

Universidade de Évora  
Departamento de Pedagogia e Educação



Estratégias de Resolução de Problemas:  
Construção de Conhecimento Matemático por Alunos de  
Currículos Alternativos

Marco Miguel da Silva Mendes

Dissertação Apresentada para a Obtenção do Grau de Mestre em Educação  
Educação Matemática

Orientador: Professor Doutor António Borralho

2007

160 791

Universidade de Évora  
Departamento de Pedagogia e Educação

Estratégias de Resolução de Problemas:  
Construção de Conhecimento Matemático por Alunos de  
Currículos Alternativos



Marco Miguel da Silva Mendes

160 792

Dissertação Apresentada para a Obtenção do Grau de Mestre em Educação  
Educação Matemática

Orientador: Professor Doutor António Borralho

2007

## Resumo

Este trabalho procurou analisar/compreender se o aluno, que frequenta uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo de Matemática, poderia, com base numa prática lectiva assente na resolução de problemas, criar e/ou utilizar estratégias de resolução que levassem à construção de conhecimento matemático e à sua efectiva utilização. Procurou, igualmente, compreender em que medida essa prática, poderia constituir um factor influente na melhoria da aprendizagem e também no sentido de influenciar a sua relação com a Matemática.

As questões orientadoras do estudo foram as seguintes: a) As estratégias de resolução criadas e/ou utilizadas pelos alunos para resolverem problemas evidenciam alguma prática regular? b) As diferentes estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na resolução de problemas permitem a construção de conhecimento matemático? c) Em que medida a prática lectiva com base na resolução de problemas pode ser factor influente na melhoria da aprendizagem matemática de alunos que frequentam uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo? d) De que modo essa prática pode influenciar a relação com a Matemática de alunos inseridos numa turma onde se desenvolve um currículo alternativo?

Metodologicamente, o estudo seguiu uma abordagem de investigação qualitativa e interpretativa, assente em dois estudos de caso qualitativo e analítico. O investigador assume os papéis de investigador-instrumento e observador-participante. Foram recolhidos dados através de entrevistas, observação directa do trabalho dos alunos e documentos escritos das resoluções dos problemas elaborados pelos alunos.

A análise de dados permite concluir que os alunos evoluíram no que se refere à sua capacidade de resolução de problemas, observando-se uma maior facilidade na compreensão e utilização de estratégias de resolução de problemas. A autonomia e persistência dos alunos na realização deste tipo de tarefas matemáticas foram algo notório ao longo do estudo, melhorando significativamente a relação com a Matemática.

Estas conclusões reforçam a ideia da importância em assumir a resolução de problemas, como uma linha de força que, 'atravessando' todo o currículo, oriente a definição de objectivos, de metodologias e de conteúdos significativos.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas; Ensino da Matemática; Insucesso; Currículos Alternativos; Estratégias de Resolução; Competência Matemática.

## Abstract

### Problem-solving strategies: building Mathematics' knowledge in students with alternative curriculum

This work tried to analyze/understand whether a student, attending a class with an alternative Mathematics' curriculum, could, in a problem-solving teaching environment, create and/or use strategies that would converge in the building of Math comprehension and its use. It seeks to understand in what way this strategy influences not only a learning improvement but also the students' attitude towards this subject.

The study's guiding questions were: a) Are the resolution strategies, used by the students, evidence of a standard practice? b) Do the different problem-solving strategies, used by the students, allow the building of Mathematics' comprehension? c) In what way can a problem-solving teaching environment influence these students in the development of Math learning skills? d) In what way can this teaching influence their attitude towards Math?

Methodologically, this study has followed a qualitative and interpretative investigation approach, based on two qualitative and analytical case studies. The investigator undertook both the role of investigator-instrument and observer-participant. The information was collected through interviews, direct observation and the gathering of students' works.

According to the data analyzed, the students acquired new problem-solving abilities, gaining a new sense of comprehension and being able to use problem-solving strategies. It was evident throughout the study that these students became more involved with Mathematics, solving its problems with a new independent and persistent attitude.

These findings reinforce the notion of assuming problem-solving as a guiding line throughout Maths' curriculum, helping defining goals, methods and significant contents.

**Key-words:** Problem Solving; Mathematics' Teaching; Failure Learning; Alternative Curriculum; Resolution Strategies; Mathematical Ability.

## **Agradecimentos**

Ao meu pai, Jerónimo Mendes, pela enorme ajuda e incentivo na realização deste trabalho.

À minha mulher, filhos, mãe e irmã, que sempre me apoiaram e incentivaram.

Ao meu orientador Prof.º Dr. António Borralho, pelas sugestões, críticas e apoio.

À professora e alunos que colaboraram neste estudo, sem os quais o mesmo era impossível de realizar.

## Índice

<b>Capítulo I. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1. O contexto	1
1.2. O problema em estudo	5
1.3. Importância do estudo	7
1.4. Organização do estudo	9
<b>Capítulo II. O Currículo</b>	<b>11</b>
2.1. O currículo e a escola	11
2.1.1. Funções da escola como instituição	13
2.1.2. Abandono/Insucesso escolar	17
2.2. Currículo do Ensino Básico – um currículo por competências	20
2.2.1. Desenvolvimento por competências	21
2.2.2. A Matemática e a competência matemática	23
2.2.3. Como desenvolver competências matemáticas	24
2.3. O currículo alternativo	26
2.3.1. Circunstâncias de um currículo alternativo	29
2.3.2. Como construir um currículo alternativo	31
<b>Capítulo III. O ensino da Matemática e a resolução de problemas</b>	<b>33</b>
3.1. O ensino da Matemática	33
3.2. Perspectivas actuais em educação matemática	34
3.3. A natureza das actividades na aula de matemática	36
3.4. O objecto da resolução de problemas	38
3.4.1. Conceito de problema	39
3.4.2. Funções dos problemas no ensino da Matemática e possíveis papéis	41
3.5. Resolução de problemas em contexto escolar	43
3.5.1. A prática lectiva encarada numa perspectiva de resolução de problemas	45
3.5.2. Contributos da resolução de problemas na construção do conhecimento matemático e no desenvolvimento de competências	47
3.5.3. Resolução de problemas nos currículos alternativos	50
3.5.4. O estudo das estratégias de resolução de problemas	54

<b>Capítulo IV. Metodologia</b>	<b>57</b>
4.1. Opções metodológicas	57
4.2. Participantes do estudo	59
4.2.1. A escola	59
4.2.2. A turma – caracterização geral	60
4.2.3. Os alunos	61
4.3. Processo e recolha de dados	61
4.3.1. Descrição geral do processo	61
4.3.2. A observação participante	63
4.3.3. As entrevistas	65
4.3.4. Análise documental	66
4.3.5. Outros documentos consultados	67
4.4. Análise dos dados	67
<b>Capítulo V. A turma, o programa de Matemática, os problemas e o papel da professora</b>	<b>69</b>
5.1. A turma	69
5.2. O programa de Matemática	69
5.3. Os problemas	71
5.3.1. Características e natureza das tarefas	71
5.3.2. A preparação das tarefas e a sua adaptação aos alunos	72
5.3.3. O ambiente das aulas	76
5.4. O papel da professora da turma	78
<b>Capítulo VI. Estudo de caso do João</b>	<b>81</b>
6.1. O João	81
6.2. Análise descritiva dos problemas resolvidos pelo aluno	82
6.3. As estratégias de resolução de problemas	84
6.3.1. Estratégias regularmente utilizadas pelo aluno	84
6.3.2. Eficácia dos diversos tipos de estratégias de resolução de problemas na aprendizagem	86
6.4. Primeira fase do estudo	88
6.4.1. O aluno e a aula de Matemática	88
6.4.2. O aluno e a resolução de problemas	91
6.5. Segunda fase do estudo	93
6.5.1. O aluno e a aula de Matemática	93
6.5.2. O aluno e a resolução de problemas	96

<b>Capítulo VII. Estudo de caso da Rita</b>	<b>99</b>
7.1. A Rita	99
7.2. Análise descritiva dos problemas resolvidos pela aluna	100
7.3. As estratégias de resolução de problemas	102
7.3.1. Estratégias regularmente utilizadas pela aluna	102
7.3.2. Eficácia dos diversos tipos de estratégias de resolução de problemas na aprendizagem	103
7.4. Primeira fase do estudo	106
7.4.1. A aluna e a aula de Matemática	106
7.4.2. A aluna e a resolução de problemas	108
7.5. Segunda fase do estudo	111
7.5.1. A aluna e a aula de Matemática	111
7.5.2. A aluna e a resolução de problemas	114
<b>Capítulo VIII. Considerações finais</b>	<b>117</b>
8.1. Síntese do estudo	117
8.2. Conclusões do estudo	118
8.2.1. Influência da prática lectiva com base na resolução de problemas na melhoria da aprendizagem do conteúdo matemático em alunos que frequentam um currículo alternativo	118
8.2.2. Influência da prática lectiva com base na resolução de problemas na visão e relação com a Matemática em alunos que frequentam um currículo alternativo	122
8.2.3. Evidências de alguma prática regular nas estratégias de resolução de problemas criadas e/ou utilizadas pelos alunos e eficácia das mesmas na construção do conhecimento matemático	125
8.3. Limitações do estudo	128
8.4. Recomendações	129
<b>Bibliografia</b>	<b>130</b>
<b>Anexos</b>	<b>137</b>



## Índice de Quadros

<b>Quadro 1:</b> Calendarização da recolha de dados	63
<b>Quadro 2:</b> Calendarização dos problemas aplicados	76
<b>Quadro 3:</b> Análise descritiva dos problemas realizados pelo João	83
<b>Quadro 4:</b> Distribuição da classificação do João na resolução de problemas	86
<b>Quadro 5:</b> Análise descritiva dos problemas realizados pela Rita	101
<b>Quadro 6:</b> Distribuição da classificação da Rita na resolução de problemas	104

## Índice de figuras

<b>Figura 1:</b> Esquema de Gimeno (1998) adaptado por Pacheco (2000)	28
---	----

## **Capítulo I – Introdução**

### **1.1 - O contexto**

A mudança da sociedade implica a necessidade de adopção de novas formas de práticas lectivas ao nível da disciplina de Matemática, colocando novos desafios aos professores. O desenvolvimento social e da própria Matemática são hoje factores que influenciam o seu trabalho, obrigando-os a pensar em novas metodologias e novas formas de abordar o currículo.

Quando se pensa na educação e na escola, colocam-se múltiplas interrogações às quais as respostas têm necessariamente aspectos políticos e ideológicos. Será que para todos os alunos, se reconhece o direito à educação e à cultura? Será que se defende a democratização do ensino e se proporciona a igualdade de oportunidades? Lembrando o que diz a Lei de Bases do Sistema Educativo (1986) nos seus princípios constitutivos:

“Todos os portugueses têm direito à educação e à cultura, nos termos da Constituição da República (art.1º) e é da especial responsabilidade do Estado promover a democratização do ensino garantindo o direito a uma justa e efectiva igualdade de oportunidades no acesso e sucesso escolares (art.2º).” (p.1)

Os responsáveis governamentais pela educação têm, ao longo dos últimos tempos, feito algumas alterações no sentido de responder à situação. O ensino recorrente poderá ter sido uma primeira tentativa de inverter a tendência de insucesso escolar. Em paralelo, o currículo do Ensino Básico foi reformulado e os programas de diversas disciplinas foram reformulados.

Em Junho de 1992 é publicado o Despacho Normativo nº 98-A/92 que estabelece o sistema de avaliação dos alunos do ensino básico, onde se reafirmam os princípios e objectivos do LBSE sublinhando o dever de assegurar uma formação geral comum a todos os portugueses e de criar condições de promoção e sucesso escolar a todos os alunos. Passado um ano, o Despacho nº 178-A/ME/93, foi publicado com vista a reorganizar o quadro normativo respeitante às actividades e medidas de apoio educativo, de forma a assegurar a sua eficiência. Neste, especifica-se o conceito de

apoio pedagógico verificando-se agora alguma disponibilidade para a apresentação de projectos de currículos diferentes. No entanto, e apesar destas iniciativas, o insucesso continuou a aumentar e um número elevado de jovens não consegue atingir a escolaridade obrigatória, entretanto alargada para nove anos. Tendo por base esta situação é publicado em 1996 o Despacho nº 22/SEEI/96, de 19/06 (Regulamentação da aplicação de currículos alternativos).

Este despacho permitiu às escolas formarem turmas com um máximo de 15 alunos, em situações extremas de insucesso ou abandono, com um currículo adaptado aos jovens que integram a turma, dando liberdade ao Conselho de Turma para criar novas áreas disciplinares e alterar ou criar novos programas, tendo como referência os planos curriculares do ensino regular e do ensino recorrente. Apesar de muito criticado por alguns sectores da educação, o Despacho foi bem recebido pelas escolas e professores. Ponte, Matos e Abrantes (1998) consideram que a possibilidade das escolas passarem a dispor e de poderem propor currículos alternativos para grupos de alunos do ensino básico é um passo em frente na diversificação curricular, embora apontem perigos:

“Os currículos alternativos envolvem, evidentemente, diversos perigos se forem perspectivados em termos muito estreitos, traduzindo-se num empobrecimento dos objectivos e de conteúdos em relação ao currículo-padrão. Mas estes currículos envolvem também a possibilidade de valorizar certas competências e domínios para alunos com características especiais. Ou seja, o carácter “alternativo” destes currículos pode exprimir-se sobretudo pelo que são capazes de realçar positivamente e não pelo que subtraem em relação ao currículo nacional.” (p.313)

Entretanto, de ano para ano, o número de escolas que se candidataram ao projecto de currículos alternativos foi aumentando. Tendo tido o seu início no ano lectivo de 1997/1998 com 10 escolas o projecto de gestão flexível do currículo alargou-se em 2000/2001 para 184 escolas. As fundamentações deste projecto foram contempladas no Decº-Lei nº 6/2001, o qual aponta para o desenvolvimento da autonomia das escolas e nas adequações do currículo nacional no contexto de cada escola, subjugada a “um projecto curricular, concebido, aprovado e avaliado pelos respectivos órgãos de administração e gestão, o qual deverá ser desenvolvido, em função de cada turma, num projecto curricular de turma, consoante os ciclos”. Espera-se hoje que a escola garanta que todos os estudantes se tornem matematicamente alfabetizados e capazes de prolongar a sua aprendizagem ao longo da sua vida.

Com a publicação das *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar* do NCTM (1991), a importância de reunir esforços no sentido de proporcionar aos alunos uma educação matemática compatível com as novas exigências económicas e sociais é muito realçada. Neste documento são apontados cinco objectivos gerais para todos os alunos – (1) aprender a valorizar a Matemática, (2) tornar-se confiante na capacidade de fazer Matemática, (3) resolver problemas de Matemática, (4) comunicar matematicamente e (5) aprender a raciocinar matematicamente – que reflectem a necessidade de alterar principalmente atitudes e métodos.

A partir de 1986, data em que se fundou a APM (Associação de Professores de Matemática), foram publicados vários artigos sobre a educação matemática onde se destaca a importância da resolução de problemas. De entre eles, referencia-se o documento – *Renovação do Currículo de Matemática* (1988), onde são apontados alguns princípios, pressupostos e orientações para um currículo de Matemática, assim como especificados os grandes objectivos para o ensino da Matemática.

Neste texto, e no que se refere aos objectivos e orientações para o ensino de Matemática, são identificadas as seguintes ideias fundamentais: a) que os alunos sejam confrontados com experiências diversificadas em contextos de aprendizagem ricos e variados; b) que a aprendizagem da Matemática constitua uma experiência positiva com significado e importância por si mesma; c) que encorajem experiências de aprendizagem e que tenham em conta motivações e interesses de natureza individual.

Hoje, o ensino da matemática ainda não está totalmente orientado para desenvolver e avaliar os processos e estratégias de raciocínio, nem as capacidades necessárias para enfrentar e resolver problemas. No entanto, mudar em educação matemática não é tarefa fácil, nomeadamente quando essas mudanças envolvem as práticas e as concepções dos professores e das próprias instituições.

Uma vez que toda e qualquer mudança curricular passa, necessariamente, pelo professor e alunos, estes podem ser a chave fundamental da mudança educativa no âmbito da disciplina de Matemática e da construção do conhecimento matemático. Assim, sabendo que a resolução de problemas está, hoje em Portugal, presente em todos os currículos de matemática, tanto no Currículo Nacional de Ensino Básico como nos actuais Programas de Matemática do Ensino Secundário, é necessário reconhecer grande importância à resolução de problemas no desenvolvimento do currículo de matemática, mesmo no âmbito dos currículos alternativos.

A resolução de problemas deve assim constituir a ideia central da renovação do ensino da Matemática. Em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* dos Estados Unidos da América (NCTM) apresenta, na sua *Agenda for Action*, a resolução de problemas como o foco do ensino da Matemática. Mais tarde, em 1989, é publicado, também pelo NCTM, o *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*.

Este documento, refere a par da resolução de problemas, as conexões, a comunicação e o raciocínio e apresenta numerosas sugestões. A sua intenção é estabelecer normas para o currículo, para o ensino e ser uma proposta de política educativa ao nível da Educação da Matemática. Em 1988, a *Associação de Professores de Matemática (APM)*, no documento *Renovação do Currículo de Matemática*, apresenta e defende mudanças essenciais no ensino e aprendizagem como forma de se alterar o panorama do ensino da Matemática, onde o insucesso é cada vez mais visível. Segundo este documento:

“A Matemática é essencialmente uma actividade criativa constituindo a formulação e a resolução de problemas o seu núcleo fundamental. Por outro lado, nas suas relações com outras ciências e demais actividades humanas, o seu contributo fundamental é ainda o papel que desempenha na resolução dos problemas de cada uma dessas áreas. Por fim concordamos que muitos aspectos da nossa vida diária constituem situações problemáticas.” (p. 23)

Esta posição assumida pela *Associação de Professores de Matemática (APM)* e as posições assumidas a nível internacional, levaram a que a resolução de problemas, assumisse no nosso país um certo destaque. Hoje os novos programas, já valorizam de igual forma a aquisição de conhecimentos, o desenvolvimento de capacidades/aptidões e as atitudes/valores, ao mesmo tempo que privilegiam metodologias de ensino centradas no aluno. Pressupõem que o *aprender matemática* se transforme no *fazer matemática* tal como é preconizado pelo NCTM (1991), o qual reclama o uso de uma variedade de métodos e estratégias de ensino atribuindo à resolução de problemas um lugar central na aprendizagem da Matemática.

Esta perspectiva aponta no sentido de que, em muitas situações, é a análise de um problema do qual não se possuem conhecimentos prévios que irá proporcionar situações de aprendizagem em que são assimilados novos conhecimentos e estabelecidas novas relações (Resnick, referido por NCTM 1991).

No entanto, a integração da resolução de problemas no currículo e num currículo alternativo poderá levantar diversas dificuldades. Que tipo de problemas escolher? Que

peso dar à resolução de problemas? Como melhorar a relação dos alunos com a resolução de problemas?

## 1.2 - O problema em estudo

Tendo em conta este panorama do ensino básico em Portugal e da educação matemática, qual tem sido o papel da disciplina de Matemática? Como tem sido o desempenho dos alunos nesta disciplina? Que esforços têm sido feitos para melhorar a aprendizagem dos alunos? A disciplina de Matemática é sinónima de insucesso, implicando o próprio abandono escolar? E nos currículos alternativos, qual é a visão/relação dos alunos com a Matemática?

A escola deve valorizar os diferentes grupos socioculturais a que os alunos pertencem, isto é, o Sistema Educativo não deve ter em conta a posição do aluno a nível social, devendo dar a todos as mesmas oportunidades de sucesso. Assim, a estrutura curricular na organização da escola deve ser diversificada e aplicável a diferentes situações com conteúdos, métodos e práticas pedagógicas diferenciadas e significativas que permitam o sucesso escolar. A mesma deverá ser adaptada às características dos alunos, em geral, e dos alunos que frequentam turmas onde se desenvolvem currículos alternativos, em particular. A construção de uma escola democrática contempla, assim, a necessidade de um conceito de escola de massas pelo que a garantia do acesso de todos à educação não faz sentido se não forem criadas, em simultâneo, as condições para que a escolaridade de todos os alunos, incluindo alunos de currículos alternativos, seja bem sucedida.

Habitualmente a Matemática é uma das primeiras disciplinas que os jovens abandonam e em que os alunos menos adaptados à escola revelam insucessos acumulados. O insucesso nesta disciplina é, de certo modo, desculpabilizado pela sociedade. Este tipo de atitude e a ideia que o sucesso da Matemática só é alcançável por alunos de elevado grau de inteligência, poderá contribuir para desenvolver nos alunos um sentimento de rejeição pela disciplina. A gravidade do insucesso em Matemática ultrapassa os contornos desta disciplina em si mesma, pois os seus conhecimentos e competências aparecem reclamados como básicos para:

- (i) a aprendizagem noutras disciplinas;
- (ii) a formação cultural de qualquer cidadão;
- (iii) o seu desenvolvimento cognitivo mais amplo.

Orientações curriculares mais específicas destacam a resolução de problemas como uma forma de dar a cada aluno a possibilidade de desenvolver uma maneira pessoal de encarar a Matemática e de realizar actividades matemáticas próprias para o desenvolvimento de conhecimento matemático com significado.

Com este trabalho procura-se analisar/compreender se o aluno que frequenta uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo de Matemática, pode, com base numa prática lectiva assente na resolução de problemas, criar e/ou utilizar estratégias de resolução que levem à construção de conhecimento matemático e a sua efectiva utilização.

Procura, igualmente, compreender em que medida, essa prática lectiva assente na resolução de problemas, pode constituir um factor influente na melhoria da aprendizagem e também no sentido de influenciar a sua visão e relação com a Matemática.

Assim, as questões orientadoras são:

- As estratégias de resolução criadas e/ou utilizadas pelos alunos para resolverem problemas evidenciam alguma prática regular?
- As diferentes estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na resolução de problemas permitem a construção de conhecimento matemático?
- Em que medida a prática lectiva com base na resolução de problemas pode ser factor influente na melhoria da aprendizagem matemática de alunos que frequentam uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo?
- De que modo a prática lectiva com base na resolução de problemas pode influenciar a visão e relação com a Matemática de alunos inseridos numa turma onde se desenvolve um currículo alternativo?



Este trabalho pretende contribuir para a compreensão de alguns problemas relacionados com os alunos de uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo, relativamente à disciplina de Matemática.

Espera-se, então, compreender se a prática lectiva assente na resolução de problemas pode ser uma via para a construção do conhecimento matemático e influenciar a visão e relação destes alunos com a Matemática.

### 1.3 – Importância do estudo

Nesta moderna e complexa sociedade, em que as mudanças são rápidas e constantes, a informação tende a desactualizar-se muito depressa. É consensual na literatura de investigação, nas recomendações dos investigadores e da Associação de Professores de Matemática, a necessidade dos alunos desenvolverem actividades matemáticas significativas:

“Basicamente é recomendada uma ênfase na realização pelos alunos, de actividades matemáticas significativas, como a resolução de problemas e a aplicação da Matemática a situações da vida real. Considera-se que as situações de aprendizagem devem ser diversificadas e incluir momentos de discussão, tanto entre o professor e os alunos, como entre os alunos.” (APM, 1998, p.32)

No diagnóstico realizado pelo grupo de trabalho *Matemática 2001* da Associação de Professores de Matemática (APM), verifica-se que a situação real em Portugal é distante da desejada. Segundo o mesmo relatório, o grupo de trabalho recomenda que:

“A prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos (nomeadamente, resolução de problemas e actividades de investigação e que diversifiquem as formas de interacção em aula, criando oportunidades de discussão entre os alunos, de trabalho de grupo e de trabalho de projecto. A prática pedagógica deve utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados (nomeadamente, situações da realidade) e a utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem.” (APM, 1998, p.44)

Desta forma, considera-se que o desafio que os professores de Matemática têm enfrentado tem sido, e continua a ser, a organização de actividades significativas de ensino e aprendizagem na sala de aula, de modo a possibilitar que os alunos

desenvolvam a capacidade de resolver problemas e possam melhorar a sua visão e relação com a disciplina de Matemática.

A pertinência deste estudo, tendo em conta a experiência lectiva de um ano escolar numa turma onde se desenvolveu um currículo alternativo de Matemática, a opinião de alguns docentes de escolas que aderiram ao projecto dos Currículos Alternativos e o Relatório do Conselho de Acompanhamento destes currículos do Ministério da Educação (DEB, 1997) coloca-se no sentido de que alguns dos actuais métodos de ensino não são compatíveis com o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas em alunos envolvidos neste tipo de currículos.

O investigador ao longo da sua carreira como professor já leccionou Matemática numa turma onde se desenvolveu um currículo alternativo e, durante esse ano escolar, esteve envolvido na discussão, implementação e reflexão do referido currículo. Os princípios onde poderão assentar algumas práticas lectivas para com os alunos no âmbito destes currículos, em particular na área da Matemática, precisam de alguma reorganização.

Deste modo, pretende-se contribuir para analisar e compreender se, dando ênfase às estratégias informais dos alunos na resolução de problemas, existirão condições para uma aprendizagem com qualidade e uma mudança da visão e relação destes alunos com a Matemática.

Os currículos alternativos envolvem, evidentemente, diversos perigos se forem perspectivados em termos muito estreitos, podendo-se traduzir num empobrecimento dos objectivos e dos conteúdos, sem qualquer valorização positiva que leve em conta a especificidade dos seus destinatários.

Sendo assim, o carácter “alternativo” destes currículos deverá exprimir-se, sobretudo, pelo que poderão ser capazes de realçar positivamente e não pelo que subtraem em relação ao currículo nacional. O modelo pedagógico que se irá experimentar poderá, através de uma base inovadora neste tipo de currículos (a actividade de resolução de problemas como prática lectiva) lançar novas perspectivas de construção do conhecimento matemático em alunos que frequentam currículos alternativos a Matemática.

Este estudo pretende, então, analisar/compreender alguns pontos relativamente a:

- a) efeitos da resolução de problemas nos alunos;

b) sucesso/insucesso escolar dos alunos que frequentam uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo de Matemática com uma prática lectiva centrada na resolução de problemas;

c) analisar o grau de adequação das práticas pedagógicas às necessidades destes alunos;

d) analisar as diferentes estratégias regularmente utilizadas pelos alunos na resolução de problemas e na construção de conhecimento matemático;

e) contribuir para a compreensão de factores influentes na aprendizagem da Matemática por parte dos alunos que frequentam uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo;

f) contribuir para a compreensão de factores influentes na visão e relação destes alunos com a Matemática.

#### **1.4 - Organização do estudo**

Este estudo está organizado, fundamentalmente, em duas partes. A primeira parte refere-se à fundamentação teórica e a segunda à parte empírica.

A primeira parte inclui os capítulos 2 e 3 que dizem respeito aos temas centrais deste estudo: o currículo e o ensino de Matemática / resolução de problemas. Cada um destes capítulos contém a revisão da literatura sobre o respectivo tema e o posicionamento que se assume em relação aos temas discutidos. Estes dois capítulos constituem o quadro de referência que sustenta e orienta o estudo.

A segunda parte do estudo inclui os restantes capítulos – 4, 5, 6, 7 e 8. O capítulo 4 diz respeito ao quadro metodológico adoptado. Neste capítulo são descritos e justificados os procedimentos e opções tomadas. O capítulo 5 incide sobre uma descrição/caracterização da escola, turma, programa de Matemática e problemas aplicados, sobre os quais incidiu este trabalho.

Os capítulos 6 e 7 referem-se aos estudos de caso dos alunos João e Rita respectivamente. Nestes capítulos é feita uma análise dos resultados obtidos em cada aluno, segundo um guião, que é idêntico nos dois casos, tendo em conta as questões da investigação. Apresenta-se, assim, uma síntese dos principais aspectos relativos ao estudo de forma sistematizada e organizada por temas de análise.

Depois de discutidos os principais resultados do estudo, são apresentadas no capítulo 8, as conclusões/considerações finais com um conjunto de possíveis implicações no ensino/aprendizagem da Matemática no âmbito de um Currículo Alternativo.

## Capítulo II – O Currículo

### 2.1 - O Currículo e a escola

A palavra currículo é recente no vocabulário educativo, tendo a reforma curricular dos anos 80, vulgarizado o termo no panorama educativo português. Embora muito utilizada, os significados que lhe foram sendo atribuídos nem sempre tiveram o melhor sentido, uma vez que o termo tem sido utilizado em diversos contextos:

“Não se trata pois «inventar» a ideia de currículo, mas de tomar consciência da sua natureza histórico-social-realidade socialmente construída, e construção em permanente devir. Pensar historicamente o currículo e a escola implica assim tomar consciência da mutabilidade da realidade com que lidamos e abandonar uma visão estática e irrealista das instituições e das suas funções – como se elas existissem desde sempre e permanecessem confortavelmente imutáveis, tal como nos habituámos a vê-las.” (Roldão, 1999, p. 25)

Currículo é assim um conceito passível de múltiplas interpretações no que ao seu conteúdo se refere e quanto aos inúmeros modos e variadas perspectivas acerca da sua construção e desenvolvimento. Mas, se procurarmos defini-lo diacronicamente, no quadro histórico-cultural da relação da escola com a sociedade, então podemos dizer que currículo escolar é – em qualquer circunstância – o conjunto de aprendizagens que, por se considerarem socialmente necessárias num dado tempo e contexto, cabe à escola garantir e organizar.

Para Roldão (1999) o que se considera desejável varia, as necessidades sociais e económicas variam, os valores variam, as ideologias sociais e educativas variam e/ou conflituam num mesmo tempo – e o currículo escolar corporiza, ao longo dos tempos e em cada contexto, essa variação e essa conflitualidade. Torna-se então claro que os programas nacionais que todos conhecemos, aprendemos e ensinamos, enquadrados no funcionamento uniforme da escola e do sistema educativo que é nosso, constituem currículo e corporizam uma determinada forma de o gerir, adequada às finalidades de um longo período da história das escolas e dos sistemas.

Roldão (1999) define o conceito de currículo escolar, no contexto da escola e sociedade como “ o conjunto de aprendizagens que, por se considerarem socialmente necessárias num dado tempo e contexto, cabe à escola garantir e organizar. Em cada contexto e ao longo dos tempos, o currículo deverá ser flexível incorporando assim, as variações das necessidades sociais e económicas, dos valores e ideologias sociais e educativas” (p.24).

Já Goodson (1997) e Pacheco (1996) referem o currículo como construção social e cultural. Para Goodson (1997) o currículo escolar é um artefacto social, concebido para realizar determinados objectivos humanos específicos. José Pacheco (1996) faz um estudo bastante exaustivo acerca da Teoria e Desenvolvimento Curricular referenciando diversos autores, comparando as suas diferentes definições e posicionamentos sobre o assunto, para mostrar a diversidade de aceções diferentes, ambiguidades e divergências, que se encontram no meio académico, chegando a afirmar:

“Ao mesmo tempo que adquiriu uma crescente relevância na educação, também é certo que o currículo originou uma grande confusão terminológica que acentuou as divergências existentes no pensamento curricular.” (p. 15)

Na variedade de definições que se encontram na literatura, Pacheco (1996) procura pontos comuns englobando as diversas sensibilidades em duas perspectivas, uma anglo-saxónica e outra latina-europeia:

“ (...) falar de currículo ou falar de programa representa uma mesma realidade, sobretudo na tradição latina-europeia, como sinónimos. (...) a perspectiva curricular anglo-saxónica conceitua o currículo de uma forma abrangente, englobando tanto as decisões ao nível das estruturas políticas como ao nível das estruturas escolares.” (pp.16-17)

Ponte, Matos e Abrantes (1998) indicam os aspectos que, de um modo geral, um currículo contempla: objectivos, conteúdos, metodologias e materiais, e formas de avaliação. Tal como os autores anteriores, constataam a existência de significados muito diversos para este termo, e procuram sistematizá-los:

“Num sentido restrito, o currículo escolar inclui os nomes e a sequência das disciplinas que constituem um curso e, eventualmente, as matérias que são leccionadas em cada uma dessas disciplinas. Mas o currículo também pode designar o conjunto das acções educativas planeadas pela escola de uma forma deliberada, mesmo que sejam realizadas parcial ou totalmente fora das aulas, incluindo portanto actividades tradicionalmente chamadas “extracurriculares”. Num sentido ainda mais amplo, o currículo pode ser identificado com tudo o

que os alunos aprendem, seja como resultado de um ensino formal por parte dos professores ou através de processos informais e não previstos, os quais constituem aquilo que alguns autores têm designado por currículo escondido ou oculto.” (p.18)

É interessante destacar aqui o termo extracurricular que, como os autores referem, diz tradicionalmente respeito, em Portugal, a actividades que se desenvolvem na escola fora da sala de aula. Este termo, com este significado, encerra no fundo o conceito de currículo que tem predominado no nosso país. Mas uma leitura rápida pelos autores que se dedicam a este tema, dá-nos conta da diversidade de opiniões, da subtilidade das diferenças entre os vários significados, da dimensão dos estudos sobre este assunto.

Em Portugal, até há bem pouco tempo, quando pensávamos em currículo, pensávamos num somatório de programas disciplinares definidos superiormente por alguém estranho aos professores, implementado pelos professores, cada qual com a sua interpretação própria dos documentos que recebia e finalmente, quando chegava aos alunos, nem sempre estes o entendiam da mesma forma que os anteriores intervenientes, o que originava desfasamento entre as intenções iniciais e o resultado final. Este era o modelo tradicional de desenho curricular, que hoje se questiona.

Mas que mudanças estamos a atravessar? Na escola de hoje, caracterizada pela diversidade da população docente e discente, o centro das discussões e divergências entre os responsáveis coloca-se, no fundo, sobre que escola queremos construir com todos e para todos. O que podemos e devemos ensinar na escola? Como a devemos organizar? O desafio central é construir um currículo para todos.

### **2.1.1 – Funções da escola como instituição**

Assumindo-se o currículo como o conjunto de aprendizagens consideradas socialmente desejáveis e necessárias num dado tempo e sociedade que a instituição escola tem a responsabilidade de assegurar, tal como Pacheco (1996), Goodson (1997) e Roldão (1999) referem e sabendo que as aprendizagens que integram um currículo podem ser de todo o tipo, ou seja, sociais, conceptuais, técnicas e estar organizadas de inúmeras maneiras – por afinidades, por campos de saber científico, por problemas da vida prática, devem as escolas perguntar: O que quer esta escola conseguir? Que “rosto” quer ter nas aprendizagens que oferece? Que pode e quer a escola decidir para o alcançar? Como? Que aspectos vão deixar na sombra para valorizar outros que considera mais importantes? Que competências prioritárias pretendem desenvolver?

A escola e o seu currículo devem constituir uma etapa que concretize de uma forma ampla o princípio democrático contribuindo, decisivamente, para aprofundar a democratização da sociedade, numa perspectiva de desenvolvimento e de progresso promovendo a realização individual e social de todos os alunos, a qual é defendida por Pacheco (1996), Goodson (1997) e Roldão (1999). A Lei das Bases do Sistema Educativo define um conjunto de objectivos gerais que deverão ser prosseguidos na escolaridade básica para ir ao encontro das finalidades atrás mencionadas. O Ensino Básico (escolaridade obrigatória) persegue três grandes objectivos gerais:

“-Criar as condições para o desenvolvimento global e harmonioso da personalidade, mediante a descoberta progressiva de interesses, aptidões e capacidades que proporcionem uma formação pessoal, na sua dupla dimensão individual e social.”

-Proporcionar a aquisição e domínio de saberes, instrumentos, capacidades, atitudes e valores indispensáveis a uma escolha esclarecida das vias escolares ou profissionais subsequentes.”

-Desenvolver valores, atitudes e práticas que contribuam para a formação de cidadãos, conscientes e participativos, numa sociedade democrática.” (DEB, 1992, p. 36)

A escola deve então ter diversas funções sociais. Neste sentido, e de acordo com Perrenoud (1994), considera-se que em primeiro lugar deve servir de base ao desenvolvimento de uma cultura científica e tecnológica, através daqueles que se ocupam do desenvolvimento e manutenção dos artefactos dessa cultura. Em segundo lugar, dada a grande variedade das suas aplicações e a imagem de “conhecimento objectivo” que adquiriu, a escola deve assumir o papel de principal instrumento para se poderem atingir certos objectivos profissionais e pessoais. Deve também servir para promover o desenvolvimento das crianças e dos jovens, estimulando uma maneira de pensar importante para a vida social e para o exercício da cidadania.

Este é o plano em que a escola serve as necessidades dos indivíduos – de todos os indivíduos como seres sociais. Incluem-se aqui os aspectos mais directamente utilitários da escola, mas não são esses aspectos que justificam a importância da mesma. São, isso sim, a capacidade de entender a linguagem usada na vida social e a capacidade de usar um modo escolarizado de pensar em situações de interesse pessoal, recreativo, cultural, cívico e profissional. Em teoria, todos reconhecem esta função fundamental da escola como instituição. Na prática, infelizmente, é muitas vezes a que parece ter menos importância.



Segundo o NCTM (1991), as escolas tal como hoje estão organizadas, são um produto da época industrial. Na maior parte dos países democráticos, as escolas foram criadas para proporcionar à generalidade dos jovens a formação necessária para se tornarem trabalhadores nos campos, fábricas e nas lojas. Como resultado de tal escolaridade, também se esperava que os alunos ficassem suficientemente instruídos para serem eleitores informados.

O sistema educativo da época industrial não corresponde às necessidades económicas do tempo presente. “Os novos objectivos sociais da educação incluem (1) trabalhadores matematicamente alfabetizados, (2) aprendizagem durante toda a vida, (3) oportunidades para todos e (4) um eleitorado informado.” (NCTM, 1991,p.3)

Sem menosprezar a importância das características a desenvolver nos jovens com vista a uma ocupação futura, pois os cidadãos precisam de participar na sociedade, ter um lugar activo e sentirem-se úteis participando com uma certa profissão para o bem comum, pensa-se que não devem ser as necessidades das empresas a ditar as leis de funcionamento da sociedade e muito menos da escola. Quando Jonh Dewey (1966) afirma que a escola deve ter finalidades próprias não dependentes de outras instituições, tem implícita uma crítica a esta posição.

Para Philip Perrenoud (1999) coexistem duas visões de currículo: “uma consiste em percorrer o campo mais amplo possível de conhecimentos, sem se preocupar com a mobilização em determinada situação, o que equivale, mais ou menos abertamente, a confiar na formação profissionalizante ou na via para garantir a construção de competências; a outra, aceita limitar, de maneira drástica, a quantidade de conhecimentos ensinados e exigidos para exercitar de maneira intensiva, no âmbito escolar, a sua mobilização em situação complexa” (pp.10-11). O equilíbrio entre estas duas tendências tem flutuado ao longo das décadas, embora a primeira pareça dominar a história da escola.

Perante este dilema Perrenoud (1999) situa-se nitidamente entre os defensores da segunda visão explicitando que a escola deve ser, por excelência, um local onde se adquirem competências, definindo competência como sendo “uma capacidade de agir eficazmente num determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar a eles” (pp.10-11). A escola não se pode limitar ao papel de transmissão de conhecimentos que, por si só, não são garantia de que os jovens desenvolvam capacidades para enfrentar e resolver problemas ou mesmo de aplicar os conhecimentos que adquirem em diversos contextos. Um dos grandes obstáculos ao ensino por

competências é este estar por demais associado a rotinas pedagógicas e didáticas e a uma enorme compartimentação disciplinar.

Ensinar por competências, em torno da resolução de problemas, requer, segundo Perrenoud (1999) uma grande flexibilidade do professor. A resolução de um problema pode fazer surgir boas oportunidades para abordar assuntos previstos, que o professor deve ter a coragem de enfrentar, mesmo deixando outros temas para segundo plano.

Pelo atrás mencionado, conclui-se que a escola deve então desenvolver padrões de crescimento dos alunos que, permitindo a cada indivíduo manter e melhorar a sua identidade, num diálogo processual, com a realidade social em constante transformação, lhe possibilitem uma auto-formação dinâmica e uma correcta adequação à sociedade.

O NCTM (1991) afirma que em função deste objectivo geral torna-se evidente a necessidade de desenvolver capacidades que permitam ao jovem um integral ajustamento ao mundo em que se vive. Assim, o conjunto de acções que a escola, o professor, a família e o meio exercem no processo de socialização dos jovens, devem ser enfocados por uma visão do ensino que, para além de enfatizar o domínio cognitivo, enfatize também o domínio sócio-afectivo já que, como o tem mostrado a recente psicologia da educação, todo o conhecimento é inútil quando desacompanhado de motivações, interesses e atitudes.

Ao reconhecermos que a escola não se pode limitar ao papel de transmissão de conhecimentos (Perrenoud, 1999) esta deve ser o lugar privilegiado do encontro dos vários agentes educativos na procura solidária, quer dum projecto de alargamento da autonomia individual, quer da autonomia social. É deste modo que o devir educacional, ainda que não se reduzindo à escola ela mesma, deve ter o seu lugar preferencial na escola, entendendo-se esta, não já como o lugar de transmissão de conhecimento cujo centro seria a sala de aula onde o professor encarnaria o corpo histórico da disciplina que se auto-legitima como sendo o lugar do saber, mas antes entendendo a escola como um centro educativo cuja inscrição num território educativo permitiria accionar um feixe de solidariedades comprometidas num projecto de alargamento da autonomia individual e social.

Decorre desta concepção o deslocamento da função do professor, assumindo este o papel de organizador de aprendizagens no processo sequencial de auto-realização do indivíduo ou, se o quisermos, dos interlocutores do processo de aprendizagem.

### 2.1.2 - Abandono/Insucesso escolar

A organização da escola deve permitir uma estrutura curricular diversificada (Roldão, 1999), conteúdos, métodos e pedagogias diferenciadas para conduzir ao sucesso escolar adaptando-se, quer às características dos diferentes grupos de alunos quer, mesmo, aos diferentes alunos dentro destes grupos. Sendo obrigatória a escolaridade básica, por se entender que ela é necessária para que todos os indivíduos se realizem como pessoas e como cidadãos, a escola terá que criar condições para atingir essa meta. Em Portugal, os segundo e terceiro ciclos do ensino básico, apesar de receberem alunos de todos os estratos sociais, não funcionam como uma escola de massas promotora do sucesso escolar. Continuam a ser, no essencial, modelos de ensino pensados para turmas homogêneas, constituídas por alunos interessados e preparados para aprender o que a escola tem para transmitir.

A garantia do acesso de todos à educação (NCTM, 1991) não faz sentido se não forem criadas, em simultâneo, as condições para que essa escolaridade seja bem sucedida. Na escolaridade obrigatória, o grande objectivo é fazer com que cada aluno seja bem sucedido como pessoa e como estudante. O ensino básico não pode ser uma etapa difícil e angustiante para a maioria dos alunos, um obstáculo que é preciso vencer para prosseguir os estudos (Pires, 1988). Os problemas do baixo rendimento escolar e o próprio abandono escolar, não podem ser unicamente explicados por dificuldades de aprendizagem individuais. Estes devem também ser vistos como reflexo de inaptações do próprio sistema escolar.

O abandono escolar precoce é pois um fenómeno que se acentua com o prolongamento da escolaridade obrigatória. O abandono ou desistência significa que "um aluno deixou a escola sem concluir o grau de ensino frequentado, por outras razões que não sejam a transferência de escola ou (...) a morte" (Benavente e Correia, 1981;p.25). Os estudos sobre o abandono escolar efectuados em Portugal referem múltiplas causas relacionadas com as regiões, o grau de ensino e os contextos económicos, sociais e familiares.

A este propósito, São Pedro (1987) citado por Azevedo (1994) diz que "o rendimento económico das famílias condiciona em grande medida o prosseguimento de estudos por parte dos alunos. É das famílias de mais baixos recursos que sai a esmagadora maioria dos alunos que abandonam a escola no fim do sexto ano de escolaridade" (p.26). Mas, a

causa mais frequente são problemas com a escola que levam ao abandono de alunos que, em muitos casos, já foram abandonados pela escola.

Tendo por base o ano lectivo em que o autor deste estudo trabalhou com uma turma onde se desenvolveu um currículo alternativo de Matemática e as situações que foram ocorrendo com os alunos, o abandono escolar parece estar ligado a situações de pobreza nos meios rurais e suburbanos com reduzidas expectativas de acesso ao mercado de trabalho. Das opiniões ouvidas ao longo desse ano (pais e alunos), a escola é ainda vista como um campo afastado do quotidiano e do mundo do trabalho, enquanto que nos subúrbios dos principais centros urbanos os alunos permanecem durante anos repetindo o mesmo currículo, acabando por abandonar a escola após um longo processo de desmotivação.

No decorrer desse ano lectivo constatou-se que algumas das causas do abandono escolar estiveram relacionadas, principalmente, com alunos de famílias alargadas. Estes agregados familiares recorrem algumas vezes a práticas de entreatajuda envolvendo os seus membros mais jovens, favoráveis à sua rápida inserção na vida activa. Verificou-se também que outro factor conducente ao abandono relaciona-se com as escolas que, devido à sua localização sócio-geográfica, têm dificuldade em fixar docentes qualificados e em desenvolver um projecto educativo de escola que vá de encontro às necessidades da sua população escolar.

A escola enquanto estrutura complexa de recursos humanos e materiais, também poderá ser um factor de insucesso, podendo dar um importante contributo para minorar as desigualdades escolares. Segundo Perrenoud (1994), deve-se investir na transformação da própria escola, das suas estruturas, conteúdos e práticas educativas, procurando responder às necessidades dos diversos públicos que a frequentam. O regime de avaliação dos alunos, tem sido apontado como um dos aspectos organizacionais que mais contribuem para o insucesso maciço de determinados grupos sociais. Acontece com alguma frequência que alunos repetentes acabem por ter resultados inferiores aos que haviam obtido no ano anterior. Outro aspecto organizacional da escola, com consequências no insucesso, é o relacionado com os horários dos alunos sujeitos a transportes escolares, uma vez que saem de casa bastante cedo e chegam bastante tarde, o que os prejudica, muitas vezes, em termos de aproveitamento.

O meio familiar é o contexto onde se desenrolam as primeiras interacções que, eventualmente, maior peso irão ter no desempenho escolar dos alunos logo nos

primeiros anos de escolaridade. É também a partir do seio da família que a criança inicia outras interações, mais alargadas a grupos de convívio e onde vai construindo o seu sistema de comunicações e valores. Do sistema de comunicação faz parte a linguagem que vai condicionar novas aprendizagens, consoante a maior ou menor proximidade dos discursos familiar e escolar. Por outro lado, a capacidade económica dos pais facilita a aquisição de livros, uma boa alimentação, espaços adequados e uma apresentação cuidada.

Tudo isto contribui para a manutenção de uma auto-estima facilitadora do sucesso e da integração do aluno na escola. Com efeito, é manifestamente mais difícil a integração dos alunos provenientes de grupos familiares mais desfavorecidos económica e culturalmente. Estes pais tendem a ver na escolaridade dos filhos o lado prático, isto é, um meio de aprenderem a ler, escrever e contar, enquanto que os pais mais favorecidos encaram a escola como um meio que lhes permite assegurar o estatuto familiar e eventualmente ascender a grupos profissionais e sociais superiores aos seus. As expectativas pouco ambiciosas dos pais menos favorecidos em relação à escola estão, em parte, condicionadas pela necessidade que estes têm de que os filhos iniciem alguma actividade que possa ajudar o orçamento familiar, o que abarca algumas das situações de abandono escolar.

O perfil do aluno em risco de abandono escolar pode-se definir segundo Tavares (1990), nos seguintes termos: aluno com um percurso escolar marcado por mais de um insucesso, com um nível etário desfasado do seu nível académico, com problemas de saúde, com um projecto de vida que não passa pela escola, com uma auto-imagem negativa, considerando-se incapaz quando encontra dificuldades que não consegue superar, indisciplinado, com problemas económicos e que vive num contexto que o atrai precocemente para o mundo do trabalho.

Freire (2001) citado por Amado e Freire (2002, p.188), considera também que “o insucesso escolar, a desmotivação face à escola e, mesmo, o abandono escolar parecem estar associados à indisciplina”. Em suma, o abandono escolar é um sinal de insucesso da sociedade em que vivemos. Como tal e na tentativa de repensar a escola deve-se procurar encontrar estratégias de intervenção junto dos que deixaram o sistema educativo e, principalmente, prevenir futuros abandonos, seguindo a posição de Perrenoud (1999) a qual explicita que a escola deve ser um local onde os alunos adquirem competências, definindo-as como “capacidades de agir eficazmente numa determinada situação”.

Procurando fazer um despiste precoce dos potenciais abandonos, tem-se investigado as suas causas individuais, sociais e escolares, no sentido de circunscrever o problema. A primeira das estratégias utilizadas na prevenção do abandono tem sido referida como "intervir cedo". Deve-se agir desde os primeiros anos, ajudando a criança a ganhar confiança na sua capacidade de aprender, a desenvolver o gosto pela aprendizagem preparando-a para aprender ao longo da vida. À escola (Roldão, 1999) compete contribuir para evitar muitas das situações que levam ao abandono, quer pelas vivências que proporciona quer pelas estratégias que desenvolve. O sistema escolar e o seu currículo não podem continuar a permitir que os jovens os abandonem sem ter o domínio dos conhecimentos e das competências que a sociedade considera necessário para a realização cultural, pessoal e para a inserção social, tal como afirmam Pacheco (1996) e Goodson (1997).

## **2.2 – Currículo do Ensino Básico – um currículo de competências**

A publicação do Decreto-Lei nº 6/2001 de 18 de Janeiro, que estabelece os princípios da organização curricular do ensino básico, bem como da avaliação das aprendizagens e do processo de desenvolvimento do currículo nacional (Artigo 1º), antecede o documento homologado por despacho de 21 de Outubro de 2001, onde consta a noção de competência e a necessidade desta orientar todos os ciclos do Ensino Básico.

Neste documento, intitulado "Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais", apresenta-se o significado da referida noção e especificam-se as competências gerais, as competências transversais e as competências específicas para as diversas áreas curriculares disciplinares (não constam as competências específicas para as áreas curriculares não disciplinares, as quais fazem parte integrante do referido currículo).

O Currículo Nacional (2001) explica, na nota de apresentação, que se trata, portanto, de um documento que constitui uma referência central para o desenvolvimento do currículo, evidenciando-se como um instrumento essencial no processo de inovação em curso e, conseqüentemente, como uma orientação nacional para o trabalho de formulação e desenvolvimento dos projectos curriculares da escola e de turma a realizar pelos professores, a partir do ano lectivo de 2001/2002. Explica, ainda, que o seu conteúdo resulta de um trabalho de discussão, realizado ao longo de vários anos, que

envolveu um grande número de professores, grupos de trabalho, reuniões e pareceres (de Universidades, Escolas Superiores de Educação, Associações de Professores e de centenas de escolas do ensino básico).

Estas novas orientações curriculares estão então formuladas em termos de competências e de tipos de experiências de aprendizagem a proporcionar aos alunos. Estas competências, entendidas como saberes em acção, integram conhecimentos, capacidades e atitudes a desenvolver pelos alunos por área disciplinar e por ciclo, assumindo-se o ensino básico como um todo, o que torna evidente a necessidade da escola e assim do currículo desenvolver capacidades que permitam ao jovem um integral ajustamento ao mundo em que vive e um crescimento da sua identidade (NCTM, 1991). Relativamente à Matemática, considera-se que:

“A ênfase da Matemática escolar não está na aquisição de conhecimentos isolados e no domínio de regras e técnicas, mas sim na utilização da Matemática para resolver problemas, para raciocinar e para comunicar, o que implica a confiança e a motivação pessoal para fazê-lo.” (DEB, 2001,p.58)

Ainda de acordo com o *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências essenciais* (DEB, 2001) estas orientações perspectivam a Matemática como “uma significativa herança cultural da humanidade e um modo de pensar e aceder ao conhecimento” (p.58) e assumem que “a razão primordial para se proporcionar uma educação matemática prolongada a todas as crianças e jovens é de natureza cultural” (p.58). Deste modo, acentuam o carácter formativo da Matemática escolar.

Neste documento, os conhecimentos, as capacidades e as atitudes são tratados de modo integrado. Sugere-se que o ensino seja feito a partir de situações do dia-a-dia em que a Matemática é usada. Recomenda-se que sejam proporcionados aos alunos experiências de aprendizagem significativas, nomeadamente “projectos transdisciplinares e actividades interdisciplinares” (p.59), tornando-se possível integrar saberes diversificados.

### **2.2.1 - Desenvolvimento por competências**

Da definição de currículo escolar apresentada por Roldão (1999) compreende-se que com o evoluir da sociedade, novas exigências curriculares vão emergindo, colocando deste modo renovados desafios sociais à escola. Enquanto no passado se privilegiava a aquisição de conhecimentos e a capacidade de os reproduzir de forma correcta e rápida,

na actualidade, reconhece-se como indispensável ser-se capaz de operar em contextos complexos, caracterizados por problemas mal definidos e de desenvolver processos e/ou estratégias abstractas, dinâmicas e integradas. É neste contexto que pela primeira vez em Portugal se pode encontrar expresso em documentos oficiais o termo competência.

Perrenoud (1999) ao procurar clarificar o conceito de competência fala de uma invenção bem temperada, querendo com isto dizer que quando estamos face a uma situação nova o que procuramos fazer em primeiro lugar é estabelecer uma analogia com outra situação que já conhecemos do passado. Em seguida, mobilizamos recursos idênticos ao que fizemos anteriormente. Mas, apenas isso não chega. Se a situação é nova, ela tem algo diferente da anterior. É então que devemos introduzir um certo nível de criatividade, de forma a sermos capazes de responder à situação no que ela tem de singular e de distinto quando comparada com todas as anteriores por nós conhecidas.

Com a Reorganização Curricular do Ensino Básico, o termo competência passou então a fazer parte do vocabulário dos educadores portugueses. No entanto, o consenso em relação ao seu significado e, em especial, à sua operacionalização ainda só se vislumbra ao fundo do túnel. Nos documentos portugueses de política educativa encontram-se explicações que clarificam a concepção que está subjacente, mas parece que os professores ainda têm algumas dúvidas relativamente à forma de promover o desenvolvimento de competências (Ponte, J. P., Matos, J. M. e Abrantes, P. (1998).

Para Roldão (1999) a conjugação de vectores de preservação disciplinar e, ao mesmo tempo, a necessidade de dar resposta às novas necessidades da sociedade, traz contradições e campos de conflito, de onde surge o problemático equilíbrio entre o “apetrechamento com uma cultura humanística-científica ou o domínio de competências de vida e saberes pragmático-funcionais” (p.27). Para esta autora, o currículo não deve continuar a evoluir na lógica pendular, colocando essas vertentes em alternativa: a cultura ou competências de vida; saberes ou processos de trabalho; uniformidade ou escolha totalmente livre; formar as dimensões pessoais e sociais do aluno ou apetrechá-lo com bom nível de conhecimentos. Com o desenvolvimento por competências não há uma desvalorização dos saberes, da cultura humanística-científica, mas sim uma valorização dos mesmos num contexto de utilidade prática e real.

Na abordagem por competências existe o pressuposto de que é necessário ensinar a todos os alunos o que eles precisam para serem cidadãos capazes de analisar, planear, decidir, expor as suas ideias, ouvir as dos outros, enfim, capazes de terem uma participação activa na sociedade em que vivem, pressuposto este presente no NCTM



(1991). Perrenoud (2001) realça que a escola não deve ensinar por ensinar, marginalizar as referências às situações da vida e não gastar tempo no treino da mobilização dos saberes para situações complexas.

Os currículos orientados para o desenvolvimento de competências podem constituir um progresso enorme num triplo sentido: (i) no das finalidades, porque se trata de dar prioridade aos saberes úteis na vida das pessoas em oposição aos saberes por uma minoria que pretende seguir os estudos superiores; (ii) no do trabalho e dos saberes escolares, relacionados com o conhecimento e a acção, ligando os saberes às práticas sociais; e (iii) no registo didáctico e pedagógico, uma vez que esta abordagem permite o desenvolvimento profissional dos professores no sentido das visões evolutivas e activas da aprendizagem, das estratégias de projecto, de trabalho por problemas (Perrenoud, 2001).

### **2.2.2 – A Matemática e a competência matemática**

A Matemática faz parte dos currículos por razões de natureza cultural, prática e cívica que têm a ver com o desenvolvimento dos alunos enquanto indivíduos e membros da sociedade. O ensino da Matemática pode proporcionar aos alunos um contacto com as ideias e métodos fundamentais da Matemática, permitindo aos alunos apreciar o seu valor e a sua natureza e desenvolver a capacidade e confiança pessoal no uso da mesma para analisar e resolver situações problemáticas, raciocinar e comunicar (DEB, 2001):

“A educação matemática pode contribuir, de um modo significativo e insubstituível, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dependentes mas pelo contrário competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática.” (Abrantes *et al.*, 1999, p.11)

Assim, pensar a Matemática apenas como um sistema formal, reduzir o raciocínio matemático à dedução e identificar a actividade matemática com a “manipulação” de símbolos sem significado, leva a uma concepção redutora orientando-nos para uma visão incompleta e parcial da Matemática e do próprio currículo, escondendo o carácter criativo da actividade de matemática. Pode sustentar-se que a Matemática nasceu como uma ciência aplicada sendo, por natureza, aplicável. Sendo ou não, essa sua aplicabilidade, durante todo o seu desenvolvimento, cresceu e estendeu-se a muitos domínios.

Nos dias de hoje é inegável a crescente importância da Matemática considerando-se, tal como qualquer outra ciência, resultante de um processo contínuo de questionamento e problematização. A mudança de visão veio trazer importantes mudanças no que diz respeito ao seu ensino, dando-se hoje ênfase ao como e porquê, onde o relacionar, descobrir ou criar conhecimento surge no decorrer de uma actividade com um dado propósito. Deste modo e de acordo com o NCTM (1991), a base da educação matemática deverá assentar na criação e no desenvolvimento do poder dos aprendentes para gerar o seu próprio conhecimento, assim como a capacidade para o utilizarem, realmente, no seu dia a dia.

Sendo a Matemática um património cultural da humanidade e um modelo de pensar, a sua apropriação é um direito de todos os alunos, devendo estes ter a possibilidade de contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da Matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza, desenvolver a capacidade de usar a Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo:

“A competência matemática, [...] promove a mobilização de saberes culturais, científicos e tecnológico para compreender a realidade e para abordar situações e problemas. Ao mesmo tempo, proporciona instrumentos que favorecem o uso de linguagens adequadas para expressar ideias.” (DEB, 2001,p.33)

Os principais aspectos da “competência matemática”, que todos os alunos devem desenvolver, no seu percurso ao longo da educação básica de forma integrada, são um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à Matemática conducentes à formação de cidadãos matematicamente competentes (DEB, 2001).

Este documento refere, também, a resolução de problemas como linha de orientação geral, afirmando tal como Perrenoud (1999) que todos os alunos devem envolver-se em actividades matemáticas práticas, discussões, leitura, escrita acerca da Matemática e assuntos aplicáveis da Matemática, de modo a desenvolverem competências.

### **2.2.3 – Como desenvolver competências matemáticas**

O aluno deve reconhecer valor naquilo que estuda, no momento em que o estuda, para que a sua aprendizagem possa ser significativa. Assim, o conteúdo matemático para adquirir significado para um aluno terá que ser não só eventualmente útil na sua vida, na sua futura profissão ou na universidade, como também ser interessante na

forma em como é apresentado pelo professor, pois assim poderá conseguir-se que o mesmo incorpore as relações múltiplas existentes dentro da Matemática, as relações da Matemática com as outras disciplinas e as relações da Matemática com o mundo real. Para tal, a resolução de problemas e as aplicações internas e externas da Matemática constituem bons exemplos de elementos integradores e experiências concretas de situações envolvendo a aplicação da Matemática, posição esta assumida por Abrantes (1994).

Neste sentido, o Currículo Nacional do Ensino Básico (DEB, 2001) refere um conjunto de experiências que promovem aprendizagens que possam contribuir para o desenvolvimento da competência matemática. Estas permitem aos alunos reflectirem sobre as mesmas e sobre os conhecimentos a elas ligados, salientando-se a resolução de problemas, as actividades de investigação, a realização de projectos, a exploração de conexões, a utilização das novas tecnologias de informação e comunicação (TIC), a utilização de materiais manipuláveis e os jogos.

Estas experiências educativas que se centram na relação da matemática com outros campos do conhecimento, permitem desenvolver competências não só específicas da disciplina de Matemática, como transversais a todas as áreas:

“De acordo como sentido geral do actual processo de renovação curricular no ensino básico, salienta-se o uso combinado de conhecimentos matemáticos com outros tipos de conhecimentos, ao lidar com situações diversas da realidade e a par com o desenvolvimento do sentido crítico e da autonomia dos alunos. Assume-se, no presente documento, que só será possível concretizar os objectivos atrás apontados se os alunos tiverem diversas oportunidades de viver experiências de aprendizagem adequadas e significativas.” (DEB, 2001, p. 58)

Para tal torna-se fundamental pensar em como organizar e implementar as investigações, os projectos e a resolução de problemas. Que dinâmicas de aula potenciadoras do desenvolvimento de competências se poderão aplicar? Que interacções se devem potenciar entre professor e os alunos e entre estes? Como é que se deve perspectivar a aprendizagem da Matemática?

Hoje em dia sabe-se que o aluno deve ter função essencial na construção do seu conhecimento, através de um processo activo e adaptativo, que organiza o mundo experimental. A construção do conhecimento não se inicia assim na mente mas sim no social, ou seja, processa-se pela interiorização de um objecto matemático construído na actividade colectiva, através das interacções que ocorrem na sala de aula, num contexto de ensino-aprendizagem.



Desenvolver competências matemáticas não pode ser entendido como adquirir conhecimento matemático e demonstrar certas destrezas no jogo de linguagem em que se transforma tipicamente o trabalho na matemática escolar. Para aprender Matemática e desenvolver competências matemáticas, o aluno tem que ser envolvido em práticas que o conduzam à percepção e desenvolvimento de um ponto de vista matemático sobre as “coisas”. Este posicionamento implicará educá-los matematicamente, ou seja, numa perspectiva de matemática contextualizada de aprendizagens significativas aplicáveis na sociedade (NCTM, 1991) baseadas em experiências concretas de resolução de problemas da vida real.

Neste sentido, o aluno deve ser ajudado a organizar e usar as ideias que já tem sobre as situações que lhe vão sendo colocadas em sala de aula de modo a desenvolver experiências que promovam aprendizagens que possam contribuir para o desenvolvimento da competência matemática. Estas permitirão a reflexão sobre as mesmas e os conhecimentos a elas ligados, salientando-se aqui a prática lectiva com base na resolução de problemas, tal como sugere o DEB (2001).

Ainda segundo o Currículo Nacional do Ensino Básico (DEB, 2001) desenvolver competências matemáticas também não pode ser vista como algo que possa ser pré-definido. A competência é criada e definida na acção. Por esta razão, os participantes numa dada prática devem ter oportunidades para actuar as suas competências, incluindo (i) um sentido de que existe espaço para tomarem iniciativa e condições para essas iniciativas, (ii) a compreensão de que existem momentos de dar contas do trabalho feito, sujeitando-se a uma avaliação crítica por parte dos outros, e, (iii) colocando em jogo as ferramentas matemáticas adequadas, que ajudem a sustentar a competência como participante (DEB, 2001).

### **2.3 - O currículo alternativo**

Os currículos alternativos nasceram como reacção à situação em que se encontrava muita da população estudantil com deficiências a nível de aprendizagem. A consciência da heterogeneidade, isto é, a existência de grupos de alunos com características por vezes muito divergente, deverá levar à preocupação de se recriar os conteúdos e/ou metodologias e/ou materiais como forma de dar respostas mais apropriadas a aspectos

socioculturais e aos problemas sentidos por cada um dos grupos, consciencialização esta também considerada por Perrenoud (1994).

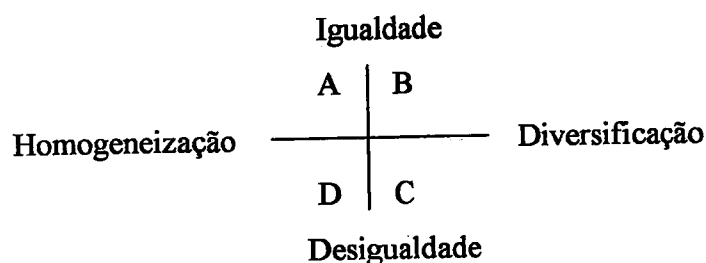
Procurar um significado para currículos alternativos implica contextualizar a sua criação/construção nas modalidades e estratégias gerais de apoio pedagógico elaboradas tendo em conta as necessidades dos alunos, os recursos da escola e as competências a desenvolver. Em muitos casos, os professores viram os currículos alternativos como um modo inovador de construir alternativas curriculares perspectivando o currículo “como um conjunto de acções desenvolvidas intencionalmente pela escola para proporcionar as aprendizagens dos alunos” (Esteves, 2000,p.118), tendo conduzido de facto a um trabalho colaborativo.

No entanto, o termo alternativo, surgido nos últimos anos ligado a diversas problemáticas, é passível de diversas interpretações. Quando se junta a palavra alternativo ao termo currículo as dúvidas podem surgir. Assim, um currículo alternativo tem que ser interpretado como uma proposta diferente de frequência do ensino básico, concebida na escola especialmente para grupos de crianças ou jovens em que foram detectadas características comportamentais e de aprendizagem muito problemáticas e que correm o risco de abandono da escolaridade obrigatória por várias razões (familiares, económicas, psicológicas – falta de motivação pessoal, etc.,) (Cortesão, 2000).

Estes currículos devem, então, basear-se no princípio de que os alunos com dificuldades de aprendizagem, e mesmo dificuldades intelectuais acentuadas, têm o direito a uma escolaridade de qualidade, na máxima medida das suas capacidades, autonomia, auto-determinação e integração familiar, social e laboral. A prossecução de um vasto leque de objectivos e a possibilidade de fruição desses direitos implica que, na infância e adolescência, fases decisivas para a aquisição de competências e a interiorização dos comportamentos e das atitudes, se adoptem práticas e orientações educativas que apontem para esse sentido, o qual é defendido pelo NCTM (1991).

Como tal e com base na experiência do autor deste trabalho numa turma onde se desenvolveu um currículo alternativo, estes devem surgir como um modo potencialmente inovador de construir, adequar e adaptar os currículos perante a diversidade dos alunos. A concepção de um currículo alternativo deve ter subjacente a ideia de flexibilização do sistema educativo, conseqüentemente do currículo (Roldão, 1999) e procurar responder, segundo a legislação, a situações extremas de insucesso escolar.

À luz destas considerações, parece pertinente que se analisem os currículos alternativos com base nas interrelações que é possível estabelecer quando se têm em conta os eixos igualdade/desigualdade e homogeneidade/heterogeneidade. O esquema de Gimeno (1998), proposto por Pacheco (2000), torna-se oportuno nesta análise, pois pode ajudar a situar e a entender o que se passa quando se tomam determinadas decisões e não outras. Com base neste esquema são definidas quatro políticas e práticas de diversificação curricular, conforme a relação que se estabelece entre os pólos igualdade/desigualdade e homogeneidade/diversificação.



*Figura 1:* Esquema de Gimeno (1998) adaptado por Pacheco (2000)

Numa análise às quatro políticas curriculares apercebemo-nos que os currículos alternativos, tal como fora atrás mencionado, devem enquadrar-se na situação B ou C. No primeiro caso – uma política curricular igual e diversificada – está-se claramente numa posição ideal, em que a pluralidade de caminhos contribui para a riqueza e aprofundamento da democracia e não para a discriminação; no segundo caso, uma política diversificada e desigual pode conduzir a formas de diversificação de acordo com a desigualdade social, económica e cultural.

Como refere Pacheco (2000) “na realidade portuguesa a diversificação tem assumido formas de empobrecimento cultural dos alunos e não de enriquecimento” (p.134). Acentua, contudo, que “as diferentes formas de diferenciação, com ênfase para os currículos alternativos, podem ser soluções para combater a desigualdade, sobretudo quando o aluno se encontra na fronteira da exclusão social e do abandono escolar” (Pacheco, 2000, p.134).

Na verdade, trabalhar com currículos alternativos deve exigir uma prática reflexiva que procure garantir o equilíbrio entre a igualdade e a diversificação tentando atenuar o que já está interiorizado e assumido por todos os intervenientes, isto é, a incapacidade dos alunos que constituem a turma de fazerem mais e melhor.

### **2.3.1 – Circunstâncias de um currículo alternativo**

A criação de um currículo alternativo assume, desta forma, uma dimensão social (Pacheco, 1996; Goodson, 1997; Roldão, 1999) já que a situação que lhe deu origem extravasa o âmbito estritamente escolar, residindo a preocupação fulcral na tentativa de não deixar sair antecipadamente do sistema crianças e jovens que, de outro modo ficam menos qualificados do ponto de vista sócio-cultural. O currículo alternativo é legitimado pela detecção das necessidades específicas do público-alvo, pois essa é a razão da sua existência, e validado por um mesmo denominador que o une ao currículo comum, referência imprescindível.

Um projecto de currículo alternativo visa então substituir toda uma organização curricular, implicando alteração do elenco disciplinar e eventualmente uma redistribuição das cargas horárias arrastando, por consequência, a aplicação de novos programas com objectivos específicos, temas e estratégias adaptados. A sua implementação carece não só de um grande empenho de todos quanto se envolvem no processo, como a certeza, por parte dos intervenientes, de que é a resposta mais adequada aos problemas visados.

O Despacho nº 22/SEEI/96 surgiu quase cinco anos após a publicação do Decº-Lei nº 319/91 de 23/08 e, embora retomando o mesmo universo da população escolar (isto é, alunos com necessidades educativas especiais) centra, sobretudo, a sua atenção no sector dessa população com dificuldades sócio-culturais e cognitivas. O Decº-Lei nº 319/91, ao definir um regime educativo especial, procura enunciar um conjunto de adaptações das condições em que se processa o ensino-aprendizagem dos alunos com necessidades educativas especiais e que cobrem áreas que vão desde os aspectos físicos que condicionam a aprendizagem, passando por aspectos de natureza administrativa, até questões de natureza essencialmente didáctica e pedagógica.

Neste âmbito, o art. 11º do citado diploma permite a criação de “currículos escolares próprios” ou de “currículos alternativos” que, em ambos os casos, consistem em variações ao currículo comum elaboradas individualmente. A frequência de um currículo alternativo ao abrigo do Decº-Lei nº 319/91, durante os anos relativos à escolaridade básica, conduz à obtenção de um certificado com efeitos nos domínios da formação profissional e do emprego, devendo este certificado especificar as competências alcançadas.

Embora ambos os diplomas referidos visem, em última instância, a integração dos públicos de mais difícil escolarização, verifica-se que as principais diferenças entre as duas finalidades de currículos alternativos em confronto se prendem com a definição do público-alvo e a forma de aplicação (individual ou colectiva). Enquanto que o Artº 11º do Decº-Lei nº 319/91 se preocupa com as alterações a fazer para cada caso, consoante as deficiências de que os alunos são portadores, e por isso o currículo alternativo criado é único e específico para um só aluno, já o Desp. Nº 22/SEEI/96 procura abranger um público-alvo mais vasto, sendo a aplicação do currículo feita em colectivo (para uma turma) e em que as alterações introduzidas se reportam a um diagnóstico comum.

Em que circunstâncias surge um currículo alternativo? O primeiro aspecto que parece incontestável é o de que devem ser os próprios professores, dos alunos merecedores de um currículo alternativo, os primeiros a propor a implementação dessa medida pois o princípio de todo o processo reside na relação professor/aluno e no conhecimento que o primeiro detém sobre o segundo. Nas escolas do segundo e terceiro ciclos é ao director de turma que cabe um papel mais dinâmico na condução das questões que se prendem com a determinação inicial de alunos merecedores de um currículo alternativo. Esse papel decorre das funções inerentes ao seu cargo e beneficia da sua posição privilegiada face ao acesso e à concentração de informações da mais variada índole sobre os alunos.

A ideia de propor um currículo alternativo para determinado aluno pode ocorrer em vários momentos do ano lectivo. Contudo, a reunião do Conselho de Turma que tem lugar no fim do segundo período lectivo afigura-se um momento privilegiado dado que nessa altura os professores possuem já informação minimamente relevante para perspectivar as hipóteses de sucesso para cada aluno, podendo desenhar, com fundamento, o diagnóstico das suas dificuldades. Até ao final do mês de Maio de cada ano as escolas, com alunos potencialmente merecedores de currículo alternativo, têm que ter não só as ideias assentes como o projecto redigido e internamente aprovado, de forma a ser submetido à apreciação da respectiva Direcção Regional de Educação. A medida de aplicação de um currículo alternativo só deve ser accionada aos alunos que, ao longo do seu percurso escolar, revelaram insucesso após o recurso às restantes medidas de apoio pedagógico previstas pela legislação em vigor, nomeadamente o Desp.º nº 178-A/93, de 30/07 que reorganiza as actividades, as medidas de apoio educativo e clarifica o conceito de apoio pedagógico e, nalguns casos, o Decº-Lei nº



319/91, de 23/08 o qual aprova o regime de apoio a alunos com necessidades educativas especiais que frequentam estabelecimentos dos ensinos básico e secundário.

Nos segundo e terceiro ciclos são os professores do Conselho de Turma, com a coordenação do seu director, que assumem a responsabilidade de elaboração do currículo. Para além dos professores e dos órgãos escolares envolvidos, a elaboração do currículo (definição de áreas de formação, objectivos, conteúdos, estratégias, avaliação, cargas horárias,...) passa igualmente – consoante as necessidades e possibilidades – pela colaboração de outros técnicos como a equipa de educação especial, os serviços de psicologia e de orientação, especialistas vários, centros de formação profissional, escolas que tenham desenvolvido experiências similares, elementos dos serviços regionais do Ministério da Educação e outras entidades ligadas à comunidade envolvente. O projecto é formalizado no momento em que a entidade promotora remete a proposta para os serviços da respectiva Direcção Regional de Educação, dentro do prazo estipulado, isto é, até final do mês de Maio de cada ano lectivo.

As Direcções Regionais de Educação são informadas da decisão departamental até final do mês de Julho e, por sua vez, comunicam-na às escolas. Assim que a escola tiver a garantia de execução do seu projecto, procederá às necessárias diligências que formalizam a constituição das turmas e a congregação dos recursos humanos e materiais necessários.

### **2.3.2 – Como construir um currículo alternativo**

O Relatório Nacional do Ensino Básico dos Currículos Alternativos (DEB, 1997) conduz-nos a um conceito que aponta para uma estrutura bipolar, em que à componente escolar é acrescida uma formação artística, vocacional, pré-profissional ou profissional, pelo que será correcto dizer-se que uma das chaves do sucesso de um currículo alternativo reside na combinação destes dois factores, isto é:

- “O respeito pelas áreas de formação consignadas na Lei das Bases do Sistema Educativo e os objectivos essenciais de ciclo, salvaguardando o perfil terminal do aluno;” (p.21)

- “A introdução de inovações compatíveis com as dificuldades do público-alvo e que estimulem a sua participação/sucesso, estabelecendo um percurso educativo diferenciado;” (p.21)

No entanto, e como será de esperar, as dificuldades maiores no desenho curricular alternativo são:

- “A identificação do público-alvo é verdadeiramente o eixo em torno do qual gira a questão dos currículos alternativos: a forma como as dificuldades dos alunos são diagnosticadas e avaliadas influencia a legitimidade da medida e condiciona as suas possibilidades de êxito.” (p.22)

Ainda de acordo com o mesmo guião, uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo não deve exceder os quinze alunos. Esta regra visa salvaguardar um ensino-aprendizagem mais individualizado, em que os professores possam desenvolver estratégias diferenciadas e observar os alunos com as exigências que, numa turma com um contingente de vinte ou trinta, não poderão ser totalmente satisfeitas. Eis alguns dos critérios que se consideram relevantes para a constituição das turmas com um currículo alternativo, são:

- “O número de alunos identificados com dificuldades merecedoras da aplicação de um currículo alternativo;” (p.24)
- “O tipo de problemas diagnosticados (aos níveis psicomotor, afectivo e cognitivo;” (p.24)
- “Os gostos e aptidões pessoais dos alunos face à oferta da componente artística, vocacional, pré-profissional ou profissional;” (p.24)

A interrogação que se coloca agora é precisamente, como respeitar a diversificação sem criar mais desigualdade em turmas onde se desenvolve um currículo alternativo?

## Capítulo III – O ensino de Matemática e a resolução de problemas

### 3.1 – O ensino da Matemática

O ensino da Matemática é um processo complexo e dependente de numerosos factores. Apesar de numerosas teorias terem contribuído para um maior conhecimento no que respeita à forma como se pode ensinar matemática, a verdade é que ainda não possibilitam a formulação de um quadro teórico que possa clarificar o processo:

“(…) A aprendizagem da Matemática é um processo que requer o envolvimento dos alunos em actividades significativas e que é fortemente influenciado pela cultura da sala de aula.” (Abrantes, Serrazina, Oliveira, 1999, p. 28)

Já Bishop (1991) afirma que “a Matemática é vista pela sociedade como uma das disciplinas mais importantes no currículo nacional, entendida como a raiz da sociedade tecnológica moderna, e ensinada nas escolas de todo o mundo. Alguns jovens são bem sucedidos, aprendem imensas técnicas, conseguem respostas certas, usam métodos adequados e passam nos exames. Mas uma longa percentagem está numa situação bem diferente. A Matemática é vista como muito importante, mas também difícil – impossível para muitos, misteriosa, sem sentido, e aborrecida. Cria sentimentos de medo, de perda de confiança, e, na verdade, sentimentos de ódio. Para alguns, ainda cria mesmo sentimentos de opressão e de dominação por alguém, não se sabe bem quem. É o sistema que cria a necessidade de estudar Matemática, mas falha em satisfazê-la. Se a educação matemática, é necessária para ajudar as pessoas a relacionarem-se melhor com o seu ambiente, então está claramente a falhar” (pp.1-2). A imagem pública da Matemática e do professor de Matemática tem vindo a degradar-se. Não vale a pena dizer que a culpa é dos media que só dizem mal da Matemática, ou que a culpa é dos jovens, que não querem fazer nenhum esforço.

Hoje em dia, Matemática ainda soa a frieza, rispidez e agressividade e isso não é nada atractivo para a maioria dos jovens. Cabe então perguntar como chegámos ao

ponto onde estamos. Como todo o fenómeno social, a crise do ensino da Matemática tem múltiplas causas, umas mais próximas, outras mais afastadas. Não nos podemos esquecer que se tem vindo a agravar a crise geral da escola. Não é só na aprendizagem da Matemática que existem problemas.

Em Portugal, assiste-se a um crescente desinteresse dos jovens pela escola, são difíceis as relações entre a escola e a família e a imagem social da escola tem vindo a degradar-se. Todos os factores que concorrem para a crise da escola contribuem, em particular, para os problemas da aprendizagem da Matemática. O relatório Matemática 2001 (APM, 1998) mostra que em ambos os níveis de ensino, muitas das orientações curriculares não têm expressão efectiva no dia-a-dia escolar. Assim, a exposição do professor e a realização de exercícios continuam a ter um lugar predominante nas práticas profissionais, faltando a diversificação de tarefas, a contextualização das situações de aprendizagem, o elemento desafiante e as oportunidades de discussão.

### **3.2 – Perspectivas actuais em educação matemática**

A Matemática é uma disciplina com características próprias e cujo ensino apresenta problemas comuns em vários países. Nos últimos anos, estudos sobre diversos aspectos da educação matemática têm tido alguns reflexos no sistema educativo. O desajustamento entre as suas finalidades, o funcionamento e as reais necessidades sentidas pela comunidade escolar têm gerado conflitos e tensões na educação escolar em geral e na Matemática em particular.

Paulo Abrantes (1994) identifica como um dos traços característicos das tendências actuais em educação Matemática a ideia de que as capacidades de ordem superior estão presentes na aprendizagem efectiva mesmo os tópicos, geralmente, considerados elementares. Cada vez mais se deve valorizar o papel do aluno enquanto sujeito criador do seu próprio saber e o papel das interacções sociais nesse mesmo processo. Um conceito só adquire significado para o indivíduo quando se relaciona com a sua experiência anterior:

“(…) as actividades fundamentais em que se desenvolve o saber matemático são a acção e a reflexão. A acção tem a ver com a manipulação de objectos. A reflexão consiste em pensar sobre a acção, e é estimulada quando se tem necessidade de explicar ou discutir. (...) Para além do envolvimento do

indivíduo e das capacidades de ordem individual, outros aspectos constituem igualmente condicionantes da aprendizagem, incluindo os factores mais gerais de ordem cultural, de ordem social (...), de ordem institucional.” (Ponte, Matos, Abrantes, 1998, p.322)

Segundo Abrantes (1994), a tendência em educação matemática deve ser a valorização da capacidade de resolver problemas, raciocinar e de comunicar, capacidades relacionadas com a importância social da Matemática e com os modos como ela se desenvolve e se utiliza na sociedade:

“(…) Não se trata de conceber a Matemática como um meio para se atingirem fins de carácter geral, mas sim de focar capacidades de ordem superior em estreita ligação com a própria Matemática.” (Abrantes, 1994, p. 48)

A ideia de uma Matemática para todos, já presente e valorizada nas Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar de 1991, adquiriu maior visibilidade e importância nos *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000). Com a formulação de um princípio que lhe é dedicado e com o lugar que lhe é dado na visão da Matemática escolar traçada no novo documento: “a equidade educacional é um elemento nuclear desta visão” (p.12). Neste princípio, sustenta-se que não há contradição entre a excelência e equidade e que estes conceitos não são incompatíveis em educação. Afirma-se que a excelência na educação matemática exige equidade, implicando a existência de expectativas elevadas face a todos os alunos, a oferta de oportunidades significativas a esses alunos, aceitando e integrando diferenças e proporcionando meios e recursos apropriados (Guimarães, 1988).

Neste documento sobressai, também, a importância dada à compreensão na aprendizagem, objecto de grande atenção, em particular no princípio dedicado à aprendizagem. “Aprender Matemática com compreensão” emerge como uma ideia unificadora, visível logo nas primeiras linhas do seu prefácio onde consta que as recomendações “estão fundamentadas na crença de que todos os alunos devem aprender conceitos e processos matemáticos importantes com compreensão” (p.9), e que o documento apresentado pretende constituir “um argumento em favor da importância de tal compreensão e descrever maneiras de os alunos a atingirem” (p.9). Aprender Matemática, diz-se ainda, “exige compreender e ser capaz de aplicar procedimentos, conceitos e processos” (p.20), e a compreensão é apresentada como condição ou pré-requisito facilitador do progresso da aprendizagem.

Assim, educar os alunos matematicamente não se deve reduzir ao cálculo. De acordo com o ponto de vista de Bishop (1991) na Matemática escolar devem existir conceitos, representações, procedimentos e processos, que se podem manifestar de modos diversos, devendo esta promover no aluno a capacidade de pensar em termos matemáticos e de usar as ideias matemáticas em contextos diversos. Não é através da memorização e mecanização de definições e procedimentos que os alunos poderão atingir os principais objectivos visados por esta disciplina. Pelo contrário, será a compreensão e a apropriação crítica dos conceitos e ideias matemáticas pelos alunos que terá de ser a estratégia fundamental.

Segundo Ponte, Matos e Abrantes (1998), hoje em educação matemática é indispensável esclarecer as finalidades do ensino da matemática, com moderação, e sem ceder a interesses próprios, por mais válidos que seja. Os alunos devem saber o que se espera deles e que se acredita que são capazes de atingir esses objectivos. Para tal deve ter-se em atenção, no ensino básico, a necessidade dos professores fazerem gestão criativa do currículo em função das realidades locais e das características dos seus alunos, diminuindo o papel que a Matemática tem como ferramenta de triagem, ao estritamente necessário.

A motivação principal para o estudo da Matemática tem de ser positiva e apoiar-se numa visão clara sobre o interesse desta disciplina. A chave para a melhoria do ensino pode estar então nos professores e no modo como estes percebem a aprendizagem dos alunos, pelo que o ensino da Matemática não melhorará sem o empenho criativo e responsável dos respectivos professores na cultura de sala de aula, tal como apontam Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999).

### **3.3 – A Natureza das actividades na aula de Matemática**

A ideia de que aprender Matemática é fazer Matemática reúne hoje uma grande unanimidade entre os educadores matemáticos e apresenta-se como um princípio do NCTM (2000). Pressupondo uma identificação entre aprender Matemática e compreender a sua natureza, esta ideia traduz as perspectivas actuais de que aprender é sempre produto de uma actividade.

No actual programa de Matemática do ensino básico, os objectivos gerais “convergem em três dimensões educativas essenciais: a formação pessoal nas suas

vertentes individual e social, a aquisição de saberes/capacidades fundamentais e a habilitação para o exercício da cidadania responsável” (DEB, 1991b, pp.7-10). Neste sentido, “o projecto contempla uma pedagogia de desenvolvimento integrado, em que a promoção de atitudes e valores assume papel nuclear e em que o domínio de aptidões e capacidades sobrepõe e, simultaneamente, condiciona a aquisição de conhecimentos” (pp.7-9).

No ensino da Matemática é, então, importante que desde o período das primeiras aprendizagens, o aluno tenha experiências de aprendizagem significativas. Mas, como construir esse sentido? O aluno pode elaborar, apropriar-se dos seus conhecimentos e conferir-lhes sentido através da realização de actividades ou de o aluno, (a) poder aplicar estratégias de resolução que ele próprio emprega, em função da representação que faz da tarefa proposta e dos conhecimentos que possui; (b) utilizar designações orais e escritas para comunicar com os outros; (c) poder ser confrontado com novas situações que exigem quer a adaptação de estratégias anteriores, quer a produção de novas estratégias.

Assim, o factor que pode ser fundamental na transformação da matemática escolar é a mudança profunda nos métodos de ensino e na natureza das actividades que fazem os alunos (e o professor) na aula de Matemática. A resolução e formulação de problemas, desenvolvimento de modelos matemáticos, actividades de exploração, investigação e descoberta, formulação de conjecturas, discussão e comunicação, argumentação e prova (APM, 1998), são actividades onde os alunos podem ter oportunidade de adquirir de forma significativa competências matemáticas. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) apontam a importância de compreender o modo como as crianças aprendem. Tal como Bishop (1991), este autor considera que o professor é o elemento chave na criação do ambiente que se vive na sala de aula devendo o seu papel ser, acima de tudo, o de facilitador da aprendizagem.

Segundo a APM (1998, p.71) “o professor deixará de ter meramente o papel de fornecedor de informação para passar a ser também um organizador de actividades, um facilitador da aprendizagem, um dinamizador do trabalho, um companheiro de descoberta”. Bishop (1991), Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), sugerem que o professor deve desenvolver nas aulas de Matemática actividades onde o aluno possa desenvolver situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica, conduzindo-os ao gosto e a confiança pessoal. A competência para discutir com outros e comunicar descobertas e

ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e ajustada à situação, levará os alunos à compreensão de noções matemáticas e à inclinação dos mesmos para entender a estrutura de um problema e desenvolver estratégias de resolução.

Bishop (1991) afirma que as actividades devem ser estimuladas por tarefas desafiadoras apropriadas ou problemas envolvendo diferentes materiais e abrangendo o ambiente mais amplo tanto físico como social. Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira (1999), referem algumas razões que justificam a incorporação de actividades de natureza exploratória nas aulas e nos currículos de Matemática: (1) formular problemas, explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e provar resultados, são processos característicos das actividades de investigação, intimamente ligados à natureza da matemática; (2) permitem o envolvimento do aluno; (3) permitem diferentes abordagens por alunos com diferentes níveis de competência; (4) estimulam um pensamento globalizante; (5) tem um carácter transversal; (6) embora lidando com aspectos complexos do pensamento, reforçam as aprendizagens mais elementares.

A prática dos professores de Matemática deve então assentar em pressupostos metodológicos de integração de atitudes, capacidades e conhecimentos, assim como na concepção de tarefas que possibilitem aos alunos fazer matemática e desenvolverem o seu poder matemático, devendo as actividades propostas lidar com o essencial da natureza da actividade matemática, ou seja, a formulação e resolução de problemas. Esta posição defendida pelo NCTM (1991) permitirá aos alunos uma melhor compreensão da natureza dos processos de fazer matemática, experimentar/explorar e estimular o pensamento globalizante, facilitando isto o desenvolvimento integrado de competências, atitudes, capacidades e conhecimentos matemáticos.

### **3.4 – O objecto da resolução de problemas**

Resolver problemas faz parte da natureza humana. Podemos dizer que a “era da resolução de problemas” como orientação curricular em Matemática tem maior visibilidade a partir da recomendação feita pelo NCTM (1991) de que “o foco” do ensino da matemática escolar deveria ser a resolução de problemas. Os problemas fizeram sempre parte das aulas de matemática, mas a ênfase e o modo de abordagem no contexto escolar eram diferentes daqueles que o NCTM (1991) defende, quando afirma



que a “resolução de problemas deve ser o foco central do currículo de Matemática. A resolução de problemas não é um tópico distinto mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas” (p.29).

Realçando Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) o ambiente de aprendizagem proporcionado no ensino da matemática deve ser orientado numa perspectiva construtivista em que o conhecimento surge da actividade do indivíduo envolvido na situação de aprendizagem. Deve então desenvolver-se uma prática pedagógica centrada na criança, aproveitando a curiosidade e actividade que lhe são características, proporcionando-lhe actividades ajustadas ao seu ritmo de aprendizagem que lhe permitam construir, modificar e integrar ideias, interactuando com o mundo físico, com materiais concretos e com os colegas (NCTM, 1991).

Deste modo, a resolução de problemas pode ser um meio para aprender novas ideias e desenvolver capacidades matemáticas, pelo que o ensino da matemática deve centrar-se na abordagem de problemas que conduzam o envolvimento dos alunos, proporcionem a exploração de conceitos matemáticos e reforçam a necessidade de compreender e usar várias estratégias e relações matemáticas.

### **3.4.1 – Conceito de problema**

Existindo diferentes interpretações do que se entende por problema, não é tarefa fácil definir o seu conceito, dadas as opiniões diferentes sobre tal assunto que podemos encontrar. Ernest (1992) afirma que uma das questões que têm dificultado a discussão à volta da resolução de problemas tem sido o facto deste conceito ser mal definido e ser compreendido de formas diferentes por diversos autores.

Shulman (1986), fazendo referência a Jerome Bruner (1975), evidencia actividades que são determinadas pela situação chamada de problema. Segundo este autor, há três aspectos a serem considerados quando pretendemos definir problema: perturbações, puzzles e problemas. Uma perturbação é uma situação que nos deixa perdidos, em que sabemos que algo não corre bem. Um puzzle tem uma forma, uma estrutura clara e uma solução nítida, bem definida. Um problema é então aquilo que obtemos quando conseguimos encontrar uma forma de puzzle numa situação de perturbação.

Daniel Andler (1987) salienta que o conceito de problema, considerado em sentido estrito, é caracterizado por três traços fundamentais. Antes de mais está a subjectividade: “O problema deve a sua existência à minha decisão de o criar, ou de o

reconhecer como tal. Para lá da subjectividade, o problema é caracterizado pela temporalidade: O verdadeiro problema encerra em si a promessa ou a esperança de encontrar uma solução. O tempo inscreve-se no intervalo entre a promessa e a sua satisfação, entre a aparição do problema e o seu desaparecimento sob o efeito da solução. Este intervalo permanece indefinido enquanto solução não encontrada. Problema distingue-se, também, pela sua espacialidade na medida que não nasce num vazio mas num espaço (...) apenas acontecendo num determinado contexto. Mudar de contexto – o que pode acontecer quando, por exemplo, se procura uma solução – equivale a reformular o problema” (pp.119-159). No plano objectivo, os problemas podem classificar-se de acordo com o lugar que ocupam na disciplina ou sub-disciplina à qual se associam ou acabam por associar-se. Encontram-se, assim, problemas fundadores, motores, confirmadores, aplicados, obscuros, insolúveis, desempenhando todos eles um papel fundamental no progresso da ciência.

Para Kantowski (1981) um problema é toda a situação em que o indivíduo não tem à partida qualquer algoritmo que lhe garanta a solução, isto é, os seus conhecimentos têm de ser relacionados de novas formas para poder resolver o problema. Na mesma linha podemos encontrar Schoenfeld (1992) que reforça a ideia de que o significado de problema deve ser visto em termos relativos. A definição com que mais se identifica é a de considerar problema como “uma questão difícil ou que levanta dúvidas; uma questão de pesquisa (inquiry), discussão ou pensamento; uma questão que exercita a mente” (p.74).

Por outro lado, Lester (1983) define problema como uma condição em que o indivíduo ou grupo é chamado a executar uma tarefa para a qual não possui um procedimento acessível que determine plenamente o método para encontrar a solução chamando, expressamente, a atenção para a importância da resolução do problema ser desejada pela pessoa ou grupo a quem este é apresentado, enquanto, por exemplo, a definição de Kantowski (1981) é omissa em relação a este aspecto. Lester (1983) introduz, claramente, na resolução de problemas a importância de uma componente não cognitiva, de aspecto motivacional, ou seja, o desejo. Schoenfeld (1992) toma como referência a relação do indivíduo com a situação. Para o autor, o foco é o indivíduo – uma dada situação pode ser um problema para uma pessoa e não o ser para outra. Esta abordagem privilegia o facto da pessoa ter de lidar com uma situação para si desconhecida.

Considerando o campo escolar, apresenta-se em seguida uma possível caracterização para problemas de matemática que procura articular, quer as singularidades relevantes das definições anteriormente apresentadas, quer os vectores comuns encontrados nessas definições. Assim, problema de matemática é um projecto pessoal, uma tarefa, uma situação, que o aluno deseja resolver e desenvolver, para a qual não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução, que exige da parte do aluno a construção desse processo e em cuja actividade de resolução estarão envolvidos alguns conceitos e estratégias de resolução. Considerar um problema de matemática desta forma tem algumas implicações a nível educativo.

Em primeiro lugar ressalta a natureza subjectiva (Andler, 1987) do conceito de problema. Ser um problema ou não, não é uma propriedade inerente a uma tarefa de matemática é, antes, a existência de uma relação particular entre um aluno e uma tarefa que poderá transformar essa tarefa num problema para esse aluno. Deste modo, a mesma tarefa pode ser um problema para um aluno e um mero exercício de rotina para outro, sendo a referência o indivíduo (Schoenfeld, 1992). Em segundo lugar sobressai que, uma tarefa, não é um problema para um aluno a menos que ele se aproprie dessa tarefa e deseje realizá-la (Lester, 1983). Em terceiro lugar evidencia-se que um problema confronta o aluno com uma descontinuidade entre o ponto em que está e aquele a que quer chegar (Kantowski, 1981). Como não dispõe de nenhum procedimento mecânico que lhe permita saber de imediato qual o caminho que o pode conduzir à solução, a resolução do problema exige-lhe a elaboração de um raciocínio novo e criativo.

Assim, torna-se necessário que o professor organize ambientes de ensino propícios a que cada aluno se envolva, emocionalmente, com os problemas, e deseje resolvê-los. Introduzir na caracterização de problema de matemática a importância do desejo, conduz a destacar que, quando se pretende propor um problema a alguém e analisar as estratégias de resolução que esse alguém utiliza, importa ter em conta componentes não apenas cognitivas.

### **3.4.2 – Funções dos problemas no ensino da Matemática e possíveis papéis**

Para Borralho (1991), os problemas podem desempenhar diversas funções no ensino da Matemática. Segundo o autor, estas funções estão muito relacionadas com a actividade cognitiva dos alunos, distinguindo assim três funções: função de ensino, função educativa e função de desenvolvimento. Na função de ensino, a proposta de um

problema a um aluno é a oportunidade para que este se confronte com uma situação matemática, na qual se incluem determinados conhecimentos sob a forma de termos ou expressões matemáticas, relações quantitativas, operações matemáticas, que são necessários usar ou realizar para obter respostas, precisamente através deste complexo mecanismo que os problemas cumprem a sua função de ensino.

A função educativa dos problemas visa a “formação da personalidade do aluno e engloba o promover um posicionamento activo e crítico face aos fenómenos e factos naturais e sociais, a sensibilização para a importância da matemática no seu desenvolvimento pessoal e o fomentar atitudes positivas face ao trabalho em geral e à resolução de problemas em particular” (Borralho, 1991, p.73). A função de desenvolvimento relaciona-se, especificamente, com a influência da resolução de problemas no “desenvolvimento intelectual do aluno e, essencialmente, na formação do seu pensamento”.

Borralho (1991) refere que a formação do pensamento adquire um relevo especial quando, tal como é hoje, importa desenvolver nos alunos capacidades de auto aprendizagem. Se consideradas globalmente e articuladas de uma forma consistente, quer entre si, quer relativamente ao currículo escolar de matemática, estas três funções parecem poder proporcionar a constituição de sistemas de ensino e aprendizagem propícios à formação multifacetada e global dos alunos, a qual também é defendida por Bishop (1991), Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) quando apresentam algumas razões para a incorporação de actividades matemáticas na sala de aula.

As funções dos problemas prendem-se com os objectivos visados para o ensino e aprendizagem da matemática, e ainda com a forma como o professor interpreta, organiza e orienta a actividade de resolução de problemas na sala de aula. Deste modo, a compreensão da problemática da resolução de problemas no âmbito da educação matemática poderá ser alargada pela análise dos possíveis papéis que a resolução de problemas poderá desempenhar.

Ernest (1992) ao salientar possíveis interpretações de “problemas e investigações” e do seu papel no ensino da matemática, distingue a resolução de problemas como pedagogia, onde é considerada não como um acréscimo ao currículo de matemática mas, simultaneamente, processo de aprendizagem e de abordagem pedagógica a adoptar na sala de aula para todo o currículo.

Também Kilpatrick (1991) destaca a existência de diferentes perspectivas sobre o papel que a resolução de problemas tem desempenhado relativamente ao currículo

escolar da Matemática e que de certa forma estão relacionadas com as finalidades que a resolução de problemas deve ter no ensino de Matemática propostas pelo NCTM (1991). Esta perspectiva, que o autor faz emergir, analisa a resolução de problemas agrupados em três temas gerais: resolução de problemas como contexto, resolução de problemas como competência e resolução de problemas como arte.

Na resolução de problemas como contexto, os problemas e a sua resolução são considerados meios para atingir outras finalidades consideradas importantes. A resolução de problemas como competência, é considerada como uma das estratégias a ser aplicada na aula de Matemática. Na resolução de problemas como arte, Kilpatrick (1991) salienta que é uma perspectiva mais profunda e compreensiva do papel da resolução de problemas no currículo escolar de Matemática e que emerge dos trabalhos de George Polya.

Para Polya (2003), o principal objectivo da educação é ensinar os mais novos a pensar, e a resolução de problemas constitui uma arte prática que todos os alunos podem aprender. Segundo o autor, o ensino da Matemática não deve omitir nem negligenciar nenhuma das faces da prática Matemática real. Assim, propõe-se estudar os elementos do raciocínio plausível, os esforços heurísticos para compreender o processo de resolver problemas, especialmente as operações mentais tipicamente usadas nesse processo (Polya, 2003). Procurando organizar o processo de resolução de problemas, o autor dividiu-o em quatro etapas, que são:

- a) Compreensão do problema;
- b) Estabelecimento de um plano;
- c) Execução do plano;
- d) Avaliação da solução.

É importante destacar que o autor nunca pretendeu sugerir que estas etapas deveriam ser percorridas de maneira rigorosamente sequencial e nem que esse procedimento funcionasse como uma receita.

### **3.5 – Resolução de problemas em contexto escolar**

Sendo a resolução de problemas uma actividade cognitiva que os alunos podem desenvolver (Borrvalho, 1991) num contexto da matemática escolar, deve a mesma ser um processo onde se combinam vários elementos como, a organização da informação, o

conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a aplicação de vários conhecimentos, a interpretação da solução. É uma actividade complexa que pode aliar várias capacidades cognitivas de ordem superior como capacidade de comunicação e de raciocínio, tal como refere Abrantes (1994).

O contexto escolar matemático centrado na resolução de problemas, além de compatível com a aquisição de capacidades básicas, promove o desenvolvimento das mesmas sendo que, quando os professores baseiam a sua prática pedagógica na resolução de problemas, proporcionam um contexto mais significativo para a aquisição de competências matemáticas, aspecto este sugerido por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) e DEB (2001). Pode também proporcionar aos alunos vários momentos de descoberta. Um desses momentos é, certamente, quando os alunos verificam que utilizando estratégias diferentes de resolução chegam ao mesmo resultado. Este carácter criativo da resolução de problemas promove a confiança em fazer matemática, pelo que o ambiente de sala de aula deve, por isso, ser encorajador para a partilha de raciocínios e estratégias de resolução entre os alunos e destes para com o professor (Bishop, 1991).

A motivação é um dos aspectos que mais contribui para o sucesso e autoconfiança na resolução de problemas. Para Charles e Lester (1992) quem vai resolver um problema além de ter que possuir motivação suficiente, precisa de sentir um pouco de *stress* e/ou ansiedade que lhe permitirá progredir no sentido de encontrar a solução. Para estes autores, os factores que influenciam o aluno no processo de resolução de problemas podem ser factores experienciais, ambientais e pessoais. Estes factores podem contemplar, a idade, os conhecimentos matemáticos de quem resolve, a familiaridade com estratégias de resolução, com o contexto e com o conteúdo do problema, o interesse, a motivação, a ansiedade, as competências de leitura, de raciocínio, espaciais, analíticas e lógicas, entre outros.

Tendo em conta o que fora atrás mencionado, parece ser de consenso que o ensino centrado na resolução de problemas atribui ao professor uma responsabilidade acrescida e é bastante mais complexo que o ensino focalizado em conteúdos matemáticos. Acompanhar os alunos nas diferentes fases de aplicação das suas estratégias de resolução de problemas pode tornar-se uma tarefa importante, ou seja, pode envolver a compreensão do problema, a organização de informação e a própria resolução do problema por parte dos alunos.

### 3.5.1 – A prática lectiva encarada numa perspectiva de resolução de problemas

Trazer a resolução de problemas para o centro do ensino e da aprendizagem da Matemática tem sido e continua a ser uma das preocupações presentes na renovação e no desenvolvimento dos currículos de Matemática.

Na *Renovação do Currículo de Matemática* (APM, 1988), no capítulo sobre o currículo, assume-se que a formulação e resolução de problemas é o “núcleo fundamental” da Matemática como actividade criativa e que o principal contributo desta ciência é justamente o papel que desempenha na resolução dos problemas em outras áreas científicas e domínios da actividade humana. Considera-se, por isso, a resolução de problemas como um elemento integrador e gerador de significado e capaz de favorecer a “flexibilidade curricular” para além de, do ponto de vista da aprendizagem, poder gerar contextos ricos, propiciadores de aquisições e desenvolvimentos relevantes e duradouros:

“Daqui o sentido em assumir a resolução de problemas como uma linha de força que, ‘atravessando’ todo o currículo, oriente a definição dos seus objectivos, a proposta de metodologias, a selecção dos conteúdos e as propostas de avaliação.” (APM, 1998, p.23)

Nos programas dos segundo e terceiro ciclos do ensino básico, a resolução de problemas é considerada nas finalidades e nos objectivos gerais estabelecidos – “desenvolver a capacidade de resolver problemas” – sendo-lhe também dedicada uma secção própria nas orientações metodológicas desses programas onde, entre outras coisas, se diz:

“O desenvolvimento da capacidade de resolver problemas é um eixo organizador da Matemática;”

“A resolução de problemas desenvolve-se ao longo do tempo, resultado de sucessivas experiências e da prática continuada de resolução de muitos tipos de problema;”

“Como processo de aprendizagem, a resolução de problemas proporciona um contexto no qual se constróem conceitos e se descobrem relações, permitindo ainda ao aluno tomar contacto com o poder e a utilidade da Matemática;”

“Como actividade, estimula o espírito da pesquisa, dando aos alunos oportunidades de observar, seleccionar e organizar dados, relacionar, fazer conjecturas, argumentar, concluir e avaliar;”

“A actividade de resolução de problemas é ainda um meio para desenvolver a capacidade de comunicar, a perseverança, o espírito de cooperação;”  
(DGEBS, 1991a, p. 194)

A prática de resolução de problemas, recurso indispensável para o ensino da Matemática, precisa então ser repensada pelos envolvidos no processo ensino-aprendizagem e ninguém melhor que o professor ou investigador para empreender esta empreitada que certamente trará benefícios para os seus alunos.

O ensino por resolução de problemas coloca ênfase nos processos cognitivos, nos processos de aprendizagem e toma os conteúdos matemáticos como um campo de operações privilegiado. Encarar a prática lectiva como uma actividade de resolução de problemas decorre da própria natureza dessa prática, cabendo ao professor desenvolver no aluno saberes, saberes fazer e saberes ser, recorrendo a múltiplas e diversas estratégias de acção. Seguindo Schön (1991), a prática lectiva é marcada pela complexidade e singularidade, ou seja, as situações da prática não são problemas para serem resolvidos, mas sim situações problemáticas caracterizadas pela incerteza, desordem, indeterminação.

Deste modo, mesmo para professores com largos anos de serviço, as situações com que se defrontam no seu dia-a-dia têm sempre contornos particulares e específicos. É necessário interpretá-las e entendê-las como problemas. A finalizar pode-se então questionar se a resolução de problemas é um objectivo de currículo, uma metodologia, ou um conteúdo.

Desenvolver a capacidade de resolver problemas será um objectivo se concretizado num ambiente de resolução de problemas. Resolver problemas será uma metodologia de aprendizagem quando utilizada numa perspectiva motivacional (Lester, 1983) do aluno no espaço sala de aula. Resolução de problemas será um conteúdo quando for encarada no sentido de algo que faz parte integrante do programa, não a tratando como mais um tema que se ensina, além dos “outros conteúdos”, pelo que a prática lectiva encarada numa perspectiva de resolução de problemas deva ser sempre orientada no sentido de que para o aluno, resolver um problemas seja encontrar um caminho em torno de um obstáculo, atingir um objectivo desejado que não é imediatamente acessível e fazê-lo com os meios apropriados (Polya, 2003).



### **3.5.2 – Contributos da resolução de problemas na construção do conhecimento matemático e no desenvolvimento de competências**

No documento *Organização Curricular e Programas* (DEB, 1998) pode ler-se, relativamente à disciplina de Matemática:

“A resolução de problemas, quer na fase de exploração e descoberta, quer na fase de aplicação, deverá constituir a actividade fundamental desta disciplina e estar presente no desenvolvimento de todos os seus capítulos. Na verdade, só há aprendizagem quando a criança reage dinamicamente a uma questão que suscite o seu interesse e responda à sua curiosidade.” (pp.173-174)

Na realidade, a resolução de problemas pode proporcionar momentos bastante enriquecedores na sala de aula, onde a descoberta, a exploração e as interacções podem ser aspectos marcantes. Mas, a aptidão para resolver problemas não pressupõem apenas que os alunos saibam Matemática e conheçam estratégias gerais de resolução. É necessário que vivam experiências concretas de situações envolvendo a aplicação da Matemática (Abrantes, 1994).

No entanto, a resolução de problemas parece ainda não ser entendida, pelos professores que leccionam a disciplina de Matemática em turmas onde se desenvolve um currículo alternativo, como uma actividade fundamental no desenvolvimento de tópicos do programa matemático próprio de alunos que frequentam estes currículos. Esta atitude pode justificar-se quer por desconhecerem onde procurar tarefas próprias para estes alunos, quer por terem dificuldades em desenvolver, com os alunos, tarefas desta natureza.

Este panorama exige aos professores que assumam uma nova atitude em relação à forma como são trabalhados os conteúdos disciplinares nas suas aulas. Não interessa trabalhar o programa próprio de Matemática de forma irreflectida mas, sim, desenvolvê-lo tendo em conta as competências básicas a serem adquiridas pelos alunos, no contexto da realidade da sala de aula. Deste modo, é fundamental proporcionar a estes alunos aprendizagens que permitam a construção do conhecimento matemático e o desenvolvimento de competências matemáticas necessárias para que estes se integrem na sociedade como cidadãos responsáveis, aprendizagens estas que estão de acordo com os principais aspectos da “competência matemática” existentes em DEB (2001) e defendidas por Abrantes (1994).

Sendo a Matemática uma ciência em permanente evolução, com um processo de desenvolvimento ligado a muitas vicissitudes, dilemas e contradições (Ponte, 1989), esta pode ser encarada como um corpo de conhecimento, constituído por um conjunto de teorias bem determinadas ou como uma actividade. Mas o que constitui afinal o carácter distintivo do conhecimento matemático em relação a outros saberes?

Se o currículo escolar evoluir no sentido de desenvolvimento por competências matemáticas, onde exista uma valorização dos saberes num contexto de aprendizagens úteis, práticas e reais (Roldão, 1999) a Matemática possibilitará a elaboração de uma imensa variedade de estruturas intelectuais, pelo que garantirá a validade de raciocínios muito mais longos e elaborados que o senso comum, sendo capaz de sair para fora desses limites, transcendendo e corrigindo a intuição. No entanto, não é o envolvimento do indivíduo o único factor que condiciona o desenvolvimento do conhecimento matemático. Outros factores constituem igualmente os seus condicionantes, incluindo factores de ordem cultural, social, institucional (escola e outros espaços de aprendizagem da Matemática), e as capacidades de ordem individual. A aprendizagem baseada na resolução de problemas possibilitará, pela exploração de problemas do “mundo real” e utilizando este como contexto, o desenvolvimento do conhecimento matemático e a aquisição de conceitos essenciais à disciplina, competências estas consideradas essenciais pelo DEB (2001).

Sobre o desenvolvimento de competências matemáticas, o termo competência faz sentido se acentuar a importância de se perceber e desenvolver as estruturas que sustentam o saber agir e a capacidade de improvisar numa situação nova. Perrenoud (2001) refere que actualmente não existe uma definição consensual de competência e alguns autores contestam a sua necessidade afirmando que a noção de saber é suficiente. Para este autor, mais grave do que esta indefinição é o facto de nos “programas orientados para os saberes não se arriscar a reflectir sobre o modo de integração e de mobilização dos conhecimentos nos espíritos dos alunos” (p.10). A clareza e o consenso para os defensores desses programas terminam quando perguntamos como é que os saberes se constroem, se conservam, se articulam, se transferem, se generalizam, se esquecem ou se enriquecem na mente das pessoas.

Perrenoud (2001) refere que muitos associam com facilidade o termo competência a acções muito práticas, ao utilitarismo muito estreito e criticado por alguns. Para ele, não existe nenhuma razão para negar esta associação, sem cair, é claro, na possibilidade de esgotarmos a noção de competência neste conceito. A abordagem por competências não

pretende mais do que permitir a cada um aprender a utilizar, activar e mobilizar os seus saberes para actuar sobre o mundo que o rodeia.

O conceito de competência constitui-se na própria acção e não existe antes dela. Portanto, não se coloca no âmbito dos recursos – conhecimentos, capacidades e atitudes – mas na activação desses recursos. Perrenoud (2001) sistematiza de uma forma objectiva, que competência engloba: (i) competências necessárias na vida quotidiana, ou seja, o saber fazer; (ii) as competências elementares que têm uma estreita ligação com os programas escolares e os saberes disciplinares e que exigem conhecimentos e noções; e (iii) as competências necessárias para resolver situações/problemas mais complexos.

Concreta ou abstracta, comum ou especializada, de acesso fácil ou difícil, uma competência permite enfrentar e regular adequadamente um grupo de tarefas e de situações, apelando a noções, conhecimentos, informações, procedimentos, métodos, técnicas, bem como outras competências mais específicas. A competência requer conhecimentos e capacidades não se reduzindo a eles e emerge da junção de um saber e de um contexto, que não pré-existe ao acontecimento ou à situação, exercendo-se num contexto particular.

Relembrando Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) e DEB (2001) quando consideram que a educação matemática pode contribuir, de um modo significativo para ajudar o aluno a tornar-se competente compreende-se, então, que para o mesmo adquirir esta capacidade tenha que ser capaz de mobilizar saberes que o permitam adaptar e reelaborar outros saberes e capacidades postos em acção em situações anteriores, para fazer frente a situações novas.

Assim, as competências consideradas essenciais são o conjunto de saberes, de recursos, de processos viáveis, que o aluno deve adquirir e desenvolver para poder recorrer quando estiver perante situações problemáticas idênticas ou novas. Num currículo orientado para o desenvolvimento de competências no sentido apresentado por Perrenoud (2001) a competência dirá assim respeito ao processo de activar recursos (conhecimentos, capacidades, estratégias) em diversos tipos de situações, nomeadamente situações problemáticas. Por isso, não se pode falar de competência sem lhe associar o desenvolvimento de algum grau de autonomia em relação ao uso do saber.

Abrantes *et al.*, (1999) percebe-se, então, que a aprendizagem baseada na resolução de problemas pode orientar os alunos para o desenvolvimento de competências

matemáticas. Os alunos aprendem através de conjuntos de problemas e situações contextualizadas. Por isso, e também devido à dinâmica de trabalho, atingem maiores níveis de compreensão, desenvolvem mais competências de aprendizagem matemática, capacidades cognitivas e competências sociais. Esta abordagem mobiliza mais rapidamente os conhecimentos prévios, acabando por favorecer uma aprendizagem que se adapta mais rapidamente a novas situações.

### **3.5.3 - Resolução de problemas nos currículos alternativos**

O ensino baseado na resolução de problemas supõe fomentar nos alunos o domínio de procedimentos para dar respostas a situações distintas e mutáveis. Ensinar ao aluno a resolver problemas consiste não apenas em ensinar-lhe estratégias eficazes mas em criar-lhe o hábito e a atitude de encarar a aprendizagem como um problema para o qual se tem que encontrar respostas.

Uma das maiores deficiências demonstradas pelos jovens, após a escolaridade, manifesta-se na capacidade de resolver problemas fora do contexto estritamente escolar. Nos últimos anos o panorama não se tem alterado, tal como nos mostra o estudo do PISA (*Project for International Student Assessment*) lançado pela OCDE, em 1997. Este procurou medir a capacidade dos jovens de quinze anos para usarem os conhecimentos que têm de forma a enfrentarem os desafios da vida real, em vez de simplesmente avaliar o domínio que detêm sobre o conteúdo do seu currículo escolar específico. O estudo desenvolveu-se em três ciclos. O PISA 2003 (segundo ciclo do PISA) deu maior enfoque à literacia matemática.

No domínio de avaliação na área de Matemática estudou-se a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a disciplina desempenha no mundo real, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida. Neste, os alunos portugueses revelaram um desempenho modesto, uma vez comparado com os correspondentes valores médios dos países do espaço da OCDE, verificando-se existir uma percentagem demasiado elevada de alunos com nível de proficiência inferior a um, o que configura uma situação grave para cerca de um terço dos nossos alunos.

Na resolução de problemas, os alunos tiveram um desempenho médio significativamente inferior ao da média da OCDE, existindo uma associação positiva entre o desempenho médio dos alunos e o tempo disponibilizado em aula para este tipo de actividade.

Da leitura e análise efectuada do documento referente ao PISA 2003, verifica-se que os alunos apresentam dificuldade em trabalhar situações que requerem um nível de reflexão mais elevado ou a conjugação de informação diversa ou conceitos mais abstractos (...); sérias limitações na capacidade de exposição do seu raciocínio e poder de argumentação (...); dificuldade de mobilização dos seus conhecimentos em situações da vida real (...). Isto significa que muito do trabalho que se tem vindo a desenvolver na sala de aula de Matemática não tem correspondido ao que se desejaria.

Conclui-se então que o défice de competências em matemática dos alunos portugueses é um problema de enorme gravidade. Trata-se, portanto, de um problema estrutural que atravessa todos os níveis de ensino, o qual tem alimentado o insucesso na disciplina e este o próprio abandono escolar.

Desta leitura e análise pode-se também concluir que a palavra "problema" é certamente utilizada de forma equívoca na aula de Matemática. Um verdadeiro problema tem que ser definido como uma situação que é nova para o indivíduo a quem se pede para resolvê-la. Os exercícios tirados de um livro de texto de Matemática, geralmente consistem em trabalhar certo número de actividades idênticas ou quase idênticas às que o professor usou como exemplo na sala de aula. Com isto não se pretende dizer que tais actividades, como a resolução de exercícios, não sejam úteis. O que se pretende dizer é que também devemos dar oportunidade ao estudante para que realmente resolva problemas e, além disso, proponha problemas. Com os resultados apresentados do estudo do PISA (2003), a pergunta que devemos fazer é "porque é que tantos alunos têm tão baixo rendimento quando solicitados a resolver problemas?". A necessidade de investigarmos esta questão é indiscutível, e em turmas onde se desenvolve um currículo alternativo, ainda o é mais. Como participantes do processo ensino-aprendizagem, seja como professores e/ou investigadores, não podemos aceitar passivamente que esta situação permaneça sem um estudo mais aprofundado.

No caso das turmas onde se desenvolve um currículo alternativo, parece poder afirmar-se que o momento de partida é a análise e avaliação do currículo já implementado, tendo como referência a sua eficácia perante as necessidades específicas de um determinado público-alvo. O nº 3 do Artº 8º do Capítulo I da Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE), define as áreas de formação obrigatórias para cada ciclo do ensino básico, sendo que para o segundo ciclo "a formação humanística, artística, física e desportiva, científica e tecnológica e a educação moral e cívica (...)" (p.5) são as áreas determinadas para este nível de ensino. Daí a necessidade de reconhecer que o

Currículo Alternativo, apesar da selectividade do seu público-alvo, da diferenciação das aprendizagens e da funcionalidade que deve assumir, não pode deixar de contemplar cada uma das áreas consignadas na LBSE, sob pena de o perfil terminal dos alunos ficar significativamente amputado. Por outro lado, há que garantir a funcionalidade do currículo, isto é, procurar determinar o equilíbrio entre a preparação cultural-científica e a vocacional ou técnico-profissional dos alunos, de forma a escapar à tendência de construir um currículo mais académico.

Assim, e tendo por base o Despacho nº 22/SEEI/96 de 19 de Junho, um Currículo Alternativo de Matemática deve incluir vertentes importantes, de que se destacam a necessidade de um desenho equilibrado entre a componente escolar e outra mais prática e entre as permanências do modelo oficial e as especificidades a introduzir, uma coerência horizontal, que dá unidade e sentido às aprendizagens visadas e uma adaptação às experiências de vida e motivações pessoais dos alunos, bem como às circunstâncias da localidade/região onde se inserem os alunos.

Dado que o NCTM (1991) aponta como um objectivo geral para aos alunos de Matemática “aprender a raciocinar matematicamente”, sugerindo que a explicitação de um bom raciocínio deveria ser melhor recompensado do que a capacidade para encontrar respostas correctas e que um dos principais objectivos do ensino da Matemática é o de ajudar os alunos a sentir que podem fazer Matemática e a criar um sentimento de controlo sobre a sua aprendizagem, autonomia e a sua capacidade de pensar e aprender, então um ambiente de sala de aula que valorize e promova o raciocínio é uma condição fundamental para se atingirem os objectivos atrás referidos. Ao valorizar o raciocínio está também a ser valorizado o processo de resolução de problemas e de comunicação (NCTM, 1991).

Se os alunos que frequentam um currículo alternativo tiverem oportunidade de aplicar as suas capacidades de raciocínio e justificar o seu próprio pensamento durante o processo de resolução de problemas, eles começam a ter consciência da sua capacidade de explicar e justificar o seu raciocínio, assim como saber resolver um problema é tão importante como obter a sua solução (NCTM, 1991). A aprendizagem de Matemática e a resolução de problemas nos currículos alternativos deve então ser activa, motivadora (Lester, 1983) e processar-se de forma a despertar o interesse dos alunos onde eles sejam desafiados a descobrir resultados e a estabelecer relações.

Assim, os problemas a apresentar aos alunos que frequentam um currículo alternativo na disciplina de Matemática não deverão ser encarados como aplicação de

conhecimentos adquiridos ou introdução de novos temas. O que se pretende é que as propostas de trabalho constituam para os alunos situações problemáticas em que será necessário explorar e que despertem diversas formas matemáticas de comunicação, raciocínio, sociabilização e estratégias de resolução, tendência em educação matemática valorizada por Abrantes (1994).

Neste sentido e no âmbito do Currículo Alternativo, pode dizer-se que a resolução de problemas constituirá um contexto geral de aprendizagem, estreitamente ligado ao ambiente de trabalho e à natureza das actividades propostas aos alunos. Situações problemáticas envolvendo a Matemática no mundo real (Polya, 2003) serão propostas dado que o desenvolvimento de tais actividades constituirá, a este nível de ensino, uma forma privilegiada para desenvolver a actividade matemática já que o aluno, de ouvinte passivo, deverá passar a assumir-se como construtor activo do seu conhecimento (DEB, 2001). Procurar-se-á ter em conta que o conhecimento matemático não seja passivamente recebido mas, antes, activamente construído por “aproximações sucessivas”, sendo reconhecida a importância de a Matemática ser experimentada pelos alunos destes currículos, de modo a que estes lhe encontrem sentido.

Numa aula de Matemática baseada na resolução de problemas e com as características atrás mencionadas, prevê-se que os alunos participem activamente na construção do seu próprio conhecimento matemático, tentando encontrar um sentido para as regras matemáticas, conceitos e os problemas com que se vão deparando, desenvolvendo autonomia na sua aprendizagem. A Matemática assim apresentada será como um produto da actividade humana, isto é, os alunos poderão aperceber-se que o conhecimento matemático é experimental, dependente do contexto e dos objectivos, implicando a existência de expectativas face a todos e oportunidades significativas, aceitando-se e integrando as diferenças (equidade educacional) proposta pelo NCTM (2000).

O professor dirige, assim, a aprendizagem dos alunos através da apresentação de situações “ricas” da matemática, proporcionando um ambiente de desafios enriquecedores, sendo que a resolução de problemas apresentada desta forma e sob o ponto de vista educacional, na nossa perspectiva irão: (a) estimular o tipo de envolvimento dos alunos necessário para uma aprendizagem significativa; (b) fornecer vários pontos de partida para alunos com diferentes níveis de capacidades; (c) estimular um modo de pensar holístico, relacionando alguns tópicos, o que é uma condição fundamental para um raciocínio matemático significativo; e (d) ser indispensáveis para

fornecer uma visão mais completa e melhorada da importância das aprendizagens matemáticas.

A resolução de problemas deve, então, ser uma actividade que acompanha o aluno independentemente do currículo que frequenta. Assim, deve ser proporcionado a estes alunos e de acordo com as directrizes do próprio Despacho nº 22/SEEI/96 de 19 de Junho, momentos de descoberta (APM, 1998). Este carácter criativo da resolução de problemas promoverá a confiança em fazer matemática e a certeza da sua aplicabilidade no dia-a-dia do aluno inserido num programa de currículo alternativo, pois será promovido o desenvolvimento de capacidades fundamentais de pensamento matemático.

### **3.5.4 – O estudo das estratégias de resolução de problemas**

A problemática subjacente à resolução de problemas não é de hoje mas continua actual na medida em que os alunos manifestam fraca competência nesta área. As aulas de Matemática estarão condenadas a ser aulas aborrecidas e desinteressantes, completamente desfasadas do meio exterior e sem qualquer aplicação a situações da vida real?

Parece claro que a resolução de problemas esteve desde sempre associada à disciplina de Matemática. Muita da Matemática é mesmo a resolução de problemas sobre este ou aquele assunto, uns mais teóricos e outros mais práticos, mas não existe uma receita para os resolver. Porque não resolver problemas da vida real? Porque não resolver problemas que o aluno encontra nas suas próprias vivências?

A ineficácia dos alunos na resolução de problemas acontece, a maior parte das vezes, não da falta de conhecimentos matemáticos, mas sim da dificuldade em usar esses conhecimentos. Quem está a resolver um problema, por vezes, não sabe mobilizar o conhecimento que possui para aplicá-lo na nova situação. Neste sentido, o conhecimento de estratégias de resolução poderá constituir uma ajuda válida na organização do pensamento individual e na procura de caminhos possíveis de resolução e exploração das situações.

Para o NCTM (1991), as estratégias de resolução de problemas fazem parte do conjunto de ferramentas matemáticas que os alunos possuem e que os podem ajudar a explorar um problema. Para Hayes (1981), citado em Borralho (1990), a resolução de problemas depende de um conhecimento especializado do domínio. Hayes (1981), citado em Borralho (1990), escolhe a tomada de decisões e a aprendizagem como duas



situações problemáticas especiais e muito importantes que necessitam de um tratamento especial.

Quanto às estratégias para encontrar a solução do problema, define quatro categorias: “1) o método de ensaio e erro, onde o indivíduo terá a possibilidade de controlar os ensaios com o intuito de evitar as repetições; 2) o método da proximidade onde o indivíduo controla a sua actividade, analisando se está mais próximo do objectivo pretendido, e através deste processo, avança gradualmente até chegar a uma solução; 3) análise de meios e fins, onde o estudante pode associar diversas diferenças entre o estado objectivo e o estado actual do problema, através de operações que podem reduzir estas diferenças, e transformando gradualmente o estado actual em estado objectivo; 4) o método de fraccionamento que implica a geração de sub-objectivos para resolver partes do problema ou para resolver problemas afins.” (Hayes, 1981, citado em Borralho (1990, p.65)

Borralho (1990), refere que para a resolução de problemas de Matemática, geralmente se utilizam heurísticas. As heurísticas são procedimentos destinados a resolver um problema através do uso de regras que permitam chegar rapidamente à solução ou aproximar-se dela, sendo que o uso de um algoritmo, poderá ser uma das heurísticas. Estes procedimentos não garantem o sucesso de encontrar a solução. Têm sim a vantagem de se apresentarem relativamente acessíveis de serem usados pelas suas características, pois adaptam-se com comodidade ao exercício da mente.

Para o autor, algumas estratégias que podem ser utilizadas na resolução de problemas de Matemática, são:

- “Descobrir um padrão; ● Construir uma tabela; ● Dramatizar o problema; ● Utilizar um desenho ou outro modelo; ● Fazer um desenho, um diagrama ou um gráfico; ● Formular e/ou testar uma conjectura; ● Trabalhar do fim para o princípio; ● Seleccionar notação apropriada; ● Reformular o problema; ● Simplificar o problema; ● Identificar a informação pretendida, a informação dada e a informação de que se necessita.” (Borralho, 1990, p.91)

Tendo em conta os autores atrás citados, no desenvolvimento deste estudo, as estratégias de resolução de problemas serão formas conscientes de organizar e determinar os recursos de que um aluno dispõe para encontrar a solução de um determinado problema. Assim, para detectar as estratégias pelas quais os alunos irão optar serão usados os seguintes critérios:

1 – Quando o aluno expressar a resolução do problema através da linguagem corrente, considera-se que usou uma estratégia simbólica e designa-se por X;

2 - Nos casos em que o aluno usar material de concretização para a resolução do problema (calculadora), conclui-se que é utilizada uma estratégia de acção, a qual se designará por Z;

3 – Sempre que o aluno representar a situação através de um esquema ou desenho, designa-se icónica a estratégia utilizada e representar-se-á pela letra Y;

A terminologia a adoptar manifesta claramente uma aproximação à teoria de Bruner (1975), no que respeita aos estádios de representação do conhecimento: “symbolic stage”, “inactive stage” e “iconic stage”. Nesta, o autor refere que o desenvolvimento cognitivo desenvolve-se, nas crianças, por meio de processos de interacção social, destacando assim a importância do contexto social em que a criança se encontra e a sua interacção com outras pessoas.

O conhecimento é entendido, então, como sendo construído através da interacção por aprendizes e pares mais competentes (o professor ou outros aprendizes) no esforço conjunto de resolução de tarefas, explorando o nível em que o aluno está e o seu nível em potencial para aprender (Bruner, 1975). Desse modo, o processo interactivo vivenciado na sala de aula tem que ser entendido em toda sua complexidade, envolvendo dificuldades e avanços na compreensão, negociação de sentido das diferentes perspectivas e o controlo dessa dinâmica por parte dos intervenientes, até que o conhecimento seja compartilhado (Boavida e Matos, 1993).

Os objectivos a atingir e apresentados neste trabalho, numa turma onde se desenvolve um currículo alternativo, sugerem que na resolução de problemas será importante avaliar, entre vários aspectos, o progresso dos alunos em áreas como o uso de estratégias de resolução e atitudes/relação desenvolvidas em relação à resolução de problemas e à própria disciplina. Para tal, a técnica escolhida para avaliar estes importantes aspectos é a recolha holística, onde aos alunos será solicitado apresentarem por escrito as resoluções dos problemas e avaliado os seus progressos.

Dentro desta técnica será considerado o método da escala holística focada, traduzida de Charles, R., Lester, F. E O’Daffer, P. (1987) a qual produz um resultado para o trabalho do aluno num problema. Designa-se holística porque focará a resolução do problema na sua globalidade e não apenas na resposta. É focada porque se atribuirá uma valoração de acordo com o critério específico relacionado com a estratégia envolvida na resolução do problema.

## **Capítulo IV – Metodologia**

Neste capítulo é apresentada a metodologia que se adoptou para a realização do estudo. Assim, começar-se-á por contextualizar o tema do estudo num quadro metodológico de investigação, seguindo-se algumas referências mais específicas relativas aos participantes do estudo, ao papel do investigador, às técnicas de recolha de dados, à forma como se procedeu à selecção dos participantes e ao processo de análise de dados.

### **4.1 – Opções metodológicas**

A opção por um dos paradigmas da investigação educacional não é tarefa fácil, pois há consciência de que cada um deles pode revelar vantagens e limitações. Assim a escolha do método – procedimentos ou conjunto de passos sucessivos para atingir um determinado fim – deve fazer-se tendo em conta a natureza do problema em estudo.

No caso desta investigação, e tendo em conta as características destes alunos, a sua realidade social e as orientações curriculares próprias de um currículo alternativo, interessava analisar e compreender se o aluno que frequenta uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo, podia com base numa prática lectiva assente na resolução de problemas, criar estratégias de resolução que o levassem à construção do conhecimento matemático e à sua efectiva utilização. Não se pretendia traçar linhas normativas do que deveria ser uma nova cultura profissional no âmbito de currículo alternativo de Matemática, mas compreender se existiam caminhos a percorrer para que se alcançasse mais sucesso escolar neste nível de ensino na disciplina de Matemática.

O estudo incidiu sobre uma turma de currículo alternativo do 7º ano de escolaridade, formada por 16 alunos com as características previstas no Despacho nº 22/SEEI/96 (insucessos repetidos e/ou risco de abandono escolar). A presente investigação que diz respeito ao ano lectivo de 2005/2006, seguiu uma abordagem própria de investigação qualitativa. Utilizou-se várias técnicas de recolha e registo de informações: entrevistas

exploratórias aos alunos, entrevistas particulares aos alunos, observação de aulas, elaboração de uma análise dos problemas propostos aos alunos, análise de produções do trabalho matemático dos alunos, conversas informais com todos os professores da turma e consulta a documentos diversos respeitantes aos processos dos alunos. As entrevistas foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas para análise. Os pressupostos deste tipo de investigação correspondem aos estabelecidos por Robert Bodgan e Sara Biklen (1994):

“Utilizamos a expressão investigação qualitativa como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo sim, formuladas com o objectivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. (...) Privilegiam essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação.” (p.16)

Estes autores apresentam cinco características próprias da investigação qualitativa: (1) na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (2) a investigação qualitativa é descritiva; (3) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; (4) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; (5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Pelas características referidas, a investigação de tipo qualitativo pareceu ser a mais adequada para este estudo, uma vez que a compreensão dos pontos de vista dos participantes é essencial.

Dado pretender-se analisar/compreender se o aluno que frequenta uma turma de currículo alternativo pode, com base numa prática lectiva assente na resolução de problemas, criar e/ou utilizar estratégias de resolução que levem à construção de conhecimento matemático e à sua efectiva utilização e em que medida pode constituir factor influente na melhoria da aprendizagem e na sua visão/relação com a Matemática, considerou-se adequado utilizar como *design* de investigação o estudo de caso (Ponte, 1994). Esta metodologia é adequada porque as variáveis relevantes estão muito embebidas na entidade em estudo e a investigação assume-se como particularista, isto é,

“debruça-se deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial” (p.3).

Nos estudos de caso da Rita e do João considerados neste trabalho, procurou-se criar uma estrutura descritiva, factual do objecto de estudo, em que se expressam os acontecimentos e as opiniões de cada um dos intervenientes, e ao mesmo tempo se problematiza o seu objecto, interpreta entrevistas e os dados da observação e analisa os problemas, confrontando-os com outras análises (Yin, 1984, citado em Ponte, 1994). A perspectiva de estudo é interpretativa dado que coloca como fundamental compreender a relação que o aluno poderá estabelecer com a resolução de problemas, como vêm estes a matemática e o que valorizam mais. O objectivo deste tipo de estudo não é fazer generalizações, mas sim produzir conhecimento acerca de objectos particulares.

A preocupação, ao longo de todo o trabalho foi o rigor em todas as descrições das aulas ou acontecimentos significativos que foram relatados, não fugir ao levantamento de situações que não se sabia interpretar, tanto dos aspectos positivos como dos negativos, tecer recomendações quando parecia que eram baseadas em evidências, e não prescindir dos pontos de vista se parecia que eram adequados defendê-los no contexto da situação. A preocupação de ser fiel às pessoas que se entrevistou levou à opção, muitas vezes, por transcrever no texto da dissertação pequenos excertos das entrevistas.

Após a revisão da literatura foi possível aperfeiçoar as questões de investigações iniciais, tendo em conta o quadro teórico seleccionado. A partir do primeiro contacto com os alunos participantes começou-se por focar aquilo que parecia interessar ao investigador. Deste modo, o tema de estudo foi-se clarificando progressivamente, o que fez com que houvesse a preocupação de rever periodicamente as intenções da investigação e os documentos produzidos.

## **4.2 – Participantes do estudo**

### **4.2.1 – A escola**

A Escola onde decorreu o trabalho tem vindo nos últimos anos a adoptar o Programa Integrado de Educação e Formação como medida privilegiada para dar resposta aos problemas de insucesso e abandono escolar. Depois de diagnosticada a situação, no ano lectivo 2000/2001 teve início um processo de debate e discussão desta problemática nos vários órgãos da escola, sugerindo a reflexão relativamente a eventuais estratégias de

actuação e intervenção, no sentido de promover o regresso dos alunos em abandono escolar. No ano lectivo de 2002/2003 foram constituídas as primeiras turmas dos currículos alternativos de segundo ciclo que tiveram continuidade no ano lectivo seguinte. No ano lectivo 2004/2005, dando seguimento ao trabalho desenvolvido em anos anteriores com resultados considerados positivos, foram constituídas três turmas, duas do segundo ciclo e uma do terceiro ciclo.

A avaliação realizada, pela Escola, do trabalho desenvolvido ao longo dos anos de funcionamento destas turmas, permitiram concluir da necessidade de continuidade desta medida, no sentido de proporcionar aos alunos a continuação de estudos e a integração de outros que se enquadram no perfil de aluno para este tipo de projecto.

Para o ano lectivo de 2005/2006, propuseram-se o funcionamento de duas turmas onde se desenvolveria um currículo alternativo, uma do segundo ciclo e outra do terceiro ciclo. A turma do terceiro ciclo foi de continuidade constituída por alunos que integraram, no ano lectivo anterior, a turma do terceiro ciclo e que transitaram de nível. A turma do segundo ciclo integrou alunos que não completaram, no anterior ano lectivo, o seu plano de educação e formação.

#### **4.2.2 – A turma – caracterização geral**

A turma do sétimo ano de escolaridade era composta por dezasseis jovens, sete raparigas e nove rapazes, com idades compreendidas entre os quinze e os dezoito anos. Seis destes jovens encontravam-se encaminhados para dar continuidade ao programa que teve início no ano lectivo anterior transitando, assim, ao terceiro ciclo, enquanto uma das jovens, por não atingir as competências definidas no seu plano individual em 2002/2003 e não conseguir acompanhar o ensino regular, voltou a ser reencaminhada para a referida turma.

Estes jovens residem, essencialmente, nas imediações da escola, num bairro social com características muito próprias a nível económico e familiar. Outros são oriundos de freguesias rurais do concelho onde a escola se insere. Quatro destes jovens já estiveram em contexto de trabalho e os restantes encontravam-se, à data do diagnóstico, em abandono escolar efectivo, correndo o risco de iniciarem uma actividade laboral. Estas experiências de trabalho nem sempre coincidiram com o abandono precoce da escola contudo muito contribuíram para o quadro de insucesso escolar que quase todos têm vivenciado nos últimos anos lectivos.

### **4.2.3 – Os alunos**

Num estudo deste tipo, o conhecimento do grupo é importante. No entanto, é fundamental perceber como é que o grupo interage com cada aluno, e como é que cada aluno se integra no grupo. É importante perceber a relação do aluno com a Matemática e a resolução de problemas, a forma como essa relação evolui, tentar compreender que factores podem influenciar a aproximação/afastamento da Matemática e a forma como o aluno enfrenta os problemas. Era então necessário um estudo mais individualizado. Em Novembro de 2005, seleccionaram-se dois alunos para os estudar mais aprofundadamente. A escolha não foi fácil, todos os alunos eram problemáticos e todos tinham problemas diferentes. No entanto, e tendo em conta a informação recolhida, foram escolhidos a Rita e o João, por razões diferentes.

A Rita era uma das alunas mais novas da turma. Tinha um passado escolar de algum insucesso, com quatro reprovações no seu percurso escolar, piorando em termos de classificações e de assiduidade, em cada ano que repetia. No entanto, era uma aluna que revelou algum gosto a nível da escola, ao mesmo tempo que se mostrou uma pessoa simpática e de fácil trato. Inscrita numa turma onde se desenvolve um currículo alternativo há dois anos, pensava que a sua inscrição no mesmo se devia a faltar muito. Tinha o sonho de ser educadora de infância. Porquê o insucesso escolar?

O João era um dos alunos mais simpáticos da turma, e aquele que se revelou mais aberto às actividades propostas. Revelou-se o aluno mais atento na aula, relativamente organizado na elaboração dos trabalhos e mais responsável com o material enquanto aluno deste projecto. Algo “brincalhão”, o João queria tirar o nono ano e assim inscrever-se num curso. Revelou alguma facilidade na apreensão de conhecimentos, gosto e cuidado na apresentação dos trabalhos, chegando a ter avaliações francamente positivas. Então porque é que tinha informações negativas dos anos anteriores?

## **4.3 - Processo e recolha de dados**

### **4.3.1 – Descrição geral do processo**

O estudo de caso qualitativo é uma metodologia de natureza empírica, com uma forte componente de trabalho de campo. O investigador tem um papel fundamental na recolha de dados. Yin (1989) considera, mesmo, que a principal força do estudo de caso

lhe advém da capacidade de lidar com uma grande variedade de evidência. Merriam (1988) aconselha a que nos estudos de casos qualitativos sejam utilizadas as três técnicas de recolha de dados: entrevistas, observações directas e análise documental. A recolha de dados relativa a esta investigação foi directa e inteiramente feita pelo investigador. É de referir que para além dos dados recolhidos através das três técnicas previamente previstas, foram ainda sendo recolhidos vários elementos surgidos nas conversas que decorreram informalmente em diversos momentos em que o investigador estava na escola, com a finalidade de compreender melhor a realidade envolvente.

O primeiro contacto com os alunos participantes decorreu no mês de Outubro de 2005. Nesse momento foi-lhes apresentado uma descrição muito geral do trabalho que iria desenvolver-se e foi-lhes colocada a questão da sua disponibilidade para nele participarem. Após a aceitação da participação no estudo por parte dos alunos, foi realizado um novo contacto que serviu para lhes dar a conhecer pormenores relativos ao trabalho, nomeadamente, no que respeitava à actividade de resolução de problemas e à metodologia de trabalho respeitante ao processo de recolha de dados.

Entre Janeiro e Março de 2006, realizaram-se quatro sessões de trabalho com os alunos participantes, no conjunto da turma, divididas em duas fases com vista à apreciação e exploração da resolução de problemas em aula. Nessas sessões consideraram-se alguns aspectos particulares de cada um dos problemas e algumas sugestões de exploração dos mesmos. Discutiram-se, ainda, aspectos dos problemas que levantaram algumas questões e dificuldades nos alunos. Tendo em conta que este estudo tem um carácter exploratório e descritivo, os instrumentos de recolha de dados foram numerosos e diversificados.

A fonte directa de dados foi o ambiente natural onde os alunos se inseriam. Deste modo, tentou-se compreender o contexto das afirmações e decisões dos actores, porque essas “acções podem ser melhor compreendidas quando são observadas em ambiente habitual de ocorrência” (Bodgan e Biklen, 1994,p.48). O investigador assumiu o papel de professor observador, com o qual cada aluno podia falar e reflectir sobre os seus pensamentos, as suas intenções, os seus comportamentos, as suas dificuldades e a sua relação com a Matemática.

Assim, foi possível procurar um conhecimento que não é facilmente demonstrável pelos actores, porque se trata de um conhecimento essencialmente experiencial, resultante da integração de conhecimentos teóricos e práticos, adquirido fundamentalmente a partir das experiências vividas e reflectidas pela pessoa e que por



isso é muito pessoal. Houve assim a preocupação de não influenciar as declarações, opções e decisões de cada aluno. A recolha de dados foi feita de forma descritiva, tentando-se recolher a riqueza dos processos e significados atribuídos pelos alunos nos seus relatos, nas suas descrições, nas suas reflexões. Deste modo, interessou capturar a perspectiva do participante, a qual se foi definindo ao longo do estudo:

“Não se trata de montar um quebra-cabeças cuja forma final conhecemos de antemão. Está-se a construir um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes.” (Bodgan e Biklen, 1994, p.50)

Tal como Merriam (1988) refere, utilizaram-se as técnicas de recolha de dados aconselháveis para estudos de caso qualitativo: a entrevista semi-estruturada, a observação directa, e a análise de documentos, nomeadamente aqueles que foram produzidos por cada um dos alunos. O quadro abaixo explicita a ordem e a calendarização do desenvolvimento da recolha de dados:

Quadro 1: *Calendarização da recolha de dados*

Outubro de 2005	Confirmação da participação dos alunos	Confirmação
Novembro de 2005	Caracterização pessoal e escolar do aluno em relação à aula de Matemática e Resolução de Problemas	1º Entrevista
Novembro e Dezembro de 2005	Observação de 4 aulas de 90 m.	Observação de aulas
Janeiro e Fevereiro de 2006	Observação de mais 2 aulas de 90 m. Aplicação das tarefas em 2 aulas de 90 m.	Observação de aulas e recolha de informação
Final de Fevereiro de 2006	Caracterização dos alunos em relação à aula de Matemática e Resolução de Problemas	2º Entrevista
Março de 2006	Observação de mais 2 aulas de 90 m. Aplicação de tarefas em 2 aulas de 90 m.	Observação de aulas e recolha de informação
Abril de 2006	Reflexão sobre a prática lectiva com base na Resolução de Problemas	3º Entrevista

#### 4.3.2 – A observação participante

A observação usada como principal técnica de recolha de dados permite um contacto pessoal entre o investigador e o fenómeno estudado dado que se torna explícito o seu papel e os objectivos do estudo.

Neste estudo, a observação participante foi uma das formas de recolha de dados, sendo o próprio investigador o instrumento principal de observação. A observação na

aula incidiu sobre o ambiente e a forma como se realizaram as tarefas. Ela foi feita por se ter considerado conveniente ficar a conhecer o ambiente que se vivia nas aulas, de modo a compreendê-lo melhor e a captar, também melhor, o seu desenvolvimento. Utilizando uma expressão sinónima, um argumento de peso para a realização da observação de aulas passou pelo que se poderá designar por experiência directa com o fenómeno (as aulas em que foram aplicadas as tarefas de resolução de problemas).

Este ponto de vista está ilustrado na afirmação de que “a observação directa permite que o observador se aproxime das convicções das pessoas” no sentido que lhe atribuem Lücke e André (1986) quando referem que tal acontece “na medida em [...] que o observador acompanha *In loco* as experiências diárias dos sujeitos, [e] pode apreender a sua visão do mundo, isto é, o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas próprias acções” (p.26).

De Novembro de 2005 a Abril de 2006 foram alvo de análise cerca de doze aulas (de hora e meia) da turma onde se desenvolveu um currículo alternativo para a observação informal dos alunos e destes nas aulas em que se desenvolveram as tarefas. Nas aulas de resolução de problemas, a atitude do investigador era de apoio aos alunos, não interferindo na condição geral da aula, que foi sempre da responsabilidade da respectiva professora.

Na ajuda do registo das observações foi utilizado um guião que continha os aspectos gerais que o investigador deveria observar, relativos ao ambiente da aula, implementação do problema e papel do aluno. Nesses registos de observação, o investigador também anotou algumas informações sobre aspectos particulares da própria aula – diálogos e descrições da professora para com os alunos e vice-versa. Essas informações foram importantes porque ajudaram o investigador na reconstituição do desenvolvimento das aulas e dos diálogos. Essa reconstituição foi feita após a observação, na análise individual dos problemas.

Antes do primeiro dia de observação, a professora informou os alunos do que iria acontecer – estaria presente um outro professor para observar o trabalho desenvolvido – e, durante a observação, o investigador procurou um local que lhe permitisse ter uma boa visão. Optou-se por não fazer a gravação áudio e vídeo das aulas porque, dado o número reduzido de observações, o aparato técnico poderia interferir no normal desenvolvimento da aula e como o objecto de observação era o aluno, o registo escrito do mesmo era suficiente.

### 4.3.3 – As entrevistas

Na investigação qualitativa as entrevistas podem assumir graus de estruturação distintos. No entanto, o entrevistador não deverá fazer um controlo demasiado rígido dos conteúdos questionados sob pena de extravasar o “âmbito qualitativo” do seu estudo. No processo de recolha de dados, “mesmo quando se utiliza um guião, as entrevistas qualitativas oferecem ao entrevistador uma amplitude de temas considerável, que lhe permite levantar uma série de tópicos e oferecem ao sujeito a oportunidade de moldar o seu conteúdo” (Bodgan e Biklen, 1994, p.135).

O tipo de entrevista utilizada foi a semi-estruturada. Este tipo de entrevista foi orientada por um conjunto de questões que se pretendiam explorar, não existindo uma formulação exacta, nem uma ordem pré-determinada das perguntas. Para a sua realização foi feito um levantamento das questões a abordar contemplando as seguintes áreas: relação dos alunos com a matemática, conhecimento do assunto a ensinar, concepção do aluno sobre ensino e aprendizagem da matemática, concepção do aluno sobre problema e a resolução de problemas, estratégias de resolução e aprendizagem do conteúdo matemático. Este processo envolveu introspecção e procurou reflectir sobre o que está dentro da mente de cada aluno e saber o que o aluno conhece e pensa.

Esta técnica de recolha de dados consistiu então numa conversa informal entre o investigador e o participante, dirigida pelo primeiro e com o objectivo de obter dados descritivos na linguagem do próprio participante, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam determinadas situações relativas às áreas atrás mencionadas (Bodgan e Biklen, 1994). A partir do conjunto de questões elaboradas, tendo por base as áreas atrás referidas, foram produzidos três guiões que orientaram as três entrevistas semi-estruturadas. Cada entrevista centrou-se na análise dessas áreas em diferentes momentos da investigação com o intuito de conhecer e interpretar as concepções dos alunos e verificar a sua evolução.

Com a primeira entrevista pretendia-se obter informações sobre as características pessoais do participante, o conhecimento de si como aluno, o conhecimento do assunto a ensinar, a relação com a matemática; concepção do aluno sobre o ensino e aprendizagem da matemática, problema e resolução de problemas (guião no Anexo 1). Na segunda entrevista, que se realizou após a observação de aulas e entrega das primeiras quatro tarefas aos alunos, procurou-se detectar a utilização de estratégias de

resolução de problemas pelos alunos e perceber se existia a evolução relativa aos aspectos focados pela primeira entrevista, servindo para clarificar e aprofundar os mesmos (guião no Anexo 2). Na terceira entrevista, que se realizou depois da observação das aulas e das tarefas concluídas procurou-se detectar uma possível relação entre a resolução de problemas, estratégias de resolução utilizadas e a competência matemática, ou seja, a aprendizagem do conteúdo matemático, tentando perceber a evolução do aluno relativamente a aspectos das primeira e segunda entrevistas (guião no Anexo 3).

Segundo Merriam (1988) é importante o investigador combinar a participação e a observação, de modo a ser capaz de compreender a situação como quem está por dentro e descrever a situação como quem está de fora. A natureza semi-estruturada das entrevistas e o facto das questões serem tendencialmente abertas ocasionou que alguns dos temas fossem naturalmente abordados em ambas as ocasiões. Estas entrevistas tomaram a forma de conversas de média duração que variou consoante o entrevistado, oscilando entre cerca de trinta minutos a sessenta minutos.

Todas as entrevistas foram áudio-gravadas e integralmente transcritas pelo investigador. Foram também realizadas duas entrevistas particulares a cada um dos alunos em estudo, relativas a uma tarefa realizada antes da segunda entrevista semi-estruturada (primeira fase do estudo) e uma outra tarefa realizada após a segunda entrevista semi-estruturada (segunda fase do estudo), tarefas estas com um diferente grau de dificuldade e exigência com o objectivo de recolher mais dados sobre a resolução de problemas, as estratégias utilizadas, o ambiente das aulas e a dinâmica dos alunos. A entrevista foi semi-estruturada, apoiada por um guião especialmente elaborado (Anexo 6) e transcrita pelo investigador. Ocorreram logo após as aulas de resolução de problemas, entre Fevereiro e Março de 2006 e foram realizadas na escola.

Esta entrevista não estava inicialmente prevista e a sua necessidade fez-se sentir pela tomada de consciência de que os aspectos directamente relacionados com a resolução de problemas e estratégias de resolução, tinham de ter evidência relativamente a cada aluno.

#### **4.3.4 – Análise documental**

A análise documental foi utilizada como técnica de recolha de dados complementar à entrevista e à observação, constituindo-se como uma fonte de informação estável e contextualizada. Através da análise dos problemas relativos a duas unidades de ensino,

podia-se perceber com mais clareza como os alunos pensavam operacionalizar (estratégia de resolução) o problema e a existência ou não de aprendizagem do conteúdo matemático. Deste modo, pediu-se aos alunos que resolvessem os problemas apresentados na ficha de trabalho, não obedecendo a qualquer formalismo ou organização estandardizada. A análise dos problemas permitiu então perceber como cada aluno tencionava organizar as suas ideias, que tipo de dificuldades encontrou e a existência ou não de aprendizagem do conteúdo matemático em causa.

Através da análise dos problemas e do cruzamento dessas informações com os testemunhos de cada um relativamente aos mesmos, aprofundou-se o estudo das estratégias de resolução utilizadas e/ou criadas pelos alunos e a aquisição de conhecimentos matemáticos com base na resolução de problemas.

#### **4.3.5 – Outros documentos consultados**

(1) Processos dos alunos que continham algumas informações relativas ao seu passado escolar (aspectos consultados): a) Registo biográfico – avaliações dos alunos no final de cada período; b) Diário de aula, onde se foi anotando nas aulas observadas os registos de observações considerados pertinentes.

(2) Outros documentos: a) Estudos da escola sobre a caracterização da população escolar; b) Todos os trabalhos feitos pelos alunos nas aulas de Matemática, em particular dos alunos escolhidos para os estudos de caso.

#### **4.4 – Análise de dados**

A análise de dados é o processo de organização de todo o material que foi sendo recolhido, com o objectivo de aumentar a compreensão desse material e de permitir apresentar aos outros aquilo que se encontrou (Bodgan e Biklen, 1994). É um processo criativo e difícil que exige grande organização, atenção e rigor intelectual.

Iniciou-se com uma análise especulativa (Woods, 1987, citado por Entonado, 1991) resultante do primeiro contacto com os dados recolhidos: leitura e audição. Esta análise revelou-se bastante útil permitindo uma visão global dos dados. Seguiu-se uma maior sistematização, procurando dar aos diversos materiais uma ordenação coerente, completa e lógica e levando, conseqüentemente, ao estabelecimento de classificações e categorias (Bodgan e Biklen, 1994):

“A análise envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros.” (Bodgan e Biklen, 1994, p. 205)

Ao longo do estudo, os materiais recolhidos foram então classificados e arquivados de modo a organizar, em *dossier*, os dados relativos a cada aluno de acordo com as datas em que foram recolhidos. Nesse *dossier* foram sendo arquivados os contactos e informações de cada aluno, as transcrições das entrevistas, os problemas resolvidos por unidade de ensino e a sua análise, os registos da observação de aulas e as anotações e comentários que o investigador foi escrevendo ao longo da investigação. A análise de dados foi feita tendo sempre presente a questões em estudo. Recorrendo a informações do tipo qualitativo, pretendeu-se que a mesma assumisse um carácter essencialmente descritivo e interpretativo. Deste modo, tanto os problemas como as entrevistas foram tratados em obediência a uma metodologia de análise de conteúdo.

Posteriormente, as respostas dadas pelos alunos relativas às entrevistas foram classificadas e categorizadas. As entrevistas particulares, transcritas integralmente, foram ouvidas e lidas várias vezes. Esta consulta foi acompanhada pelos registos escritos produzidos pelos alunos durante a realização das tarefas. Ao longo dos diálogos foram assinaladas e destacadas algumas passagens consideradas representativas da opinião dos alunos, nomeadamente, aquelas que permitiam identificar e categorizar visão/relação do aluno com a Matemática, estratégias de resolução utilizadas e aprendizagem do conteúdo matemático.

Na categorização do progresso dos alunos em áreas como a resolução de problemas, o uso de estratégias de resolução e as atitudes/relação desenvolvidas em relação à resolução dos problemas e à própria disciplina, foi considerado o método da escala holística focada, traduzida de Charles, R., Lester, F. e O’Daffer, P. (1987), a qual produz um resultado para o trabalho do aluno num problema (Anexo 5). Quanto à categorização do tipo de estratégias de resolução utilizadas nos problemas aplicados, a terminologia adoptada manifesta aproximação à teoria de Bruner (1975), no que respeita aos estádios de representação do conhecimento: “symbolic stage”, “inactive stage” e “iconic stage”.

## **Capítulo V – A turma, o programa de Matemática, os problemas e o papel do professor**

### **5.1 – A turma**

A proposta enviada para aprovação à respectiva Direcção Regional de Educação continha uma lista de 17 alunos, cujos encarregados de educação, contactados previamente, tinham dado o seu aval para a integração dos jovens na turma. Esta lista sofreu modificações pois um aluno no início do primeiro período acabou por ser transferido. A turma passou a integrar 16 alunos, um número que ultrapassa o que está indicado na legislação:

“ 7 – Atendendo à especificidade do público-alvo dos currículos alternativos e à necessidade de promover um processo de aprendizagem mais individualizado, a constituição de turmas não deverá exceder 15 alunos.”  
(Despacho 22/SEEI/96, art. 7)

Deste número de alunos, vários estavam em risco elevado de abandono escolar no decorrer ou no final do ano lectivo. Os professores foram unânimes em reconhecer que não deviam ter aceite este número de alunos devido à dificuldade de trabalho com o grupo. Sete alunos (44%) eram do sexo feminino e nove (56%) masculino. Todos tinham uma idade superior à esperada para o sétimo ano de escolaridade (11-12 anos), variando entre os 15 e os 18 anos. O João tinha 16 anos e a Rita tinha 15 anos.

### **5.2 – O programa de Matemática**

Tendo como referência o programa de Matemática adoptado para os alunos que frequentavam no ano lectivo de 2005/2006 a turma onde se desenvolveu o currículo alternativo do sétimo ano de escolaridade, o qual fora elaborado com base no Programa de Matemática – plano de organização do ensino-aprendizagem (Volume II), do 3º ciclo

do Ensino Básico (DEB, 1991b), observa-se que este foi delineado de modo a se optar por orientações gerais, dando ênfase a múltiplas actividades, as quais tiveram como referência os conteúdos programáticos do programa oficial do referido ano de escolaridade. O ensino da Matemática desenvolveu-se centrado em torno de quatro grandes temas: Geometria, Números, Álgebra e Funções e Estatística.

De acordo com a professora da turma, começou-se o trabalho pelo ensino da Geometria, com uma abordagem informal, centrada em actividades práticas com a utilização de materiais manipuláveis de diversos tipos que permitiam o desenvolvimento da percepção do espaço e o conhecimento do plano. Nesta unidade tentou-se que os alunos adquirissem a aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas através da análise e comparação de figuras, a aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente, quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos, a compreensão do conceito de forma de uma figura geométrica e o reconhecimento das relações entre elementos de figuras semelhantes, e o reconhecimento do significado de fórmulas e a sua utilização no cálculo de áreas e volumes de sólidos de objectos do mundo real.

O tema dos Números iniciou-se a partir da descoberta, análise e criação de padrões e regularidades levando ao conceito de variável e à expressão geradora de uma sequência. Procurou-se desenvolver o cálculo mental, estimando e criticando resultados. Procurou-se problemas da vida real ou do dia-a-dia dos alunos para trabalhar a noção de proporcionalidade. Desenvolveram-se actividades que ajudassem os alunos a tirar partido das potencialidades da calculadora. Como tal, tentou-se que os alunos reconhecessem o conjunto dos números inteiros, racionais e reais, das diferentes formas de representação dos elementos desses conjuntos, a aptidão para trabalhar com valores aproximados de números racionais ou irracionais de maneira adequada ao contexto do problema ou da situação em estudo.

A Álgebra e Funções foi trabalhada com situações concretas, de forma a desenvolver a aptidão para concretizar, em casos particulares, relações entre variáveis e fórmulas e para procurar soluções de equações simples, e a sensibilidade para entender e usar noções de correspondência e de transformação em situações concretas. A Estatística foi trabalhada a partir de situações de interesse dos alunos, visando o desenvolvimento da capacidade de interpretar e analisar informação com que os alunos contactam diariamente através de jornais, televisão, publicidade, etc. Relativamente a esta unidade temática, tentou-se desenvolver nos alunos a compreensão das noções de moda, média



aritmética e mediana, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar em situações concretas.

Segundo a professora da turma e pelas observações que foram sendo realizadas pelo investigador, nem tudo correu como foi previsto. As lacunas reveladas pelos alunos, a dificuldade em criar hábitos de trabalho e de aprendizagem, o comportamento irrequieto e desinteressado, foram obstáculos constantes. Como consequência, as actividades decorreram, em geral, a um ritmo muito lento.

### **5.3 – Os problemas**

#### **5.3.1 – Característica e natureza das tarefas**

De acordo com o Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais (DEB, 2001), o currículo só adquire significado para os alunos e para os professores nas actividades realizadas e, por isso, ele será aquilo que a prática permitir que seja, justificando-se pelos efeitos educativos que provoca, os quais dependem das experiências reais que os alunos têm no contexto da aula. Estas são condicionadas pelos ambientes de aprendizagem, e pelas tarefas que são levadas a cabo.

As características e a natureza das tarefas poderão determinar os ambientes de aprendizagem e o discurso matemático das aulas. Segundo o NCTM (1994) uma mudança “na percepção do que os alunos são ou não são capazes de fazer afecta as atitudes e crenças dos professores acerca dos seus alunos e das próprias estratégias do ensino. A importância do conhecimento que os professores têm de como os alunos aprendem não pode ser minimizada” (p.150).

Neste trabalho procurou-se caracterizar os problemas como tarefas com um objectivo bem definido e um método de resolução desconhecido tendo por base que para resolver um problema, o aluno teria que descobrir o caminho para chegar à solução, envolvendo essa descoberta dificuldades naturais. Polya (2003) dizia que só se aprende a resolver problemas resolvendo problemas e o aluno tem que aprender a encontrar os seus próprios caminhos.

No entanto, não se tem dado tempo e espaço para isso acontecer porque se diminui o seu grau de dificuldade ou porque se encaminha demasiado os alunos, modificando por completo o carácter problemático. Nas tarefas (problemas) apresentadas procurou-se um equilíbrio entre o grau de desafio e o de dificuldade em que o professor assumiu papéis

diferentes tendo em conta o nível dos alunos, o problema apresentado e o nível de competência matemática necessária para a resolução do problema.

Para Kantowsky (1977) os alunos começam por ter pouca compreensão do que é a resolução de um problema, uma estratégia ou uma estrutura matemática. Passam por fases intermédias, até chegar a uma situação em que se começam a sentir confortáveis com os problemas, sugerindo estratégias apropriadas para muitos problemas. Se isto acontece há sucesso a encontrar soluções.

Seguindo esta ideia, a natureza das tarefas propostas pretendeu que a resolução de problemas na sala de aula derivasse da necessidade do aluno encontrar caminhos próprios e adquirir experiência de trabalho independente, desenvolvendo a sua autonomia, a capacidade de investigar e de pensar matematicamente, a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real e a capacidade de formular e resolver problemas e de comunicar matematicamente, como referem Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999).

Propõe-se, neste estudo, a análise da resolução de problemas em que as situações apresentadas eram de natureza fechada com um enunciado preciso e formulado pelo investigador. Deixou-se o processo de resolução em aberto, cabendo ao aluno encontrar o seu próprio caminho para resolver o problema, escolhendo a sua própria estratégia. Os alunos estavam perante um problema porque não tinham um algoritmo que lhes garantisse a solução, necessitando de mobilizar o conhecimento relevante para resolvê-lo.

### **5.3.2 – A preparação das tarefas e a sua adaptação aos alunos**

Sabendo que é decisivo para o desenvolvimento intelectual do aluno que as acções se generalizem em estratégias cognitivas que o apoiem na solução de problemas específicos, a preparação das tarefas presentes neste estudo, não foi fácil. Embora existam muitas propostas escritas, o professor tem que as descobrir, analisar as suas potencialidades educativas e adaptá-las aos seus alunos, tendo que verificar os meios de que necessita para as implementar na sala de aula.

Neste trabalho, tendo por base Polya (2003), as tarefas foram preparadas tendo em conta: (a) o conteúdo da tarefa; (b) a forma que ela terá para ser atractiva; (c) os objectivos e forma de realização; (d) os meios e recursos materiais, humanos e intelectuais; (e) a metodologia na aplicação e (f) o ambiente da aula. Sendo assim, e de acordo com a autor, na preparação das tarefas do estudo teve-se presente que o

professor tem que possuir meios para seleccionar, identificar tarefas e conhecer o seu potencial de aprendizagem. Quando se preparou as tarefas, analisaram-se que capacidades, raciocínio matemático, desenvolvimento de conceitos e procedimentos a tarefa poderia proporcionar tentando, sempre que possível, torná-la mais atractiva e, ao mesmo tempo, que fosse acessível a todos os alunos.

Para tal, foi preciso tornar claro os objectivos que se pretendia com a tarefa, o que se queria que os alunos compreendessem, sendo necessário averiguar as condições e os recursos existentes para os alunos terem sucesso na realização da actividade. Por outro lado houve a necessidade de ponderar a metodologia a usar na realização das tarefas e pensar se seriam adequadas ao ambiente de aula que faria parte do contexto de aprendizagem, nomeadamente se suscitariam interesse aos alunos.

A preparação destas tarefas levantou outras questões. Na turma, os alunos tinham hábitos de trabalho pouco autónomo. Teve-se como ponto de partida que, no problema a resolver, os alunos teriam que interpretar, seguir caminhos próprios, “desbravar” terreno. Ao conversarmos sobre a resolução que cada um dos alunos fazia dos problemas, outras questões foram levantadas, como a questão do tempo, o grau de formulação e de dificuldade e a compreensão dos enunciados.

Em relação a estas questões, a Rita relatou que no problema nº 14 (Saldos - Anexo 21), apesar de ter percebido a sua importância na vida real, teve dificuldade na interpretação e compreensão do enunciado, situação que se repetiu na resolução dos problemas com maior grau de complexidade, ou seja, o problema nº 8 (Futebol - Anexo 17), o problema nº 11 (Computador – Anexo 19) e o problema nº 13 (Iva – Anexo 22). A Rita referiu:

“Tive alguma dificuldade em compreender o enunciado do problema e entender o que se queria, assim como perceber o que utilizar. A professora ajudou-me a interpretar.”

“Neste problema precisei de orientação. Para entender o que fazer e como utilizar os valores a professora ajudou-me a perceber o enunciado.” (2ª entrevista particular à Rita, problema nº 14)

O João, em relação a este aspecto, apresentou mais facilidade na interpretação e compreensão dos enunciados, embora no problema nº 8 (Futebol – Anexo 9) e no problema nº 11 (Computador – Anexo 11) evidenciasse alguma dificuldade. Sobre este ponto, o João referiu:

“ Li o problema, entendi o que estava escrito. Apliquei o que aprendi, por isso não tive dificuldades.”

“Não precisei de apoio.” (2ª entrevista particular ao João, problema nº 13)

No que diz respeito à metodologia foi discutida a necessidade de resolver os problemas individualmente. Foi também consensual que o problema deveria ser resolvido numa aula de uma hora e meia e que os alunos entregariam a resolução por escrito.

Em relação ao material não houve discussão nenhuma especial sendo implícito que se usaria o material habitual – incluindo, naturalmente, a calculadora. Relativamente aos problemas propostos, as conclusões vivem sobretudo da reflexão dos alunos e do balanço realizado após algumas sessões. Sobre alguns dos mesmos, cada aluno explicou a razão das suas opiniões. A Rita referiu:

“Sim, este gostei. Percebi o problema. Não precisei de colocar dúvidas aos professores. Acho que é bom para nós sabermos pensar nos números e fazer na cabeça as operações. Foi bom para mim.” (1ª entrevista particular à Rita, problema nº 3)

“Apesar de muitas dificuldades, gostei de tentar resolver. Acho que participei, pois coloquei dúvidas e tentei fazê-lo. Este problema é importante para perceber as compras e essas coisas. Agora já posso saber ou perceber melhor os saldos.” (2ª entrevista particular à Rita, problema nº 14)

O João salientou:

“ Sim, gostei. Era fácil e percebi. Participei na aula porque gosto assim. Acho que é bom perceber o valor dos números e o que representam.” (1ª entrevista particular ao João, problema nº 1)

“Gostei professor. O problema foi fácil e percebi. Coloquei uma questão à professora para ver se estava a fazer bem. Acho que perceber o que é o IVA pode ajudar a compreender o preço das coisas.” (2ª entrevista particular ao João, problema nº 13)

A selecção e preparação das tarefas (problemas) para alunos que frequentam turmas onde se desenvolve um currículo alternativo deve então ter em conta, o conhecimento que os professores têm das próprias tarefas e das suas potencialidades no desenvolvimento de capacidades dos alunos, o seu conhecimento dos recursos

adequados, a sua valorização da ligação ao real e da aprendizagem contextualizada ou dos conteúdos, o tempo disponível em cada situação e o ambiente existente na própria aula. No que diz respeito às tarefas seleccionadas neste estudo verifica-se que os problemas foram seleccionados do manual e de outras fontes – livros e materiais obtidos em cursos ou sessões de formação. A consulta de fontes diversificadas tem, pois, uma importância fundamental na abertura do campo de selecção.

A adaptação das propostas de trabalho para estes alunos deve ser um processo dinâmico que apenas termina na sala de aula. É aí que, face ao ambiente existente, o professor deve fazer as últimas adaptações que surgem sob a forma de indicações orais.

Na aula de Matemática e face a alunos que frequentam turmas onde se desenvolve um currículo alternativo deve existir uma posição muito consensual em relação à importância que a resolução de problemas pode ter na criação de ambientes de sala de aula dinâmicos. O facto de se ter analisado diferentes tipos de problemas, ter discutido sobre eles e experimentado na sala de aula, pode contribuir para alguma mudança de perspectivas e uma posição mais confiante nas potencialidades destas tarefas no âmbito da aula e face a estes alunos.

Uma maior independência face ao manual e a procura de tarefas mais desafiantes para os alunos, devem ser práticas usuais na disciplina de Matemática em turmas onde se aplica um currículo alternativo, dado que motiva mais os alunos e suscita interesse escolar. Sobre este aspecto, a Rita refere:

“Notei alguma diferença. Usei mais a calculadora e acho que aprendi melhor matemática. Não foi tão seca! Consegui fazer melhor os problemas.”  
(Entrevista à Rita, Fevereiro de 2006)

O João salienta:

“Existiram diferenças. Às vezes percebia-se bem, outras,..., bem, agora percebo mais.” (Entrevista ao João, Fevereiro de 2006)

Pode-se concluir que os processos de selecção das tarefas a realizar na sala de aula de Matemática em turmas onde se desenvolve um currículo alternativo devem valorizar cada vez mais tarefas (problemas) envolvendo processos de descoberta, que exigem a compreensão dos assuntos.

### 5.3.3 – O ambiente das aulas

No contexto escolar, a tarefa é o trabalho pensado, criado e proposto pelo professor com a intenção de promover aprendizagem no aluno. A intenção do professor é, pois, que os alunos se tornem activos em relação ao trabalho proposto no sentido de desenvolverem uma verdadeira actividade de aprendizagem. Mas o aluno só se torna activo quando tem motivação para isso (Charles e Lester, 1992). Nestas circunstâncias o que muitas vezes acontece é que as tarefas propostas pelo professor não são estimulantes e as capacidades de formular hipóteses, de fazer aproximações e estimativas, de raciocinar e de comunicar não são muitas vezes reveladas ou estimuladas.

Os problemas escolhidos e trabalhados nas aulas enquadravam-se nos temas Números e Operações e Proporcionalidade Directa, e os respectivos enunciados estão no Anexo 4. Nas aulas a que se refere o estudo foram resolvidos os mesmos problemas por todos os alunos presentes e no sentido de facilitar a leitura, apresenta-se, no quadro que se segue, os problemas realizados em cada uma das sessões.

Quadro 2: *Calendarização dos problemas aplicados*

Dia Sessão	10/02/06	Dia Sessão	17/02/06	
Sessão A (90 m.)	Problema nº 1 Problema nº 3	Sessão B (90 m.)	Problema nº 8 Problema nº 10	1ª Fase do Estudo
Dia Sessão	10/03/06	Dia Sessão	17/03/06	2ª Fase do Estudo
Sessão C (90 m.)	Problema nº 11 Problema nº 4	Sessão D (90 m.)	Problema nº 14 Problema nº 13	

O ambiente nas aulas em que se resolveram os problemas no que diz respeito à participação dos alunos, às interações aluno/aluno, aluno/professor e à produção matemática, foi variável de sessão para sessão. O ambiente que se criou em torno da

resolução dos problemas foi também sensível às influências das características intrínsecas do problema apresentado, ou dos alunos.

Cada problema gerou um episódio na aula que dependeu de alguns factores, entre outros, como o tempo para o aluno resolver, o enunciado, a introdução do problema feita pela professora e a interpretação feita pelos alunos.

Sobre o ambiente da aula, a Rita referiu:

“ Coloquei questões ao professor quando tinha dúvidas. Dúvidas ... mais sobre a linguagem dos problemas. (Pausa) Os problemas. Essas aulas foram mais ou menos. Em algumas aulas percebi, mas ... por vezes não percebia a linguagem. O ambiente da aula foi do meu agrado porque gostei das aulas desta forma.” (Entrevista à Rita, Abril de 2006)

O João comentou:

“ Participei. Às vezes coloquei questões, quando tinha dúvidas e para perguntar se era assim para fazer. Gostei destas aulas! Percebi melhor as aulas e as tarefas e consegui resolver tudo, acho eu que bem. Foi fixe.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

Das aulas observadas pode dizer-se que, no geral, o ambiente foi relativamente dinâmico em interacções, que a participação teve que ser por vezes solicitada pela professora dada a necessidade de alguma rigidez nos comportamentos que tornam as participações menos espontâneas e que o tempo de concentração dos alunos é pequeno, havendo por vezes tendência para a dispersão e algum ruído.

As aulas foram conduzidas pela professora que perguntou constantemente e, geralmente, só escreveu no quadro depois dos alunos responderem. A interacção entre os alunos e destes com a professora aconteceu algumas vezes e, talvez por isso, existiu um certo nível de barulho, proveniente da conversa ou de algumas das questões colocadas.

De um modo geral, o professor deverá criar um ambiente de aulas nas turmas onde se desenvolve um currículo alternativo de Matemática estimulante e de descoberta, quer seja em pequeno grupo ou no colectivo da aula pois, só assim, poderão ocorrer, com sucesso, a resolução e formulação de problemas, a descoberta, a formulação de conjecturas, a discussão e a comunicação (APM, 1998), actividades onde os alunos

podem ter oportunidade de adquirir de forma significativa estas competências matemáticas (DEB, 2001).

Tal como Bishop (1991) afirma, o professor é o elemento chave na criação do ambiente que se vive na sala de aula devendo o seu papel ser, acima de tudo, o de facilitador da aprendizagem e o dinamizador do trabalho.

#### **5.4 – O papel da professora da turma**

Segundo Ponte, Matos e Abrantes (1998), os professores podem não ter a mesma relação com a Matemática, dado que uns gostam de conhecer novos desenvolvimentos da Matemática, de resolver problemas e de explorar situações que podem ser matematicamente interessantes e outros não mostram muito interesse por estas actividades, ou sentem dificuldades ao desenvolvê-las.

A relação dos professores com a resolução de problemas tem muito a ver com as experiências matemáticas por eles vividas enquanto alunos e também nos primeiros anos de carreira. Uma atitude positiva do professor face a este tipo de actividade é apontada como um factor facilitador para o trabalho a ser desenvolvido (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999). Pode também existir uma forte relação entre o modo como os professores encaram a resolução de problemas e a forma como encaram, de um modo geral, a Matemática e o currículo como instrumento de orientação da sua prática profissional.

Neste estudo e de acordo com as actividades a desenvolver, a professora da turma procurou a inclusão activa do aluno na resolução dos problemas, requerendo dele um papel activo durante as aulas, isto é, apresentou as actividades de forma a aumentar a actividade independente dos alunos de modo a seguirem os seus próprios caminhos de resolução, tal como aconselha o relatório Matemática 2001 (APM, 1998).

A professora teve, então, nas aulas um papel muito importante no conduzir e acompanhar da resolução dos problemas, dando especial atenção ao modo como os introduzia e implementava. Nesta fase, distribuiu os enunciados escritos dos problemas completando-a com uma apresentação oral para toda a turma. As tarefas propostas à turma foram realizadas individualmente pelos alunos.

Tendo sempre consciência dos alunos que tinha orientou o processo ensino-aprendizagem no sentido de promover a reflexão e permitir ao mesmo a construção do



seu próprio conhecimento matemático (Abrantes, 1994). Desta forma, foi possível a consciencialização de que todos eram capazes de uma aprendizagem matemática significativa (APM, 1998).

Nesta perspectiva, e de acordo com Abrantes, Serrazina, e Oliveira (1999), os problemas que foram propostos envolveram o uso da Matemática em situações problemáticas da realidade de forma a serem mais bem sucedidos, aproximando o ambiente na sala de aula daquele com que, na vida real, os alunos estão mais identificados. Para tal, e antes de introduzir os problemas, optou-se então pela apresentação oral, clarificando a ideia principal e explicitando o tipo de trabalho que se pretendia desenvolver, com o fim de se criar um ambiente favorável ao desenvolvimento do trabalho dos alunos, tal como defende Polya (2003).

Durante a fase de desenvolvimento da tarefa, a aula centrou-se na actividade dos alunos assumindo, a professora, um papel de orientadora colocando, sempre que achava necessário, a pergunta “porquê” a seguir a comentários que iam surgindo dos alunos o que provocava o raciocínio, a análise e a reflexão sobre o trabalho. Esta sua atitude proporcionou, no final, a necessária discussão da situação.

Nesta fase, assumiu o papel de moderadora permitindo que os alunos fossem confrontados com outros resultados que não os seus promovendo, assim, a capacidade de argumentação e descoberta, posição defendida pela APM (1998, p.71). Na discussão final, a partilha de experiências, a clarificação de ideias e o esclarecimento de eventuais dúvidas acabavam por surgir permitindo, assim, momentos de interacção e diálogo, tal como refere ser fundamental o NCTM (1991).

Nos momentos de interacção a professora aproveitou, por vezes, o erro para lançar perguntas e estimular uma atitude de confiança nos alunos (DEB, 2001) criando, assim, uma verdadeira atmosfera de aprendizagem onde todos interagiram. Para tal, pediu aos alunos que a partilha fosse feita, principalmente, com recurso à linguagem oral e escrita, de modo a explicarem o seu raciocínio e as suas descobertas. Esta conduta originou a motivação necessária para o sucesso e autoconfiança dos alunos na resolução dos problemas, indo ao encontro do que sugerem Charles e Lester (1992).

Assim, com base no trabalho desenvolvido e nos resultados alcançados pelos alunos participantes no estudo aquando da aplicação em sala de aula da actividade de resolução de problemas, deve esta para ser significativa e desenvolver-se em três fases: a introdução do problema, o desenvolvimento do trabalho (resolução) e a discussão final. Com base na reflexão desenvolvida no trabalho “Matemática para todos” (DEB, 2001)

sejam quais forem as particularidades que diferenciam entre si estas fases, em qualquer uma delas pressupõe-se a existência necessária de momentos de interação entre o professor e os alunos.

## Capítulo VI – Estudo de caso do João

### 6.1 – O João

O João vivia com os pais. A família não tinha muitos recursos económicos e o pai esteve desempregado durante algum tempo. Vivia num bairro periférico à cidade construído para realojamento de pessoas de baixos recursos económicos.

No início do ano lectivo 2005/2006 tinha 16 anos. Revelou-se, desde o início, o aluno mais participativo e interessado na execução das tarefas que lhe iam sendo propostas ao longo das aulas. O João teve alguns problemas disciplinares, tendo por vezes a “necessidade” de provocar os colegas sem ser notado sendo, algumas, vezes insolente. Em conversa informal com a directora de turma, ela referiu:

“É um garoto divertido, tendo alguma consciência da importância da escola. É relativamente correcto nas atitudes em particular nas disciplinas que gosta mais. É também algo afectuoso, mesmo quando ‘pica’ os colegas.” (conversa informal com a directora de turma, Março de 2006)

No entanto, o João tornava-se por vezes algo agressivo, nas tais provocações, em especial com os rapazes. À mínima provocação ou conversa que lhe desagradasse agredia-os verbalmente. Perante as raparigas, se elas permitissem, estava constantemente a mandar “piropos”. Quando estava bem disposto gostava de cumprimentar a sua directora de turma com quem tinha melhor relação e de conversar com o investigador no pátio da escola.

Este aluno também conseguia, às vezes, ser algo arrogante e insolente. Aconteceu durante as aulas de implementação dos problemas e nas aulas de observação em que se recusou, inicialmente, em participar nas tarefas mudando, depois, de atitude quando chamado à atenção.

Era o segundo ano que o João estava nesta escola no sétimo ano de escolaridade a frequentar uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo, tendo repetências anteriores. Na primeira entrevista, percebe-se que gostava de andar na escola, gostava

dos colegas e das actividades extra-lectivas. Parecia ter um projecto de vida algo definido pois queria tirar um curso, o qual nunca referiu:

Investigador: -Como caracterizas o teu percurso escolar?

João: -“ Podia ter feito melhor, se soubesse o que sei hoje!”

I: -Nº de anos em turmas onde se desenvolve um currículo alternativo?

J: -“ 2 anos. ”

I: -Qual a razão que te levou a inscrever-te nestas turmas?

J: -“ Se calhar por faltar muito e não ir às aulas. ”

I: -De uma maneira geral, o que é que gostas mais de fazer na escola?

J: -“ Passear e namorar... (riu-se)... (hesitou)... fazer coisas!”

I: -Gostas de frequentar a escola?

J: -“ Gosto.”

I: - Achas que a escola te poderá ajudar no teu futuro? De que forma?

J: -“ Pode pois! Tenho que tirar o nono ano. O curso que eu quero tem que ter o nono ano.” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

Embora por vezes com as alterações comportamentais atrás descritas, era um dos melhores alunos da turma em termos de desempenho na aula de Matemática e como houve, sempre, tantos problemas para discutir ao longo do ano, julga-se que nunca foi dedicada muita atenção a este aluno.

## **6.2 – Análise descritiva dos problemas resolvidos pelo aluno**

A análise efectuada era constituída por nove itens relacionados com a resolução de cada problema. Pretendia-se conhecer o papel do aluno na interpretação e selecção de informação, no grau de rigor e confiança do seu raciocínio, no interesse sentido na resolução, no empenho na resolução e selecção de alguma estratégia, a capacidade de criticar as suas próprias estratégias, a compreensão ou não do conteúdo matemático/conceitos e a autoconfiança desenvolvida com a Matemática e/ou o gosto pela Matemática demonstrado.

Foi considerado a análise dos dados globais de todos os problemas (oito) realizados pelo aluno quer na primeira fase (quatro), quer na segunda fase do estudo (quatro). Esta análise efectuada é apresentada de forma resumida no quadro que se segue.

Quadro 3: *Análise descritiva dos problemas realizados pelo João*

Itens	Análise
1- Leitura e interpretação	O aluno nos oito problemas resolvidos manifestou dificuldade de interpretação apenas no problema nº 8 (Futebol), conseguindo interpretar com relativa facilidade os restantes problemas.
2 – Procurar e seleccionar informação	Conseguiu na totalidade dos problemas resolvidos procurar e seleccionar a informação necessária à resolução. No problema nº 8 (Futebol) utilizou de forma incorrecta os dados seleccionados devido à dificuldade de interpretação. No problema nº 13 (IVA) necessitou de alguns esclarecimentos para entender o que era necessário.
3 – Rigor e confiança no seu raciocínio	Demonstrou confiança e relativo rigor no raciocínio apresentado na resolução de todos os problemas à excepção do problema nº 8 (Futebol).
4 – Interesse do aluno	Ao conseguir compreender a quase totalidade das situações representadas, demonstrando gosto por alguns dos temas/conteúdos apresentados, manifestou interesse na resolução dos problemas (em especial na segunda fase do estudo), à excepção do problema nº 8 (Futebol).
5 – Empenho na resolução	O aluno foi empenhado em todas as situações problemáticas apresentadas mesmo no problema nº 8 (Futebol) e levou a resolução de todos os problemas até ao fim.
6 – Selecção de estratégia de resolução	Em todas as situações apresentadas nas duas fases do estudo seleccionou uma estratégia de resolução não deixando nenhuma resolução em branco.
7 – Espírito crítico	Face aos problemas apresentados demonstrou relativo espírito crítico face às suas estratégias de resolução nomeadamente quando não conseguiu de imediato aplicar uma estratégia (problema nº 11 – Computador), quando percebeu que algo estava mal na resolução do problema (problema nº 8 – Futebol) ou quando, já no decorrer da resolução, cometeu alguns erros nos cálculos mentais e face a esses erros com a confirmação da calculadora, percebeu que a solução não seria plausível (problema nº 10 – Consumo e problema nº 13 - Iva)
8 – Compreensão do conteúdo matemático	Revelou compreensão dos conteúdos/conceitos presentes nos problemas nº 1 (Cientista), nº 3 (Zoológico), nº 10 (Consumo), nº 4 (Atletismo) e nº 14 (Saldos), não existindo dúvidas, quer na introdução, desenvolvimento/aplicação e conclusão/resolução destes problemas e dos temas envolvidos. Relativamente ao problema nº 8 (Futebol) não conseguiu aplicar o significado da razão 2:7 na situação apresentada. Nos problemas nº 11 (Computador) e nº 13 (Iva), a compreensão foi parcial pela desorganização de ideias e conceitos que o levaram a pequenas confusões.
9 – Autoconfiança e gosto pela Matemática	Revelou confiança na relação com a Matemática e situações matemáticas em especial nos problemas nº 1 (Cientista), nº 3 (Zoológico), nº 10 (Consumo), nº 11 (Computador), nº 4 (Atletismo) e nº 14 (Saldos), dado a relativa facilidade com que conseguiu interpretar, ensaiar e/ou utilizar estratégias e resolver as situações propostas. Revelou gosto crescente da primeira para a segunda fase do estudo pela Matemática em si. No problema nº 8 (Futebol) manifestou pouca confiança e gosto pela situação apresentada e conteúdo matemático.

## **6.3 – As estratégias de resolução de problemas**

### **6.3.1 – Estratégias regularmente utilizadas pelo aluno**

A primeira questão colocada no início deste estudo foi a de procurar detectar se na resolução dos problemas efectuada pelos alunos se evidenciava a utilização regular de algumas estratégias de resolução. A questão afigurava-se pertinente uma vez que as estratégias utilizadas nos dão uma indicação da maior ou menor facilidade encontrada na resolução de problemas, para além de nos poderem fornecer elementos sobre o conhecimento matemático que o aluno utilizou/desenvolveu.

Ao longo do estudo, a evolução observada no aluno em relação à capacidade de resolver problemas prendeu-se com uma série de aspectos. Foi-se constatando um maior domínio nas estratégias de resolução de problemas e uma mudança de atitude que se traduziu numa maior persistência, interesse, gosto e envolvimento no trabalho evidenciando-se, significativamente, na sua evolução.

No trabalho realizado com o aluno, as estratégias de resolução de problemas não foram objecto de um ensino específico, nem foram determinantes na escolha dos problemas, surgindo naturalmente à medida que ia resolvendo os problemas. No entanto, a sua evolução em relação à persistência na tentativa de encontrar a estratégia foi um dos aspectos em que se observaram mudanças.

Para detectar as estratégias pelas quais o aluno optou mais frequentemente usou-se uma análise de conteúdo. Foi assim possível detectar a utilização regular de três diferentes tipos de estratégias.

1- Quando a acção foi mental e a representação efectuou-se através de linguagem corrente, a estratégia de resolução foi designada por estratégica simbólica (X). Na resolução do problema nº 1 (O cientista) –( Primeira fase do estudo) e nº 4 (Atletismo) – (Segunda fase do estudo), o aluno explicou por escrito o seu raciocínio, de acordo com a situação que lhe era proposta. Pelo tipo de problema que lhe foi proposto, o qual requeria leitura e análise, a identificação e interpretação dos dados era o ponto de partida para a resolução destas duas situações problemáticas verificando-se, assim, que a estratégia simbólica (X), nestes casos, foi a que facilitava mais a resolução e a construção de conhecimento apoiando-se nas conjecturas que a mesma lhe

proporcionava. Assim, foi mais fácil estabelecer relações entre os dados existentes. Os Anexos nº 7 e 12 são exemplos deste tipo de estratégia.

2- A estratégia de resolução que tem por base a acção do aluno realizada sobre a situação problemática com o auxílio de material manipulativo, foi designada de estratégia de acção (Z). Na resolução dos problemas nº 8 (Futebol) e problema nº 10 (Consumo) – (Primeira fase do estudo), nº 11 (Computador), nº 13 (Iva) e nº 14 (Saldos) – (Segunda fase do estudo), o aluno experimentou valores e analisou os resultados obtidos, utilizando a calculadora. Talvez pelo tipo de problemas, verificou-se que a estratégia de acção (Z) foi usada porque o mesmo dispunha de um recurso que lhe facilitava o seu uso e a análise dos conceitos matemáticos, dando-lhe assim maior possibilidade de os compreender.

De uma forma geral pode dizer-se que a estratégia de acção foi usada inicialmente de uma forma pouco organizada pelo aluno como, por exemplo, no problema nº 8 (Futebol). A passagem para o papel do raciocínio matemático efectuado com a ajuda da calculadora foi inicialmente difícil. Como na calculadora não é possível manter um registo das experiências feitas foi preciso consciencializar-se da necessidade de as ir anotando no papel.

Desde que o aluno percebeu que esta estratégia era “lícita”, foi bastante mais persistente na sua utilização. À medida que aumentava a sua experiência com a resolução deste tipo de problemas foi progressivamente usando a estratégia de acção de forma mais consequente, permitindo que o seu desempenho nos problemas melhorasse. No entanto, realça-se que não se tratou simplesmente de uma acção no sentido mais genuíno da palavra, uma vez que envolveu também um certo grau de simbolismo. Apesar do que se acabou de referir, designou-se por estratégia de acção. Os Anexos nºs 9, 10, 11, 13 e 14 são exemplos desta estratégia.

3- Uma terceira estratégia detectada foi aquela em que a representação da própria acção se fez através de desenhos ou esquemas, icónicos ou abstractos. Chamou-se estratégia icónica (Y). Na resolução do problema nº 3 (Zoológico) – (Primeira fase do estudo), o João utilizou uma representação do seu raciocínio em desenho de forma a explicar a sua interpretação e apresentar a sua resolução/solução do problema. Apoiando-se na possibilidade que esta estratégia icónica (Y) lhe proporcionava o João, de forma espontânea e confiante, elaborou o desenho e apresentou as suas ideias face ao

contexto do problema que lhe fora apresentado. O Anexo 8 é o exemplo deste tipo de estratégia. A terminologia adoptada manifesta, claramente, uma aproximação à teoria de Bruner (1975) no que respeita à representação do conhecimento.

O João resolveu cada um dos problemas através de uma só estratégia. Importa salientar que a utilização de uma só estratégia permitiu ao aluno encontrar a solução dos problemas. Nos oito problemas realizados do longo do estudo usou a estratégia de acção (Z) em cinco situações problemáticas (62,5%), utilizou a estratégia simbólica (X) em duas situações problemáticas (25%) e a estratégia icónica (Y) numa situação problemática (12,5%).

### 6.3.2 – Eficácia dos diversos tipos de estratégias de resolução de problemas na aprendizagem

Ao longo do estudo, o aluno resolveu individualmente oito problemas. Os quatro primeiros foram apresentados nas aulas dos dias 10 e 17 de Fevereiro de 2006 (Primeira fase do estudo) e os quatro últimos foram apresentados nas aulas de 10 e 17 de Março de 2006 (Segunda fase do estudo), dispondo o aluno de 30 minutos para a resolução de cada um e o restante tempo para discussão. O trabalho era recolhido e classificado com base numa escala de classificação holística focada (Anexo 5). Em cada problema a pontuação máxima é 4 pontos, pelo que em cada fase do estudo a pontuação máxima possível são 16 pontos.

O quadro seguinte diz respeito à distribuição da classificação obtida pelo João nos problemas resolvidos na primeira fase do estudo (Fevereiro de 2006) e na segunda fase do estudo (Março de 2006). Assim:

Quadro 4: *Distribuição da classificação do João na resolução de problemas*

1ª Fase do Estudo			2ª Fase do Estudo		
Problema	Classificação	Eficácia	Problema	Classificação	Eficácia
Nº 1 (Cientista) (Estratégia X)	3	75%	Nº 11 (Comput.) (Estratégia Z)	4	100%
Nº 3 (Zoológico) (Estratégia Y)	4	100%	Nº 4 (Atletismo) (Estratégia X)	4	100%
Nº 8 (Futebol) (Estratégia Z)	2	50%	Nº 13 (IVA) (Estratégia Z)	4	100%
Nº 10 (Consumo) (Estratégia Z)	3	75%	Nº 14 (Saldos) (Estratégia Z)	4	100%
<b>Total</b>	<b>12</b>	<b>75%</b>	<b>Total</b>	<b>16</b>	<b>100%</b>



Designando “percentagem de eficácia” de uma estratégia de resolução a razão entre o número de pontos obtidos pelo aluno na resolução do problema e o número máximo de pontos que o aluno poderia obter, ao analisar as classificações obtidas pelo aluno, podemos realçar alguns aspectos.

Na primeira fase do estudo, o João apresentou uma eficácia de 100% na resolução do problema nº 3 (Zoológico), onde aplicou a estratégia Y (icónica). Na resolução do problema nº 1 (O Cientista), o aluno apresentou uma eficácia alta (75%), aplicando a estratégia X (simbólica). Neste, não apresentou resposta influenciando, assim, a sua classificação. Com a estratégia Z (acção), utilizada na resolução dos problemas nº 8 (Futebol) e nº 10 (Consumo), revela uma eficácia apenas satisfatória (62,5%), em parte pela dificuldade de implementação da mesma na resolução do problema nº 8 (Futebol), onde se sentiu confuso.

De uma maneira geral, nesta primeira fase do estudo, verificou-se uma percentagem de eficácia nas estratégias de resolução escolhidas de 75%, independentemente do problema ou da estratégia, embora se possa constatar que a estratégia de resolução mais eficaz foi a estratégia Y (icónica) dado a resolução estar totalmente correcta e a menos eficaz foi a estratégia Z (acção) com apenas 62,5% de eficácia.

Nesta fase, o aluno revelou alguma persistência na implementação das estratégias de resolução, algum sentido de organização da informação e alguma facilidade em apresentar, por escrito, o trabalho embora manifestasse lacunas nas respostas, provavelmente, por ser distraído e de se esquecer da necessidade de as escrever.

Na segunda fase do estudo, talvez mais adaptado ao tipo de aulas e à forma como se desenrolavam, apresentou uma eficácia total na resolução dos problemas que lhe foram propostos assim como nas estratégias de resolução por ele escolhidas. O aluno utilizou no problema nº 11 (Computador), nº 13 (IVA) e nº 14 (Saldos), a estratégia de resolução Z (acção), tendo uma percentagem de eficácia de 100%. No problema nº 4 (Atletismo), onde também registou uma eficácia de 100%, aplicou a estratégia X (simbólica). Verifica-se, então, que, independentemente do problema, o aluno revelou, nesta fase, uma eficácia total em qualquer uma das duas estratégias aplicadas.

Com estes dados poder-se-á concluir que o João já conseguia pensar sozinho em novas situações, mostrando reflexão na tentativa de perceber os enunciados dos problemas atingindo, ao nível da resolução de problemas, uma relativa maturidade pois conseguiu resolver os problemas propostos. Constatou-se, também, uma evolução visível ao nível da análise que o aluno efectuava de cada uma das situações

apresentando maior profundidade de exploração nas extensões do problema, da justificação, maior clareza nas respostas apresentadas por escrito e maior persistência na implementação de estratégias. O trabalho escrito do aluno reflecte o seu esforço e confiança na relação com a resolução de problemas e assim na relação com a própria Matemática.

Globalmente, no conjunto dos oito problemas realizados ao longo do estudo, o João apresentou como estratégia de resolução mais eficaz, a estratégia icónica (designada por Y) onde obteve 100% de eficácia, seguindo-se a estratégia simbólica (designada por X) com eficácia de 87,5% sendo a menos eficaz, mas com uma percentagem também elevada (85%), a estratégia de acção (designada por Z). A menor percentagem apresentada na estratégia de acção pode ser explicada por algumas dificuldades em expressar o seu raciocínio através de uma expressão matemática embora seja importante referir que, em qualquer das estratégias escolhidas para a resolução dos problemas, o João revelou, pelas percentagens obtidas, uma aprendizagem e compreensão dos conteúdos matemáticos, existindo uma evolução ao longo do estudo.

## 6.4 – Primeira fase do estudo

### 6.4.1 – O aluno e a aula de Matemática

Para tentar perceber a relação do João com a disciplina de Matemática, realizou-se uma entrevista inicial em Novembro de 2005, antes da implementação dos problemas. O João disse que gostava relativamente da disciplina à altura da entrevista, embora refira, *fazer contas*, como uma das utilidades da Matemática:

Investigador: -A Matemática é importante para ti? Porquê?

João: - “É! Então porque eu se calhar vou para um e... se calhar preciso de saber algumas coisas.”

I: - Gostas de Matemática? Para que serve?

J: - “Gosto! Serve para podermos ir às compras e poder fazer as contas e não se enganar.” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

Apesar do seu relativo gosto, o aluno nem sempre o manifestara pois respondeu sem hesitação que não gostou de Matemática em anos lectivos anteriores. Importava tentar perceber as razões de tal rejeição:

I: -Qual é a tua primeira recordação da matemática que tens?

J: - “Achava seca! Era o que eu pensava.”

I: -Antes de estares inserido numa turma de Currículos Alternativos, como foi a tua experiência matemática como aluno?

J: - “Era só negativas ... Negas!” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

As respostas do João são curiosas na medida em que parece considerar que a Matemática é uma disciplina interessante para aprender mas, talvez devido aos professores que teve ou ao ambiente de sala de aula que lhe era proporcionado, manifestava pena por não lhe ter sido possível tomar gosto mais cedo:

I: -Que mudanças gostarias de ver no ambiente sala de aula? Porquê?

J: - (hesitou e parou para pensar) “ Não sei! Talvez os professores ou aulas mais interessantes. ”

I: -De que modo gostarias que a aula de Matemática fosse para ajudar-te na tua vida (no teu dia-a-dia)?

J: - “ Gostava de aprender coisas para um dia entrar numa empresa e ... ajudar.” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

No entanto, algumas das suas respostas vão no sentido de considerar a Matemática uma disciplina algo difícil, pois exige um estudo que não faz e muita concentração, a qual não lhe é fácil. Reconhece, por outro lado, que não gosta de se esforçar muito e que prefere disciplinas que não lhe dêem trabalho, que não exijam muito esforço. A Matemática é então considerada difícil de estudar pois para o João não chega memorizar, é preciso perceber. O aluno entende que as faltas às aulas lhe fez perder o “fio à meada” em determinados anos e que a recuperação, nesses casos, é muito mais difícil:

I: -O que gostas mais de fazer na aula de Matemática?

J: - “Conversar ... (risos) ... contas de mais, menos e vezes ... É só!”

I: - Quais achas que são as tuas dificuldades na disciplina?

J: - “Bem, não sei! Talvez (pensa)!!! Não sei!”

I: -Como é que costumavas estudar matemática?

J: - “...Não estudo! ... (Risos).” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

O João queixou-se da falta de atenção de alguns professores de Matemática de anos anteriores, confidenciando que os mesmos eram do tipo “Quem percebeu, percebeu, quem não percebeu, percebesse!”. Embora só esse ponto não justificasse o seu insucesso, queixou-se que isso não o ajudou a superar dificuldades sendo, mesmo, um “empurrão” para que se desinteressasse. Quando é que este aluno começou a ganhar rejeição à disciplina? O João diz que no primeiro ciclo era bom aluno e que apenas

começou a não conseguir aprender a partir do sexto ano, quando reprovou (primeiro ano inserido numa turma onde se desenvolveu um currículo alternativo), embora tenha afirmado que chegou a ter positivas no quinto e sexto ano do ensino normal.

Quando foi questionado sobre o que gostava mais e menos de fazer nas aulas de Matemática referiu que contas de dividir foram uma má herança da escola primária:

I: -As tuas notas a matemática do ano passado foram negativas?

J: - “O ano passado tive positivas durante todo o ano.”

I: -E no ano anterior?

J: - “No sexto tinha positiva, depois quando chumbei é que tive nega.”

I: -E como eram as notas a Matemática no 2º ciclo?

J: - “Tive positiva.”

I: -No 1º ciclo, eras bom aluno a Matemática?

J: - “Era. Percebia, embora não gostasse assim muito.”

I: -Dá exemplo de uma aula que achas que tenha resultado bem para a tua aprendizagem?

J: - “Quando começa a haver ... as formas geométricas. Gostei!”

I: -E uma que tenha resultado mal? Porquê?

J: - “Ao fazer contas de dividir! Não percebia e não gosto.” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

O João foi o único que fez uma referência concreta à inteligência como condição necessária para se ser um bom aluno em Matemática. Quanto à calculadora referiu que, por vezes, a usava. No entanto, esta só passou a ser utilizada no presente ano lectivo pois no primeiro ciclo nunca a utilizara e no segundo ciclo quando os professores a solicitavam não a levava:

I: -Há muitos alunos que não gostam de matemática. Qual será a razão?

J: - “ Por causa da matemática moer muito a cabeça. O aluno para ser bom tem que ser inteligente, para saber fazer cálculos e isso é difícil !”

I: -Utilizas algum recurso (calculadora, manual, materiais manipuláveis, fichas, etc. ....) na resolução de tarefas na aula de Matemática? Em que medida te ajudam na tua aprendizagem?

J: - “Calculadora. Ajuda! Então se não sabemos fazer os cálculos, fazemos na calculadora.” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

A sua maior dificuldade era chegar atempadamente às aulas pois ficava a conversar com amigos no intervalo. A sua disposição era muito variável mas, normalmente, tentava levar as tarefas até ao fim e era cuidadoso na sua apresentação. Se por algum motivo estava mal disposto participava mas com menos empenho. Sobre este aspecto, a professora teve as seguintes apreciações:

“A falta de pontualidade, tem vindo a prejudicar o seu rendimento. O aluno tem capacidades, mas por vezes o seu comportamento é impeditivo de um maior progresso.” (Conversa informal com a professora, Fevereiro de 2006)

“Embora tenha melhorado muito no que diz respeito ao empenho e interesse na aula, deve esforçar-se ainda mais. Deve investir mais nas actividades na sala de aula.” (Conversa informal com a professora, Fevereiro de 2006)

#### 6.4.2 – O aluno e a resolução de problemas

Inicialmente, para tentar perceber a relação do João com a resolução de problemas, fez-se, na primeira entrevista, questões orientadas nesse sentido. Para o aluno um problema era algo que se poderia resolver demonstrando, ou seja, teria que resolvê-lo no papel para encontrar a solução:

Investigador: -O que é para ti um problema?

João: - “... (Pausa para pensar) ... É uma coisa que a gente pode resolver, demonstrando o que se pensa no papel, acho eu! Assim, talvez se chegue à resposta, não é professor?» ” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

Em relação à sua experiência na área da resolução de problemas, nas aulas de Matemática, o João salientou gostar razoavelmente de resolver este tipo de tarefas, embora revelasse que essa prática não fosse comum. Recorda, apenas, alguns que resolvera quando frequentava o segundo ciclo numa turma de currículo normal e no primeiro ciclo. Salientou que faltava muito pelo que, quando resolvia, tinha algumas dificuldades em interpretar os enunciados, não conseguindo estabelecer relação entre a matéria dada e a sua aplicação no problema, ou vice-versa.

Embora manifestasse alguma abertura a este tipo de actividades, esta era uma prática a que não estava habituado pelo que, segundo ele, a resolução de problemas deveria ser uma prática normal no ensino da Matemática e de forma a facilitar a aprendizagem de conteúdos:

I: - Gostas de resolver problemas?

J: - “Mais ou menos.”

I: - Resolves problemas usualmente?

J: - “Resolvia. Agora não estamos ainda neles.”

I: - Quando e onde resolveste o último problema?

J: - “Talvez quando estava no 2º ciclo normal.”

I: - Que dificuldades sentes quando resolves problemas?

J: - “Não percebo o enunciado ... (Pausa) ... Não sei o que querem!”

I: - Antes de estares inserido numa turma onde se desenvolve um currículos alternativos, resolvias problemas na aula de Matemática? E no 1º ciclo?

- J: - “Quando ia às aulas... sim! A professora dava matéria e resolvia alguns. Eu achava a resolução de problemas bom. No 1º ciclo resolvia.”
- I: -O que pensas da resolução de problemas no ensino da Matemática? Achas que será importante dedicar-lhe tempo?
- J: - “Sim ... (pausa)” (Entrevista ao João, Novembro de 2005)

No decorrer da primeira fase do estudo o João resolveu quatro problemas idênticos aos resolvidos pela Rita mantendo-se a ênfase da resolução centrada no aluno de forma a ser ele a construir o seu próprio conhecimento matemático.

Na resolução de cada problema, um aspecto fundamental foi observar a forma como o aluno se envolvia no trabalho. Fazer tentativas, rever o problema e organizar o trabalho de uma forma clara são alguns aspectos que determinam o sucesso na resolução de problemas. No início do estudo o João, perante um problema, procurava identificar uma estratégia que rapidamente permitisse encontrar uma resposta. Por vezes queria desistir e solicitou a ajuda dos professores. Verificou-se, também, que o aluno apresentava uma experiência escolar negativa em relação à resolução de problemas pois, para além de pouco habituado a esta prática, as propostas e a organização do trabalho eram, segundo ele, muito diferentes das que estavam agora a ser propostas.

Percebe-se, então, que, relativamente à resolução de problemas, inicialmente a sua atitude para com este tipo de actividade era de pouco interesse e, por vezes, até alguma confusão na procura de estratégias de resolução que o fizessem compreender o conteúdo matemático presente. Na interpretação dos enunciados dos problemas o aluno manifestou, de um modo geral, alguma facilidade em compreender o que se pretendia. De qualquer forma, a sua persistência na procura de soluções dos problemas foi algo que o aluno manifestou logo de início:

I: -Resolveste problemas. Que interesse despertaram?

J: - “Sim. Acho que a resolução dos problemas, ... gostei. Gostei de tentar de chegar à resolução.”

I: -Achaste os problemas resolvidos até agora fáceis ou difíceis? Porquê?

J: - “Fáceis. Consegui perceber e fazer. (Pausa) Penso que é bom tentar fazer estas coisas, ... os problemas. Ajuda a aprender.” (Entrevista ao João, Fevereiro de 2006)

Já nesta fase e sobre a importância da resolução de problemas no ensino da Matemática, em comparação com a sua opinião antes da implementação deste tipo de tarefas, afirmou que estas lhe estavam a facilitar a sua aprendizagem matemática. Segundo ele a Matemática, com base na resolução de problemas, é diferente e mais importante dado que, assim, pode melhorar o seu raciocínio matemático:

I: -A resolução de problemas foi a base do ensino dos conteúdos matemáticos. O que pensas da resolução de problemas no ensino da Matemática? Permite uma melhor aprendizagem do conteúdo matemático?

J: - “A resolução de problemas foi bom. Facilitou a minha aprendizagem e acho que deve fazer parte do ensino da Matemática. Mete-nos a pensar, tentar resolver o problema, ou seja, aprendi melhor a matéria.”

I: -No teu caso a resolução de problemas permitiu melhorar a tua aprendizagem matemática? Porquê?

J: - “Sim! Percebi melhor.”

I: -No teu caso, a resolução de problemas permitiu mudar a tua opinião sobre a disciplina de Matemática? Porquê?

J: - “Sim. A matemática e os problemas eram seca e agora vejo que podem ser importantes.” (Entrevista ao João, Fevereiro de 2006)

## **6.5 – Segunda fase do estudo**

### **6.5.1 – O aluno e a aula de Matemática**

No que diz respeito à disciplina de Matemática o João não apresentou, durante o estudo, grandes dificuldades em compreender os conteúdos/conceitos que se abordaram. Como o trabalho era individual facilitava a integração do João pois, assim, existiam menos motivos para ele se desinteressar. Sobre este aspecto, a professora teve as seguintes apreciações:

“Embora já se verificasse na primeira fase, na segunda fase do estudo e de uma maneira geral, o João melhorou bastante o seu desempenho chegando a fazer alguns trabalhos bons. É o caso do problema n.º 14 (Saldos), problema n.º 11 (Computador) e problema n.º 10 (Consumo).

O aluno apresenta uma evolução muito positiva ao longo do estudo. Devia continuar a esforçar-se. Se for mais assíduo e pontual, poderá melhorar muito para o próximo ano lectivo.” (Conversa informal com a professora, Março de 2006)

Na segunda fase do projecto, talvez já mais identificado com as aulas e as tarefas, o João apresentou-se confiante e bem disposto. Cumprimentávamo-nos e declarou que agora ainda ia tentar ser melhor aluno a Matemática. Começou de facto a segunda fase com entusiasmo não chegando uma única vez atrasado e participou, em geral, em todas as tarefas propostas. As “coisas” iam-lhe correndo bem e, em todas as actividades, nunca recusou trabalhar não criando situações de indisciplina. Embora a sua disposição continuasse a ser muito instável, isso não afectou o trabalho nas aulas:

“O João hoje vinha bem disposto e disse que lhe apetecia fazer tudo. Embora um pouco falador nunca se recusou a participar nas tarefas. Em

conversa particular disse-me que tinha vontade de trabalhar porque estava a perceber e que se compreendesse a Matemática, esta poderia ajudar no futuro, estando com muita disposição de trabalhar. Conversei um pouco com ele, dizendo-lhe que deveria pensar assim (...).” (Diário de aula, Março de 2006)

As aulas de Matemática tinham sempre poucos alunos o que permitia dar um apoio mais individualizado aos mesmos. A conversa tida com o João no início desta aula, deve ter tido influência no seu comportamento posterior pois parece que ao aluno agradou. Há outras anotações no diário de aula, que revelam que o João reage muito bem a um elogio:

“O João hoje vinha bem disposto, entrou com um grande bom-dia. Quando entrou “gabei-lhe” a camisa amarela. Ficou contente com o elogio e até nem protestou quando lhe pedi para tirar os *headphones*. Sentou-se calmamente, e individualmente fez as fichas. (...) O João revela cuidado na apresentação e tem o cuidado de tentar dar respostas completas em todas as questões.” (Diário de aula, Março de 2006)

Relativamente à relação com a aula de matemática foi um aluno em que a sua participação foi sendo cada vez mais activa e interessada, uma vez que as tarefas apresentadas eram mais do seu gosto e interesse levando-o, assim, a gostar mais do ambiente das aulas:

Investigador: -Participas na aula de Matemática? Colocas questões?

João: - “Participei. Às vezes coloquei questões, quando tinha dúvidas e para perguntar se era assim para fazer.”

I: -Que tarefas te foram propostas nas aulas? Qual a tua opinião sobre elas?

J: - “Fazer fichas com problemas. Gostei destas aulas!”

I: -O ambiente de aula que te foi proposto é do teu agrado? Porquê?

J: - “Sim. Percebi melhor as aulas.” (Entrevista ao João, Fevereiro de 2006)

I: -Participaste na aula de Matemática? Costumas colocar questões?

J: - “Participei, porque fui gostando dos problemas e das aulas. Não foi uma seca. Quando tive algumas dúvidas coloquei questões, mas não foi preciso.”

I: -Que tarefas habitualmente te foram propostas nas aulas?

J: - “Resolução de problemas. As aulas em que resolvemos problemas não foram aborrecidas como outras. Eu gostei porque percebi os problemas.”

I: -O ambiente de aula que te foi proposto foi do teu agrado? Porquê?

J: - “Gostei do ambiente das aulas dos problemas. Consegui perceber, estive menos falador e assim consegui melhorar.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

A utilização de um material de recurso (calculadora) na resolução de alguns problemas fez com que este aluno levasse algumas das actividades, em que era inevitável o uso deste recurso, até ao fim. Para o João, entre as aulas anteriores ao



estudo e as aulas em que participou no estudo, existiram diferenças, principalmente, na compreensão das mesmas e dos aspectos matemáticos relacionados com as actividades desenvolvidas:

I: -Utilizaste algum recurso na resolução das tarefas na aula de Matemática?

Em que medida te ajudam na tua aprendizagem?

J: - “Para resolver os problemas utilizei a calculadora. Este recurso ajudou-me a fazer os cálculos mais difíceis.”

I: -Que diferenças observas entre as aulas anteriores e as que te foram propostas ao longo destas semanas?

J: -“Estas aulas de resolução de problemas foram para mim mais interessantes. Gostei de resolver quase todos os problemas e percebi a matéria.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

Relativamente à relação que o João desenvolveu com a Matemática, constatou-se que compreendeu a importância da disciplina, para o seu dia-a-dia e para o seu futuro, manifestando, agora, mais gosto e motivação uma vez que, para ele, a Matemática é agora mais útil. Sobre este ponto, o João referiu:

I: -A Matemática é importante para ti? Porquê?

J: - “ É. Para o futuro pode ser importante. A Matemática é o dia-a-dia.”

I: -Gostas de Matemática? Qual a sua utilidade?

J: - “Gosto. É útil para o dia-a-dia. Para irmos à loja ou isso, ah..., também pode ser útil para uma profissão. A Matemática é quase tudo!” (Entrevista ao João, Fevereiro de 2006)

I: -A Matemática é importante para ti? Porquê?

J: - “Embora por vezes seja chata, a Matemática é importante porque dá conhecimentos importantes para a minha aprendizagem.”

I: -Gostas de Matemática?

J: - “Gosto agora um pouco mais. Estas aulas ajudaram a que mudasse a minha opinião (risos). Se as aulas forem sempre assim é mais motivador.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

As respostas do João continuavam a ser curiosas na medida em que, considerando a Matemática mais interessante e o ambiente da aula mais do seu agrado, com tarefas que ele considerava mais úteis revelou que sentiu menor dificuldade na aprendizagem de conteúdos e que melhorou o seu desempenho. A este respeito o João disse:

I: -Achas que as tuas dificuldades em Matemática se mantêm? Porquê?

J: - “ Acho que tenho menos dificuldades agora na Matemática. Resolvi os problemas, percebi o que a professora foi dizendo e tenho mais facilidades.”

I: -Achas que o teu desempenho corresponde ao teu esforço e ao que sabes?

J: - “ Quando me esforço pouco, não consigo fazer. Depende da vontade que tenho. Nas últimas aulas, eu empenhei-me mais porque me interessava e não era tão chatices.”

I: -Como achas que podes usar os teus conhecimentos matemáticos que adquiriste ao longo destas semanas no teu dia-a-dia?

J: - “ Com a Matemática assim, eu aprendo melhor! Embora algumas aulas da professora sejam também boas, estas em que resolvi problemas, quase todas, gostei e aprendi bem, porque com mais ou menos dificuldades, fui aprendendo.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

Algumas das suas respostas, embora evidenciem que a Matemática não deixou de ter alguma dificuldade pois continua a pensar que é preciso estudar e estar muito concentrado para aprender (algo que ele não consegue realizar com muita facilidade), demonstraram que se existir um pouco de esforço e vontade da sua parte essas dificuldades poderão ser menores e a sua aprendizagem será mais fácil.

#### **6.5.2 – O aluno e a resolução de problemas**

Na segunda fase do estudo, a resolução de problemas foi trabalhada de uma forma mais sistemática, autónoma e com um grau de dificuldade um pouco maior. Durante estas aulas procurou-se manter um clima que continuasse a incentivar o aluno a ter gosto pela resolução de problemas, dando-lhe tempo para os resolver, ajudando-o a reflectir sobre o seu trabalho e encorajando-o nas tentativas que ia fazendo na escolha das estratégias de resolução. No final de cada uma das aulas houve uma pequena discussão em torno do trabalho realizado.

Após a realização das tarefas que lhe foram propostas, existiu evolução no significado que atribuía à palavra problema e na importância dada à própria resolução de problemas, podendo isto verificar-se pelas respostas que deu:

Investigador: -O que é para ti um problema?

João: - “É uma coisa que tenho que resolver! Não sei a solução e tenho que arranjar uma maneira de lá chegar. Acho que é uma estratégia.” (Entrevista ao João, Fevereiro de 2006)

I: -O que é para ti um problema?

J: - “Problema é algo que tenho que resolver sem ajuda, procurar uma solução, pois não sei o resultado antes do resolver.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

O aluno, ao longo do estudo, foi adquirindo a noção da importância de registar, de forma clara, as tentativas de resolução que ia fazendo e clarificar o modo como implementava as estratégias. Verificou-se então que o João, principalmente na segunda

fase, para além de ter mantido uma discussão viva e entusiasmada a propósito de resolução de cada problema conseguiu também apresentar as suas resoluções por escrito de uma forma mais clara e melhor conseguida.

Relativamente à resolução de problemas, e tendo por base as observações efectuadas e os resultados obtidos pelo aluno, foi evidente que o João tornou-se cada vez mais independente e capaz de resolver os problemas que lhe eram propostos, sem qualquer ajuda externa considerando, agora, a resolução de problemas na aula como uma actividade importante para aprender melhor a Matemática mas alertando para a necessidade de enunciados perceptíveis para a respectiva compreensão:

I: -Durante estas semanas foi-te proposto a resolução de problemas nas aulas de Matemática. O que pensas desta proposta? Achas adequada para esta disciplina? Que capacidades pensas que desenvolveste?

J: - “A resolução de problemas foi bom porque aprendi mais e melhor a matéria. Acho que os professores devem fazer aulas assim, mas temos que conseguir perceber o que o problema quer. Não deve estar o texto muito difícil. Desenvolvi o saber resolver mais problemas, pois tinha algumas dificuldades e achava antes uma seca.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

Tendo em conta a visível e crescente autonomia do aluno, dada a maior facilidade em experimentar e analisar as suas tentativas, o mesmo apresentava agora uma visão da resolução de problemas na aula de Matemática diferente, ou seja, era mais interessante, facilitava a aprendizagem e tornavam-se aulas mais atractivas:

I: -A resolução de problemas nas aulas de Matemática, representou para ti alguma inovação?

J: - “Resolver problemas nas aulas foi novo e acho que gostei. Tenho que perceber o que se quer para gostar e assim as aulas foram menos chatas.”

I: -Como sabes, nas últimas aulas a resolução de problemas foi a base do ensino e da aprendizagem. Será importante dedicar-lhe tempo? Permite uma melhor aprendizagem dos conteúdos matemáticos?

J: - “Se os professores utilizarem problemas é bom. A aula de Matemática às vezes é chata e, com as coisas que nós gostamos, pode ser mais fácil.”

I: -No teu caso, a resolução de problemas permitiu melhorar a tua aprendizagem matemática? Achas que tem interesse para aprender Matemática?

J: - “No meu caso, a resolução dos problemas facilitou-me a minha aprendizagem. Acho que, ..., bem eu estive menos conversador e estive um pouco mais atento e fui conseguindo fazer os problemas, logo, assim é bom para aprender.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

Também o facto de, a partir de certa altura, ter conseguido sucesso ajudou a ganhar um visível gosto pela resolução de problemas. Comentários como “*a princípio parece*

*difícil, mas se a gente tentar compreender até é divertido e acabamos por conseguir resolver”* ou *“deu luta mas consegui resolver”*, foram feitos pelo João após a resolução de alguns problemas. Assim, perante um problema, foi visível que o aluno foi assumindo uma atitude de confiança que o levava a persistir cada vez mais no trabalho e a entusiasmar-se por ele, procurando perceber o significado do resultado obtido.

Esta atitude é bem diferente da habitual, em que os alunos se dão por satisfeitos com o resultado obtido não se preocupando em analisar se ele fará sentido. Por fim, relativamente à sua opinião sobre a Matemática face às aulas baseadas na resolução de problemas, constatou-se que havia agora mais entusiasmo relativamente à disciplina e à sua importância escolar sentindo, agora, um maior e visível prazer na sua frequência:

I: -Faz um pequeno comentário sobre o que te agradou mais ou menos nesta últimas aulas.

J: - “Mudei um pouco. Eu não detestava a Matemática, mas achava chato. Com esta professora melhorou e com as aulas assim é melhor, pelo menos para mim. Gosto agora mais.” (Entrevista ao João, Abril de 2006)

## Capítulo VII – Estudo de caso da Rita

### 7.1 – A Rita

A Rita tinha 15 anos no início do ano lectivo 2005/2006. Era uma jovem algo temperamental e de relacionamento acessível mas, ao mesmo tempo, um pouco agressiva. Com os professores era algo conversadora e assumia uma posição defensiva quando era chamada a atenção. A Directora de Turma expressou a sua opinião sobre a Rita da seguinte forma:

“Interessa-se pouco por aprender. A agressividade é talvez uma forma de chamar a atenção ou o seu ponto de saturação. Quando ralho com ela, pede por vezes desculpa e fica cabisbaixa. Às vezes é mal compreendida (...). Quer ser educadora, mas... eu não sei...fica assim.” (conversa informal com a directora de turma, Março de 2006)

Embora com estas características não foi difícil estabelecer um diálogo com a Rita. Nas várias situações em que se conversou com a aluna dentro e fora da sala de aula, sobre vários assuntos, esta também falava, acompanhava as conversas e dava algumas opiniões. À Rita, inicialmente, pareceu estranho ser entrevistada. Dá a ideia que esta atitude resulta de uma recusa em expor-se perante os professores, pois parecia ter alguma dificuldade em considerá-los pessoas dignas da sua confiança.

Para analisar o passado escolar da Rita consultou-se a ficha de registo biográfico que confirma a avaliação da aluna no primeiro ciclo (quatro retenções). O registo biográfico também indicava que este era o segundo ano consecutivo que frequentava uma turma onde se desenvolvia um currículo alternativo.

A aluna dizia que gostava da escola principalmente nas horas em que não tinha aulas. A maior dificuldade era relacionar-se com as pessoas com quem não se dava bem (colegas e alguns professores), e de entender “as coisas” da disciplina de Matemática. Para ela não gostar muito da disciplina tinha a ver com alguns professores que teve e que eram, segundo ela, os responsáveis por este sentimento. Sobre estes aspectos a Rita referiu:

Investigador: -O que é que gostas mais de fazer na escola?

Rita: - “Ah...Passear, mas...aprender coisas nas várias disciplinas. Menos,...., alguns colegas. Professores está mais ou menos.”

I: -Gostas de frequentar a escola?

R: - “Gosto. Acho que a escola é boa para nós.”

I: -Achas que a escola te poderá ajudar no teu futuro? De que forma?

R: - “ Acho. Eu quero ser educadora de infância e... acho que pode ajudar.”

I: -A Matemática é importante para ti? Porquê?

R: -“Sim, porque como eu quero ser educadora de infância, terei que estudar! Por isso é importante.”

I: - Gostas de Matemática? Para que serve?

R: - (Risos) “Gosto de algumas coisas! Pode servir para aprender... (pausa para pensar)...., e para um dia mais tarde não ser enganada. (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

Perante este retrato, até onde vão as responsabilidades da escola? Que apoio é que o Conselho de Turma lhe deu? Mas também temos que nos interrogar sobre que possibilidade têm os professores para dar atenção mais particular aos alunos, em turmas com 30 alunos problemáticos? Se a Rita tivesse alguém que lhe desse um pouco de atenção, se tivesse uns pais mais participativos e esclarecidos que acompanhassem a sua vida escolar, será que esta situação teria chegado a tal extremo?

## **7.2 – Análise descritiva dos problemas resolvidos pela aluna**

A análise efectuada seguiu os mesmos nove itens utilizados na análise do João. Pretendeu-se também conhecer o papel da Rita na interpretação e selecção de informação, no grau de rigor e confiança do seu raciocínio, no interesse sentido na resolução, no empenho na resolução e selecção de alguma estratégia, a capacidade de criticar as suas próprias estratégias, a compreensão ou não do conteúdo matemático/conceitos e a autoconfiança desenvolvida com a Matemática e/ou o gosto pela Matemática demonstrado.

Foi considerado no quadro seguinte a análise dos dados globais de todos os problemas (oito) realizados pela aluna no conjunto das duas fases do estudo (primeira fase – quatro; segunda fase – quatro).

Quadro 5: *Análise descritiva dos problemas realizados pela Rita*

Itens	Análise
1- Leitura e interpretação	Dificuldades de interpretação nos problemas nº 3 (Zoológico), nº 10 (Consumo), nº 11 (Computador), nº 13 (Iva) e nº 14 (Saldos), sendo necessário uma segunda leitura e/ou alguma orientação dos professores.
2 – Procurar e seleccionar informação	Nos problemas nº 1 (O cientista) e nº 4 (Atletismo) teve facilidade na procura e selecção da informação necessária. Nos problemas nº 3 (Zoológico), nº 8 (Futebol), nº 10 (Consumo) e nº 13 (Iva) apesar da dificuldade de interpretação, conseguiu seleccionar, em cada, os dados necessários à sua resolução. No problema nº 11 (Computador) e nº 14 (Saldos) seleccionou os dados, mas a dificuldade em interpretar levou-a a alguma confusão.
3 – Rigor e confiança no seu raciocínio	Demonstrou confiança no seu raciocínio nos problemas nº 1 (O cientista) e nº 4 (Atletismo). Apesar da dificuldade de interpretação também estava muito confiante no problema nº 10 (Consumo) e nº 13 (Iva). Nos problemas nº 3 (Zoológico), nº 8 (Futebol) e nº 11 (Computador) mostrou alguma confiança levando a resolução de todos até ao fim. No problema nº 14 (Saldos) apresentou pouco rigor.
4 – Interesse do aluno	Pela facilidade em interpretar/compreender o problema teve muito interesse pelos problemas nº 1 (O cientista) e nº 4 (Atletismo). Apesar da dificuldade também manifestou interesse pelo problema nº 10 (Consumo), dado a situação/tema ser do seu agrado. Pelos problemas nº 3 (Zoológico), nº 8 (Futebol), nº 11 (Computador) e nº 13 (Iva), manifestou algum interesse, embora fosse necessário incentivos para que continuasse a sua resolução. No problema nº 14 (Saldos) devido às dificuldades sentidas teve pouco interesse.
5 – Empenho na resolução	Foi relativamente empenhada na resolução dos problemas propostos levando-os até ao fim em todos os casos, à excepção do problema nº 14 (Saldos).
6 – Selecção de estratégia de resolução	Em todas as situações apresentadas, e apesar das dificuldades apresentadas, a aluna seleccionou uma estratégia de resolução.
7 – Espírito crítico	Resolução rápida dos problemas nº 3 (Zoológico), nº 10 (Consumo), nº 4 (Atletismo) e nº 14 (Saldos) demonstrando pouco sentido crítico face à/sua/suas primeiras ideias relativas ao problema proposto. Nos problemas nº 11 (Computador) e nº 13 (Iva) revelou pouco espírito crítico apesar da escolha de estratégia de resolução. Nos restantes problemas não apresentou dúvidas.
8 – Compreensão do conteúdo matemático	Adquiriu compreensão dos conteúdos/conceitos presentes nos problemas nº 3 (Zoológico), nº 10 (Consumo) e nº 4 (Atletismo). Nos problemas nº 1 (O cientista), nº 8 (Futebol), nº 11 (Computador) e nº 13 (Iva) revelou dificuldade em compreender os conteúdos/conceitos matemáticos por não estabelecer relação entre os dados, apesar da estratégia de resolução ser adequada. No problema nº 14 (Saldos) revelou falta de compreensão dos conteúdos.
9 – Autoconfiança e gosto pela Matemática	Ganhou gradualmente alguma confiança e gosto pela disciplina ao longo do estudo, em especial quando a adaptação a este tipo de aulas foi maior.



## **7.3 – As estratégias de resolução de problemas**

### **7.3.1 – Estratégias regularmente utilizadas pela aluna**

Para responder à primeira questão do estudo procurou-se identificar nos problemas resolvidos pela Rita a utilização regular de estratégias de resolução. Para detectar as estratégias pelas quais a aluna optou mais frequentemente, usou-se uma análise de conteúdo. Os critérios usados foram iguais aos utilizados no caso do João, pelo que obedecem aos mesmos parâmetros.

Ao longo do estudo a Rita manifestou uma pequena evolução na capacidade de resolver problemas e no modo como os abordava nomeadamente na atitude, a qual revela uma mudança ao nível da persistência, gosto e envolvimento no trabalho. Tal como no caso do João, ao longo do estudo realizado com a aluna, as estratégias de resolução não foram objecto de um ensino específico nem foram determinantes na escolha dos problemas, sendo estas desenvolvidas e/ou utilizadas pela aluna de forma natural e à medida que lhe iam sendo propostas as actividades. Embora com maior dificuldade do que o João na resolução dos problemas foi também possível detectar a utilização regular de três diferentes tipos de estratégias, por sinal idênticas à do seu colega, embora desenvolvidas e/ou aplicadas de modos diferentes apesar do trabalho desenvolvido ser individual. Assim:

1 – Quando a Rita utilizou uma acção mental e fez uma representação através de linguagem corrente, a estratégia de resolução foi designada por estratégia simbólica (X). Assim na resolução do problema nº 1 (O cientista) - (Primeira fase do estudo) e nº 4 (Atletismo) - (Segunda fase do estudo) tentou explicar o seu raciocínio através dos dados do problema, lendo e interpretando a informação. Exemplo desta estratégia são os Anexos nº 15 e 20;

2 – Uma segunda estratégia de resolução apresentada pela aluna revelou uma acção sobre a situação problemática com recurso a material auxiliar, a calculadora. Esta estratégia de acção (Z), foi utilizada na resolução dos problemas nº 8 (Futebol) e nº 10 (Consumo) relativos à primeira fase do estudo e nos problemas nº 11 (Computador), nº 13 (Iva) e nº 14 (Saldos) relativos à segunda fase do estudo. A calculadora facilitou o



uso da estratégia de resolução escolhida, sentindo a Rita maior facilidade na execução e compreensão dos problemas.

Assim, foi visível a satisfação da aluna na resolução de algumas situações que lhe foram propostas dado que a calculadora a ajudou na construção de alguns dos seus raciocínios e na obtenção de resultados, os quais não seriam possíveis, e se desmotivaria facilmente. Exemplo desta estratégia está patente nos Anexos nº 17, 18, 19, 21 e 22;

3 – Tal como o João, a Rita apresentou uma terceira estratégia de resolução constituída pela representação da acção através de desenhos ou esquemas, à qual se chamou estratégia icónica (Y). No problema nº 3 (Zoológico) – (Primeira fase do estudo), a Rita, tendo em conta os dados do problema e a interpretação do mesmo, considerou que representar a situação descrita através de esquema/desenho seria a melhor forma de explicar o seu raciocínio e encontrar uma resposta ao problema. O Anexo nº 16 é um exemplo desta estratégia.

A terminologia adoptada foi uma aproximação à teoria de Bruner (1975) no que diz respeito à representação do conhecimento. A Rita resolveu cada um dos problemas utilizando apenas uma estratégia em cada um o que permitiu, na maioria das situações, encontrar uma solução/resposta. Nos oito problemas propostos ao longo do estudo usou a estratégia de acção em cinco situações, representando 62,5% de utilização, a estratégia simbólica em duas situações, representando 25% e usou a estratégia icónica numa situação representando, esta, apenas 12,5%.

### **7.3.2 – Eficácia dos diversos tipos de estratégias de resolução de problemas na aprendizagem**

Ao longo do estudo a Rita resolveu, individualmente, oito problemas. Os quatro primeiros foram resolvidos nas aulas do dia 10 e 17 de Fevereiro de 2006 (Primeira fase do estudo) e os restantes foram resolvidos nas aulas dos dias 10 e 17 de Março de 2006 (Segunda fase do estudo), dispondo a aluna de igual tempo (30 m), tal como o João, para a resolução de cada um e respectiva discussão. Esta surgiu após a recolha do enunciado. A resolução foi classificada com base numa escala de classificação holística focada (Anexo 5). Em cada problema a pontuação máxima é 4 pontos pelo que, em cada fase do estudo, a aluna poderia obter um máximo de 16 pontos.

O quadro seguinte diz respeito à distribuição da classificação obtida pela Rita nos problemas resolvidos na primeira fase do estudo (Fevereiro de 2006) e na segunda fase do estudo (Março de 2006). Assim:

Quadro 6: *Distribuição da classificação da Rita na resolução de problemas*

1ª Fase do Estudo			2ª Fase do Estudo		
Problema	Classificação	Eficácia	Problema	Classificação	Eficácia
Nº1(Cientista) (Estratégia X)	3	75%	Nº11 (Comp.) (Estratégia Z)	2	50%
Nº3(Zoológico) (Estratégia Y)	4	100%	Nº4 (Atlet.) (Estratégia X)	4	100%
Nº 8 (Futebol) (Estratégia Z)	3	75%	Nº 13 (Iva) (Estratégia Z)	3	75%
Nº10 (Cons.) (Estratégia Z)	3	75%	Nº 14 (Saldos) (Estratégia Z)	2	50%
<b>Total</b>	<b>13</b>	<b>81,25%</b>	<b>Total</b>	<b>11</b>	<b>68,75%</b>

Designando “percentagem de eficácia” de uma estratégia de resolução a razão entre o número de pontos obtidos pela aluna na resolução do problema e o número máximo de pontos que a aluna poderia obter nessa resolução ao analisar as classificações obtidas pela Rita, podemos também destacar alguns aspectos.

Na primeira fase do estudo, a aluna apresentou total eficácia na resolução do problema nº 3 (Zoológico), onde aplicou a estratégia Y (icónica) e na qual explicou o seu raciocínio através de um esquema/desenho. Na resolução do problema nº 1 (O cientista) aplicou a estratégia X (simbólica). Nesta, a eficácia ficou pelos 75%, pois, não apresentou resposta à situação problemática apresentada. Nos problemas nº 8 (Futebol) e nº 10 (Consumo), utilizou a estratégia Z (acção) tendo esta, nas duas situações em conjunto, uma eficácia de 75% dado não ter concluído o seu raciocínio.

Assim, de uma maneira geral, nesta primeira fase do estudo verificou-se uma percentagem de eficácia nas estratégias de resolução escolhidas e/ou utilizadas de 81,25%, independentemente do problema resolvido ou estratégia de resolução utilizada. Especificamente, verificou-se que a estratégia de resolução mais eficaz foi a estratégia Y (icónica), dado a compreensão da situação. As estratégias de resolução X (simbólica) e Z (de acção), embora com uma percentagem elevada (75% cada uma) apresentaram-se como as estratégias menos eficazes por comparação.

Nesta fase, a aluna revelou-se algo persistente pois, apesar de por vezes contrariada, desenvolveu, em todas as propostas, uma estratégia. No entanto, revelou-se ainda pouco organizada nas suas conclusões (falta de resposta aos problemas).

Na segunda fase do estudo a Rita, provavelmente, devido ao maior grau de dificuldade de algumas das situações problemáticas, revelou uma eficácia global que, embora satisfatória, foi em comparação com a verificada na primeira fase do estudo, menor, ficando-se pelos 68,75%. No entanto, e tendo em conta que antes do início do estudo, a Rita dizia que não conseguiria fazer nada, pensa-se que obter a percentagem atrás indicada foi indicador de que a aluna se adaptou ao tipo de aulas e à forma como elas se desenrolaram, conseguindo uma aprendizagem satisfatória dos diferentes conteúdos matemáticos.

Nesta fase e nos problemas nº 11 (Computador), nº 13 (Iva) e nº 14 (Saldos) utilizou a estratégia de resolução Z (acção), tendo uma percentagem de eficácia de 58,33%. Esta justifica-se pela dificuldade na resolução do problema nº 11 (Computador) e nº 14 (Saldos) onde, apesar de ter escolhido uma estratégia apropriada, não a conseguiu implementar de forma organizada e compreensível. No problema nº 4 (Atletismo), a Rita aplicou a estratégia X (simbólica) registando uma eficácia de 100%, o que revela ter compreendido a situação problemática que lhe foi apresentada.

Verifica-se, então, que a estratégia de resolução, nesta fase do estudo, mais eficaz foi a estratégia simbólica (X), tendo a estratégia de resolução de acção (Z) surgido com menor eficácia possivelmente pelo maior grau de dificuldade que estes problemas tiveram para a aluna. Apesar de tudo nunca deixou nenhuma destas situações em branco, revelando empenho e a ideia de que se a aula for do seu interesse e o ambiente do seu agrado pode, com alguma orientação, efectuar aprendizagens matemáticas com sentido e significado.

Globalmente, no conjunto dos oito problemas efectuados, apresentou como estratégia de resolução mais eficaz a estratégia icónica (designada por Y) com 100% de eficácia. Seguiu-se a estratégia simbólica (designada por X) com uma eficácia de 87,5% e por fim a estratégia de acção (designada por Z) com 65%. A explicação pode assentar na dificuldade de interpretação dos enunciados dos problemas em que a aluna utilizou a estratégia Z implicando, isto, uma maior dificuldade na implementação e desenvolvimento da mesma. No entanto, pelas percentagens apresentadas constata-se que conseguiu uma aprendizagem e compreensão satisfatória dos conteúdos matemáticos presentes.

## 7.4 – Primeira fase do estudo

### 7.4.1 – A aluna e a aula de Matemática

Para perceber a relação da Rita com a disciplina de Matemática, fez-se uma entrevista inicial em Novembro de 2005, antes da aplicação dos problemas. A Rita, à data da entrevista, disse não gostar muito de Matemática, embora achasse que a disciplina poderia ser importante para ela. A aluna, tal como o João, refere que *fazer contas* é uma das utilidades da Matemática:

Investigador: -A Matemática é importante para ti? Porquê?

Rita: - “Sim, porque também como eu quero ser educadora de infância, às vezes também teremos que fazer contas, por isso é importante.”

I: -Gostas de matemática? Para que serve?

R: - (Risos) “Gosto de algumas coisas! Serve ou pode servir para ... aprender, fazer contas ... (pausa para pensar) ..., e para um dia mais tarde não ser enganada quando eu for a uma loja.” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

A Rita, tal como o João, tinha frequentado, no ano anterior, uma turma onde estava a ser implementado um currículo alternativo e desde há muito tempo, e em especial do ano lectivo anterior, que não gostava da disciplina e não manifestava vontade em modificar o seu discurso e/ou pensamento. Importava então, tal como no caso do João, perceber a razão da total rejeição à disciplina:

I: -Qual é a tua primeira recordação da matemática que tens?

R: -“ Aquilo que recordo é de não gostar. Era chato ou a professora era chata.”

I: -Descreve tipos de aula de matemática que tenhas assistido.

R: - “Más! Era mau ambiente. Este ano até gosto. No ano passado, os meus colegas davam-se mal com o professor.”

I: -Costumas participar na aula de Matemática? Costumas colocar questões?

R: - “Sim. Também coloco questões, ... mais quando tenho dúvidas.” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

A aluna, ao longo da entrevista, vê a Matemática como uma disciplina aborrecida, considerando os professores a razão do seu desagrado e rejeição. A Rita queixou-se de alguns professores, em especial o do ano lectivo anterior já que, segundo ela, não teria existido uma boa relação da turma com o mesmo e vice-versa levando ao seu insucesso e à rejeição da disciplina. Para ela, o professor de Matemática deveria ser simpático e

explicar com clareza os conteúdos contribuindo, deste modo, para que o aluno estivesse mais atento e aprendendo, conseqüentemente, melhor:

I: -De que modo é que gostarias que a aula de Matemática fosse de modo a ajudar-te na tua vida (no teu dia-a-dia)?

R: -“ Se eu fosse trabalhar para alguma actividade, gostava de aprender coisas interessantes, para me ajudar no futuro.”

I: -Que mudanças gostarias de ver no ambiente da sala de aula? Porquê?

R: - “Os colegas deveriam mudar. Na aula, o professor deveria explicar mais oralmente, deveria ser simpático e explicar bem as coisas e ... talvez com as mesmas actividades, para aprender melhor.”

I: -Antes de estares inserida numa turma onde se desenvolve um currículo alternativo, como foi a tua experiência matemática como aluna?

R: - “ Dificuldades. O professor explicava mal ou as aulas eram chatas.”

I: -Há muitos alunos que não gostam de Matemática. Qual será a razão?

R: - “Às vezes os professores!” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

Durante o desenrolar da entrevista as respostas da Rita foram sempre no sentido de que a disciplina era complicada, pela dificuldade em entender o que se pretendia, em interpretar enunciados e em perceber o que os professores lhe tentavam explicar, para além da falta de atenção, esforço e empenho que manifestava. Considerava que não era preciso estudar Matemática, mas quando o tentava fazer, utilizava os poucos apontamentos que escrevia no seu caderno diário:

I: -Quais achas que são as tuas dificuldades na disciplina?

R: - “Tenho dificuldades em entender o que se pretende e em perceber coisas que os professores dizem.”

I: -Como é que costumavas estudar Matemática?

R: - “Utilizava os cadernos de apontamentos em casa e estudava, ..., lia e fazia exercícios.” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

Quando é que então esta aluna começou a ganhar rejeição à disciplina? A rejeição da Rita em relação à Matemática não é recente. Em anos anteriores, a aluna manifestou total desinteresse obtendo, em vários momentos de avaliação, classificações negativas. Refere também, que no primeiro ciclo já não era boa aluna e que no segundo ciclo de currículo normal, tinha muitas dificuldades em obter classificações positivas:

I: -As tuas notas a Matemática do ano passado foram negativas?

R: - “Notas muito más! Negativas. Foi todo o ano assim!”

I: -E no ano anterior?

R: - “Eram também negativas.”

I: -E como eram as notas a Matemática no 2º ciclo?

R: - “Eram satisfaz, tendo nível 2 ou 3. Eram mais ou menos.”

I: -No 1º ciclo eras boa aluna a Matemática?

R: - “Não, mas havia um professor na escola que era meu primo e ele ajudava-me.” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

A atitude inicial da Rita em relação à disciplina conduzia-a a chegar atrasada a algumas aulas. Estes atrasos faziam-na perder a sequência das mesmas e levavam à falta de atenção. Sobre este aspecto, a professora manifestou a seguinte opinião:

“Deve melhorar o nível de assiduidade e pontualidade. Deve ser mais persistente no trabalho e tentar ultrapassar as dificuldades. Deve cumprir com as regras de funcionamento da sala de aula.” (conversa informal com a professora, Fevereiro de 2006)

“ Não pode recusar tarefas que são propostas na sala de aula. Tem que cumprir com as regras de funcionamento da sala de aula. Participou mais, apresentando algumas boas respostas em alguns dos problemas.” (conversa informal com a professora, Fevereiro de 2006)

Quando confrontada com a questão do que era necessário para ser um bom aluno em Matemática identificou o trabalho e o esforço. Contudo, reconheceu que estes eram atributos que não possuía. Quanto à calculadora, a aluna disse que a utilizou em algumas aulas de Matemática mas refere que só há pouco tempo é que utiliza esse material mais frequentemente:

I: -Há muitos alunos que não gostam de matemática. Qual será a razão?

J: -“ Às vezes os professores! Também é necessário trabalhar muito e esforço, o que para mim é difícil!”

I: -Utilizas algum recurso na resolução de tarefas na aula de Matemática? Em que medida te ajudam na tua aprendizagem?

R: - “Sim, calculadora, materiais, manual. Ajudam em algumas matérias para aprender melhor.” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

#### **7.4.2 – A aluna e a resolução de problemas**

Antes do início das aulas centradas na resolução de problemas, para compreender a visão da aluna relativa a este tipo de actividades, fez-se na primeira entrevista questões relacionadas com este aspecto. A Rita face ao conceito de problema não apresentava ideia alguma, revelando total desconhecimento do seu significado.

Investigador: -O que é para ti um problema?

Rita: - “Bem... acho que é ... (risos)... Como é que hei-de dizer... ah!... Não sei!” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

Quanto à sua experiência na área da resolução de problemas, nas aulas de Matemática, a Rita não tinha e também não manifestava interesse e gosto em tal, não só pela falta de assiduidade que tinha em anos anteriores como também por não conseguir perceber o que os problemas pretendiam (interpretação de enunciados). Contudo, as experiências de aprendizagem assentes na resolução de problemas foram pouco frequentes:

I: - Antes de estares numa turma onde se desenvolve um currículo alternativo, resolvias problemas na aula? O que achavas? E no 1º ciclo?

R: - “Não me lembro, mas eu também faltava muito às aulas. No 5º ano os problemas não eram muito difíceis. Na escola primária eram mais contas.”

I: - Gostas de resolver problemas?

R: - “Pouco, porque nunca ia às aulas e quando ia eu também não tinha atenção e percebia muito mal os problemas.”

I: - Resolves problemas usualmente?

R: - “Resolvia de vez em quando. Às vezes!”

I: - Lembras-te do último problema que resolveste?

R: - “Não! Este ano já resolvi, mas não me lembro.”

I: - Que dificuldades sentes quando resolves problemas?

R: - “Às vezes não consigo perceber o que o problema quer. Não consigo aplicar a matéria.” (Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

Embora a Rita não gostasse de resolver problemas e não ter, desde o primeiro ciclo do Ensino Básico, um ensino onde tal prática tenha ocorrido considerava que, nas aulas de Matemática, poderiam ser resolvidos, em todas as aulas, alguns problemas como apoio à consolidação de conhecimentos após os professores explicarem os conteúdos:

I: - Nas aulas de matemática, resolvias problemas? Gostavas?

R: - “Às vezes. Não gostava, porque também não gostava do professor.”

I: - O que pensas da resolução de problemas no ensino da Matemática?

Achas que será importante dedicar-lhe tempo?

R: - “Em todas as aulas poderiam ser feitos.”

I: - Em que momentos da aula de Matemática pensas que se pode ou poderia aplicar a resolução de problemas?

R: - “Poderíamos resolver problemas depois de a professora dar a matéria.”

(Entrevista à Rita, Novembro de 2005)

Ao longo da primeira fase do estudo a aluna resolveu quatro problemas idênticos aos resolvidos pelo João. A ênfase do processo de ensino-aprendizagem foi colocada na resolução dos problemas e na criação de uma atmosfera de trabalho em que a Rita fosse a principal responsável pela construção do seu conhecimento matemático. Na resolução de cada problema, um aspecto essencial foi também observar a forma como a aluna se envolvia no trabalho.

Neste momento do trabalho, a aluna encontrava na resolução de problemas, dificuldade. Precisava de ser “ajudada” a clarificar o problema e incentivada a fazer tentativas. Assim, para além da dificuldade em resolver, por si só, alguns dos problemas iniciais, as resoluções que apresentava por escrito não eram acompanhadas por comentários que ajudariam a justificar, de certa forma, a solução apresentada.

Apesar disto, a aluna ainda durante esta fase, manifestou uma pequena evolução em relação ao significado de problema e à resolução de problemas. Assim, de um total desconhecimento do que significava problema passou para algo que teria que resolver, podendo aprender conhecimentos com essa resolução:

I: -O que é para ti um problema?

R: - “É... não sei! Não sei o que vai dar, é algo para aprender, porque tenho-o que resolver.” (Entrevista à Rita, Fevereiro de 2006)

Também, de uma atitude inicial de total desinteresse perante qualquer questão relacionada com a resolução de problemas em sala de aula a não ser que envolvesse cálculos bem identificados à partida, a aluna, nesta primeira fase, conseguiu evoluir. A interpretação de um enunciado foi um aspecto em que houve avanços com algum significado. Como exemplo, enquanto nos dois primeiros problemas resolvidos, após uma primeira leitura do enunciado, disse de imediato (em especial no problema nº3): *“professora não percebo esta pergunta”* ou *“professora, aqui o que é preciso fazer?”*, a aluna passou a mostrar uma atitude diferente (3º e 4º problemas resolvidos) tentando com mais persistência perceber o problema e procurar uma estratégia de resolução:

I: -Resolveste problemas. Que interesse despertaram?

R: - “Alguns despertaram-me interesse, porque consegui com esses aprender mais e perceber!”

I: -Achastes os problemas resolvidos até agora fáceis ou difíceis? Porquê?

R: - “Achei mais ou menos. Às vezes não consegui perceber bem no que problema queria! Aquele ... do futebol, por exemplo, tive que ler bem.” (Entrevista à Rita, Fevereiro de 2006)

Foi também visível o facto de poder usar uma calculadora ter sido um motivo de entusiasmo para a aluna. Era com grande desembaraço que usava a máquina tentando resolver as questões que lhes eram propostas. A utilização correcta de algumas das potencialidades de máquina nunca lhe ofereceu dificuldades de maior.



Concluindo, a Rita conseguiu mostrar uma pequena evolução sobre a sua visão da disciplina e na relação que estabelecera com a resolução de problemas nas aulas de Matemática, modificando a opinião sobre a sua aplicação:

I: -Nas últimas aulas a resolução de problemas foi a base do ensino dos conteúdos matemáticos. O que pensas da resolução de problemas no ensino da Matemática? Permite melhor aprendizagem do conteúdo matemático?

R: - “Acho que pode, os problemas serem aplicados nas aulas de Matemática. Como eu aprendi, acho que há outras pessoas que podiam aprender desta maneira.”

I: -No teu caso, a resolução de problemas permitiu melhorar a tua aprendizagem matemática? Porquê?

R: - “Sim, porque eu dantes não percebia nada de problemas e agora eu já os percebo e percebi melhor a matéria.”

I: -No teu caso, a resolução de problemas permitiu mudar a tua opinião sobre a disciplina de Matemática? Porquê?

R: - “Claro! Eu tive melhor aprendizagem. Tenho hoje uma melhor ideia da Matemática.” (Entrevista à Rita, Fevereiro de 2006)

## 7.5 – Segunda fase do estudo

### 7.5.1 – A aluna e a aula de Matemática

Com o desenrolar do estudo a sua preocupação com a pontualidade melhorou conseguindo, assim, compreender melhor o início/introdução dos problemas. Esta nova atitude levou-a a demonstrar mais gosto pela disciplina. Durante todo o estudo a sua participação, esforço e predisposição para trabalhar foi oscilando sendo, tal como no caso do João, o trabalho individual facilitador da sua integração. Sobre estes aspectos, a professora de Matemática, deu a seguinte opinião:

“Nesta fase do estudo e porque já está mais adaptada a este tipo de aulas, a aluna mostrou mais vontade em participar nas actividades propostas, esforçou-se mais para melhorar a sua atitude e comportamento na aula de Matemática.” (conversa informal com a professora, Março de 2006)

“A Rita chegou a horas e quando entrou fizemos-lhe uma festa: parabéns, conseguiste chegar a tempo, ainda bem. Aparentemente ela ficou satisfeita. Sorriu, disse bom-dia, sentou-se no lugar e predispsô-se a trabalhar o que nem sempre acontece.” (Diário de aula, Março de 2006)

Os problemas em que a Rita teve melhor desempenho foram aqueles em que, logo de início, compreendeu o enunciado demonstrando por estes mais gosto e interesse. Embora com dificuldade em perceber, por vezes, o que se pretendia mostrou alguma

persistência procurando, quase sempre, levar o trabalho até ao fim, especialmente nos casos em que o assunto lhe era mais familiar. Se por alguma razão perdia a sequência da aula ou tinha mais dificuldade em interpretar, a sua motivação já era diferente.

Principalmente na segunda fase do estudo, talvez também já mais identificada com as aulas e tarefas, a sua relação com a Matemática melhorou um pouco. Apesar de ainda ter dificuldade em interpretar os enunciados dos problemas já não se desmotivava com tanta facilidade, pois tentou fazer até ao fim os problemas apresentados mostrando vontade em terminar o seu trabalho. A professora manifestou a seguinte observação:

“A Rita investiu mais nos trabalhos da aula, não se recusando a executar as tarefas propostas. Com esforço poderia melhorar ainda mais a sua aprendizagem, embora a aluna tenha melhorado alterando, para melhor, o seu comportamento.” (conversa informal com a professora, Março de 2006)

A aluna foi participando com mais empenho nas actividades apesar das dificuldades que por vezes sentia. De aluna apática e por vezes até inconveniente por desestabilizar os outros, passou a ser relativamente participativa fazendo questões sempre que achava necessário, pois as tarefas foram sendo cada vez mais do seu interesse e o ambiente da aula mais do seu agrado:

Investigador: -Participas na aula de Matemática? Costumas colocar questões?

Rita: - “Participei. Coloquei questões ao professor quando tinha dúvidas. Dúvidas... mais sobre a linguagem dos problemas.”

I: -Que tarefas habitualmente te foram propostas nas aulas?

R: - “ (Pausa). Os problemas. Estas aulas foram mais ou menos. Algumas aulas perceberam, mas... por vezes não percebia a linguagem.”

I: -O ambiente de aula que te foi proposto é do teu agrado? Porquê?

R: - “O ambiente da aula foi do meu agrado porque gostei destas aulas.”  
(Entrevista à Rita, Fevereiro de 2006)

Dois meses depois o seu posicionamento era algo diferente:

I: -Participaste na aula de Matemática? Costumas colocar questões?

R: - “Participei. Eu no início não sabia se ia gostar ou não, mas com o tempo fui colocando questões, porque queria fazer ou pelo menos tentar.”

I: -O ambiente de aula que te foi proposto foi do teu agrado? Porquê?

R: - “Gostei do ambiente destas aulas. De início não tanto, porque não estava habituada, mas depois quando consegui fazer e resolver, gostei.”  
(Entrevista à Rita, Abril de 2006)

A utilização da calculadora na resolução de alguns problemas fez com que ela conduzisse algumas actividades, em que o uso deste recurso era essencial, até ao fim.

Para a Rita, entre as aulas anteriores ao estudo e as aulas em que participou no estudo, houve diferenças considerando que agora compreendeu melhor os conteúdos matemáticos desenvolvidos nas actividades propostas:

I: -Utilizaste algum recurso na resolução das tarefas na aula de Matemática?  
Em que medida te ajudam na tua aprendizagem?

R: - “Utilizei a calculadora. Para algumas contas é mais fácil!”

I: -Que diferenças observas entre as aulas anteriores e as que te foram propostas ao longo destas semanas?

R: - “Gosto mais assim, porque percebi. Quando tinha dúvidas, a professora orientou-me e assim eu fui fazendo.” (Entrevista à Rita, Abril de 2006)

Relativamente à relação que a Rita desenvolveu com a Matemática constatou-se, também, que compreendeu a importância da disciplina para a sua aprendizagem, para o seu dia-a-dia e para o seu futuro profissional manifestando, agora, mais gosto e motivação e referindo o termo “*útil*” para o associar à aprendizagem de conteúdos matemáticos. Sobre este aspecto, a Rita disse:

I: -A Matemática é importante para ti? Porquê?

J: -“É! Para um dia mais tarde, pode ser útil. Todos os dias usam a Matemática e um dia mais tarde posso precisar dos conhecimentos de matemática. Se eu fosse trabalhar para uma loja, vou precisar.” (Entrevista à Rita, Fevereiro de 2006)

Dois meses depois, a aluna manifestava as seguintes opiniões:

I: -A Matemática é importante para ti? Porquê?

J: - “ É. Como já lhe disse quero ou gostava de ser educadora e preciso de estudar e aprender matemática. No entanto, vejo agora que há muita coisa que penso ou faço que mete a matemática. Por isso é importante.”

I: -Que tarefas habitualmente te foram propostas nas aulas?

R: -“Foi proposto resolver problemas. Assim é mais útil. Eu gostei mais, aprende-se melhor e no futuro posso utilizar estes conhecimentos.” (Entrevista à Rita, Abril de 2006)

Como o ambiente das aulas era agora mais do seu agrado onde se desenvolviam tarefas mais úteis a Rita dedicou mais esforço ao trabalho e à resolução de problemas, passando a disciplina de Matemática a ser mais acessível e interessante. Também para o seu futuro escolar, ela passou a considerar útil o seu sucesso na disciplina:

I: -Gostas de Matemática? Qual a sua utilidade?

J: - “De início não gostava muito, mas desde que comecei a ver que se utiliza a Matemática, ou se pode utilizar no dia-a-dia, acho que é muito útil. Hoje gosto mais.”

I: -Achas que as tuas dificuldades na disciplina de Matemática se mantêm?  
R: - “Acho que melhorei. Melhorei a minha relação com os problemas. Entendo melhor, percebo que podem ser úteis e facilitar a aprendizagem.”  
I: -Achas que a tua aprendizagem de Matemática se modificou?  
R: - “Acho que sim, porque eu dantes não conseguia resolver problemas e agora já consigo. A minha aprendizagem melhorou.” (Entrevista à Rita, Fevereiro de 2006)

Mais tarde, dois meses depois da anterior entrevista, a Rita já tinha o seguinte posicionamento:

I: -Gostas de Matemática?  
J: -“ Gosto mais. Assim, o tempo na aula passa melhor porque tenho mais vontade para trabalhar e não sou tão faladora.”  
I: -Achas que as tuas dificuldades na disciplina de Matemática se mantêm?  
R: - “ Bem,..., talvez tenha melhorado um pouco. Acho que sim, eu consigo melhor, embora existissem problemas em que não percebia o enunciado.”  
I: -Como achas que podes usar os teus conhecimentos matemáticos que adquiriste ao longo destas semanas no teu dia-a-dia?  
R: - “ Estes conhecimentos, dos saldo, do IVA, sei lá, penso que ajudam nas compras ou em ajudar a minha mãe a orientar o dinheiro e ajudam-me na escola, para perceber melhor tudo.”  
I: -Achas que a tua aprendizagem da Matemática se modificou?  
R: - “A minha aprendizagem foi diferente. Não estava habituada e não gostava. Agora não acho tão mau.” (Entrevista à Rita, Abril de 2006)

Concluindo, no caso da Rita algumas das suas respostas evidenciam ainda que a Matemática continua a ser vista como uma disciplina difícil, embora a sua utilidade e importância sejam, agora, motivos para procurar com maior empenho e motivação o sucesso escolar.

### 7.5.2 – A aluna e a resolução de problemas

Na segunda fase do estudo, a resolução de problemas foi trabalhada de forma mais sistemática, autónoma (dentro dos possíveis) e com um grau de dificuldade um pouco maior. Continuou-se a manter um clima agradável que a incentivasse a resolver os problemas que lhe eram propostos, dando-lhe tempo para reflectir sobre o seu trabalho e sobre as suas escolhas (estratégias de resolução), motivando-a sempre nas tentativas que ia fazendo.

Nesta fase do estudo, os resultados obtidos e as opiniões manifestadas pela aluna levam a concluir que conseguiu adquirir a noção da importância da resolução de problemas nas aulas de Matemática e na sua aprendizagem, noção esta que, de certa forma, já se estava a desenvolver na primeira fase do estudo. Tendo em conta a forma como se envolveu no trabalho, fazendo tentativas, analisando melhor as situações problemáticas e organizando-se melhor, percebe-se que houve ao longo do estudo uma

evolução em relação a estes aspectos pois, inicialmente, não apresentava qualquer percepção da importância destes na resolução de problemas.

Ao longo das aulas foi adquirindo, embora lentamente, uma visão mais entusiástica a propósito da resolução de problemas e da importância da mesma. Conseguiu resolver algumas situações (problema nº 1 (Cientista), nº 3 (Zoológico) e nº 4 (Atletismo)) de forma fácil e com entusiasmo. Nestas situações e nos problemas nº 8 (Futebol), nº 10 (Consumo) e nº 13 (IVA), apesar da orientação necessária, conseguiu, de forma autónoma, uma utilização adequada da estratégia de resolução tendo demonstrado níveis de análise aceitáveis.

Demonstrando uma evolução no significado que atribuía aos problemas e na compreensão da importância da leitura e interpretação do mesmo para a escolha da estratégia de resolução, a Rita conseguiu tornar-se algo independente na resolução de problemas, percebendo que pode ser uma boa forma de aprendizagem de conteúdos matemáticos e útil para a sua vida pessoal:

Investigador: -O que é para ti um problema?

Rita: - “Essa não é fácil. Acho que, ..., sei lá. Não se sabe resolver e, ... tenta-se descobrir a resposta para a pergunta, não é?”

I: -Durante as aulas foi-te proposto a resolução de problemas. O que pensas desta proposta? Que capacidades pensas que desenvolveste?

R: - “A resolução de problemas foi bom. Fizemos vários, uns melhores para mim, outros piores, mas acho que aprendi bem.”

I: -Achastes os problemas resolvidos úteis para o teu dia-a-dia? Que dificuldades encontrastes?

R: - “Alguns um pouco difíceis, mas acho que todos podem ser úteis. Tive dificuldades na interpretação do enunciado.” (Entrevista à Rita, Abril de 2006)

Sobre a implementação da resolução de problemas na aula de Matemática, a Rita salienta ainda que foi algo inovador ao qual não estava habituada mas que pode ser uma forma de facilitar as aprendizagens, já que a levou a ter mais interesse pela disciplina:

I: -Como sabes, nas últimas aulas a resolução de problemas foi a base do ensino e da aprendizagem. Será importante dedicar-lhe tempo? Permite uma melhor aprendizagem dos conteúdos matemáticos?

J: - “Acho que sim. O professor deve fazer problemas, não muitos (risos), para que não sejam aulas tão chatas, possam ser mais interessantes e assim aprender melhor. ”

I: -A resolução de problemas nas aulas, representou para ti alguma inovação?

R: - “Para mim a resolução de problemas foi novo. Não estava habituada a estas aulas. Foi mais ou menos bom. Em algumas não gostei tanto, porque tive mais dificuldades, mas foram aulas diferentes.”

I: -No teu caso a resolução de problemas permitiu melhorar a tua aprendizagem? Achas que tem interesse para aprender Matemática?

R: - “Para mim, embora umas mais de que outras, permitiu que aprendesse as coisas um pouco melhor. Foi mais interessante.” (Entrevista à Rita, Abril de 2006)

Ao longo do estudo conseguiu deixar para trás uma experiência negativa em relação à Matemática escolar dado o trabalho realizado nas aulas e o seu relativo sucesso alcançado na resolução dos problemas, que lhe foram propostos, considerando que a aprendizagem baseada nesta actividade foi diferente e agradável.

I: -Faz um pequeno comentário sobre o que te agradou mais ou menos nestas últimas aulas.

J: - “ A resolução de problemas na aula fez com que a disciplina não fosse tão chata. O professor e a professora fizeram problemas que tinham a ver com algumas coisas que me interessaram. Assim, foi bem melhor.” (Entrevista à Rita, Abril de 2006)

## **Capítulo VIII – Considerações finais**

A preocupação central deste trabalho foi compreender se uma prática lectiva com base na resolução de problemas poderia influenciar a relação de alunos que frequentam uma turma onde se desenvolve um currículo alternativo de Matemática com esta disciplina, compreender as suas dificuldades e perceber como a resolução de problemas e as estratégias de resolução utilizadas poderiam influenciar a aprendizagem matemática.

O estudo decorreu durante o ano lectivo de 2005/2006, no âmbito de uma turma onde se desenvolveu um currículo alternativo do terceiro ciclo do Ensino Básico, formada inicialmente por 16 alunos. Os alunos tinham várias repetências e um passado muito irregular na disciplina de Matemática. O trabalho adoptou uma recolha sistemática de dados que permitiram observar a evolução dos alunos e deteve-se numa análise mais pormenorizada de dois alunos.

As conclusões foram orientadas em torno das questões colocadas inicialmente. Procurou-se confrontar os dados e as reflexões com alguns estudos levados a cabo por alguns dos autores citados na revisão de literatura.

### **8.1 – Síntese do estudo**

Tendo por base os objectivos deste estudo, começou-se por discutir alguns conceitos-chave que constituem o seu suporte teórico. O primeiro diz respeito ao currículo e à escola, bem como ao currículo do ensino básico e currículo alternativo. Mas, estando este estudo ligado especificamente a aulas de Matemática com base na resolução de problemas, foi também analisado o enquadramento teórico da resolução de problemas, onde foram comentados temas como o ensino da matemática, as perspectivas actuais da educação matemática, as actividades nas aulas de Matemática e o objecto da resolução de problemas em contexto escolar.

A componente empírica deste estudo seguiu uma metodologia qualitativa, através de dois estudos de caso relativos a dois alunos de uma turma do sétimo ano de escolaridade onde se desenvolveu um currículo alternativo de Matemática. Neste sentido, o trabalho realizado envolveu a observação de aulas, a preparação das aulas de resolução de problemas, a realização das aulas referentes ao estudo (observadas sempre pelo investigador) e a reflexão sobre o trabalho desenvolvido pelos alunos em cada uma das sessões de trabalho.

Como instrumentos de recolha de dados foram feitas entrevistas, observações, registos escritos dos alunos referentes aos problemas resolvidos nas aulas e um diário de aula do investigador. Neste último, foi possível registar a visão do investigador relativamente a alguns aspectos pertinentes da resolução dos problemas observados nas aulas.

A análise dos dados e sua interpretação foram feitas de forma cuidada em relação a cada caso, transversalmente aos dois casos e, por último, procurou-se extrair os aspectos mais relevantes de forma a responder às questões colocadas no estudo.

## **8.2 – Conclusões do estudo**

### **8.2.1 – Influência da prática lectiva com base na resolução de problemas na melhoria da aprendizagem do conteúdo matemático em alunos que frequentam um currículo alternativo**

A participação destes alunos neste projecto, tendo por base uma prática lectiva diferente da que estavam habituados e com o propósito de resolver problemas, foi algo motivador e de uma riqueza para a sua aprendizagem. Este contexto, além de compatível com a aquisição de capacidades básicas, promoveu o desenvolvimento das mesmas, proporcionando a aquisição de competências matemáticas, aspecto este sugerido por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) e DEB (2001).

As actividades desenvolvidas em torno dos problemas não se resumiram só a desenvolver uma maior capacidade de resolução de problemas e um maior envolvimento no trabalho. De acordo com a APM (1998), ao resolverem estas actividades, os alunos tiveram a oportunidade de adquirir de forma significativa competências matemáticas, tendo sido estas um importante veículo para compreender o



modo como os alunos aprendiam, tal como apontam Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999).

Relembrando Bishop (1991) quando este refere que o professor é o elemento chave na criação do ambiente que se vive na sala de aula devendo ser, acima de tudo, facilitador da aprendizagem e, salientando as conclusões apresentadas por Paulo Abrantes (1994), pode-se considerar que os alunos manifestaram evolução na resolução de problemas. Esta evolução deveu-se sobretudo à motivação (Charles e Lester, 1992) que os alunos foram adquirindo, sendo este um dos aspectos que mais contribuiu para o crescente sucesso que se observou.

Verificou-se, também, uma forte influência que o ambiente de sala de aula proporcionado teve no processo ensino-aprendizagem, dado ter proporcionado um contexto de trabalho que facilitou a exploração e compreensão de conceitos, correspondendo ao defendido por John Dewey (1966). Este autor sugere que a aprendizagem devia começar pelo envolvimento do aluno em algo que lhe interesse e que o motive.

Os problemas, propostos de uma forma acessível e sem implicarem muitos conhecimentos prévios, tomaram a forma de tarefas que permitiram ao aluno encontrar caminhos próprios, desenvolver a sua autonomia e a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real, tal como referem Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999). Este trabalho possibilitou que, mesmo com dificuldades e sem estarem habituados a resolver problemas nas aulas, os alunos apresentassem alguns resultados significativos. Neste sentido, as vantagens da inclusão da resolução de problemas na prática lectiva da turma onde se desenvolveu um currículo alternativo de Matemática vão ao encontro àquelas identificadas por Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira (1999).

Os problemas resolvidos também permitiram que os alunos fossem compreendendo termos relacionados com os conteúdos que estavam a trabalhar. Estes termos, não tendo sido impostos, surgiram como uma necessidade que resultava da resolução dos problemas, permitindo que os alunos à medida que entendiam matematicamente as situações propostas, aprofundassem a compreensão dos conteúdos existentes nos problemas apresentados. Recordando Abrantes *et al.*, (1999) percebeu-se, então, que a aprendizagem baseada na resolução de problemas pode orientar os alunos para o desenvolvimento de competências matemáticas. Da mesma forma é possível concluir que situações problemáticas contextualizadas na realidade do aluno e uma dinâmica de

trabalho baseada num bom ambiente de sala de aula, implica maior nível de compreensão e desenvolvimento de competências.

Os problemas foram então a base de um processo de ensino/aprendizagem prático e do agrado dos alunos, proporcionando actividades ricas quer do ponto de vista intelectual, quer do ponto de vista da apreensão de conceitos e conhecimentos. Tudo indica que devem ser desenvolvidos mais frequentemente nas aulas.

A importância do uso de material de recurso (calculadora) no desenvolvimento dos problemas (primeira e segunda fases do estudo) parece ter captado ainda mais o interesse dos alunos, caracterizando-os como compreensíveis e exequíveis. Isto permitiu que estabelecessem, em alguns casos e com relativa facilidade, ligações entre os temas matemáticos, tal como Paulo Abrantes (1994) defende. O reforço da utilização deste recurso nas aulas de Matemática, com base na resolução de problemas e no âmbito de um currículo alternativo, pode ser uma boa aposta para estes alunos.

Outro aspecto observado foi o relativo progresso dos alunos na capacidade de pensar, por si só, nas questões dos problemas. Os alunos puderam pensar de diferentes modos, resolvendo os problemas de acordo com as suas capacidades e passando a trabalhar de uma forma diferente da que estavam habituados, enfrentando com crescente confiança, as situações propostas. Embora a dificuldade na interpretação do enunciado se tenha mantido, o diferente modo de “enfrentar” e pensar nas questões e a relativa confiança adquirida, foram uma das grandes mudanças destes alunos, tal como sugere Charles e Lester (1992) relativamente a estes aspectos.

Assim, muito do que os alunos tinham referido antes da implementação dos problemas nas aulas de Matemática tinha mudado, manifestando, agora, um claro e crescente gosto e interesse por esta prática lectiva. De acordo com a professora, foi com a resolução de problemas que os alunos com insucesso a Matemática se entusiasmaram pelo trabalho. Apesar de continuarem com dificuldades, participaram mais nas aulas, procurando perceber os conteúdos matemáticos. Como se indica, esta foi uma significativa evolução dos alunos que, antes do estudo, apresentavam múltiplas dificuldades nestes aspectos.

Tendo as actividades desenvolvidas em torno da resolução de problemas sido implementadas numa perspectiva em que o ensino da matemática pode contribuir, de um modo significativo, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática (Abrantes *et. al.*, 1999), observou-se que os mesmos realçaram a relação da

resolução de problemas com a compreensão de conteúdos matemáticos. Segundo eles, esta forma diferente de lidar com a Matemática levou-os a compreender melhor alguns conteúdos e a uma maior facilidade em pensar nas questões dos problemas.

Percebe-se, então, que a metodologia desligada de actividades significativas e o ensino obsoleto da Matemática, devem ser banidos da implementação dos currículos alternativos de Matemática pois, tal como Bishop (1991) afirma, são pouco ricos no desenvolvimento do raciocínio matemático e contribuem para afastar os alunos da disciplina.

A concluir, verificou-se, então, que os alunos evoluíram de forma significativa em relação à capacidade de resolver problemas, observando-se uma crescente facilidade em compreender os mesmos, organizar o trabalho escrito e uma atitude crescente de autonomia, deixando de solicitar, tão frequentemente, a orientação dos professores. Embora ainda evidenciassem dificuldade em resolver problemas conseguiram mostrar, em alguns casos, uma compreensão matemática satisfatória, existindo uma clara evolução no que se refere à persistência na respectiva resolução. Desenvolveram confiança nas suas capacidades, não desistindo tão facilmente perante as primeiras dificuldades. Os problemas passaram a ser desafios capazes de serem ultrapassados.

Ao revelarem uma crescente facilidade em analisar as situações problemáticas apresentadas, constatou-se que a resolução de problemas influenciou de forma positiva o processo ensino-aprendizagem dos alunos, uma vez que ao contextualizarem a exploração de conceitos, facilitaram a sua compreensão. Estas experiências concretas de situações envolvendo a aplicação da matemática (Abrantes, 1994) levaram os alunos a considerarem o trabalho efectuado com base na resolução de problemas, como uma experiência diferente, ajudando a aprender a pensar e facilitando a compreensão dos conteúdos estudados. A interpretação dos enunciados e a apresentação do trabalho foram os aspectos onde os alunos revelaram mais dificuldades.

Assim, se antes do estudo, quando confrontados com a resolução de problemas, os alunos liam o enunciado de forma rápida, pouco interessada, sem analisar, fazendo logo de seguida uma tentativa de resolução e desistiam ou solicitavam a ajuda dos professores, a passagem dos alunos para um activo envolvimento (APM, 1998), em que de forma gradual mas persistente, analisaram e resolveram com entusiasmo algumas das situações problemáticas que lhes foram sendo propostas, demonstra um visível ganho de capacidades de resolução de problemas. Esta evolução reflecte a necessidade de um

ensino da resolução de problemas como forma de trabalho a desenvolver no âmbito da aprendizagem matemática, tal como refere Schoenfeld (1992).

O trabalho desenvolvido com os alunos teve uma perspectiva de que para aprender Matemática e desenvolver competências matemáticas, o aluno tem que ser envolvido em práticas que o conduzam à percepção e desenvolvimento de um ponto de vista matemático sobre as “coisas”, tal como sugere o DEB (2001). Este posicionamento implicou educá-los matematicamente, ou seja, numa perspectiva de Matemática contextualizada de aprendizagens significativas aplicáveis na sociedade (NCTM, 1991) baseadas em experiências concretas de resolução de problemas da vida real.

### **8.2.2 – Influência da prática lectiva com base na resolução de problemas na visão e relação com a matemática em alunos que frequentam um currículo alternativo**

Resolver problemas é uma actividade fundamental em Matemática, quer se trate de problemas teóricos, quer se trate de problemas da vida real. Resolver problemas é igualmente uma actividade pedagógica de inegável valor. Sendo estimulante, tem potencialidades para tornar aliciante uma qualquer tarefa. Tudo depende da perspectiva metodológica assumida (Polya, 2003).

Para o desenvolvimento deste estudo, onde o ensino da Matemática foi concebido através da resolução de problemas, tal como defende o NCTM (1991) e como um processo que envolveu os alunos em actividades significativas (Abrantes, Serrazina, Oliveira, 1999), levou-se em linha de conta que, a capacidade de resolver problemas se pode promover em qualquer aluno, independentemente do seu nível de desenvolvimento, pois todos os alunos devem partilhar esse prazer, tal como refere Kantowski (1981).

Assim, tendo por base as definições de alguns autores (Polya, 2003 e Kantowski, 1981) o problema foi encarado como uma situação com a qual o aluno era confrontado e não tinha uma estratégia que lhe garantisse a solução sendo necessário pesquisar, discutir e exercitar a mente (Schoenfeld, 1992) com o fim de superar as dificuldades e procurar uma ou várias acções apropriadas para atingir um fim claramente concebido. Neste sentido, a resolução de problemas foi desenvolvida como actividade pedagógica e alicerce de todo o conhecimento matemático e encarada como uma parte significativa do pensamento matemático, tal como defende Schoenfeld (1991).

Partindo destes pressupostos, sabia-se que os alunos, em relação à Matemática, apresentavam níveis de desmotivação elevados, não tinham interesse pela disciplina,

tinham falta de atenção e/ou concentração nas aulas. Apresentavam não só, falta de hábitos de trabalho de resolução de problemas e dificuldades na expressão oral e escrita, bem como de compreensão de enunciados escritos. Alguns alunos eram considerados conflituosos e indisciplinados, apresentando dificuldades ao nível da aprendizagem da matemática. Para além do comportamento instável, verificava-se alguma falta de assiduidade às aulas de Matemática. Estas, de uma maneira geral, não eram muito bem vistas, tendo estes alunos características semelhantes aos alunos observados por Paulo Abrantes (1994), nomeadamente no que se refere à insatisfação face a aulas expositivas.

Relativamente a este ponto, pelos dados que foram observados, recolhidos e apresentados neste estudo, constata-se que para alunos que frequentam turmas onde se desenvolve um currículo alternativo de Matemática, as aulas de Matemática expositivas devem ser evitadas, sendo a alternativa situações de ensino onde sejam protagonistas das suas aprendizagens, tal como refere o NCTM (2000).

Com este estudo percebeu-se, também, a importância da diversificação do trabalho na aula de Matemática (APM, 1998) e a necessidade de o aluno aprender Matemática, fazendo Matemática (NCTM, 2000). Sendo alunos com dificuldades de aprendizagem e marcados pelo insucesso na disciplina, as aulas devem ser desenvolvidas com tarefas acessíveis, indo estas ao encontro de uma resolução autónoma e bem sucedida no sentido de desenvolver, relativamente à Matemática, alguma auto-estima e confiança, tal como sugerem Abrantes (1994), Ponte, Matos e Abrantes (1998) e Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999).

Da rejeição inicial, patente na opinião de ambos os alunos de que a Matemática era uma disciplina com pouco interesse, difícil de aprender, útil apenas para fazer contas, onde obter resultados positivos era algo que não conseguiriam dada a má relação com esta disciplina, sentimentos que vão de encontro à caracterização de Bishop (1991) passou-se, à posteriori e com base nas aulas apoiadas na resolução de problemas, para uma atitude diferente, onde a vontade e o querer aprender foram sinónimos de aceitação da disciplina e mudança de opinião quanto à sua utilidade.

Esta mudança de atitude dos alunos reforça a ideia da importância em assumir a resolução de problemas, tal como sugere a APM (1998), como uma linha de força que, 'atravessando' todo o currículo, oriente a definição de objectivos, de metodologias e de conteúdos significativos, melhorando a relação dos alunos, que frequentam turmas onde se desenvolve um currículo alternativo, com a disciplina de Matemática.

Também o envolvimento dos alunos na resolução dos problemas propostos, a sua confiança e a autonomia se modificaram, pois os alunos reconheceram valor naquilo que faziam e desenvolviam. Assim, os conteúdos matemáticos adquiriram significado, pois foram considerados úteis e apresentados como um conjunto de experiências que promoveram aprendizagens significativas e desenvolveram a competência matemática, tal como preconiza o DEB (2001). Com esta mudança passaram, então, a considerar a Matemática como uma disciplina acessível e com maior utilidade, conseguiram formar opiniões sobre os problemas que resolveram, considerando, agora, a disciplina como importante para a aprendizagem de conteúdos que poderiam aplicar no seu dia-a-dia. A Rita, aluna que continuou a revelar dificuldades, passou a pensar que a Matemática a poderia ajudar no seu futuro.

O insucesso repetido na disciplina de Matemática estava, agora, a ser substituído por algum sucesso conseguido com um trabalho mais autónomo e significativo. Da insegurança quanto às capacidades de desempenho em problemas matemáticos e do abandono precoce das actividades que lhes eram propostas, assim como da própria disciplina, passou-se a uma relativa capacidade de resolver problemas, gosto por desafios e vontade de aprender Matemática. A prática lectiva assente na resolução de problemas como uma abordagem para desenvolver competências, tal como sugere Perrenoud (2001), permitiu a cada um aprender a utilizar, activar e mobilizar os seus saberes para actuarem sobre as situações propostas.

Por outro lado, e tendo presente a sistematização apresentada por Abrantes (1994) sobre as implicações de dois tipos de motivação (intrínseca e externa na aprendizagem), ressalta a opinião de que a motivação inicial destes alunos em relação ao processo ensino/aprendizagem da Matemática era externa devido à fraca capacidade de memorização, por não questionarem o que faziam e como o faziam e pela baixa expectativa em relação à Matemática, pois tinham interiorizado não serem capazes. Com o decorrer do estudo os alunos, envolvidos por uma motivação intrínseca, positiva e apoiada por uma visão clara sobre o interesse da disciplina e por uma cultura de sala de aula baseada em actividades significativas, tal como defendem Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), foram percebendo que este contexto era um meio de aprendizagem de sucesso, quer para a sua progressão, quer na melhoria das suas capacidades e auto-estima em relação ao desempenho na disciplina.

Um outro aspecto a destacar foi o facto dos alunos conseguirem trabalhar na aula sem solicitar a ajuda dos professores. Começou a notar-se que procuravam perceber e

que o facto de poderem ser eles a tentar compreender as actividades que lhe eram propostas, os começava a entusiasmar. Embora com algumas diferenças entre os dois casos estudados, de uma maneira geral, no final do estudo já conseguiam uma boa organização do seu trabalho e a sua atitude era melhor para com a Matemática. Não se pode afirmar que tenham gostado de tudo mas acha-se que foram melhorando e percebendo como a Matemática pode ser importante.

Também a participação na aula se foi modificando, passando, ao longo do estudo, a manifestarem uma maior vontade de partilharem a sua opinião, não só na introdução do problema, como no seu desenvolvimento e discussão final. Talvez este facto fosse devido ao diferente ambiente de trabalho que lhes estava a ser proporcionado e pelo qual, de uma maneira geral, os alunos se interessaram e se envolveram, pois o aluno só se torna activo quando tem motivação para isso (Charles e Lester, 1992).

### **8.2.3 – Evidência de alguma prática regular nas estratégias de resolução de problemas criadas e/ou utilizadas pelos alunos e eficácia das mesmas na construção do conhecimento matemático**

Na definição do estudo, uma das preocupações foi relacionar a resolução de problemas como prática lectiva na sala de aula e a criação e/ou utilização de estratégias de resolução de problemas que foram privilegiadas pelos alunos. Desde o início algumas questões se colocaram: Como evoluíram os alunos em relação à utilização de estratégias de resolução nos problemas propostos? Existiria alguma prática regular nessa utilização? Em que medida essas estratégias facilitavam ou permitiam a construção/ compreensão do conhecimento matemático pelos alunos?

As três questões, apesar de em parte terem correspondido ao esperado, vincaram alguns aspectos que importam referir. Assim, tendo por base o modelo pedagógico utilizado no estudo e após análise atenta das estratégias utilizadas e/ou criadas, procurou-se verificar se delas emergia alguma prática regular ao nível da sua utilização pelos alunos e se permitiram a construção de conhecimento matemático. A investigação realizada permitiu-nos:

- Detectar a existência de algumas estratégias de resolução de problemas frequentemente utilizadas pelos alunos que foram designadas por estratégias de acção (letra Z), estratégias icónicas (letra Y) e estratégias simbólicas (letra X), de acordo com a teoria de conhecimento de Bruner (1975);

- Constatar a ligação existente entre as estratégias de resolução de problemas criadas e/ou utilizadas e o nível de competência matemática dos alunos que as utilizaram.

Reflectindo sobre a evolução dos alunos na utilização e/ou criação de estratégias de resolução de problemas, admite-se que os alunos foram sentindo ao longo do estudo um maior conforto com os problemas. Sugeriram estratégias e/ou foram capazes de seleccionar estratégias apropriadas para muitos dos problemas propostos, obtendo sucesso, na maior parte das vezes, na respectiva resolução.

Uma vez que, para o desenvolvimento de competências matemáticas, é fundamental que o aluno construa o seu conhecimento de forma consciente e contextualizada (DEB, 2001) a resolução de problemas como linha de orientação geral, proporcionou um bom meio de exploração, no qual o aluno envolvendo-se em actividades matemáticas práticas, desenvolveu competências, tal como sugere Perrenoud (1999), e usou estratégias de resolução, mobilizando e compreendendo conceitos e conhecimentos matemáticos.

A resolução de problemas neste estudo, como actividade cognitiva que os alunos puderam desenvolver (Borrvalho, 1991) num contexto da Matemática escolar, ofereceu óptimas condições aos alunos para o seu desenvolvimento cognitivo. Estes foram construindo novos conhecimentos matemáticos valorizando, como Ponte, Matos e Abrantes (1998) defendem, o seu papel enquanto sujeitos criadores do seu próprio saber e o papel das interacções sociais nesse mesmo processo. Esses conhecimentos foram utilizados sob novas perspectivas e com novos potenciais, dando origem a um conhecimento matemático mais consolidado, tal como referem Bruner (1975) e Kantowski (1977).

Relativamente às estratégias de resolução de problemas utilizadas e/ou criadas, foi possível detectar a existência de estratégias de acção em cinco das situações problemáticas apresentadas, dado ser a forma de resolução dos problemas que melhor se adaptou a cada um desses casos. Sendo este o tipo de estratégia mais utilizado pelos alunos, registou-se uma evolução no sentido da sua utilização e na influência desta estratégia no desenvolvimento de competências matemáticas. Eficácia essa, registada em 68.75% da sua aplicação nos problemas da primeira fase do estudo, em 79% da sua



aplicação nos problemas da segunda fase do estudo e em 73.8% no global dos problemas resolvidos.

Relembrando o NCTM (1991), quando refere que as estratégias de resolução de problemas fazem parte do conjunto de ferramentas matemáticas que os alunos possuem e que os podem ajudar a explorar um problema, o uso desta estratégia permitiu que experimentassem algum sucesso na resolução e exploração de problemas e na compreensão do conteúdo matemático, embora evidenciassem, em algumas situações pequenas dificuldades de implementação. No entanto, e de uma forma geral, pode dizer-se que se a estratégia de acção foi usada inicialmente de uma forma pouco segura, à medida que o estudo se foi desenvolvendo esta foi sendo utilizada gradualmente com mais eficácia.

Quanto à estratégia icónica, ela foi utilizada em apenas uma das situações problemáticas apresentadas. Foi uma estratégia que conduziu à solução do problema, revelando-se como totalmente eficaz (100%) na obtenção da solução e compreensão da situação matemática. Esta estratégia, perante o problema em causa, demonstrou ser bastante útil pois, permitiu aos alunos através da representação por desenhos/esquemas simplificados, representar o seu raciocínio matemático de forma coerente. Competência esta que, como refere Abrantes (1994), foi importante para chegar à solução e compreensão da situação.

Por outro lado, a estratégia simbólica foi utilizada em dois dos problemas propostos, apresentando uma taxa de eficácia de 75% na sua aplicação nos problemas da primeira fase do estudo, 100% de eficácia na aplicação nos problemas da segunda fase do estudo e 87.5% no global dos problemas. Perante estes dados, parece ser possível afirmar que esta estratégia, em determinadas situações, é a que melhor apoia os alunos, permitindo-lhes serem mais eficazes na construção do seu raciocínio matemático, objectivo apontado pelo NCTM (1991). Foi uma estratégia na qual os alunos se mostraram seguros da sua utilização e da sua eficácia na compreensão das situações problemáticas e, assim, dos conteúdos matemáticos presentes.

Pelos dados analisados e apresentados verifica-se uma maior taxa de eficácia das estratégias icónicas e simbólicas em relação às estratégias de acção. Uma possível interpretação para esse maior grau de eficácia poderá residir no facto da interiorização da acção se efectuar gradualmente e as estratégias do tipo icónico e simbólico revelarem acções parcialmente interiorizadas, mais próximas de um conhecimento consolidado e, assim, com maior probabilidade de os alunos as gerarem (Bruner, 1975).

O tipo de problemas e o seu grau de dificuldade, pode ter sido a razão para a utilização da estratégia de acção em mais situações. Esta situação pode ter conduzido à sua menor eficácia.

A escolha da estratégia de resolução, conforme o problema proposto, conduziu os alunos a uma aprendizagem mais eficaz dos conteúdos matemáticos aplicados durante o desenvolvimento do estudo. Esta constatação verifica-se nos níveis de eficácia apresentados pelas estratégias de resolução escolhidas.

Como foi referido anteriormente, o modelo de ensino/aprendizagem da Matemática utilizado no estudo foi pensado segundo a perspectiva de que o conhecimento matemático é construído como actividade cognitiva que os alunos desenvolvem (Borralho, 1991) num contexto onde o mesmo pode combinar vários elementos como: a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a aplicação de vários conhecimentos e a interpretação da solução.

Como tal, o professor não deve, em caso algum, divulgar uma estratégia de resolução que permita ao aluno a sua construção e/ou utilização. Considera-se, então, que, o processo de ensino/aprendizagem usado neste estudo, por estimular a utilização de estratégias de resolução de problemas, terá contribuído para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos, os quais adquiriram aprendizagens e competências matemáticas com significado, tal como refere Abrantes (1994).

Conclui-se, também, que este modelo de ensino ao nível dos Currículos Alternativos só pode ser desenvolvido com respeito pelo aluno, pela sua forma de raciocinar, o seu ritmo de trabalho e as suas capacidades, para que possam promover atitudes de interesse e auto-estima face à Matemática (Polya, 2003).

### **8.3 – Limitações do estudo**

O envolvimento do investigador teve, forçosamente, algumas consequências ao nível das interpretações existindo, também, outros aspectos que neste âmbito mereciam ser estudados, não só ao nível dos alunos, como também ao nível dos professores.

Assim, percebendo que as aulas expositivas não são claramente uma boa metodologia na abordagem dos conteúdos matemáticos face a alunos que frequentam turmas onde se desenvolve um currículo alternativo, poder-se-ia perguntar como levar essa questão aos professores. Que contributos deverá dar a formação de professores para

apoiar a preparação de aulas de Matemática para alunos de turmas onde se aplica um currículo alternativo? Que preocupações deverão existir, nos primeiros anos de escolaridade, para impedir que os alunos acumulem insucessos na disciplina de Matemática?

Por fim, ao longo do estudo, de um número inicial de dezasseis alunos, vários foram desistindo e/ou faltando às aulas, pelo que existiram algumas aulas que só foram presenciadas por um número reduzido de alunos, limitando um pouco as observações gerais efectuadas.

#### **8.4 – Recomendações**

Este estudo decorreu no contexto de uma experiência de ensino /aprendizagem da Matemática com base na resolução de problemas. Sendo esta uma experiência situada no âmbito da sala de aula, torna-se pertinente a recomendação de que futuras investigações procurem estudar a evolução dos alunos ao longo de períodos de tempo mais prolongados.

Foram sentidas algumas dificuldades por parte dos alunos em algumas das situações problemáticas propostas. Recomenda-se que em futuras investigações se possa dar ainda mais atenção a este aspecto.

Sendo privilegiado o trabalho individual dos alunos neste estudo, seria interessante saber a influência do trabalho de grupo. Qual o efeito do trabalho de grupo, com base na resolução de problemas, na aprendizagem de conteúdos matemáticos em alunos que frequentam turmas onde se desenvolve um currículo alternativo?

Este estudo centrou-se na forma particular como os alunos viveram esta experiência. Parece-nos pertinente que se analise a vivência dos professores que participam em estudos com características idênticas a este. Como vivem o seu percurso? Que mudanças evidenciam ao nível das suas concepções e atitudes?

## Bibliografia

- Abrantes, P.(1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática*. (Tese de Doutoramento). Lisboa: APM.
- Abrantes, P., Ponte, J., Fonseca, H., Brunheira, L.(Eds) (1999). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Projecto MPT e APM.
- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I.(1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME-DEB.
- Amado, J. e Freire, I. (2002). A Indisciplina na Escola: Uma Revisão da Investigação Portuguesa. *Investigar em Educação*, 1(1), 179-223.
- Andler, D. (1987). Problème – Une Clé Universelle ? Em I. Stangers (Eds.), *D'Une Science l'Autre – Des Concepts Nomades* (pp.119-159). Paris : Editions du Senil.
- APM (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- APM (1998). *Matemática 2001 – diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM e IIE.
- Azevedo, J. (1994). *Avenidas da Liberdade – Reflexões sobre política educativa*. Porto: Edições ASA.
- Benavente, A. e Correia, H. (1981). *Renunciar à Escola: O Abandono Escolar no Ensino Básico*. Lisboa: Fim de Século.
- Bishop, A., J.(1991). *Mathematical enculturation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Boavida, A. M. e Matos, J. M. (1993). Um olhar para o espelho. Emergência de um campo de reflexão teórica sobre Educação Matemática. *Quadrante – Revista Teórica e de Investigação*, Vol. 2, N.º, pp. 7-17. Lisboa: APM
- Bodgan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Borrvalho, A. (1990). *Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática: proposta de um programa de intervenção* (tese de mestrado, Universidade de Salamanca). Lisboa: APM.
- Borrvalho, A.(1991). Funções dos problemas no processo Ensino/Aprendizagem da Matemática. *Educação e Matemática*, 17, 13-14.
- Borrvalho, A.(1995). Resolução de problemas: Uma perspectiva para abordar o ensino/aprendizagem da Matemática. Em A. Borrvalho e M. Borrões (Eds.), *Ensino/Aprendizagem de Matemática: Algumas perspectivas metodológica* (pp. 9-56). Évora: Universidade de Évora.
- Bruner, J.(1975). *Uma nova teoria da aprendizagem*. Rio de Janeiro: Bloch/INL.
- Charles, R. e Lester, F. e O’Daffer, P. (1987). *How to volume progress in problem solving*. Reston, Virginia: NTCM.
- Charles, R. e Lester, F. (1992). A Framework for research on Problem-Solving Instruction. Em J.P.Ponte ; J.F.Matos e D. Fernandes (Eds.), *Mathematical problem solving and new information technologies-Research on Contexts of Practice* (pp.1-15). Berlin: Springer-Verlag.
- Cortesão, L. (2000). *Ser professor: um ofício em risco de extinção?* Porto: Edições Afrontamento,Lda.

- Departamento de Educação Básica (1992). *Guia da Reforma Curricular*. Lisboa: ME-DEB.
- Departamento de Educação Básica (1997). *Relatório Nacional dos Currículos Alternativos – 1996/1997*. Conselho de Acompanhamento: Ministério da Educação.
- Departamento de Educação Básica (1998). *Organização Curricular e Programas*. Lisboa: ME-DEB.
- Departamento de Educação Básica (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: ME-DEB.
- Dewey, J. (1916/1966). *Democracy and education*. New York: Macmillian.
- Entonado, F. (1991). La investigación acción. Métodos y técnicas de investigación cualitativas. Em Ó. Barrio (Eds.), *Prácticas de enseñanza. Proyectos curriculares y de investigación-acción..* Alcoy: Editorial Marfil.
- Ernest, P. (1992). Problem Solving: Its assimilation to the teacher's perspective. Em J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos e D. Fernandes (Eds.), *Mathematical problem solving and new information technologies-Research on Contexts of Practice* (pp.287-300). Berlin: Springer-Verlag.
- Estevão, C.V. (2001). *Justiça e Educação*. São Paulo: Cortez Editora.
- Esteves, M. (2000). Flexibilidade Curricular e Formação de professores. *Revista de Educação*, 9(1), 117-123.
- Goodson, I. F. (1997). *A Construção Social do Currículo*. Lisboa: Educa.
- Graça, M. (2003). Avaliação da resolução de problemas: Que relação entre as concepções e as práticas lectivas dos professores? *Quadrante*, 12 (1), 53-73.

- Guimarães, H. (1988). *Ensinar Matemática: Concepções e práticas* (tese de Mestrado, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Kantowski, M.G., (1977). Processes Involved in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8,163-180.
- Kantowski, M.G., (1981). Problem Solving. In E. Fennema (Ed.), *Mathematics education research: Implications for the 80's*. Reston, VA: ASCD/NCTM.
- Kilpatrick, J. (1991). Some issues in the assessment of mathematical problem solving. Em J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos e D. Fernandes (Eds.), *Mathematical problem solving and new information technologies-Research on Contexts of Practice* (pp.37-44). Berlin: Springer-Verlag.
- Lester,F.(1980). Research on Mathematical Problem Solving. In R.J.Shumway (Ed), *Research in mathematics education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lester,F.(1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. Em R. Lesh e M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press.
- Lester,F., (1994). O que Aconteceu à Investigação em Resolução de Problemas de Matemática? A Situação nos Estados Unidos. Em D. Fernandes, A. Borralho e G. Amaro (Eds.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de Professores e Desenvolvimento Curricular* (pp.13-31). Lisboa: IIE
- Lücke, M. e André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Merriam, S. B. (1988). *The Case Study Research in Education*. S. Francisco, A: Jossey – Bass.

- Ministério da Educação (1986). *Lei de Bases do Sistema Educativo (Princípios Gerais)* – artigo 2º e 8º. Lisboa: ME.
- Ministério da Educação (1991a). *Organização Curricular e Programas, Volume I, Ensino Básico, 3ºCiclo*. Lisboa: DGEBS.
- Ministério da Educação (1991b). *Programa de Matemática. Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem, Volume II, Ensino Básico, 3ºCiclo*. Lisboa: DGEBS.
- NCTM (1980). *An agenda for action: Recommendation for school mathematics of the 1980s*. Reston: NCTM.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics: Discussion draft*. Reston, VA: NCTM.
- OECD (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf>. (consultado em vinte de Fevereiro de dois mil e sete)
- Pacheco, J. A. (1996). *Currículo: Teoria e Praxis*. Porto: Porto Editora.
- Pacheco, J. A. (2000). Flexibilização curricular: algumas interrogações. Em J. A. Pacheco (org.), *Políticas de Integração Curricular* (pp.127-146). Porto: Porto Editora.
- Perrenoud, P. (1994). *A Escola e a Mudança*. Lisboa: Escolar Editora.



- Perrenoud, P. (1999). *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: ARTMED.
- Perrenoud, P. (2001). *Porquê construir competências a partir da escola?* Porto: Asa Editores.
- Pires, E. L. (1988). *A Escolaridade Básica em Portugal: Que Futuro?* Porto: Edições ASA.
- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J. P. (1989). A calculadora e o processo de ensino aprendizagem. *Educação e Matemática*, 11, 1-2.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de Caso na Investigação em Educação Matemática. *Quadrante*, 3(1), 18.
- Ponte, J. P., Matos, J. M. e Abrantes, P. (1998). *Investigações em educação matemática. Implicações curriculares*. Lisboa: ME e IIE.
- Roldão, M.C. (1999). *Gestão Curricular: Fundamentos e Práticas*. Lisboa: M.E – DEB.
- Schoenfeld, A. (1991). What's all the fuss about problem solving? *ZDM*, 1, 4-8.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and making in mathematics*. New York: MacMillan.
- Schön, D. (1991). *The reflective practitioner. How professionals think in action*. Great Britain: Maurice Temple Smith Ltd.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational research*, 15(2), 4-14.
- Tavares (1990). *O Abandono Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação.

Yin, R. K., (1989). *Case Study Research: Design and Methods*. Newbury Park, CA: Sage Publications.

### **Diplomas Legais**

Ministério da Educação (1991). Decreto-lei nº 319/91, de 23 de Agosto - artigo 11º.

Ministério da Educação (1992). Despacho Normativo nº98 – A/92 de 20 de Junho de 1992.

Ministério da Educação (1993). Despacho Normativo nº178 – A/ME/93 de 30 de Julho de 1993.

Ministério da Educação (1996). Despacho Normativo nº22 / SEEI/96 de 19 de Junho de 1996.

Ministério da Educação (2001). Decreto-lei nº 6/2001, de 18 de Janeiro.

Ministério da Educação (2001). Despacho Normativo nº 30/2001, Diário da República, I Série B, 19 de Julho de 2001.

## **ANEXOS**

## Guião – 1º Entrevista semi-estruturada aos alunos

### 1) Percurso escolar/escola

- Nº de matrículas efectuadas desde o 1º Ciclo
- Nº de reprovações desde o 1º Ciclo
- Alguma vez abandonaste a escola? (abandono escolar)
- Como caracterizas o teu percurso escolar?
- Nº de anos e currículos alternativos
- Qual a razão que te levou a inscrever-te nos currículos alternativos?
- De uma maneira geral, o que é que gostas mais de fazer na escola? E menos?
- Gostas de frequentar a escola?
- Achas que a escola te poderá ajudar no teu futuro? De que forma?

### 2) A aula

- Descreve tipos de aulas de matemática que tenhas assistido.
- Que tarefas habitualmente te são propostas?
- Ambiente privilegiado
  - Papel do professor
  - Papel do aluno
  - Mudanças no ambiente sala de aula? Porquê?
- Dá exemplo de uma aula que achas que tenha resultado bem para a tua aprendizagem? Porquê?
- E uma que tenha resultado mal. Porquê?
- O que gostas mais de fazer na aula de Matemática?
- Costumas participar na aula de Matemática? Costumas colocar questões ao professor?
- Utilizas algum recurso (calculadora, manual, materiais manipuláveis, fichas, etc. ...) na resolução de tarefas na aula de Matemática? Em que medida te ajudam na tua aprendizagem?
- Como preferes trabalhar nas aulas de Matemática: em grupo, aos pares ou sozinho?
- De que modo é que gostarias que a aula de Matemática fosse de modo a ajudar-te na tua vida (no teu dia-a-dia)?

### 3) Relação com a Matemática

- A matemática é importante para ti? Porquê?
- Gostas de matemática? Para que serve?
- Quais achas que são as tuas dificuldades na disciplina?
- Como é que costumavas estudar matemática?
- O que entendes por saber matemática?
- Qual é a tua primeira recordação da matemática que tens?
- Antes de estares inserido numa turma de currículos alternativos, como foi a tua experiência matemática como aluno?
- As tuas notas a matemática do ano passado foram negativas? Foi todo o ano assim?

- E no ano anterior?
- E como eram as notas a Matemática no 2º ciclo?
- No 1º ciclo, eras bom aluno a matemática?
- Que tipo de tarefas fazias no 1º ciclo a matemática?
- Há muitos alunos que não gostam de matemática. Qual será a razão?
- Na tua opinião, o que poderão fazer os professores para ajudarem os alunos a aprender matemática?

#### **4) Relação do aluno com a resolução de problemas**

- O que é para ti um problema?
- Fala-me um pouco da tua experiência na área da resolução de problemas:
  - Gostas de resolver problemas?
  - Resolves problemas usualmente?
  - Lembras-te do último problema que resolveste?  
Quando e onde o resolveste?
  - Que dificuldades sentes quando resolves problemas?
- Antes de estares inserido nos currículos alternativos, resolvias problemas na aula de matemática? De que tipo eram? O que achavas? E no 1º ciclo?
- Nos currículos alternativos (2º ciclo), na aula de matemática, resolvias problemas? Gostavas? De que tipo eram?
- O que pensas da resolução de problemas no ensino da matemática? Achas que será importante dedicar-lhe tempo?
- O que entendes por um bom problema?
- Em que momentos da aula de matemática pensas que se pode ou poderia aplicar a resolução de problemas?
- Pensas que o professor pode e deve ensinar os alunos a resolver problemas? Porquê?
- Quais as razões pelas quais os alunos têm dificuldades na resolução de problemas? Como julgas que se poderia ultrapassar?

## Guião – 2ª Entrevista semi-estruturada aos alunos

**1) Aula**

- Participas na aula de Matemática? Costumas colocar questões ao professor?
- Que tarefas habitualmente te foram propostas nas aulas? Qual é a tua opinião sobre elas?
- O ambiente de aula que te foi proposto é do teu agrado? Porquê?
- Dá exemplo de uma aula que achas que tenha resultado bem para a tua aprendizagem? Porquê?
- E uma que não tenha resultado bem? Porquê?
- Utilizaste algum recurso na resolução das tarefas na aula de Matemática? Em que medida te ajudam na tua aprendizagem?
- Que diferenças observas entre as aulas anteriores e as que te foram propostas?

**2) Relação com a Matemática**

- A Matemática é importante para ti? Porquê?
- Gostas de Matemática? Qual a sua utilidade?
- Achas que as tuas dificuldades na disciplina de Matemática se mantêm? Quais são? Porquê?
- O que gostas mais de fazer em Matemática? E menos?
- Achas que as tuas notas correspondem ao teu esforço e ao que sabes?
- O que entendes por saber Matemática?
- Como classificas a tua visão sobre a disciplina de Matemática?
- Achas que a tua aprendizagem de Matemática se modificou? Em que aspecto? Porquê?

**3) Relação do aluno com a resolução de problemas**

- O que é para ti um problema?
- Resolvestes problemas. Que interesse despertaram?
- Gostas mais de resolver problemas individualmente ou resolver trocando opiniões com os colegas?
- Achastes os problemas resolvidos até agora fáceis ou difíceis? Porquê?
- Precisaste de apoio na resolução de problemas? De que tipo?
- Que dificuldades sentiste na resolução dos problemas que te foram propostos?
- Achas que a resolução de problemas como prática lectiva na aula de matemática permite uma melhor aprendizagem do conteúdo matemático? Porquê?
- O que é que esta actividade (resolução de problemas) representou para ti?
- Como sabes, nas últimas aulas a resolução de problemas foi a base do ensino dos conteúdos matemáticos. O que pensas da resolução de problemas no ensino da matemática? Será importante dedicar-lhe tempo?
- No teu caso a resolução de problemas permitiu melhorar a tua aprendizagem matemática? Porquê?
- No teu caso, a resolução de problemas permitiu mudares a tua opinião sobre a disciplina de Matemática? Porquê?
- Faz um pequeno comentário sobre o que te agradou mais ou menos nestas últimas aulas.

**4) Resolução de Problemas/Estratégias de Resolução**

- Na resolução de problemas que te foram propostos, seleccionaste uma estratégia de resolução ou várias?
- A estratégia/as que usaste na resolução dos problemas permitiram resolve-lo correctamente?
- As estratégias de resolução utilizadas nos diferentes problemas permitiram para ti compreensão do conteúdo matemático?

**Guião – 3ª Entrevista semi-estruturada aos alunos****1) Aula**

- Participaste na aula de Matemática? Costumas colocar questões ao professor?
- Que tarefas habitualmente te foram propostas nas aulas? Qual é a tua opinião sobre elas?
- O ambiente de aula que te foi proposto foi do teu agrado? Porquê?
- Utilizaste algum recurso na resolução das tarefas na aula de Matemática? Em que medida te ajudou na tua aprendizagem?
- Que diferenças observas entre as aulas anteriores e as que te foram propostas ao longo destas últimas semanas?

**2) Relação com a Matemática**

- A Matemática é importante para ti? Porquê?
- Gostas de Matemática?
- Achas que as tuas dificuldades na disciplina de Matemática se mantêm? Quais são? Porquê?
- O que gostas mais de fazer em Matemática? E menos?
- Achas que o teu desempenho corresponde ao teu esforço e ao que sabes?
- Como achas que podes usar os teus conhecimentos matemáticos que adquiriste ao longo destas semanas no teu dia-a-dia?
- O que pensas da disciplina de Matemática?
- Achas que a tua aprendizagem de Matemática se modificou? Em que aspecto? Porquê?

**3) Relação do aluno com a resolução de problemas**

- O que é para ti um problema?
- Durante estas semanas foi-te proposto a resolução de problemas nas aulas de Matemática. O que pensas desta proposta? Achas adequada para esta disciplina? Que capacidades pensas que desenvolveste?
- Gostas mais de resolver problemas individualmente ou resolver trocando opiniões com os colegas? Explica as tuas razões?
- Achastes os problemas resolvidos úteis? Que dificuldades encontraste?
- A resolução de problemas nas aulas de Matemática, representou para ti alguma inovação?
- Como sabes, nas últimas aulas a resolução de problemas foi a base do ensino dos conteúdos matemáticos. Gostaste da resolução de problemas no ensino da matemática? Será importante dedicar-lhe tempo? Permite uma melhor aprendizagem do conteúdo matemático?
- No teu caso a resolução de problemas permitiu melhorar a tua aprendizagem matemática? Achas que tem interesse para aprender Matemática?
- Achaste que os problemas resolvidos foram fáceis ou difíceis? Porquê? Precisaste de ajuda? De que tipo?
- No teu caso, a resolução de problemas permitiu mudares a tua opinião sobre a disciplina de Matemática? Porquê?

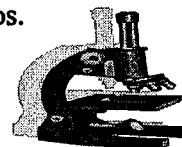
## Os problemas propostos para os alunos

## 1º Fase do estudo

**Problema 1 – O Cientista**

O professor Raskov, famoso cientista russo, descobriu que uma dada reacção química durava 80 minutos sempre que vestia bata branca, mas quando vestia bata verde a mesma reacção durava uma hora e 20 minutos.

Como explicas este fenómeno?

**Problema 3 – Zoológico**

Os alunos do 7º Ano foram fazer uma visita de estudo ao Zoológico. O Bruno empenhava-se em ver os flamingos mas as portas já estavam fechadas. Ele espreitou por debaixo de uma porta e conseguiu ver 11 patas.

Sabendo que estas aves podem estar muito tempo apoiadas numa só pata, quantos flamingos haveriam?

**Problema 8 – Futebol**

Num jogo Benfica-Sporting entraram 12 000 adeptos do Sporting. Sabendo que a razão entre o número de adeptos do Sporting e do Benfica é de 2:7, determina o número de adeptos do Benfica?

**Problema 10 – Consumo**

O BMW do professor gasta 12 litros de gasolina para fazer 100 km. Quantos quilómetros podem percorrer com 51 litros de gasolina?

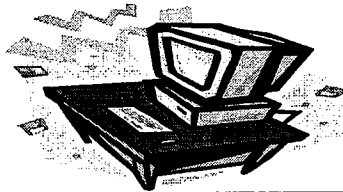




## 2ª Fase do estudo

### Problema 11 – Computador

O António comprou um computador que custou 1150 €. Como era cliente habitual da loja fizeram-lhe 5% de desconto. Qual foi o valor do desconto em euros?



### Problema 4 – Atletismo

Cinco alunos da Escola E.B. 2,3 de Alcácer do Sal chegaram à finalíssima de atletismo com os seguintes resultados:

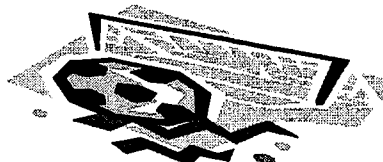
- O Pedro chegou à meta depois do Nuno;
- O Zé e o Becas chegaram ao mesmo tempo;
- O Hélder chegou antes do Nuno;
- O vencedor chegou sozinho.

Quem foi o vencedor?



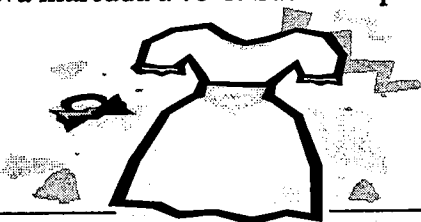
### Problema 13 – IVA

O bilhete do jogo de futebol da Liga dos Campeões entre o Benfica e o Liverpool custa 60 €, incluindo IVA 21 %. Qual é o valor do IVA em euros?



### Problema 14 – Saldos

Na época de promoções, um vestido estava marcada a 75 €. Sabendo que o preço inicial era de 120 €, determina a percentagem da promoção.



## Escala de classificação holística focada

### 0 Pontos

O trabalho produzido tem uma das seguintes características:

- Está em branco.
- Os dados do problema foram simplesmente copiados, mas nada foi feito com os dados ou o trabalho realizado não aparentemente qualquer compreensão do problema.
- É apresentada uma resposta incorrecta, sem ser apresentado qualquer outro trabalho.

### 1 Ponto

O trabalho produzido tem uma das seguintes características:

- Existe algum trabalho feito no sentido de se encontrar uma solução, para além da simples cópia dos dados, que reflecte alguma compreensão do problema, mas a abordagem seguida não levaria a uma resposta correcta.
- Inicia-se uma estratégia não apropriada que não se desenvolve e não há qualquer evidência que o aluno tenha tentado uma outra. Aparentemente o aluno tentou uma abordagem que não resultou e depois desistiu.
- O aluno tentou atingir um dos objectivos mas não conseguiu.

### 2 Pontos

O trabalho produzido tem uma das seguintes características:

- O aluno utilizou uma estratégia inadequada e obteve uma resposta incorrecta, mas o trabalho realizado revela alguma compreensão do problema.
- Foi utilizado uma estratégia apropriada mas:
  - a) Não foi suficientemente desenvolvida de modo a chegar-se a uma solução;
  - b) Foi desenvolvida incorrectamente levando a uma solução errada ou a nenhuma solução.
    - O aluno atingiu um dos objectivos do problema, mas não prosseguiu a sua resolução.
    - A resposta correcta é apresentada, mas:
      - a) O trabalho que a ela conduziu não é compreensível;
      - b) Não é apresentado nenhum trabalho.

### 3 Pontos

O trabalho produzido tem uma das seguintes características:

- O aluno utilizou uma estratégia de solução que poderia levar à solução correcta, mas confundiu parte do problema ou uma das suas condições foi ignorada.
- Foram correctamente aplicadas estratégias adequadas para resolver o problema, mas:
  - a) O aluno apresenta uma resposta incorrecta, sem razão aparente;
  - b) É dada correctamente a parte numérica da resposta, mas a resposta não é trabalhada ou é incorrectamente trabalhada,
  - c) Não é apresentada a resposta ao problema.
    - É dada a resposta correcta e há alguma evidência de que foram seleccionadas as estratégias apropriadas. Contudo, o processo de implementação das estratégias não é completamente claro.

### 4 Pontos

O trabalho produzido tem uma das seguintes características:

- O aluno cometeu um erro ao desenvolver uma estratégia adequada. No entanto, tal erro não reflecte incompreensão quer do problema quer da implementação da estratégia, parecendo antes tratar-se de um erro de cálculo ou de um dado mal copiado.
- Foram seleccionadas e implementadas estratégias adequadas. Foi apresentada a resposta correcta tendo em conta os dados do problema.

(Traduzido de Charles, R., Lester, F. e O'Daffer, P. (1987). *How to volume progress in problem solving*. Reston, Virginia: NTCM.

**Entrevista Particular**

***Resolução de Problemas – Problema nº***

- 1) → Gostaste de resolver o problema/Foste interventivo? Percebeste a importância do mesmo no teu dia-a-dia?
- 2) → a) Dificuldade na resolução do problema.
  - Leitura e interpretação
  - Seleccionar informação
  - Escolher a estratégia de resolução
  - Aplicar o conteúdo matemático
- 3) → Precisaste de apoio na resolução do problema? De que tipo?
- 4) → a) O conteúdo matemático leccionado na forma de problema da vida real permitiu a aprendizagem do:
  - Conceito matemático?

b) O conteúdo matemático leccionado na forma de problema da vida real permitiu gostares da disciplina de matemática?

c) Achas que a resolução de problemas como prática lectiva permite uma melhor aprendizagem do conteúdo matemático?
- 5) → Estratégia de Resolução de Problemas
  - a) Porquê esta estratégia de resolução e não outra?
  - b) Na resolução de problemas que te foram propostos, seleccionaste uma estratégia de resolução ou várias?
  - c) A estratégia/as que usaste na resolução dos problemas permitiram resolve-lo correctamente?
  - d) As estratégias de resolução utilizadas nos diferentes problemas permitiram para ti compreensão do conteúdo matemático?
  - e) Na resolução dos problemas que te foram propostos, ao experimentares uma estratégia de resolução e ao desistires da mesma, para testares outra, explica o que se passou para tomares essa decisão? Que análise fizeste?

Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Aguiar Data: 17/2/2006


No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 1 - O Cientista**

O professor Raskov, famoso cientista russo, descobriu que uma dada reacção química durava 80 minutos sempre que vestia bata branca, mas quando vestia bata verde a mesma reacção durava uma hora e 20 minutos.

Como explicas este fenómeno?



**Resolução:** Uma hora e 20 é o mesmo que 80 minutos.

**Comentário:** O problema não é difícil. Força o problema. Foi o problema rápido.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Aguiar Data: 17/2/2006


No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

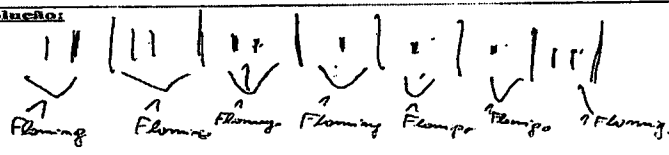
**Problema 3 - Zoológico**

Os alunos do 7º Ano foram fazer uma visita de estudo ao Zoológico. O Bruno empenhava-se em ver os flamingos mas as portas já estavam fechadas. Ele aproveitou por debaixo de uma porta e conseguiu ver 11 patas.

Sabendo que estas aves podem estar muito tempo apoiadas numa só pata, quantos flamingos haveriam?



**Resolução:**



Existem 4 com duas patas e 7 com uma pata.

**Comentário:** Pelo o problema foi fácil e por isso o conteúdo matemático. Utilizei apenas a estratégia.

Bom Trabalho!

## Anexo 9

Escola Básica 2,3.º Ciclos  
7.º Ano – 2005/2006  
Matemática


Nome: João Data: 17/2/2006

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 8 – Futebol**

Num jogo Benfica-Sporting entraram 12 000 adeptos do Sporting. Sabendo que a razão entre o número de adeptos do Sporting e do Benfica é de 2:7, determina o número de adeptos do Benfica?



**Resolução:**

$$\frac{7}{12000} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{1200 \times 2}{7} = 42000$$

Entraram 42000 adeptos do Benfica.

**Comentário:** Fui um pouco difícil.

Bom Trabalho!

## Anexo 10

Escola Básica 2,3.º Ciclos  
7.º Ano – 2005/2006  
Matemática


Nome: João Data: 17/2/2006

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 10 – Consumo**

O BMW do professor gasta 12 litros de gasolina para fazer 100 Km. Quantos quilómetros pode percorrer com 51 litros de gasolina?



**Resolução:**

$$x = \frac{51 \times 100}{12} = 425$$

**Comentário:** Fiz o exercício com facilidade.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Cielos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Apse Data: 10/2/2006

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 11 - Computador**

O António comprou um computador que custou 1150 €. Como era cliente habitual da loja fizeram-lhe 5% de desconto. Qual foi o valor do desconto em euros?



**Resolução:**

~~1150 x 0,05 = 57,5~~

$1150 \times 0,05 = 57,5$   
O valor do desconto foi de 57,5 €

**Comentário:**

Achei fácil embora tenha tido dificuldade do enunciado. O triângulo e conteúdos matemáticos e interessante e memoráveis para fazer estes cálculos para o mesmo dia a dia.

→ Utilizei a calculadora para chegar ao valor 0,05 - ou seja, efetuei a calculadora  $\frac{5}{100}$

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Cielos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Maria Data: 10/3/2006

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 4 - Atletismo**

Cinco alunos da Escola E.B. 2,3 de Alcácer do Sal chegaram à finalíssima de atletismo com os seguintes resultados:

- O Pedro chegou à meta depois do Nuno;
- O Zé e o Beto chegaram ao mesmo tempo;
- O Hélder chegou antes do Nuno;
- O vencedor chegou sozinho.



Quem foi o vencedor?

**Resolução:**

O Nuno chegou à frente do Pedro  
O Zé e o Beto chegaram ao mesmo tempo  
Como o Hélder chegou antes do Nuno então foi o vencedor.

**Comentário:**

Achei fácil. Compreendi o problema e o meu conteúdo.

Bom Trabalho!

## Anexo 13

Escola Básica 2,3 ° Ciclos	
7º Ano - 2005/2006	
Matemática	
Nome: <u>gab</u>	Data: <u>17/10/2006</u>

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

### Problema 14 - Saldos

Na época de promoções, um vestido estava marcada a 75 €. Sabendo que o preço inicial era de 120 €, determina a percentagem da promoção.



#### Resolução:

Preço inicial 120 €  
 Preço com desconto 75 €

$$\frac{120 \text{ €}}{100} = \frac{75}{x}$$

$$x = \frac{100 \times 75}{120} = 62,5$$

$$100\% - 62,5 = 37,5\%$$

R: A promoção foi de 37,5 %.

#### Comentário:

Resolvi o problema e o conteúdo matemático não tive dificuldades em interpretar.

Bom Trabalho!

## Anexo 14

Escola Básica 2,3 ° Ciclos	
7º Ano - 2005/2006	
Matemática	
Nome: <u>gab</u>	Data: <u>17/10/2006</u>

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

### Problema 13 - IVA

O bilhete do jogo de futebol da Liga dos Campeões entre o Benfica e o Liverpool custa 60 €, incluindo IVA 21 %. Qual é o valor do IVA em euros?



#### Resolução:

$$\frac{21\%}{100\%} = 0,21$$

$$0,21 \times 60 \text{ €} = 12,6 \text{ €}$$

R: O valor do IVA aplicado no bilhete foi de 12,6 €.

#### Comentário:

Compreendi o problema e o conteúdo matemático. Acho que gostei em saber resolver este tipo de problema porque se pode aplicar em várias situações presentes ao mesmo tempo a dia.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Rita Data: 10/2/2006

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 1 - O Cientista**

O professor Raskov, famoso cientista russo, descobriu que uma dada reacção química durava 80 minutos sempre que vestia bata branca, mas quando vestia bata verde a mesma reacção durava uma hora e 20 minutos.

Como explicas este fenómeno?



**Resolução:**

Quer dizer que 80 minutos é a mesma coisa que uma hora e 20.

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 20 \\ \hline 80 \end{array}$$

**Comentário:**

Foi fácil porque a minha colega disse a resolução em voz alta.

Não tive dificuldade a entender o problema. Utilizei apenas uma estratégia.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Rita Data: 10/2/06

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 3 - Zoológico**

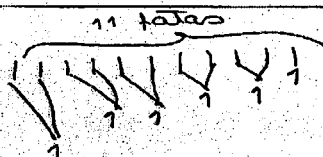
Os alunos do 7º Ano foram fazer uma visita de estudo ao Zoológico. O Bruno empenhava-se em ver os flamingos mas as portas já estavam fechadas. Ele espreitou por debaixo de uma porta e conseguiu ver 11 patas.

Sabendo que estas aves podem estar muito tempo apoiadas numa só pata, quantos flamingos haveriam?



**Resolução:**

11 patas



R: Existiam 5 flamingos apoiados em 1 pata e 1 apoiado no outro.

**Comentário:**

Foi fácil. Resolvi o problema e compreendi o conteúdo matemático.

Bom Trabalho!



Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Rita Data: 18/02/06

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 8 - Futebol**  
Num jogo Benfica-Sporting entraram 12 000 adeptos do Sporting. Sabendo que a razão entre o número de adeptos do Sporting e do Benfica é de 2:7, determina o número de adeptos do Benfica?



**Resolução:**

$$\frac{2}{x} = \frac{7}{12000}$$

$$\frac{12000 \times 2}{2} = \frac{84000}{2} = 42000$$

**Comentário:**

Parece mais ou menos o problema do conteúdo matemático. Utilizei a estratégia apresentada no problema.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

Nome: Rita Data: 18/02/06

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 10 - Consumo**  
O BMW do professor gasta 12 litros de gasolina para fazer 100 Km. Quantos quilómetros pode percorrer com 51 litros de gasolina?



**Resolução:**

$$\frac{12}{51} = \frac{100}{x}$$

$$x = \frac{51 \times 100}{12} = \frac{5100}{12} = 425 \text{ km}$$

**Comentário:**

Foi fácil. Parece o conteúdo matemático e utilizei apenas a estratégia apresentada.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 º Ciclos  
7º Ano – 2005/2006  
Matemática

Nome: Rita Data: 30/03/06

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 11 – Computador**

O António comprou um computador que custou 1150 €. Como era cliente habitual da loja fizeram-lhe 5% de desconto. Qual foi o valor do desconto em euros?



**Resolução:**

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

O computador custava 1150€ + 0,05 = 571,5€ (este valor é o desconto)

R: O desconto foi de 571,5€

**Comentário:**

Resolvi o enunciado, e contendo matemática foi interessante e compreendi.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 º Ciclos  
7º Ano – 2005/2006  
Matemática

Nome: Rita Data: 1/03/06

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 4 – Atletismo**

Cinco alunos da Escola E.B. 2,3 de Alcácer do Sal chegaram à finalíssima de atletismo com os seguintes resultados:

- A - O Pedro chegou à meta depois do Nuno;
- B - O Zé e o Beas chegaram ao mesmo tempo;
- C - O Hélder chegou antes do Nuno;
- D - O vencedor chegou sozinho.



Quem foi o vencedor?

**Resolução:**

A - O Nuno chegou a frente do Pedro  
 B - Estes dois alunos chegaram ao mesmo tempo.  
 ali aqui foi o Nuno o vencedor.  
 C - Como o Hélder chegou antes do Nuno, então o Hélder foi o vencedor.

**Comentário:**

Resolvi o problema fácil e percebi.  
 Resolvi a matéria.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática

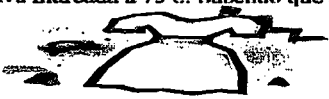
Nome: Rita Data: 17/12/06

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 14 - Saldo**

Na época de promoções, um vestido estava marcada a 75 €. Sabendo que o preço inicial era de 120 €, determina a percentagem da promoção.



**Resolução:**

120€ -> preço inicial  
75€ -> preço com desconto

$$\frac{120€}{75€} = \frac{100\%}{x}$$

**Comentário:**  
Parecia mais ou menos o problema, acho que o resolvi bem.

Bom Trabalho!

Escola Básica 2,3 ° Ciclos  
7º Ano - 2005/2006  
Matemática


Nome: Rita Data: 17/12/06

No final da tua resolução terás que elaborar um comentário escrito sobre a estratégia de resolução que utilizaste que terá a ter em conta os seguintes aspectos:

- Descrição das tentativas realizadas e abandonadas
- Dificuldades sentidas
- Opinião sobre o problema colocado

**Problema 13 - IVA**

O bilhete do jogo de futebol da Liga dos Campeões entre o Benfica e o Liverpool custa 60 €, incluindo IVA 21 %. Qual é o valor do IVA em euros?



**Resolução:**

Preço do Bilhete 60€

$$\frac{60€}{x} = \frac{100\%}{21\%}$$

$$x = \frac{21 \times 60}{100} = \frac{1260}{100} = 12,6€$$

**Comentário:**  
Compreendi o problema e o conteúdo Matemático.  
Acho que esta aprendizagem pode ser útil no meu dia a dia.

Bom Trabalho!