes com... mas conseguimos... e a aplicação nas aulas também!”

[última entrevista Ana]

Apesar de, na altura da investigação, a experiência relativamente à utilização das calculadoras gráficas no ensino de Ana e a de Olívia ser diferente, ambas partilhavam a opinião de que o seu uso facilitava a vida dos alunos relativamente aos cálculos. No entanto, para as professoras, apesar da rapidez de cálculo e de minimizar a possibilidade de erro, os alunos deviam ter cuidado durante a introdução dos dados e expressões na calculadora: “quer dizer, minimiza-se o erro, não é verdade? Se a gente tiver cuidado ao introduzir os dados aquilo sai tudo certinho” [última entrevista Olívia]. Também na interpretação do resultado face ao que lhes era pedido o cuidado deve ser redobrado, pois como referiu a Olívia “a calculadora só dá números!”. Por outro lado, na opinião das professoras, a calculadora gráfica veio facilitar, também, a visualização gráfica de funções e

permitir a associação de diferentes formas de representação de uma mesma situação.

É ainda de salientar o gosto demonstrado pelos alunos por este tipo de aulas. As professoras referiram que eram aulas assim, com tarefas diferentes e com recurso a novas tecnologias, que marcam os alunos:

“Destá forma eles aprendem melhor...”

[última entrevista Ana]

“...mas agora os sensores estão... acho que isso, para a Física, isso é excelente. (...) Essas aulas diferentes são aquelas que os marcam e aquelas que ficam.”

[última entrevista Olívia]

### **4.3.3 O trabalho colaborativo**

A partilha de experiências e de conhecimentos veio influenciar a própria construção das tarefas. Podemos destacar a vontade demonstrada pela Ana de incluir os objectivos visados em cada tarefa de modelação e fichas de trabalho nos seus enunciados, à semelhança daquilo que a Olívia fazia:

“Olha, aquilo que a Olívia faz, a apresentação dos objectivos da ficha no próprio enunciado, acho que é bom! Vou começar também a fazer”

[última entrevista Ana]

Por outro lado, o facto dos enunciados das tarefas de modelação terem sido construídos, ou pelo menos analisados, em grupo permitiu que as professoras seleccionassem as questões de modo a complementar o estudo dos fenómenos físicos como sucedeu na tarefa “Capacidade Térmica Mássica”, trazendo maiores benefícios aos alunos. Como as próprias professoras reconheceram no final da investigação:

“Foi a primeira vez que trabalhei com a Olívia, com um professor de outra disciplina. Achei interessante! E principalmente para os alunos ainda deve ser melhor: tratar um mesmo assunto em disciplinas diferentes. Achei que valeu a pena. (...) É assim: a disciplina de Física-Química é mais engraçada do que propriamente a Matemática! É mais prática! Dai que essas duas tenham resultado melhor para a Física-Química do que para a Matemática. Mas depois também foi interessante em Matemática, eles verem a aplicação, que de facto se pode aplicar... verem que há ali uma função e podem chegar a raciocínios matemáticos. (...) Tratar os assuntos de maneira diferente mas complementar. (...) Acabou por haver um alargar de horizontes em relação às actividades que se fosse feito só a uma disciplina acabaria por não ser tão... tão... bom.”

[última entrevista Ana]

“Quanto mais, a bola saltitona foi testada primeiro na matemática. Quando eles chegaram à física as coisas correram ainda melhor porque eles também estavam perfeitamente à vontade e já sabiam o que é que iam fazer. Não é? Porque às vezes eles podem saber utilizar a calculadora na matemática, e eles sabem, mas depois aplicarem aquilo à Física e interpretarem aqueles valores, porque a calculadora só lhes dá valores. Eles depois têm que interpretar aquilo do ponto de vista da Física. E isso foi... eles começaram logo a dizer o que eram aqueles valores, os máximos e não sei quê... porquê? Porque já tinham dado aquilo na Matemática. Esta última, achei que foi muito [carrega o tom no “muito”] proveitosa!

(...)

É nós aplicarmos na prática aquilo que eles já sabem da matemática. Faz sentido também a eles! É que não ajuda só a Física mas ajuda também à Matemática. Quando se está a falar da parábola eles podem associar ao movimento parabólico aqui dos projecteis. E então acho que as coisas funcionam bem. É pena é nós não conseguirmos coordenar os programas de modo a poder ser sempre assim.”

[última entrevista Olívia]

Podemos também frisar um outro aspecto fundamental no trabalho colaborativo: o facto dos elementos do grupo se apoiarem mutuamente não deixando a moral cair muito, transmitindo confiança e força de vontade em querer continuar a explorar as novas tecnologias em causa, a ultrapassar obstáculos e a não desistirem de realizar as tarefas de modelação, como foi no caso da exploração do sensor de pH já aqui descrito. Na última entrevista também Ana frisou bem este aspecto:

Acabei por não sentir grandes dificuldades porque como trabalhávamos em conjunto qualquer coisa que aparecia a gente resolvia. Não é!? Mas... não achei que fosse... [silêncio] as dificuldades que senti, se calhar tanto eu como tu, foi a nível do material: aprender a trabalhar bem com o material. (...) Mas, se vamos preparar estas coisas sozinhas acabamos por, sei lá... desistir!

As duas professoras envolvidas na investigação apenas referiram que o trabalho colaborativo tinha um inconveniente: o tempo. O tempo gasto na preparação e selecção e, sobretudo, a dificuldade que existiu para serem marcadas as sessões de trabalho colaborativo:

O inconveniente é só mesmo esse: a dificuldade maior que existe é marcar e estabelecer um horário que dê a todas as pessoas envolvidas para estar e se poder trabalhar.

[última entrevista Ana]

O único inconveniente é nós termos de estar... além do que já temos para fazer, despende tempo para estas coisas e às vezes a dificuldade é essa! Isso é que às vezes é um entrave. Mas basta nós querermos, com algum sacrifício, porque estas coisas também... pronto, também exigem de nós, não é verdade?

[última entrevista Olívia]

No decurso da investigação, no que diz respeito ao trabalho colaborativo, apenas devemos referir a impossibilidade de os três elementos do grupo de trabalho terem estado presentes, simultaneamente, em pelo menos uma aula onde tivesse sido desenvolvida uma das tarefas de modelação preparadas. De facto, os horários das professoras eram totalmente incompatíveis, tornando impossível que tal ocorresse.



## **Capítulo 5**

### **CONCLUSÃO**

#### **5.1 Síntese do estudo**

Apesar de as tarefas de modelação surgirem no ensino da Matemática, em documentos oficiais, em 1991, tendo depois sido reforçada a sua ênfase no ensino desta disciplina no ajustamento de 1997, onde surgem como um Tema Transversal, podemos constatar que este tipo de tarefas continua a não ter a atenção que seria suposto. De entre as situações reais candidatas a serem modeladas estão aquelas que os alunos estudam em outras disciplinas para além da Matemática como, por exemplo, na Física-Química. Procurámos durante este estudo clarificar a forma como as professoras valorizavam este tipo de tarefa, a forma como as concebem, preparam e desenvolvem, os recursos materiais utilizados, analisando o ambiente de sala de aula e os conteúdos abordados, tudo num contexto de trabalho colaborativo entre professoras das duas disciplinas referidas.

O principal objectivo deste estudo foi, pois, compreender o desenvolvimento de tarefas de modelação, por parte de uma professora de Matemática e de uma professora de Física-Química, no contexto de trabalho colaborativo. Procurou-se, assim, compreender os factores que influenciam a selecção das tarefas de modelação, que fontes se podem utilizar, a forma como os professores constroem ou adaptam este tipo de tarefa ao ambiente de sala de aula,

como são dinamizadas as aulas nas quais são implementadas as tarefas de modelação e como são utilizados os recursos materiais, neste caso a calculadora gráfica e os sensores, não ignorando o facto de se trabalhar num contexto de colaboração entre professoras de duas disciplinas distintas e a investigadora. Para atingir este objectivo, foram formulados três conjuntos de questões orientadoras:

1. Como é que os professores seleccionam e preparam as tarefas de modelação a colocar aos alunos em situação de sala de aula? Que características das tarefas de modelação se mostram fundamentais para a sua selecção?
2. Como desenvolvem os professores as tarefas de modelação na sala de aula? Como gerem e dinamizam as aulas onde colocam tarefas de modelação aos alunos? Que papel reservam ao professor e ao aluno?
3. Como exploram, os professores, as potencialidades das calculadoras gráficas no desenvolvimento das tarefas de modelação? Que questões se colocam à utilização de sensores?

O estudo decorreu numa escola secundária, no contexto de trabalho colaborativo entre duas professoras, uma de Matemática e uma de Física-Química, que leccionavam à mesma turma de 10º ano, e a investigadora. Este grupo colaborativo trabalhou ao longo do segundo e terceiro período, reunindo-se várias vezes para seleccionar as tarefas de modelação, explorar o trabalho com sensores e resolver diversas tarefas (não só as seleccionadas para desenvolver na sala de aula) e também para reflectir sobre o resultado das mesmas. Durante este estudo foram também propostas à turma três tarefas de modelação, “A Bola Saltitona”, “O Cubo de Leslie” e “Capacidade Térmica Mássica”, em cada disciplina.

O facto de as professoras partilharem a mesma turma foi fundamental para a realização desta investigação por diversos motivos: para se homogeneizar o mais possível as condições nas quais as tarefas foram implementadas; para melhor criar um clima de inter-ajuda e partilha de experiências, assim como para facilitar a reflexão sobre as próprias aulas e, sobretudo, para que existisse uma turma que permitisse colocar em prática o trabalho interdisciplinar.

O facto de o estudo se desenvolver no 10º ano de escolaridade deveu-se a uma sugestão da professora de Matemática, por se tratar de um ano onde ainda não se sente muito a pressão exercida pelos Exames Nacionais, o que já não acontece nos anos seguintes onde os alunos são chamados a resolver o exame de Física-Química, no 11º ano, e o de Matemática no 12º ano.

Devido aos objectivos e características do estudo, optámos por uma abordagem interpretativa. As sessões de trabalho colaborativo foram áudio-gravadas e posteriormente transcritas. Foram realizadas duas entrevistas longas, semi-estruturadas a cada professora interveniente, uma no início do estudo e outra no final do trabalho colaborativo, assim como pequenas entrevistas após as aulas onde foram desenvolvidas as referidas tarefas de modelação. As aulas nas quais foram desenvolvidas as tarefas de modelação foram gravadas em vídeo e posteriormente analisadas. Foi também construído um pequeno guia de observação das referidas aulas e um diário de bordo.

O trabalho colaborativo passou pela análise dos programas das disciplinas, pela concepção de duas tarefas de modelação e da adaptação de outra e pela recolha dos dados recorrendo à calculadora gráfica e aos sensores, tendo todas as tarefas sido resolvidas pelo grupo. Durante a resolução das tarefas de modelação foram comparados os resultados na perspectiva da Matemática e da Física, assim como os conceitos envolvidos e as expressões analíticas obtidas interpretando o

significado das diferentes variáveis sob a óptica de cada uma das duas disciplinas.

## **5.2. Conclusões**

O trabalho realizado e as evidências recolhidas nesta investigação permitem-nos responder às questões formuladas no início do trabalho, para concluir este estudo.

### **5.2.1 Selecção e preparação das tarefas de modelação e as suas características**

As tarefas de modelação podem ser desenvolvidas em diferentes contextos e relacionar-se com fenómenos físicos, financeiros, sociais, ecológicos entre muitos outros. Neste estudo limitou-se à partida o tipo de fenómeno a modelar: só seriam modelados fenómenos físicos.

Para a selecção das tarefas de modelação desenvolvidas na sala de aula, as professoras começaram por analisar os programas de Matemática e de Física-Química, tendo em conta que existem experiências obrigatórias e algumas sugeridas no programa desta última disciplina. Desta forma, optou-se por analisar as experiências de Física-Química que se desenvolviam, recorrendo à calculadora gráfica e aos sensores e verificar quais seriam as mais indicadas para se desenvolverem em Matemática. Nesta etapa da selecção das tarefas de modelação, o currículo das disciplinas revelou-se determinante. A preocupação com o cumprimento do programa e com o não ir para além do mesmo é evidente, sobretudo em Matemática. Ana, apesar da segurança que transmitiu

relativamente ao cumprimento do programa, revelou, ao longo do estudo, receio em recorrer a funções que não constam do mesmo nem que fosse de uma forma intuitiva. Por outro lado, Olívia, professora de Física-Química, não se preocupou tanto em evitar conteúdos de anos seguintes, sugerindo até a realização de algumas tarefas nestas circunstâncias, as quais exploraria com os alunos de uma forma intuitiva e pouco formal. Contudo, o grupo de trabalho conseguiu evitar esta situação, seleccionando três experiências do programa de Física-Química e procedendo à sua adaptação para a disciplina de Matemática. Para seleccionarem as tarefas, as professoras consultaram diferentes fontes de materiais: para além do programa de Física-Química, foram ainda consultados o site da CASIO e alguns materiais obtidos num curso do ProfMat de 2005 ao qual a investigadora assistiu, tendo como pano de fundo o programa de Matemática.

Um outro factor que condicionou a selecção das tarefas relacionou-se com o tempo de que se dispõe para abordar um certo conteúdo, tendo referido as professoras que seria muito difícil realizar um maior número de tarefas deste género em sala de aula sem comprometer o cumprimento do programa. Por outro lado, este tipo de tarefa também consome muito tempo na sua preparação, o que pode levar a que os professores evitem realizá-las e se limitem a resolver os exercícios do manual. Todavia, as professoras também referiram que o trabalho realizado na preparação destas tarefas e o tempo gasto com as mesmas pode não ser encarado como uma perda de tempo pois é trabalho que fica feito para experiências futuras.

O interesse e o significado para os alunos constituem outro factor fundamental para a selecção das tarefas de modelação. A Ana referiu que é muito mais fácil mostrar a utilidade da Matemática aos alunos se o contexto for do seu interesse ou se tiver algum significado para os mesmos. Neste caso, os valores

utilizados foram recolhidos pelos próprios alunos e diziam respeito a fenómenos físicos que tinham de ser estudados numa disciplina do seu plano curricular, o que pode levar a que exista um maior interesse dos alunos na sua exploração e compreensão.

A selecção das tarefas de modelação desenvolvidas em sala de aula também foi influenciada pela quantidade de itens e riqueza de conteúdos que podem ser explorados nas mesmas. Uma das tarefas seleccionadas inicialmente foi abandonada pelo grupo colaborativo pois, ao se tratar de uma função linear, a Ana considerou-a um pouco limitada em termos de estudo gráfico para o nível de ensino a que se destinava e face aos objectivos que pretendia atingir com a mesma.

Um factor que se pode revelar bastante decisivo na selecção e desenvolvimento das tarefas de modelação relaciona-se com a realização de Exames Nacionais e a pressão que os professores sentem relativamente aos mesmos. A preocupação sentida pelos professores em preparar o melhor possível os seus alunos para a realização dos exames pode levar a que muitas vezes se limitem a propor a realização de exercícios rotineiros para os treinar em certos procedimentos, de forma a mecanizarem a sua resolução, deixando de parte o desenvolvimento de capacidades de ordem superior que outros tipos de tarefas permitem. Neste estudo, esta pressão sentiu-se logo de início ao ser seleccionado o ano para a implementação do mesmo. Foi seleccionado o 10º ano de escolaridade pois, neste ano, ainda não era tão notória a referida pressão. Em outras ocasiões, quando o grupo de trabalho elaborou as questões para as tarefas de modelação a desenvolver nas aulas de Matemática as professoras tiveram também o cuidado de proporem questões que focavam procedimentos mais rotineiros. Muitas destas questões eram fechadas e visavam apenas a aplicação de

fórmulas e o cálculo de determinadas características de uma distribuição, à semelhança do que sucedia com grande parte das questões tradicionalmente colocadas aos alunos na sala de aula. No entanto, é de referir que, com o decorrer do tempo as professoras também passaram a incluir questões de carácter peditivo.

Podemos, assim, afirmar que o quebrar rotinas e abandonar a resolução de exercícios como prática dominante na sala de aula é um processo complexo e nada fácil, requerendo tempo e espaço para que os professores interiorizem outras práticas alternativas que podem ser mais frutuosas para a formação dos seus alunos enquanto cidadãos críticos.

### **5.2.2 O desenvolvimento das tarefas de modelação na sala de aula**

O primeiro aspecto focado pelas professoras relativamente ao desenvolvimento de tarefas de modelação na sala de aula diz respeito ao número de alunos por turma. A Olívia referiu que desenvolve as experiências nas aulas em que tem a turma dividida por turnos, o que lhe possibilita observar melhor os procedimentos dos alunos e esclarecer dúvidas de uma forma mais eficaz. Por outro lado, Ana referiu que o facto de trabalhar com a turma dificulta o desenvolvimento destas tarefas pois pode levar a que seja o professor a realizar as tarefas e os alunos limitarem-se a ser meros observadores, o que contraria um dos principais objectivos deste tipo de actividade que é envolver activamente os alunos na construção da sua própria aprendizagem.

Relativamente à observação das aulas podemos referir que as professoras tenderam a assumir duas posturas distintas: a Olívia deixou os alunos mais libertos na execução das experiências e na resolução das questões, e a Ana, que

assumiu um papel mais “controlador” em termos da gestão do tempo despendido na execução das tarefas de modelação. Esta diferença pode dever-se essencialmente a dois factores:

- O primeiro factor relaciona-se, por um lado, com o facto de Olívia, ao estar mais habituada a aulas de carácter experimental, já conseguia distanciar-se mais da resolução das experiências e conceder assim mais tempo e espaço aos alunos; por outro lado, com o facto de os alunos terem de elaborar um relatório em Física-Química que é alvo de avaliação também influenciou a postura da professora que, apesar de esclarecer dúvidas, não procede à correcção das questões na própria aula.
- O segundo factor encontrado prende-se com o tempo concedido para a realização de cada tarefa também ser diferente em ambas as disciplinas. Em Física-Química são necessárias duas aulas para a resolução das tarefas (um bloco de noventa minutos para a recolha de dados e uma outra aula para a discussão dos resultados e correcção da tarefa), enquanto que em Matemática as tarefas foram resolvidas e concluídas num bloco de noventa minutos.

As aulas, de ambas as disciplinas, nas quais foram desenvolvidas as tarefas de modelação gozaram de uma dinâmica especial apesar de terem características diferentes, como já referimos: as aulas de Física-Química são aulas de cariz essencialmente prático desenvolvidas num laboratório próprio para a disciplina enquanto as aulas de Matemática são aulas mais tradicionais.

Nestas aulas, a professora de Matemática assumiu o papel de orientadora dos alunos na exploração das tarefas de modelação, tendo sido utilizado o método da descoberta guiada. A Ana tinha o cuidado de estabelecer um diálogo

com os alunos, de modo a tornar a sua participação no desenvolvimento da tarefa mais activo. A professora de Física-Química assumiu um papel semelhante, no entanto, devido ao tipo de aula, caracterizado pela realização de experiências em grupo, este papel tornou-se menos evidente.

Podemos dizer que ambas as professoras reservaram para o papel de exploração das tarefas de modelação e de descoberta para os alunos, tornando-os agentes activos no desenvolvimento das tarefas de modelação. Para si mesmas, as professoras, deixaram o papel de orientadoras dessa descoberta.

O grau de dificuldade das tarefas foi, por vezes, atenuado, quando as professoras davam indicações a mais, relacionadas sobretudo com questões de linguagem, ou interpretavam os enunciados para os alunos, o que se registou com maior frequência em Matemática. No entanto, estas indicações não eram explícitas mas consistiam em outras questões simplificadas que podiam conduzir os alunos ao raciocínio pretendido e, conseqüentemente, à resposta adequada. É de referir que estas indicações apenas surgiam após ter sido concedido algum tempo para que os alunos tentassem resolver e, muitas vezes, sobretudo quando a tarefa era resolvida em grande grupo, estas indicações partiam de alguns alunos mais atentos. Por outro lado, por vezes, as professoras, sobretudo a Olívia, tentaram que os alunos fossem para além das respostas e pensassem nas razões para a ocorrência de determinados fenómenos.

### **5.2.3 As calculadoras gráficas e os sensores no desenvolvimento das tarefas de modelação**

A introdução da calculadora gráfica no ensino veio libertar os alunos de cálculos rotineiros para que se possam preocupar com o raciocínio, com a tomada

de decisões, com a reflexão e com a resolução de problemas (NCTM, 2000). Desta forma, a calculadora permite a experimentação, a investigação, a resolução de problemas e o envolvimento dos alunos em actividades de modelação, proporcionando uma nova dinâmica à sala de aula. Assim os alunos e os professores podem envolver-se no desenvolvimento de ideias matemáticas, permitindo que os alunos participem activamente na construção dos seus conhecimentos (Rocha, 2000). As evidências recolhidas vêm reforçar esta ideia. As professoras referiram que os alunos podem assim concentrar a sua actividade na identificação das variáveis, na compreensão das relações existentes entre elas e na interpretação dos resultados à luz do contexto estudado e do fenómeno em causa. Ambas as professoras enfatizam o facto de que, mais importante do que saber utilizar a calculadora e os sensores, é saber interpretar os resultados.

Por outro lado, podemos concluir que a utilização da calculadora gráfica e dos sensores nas aulas torna mais fácil, rápido e eficaz o desenvolvimento e a resolução das tarefas de modelação, o que está de acordo com Ponte e Canavarro (1997). As professoras intervenientes neste estudo partilhavam a opinião de que as tarefas de modelação se tornam mais interessantes e significativas para os alunos quando estes procedem à recolha de dados recorrendo aos sensores. Este facto está de acordo com Pires (2001) que refere que a importância de se realizarem tarefas de modelação matemática com recurso às novas tecnologias, neste caso à calculadora gráfica e aos sensores, advém da eficácia da própria recolha de dados.

As professoras também referiram que nas aulas em que se utilizaram as novas tecnologias os alunos pareceram estar mais motivados e empenhados na resolução das tarefas propostas.

As capacidades de representação gráfica da calculadora vêm facilitar e também tornar mais rápida a visualização gráfica de funções e vêm permitir a associação de diferentes formas de representação de uma mesma situação, o que também se verificou nesta investigação. Na resolução das tarefas propostas utilizaram-se tabelas, expressões e gráficos para representar a mesma situação.

Segundo Lança e Canavarro (2008), Pires (2001) e Torres (2008), entre outros autores, em actividades de modelação em que seja necessário a recolha de dados, o recurso a sensores permite fazer um elevado número de recolhas num curto espaço de tempo o que por sua vez facilita a construção e estudo do modelo matemático associado ao fenómeno. Também as professoras sentiram esta mais valia dos sensores, sobretudo a professora de Física-Química, habituada a criar métodos alternativos menos eficazes e mais morosos.

O recurso a estas tecnologias na realização de tarefas de modelação vem ajudar a relacionar a Matemática com outras ciências (neste caso com a Física-Química) e resolver situações problemáticas relacionadas com a realidade.

### **5.3. Mais valias do trabalho colaborativo**

Após a realização desta investigação, as professoras salientaram alguns ganhos a nível profissional, dos quais podemos destacar:

- A aprendizagem de novas tecnologias e a sua aplicação na sala de aula;
- O conhecimento do programa da outra disciplina e a partilha de informações sobre um mesmo assunto mas de uma outra perspectiva, o que permitiu um alargar de horizontes;

- A importância de planificar as tarefas de modelação a longo prazo, de organizar e de adquirir os materiais necessários, neste caso, calculadoras gráficas, sensores e *Viewscreen*, para o desenvolvimento das mesmas.

Numa perspectiva de ganhos pessoais, podemos salientar o gosto demonstrado por ambas as professoras aquando da realização destas tarefas, quer nas sessões de trabalho, quer na sala de aula, e o prazer em trabalhar colaborativamente com outros professores de áreas diferentes. As professoras salientaram o facto de sentirem que o trabalho colaborativo transmitiu-lhes confiança no desenvolvimento das tarefas de modelação e vontade de continuar a trabalhar, mesmo quando as experiências não decorriam de forma satisfatória.

Por outro lado, a realização destas tarefas na sala de aula, segundo as professoras envolvidas na investigação, ao constituir uma novidade para os alunos, veio motivá-los e envolvê-los mais na aprendizagem dos conteúdos. Este facto vem ao encontro da razão para a inclusão destas tarefas no ensino enquanto elemento motivador, enunciada por Griffiths e Howson (1974), reforçado por outros autores como, por exemplo, Carreira (1992) e Pires (2001). Um outro facto salientado pelas professoras foi o agrado dos alunos ao verem abordado um mesmo assunto em duas disciplinas diferentes, tornando mais fácil a compreensão dos fenómenos e conceitos físicos envolvidos e a sua interpretação matemática. Neste sentido, esta interdisciplinaridade permitiu que os alunos se apercebessem que estas disciplinas não são fechadas em si, que existem relações entre as mesmas e a sua aprendizagem não pode ser compartimentada mas encarada como um todo, de modo a evitar aprendizagens incorrectas. Neste mesmo sentido, mas na perspectiva das professoras, o facto de se explorar uma mesma tarefa nas duas disciplinas vem também ajudar o ensino dos diferentes

conteúdos, pois quando se aborda a tarefa pela segunda vez, os alunos já estão familiarizados com a situação e com os conceitos associados ao fenómeno, simplificando a função do professor que, deste modo, não necessita de clarificar conceitos de uma outra disciplina ou se o fizer já sabe melhor como explicá-los.

#### **5.4 Limitações do estudo**

Apesar de não terem impossibilitado a realização desta investigação, há alguns factos que influenciaram o desenvolvimento da mesma.

Devemos referir que a pouca articulação existente entre os programas de Matemática e de Física-Química, apesar de não constituir em si uma limitação do estudo, condicionou bastante o número de tarefas de modelação a realizar na sala de aula. De facto, durante a análise dos programas percebeu-se que os conteúdos não estão articulados de forma a permitir que exista complementaridade. Tomou-se consciência de que há conceitos e regras matemáticas que são abordados primeiro em Física-Química, sem haver a preocupação de que os alunos saibam o que estão a utilizar. Da mesma forma também são usados conceitos físicos em alguns exercícios de Matemática sem antes ter existido a preocupação de os explicar na perspectiva da outra disciplina, dando assim a ideia errada de que se trata de assuntos diferentes. Por outro lado, o facto dos programas não estarem muito coordenados entre si limitou bastante a selecção das tarefas de modelação a desenvolver em sala de aula, dificultando o trabalho inicial do grupo colaborativo.

O facto de se ter despendido muito tempo na aprendizagem da utilização da calculadora gráfica e dos sensores também pode ser encarado como uma limitação do estudo, pois este tempo podia ter sido canalizado para a realização

de outras actividades; no entanto sem esta aprendizagem nada podia ter sido concretizado.

O pouco tempo disponível para a realização das sessões de trabalho constituiu, sem dúvida, uma limitação da investigação, pois nem sempre foi possível que o grupo colaborativo se reunisse como inicialmente estava previsto. Neste sentido também é importante salientar a pouca flexibilidade que existe nos horários dos professores, tornando muito difícil a marcação e execução semanal de reuniões deste cariz. A pouca articulação de horários também impossibilitou que as professoras assistissem a pelo menos uma das aulas da outra disciplina onde foram desenvolvidas as tarefas em causa. Esta situação veio repercutir-se depois na reflexão individual de cada uma das professoras e na discussão realizada em grupo.

É ainda de referir, como limitação de maior desenvolvimento desta investigação, o pouco material disponível para a realização das tarefas de modelação na sala de aula, em particular a falta de sensores e de analisadores de dados, o que impossibilitou que todos os alunos pudessem recolher dados manuseando estes materiais, condicionando em parte a gestão da aula. Este facto não se verificou com as calculadoras gráfica pois quase todos os alunos já tinham adquirido uma.

### **5.5 Recomendações para a integração de tarefas de modelação na sala de aula**

A escola reflecte as mudanças que ocorrem na sociedade e, como tal, os métodos tradicionais de ensino estão obsoletos e os objectivos a atingir têm que acompanhar estas alterações. O professor, enquanto membro desta escola, tem

que assumir um papel activo na mesma e colaborar com os seus colegas na sua prática lectiva e na resolução de outros problemas educacionais e, por outro lado, não pode considerar a sua formação concluída, mas procurar actualizar as estratégias e métodos de ensino a utilizar.

Pela importância que o trabalho colaborativo pode assumir na mudança de postura dos professores face ao ensino e à escola, isto é, na tomada de consciência dos conhecimentos e da experiência de cada um dos envolvidos assim como na reflexão de como ensina e age, parece-nos que este representa uma peça fulcral no seu desenvolvimento profissional. Desta forma, deve-se incentivar (mas não impor) a existência de este tipo de trabalho entre pares. Uma forma de ajudar a que isto ocorra poderá passar pela existência de projectos a nível de escola que envolvam vários professores de uma mesma disciplina ou de disciplinas diferentes, e que estejam assinalados nos horários dos professores. Desta forma, os professores teriam tempo para se dedicarem a este tipo de trabalho sem terem de se preocupar com a marcação das sessões de trabalho.

O gosto demonstrado, quer pelas professoras, quer pelos alunos, na realização deste tipo de tarefas de modelação com recurso a calculadoras gráficas e sensores leva a que se recomende a realização de mais actividades deste género ao longo do ano. Todavia, estas tarefas podem ser realizadas também como introdução a um conceito ou propriedade e não apenas como aplicação e consolidação de conteúdos como ocorreu nesta investigação. Deve-se também ter atenção às questões formuladas, de forma a não tornar estas tarefas em mais um exercício como os que surgem nos manuais. Neste tipo de tarefa é também importante conceder tempo para que os alunos descubram os modelos sozinhos e explorem as suas características.

Pela importância que as novas tecnologias assumem no desenvolvimento destas tarefas e, conseqüentemente, na dinâmica da sala de aula, podemos salientar a utilidade de existir uma maior oferta de formação a este nível, que seja acessível a todos os professores. É importante que os professores tenham algum conhecimento sobre o funcionamento de mais do que uma marca ou modelo de calculadoras gráficas pois, por vezes, pode ser necessário esclarecer dúvidas aos seus alunos que podem optar por adquirir calculadoras gráficas distintas.

### **5.6 Sugestões de investigações futuras**

Ao longo do desenvolvimento desta investigação o trabalho colaborativo relevou-se uma mais valia em diversos aspectos. Um desses aspectos relaciona-se com a possibilidade de professores de diferentes disciplinas conseguirem implementar nas suas aulas uma mesma tarefa mostrando, assim, aos alunos diferentes perspectivas sobre um mesmo assunto, de modo a demonstrar as interligações existentes. Contudo, no decurso desta investigação, não foi possível ter as duas professoras simultaneamente numa mesma aula, levando o trabalho colaborativo para além da preparação das tarefas de modelação. Será esta uma sugestão para uma futura investigação: Promover e compreender a preparação e a implementação de tarefas de modelação por parte de professores de diferentes disciplinas no âmbito do trabalho colaborativo.

Por outro lado, considerando que os currículos das duas disciplinas envolvidas neste estudo continuam a cruzar-se ao longo de todo o secundário, as professoras intervenientes também acharam que poderia ser positivo o prolongamento deste trabalho colaborativo por, pelo menos, mais um ano. Desta forma, o conhecimento dos programas destes dois anos poderia permitir que o

ensino de alguns conteúdos fosse simplificado ao serem abordados nas duas disciplinas. Sugerimos assim a realização de uma investigação sobre a realização de tarefas de modelação em ambas as disciplinas, no âmbito do trabalho colaborativo, que se desenvolvesse durante os três anos do secundário. Esta investigação poderia também abranger outras disciplinas que, por ventura, fossem pertinentes.

Convém também referir que estas sugestões apontam investigações sobre a perspectiva dos professores. Seria também interessante investigar como é que os alunos se sentem quando os seus professores trabalham colaborativamente e são desenvolvidas as mesmas tarefas mas em diferentes perspectivas, que mais valias lhes traz este tipo de trabalho e que inconvenientes podem existir.



## Bibliografia

- Abrantes (1995). Matemática, realidade e trabalho de projecto num ambiente de inovação curricular. Em: J. F. Matos, I. Amorim, S. Carreira, G. Mota, e M. Santos (Orgs.), *Matemática e realidade: Que papel na educação e no currículo?* (pp. 77-124). Lisboa: SPCE.
- Amorim, I. (1998). *Actividade Matemática Escolar: Modelação e Ferramentas Computacionais*. Tese de Mestrado. Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática (relatório preliminar)*. Lisboa: APM.
- Bkouche, R. (sd). *Mathematics and Physics: Where is the Difference?* Texto policopiado.
- Blum, W. e Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics* 22 (1), 36-68.
- Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa.
- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Tese de doutoramento. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa.
- Canavarro, A. P. (2004). Matemáticas y realidad en el aula: Un salto de “bungy jumping” para los alumnos? Em: J. Giménez, L. Santos, e J.P. Ponte (coords.), *La actividad matemática en la aula* (pp. 25-34). Espanha: Editorial GRAÓ.
- Canavarro, A. P. (2005). Matemática e Física – uma oportunidade para aprender. *Educação e Matemática*. 82, 1.
- Carreira, S. P. (1992). *A Aprendizagem da Trigonometria num contexto de Aplicações e Modelação com Recurso à Folha de Cálculo*. Lisboa: APM.
- Carreira, S. P. (1995). A matematização na natureza e na sociedade: Uma forma de encarar a relação Matemática – Realidade. Em: J. F. Matos, I. Amorim, S. Carreira, G. Mota e M. Santos (Orgs.), *Matemática e Realidade: Que papel na educação e no currículo?* (pp. 25-70). Lisboa: SPCE.
- Carreira, S. P. (2001). The Mountain is the utility – On Metaphorical Models. Em: J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, e S. P. Carreira (coords.), *Modelling and mathematics education*. (pp. 15 – 29). Chichester: Horwood Publishing.

- Christiasen, I. M. (2001). O efeito da organização nas actividades de modelação na sala de aula. Em: J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, e S. P. Carreira (coords.), *Modelling and mathematics education*. (pp. 311 – 319). Chichester: Horwood Publishing.
- DES (1997). *Programas de Matemática 10º, 11º e 12º Anos*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DES (2001a). *Programa de Matemática A, 10º Ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DES (2001b). *Programa de Matemática B, 10º Ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DGEBS (1991). *Programa de Matemática – Ensino Básico, 3º ciclo: plano de organização do ensino-aprendizagem* (Vol. II). Lisboa: Editorial do Ministério de Educação, Direcção Geral dos Ensinos Básico e Secundário.
- DGIDC (2001a). *Programa de Física e Química A, 10º Ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DGIDC (2001b). *Programa de Física e Química A, 11º Ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- DGIDC (2004). *Programa de Física, 12º Ano*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação
- Doerr, H. M. e English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. Em NCTM, *Jornal for research in mathematics education*, 34 (2), 110-133.
- Doerr, H. M. e Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with graphic calculator. *Educational studies in Mathematics*, 41 (2), 143-63.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. (pp. 119-161). New York: Macmillan.
- Fiolhais, C. (2005). Relação da Física com a Matemática. *Educação e Matemática*, 81.
- Flato, M. (1990). *Le Pouvoir des Mathématiques*. Hachette.
- Fuller, M. (2001). The graphics calculator and mathematical modelling – Creating and integrated learning environment. Em : J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, e S. P. Carreira (coords), *Modelling and Mathematics Education*. (pp. 143 – 150). Chichester: Horwood Publishing.
- Griffiths, H. B. e Howson, A. G. (1974). *Mathematics: Society and curricula*. London: Cambridge University Press.

- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempo de mudança: O trabalho e a cultura dos professores na idade pós moderna*. Lisboa: Mc Graw-Hill.
- Kerr, D. R. e Maki, D. (1979). Mathematical models to provide applications in the classroom. Em S. Sharrone e R. Reys (Eds.), *Applications in School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Lança, C. e Canavarro, A. P. (2008). O recurso a sensores e calculadoras gráficas no emergir da proporcionalidade inversa com alunos do 9º ano: papel e potencialidades. Em A. P. Canavarro, D. Moreira e M. I. Rocha (Orgs.), *Tecnologias e Educação Matemática* (pp. 210-223). Lisboa: SPCE – SEM.
- Lesh, R. (1979). Applications: why, which and how. Em S. Sharron e R. Reys (Eds), *Mathematics application in school*. Reston: NCTM.
- Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational studies in Mathematics*, 12 (2), 235 – 264.
- Matos, J. F. e Carreira, S. (1994a). *Modelação e aplicações no ensino da Matemática: Situações e problemas*. Projecto MEM. DEFCUL
- Matos, J. F. e Carreira, S. (1994b). *Modelação e aplicações no ensino da Matemática: Cinco estudos de caso*. Projecto MEM. DEFCUL
- Matos, J. F. e Carreira, S. (1994c). Estudos de caso em educação Matemática – Problemas actuais. *Quadrante*, 1 (3), 19 – 53.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Olson, M. (1997). Collaboration: An epistemological shift. Em: H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz, e M. Macers (Orgs.), *Recreating relationships: Collaboration and educational reform* (pp. 13-25). NY: State University of New York Press.
- Ormell, C. P. (1991). A modelling view of mathematics. Em M. Niss, W. Blum, e I. Huntley (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications*. Chichester: Ellis Horwood.
- Pires, M. (2001). *A diversificação de tarefas*. Tese de Mestrado. DEFCUL – Universidade de Lisboa. Lisboa: APM
- Ponte, J.P. (1992). A modelação no processo de aprendizagem. *Educação e Matemática* 23, 15-19.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática* 34, 2-7.
- Ponte, J. P., e Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.

- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M. e Abrantes, P. (1997). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação.
- Rocha, H. (2000). *A utilização da calculadora gráfica por alunos do ensino secundário*. Tese de Mestrado. Universidade de Lisboa. Lisboa: APM.
- Rocha, H. (2001). Calculadoras gráficas: que utilização? Em L. Serrazina e I. Oliveira (Eds.), *Actas do seminário de investigação em educação matemática*. (pp. 233 – 251). Lisboa: APM.
- Rocha, H. (2008). O professor e a integração da calculadora gráfica no ensino da Matemática. Em: A. P. Canavarro, D. Moreira e M. I. Rocha. (Orgs.), *Tecnologias e Educação Matemática*. (pp. 163-171). Lisboa: SPCE – SEM.
- Santos, L. (2000). *A prática lectiva como actividade de resolução de problemas*. Lisboa: APM.
- Saraiva, M.J. (2001). *O conhecimento profissional dos professores de matemática: um trabalho colaborativo*. Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa.
- Saraiva, M.J. e Ponte, J.P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12 (2), 25-52.
- Sebastião e Silva (1975). *Compêndio de Matemática*.
- Semião, M. J. e Canavarro, A. P. (2008). A utilização da calculadora gráfica na aula de Matemática: um estudo com alunos do 12º ano no âmbito das funções. Em A. P. Canavarro, D. Moreira e M. I. Rocha (Orgs.), *Tecnologias e Educação Matemática* (pp. 210-223). Lisboa: SPCE – SEM.
- Serrazina, M.L. (1998). *Teacher's Professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. Tese de doutoramento, Univeridade de Londres. Lisboa: APM.
- Swetz, F. (1989). Quando e como podemos usar modelação? *Educação e Matemática* 23, 45-48.
- Swetz, F., e Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum – A resource guide of classroom exercises*. Reston, VA: NCTM.
- Teodoro, V. M. (1997). Modelação computacional em Ciências e Matemática. *Educação e Matemática* 45, 11-15.
- Teodoro, V. M. (2002). *Modellus: Learning Physics with Mathematical Modelling*. DEFCUL. Universidade de Lisboa.
- Torres, T. A. M. (2008). Modelação matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores. Em A. P. Canavarro, D. Moreira e M. I. Rocha. (Orgs.), *Tecnologias e Educação Matemática* (pp. 224-240). Lisboa: SPCE – SEM.

# **Anexos**



## Anexo 1 – Autorizações

Exm. Sr. Director do Conselho Executivo da  
Escola Secundária XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Eu, Maria Margarida Letras Guégués, professora Licenciada em Ensino da Matemática, venho, por este meio, solicitar a V. Ex.<sup>a</sup> que me autorize a entrar na escola com o objectivo de realizar uma investigação para a dissertação de Mestrado em Educação Matemática que frequento, subordinada ao tema “Actividades de Modelação: um estudo com professores de Matemática e de Física – Química”. A referida investigação irá decorrer durante o 2º e 3º Período e visa trabalhar com duas professoras (de Matemática e de Física-Química) de uma mesma turma do 10ºano de escolaridade. A investigação incidirá essencialmente na forma de trabalhar das professoras em causa durante a preparação e implementação de tarefas de modelação sendo, por isso, necessário observar duas aulas de cada professora.

Pede deferimento  
14 de Dezembro de 2005

## Informação

Durante o 2º e 3º Período do presente ano lectivo irá realizar-se uma investigação subordinada ao tema “Desenvolvimento de Tarefas de Modelação na sala de aula – Um estudo colaborativo de duas professoras: uma professora de Matemática e uma professora de Física/Química” integrada no desenvolvimento de um mestrado durante as aulas de Matemática e de Física-Química do seu educando. Para tal investigação é necessário gravar as aulas em vídeo. Mais informasse que as imagens recolhidas apenas serão utilizadas para o fim acima mencionado.

Para se poder gravar as aulas é necessária a autorização de todos os Encarregados de Educação dos alunos da turma pelo que se pede que devolva a parte destacável desta informação.

A investigadora  
Margarida Guégués

---

Eu, \_\_\_\_\_, encarregado(a) de educação do aluno(a) \_\_\_\_\_, declaro que tomei conhecimento e autorizo que se gravem as aulas necessárias à concretização da investigação subordinada ao tema “Desenvolvimento de Tarefas de Modelação na sala de aula – Um estudo colaborativo de duas professoras: uma professora de Matemática e uma professora de Física/Química”.

Ass.: \_\_\_\_\_

## Anexo 2

### Guião da Primeira Entrevista aos Professores (Matemática)

---

#### 1. Percurso profissional

- N° de anos de serviço
- Formação Académica
- Formação pós Ensino Superior
- Percurso como professor
- Ligação a associações profissionais

#### 2. Vivência profissional

- Como é a tua vivência profissional diária na escola?
- Dinamizas ou participas em actividades extra-curriculares?
- Dinamizas ou participas no Laboratório de Matemática ou Clube?
- Como é a tua vivência profissional fora da escola?
- Costumas ir a encontros de Professores?
- Costumas procurar informação fora da escola?
- Costumas trabalhar com algum colega de matemática (ou não) na preparação de tarefas para as aulas? E de outros materiais?
- O que entendes por trabalho colaborativo?
- O que achas acerca do trabalho colaborativo entre professores de matemática?
- O que achas acerca do trabalho colaborativo entre professores de diferentes disciplinas?

#### 3. Relação com a Matemática

- Qual é a primeira recordação matemática que tens?
- Como foi a tua experiência como aluna do secundário?
- Porque escolheste o curso de Matemática?
- Como foi a tua experiência matemática como aluna da universidade?
- Enquanto aluna, o que é que mais te agradava na Matemática? O que é que gostavas mais de fazer?
- Como tem sido a tua experiência enquanto professora de matemática? Que diferenças sentes desde que começaste?
- Como é a tua vivência extra preparação das aulas?

- Costumas envolver-te em actividades matemáticas (sentido lato) no dia-a-dia?  
Quais?

#### **4. Relação com a Física**

- Qual é a primeira recordação de Física-Química que tens?
- Como foi a tua experiência como aluna do secundário?
- Como foi a tua experiência em Física enquanto aluna da universidade?
- Enquanto aluno, o que é que mais te agradava na Física? O que é que gostavas mais de fazer?
- Costumas envolver-te em actividades de Física (sentido lato) no dia-a-dia?  
Quais?

#### **5. A Matemática das pessoas comuns**

- Que Matemática faz ou pode fazer e utilizar uma pessoa comum?
- Achas que será útil aprender matemática para as pessoas comuns?
- Onde podemos encontrar matemática no dia-a-dia?

#### **6. O ensino e a aprendizagem da Matemática**

- O que significa para ti ensinar Matemática?
- Que objectivos serão mais importantes no ensino da matemática?
- Como é que pensas que a Matemática deve ser ensinada?
- Qual é a tua maior preocupação quando preparas as aulas? Como são as tuas planificações?
- Achas que os alunos preferem algum tipo de tarefa?
- Achas importante a utilização de tarefas diversificadas nas aulas? Quais são as mais importantes para o ensino da matemática?
- Que metodologias de trabalho consideras mais adequadas para o ensino da matemática? Porquê?
- Como caracterizarias a dinâmica da tua sala de aula?
- Achas que os alunos conseguem descobrir por eles próprios alguns conhecimentos matemáticos?
- Qual é imagem que os teus alunos têm da Matemática?
- Como descreverias as tuas aulas?

- O que achas delas: são como tu gostarias que fossem ou preferias alterar alguma coisa?
- Quando ficas satisfeita com uma aula? O que é que te leva a considerar que uma aula correu bem?
- Como imaginas a aula ideal de Matemática?

## **7. A Modelação Matemática**

- O que entendes por modelação matemática?
- Achas que este tipo de tarefa se adequa aos objectivos do ensino actual de Matemática?
- Na tua opinião, que competências são desenvolvidas com as tarefas de modelação?
- O que pensas da realização destas tarefas na sala de aula?
- Que inconvenientes e que vantagens vês nestas tarefas?
- O que te leva a realizar este tipo de tarefas na sala de aula?
- O que consideras do uso das calculadoras gráficas e sensores para a realização deste tipo de tarefa?
- Que organização achas que as aulas onde são desenvolvidas este tipo de tarefas devem ter?

## **8. Percurso relativamente às calculadoras e sensores**

- Qual foi o teu primeiro contacto com as calculadoras gráficas? E com os sensores?
- Que formação tens neste domínio?
- Tens desenvolvido algumas experiências utilizando a calculadora? E utilizando sensores?
- Como te sentes relativamente à utilização da calculadora e dos sensores em ambiente de sala de aula?

## **9. As calculadoras gráficas e sensores**

- Em que situações decides usar a calculadora nas aulas? Com que propósitos?
- Como tens utilizado a calculadora nas aulas?
- Quais as potencialidades da calculadora para o ensino da matemática? E dos sensores?

- Até aqui quais as dificuldades que sentes na utilização das calculadoras gráficas e dos sensores?
- Como avalias a utilização da calculadora gráfica que tens feito? E dos sensores? Costumas reflectir sobre isso?
- Que tipo de tarefas decides fazer com as calculadoras gráficas? E com os sensores?
- Que tipo de objectivos visam essas tarefas?
- Como achas que são as aulas onde se desenvolvem essas tarefas?
- Achas que a matemática e a física se relacionam? Em que aspectos? Como classificarias esta relação?

## Anexo 3

### Guião da Primeira Entrevista aos Professores (Física)

---

#### 1. Percurso profissional

- N° de anos de serviço
- Formação Académica
- Formação pós Ensino Superior
- Percurso como professor
- Ligação a associações profissionais

#### 2. Vivência profissional

- Como é a tua vivência profissional diária na escola?
- Dinamizas ou participas em actividades extra-curriculares?
- Dinamizas ou participas no Laboratório de Física e Química ou Clube?
- Como é a tua vivência profissional fora da escola?
- Costumas ir a encontros de Professores?
- Costumas procurar informação fora da escola?
- Costumas trabalhar com algum colega de Física e Química (ou não) na preparação de tarefas para as aulas? E de outros materiais?
- O que entendes por trabalho colaborativo?
- O que achas acerca do trabalho colaborativo entre professores de Física e Química?
- O que achas acerca do trabalho colaborativo entre professores de diferentes disciplinas?

#### 3. Relação com a Física

- Qual é a primeira recordação física que tens?
- Como foi a tua experiência como aluna do secundário?
- Porque escolheste o curso de Física e Química?
- Como foi a tua experiência em física como aluna da universidade?
- Enquanto aluna, o que é que mais te agradava na Física? O que é que gostavas mais de fazer?

- Como tem sido a tua experiência enquanto professora de Física e Química? Que diferenças sentes desde que começaste?
- Como é a tua vivência extra preparação das aulas?
- Costumas envolver-te em actividades físicas (sentido lato) no dia-a-dia? Quais?
- Achas que a matemática e a física se relacionam? Em que aspectos? Como classificarias esta relação?

#### **4. Relação com a Matemática**

- Qual é a primeira recordação matemática que tens?
- Como foi a tua experiência como aluna do secundário?
- Como foi a tua experiência matemática como aluna da universidade?
- Enquanto aluna, o que é que mais te agradava na Matemática? O que é que gostavas mais de fazer?
- Costumas envolver-te em actividades matemáticas (sentido lato) no dia-a-dia? Quais?

#### **5. O ensino e a aprendizagem da Física**

- O que significa para ti ensinar Física?
- Que objectivos serão mais importantes no ensino desta disciplina?
- Como pensas que a Física deve ser ensinada?
- Qual é a tua maior preocupação quando preparas as aulas? Como são as tuas planificações?
- Achas que os alunos preferem algum tipo de tarefa?
- Achas importante a utilização de tarefas diversificadas nas aulas? Quais são as mais importantes para o ensino da Física?
- Que metodologias consideras mais adequadas para o ensino da física? Porquê?
- Achas que os alunos conseguem descobrir alguns conhecimentos físicos?
- Como descreverias as tuas aulas? São como tu pretendieras que fossem ou alterarias alguma coisa?
- Quando ficas satisfeita com uma aula? O que é que te leva a considerar que uma aula correu bem?
- Como imaginas a aula ideal de Física?

#### **6. A Modelação Matemática**

- O que entendes por modelação matemática?

- Achas que este tipo de tarefa se adequa aos objectivos do ensino actual de Matemática?
- Na tua opinião, que competências são desenvolvidas com as tarefas de modelação?
- O que pensas da realização destas tarefas na sala de aula?
- Que inconvenientes e que vantagens vês nestas tarefas?
- O que te leva a realizar este tipo de tarefas na sala de aula?
- O que consideras do uso das calculadoras gráficas e sensores para a realização deste tipo de tarefa?
- Que organização achas que as aulas onde são desenvolvidas este tipo de tarefas devem ter?

#### **7. Percurso relativamente às calculadoras e sensores**

- Qual foi o teu primeiro contacto com as calculadoras gráficas? E com os sensores?
- Que formação tens neste domínio?
- Tens desenvolvido algumas experiências utilizando a calculadora? E utilizando sensores?
- Como te sentes relativamente à utilização da calculadora e dos sensores em ambiente de sala de aula?

#### **8. As calculadoras gráficas e sensores**

- Em que situações decides usar a calculadora nas aulas? Com que propósitos?
- Como tens utilizado a calculadora nas aulas?
- Quais as potencialidades da calculadora para o ensino da física? E dos sensores?
- Até aqui quais as dificuldades que sentes na utilização das calculadoras gráficas e dos sensores?
- Como avalias a utilização da calculadora gráfica que tens feito? E dos sensores? Costumas reflectir sobre isso?
- Que tipo de tarefas decides fazer com as calculadoras gráficas? E com os sensores?
- Que tipo de objectivos visam essas tarefas?
- Como achas que são as aulas onde se desenvolvem essas tarefas?



## Anexo 4

### Guião da Segunda Entrevista aos Professores (Matemática)

---

#### 1. A MODELAÇÃO MATEMÁTICA

Agora que já experimentaste este tipo de actividade em contexto de sala de aula talvez possas ter uma ideia diferente acerca deste assunto.

- Achas que este tipo de tarefa se adequa aos objectivos do ensino actual de Matemática? [tinha respondido positivamente manifestando alguma preocupação com questões deste género num exame nacional]
- Na tua opinião, que competências são desenvolvidas com as tarefas de modelação? [não sabia dizer]
- O que pensas da realização destas tarefas na sala de aula? [são boas]
- Que inconvenientes e que vantagens vês nestas tarefas? [inconvenientes: tempo gasto na sua preparação; vantagens: visualização, motivação, estabelecer ligações entre o mundo real e a matemática]
- Quais foram as maiores dificuldades que sentiste ao desenvolver estas actividades com os teus alunos?
- O que te surpreendeu relativamente ao desenvolvimento destas tarefas com os teus alunos?
- O que te poderá levar a realizar este tipo de tarefas na sala de aula? [relutante na resposta à questão; por obrigação]
- O que te pode impedir de desenvolver este tipo de tarefa com os teus alunos?
- O que consideras do uso das calculadoras gráficas e sensores para a realização deste tipo de tarefa? [é útil]
- Que organização achas que as aulas onde são desenvolvidas este tipo de tarefas devem ter? [deverão ser bem preparadas e planeadas, ver que objectivos se pretendem atingir...]

#### 2. TRABALHO COLABORATIVO

- O nosso grupo não tem muito acentuado este hábito de trabalhar colaborativamente. O que pensas acerca deste assunto?
- O que pensas acerca do trabalho colaborativo dentro do grupo de matemática?

- Achas que o trabalho colaborativo entre professores de Matemática e de Física é viável?
- Que inconvenientes vês neste tipo de trabalho colaborativo?
- Que vantagens achas que existem no trabalho colaborativo com os professores de física e química?
- Será verdadeiramente útil para o desenvolvimento profissional dos professores das duas disciplinas?
- Será útil para a aprendizagem dos alunos?
- Este projecto colaborativo fez com que, de algum modo, reflectisses sobre a tua prática profissional?
- Serias capaz de fazer um balanço final desta experiência?
- Queres deixar alguma sugestão para trabalhos deste género?

## Anexo 5

### Guião da Segunda Entrevista aos Professores (Física)

---

As informações que se lêem nos [] são relativas à primeira entrevista.

#### 1. A Modelação Matemática

- O que entendes por modelação matemática?
- Achas que este tipo de tarefa se adequa aos objectivos do ensino actual da Física e química? [não sabia]
- Na tua opinião, que competências são desenvolvidas com as tarefas de modelação?
- O que pensas da realização destas tarefas na sala de aula? [é positivo se estiverem poucos alunos pois com muitos alunos demora-se mais tempo e há sempre aqueles que se dispersam]
- Que inconvenientes e que vantagens vês nestas tarefas? [inconvenientes: elevado número de alunos em aulas que não sejam de turnos; vantagens: fazer pensar os alunos, deste modo eles interiorizam muito mais rapidamente pois as coisas fazem sentido]
- O que te leva a realizar este tipo de tarefas na sala de aula? [turnos]
- Quais foram as maiores dificuldades que sentiste ao desenvolver estas actividades com os teus alunos?
- O que te surpreendeu relativamente ao desenvolvimento destas tarefas com os teus alunos?
- O que te pode impedir de desenvolver este tipo de tarefa com os teus alunos?
- O que consideras do uso das calculadoras gráficas e sensores para a realização deste tipo de tarefa?
- Que organização achas que as aulas onde são desenvolvidas este tipo de tarefas devem ter? [fazer uma introdução onde se expõem os objectivos e depois deixar que eles testem e experimentem]

#### 2. Percurso relativamente às calculadoras e sensores

- Como te sentes relativamente à utilização da calculadora e dos sensores em ambiente de sala de aula?

- Quais as potencialidades da calculadora para o ensino da física? E dos sensores? [mais valia; mais prático]
- Até aqui quais as dificuldades que sentes na utilização das calculadoras gráficas e dos sensores? [não respondeu]
- Como avalias a utilização da calculadora gráfica que tens feito? E dos sensores? Costumas reflectir sobre isso? [não respondeu]
- Que tipo de tarefas decides fazer com as calculadoras gráficas? E com os sensores? [não respondeu]
- Que tipo de objectivos visam essas tarefas? [continuam a ser os mesmos das actividades experimentais: saber fazer e interpretar]
- Como achas que são as aulas onde se desenvolvem essas tarefas? [boas]

### **3. Trabalho colaborativo**

- Ficou bastante claro na primeira entrevista e depois na realização de todo de todo o trabalho que o grupo de Física e Química trabalha bastante bem colaborativamente; há uma preocupação de trabalhar pelo menos com os colegas que leccionam um mesmo ano. Como explica esse facto? Será por se tratar de disciplinas com uma vincada componente prática ou não será esse o motivo?
- Achas que o trabalho colaborativo entre professores de Matemática e de Física é viável?
- Que inconvenientes vês neste tipo de trabalho colaborativo?
- Que vantagens achas que existem no trabalho colaborativo com os professores de física e química?
- Será verdadeiramente útil para o desenvolvimento profissional dos professores das duas disciplinas?
- Será útil para a aprendizagem dos alunos?
- Este projecto colaborativo fez com que, de algum modo, reflectisses sobre a tua prática profissional?
- Serias capaz de fazer um balanço final desta experiência?
- Queres deixar alguma sugestão para trabalhos deste género?

## **Anexo 6**

### **Guião das entrevista pós aula**

Não se trata de um guião mas deve-se procurar responder a:

- O que correu bem?
- O que não correu tão bem?
- Na tua opinião os objectivos foram alcançados?
- Com que sensação ficaste relativamente aos alunos e à sua aprendizagem?
- Algo que te tenha surpreendido



## Anexo 7

### Grelha de observação das aulas

Disciplina: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Tarefa: \_\_\_\_\_

Material utilizado: \_\_\_\_\_

---

---

**I- Organização da turma**

- a. Em grupos de \_\_\_\_\_
- b. Em pares
- c. Individual

**II- Tarefa desenvolvida por:**

- a. Apenas pela professora
- b. Pela professora e pela investigadora
- c. Pelas professoras e pela investigadora
- d. Pela professora e pelos alunos (um só grupo e os restantes observam)
- e. Pelos alunos com apoio da professora
- f. Pelos alunos com apoio das professoras

Notas:

---

**III- Postura da professora da disciplina face à resolução da tarefa/interacção com os alunos**

- a. Expõe a tarefa e a sua resolução propondo depois tarefas semelhantes
- b. Questiona os alunos após ter explicado a tarefa (procedimentos)
- c. Aguarda comentários dos alunos antes de explicar a resolução
- d. Incentiva os alunos a comentar/questionar/ formular hipóteses
- e. Resolve, sem dar tempo aos alunos para que formulem hipóteses...
- f. Apenas dá pistas quando os alunos se “dispersam”, proporcionando tempo para que eles formulem e testem as suas hipóteses
- g. Quando os alunos encontram uma forma de resolver a tarefa dá-lhes feedback positivo, e incentiva-os a formularem outras hipóteses
- h. Dá feedback positivo mas quando os alunos descobrem uma resolução não os incentiva a mais
- i. Dá tempo para que os alunos resolvam a tarefa após os ter direccionado para a resolução pretendida
- j.

Notas:

---

---

**IV- O discurso da professora**

- a. A professora utilizou predominantemente o grupo nominal:
  - i. Nós
  - ii. Eu
  - iii. Vocês

- b. Faz distinção entre o *Nós*, o *Eu* e o *Vocês* dependendo da situação (desenrolar da tarefa ou parte empírica e a parte teórica)

**V- Na aula com a calculadora gráfica**

- a. A professora deixa ao critério dos alunos a sua utilização
- b. A professora incentiva o cálculo mental
- c. A professora explora todas as potencialidades da calculadora gráfica com os seus alunos
- d. Utilizou sensores

Notas: \_\_\_\_\_

**VI- A equipa de colaboração na aula**

- a. A aula foi apenas dinamizada pela professora
- b. A aula foi dinamizada pela professora e \_\_\_\_\_ porque
  - i. Surgiram dúvidas durante a aula e a professora pediu ajuda
  - ii. Estava pré-acordado que assim seria
- c. A professora da turma e da disciplina apenas pediu assistência às colegas
- d. Não houve nenhuma “líder” no desenrolar da tarefa
- e. A professora foi “líder” no global contudo por vezes a aula foi “dirigida” por outra professora

Notas: \_\_\_\_\_

**Notas gerais sobre a aula:**

Anexo 8

ESCOLA SECUNDÁRIA XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Ano Lectivo 2005/06  
10º Ano  
**Matemática A**

**FICHA DE TRABALHO**  
**2º Período, 3ª Ficha**

**MODELAÇÃO MATEMÁTICA**

*“ Há que olhar muito  
para conseguir ver...”*

Antoine de Saint Exupéry

1. Nesta actividade pretende-se estudar o comportamento de uma bola que salta.

Material:

Calculadora gráfica CASIO FX 1.0 Plus;

Analizador de dados EA200;

Sensor de movimento;

Bola de Basquetebol.

1.1 Que propriedade física está representada no eixo dos  $xx$ ? Qual é a unidade?

1.2 Que propriedade física está representada no eixo dos  $yy$ ? Qual é a unidade?

1.3 Se a experiência foi bem feita a bola saltou sempre verticalmente, no entanto, o gráfico parece representar a bola a saltitar pelo chão mas de forma invertida. Porquê?

1.4 O que representam os pontos máximos no gráfico que traduz o movimento da bola?

1.5 Qual será o modelo matemático que melhor descreve o salto da bola? Será uma função afim? Porquê?

1.6 Considerando o primeiro salto que podes observar totalmente, escreve uma função que se possa ajustar aos dados.

1.7 Através da expressão encontrada, determina a distância mínima atingida da bola ao sensor. Ao fim de quanto tempo é que isto ocorreu?

1.8 Transforma a equação quadrática que obtiveste, na forma  $y = ax^2 + bx + c$  e compara esta nova expressão com o modelo de regressão quadrática, apresentado pela máquina de calcular.

V.S.F.F.

2. Regista na tabela os valores correspondentes ao perímetro do punho e ao número de sapato de alguns alunos desta turma.

Nº aluno
1
3
5
7
11
13
17
19
21
23

Nº Sapato	Perímetro

- 2.1 Introduz estes valores no menu Stat, colocando o Nº Sapato na List1 e o Perímetro na List2. Desenha o gráfico de pontos.

(Selecciona Graph, Set – Graph type : Scatter  
 XList : List1  
 YList : List2  
 Frequency : 1  
 Mark Type :   
 Exe  
 Grph, S-Gph1, Exe)

- 2.2 Qual será o modelo matemático que melhor se adapta à situação? Será uma função quadrática? Porquê?

- 2.3 Escreve uma função que se possa ajustar aos dados.

- 2.4 Usa a máquina de calcular para encontrares um modelo matemático que se ajuste aos dados. Compara com a expressão a que chegaste na alínea anterior.

(Dentro do sub menu S-Grph1 selecciona:

Calc, Linear, Draw )

- 2.5 O António calça o número 46, qual será o valor esperado para o perímetro do seu punho?

- 2.6 O perímetro do punho da Joana mede 18 cm, qual será o seu número de sapato?

**Professora:**

## Anexo 9

ESCOLA SECUNDÁRIA XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Física e Química A – 10º Ano

Ano Lectivo 2005/2006

ACTIVIDADE LABORATORIAL 2.2 : “**BOLA SALTITONA**”.

### AL 2.2. BOLA SALTITONA

#### Fundamento teórico da experiência

Deixa-se cair, verticalmente, uma bola que colide com o solo rígido e ressalta.

Durante o movimento da bola, ocorrem transformações e transferências de energia.

Assim, considerando o solo como nível de referência:

- Quando a bola se aproxima do solo, a energia potencial gravítica diminui, transformando-se em energia cinética de translação:



- Quando a bola se afasta do solo, a energia cinética de translação diminui e transforma-se em energia potencial gravítica:



- As transferências de energia ocorrem:
  - no embate da bola com o chão;
  - nas vizinhanças do sistema (bola) que não está isolado.

Quando a bola bate no chão, deforma-se e transfere energia interna.

Também ocorre **dissipação de energia** por efeito da resistência do ar.

A energia total do sistema não se conserva. É, por isso, que a bola não sobe até à altura de que cai.

A dissipação de energia pode estimar-se quando se relaciona com o valor do **coeficiente de restituição**.

Numa colisão frontal da bola com o alvo fixo (solo), chama-se **coeficiente de restituição** ( $e$ ) ao quociente entre os valores da **velocidade de afastamento** ( $v_{af}$ ) e da **velocidade de aproximação** ( $v_{ap}$ ).

A expressão matemática que permite calcular o valor do coeficiente de restituição é:

$$e = \frac{v_{af}}{v_{ap}}$$

Os valores do coeficiente de restituição estão compreendidos entre 0 e 1:

$e = 0 \Leftrightarrow$  Toda a energia foi dissipada (a bola não ressalta).

$e = 1 \Leftrightarrow$  Não há dissipação de energia (a bola sobe até à altura de que cai).

Pode calcular-se o valor do coeficiente de restituição, sabendo:

- a altura do ressalto ( $\Delta h_{\text{ressalto}}$ );
- a altura da queda ( $\Delta h_{\text{queda}}$ ).

Na experiência, obtêm-se vários valores da altura do ressalto e de queda da bola.

Traça-se uma recta quando se constrói o gráfico da altura de ressalto em função da altura de queda. O declive ( $m$ ) da recta é dado pela expressão matemática:

$$m = \frac{\Delta h_{\text{ressalto}}}{\Delta h_{\text{queda}}}$$

O valor do coeficiente de restituição na colisão da bola com o solo relaciona-se com o declive da recta.

Assim, partindo da conclusão tirada na actividade prático-laboratorial AL 2.1., afirma-se:

- A energia cinética de translação da bola, imediatamente após a colisão, é proporcional à altura do ressalto.
- A energia cinética de translação da bola, imediatamente antes da colisão, é proporcional à altura de queda.

As expressões matemáticas que permitem calcular a energia cinética de translação no caso considerado são:

- no ressalto:  $E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_{af}^2$  e é proporcional a  $\Delta h_{\text{ressalto}}$

- na queda:  $E_{c_2} = \frac{1}{2} m v_{ap}^2$  e é proporcional a  $\Delta h_{\text{queda}}$

Então, dividindo membro a membro as expressões, obtêm-se:

$$\frac{\frac{1}{2} m v_{af}^2}{\frac{1}{2} m v_{ap}^2} = \frac{\Delta h_{\text{ressalto}}}{\Delta h_{\text{queda}}}$$

Ou seja

$$\frac{v_{af}}{v_{ap}} = \sqrt{\frac{\Delta h_{\text{ressalto}}}{\Delta h_{\text{queda}}}}$$

Como

$$\frac{v_{af}}{v_{ap}} = e \Leftrightarrow e = \sqrt{\frac{\Delta h_{\text{ressalto}}}{\Delta h_{\text{queda}}}}$$

O valor do coeficiente de restituição é igual à raiz quadrada do declive da recta traçada no gráfico. Pode relacionar-se com a dissipação de energia e com a elasticidade dos materiais.

## 2. MATERIAL E EQUIPAMENTO NECESSÁRIO:

- Calculadora gráfica .
- cabo da calculadora ao analisador de dados.
- Analisador de dados.
- sensor de movimento
- Bolas de futebol, basquetebol e de ténis.

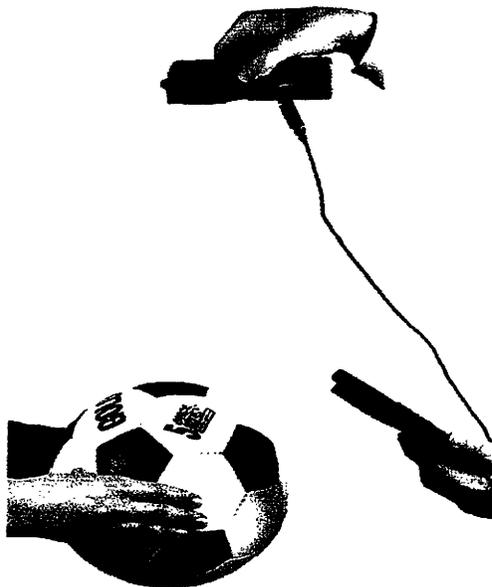


Fig. 2

## 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

- Colocar a bola a cerca de 0,5 m do sensor de posição , como se ilustra na figura.
- Proceder á recolha e registo dos dados obtidos na calculadora.

Nota: deve recuar quando larga a bola.

Obterá, no visor da calculadora, um gráfico semelhante ao da

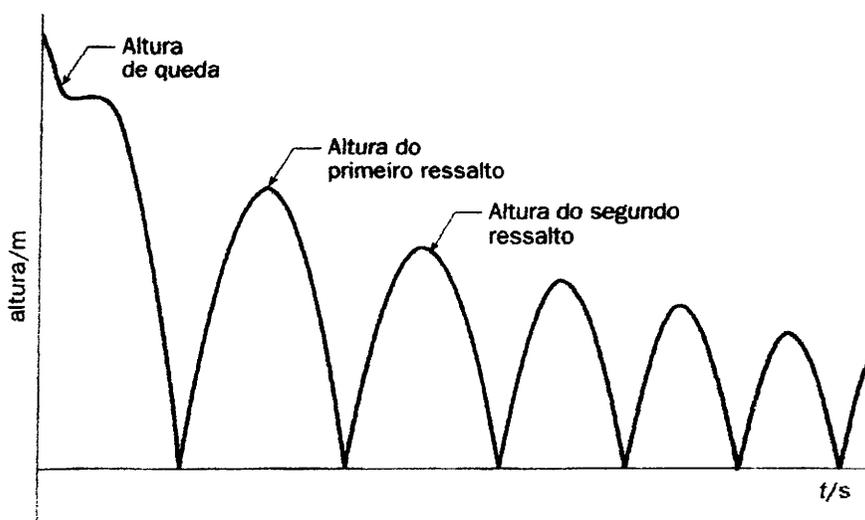
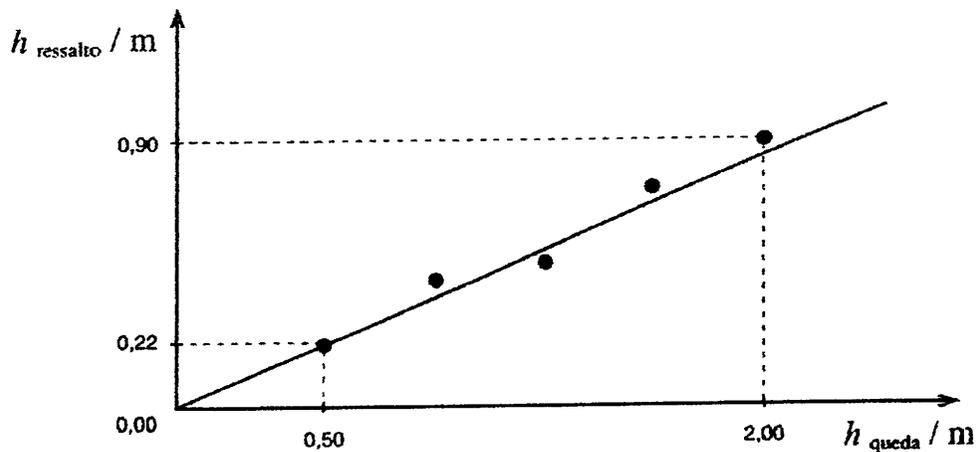


figura.





- Calcule o valor do declive da recta do gráfico da figura.
- Que relação existe entre os valores do declive da recta e do coeficiente de restituição, na colisão da bola com o solo?
- O material de que é feita essa bola tem maior ou menor elasticidade do que a das bolas de futebol, basquete e ténis analisadas na actividade experimental ?

5. Qualquer das bolas testadas pelos alunos pára definitivamente ao fim de algum tempo, quando a energia mecânica do sistema bola+Terra é nula. Atendendo a que há conservação de energia, como explica este facto ?



## Anexo 10

ESCOLA SECUNDÁRIA . XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Ano Lectivo 2005/06  
10º Ano  
**Matemática A**

### FICHA DE TRABALHO 2º Período, 5ª Ficha MODELAÇÃO MATEMÁTICA

#### O CUBO DE LESLIE

Resultados obtidos na experiência realizada na aula de Físico-Química:

Face Preta		Face Branca		Face Baça		Face Polida	
t/min	Θ /°C	t/min	Θ /°C	t/min	Θ /°C	t/min	Θ /°C
1	15,090	1	15,365	1	15,220	1	14,965
2	15,395	2	15,435	2	15,630	2	15,305
3	15,895	3	15,780	3	16,120	3	15,660
4	16,525	4	16,150	4	16,815	4	15,955
5	16,930	5	16,295	5	17,435	5	16,350
6	17,350	6	16,610	6	17,920	6	16,610
7	17,690	7	16,670	7	18,215	7	16,815
8	17,975	8	16,735	8	18,670	8	17,035
9	18,330	9	17,090	9	18,950	9	17,235
10	18,440	10	17,090	10	19,270	10	17,320

1. Introduz estes valores no menu Stat.
2. Desenha o gráfico de pontos.

(Selecciona Graph, Set – Graph type : Scatter

XLList:List1 ; YList:List ? ; Frequency : 1 ; Mark Type : □ ; Exe ; Grph, S-Gph1, Exe)

3. Usa a máquina de calcular para encontrares um modelo matemático que se ajuste aos dados.

(Dentro do sub menu S-Gph1 selecciona: Calc ... )

Face Preta	Y1=
Face Branca	Y2=
Face Baça	Y3=
Face Polida	Y4=

4. Considera as funções correspondentes à temperatura na face Preta e na face Branca.
  - 4.1 Resolve analiticamente a questão:  
A partir de que momento se pode observar temperaturas superiores na face preta? Apresenta o resultado em minutos e segundos.
  - 4.2 Copia para o menu GRPH-TBL as expressões que definem as referidas funções. Usa a máquina de calcular para verificares se o resultado obtido na alínea anterior está correcto.
  - 4.3 Define a função que nos dá a diferença de temperaturas das duas faces.
  - 4.4 Usa a máquina de calcular para descobrires o momento em que essa diferença é de 1 grau centígrado.

**Professora:**



ESCOLA SECUNDÁRIA I XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX  
10ºANO Turmas A e C

**2ª ACTIVIDADE EXPERIMENTAL DE FÍSICA: A.L. ABSORÇÃO  
E EMISSÃO DE RADIAÇÃO**

***1. Fundamento Teórico da actividade***

A radiação incidente numa superfície pode ser, parcialmente, absorvida, reflectida e transmitida.

Para avaliar em que medida uma superfície é mais absorvora do que reflectora, definem-se o *poder de absorção* e o *poder de emissão*.

O poder de absorção de energia por radiação relaciona-se com a natureza das superfícies. Há, por isso, a possibilidade de se comparar o poder de absorção de várias superfícies.

Num sistema isolado se houver uma superfície *preta* e uma superfície *branca*:

- A superfície *preta* absorve grande quantidade de energia e, por consequência, emitirá também uma grande quantidade de energia.
- A superfície *branca* absorve pouca quantidade de energia, emitindo também pouca energia.

O equilíbrio térmico será mantido.

Qualquer superfície, quente ou fria, tanto *absorve* como *emite* radiação:

- Se a superfície absorve mais radiação do que emite, é um bom absorvador (ou absorvedor) e a sua temperatura eleva-se.
- Se a superfície emite mais radiação do que absorve, é um bom emissor e a sua temperatura desce.

Um mau absorvador de radiação reflecte a maior parte da energia radiante que nele incide, incluindo a luz visível. É por isso, que as casas no Alentejo são pintadas de branco.

***2. Material e equipamento necessário:***

- Cubo de Leslie
- Sensor de temperatura ou termómetro de (0-50°C; 0,1°C)
- Candeeiro eléctrico adequado com lâmpada de incandescência de 100 W.
- Cronómetro.

**3.Procedimento:**

- Introduza o sensor ( ou termómetro) no interior do cubo de Leslie e leia a temperatura do ar nele contido.
- Faça incidir a luz emitida por um lâmpada de incandescência na face preta do cubo de Leslie
- Leia, minuto a minuto, a temperatura do ar no interior do cubo.
- Repita o procedimento para as restantes faces do cubo, mantendo sempre as mesmas condições iniciais.
- Registe os valores da temperatura e dos intervalos de tempo no quadro I

**Quadro I**

FACE PRETA		FACE BRANCA		FACE BAÇA		FACE POLIDA	
t/ min	$\Theta/^{\circ}\text{C}$	t/min	$\Theta/^{\circ}\text{C}$	t/min	$\Theta/^{\circ}\text{C}$	t/min	$\Theta/^{\circ}\text{C}$
1		1		1		1	
2		2		2		2	
3		3		3		3	
4		4		4		4	
5		5		5		5	
6		6		6		6	
7		7		7		7	
8		8		8		8	
9		9		9		9	
10		10		10		10	

**4.Exploração dos resultados:**

- Efectue o traçado do gráfico em papel milimétrico da temperatura, em função do tempo, para cada uma das faces.

**Face Preta**

**Face Branca**

--	--



**6. Responda às seguintes questões:**

1. Qual é a face que tem maior poder de absorção ?

2. O que acontece à radiação incidente em cada face ?

3. Explique, agora, por que motivo as casas alentejanas são, tradicionalmente, pintadas de branco.

4. Como sabe, uma garrafa - termo tem paredes duplas. Entre essas paredes há ar rarefeito (quase vácuo). Se a garrafa contiver qualquer bebida quente, o calor aquece a parede interna, mas não se transmite, com facilidade, através do vácuo.

Dê uma explicação para o facto de a parte interna da garrafa - termo ser espelhada.

## Anexo 12

ESCOLA SECUNDÁRIA XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX  
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Ano Lectivo 2005/06  
10º Ano  
**Matemática A**

### FICHA DE TRABALHO 3º Período, 6ª Ficha

#### MODELAÇÃO MATEMÁTICA

#### CAPACIDADE TÉRMICA MÁSSICA

1. Na tabela seguinte indicam-se, os valores da temperatura, obtidos na experiência realizada na aula de Físico-Química com vista ao cálculo da capacidade térmica mássica de um bloco calorimétrico de alumínio e outro de cobre.

Alumínio		Cobre	
t/min	Θ / °C	t/min	Θ / °C
0	19	0	20
1	20,139	1	21,389
2	22,639	2	25,556
3	25,278	3	31,250
4	27,917	4	37,143
5	30,556	5	42,879
6	33,194	6	48,710
7	35,714	7	54,107
8	38,429	8	59,230
9	40,758	9	64,375
10	43,240	10	69,048
	$\Delta\Theta = 24,03$		$\Delta\Theta = 49,048$

- 1.1 Usa a calculadora gráfica para obteres a temperatura média do bloco calorimétrico de alumínio e o desvio padrão desta distribuição. Interpreta os resultados obtidos.
- 1.2 Representa os dados através de um diagrama de dispersão e sobre este faz um esboço da recta de regressão;
- 1.3 Observando o diagrama de dispersão, faz referencia ao sinal e à intensidade da correlação;
- 1.4 Usa a calculadora gráfica para obteres o coeficiente de correlação Linear de Person;
- 1.5 Seria possível a temperatura se encontrar a 18°C ? Porquê?
- 1.6 Se a experiência durar 12 minutos, qual será a temperatura do bloco calorimétrico de alumínio?
2. Observa os dados referentes ao cobre e resolve, para este bloco calorimétrico as primeiras quatro alíneas do exercício 1.
3. Considera que os dois blocos apresentam a mesma massa e que não há perdas de calor. Compara os gráficos das rectas de regressão das distribuições anteriores e tenta prever qual dos dois blocos apresenta uma capacidade térmica mássica inferior. Qual dos dois materiais escolherias para aquecer a sopa? Justifica.

**Professora:**



## Anexo 13

Energia no aquecimento / arrefecimento de sistemas

Escola Secundária XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Física e Química - 10º Ano

Actividade Laboratorial 1.3.: "Capacidade térmica mássica"

TÍTULO: CAPACIDADE TÉRMICA MÁSSICA

QUESTÕES DE APRENDIZAGEM:

Por que é que no Verão a areia fica escaldante e a água do mar não?  
Por que é que os climas marítimos são mais amenos que os continentais?

OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM:

- Analisar transferências e transformações de energia num sistema;
- Estabelecer balanços energéticos em sistemas termodinâmicos, identificando as parcelas que correspondem à energia útil e à energia dissipada no processo;
- Associar o valor (alto ou baixo) da capacidade térmica mássica ao comportamento térmico do material;
- Aplicar o conceito de capacidade térmica mássica à interpretação de fenómenos do dia a dia.

FUNDAMENTO TEÓRICO:

Alguns materiais aquecem mais rapidamente que outros, quando se lhes fornece a mesma quantidade de energia, durante o mesmo intervalo de tempo. Então, a quantidade de energia fornecida a um material, de modo a provocar-lhe a mesma elevação de temperatura, depende da natureza do material.

Cada material caracteriza-se por uma grandeza física relacionada com a capacidade que esse material tem para absorver ou ceder energia. Essa grandeza chama-se capacidade térmica mássica e representa-se pela letra *c*. Define-se como sendo a quantidade de energia que é necessário fornecer a 1kg de qualquer material, de modo a que a sua temperatura se eleve 1°C.

O comportamento térmico de um material está relacionado com o valor da sua capacidade térmica mássica:

- Se o seu valor for elevado, o aquecimento e o arrefecimento desse material demoram mais tempo a efectuar-se;
- Se o seu valor for baixo, o material aquece e arrefece mais rapidamente.

## Energia no aquecimento / arrefecimento de sistemas

A capacidade térmica mássica de um metal (ou liga metálica) pode determinar-se experimentalmente, utilizando blocos calorimétricos. Estes têm dois orifícios onde se introduzem, respectivamente, a resistência de aquecimento e o termómetro.

Os blocos devem ser colocados sobre uma placa isolante, por exemplo cortiça, para minimizar as perdas de energia. Deve-se introduzir no orifício glicerina para garantir um bom contacto térmico do termómetro no bloco.

A quantidade de energia transferida para os blocos calorimétricos obtêm-se através da expressão matemática seguinte, que permite calcular a capacidade térmica mássica:

$$E = c \times m \times \Delta\theta \quad (1)$$

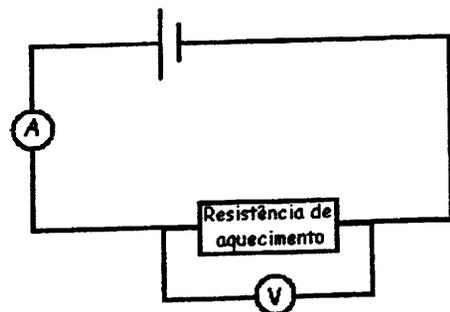
em que: E = energia transferida  
c = capacidade térmica mássica  
m = massa do bloco calorimétrico  
 $\Delta\theta$  = variação da temperatura

### MATERIAL E EQUIPAMENTO NECESSÁRIO:

- Balança;
- Blocos calorimétricos (alumínio e cobre);
- Resistência de aquecimento (12 V; 50W);
- Termómetro;
- Amperímetro (0 - 5 A);
- Voltímetro (0 - 15 V) ou (0 - 10 V);
- Fonte de alimentação (0 - 12 V);
- Cronómetro;
- Fios de ligação;
- Glicerina.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:

1. Monta o circuito eléctrico de acordo com o esquema seguinte:



2. Introduz no bloco calorimétrico a resistência de aquecimento e liga a fonte de alimentação.

3. Anota os valores de temperatura, minuto a minuto (durante 10 minutos), e regista os valores de intensidade da corrente e de diferença de potencial nos

Energia no aquecimento / arrefecimento de sistemas

REGISTO DE RESULTADOS:

Material do bloco calorimétrico → \_\_\_\_\_

m (bloco calorimétrico) = \_\_\_\_\_

Tabela 1

*Registo dos Valores de Temperatura, de Intensidade de Corrente e de Diferença de Potencial, nos Terminais da Resistência, para Cada Instante.*

T / min	$\theta / ^\circ\text{C}$	I / A	U / V	P / W
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
	$\Delta\theta =$			$\bar{P} =$

ANÁLISE DE RESULTADOS:

Calcula a capacidade térmica mássica do metal e compara-a com o valor tabelado.

CONCLUSÃO E CRÍTICA:

Energia no aquecimento / arrefecimento de sistemas

RESPONDE ÀS SEGUINTEs QUESTÕES:

1. Supõe que tens duas cafeteiras: uma de alumínio e outra de cobre. As cafeteiras contêm a mesma massa de água e são aquecidas durante o mesmo intervalo de tempo.

Em qual das duas cafeteiras a água aquece mais rapidamente? Justifica a tua resposta.

2. Por que é que no Verão a areia fica escaldante e a água do mar não?

3. Por que é que os climas marítimos são mais amenos que os continentais?