



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**Prática de Ensino Supervisionada em Educação
Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico:
Desenvolver o pensamento algébrico através de
padrões**

Beatriz dos Santos Alves

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

**Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino
Básico**

Relatório de Estágio

Évora, 2015



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO

**Prática de Ensino Supervisionada em Educação
Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico:
Desenvolver o pensamento algébrico através de
padrões**

Beatriz dos Santos Alves

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

**Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino
Básico**

Relatório de Estágio

Évora, 2015

Agradecimentos

Ao terminar o presente relatório, assim como esta etapa da minha vida, repenso, reflito e sinto uma enorme necessidade de agradecer a todos aqueles que estiveram presentes e fizeram parte de toda esta fase.

Agradeço à minha orientadora Professora Ana Paula Canavarro por tudo o que fez por mim, pelas aprendizagens e evoluções que me permitiu alcançar, pelo apoio incondicional, pela disponibilidade “sem horário” para esclarecer todas as minhas dúvidas e incertezas, por acalmar as minhas angústias e por tudo aquilo que fez e que eu não conseguiria enumerar neste mísera página. A professora foi uma companheira essencial na construção da minha formação, foi o pilar deste relatório e, acima de tudo foi uma amiga.

Agradeço com enorme carinho e amor à minha família, mãe, pai, irmã, tia, avós e prima pelo apoio, pelos mimos nos momentos de maior angústia e nervosismo, pelas distrações que foram fulcrais naqueles momentos, pelas brincadeiras com a minha pequena prima. Pelo amor transmitido. Por tudo!

Agradeço com enorme ternura e amor ao José Ventura pelos momentos em que deixou de ser engenheiro e passou a ser tradutor e educador/professor, pela paciência que teve comigo e pela compreensão que teve em todos os momentos.

Agradeço à minha colega e amiga Inês pelo apoio, pelas conversas, pela partilha de opiniões e pelos momentos em que nos acalmávamos mutuamente. Obrigada por teres percorrido comigo, ao meu lado, todo este caminho.

Agradeço à educadora Isabel Melo e à professora Célia Ferro pelo apoio, por todas as aprendizagens que me proporcionaram e pelo trabalho em cooperação e interagida.

Um enorme, enorme obrigada aos meninos e meninas, alunos e alunas que permitiram que este trabalho se realizasse. Um grande obrigado pelo carinho, entusiasmo e diversão que me deram.

A todos,

Um enorme obrigado do fundo do meu coração!

Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver o pensamento algébrico através de padrões

Resumo

O presente relatório traduz a investigação realizada no âmbito das unidades curriculares da Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e em 1.º Ciclo do Ensino Básico, inseridas no Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1ºCiclo do Ensino Básico da Universidade de Évora. A investigação decorreu em dois contextos distintos, tendo sido realizada primeiramente numa sala de Educação Pré-Escolar e, posteriormente, numa turma do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Ambos os contextos pertencem à Escola Manuel Ferreira Patrício, sede do Agrupamento de Escolas n.º 1 de Évora.

A investigação realizada teve como objetivos compreender, analisar e refletir sobre como a exploração de padrões pode promover o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos, desde os primeiros anos de escolaridade. Deste modo, pretendeu-se responder às seguintes questões: Como lidam os alunos com a identificação do padrão? Que representações usam os alunos na exploração de padrões? Que estratégias utilizam os alunos para explorar padrões? Ao longo da investigação foi realizada uma intervenção didática consistindo numa sequência de tarefas de exploração de padrões de repetição, que possibilitaram a recolha de dados em ambos os contextos. A análise dos dados teve como base os referenciais teóricos consultados, os objetivos e as questões iniciais da investigação.

Esta investigação possibilitou confirmar que o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos se deve constituir como fundamental desde os primeiros anos de escolaridade. A exploração de tarefas ricas e significativas com padrões, que permitam a utilização de múltiplas estratégias e representações, assim como a partilha de conhecimentos e a comunicação matemática, são ferramentas essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Desenvolvimento do pensamento algébrico, padrões, Pré-Escolar, 1.º Ciclo do Ensino Básico

Supervised Teaching Practice in Preschool Education and Teaching of the Primary School: Developing algebraic thinking by using patterns

Abstract

The present report reflects the research developed in the context of Supervised Teaching Practice in Preschool Education and in Primary School, integrated in Master in Preschool Education and Teaching Primary School at University of Évora. This research was held in two different contexts, the first one was performed in a pre-school classroom, and later the second one in classroom of first year of Primary School. Both abovementioned contexts took place in Manuel Ferreira Patrício School, headquarters of cluster of Évora schools.

The research has aimed understand, analyze and reflect about how can the patterns promote the development of algebraic thinking of children/students, from the early years of schooling. Thus, were placed the following questions: How the students deal with the identification of patterns? What representations, students use to explore the patterns? What strategies, students use to explore patterns? Throughout this research were performed a didactic intervention consisting in a sequence of tasks to explore the repeating patterns, that allowed data collection in both abovementioned contexts. Data analysis was based on the theoretical approaches consulted, objectives and initial research questions.

This investigation led us to confirm that the development of algebraic thinking of children/students should be seen as fundamental issue since the early years of schooling. The exploration of rich and meaningful tasks with patterns that allow the use of multiple strategies and representations, as well as allow the sharing of knowledge and Mathematical communication, are essential tools for the development of algebraic thinking.

Keywords: Development of algebraic thinking, patterns, Preschool, Primary school

Índice Geral

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	v
Índice Geral	vii
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xv
Índice de Apêndices	xvii
Capítulo 1 - Introdução	1
Contextos educativos da investigação	1
Motivações para a escolha do tema	3
Objetivos e questões da investigação	4
Pertinência e relevância da investigação	5
Organização do relatório	8
Capítulo 2 - Revisão de literatura	9
Pensamento algébrico	9
Definindo o conceito de Álgebra e de pensamento algébrico	9
Os padrões e a sua abordagem	12
Definido o conceito de padrão	12
Os padrões como base do pensamento algébrico.....	14
Tipos de padrões	17
Estratégias utilizadas no trabalho com padrões	18

Representações matemáticas na exploração de padrões	20
Exploração de padrões em sala de aula	22
Características das tarefas	22
Cultura de sala de aula	24
Os padrões no currículo	28
Orientações curriculares internacionais	28
Orientações curriculares nacionais	30
Transversalidade dos padrões	33
Capítulo 3 - Metodologia.....	35
Opções metodológicas	35
Caracterização dos contextos de investigação.....	39
Pré-Escolar – O grupo.....	39
1.º Ciclo do Ensino Básico - A turma	41
Fundamentos da intervenção didática	43
Princípios da intervenção no Pré-Escolar	43
Princípios da intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico	45
Descrição e intencionalidade das tarefas	47
As tarefas no Pré-Escolar.....	48
Tarefa: A minhoca.....	48
Tarefa: A primavera	49
Tarefa: A música e os padrões	50
Tarefa: A estrela e o sol.....	50
Tarefa: Quadrados e triângulos	51
As tarefas no 1.º Ciclo do Ensino Básico	52
Tarefa: Quadrinhos azuis e vermelhos	54

Tarefa: A música e os padrões	54
Tarefa: A minhoca.....	55
Tarefa: Adivinha! Triângulo ou quadrado?.....	56
Tarefa: Meninos e meninas	56
Tarefa: Descobrir o motivo	57
Tarefa: Azulejos da cozinha.....	58
Tarefa: Os acessórios da Dona Antónia	58
Tarefa: Construção de padrões natalícios.....	59
Recolha e análise dos dados	60
A recolha de dados.....	60
A análise dados	62
Capítulo 4 - Resultados	65
Pré-Escolar	65
Tarefa: A minhoca	65
Síntese	70
Tarefa: A música e os padrões	71
Síntese	74
Tarefa: Quadrados e triângulos.....	75
Síntese	79
1.º Ciclo do Ensino Básico.....	80
Tarefa: A minhoca	80
Síntese	89
Tarefa: Meninos e meninas.....	90
Síntese	94
Tarefa: Descobrir o motivo.....	94

Síntese	100
Tarefa: Azulejos da cozinha.....	100
Síntese	107
Tarefa: Os acessórios da Dona Antónia.....	107
Síntese	112
Tarefa: Construção de padrões natalícios	113
Síntese	118
Capítulo 5 - Conclusão	119
Síntese da investigação	119
Conclusões da investigação	121
Como lidam os alunos com a identificação do padrão?.....	121
Pré-Escolar	121
1.º Ciclo do Ensino Básico.....	122
Que representações usam os alunos na exploração dos padrões?.....	124
Pré-Escolar	124
1.º Ciclo do Ensino Básico.....	125
Que estratégias utilizam os alunos para explorar padrões?	126
Pré-Escolar	126
1.º Ciclo do Ensino Básico.....	127
Considerações finais	129
Referências bibliográficas.....	135
Apêndices.....	143

Índice de Figuras

Figura 1: Diferentes tipos de tarefas tendo em conta o grau de desafio matemático e de abertura. (Ponte, 2005, p. 8).	23
Figura 2: Tiras de papel, com diferentes padrões por completar, facultadas às crianças.	49
Figura 3: Tiras de papel com os padrões apresentados às crianças.	51
Figura 4: Tiras de papel, facultadas aos alunos, com padrões incompletos.	56
Figura 5: Fotografia dos azulejos projetada no âmbito da tarefa <i>Azulejos da cozinha</i> . .	58
Figura 6: Colar e pulseira facultados aos alunos.	59
Figura 7: Padrão completado pela M(5:2).	67
Figura 8: Reprodução do padrão pela M (5:2).	68
Figura 9: Reprodução do padrão pela I(4:4). Identificação de que o padrão é constituído por um motivo que se repete.	69
Figura 10: Padrão completado pela J(5:5).	70
Figura 11: B (6:3) a explicar a diferença existente entre os dois padrões musicais construídos.	74
Figura 12: M (5:3) a construir um padrão com 20 termos.	76
Figura 13: M (5:3) a verificar que o seu padrão não está corretamente construído.	77
Figura 14: M (5:3) a contar o número de termos do seu padrão.	77
Figura 15: M (5:3) a retirar os termos que se encontram a mais no seu padrão.	78
Figura 16: Padrões construídos pela M (5:3).	79
Figura 17: Padrão completado pela F (6:0).	81
Figura 18: Representação icónica do motivo com dois termos.	82
Figura 19: Representação icónica, através de um arco, do motivo com dois termos.	82
Figura 20: Representação icónica, através de círculos, do motivo com dois termos.	82
Figura 21: Representação icónica, através de um círculo, do motivo com três termos. ..	83

Figura 22: Representação icónica, através de um arco, do motivo com três termos.....	83
Figura 23: Representação icónica, através de um círculo, do motivo com três termos..	83
Figura 24: Representação icónica, através de um arco, do motivo com três termos.....	84
Figura 25: Representação icónica, através de um arco, do motivo com cinco termos... 84	
Figura 26: Representação simbólica, através de números, do motivo com cinco termos.	84
Figura 27: Representação simbólica, através de números, do motivo com três termos.	85
Figura 28: Identificação do padrão como uma sequência ordenada de termo. Utilização da representação simbólica, através de números.	85
Figura 29: Padrão, com um motivo com dois termos, construído e apresentado por um grupo de alunos.....	86
Figura 30: Padrão construído e apresentado por um grupo de alunos. Exposição do padrão com a orientação da sequência do motivo ao contrário.	87
Figura 31: Apresentação do padrão com a orientação da sequência do motivo de acordo com a construção feita pelo grupo.	88
Figura 32: Padrão, com um motivo com três termos, construído e apresentado por um grupo de alunos.....	88
Figura 33: Resolução apresentada pelo 4.º grupo, sobre quantos meninos e quantas meninas pertenciam ao grupo musical.....	92
Figura 34: Resolução apresentada pelo 5.º grupo, sobre quantos meninos e quantas meninas pertenciam ao grupo musical.....	93
Figura 35: Resolução apresentada por um grupo de alunos, sobre quantos motivos tinha o padrão.	94
Figura 36: Estrutura do padrão, previamente facultada aos alunos.	95
Figura 37: Representação icónica do motivo com seis termos.....	96
Figura 38: Representação icónica do motivo com quatro termos.	96
Figura 39: Resolução apresentada pelo grupo da B (6:4), do T (6:1) e da L (6:1) para encontrar o 20.º termo do padrão construído.....	97

Figura 40: T (6:1) a apontar para o segmento de reta desenhado no quadro.....	98
Figura 41: Alunos a verbalizar o padrão construído até ao 20.º termo.....	98
Figura 42: Motivo encontrado por outro grupo.	99
Figura 43: Resolução apresentada pelo grupo de alunos para descobrir o 20.º termo do padrão construído.	99
Figura 44: Azulejo de cozinha projetado no quadro interativo.	101
Figura 45: Resolução apresentada pelo 1.º grupo. Utilização da estratégia da contagem.	103
Figura 46: Resolução apresentada pelo 2.º grupo. Utilização da estratégia do termo geral.	104
Figura 47: Resolução apresentada pelo 3.º grupo. Utilização da estratégia do termo geral.	105
Figura 48: Resolução apresentada pelo 4.º grupo. Alcance da generalização.....	106
Figura 49: Resolução apresentada pelo 5.º grupo. Alcance da generalização.....	106
Figura 50: Colar e pulseira utilizados durante a apresentação e realização da tarefa. .	108
Figura 51: Resolução apresentada pelo 1.º grupo. Utilização da estratégia da contagem.	109
Figura 52: Resolução apresentada pelo 2.º grupo. Utilização da estratégia da contagem.	109
Figura 53: Resolução apresentada pelo 3.º grupo.....	110
Figura 54: Resolução apresentada pelo 5.º grupo.....	111
Figura 55: Motivo com quatro termos escolhido pelo 1.º grupo.	114
Figura 56: Motivo com três termos escolhido pelo 2.º grupo.	114
Figura 57: Motivo com três termos escolhido pelo 3.º grupo.	114
Figura 58: Motivo com três termos escolhido pelo 4.º grupo.	115
Figura 59: Resolução apresentada pelo 5.º grupo. Motivo escolhido com termos repetidos.	116

Figura 60: Resolução apresentada pelo 6.º grupo. Motivo escolhido com termos repetidos.	116
Figura 61: Alunos a construírem o padrão recorrendo à folha de registo do motivo...	117
Figura 62: Entrada da sala com os padrões natalícios construídos pelos diversos grupos de alunos.	118

Índice de Tabelas

Tabela 1: Distribuição das crianças por idade e por sexo.....	40
Tabela 2: Tarefas de investigação em Pré-Escolar	48
Tabela 3: Tarefas de investigação em 1.º Ciclo do Ensino Básico.....	52

Índice de Apêndices

Apêndice A.....	145
-----------------	-----

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo serão apresentados os contextos educativos onde ocorreu a investigação, as motivações para a escolha do tema, os objetivos e as questões que se pretendem investigar, a pertinência e relevância da investigação e a organização geral do relatório. Destaco desde já uma intenção principal: Ao longo desta investigação pretendi desenvolver um trabalho orientado pela investigação-ação, que possibilitasse a compreensão e regulação da minha prática educativa, em especial ao nível do desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos através da exploração de padrões.

Contextos educativos da investigação

O presente relatório é o culminar de um processo de investigação realizado no âmbito das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e em 1.º Ciclo do Ensino Básico, do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Universidade de Évora. Pretendi ao longo do relatório descrever, compreender e refletir acerca de como se desenvolve o pensamento algébrico das crianças e dos alunos através do reconhecimento e da exploração de padrões, em ambos os contextos educativos.

Neste sentido, é essencial referir que desenvolvi a minha Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e em 1.º Ciclo na mesma instituição, na Escola Básica Manuel Ferreira Patrício, na cidade de Évora. O grupo de Educação Pré-Escolar (daqui em diante designado apenas por Pré-Escolar) era constituído por vinte crianças com

idades compreendidas entre os três e os seis anos de idade, sendo que duas crianças tinham Necessidades Educativas Especiais (uma criança tinha síndrome de autismo e a outra criança trissomia 21). A responsável que acompanhava o grupo era a educadora Isabel Melo (cooperante e coordenadora do Pré-Escolar). A turma de 1.º Ciclo frequentava o 1.º ano de escolaridade e era constituída por vinte alunos de seis anos de idade, pertencendo a esta turma um aluno com autismo. A docente que acompanhava a turma era a professora Célia Ferro que, para além de ser cooperante, era também coordenadora dos 1.º e 2.º anos. Considero importante referir que nove alunos pertenciam ao grupo de crianças do Pré-Escolar da Sala A, com o qual desenvolvi a primeira etapa da investigação. Portanto, nove crianças participaram nesta investigação durante todo o seu processo, em ambos os contextos.

A Escola Manuel Ferreira Patrício pertence à rede pública e é a sede do Agrupamento de Escolas n.º 1. O Agrupamento em questão foi criado no ano de 2004, sendo realizada a inauguração da escola sede no mesmo ano. As escolas do Agrupamento pertencem à freguesia da Malagueira. Esta é uma das freguesias com maior número populacional e, como tal, evidência as diferentes realidades existentes a nível social, económico e cultural (Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas Manuel Ferreira Patrício, 2013-2017). A grande maioria das crianças e jovens que frequentam as escolas do Agrupamento residem na freguesia da Malagueira e, portanto, devido às características mencionadas anteriormente, as crianças e alunos refletem a realidade que os envolve, demonstrando grandes assimetrias culturais e sociais.

A Escola Manuel Ferreira Patrício é uma escola recente que apresenta infraestruturas novas, evidenciando os seus traços modernos e as suas ótimas condições estruturais, sendo um espaço agradável e atraente. A escola em questão acolhe crianças do Jardim-de-infância e alunos do 1.º, 2.º e 3.º ciclo, bem como crianças/alunos com Necessidades Educativas Especiais. O Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas Manuel Ferreira Patrício tem como visão estratégica desenvolver uma escola “coesa, inclusiva, reflexiva, inovadora e aberta à comunidade” (Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas Manuel Ferreira Patrício, 2013-2017, p. 4). Neste sentido, torna-se essencial mencionar que, sendo esta uma instituição inclusiva, todos os espaços apresentam as devidas condições para o acesso e circulação das crianças portadoras de deficiência motora.

O trabalho desenvolvido nestes dois contextos foi essencial, uma vez que me permitiu compreender e refletir sobre as ações e opções pedagógicas planejadas e desenvolvidas, bem como sobre a organização do ambiente educativo.

Motivações para a escolha do tema

A temática da investigação que deu origem ao presente relatório encontra-se relacionada com o desenvolvimento do pensamento algébrico nas crianças/alunos através da exploração de padrões. A escolha do tema recaiu sobre a curiosidade sentida e o interesse em saber mais acerca de todas as especificidades da Matemática. Tentar perceber o porquê de diversificadas reações dos alunos ao pensarem na disciplina de Matemática, em específico o medo e a insegurança perante a disciplina de Álgebra, foram grandes motivos que levaram à escolha do tema em questão. Será a Matemática, em específico a Álgebra, demasiado complexa e assustadora que de uma forma geral os alunos demonstram medo e insegurança? Será que apenas os grandes matemáticos é que conseguem compreender a utilidade da Álgebra? Existirá alguma estratégia de ensino que possibilite ultrapassar a negatividade de algumas concepções e emoções dos alunos? Estas foram algumas questões às quais não obtinha respostas, mas que me intrigavam e me davam vontade de compreender, estudar e perceber o que realmente se poderia fazer para que aquela disciplina que é vista por muitos sem utilidade e que só existe para “tramar” os alunos, passasse a ser interessante e útil para todos.

Foram os aspetos supracitados que me fizeram escolher a temática da investigação que deu origem ao presente relatório. Considero que a exploração de padrões é uma das estratégias que nos permite compreender como o pensamento algébrico dos alunos poderá ser desenvolvido desde o Pré-Escolar, quer pelas suas características próprias que desocultam a essência da Matemática, quer pelo entusiasmo e pela descoberta que provocam nas crianças/alunos. Deste modo, tendo em conta os aspetos mencionados, o tema surgiu do meu grande interesse em perceber como se desenvolve o pensamento algébrico das crianças e dos alunos através da exploração de padrões, quer no Pré-Escolar, quer no 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Torna-se ainda importante salientar que as aulas da unidade curricular de Didática da Matemática, lecionadas pela professora Ana Paula Canavarro, foram essenciais na escolha do tema, na orientação da minha prática educativa e na metodologia de trabalho utilizada. As aulas da unidade curricular em questão permitiram ter contacto com uma metodologia de trabalho muito diferente daquela que é utilizada habitualmente nos contextos educativos, orientando e formando a minha futura prática pedagógica no sentido de desenvolver um trabalho cooperativo e em participação. Nas aulas supracitadas foi possível aprofundar os meus conhecimentos acerca do ensino exploratório da Matemática que se orienta por uma construção dialógica do conhecimento emergente do desenvolvimento do trabalho em cooperação, e que contraria, de algum modo, o ensino tradicional que se norteia pelo paradigma da transmissão de conhecimentos.

Deste modo, é possível constatar que os conteúdos teóricos trabalhados nas aulas em questão permitiram a aquisição de competências essenciais para o meu desenvolvimento pessoal e profissional, contribuindo para uma formação mais sólida acerca do ensino da Matemática, e para o desenvolvimento consciente e em constante reflexão e adequação da minha prática educativa e da minha investigação.

Objetivos e questões da investigação

A presente investigação tem como objetivos fundamentais analisar, compreender e refletir acerca do modo como o pensamento algébrico das crianças do Pré-Escolar e alunos do 1.º Ciclo se pode desenvolver através da exploração de padrões. Pretende-se também perceber como é que o pensamento algébrico poderá evoluir num contexto de aprendizagem estimulante, no qual as crianças/alunos desenvolvem tarefas intencionalmente preparadas. Deste modo, pode inferir-se que os objetivos definidos têm como intuito o desenvolvimento do pensamento algébrico com base na experiência Matemática dos alunos com padrões, isto é, no contacto, conhecimento e exploração de padrões.

Neste sentido, após a identificação e seleção dos objetivos da investigação, formulei as seguintes questões com o intuito de delimitar o estudo:

- Como lidam os alunos com a identificação do padrão?
- Que representações usam os alunos na exploração de padrões?
- Que estratégias utilizam os alunos para explorar padrões?

Pertinência e relevância da investigação

A área curricular de Matemática tem uma enorme relevância na vida e no desenvolvimento das crianças, uma vez que a mesma se encontra de forma inevitável no seu dia-a-dia. A criança, mesmo antes de entrar no Pré-Escolar, constrói conceitos e noções matemáticas a partir das suas vivências. Desta forma, e de acordo com as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1997), a aprendizagem da Matemática deve ser valorizada e potenciada na educação pré-escolar, cabendo “ao educador partir das situações do quotidiano para apoiar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, intencionalizando momentos de consolidação e sistematização de noções matemáticas.” (Ministério da Educação, 1997, p. 73).

Neste sentido, sendo a “educação Pré-Escolar a primeira etapa da educação básica no processo de educação ao longo da vida” (Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar – Lei nº 5/97 de 10 de fevereiro, artigo 2.º.) o educador deve proporcionar momentos lúdicos e espontâneos de exploração de tarefas e experiências matemáticas, partindo de situações do quotidiano da criança, que permitam o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico das crianças (Ministério da Educação, 1997). Estas tarefas devem permitir a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento de aprendizagens ao nível da descoberta de padrões, formando sequências com base em regras lógicas subjacentes. Em paralelo às propostas efetuadas pelo educador, a criança deve, através do confronto com os colegas, procurar e encontrar as suas próprias soluções, explicando o porquê da sua resposta. Nesta fase, o educador deverá apoiar todas as crianças, certificando-se que têm oportunidade de participar “no processo de reflexão” que ocorre em torno das resoluções das situações problemáticas propostas (Ministério da Educação, 1997, p. 78).

Deste modo, os educadores devem esforçar-se por compreender os processos de aprendizagem Matemática das crianças, aprendendo acerca dos métodos de ensino mais

adequados ao seu desenvolvimento global, incluindo a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento de capacidades matemáticas. Atualmente, as crianças não necessitam “(...) apenas de aprender conteúdos matemáticos (...), necessitam também de se envolver nos processos matemáticos: procurando padrões, raciocinando acerca dos dados, resolvendo problemas e comunicando as suas ideias e resultados” (Baroody, 2002, p. 334). Desta forma, os educadores que proporcionam às crianças momentos de exploração de situações problemáticas que envolvem conceitos e noções matemáticas, levam a que as crianças adquiram capacidades de pesquisa, exploração, compreensão e justificação das suas descobertas, desenvolvendo progressivamente o seu raciocínio e as estratégias de resolução que utilizam, quer de forma autónoma, quer de forma cooperada.

No que concerne ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, os objetivos para a aprendizagem da Matemática têm vindo a adaptar-se às necessidades e evoluções da sociedade atual. Desta forma, é de extrema importância que o professor promova “(...) nos alunos o gosto pela Matemática, propiciando articulações entre a Matemática e a vida real e incentivando-os a resolver problemas e a explicitar os processos de raciocínio” (Decreto-Lei n.º 241/2001, de 30 de agosto). A criança faz diversas explorações no seu dia-a-dia, fazendo generalizações a partir de casos concretos que observa. Estas situações são fundamentais para a atividade Matemática, através das quais a criança explora, procura, faz generalizações, faz conjeturas e raciocina logicamente. Neste sentido, de acordo com Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), se a criança tem consciência que uma hipótese só é verdadeira se “encontrar uma argumentação lógica para a validar (...), então a criança está a desenvolver aspectos essenciais da sua competência Matemática.” (pp. 29 e 30).

É no 1.º Ciclo que os alunos vão fortalecendo as suas competências matemáticas que se encontram relacionadas “(...) com as atitudes, as capacidades e os conhecimentos relativos à Matemática que, de uma forma integrada, todos devem desenvolver e ser capazes de usar, podendo identificar-se com a noção de literacia Matemática” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 11). Neste âmbito, Ponte *et al.* (2007) no Programa de Matemática do Ensino Básico, definem alguns objetivos gerais para a aprendizagem Matemática dos alunos, “valorizando as dimensões dessa aprendizagem relacionadas com a representação, comunicação e raciocínio em

Matemática, a resolução de problemas e as conexões matemáticas, e a compreensão e disposição para usar e apreciar a Matemática em contextos diversos.” (Ponte *et al.*, p. 4).

Vale e Pimentel (2011) evocam a importância do estudo de padrões no ensino básico, com o intuito de “ajudar os alunos a aprender uma Matemática significativa e/ou a envolver-se na sua aprendizagem, facultando-lhes um ambiente que se relacione com a sua realidade e experiências.” (p. 9). Deste modo, o ensino e exploração de padrões contribui para uma aprendizagem significativa que possibilita a descoberta de relações, conexões, previsões e generalizações o que, por sua vez, contribui para uma imagem mais positiva da Matemática. A exploração de padrões permite ainda estabelecer conexões entre os vários temas, promover a compreensão e o desenvolvimento das capacidades matemáticas e ajuda a estabelecer ligações entre a Matemática e o mundo em que vivemos (Vale & Pimentel, 2011).

As metodologias utilizadas no ensino da Matemática devem ter em especial atenção as experiências e vivências anteriores dos alunos e os seus conhecimentos espontâneos e naturais como ponto de partida da aprendizagem. O professor deverá propor momentos de aprendizagem significativos, estimulantes e diversificados, de forma a incentivar a participação do aluno. O professor desempenha um papel fundamental na aprendizagem Matemática dos seus alunos, sendo responsável por regular, orientar, e até alterar o currículo, caso considere pertinente e essencial para a aquisição e desenvolvimento de aprendizagens, indo ao encontro das necessidades, dos interesses e das motivações dos alunos.

O desenvolvimento do pensamento algébrico é uma temática relativamente recente no Pré-Escolar e no 1.º Ciclo, contudo o seu desenvolvimento poderá ter grandes influências futuras na aprendizagem Matemática dos alunos. Os padrões, pelas suas características e pelas sensações e emoções que causam nas crianças, poderão ser um ótimo caminho para desenvolver o pensamento algébrico das crianças desde o Pré-Escolar. Deste modo, a minha intenção foi desenvolver uma prática educativa de qualidade e fundamentada, indo ao encontro das necessidades e interesses das crianças/alunos, proporcionando o desenvolvimento do pensamento algébrico através do contacto e da exploração de padrões.

Organização do relatório

O presente relatório encontra-se organizado em cinco capítulos que se encontram desenvolvidos em redor da investigação efetuada nas unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e em 1.º Ciclo. No presente capítulo (capítulo 1) – Introdução – são apresentadas algumas informações acerca dos contextos educativos onde a investigação teve lugar, as motivações pessoais que deram origem a esta investigação, os objetivos e as questões que orientaram a mesma, a pertinência e relevância da investigação e a organização geral do relatório.

O segundo capítulo, que se intitula de Revisão de Literatura, contempla os aspetos teóricos que suportam a investigação e que permitiram aprofundar os conhecimentos acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico através da exploração de padrões, desde o Pré-escolar. O capítulo em questão possibilitou ainda a compreensão, análise e reflexão de forma mais rigorosa e teórica do trabalho desenvolvido durante a intervenção.

O capítulo três é dedicado à metodologia que apoiou a investigação que deu origem ao presente relatório, que se sustenta segundo uma abordagem de investigação-ação. Contempla uma descrição e fundamentação das opções metodológicas efetuadas, a caracterização dos contextos de investigação, os fundamentos da intervenção didática, a descrição e intencionalidade das tarefas e a recolha e análise dos dados.

O quarto capítulo é dedicado à apresentação e interpretação dos dados recolhidos nos diferentes contextos educativos onde decorreu a investigação, através da descrição, análise e reflexão da ação educativa desenvolvida e das tarefas propostas às crianças/alunos no âmbito da investigação.

No quinto capítulo encontra-se uma síntese da investigação e as conclusões que esta permitiu retirar. É ainda mencionado um conjunto de considerações finais que se referem às experiências da investigação realizada, evocando as aprendizagens efetuadas, as dificuldades e inseguranças sentidas ao longo dos momentos de observação e intervenção e a pertinência do trabalho realizado para o desenvolvimento do pensamento algébrico da crianças/ alunos tendo como base o trabalho com os padrões.

Capítulo 2

Revisão de literatura

No presente capítulo é realizada uma revisão de literatura que evidencia aspetos teóricos relacionados com a investigação. Neste sentido, pretendo apresentar como se desenvolve o pensamento algébrico, desde os primeiros anos de escolaridade, através da exploração de padrões, em específico: perceber o conceito de Álgebra e de pensamento algébrico e compreender como os padrões podem ser a base do pensamento algébrico. Seguidamente, apresento quais as definições e tipos de padrões defendidos por alguns autores e investigadores; quais as estratégias e representações matemáticas utilizadas no trabalho de exploração de padrões. Posteriormente, apresento como desenvolver o pensamento algébrico através da exploração de padrões, ao nível das características das tarefas e ao nível da cultura de sala de aula. No final são evidenciadas algumas orientações, nacionais e internacionais, para a exploração de padrões como potenciadora do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Pensamento algébrico

Definindo o conceito de Álgebra e de pensamento algébrico

Numa visão mais tradicional do ensino e aprendizagem da Álgebra, esta é vista pelos alunos como a resolução e simplificação de problemas e equações, baseando-se o seu ensino na simplificação de expressões que envolvem símbolos, na resolução de equações e na memorização de regras auxiliares (Kaput, 1999). Ponte (2006) menciona que existe uma visão “habitual” da Álgebra muito “reduzida”, acabando por haver uma

grande desvalorização desta área da Matemática. Este autor vai ao encontro das ideias mencionadas por Kaput (1999) relativamente à visão que existe acerca da Álgebra, considerando que esta área da Matemática se reduz a “regras de transformação de expressões (...) e a processos de resolução de equações” (p.6). Borralho, Cabrita, Palhares e Vale (2006) acrescentam que, para muitos, o termo Álgebra significa “um conjunto de letras, números e operações separados por um sinal de igual ou por outros (...), a descoberta do valor desconhecido e a resolução de atividades onde se utilize incógnitas e letras” (p. 5). Borralho e Barbosa (n.d.) afirmam, no artigo que se intitula de “Pensamento Algébrico e exploração de Padrões”, que antigamente o objeto principal do estudo da Álgebra seriam as “equações”, referindo que esta área da Matemática aparecia de forma descontextualizada, considerada como “um conjunto de símbolos desgarrados uns dos outros.” (pp. 2 e 3). Os autores afirmam ainda que os alunos não compreendem a utilidade da Álgebra, acabando por considerar que esta “é uma matéria muito complicada” e que só existe “para lhes dificultar a vida” (p. 3).

Neste momento questionamos: O que é realmente a Álgebra? Qual a sua principal finalidade a nível escolar? Porque será que os alunos não a compreendem? Existem diversos autores que referem que no centro da Álgebra estão relações matemáticas abstratas (Ponte, 2006; Ponte, Branco & Matos, 2009). No entanto, Ponte (2006) e Ponte, Branco e Matos (2009) acrescentam que as relações abstratas poderão ser expressas por equações, inequações ou funções ou podem ser representadas por operações ou relações em conjuntos. Contudo, continuamos a falar de equações e operações, indo de certa forma ao encontro das impressões que muitos têm acerca da Álgebra. Como tal, é necessário compreender de forma mais aprofundada o que é esta área da Matemática.

Alguns autores consideram que o objeto central da Álgebra são os símbolos (Ponte, Branco & Matos, 2009; Arcavi, 2006). Embora esta definição de Álgebra seja ainda muito vaga, a verdade é que os símbolos têm a sua importância, uma vez que “sem os símbolos algébricos, uma grande parte da Matemática não existiria” (Devlin, 2002, p. 11). Kieran (2007) refere que:

Álgebra não é somente um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas

como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas (p. 5).

Neste contexto é assim importante referir que o principal objeto da Álgebra escolar é a generalização, independentemente de como é expressa, sobressaindo a ideia de raciocínio ou pensamento.

Nesta sequência torna-se essencial averiguar o que se entende por pensamento algébrico. Kaput, Blanton e Moreno (2008) afirmam que no centro do pensamento algébrico estão os significados, ou seja, está a utilização dos símbolos como meio para representar ideias gerais que são resultantes do raciocínio com compreensão. Não basta olhar os símbolos é preciso olhar através dos símbolos. Blanton e Kaput (2005) acrescentam que as generalizações dos alunos são executadas através de discurso argumentativo e expressas, progressivamente, através de formas cada vez mais formais e ajustadas à sua idade. De acordo com Kaput (2008), o pensamento algébrico apresenta dois aspetos essenciais, nomeadamente: a generalização e a sua expressão gradual em sistemas de símbolos convencionais; e o “raciocínio e ação sintacticamente orientada sobre as generalizações expressas em sistemas de símbolos organizados” (Canavarro, 2007, p. 88). Smith (2008) relaciona os aspetos referidos por Kaput (2008) com o *pensamento representacional* e com o *pensamento simbólico*, respetivamente: O primeiro aponta os procedimentos mentais pelos quais o indivíduo passa para que o sistema de representação obtenha significado; O segundo refere-se à forma como o sistema de símbolos e as suas regras são compreendidos e usados, havendo um foco do indivíduo nos símbolos propriamente ditos.

Portanto, como já foi referido anteriormente, o objetivo principal da Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Este pode recorrer à manipulação, utilização e compreensão de símbolos, mas esta deve ser realizada com significado, nomeadamente para representar de forma geral o problema, para obter o resultado e para interpretar esse resultado (Arcavi, 2006; Vale & Pimentel, 2011). Arcavi (2006) refere-se mesmo ao conceito de “symbol sense”, com o qual procura questionar o uso dos símbolos em função dos respetivos significados, propondo que estes possam ser abandonados em detrimento de outra representação caso não sejam compreendidos.

Assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico implica necessariamente o desenvolvimento do sentido do símbolo. Borrallho e Barbosa (2009) afirmam que a

grande maioria das dificuldades sentidas pelos alunos relativamente à Álgebra resultam da não compreensão do sentido do símbolo. Então como podemos trabalhar com os alunos o desenvolvimento do sentido do símbolo para que, progressivamente, estes desenvolvam o pensamento algébrico e compreendam a área da Matemática que os atormenta? Quando será que podemos iniciar esse trabalho? Será que o sentido do símbolo só é alcançado pelos alunos quando estes são mais velhos? Ou será que podemos desenvolver um trabalho antecipado?

O NCTM (2007) defende a Álgebra para todos, acrescentando que se deve desde cedo, dos anos mais elementares, promover situações que permitam aos alunos desenvolver o pensamento algébrico. Refere que este desenvolvimento antecipado permitirá os alunos ultrapassarem diversos problemas que poderiam ocorrer posteriormente, bem como criar bases necessárias que ajudarão os alunos na aprendizagem da Matemática avançada.

De acordo com Goldenberg, Mark e Cuoco (2010), as crianças do 2.º ano conseguem perceber o significado da linguagem algébrica, contudo não a conseguem “reproduzir”, tal como acontece quando compreendem a sua linguagem nativa mas não a conseguem verbalizar. Neste sentido, os autores concluem que se a linguagem algébrica fizer parte de um contexto, onde esse contexto lhe dá um significado, as crianças, com idade inferior a doze/treze anos, podem utilizá-la naturalmente, aprendendo a usá-la descritivamente. Em síntese, as crianças dificilmente poderão perceber o sentido do símbolo isolado, caso este esteja fora de um contexto que seja exemplificativo.

Os padrões e a sua abordagem

Definindo o conceito de padrão

Os padrões têm sido reconhecidos por vários autores como um caminho possível para a transição da Aritmética para a Álgebra, sendo a sua exploração considerada uma das bases da introdução da Álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico. Por

isso torna-se pertinente compreender e perceber o que se entende por padrão, no entanto parece não existir uma definição clara.

O conceito de padrão é utilizado quando nos queremos referir “a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detetam regularidades” (Borralho *et al*, 2006, p. 1). Smith (2003) mencionam que a ideia fundamental de um padrão está associada à mudança ou à repetição. Vale (2012) acrescenta que os termos repetição e simetria, para além de regularidade, estão muitas vezes relacionados com a definição de padrão. A autora salienta ainda que um padrão permite-nos ver e imaginar aquilo que pode acontecer.

De acordo com o dicionário Webster:

Um padrão é uma configuração natural ou casual. Ou é uma amostra de tendências, actos ou características observáveis de uma pessoa, coisa, grupo ou instituição. Quando reconhecemos um padrão num acontecimento ou coisa podemos fazer previsões baseadas nesse padrão. Observando as características num item aquelas podem ser repetidas de modo semelhante ou idêntico noutros itens. Como há uma regularidade, um padrão, de uma ocorrência, podemos adivinhar o futuro. Ou mais simplesmente, padrão é uma característica(s) observada num item que se pode repetir de modo idêntico ou semelhante noutro item. (n.d, citado por Borralho *et al*, 2006, p. 2).

Esta ideia permite-nos concluir que um padrão implica uma regularidade, dando-nos a possibilidade de fazer previsões. No entanto, é considerada uma definição um “pouco redutora”, pois não engloba todos os tipos de padrão (Borralho *et al* 2006, p. 2).

O conceito de padrão tem-se revelado difícil de definir, uma vez que apresenta definições variadas conforme a utilização que é pretendida (Alvarenga & Vale, 2007). Ponte (2009) menciona que esta dificuldade de encontrar a definição única de padrão deve-se ao facto de este não ser “uma noção Matemática propriamente dita (...), mas sim uma noção “meta-matemática”, transversal aos mais diversos campos da Matemática” (p. 169). Portanto, de acordo com o autor, os diversos tipos de padrões adquirem características e propriedades próprias, conforme o campo da área curricular da Matemática em que estão envolvidos o que, por sua vez, torna difícil defini-los num só conceito. Goldin (2002) afirma que a interpretação do conceito de padrão pode ser influenciada pelas diferentes representações pelas quais este pode ser apresentado. No

entanto, de acordo com Smith (2003) no centro da ideia de padrão está a potencialidade da repetição.

Apesar de Ponte (2009) considerar difícil definir o conceito de padrão, refere que o termo “padrão” e “regularidade” estão frequentemente associados, tal como Borralho *et al* (2006) já o tinham mencionado. Para Ponte (2009):

“Padrão” aponta sobretudo para a unidade de base que eventualmente se replica, de forma exactamente igual ou de acordo com alguma lei de transformação, “regularidade” remete sobretudo para a relação que existe entre os diversos objectos, aquilo que é comum a todos eles ou que de algum modo os liga (p. 170).

Ao longo do relatório que se apresenta serão utilizadas as ideias de Ponte (2009), acima supracitadas, relativamente ao termo “Padrão” e “Regularidade”, considerando que estes estão associados e que nos permitem compreender que um padrão é composto por um motivo que se repete e que a regularidade são as relações que existem entre os termos.

Os padrões como base do pensamento algébrico

A Matemática, enquanto uma das áreas do currículo, acompanha os alunos desde o Pré-Escolar até ao 12.º ano. No entanto, esta é muitas vezes vista como uma disciplina difícil e pela qual os alunos demonstram algum receio, insegurança e desinteresse. Isabel Vale e Teresa Pimentel (2011) referem que os professores de Matemática têm consciência desta visão que os alunos têm relativamente à disciplina de Matemática e que o decréscimo das suas capacidades matemáticas poder-se-á dever ao facto de esta área curricular ser vista apenas como uma “mera coleção de procedimentos a aprender.” (p. 9). Devlin (1998), citado por Isabel Vale e Teresa Pimentel (2011), refere que:

(...) ao longo dos anos, a Matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez mais nos números, fórmulas, equações e métodos e perderam de vista o que (...) eram realmente e porque é que se desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a Matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas mas sim a compreensão de padrões – padrões de natureza, padrões de vida, padrões de beleza (p. 9).

Na verdade, a Matemática passa por mais de que um conjunto de procedimentos e fórmulas que os alunos decoram para alcançar o sucesso. A Matemática, como diversos autores defendem, “é a ciência dos padrões”, sendo que esta ideia já vem de há muito tempo atrás. Devlin (2002) evoca a relevância desta ideia acerca da Matemática na sua famosa publicação “A matemática, a ciência dos padrões”. Também Borralho *et al* (2006) refere que a essência da Matemática consiste em procurar padrões. Vale e Pimentel (2005) mencionam que o objetivo da Matemática é, em certa medida, a descoberta da regularidade “onde parece vingar o caos, extrair a estrutura e a invariância da desordem e da confusão” (p. 14). Como tal, considerando a Matemática como a ciência dos padrões e como objetivo desta ciência descobrir a ordem que está dentro da desordem, podemos questionar: Serão os padrões o caminho ideal para explorar a Matemática com os alunos, de forma a desenvolver a sua aprendizagem com sentido e significado?

A utilização de padrões no ensino da Matemática ajuda os alunos a envolver-se na sua aprendizagem, bem como a aprender uma Matemática com significado, dando-lhes a possibilidade de a relacionarem com a realidade e com as suas experiências. Os padrões permitem aos alunos descobrir relações, fazer previsões e generalizações (Vale & Pimentel, 2011).

Como foi referido na sub-secção – Definindo o conceito de Álgebra e de pensamento algébrico, o desenvolvimento do pensamento algébrico implica que se desenvolva o sentido do símbolo. Diversos autores mencionam que uma condição para que tal aconteça é a exploração de padrões. O contacto com padrões e a realização de tarefas que envolvam o estudo de padrões e regularidades ajuda os alunos a compreenderem a verdadeira noção de variável, que para a maioria é apenas vista como um número desconhecido (Vale & Pimentel, 2011; Borralho & Barbosa, 2009).

Como tal, neste sentido, podemos inferir que a exploração de padrões poderá ser uma das bases para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar* referem que os padrões apoiam o pensamento algébrico e o que o trabalho em redor deles incentiva os alunos a identificar relações e a encontrar as generalizações (NCTM, 2007). Através de tarefas de natureza investigativa e exploratória que envolvam padrões, os alunos têm a capacidade de alcançar a generalização através de situações concretas, desenvolvendo progressivamente o

pensamento algébrico (Borrvalho & Barbosa, 2009). Blanton e Kaput (2005) vão ao encontro da ideia referida por Borrvalho e Barbosa (2009), acrescentando que a promoção deste género de situações, ou seja, situações “em, que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto particular de exemplos” deverá ser uma abordagem à Álgebra desde os primeiros anos de escolaridade, focando que as generalizações executadas pelas crianças serão expressas através “de um discurso argumentativo (...) cada vez mais formal e apropriado à idade” (p. 4). Borrvalho *et al* (2006) acrescentam que a realização de tarefas de investigação com padrões assumem um papel importante, quer na abordagem à Álgebra, quer na base do pensamento pré-algébrico, nos primeiros anos de escolaridade. No estudo realizado por Threlfall (1999), citado por Branco (2008) com crianças com idades compreendidas entre os três e os cinco anos, é defendido que “o uso de padrões repetitivos constitui um veículo para o trabalho com símbolos, um caminho conceptual para a Álgebra e um contexto para a generalização” (p. 11). Portanto, podemos considerar que o trabalho com padrões poderá ser desenvolvido com crianças pequenas, ou seja, crianças do Pré-Escolar.

O estudo realizado por Borrvalho e Barbosa (2009), à semelhança do estudo efetuado por Orton e Orton (1999), permite concluir que a exploração e generalização de padrões pode ser o início da Álgebra, contudo as práticas de ensino deverão desenvolver nos alunos aprendizagens com significado, deixando para tal o ensino “tradicionalista” em que os conteúdos são trabalhados de forma isolada.

Considera-se ainda importante referir que os padrões poderão ser um ótimo caminho para a passagem da Aritmética para a Álgebra (Mason, 1996). Schoenfeld e Arcavi (1999), citado por Alvarenga e Vale (2007), também defendem a ideia acima referida, evidenciando que a observação e caracterização verbal dos padrões pelos alunos poderá ajudá-los nesta transição. Vale (2013) acrescenta que esta transição, através da generalização de padrões, é possível, uma vez que os alunos conseguem dar “significado às generalizações sem ter que recorrer, necessariamente, a variáveis e a fórmulas” (p.69).

As tarefas de padrões envolvem dois tipos de generalização. De acordo com Stacy (1989), citado por Vale (2012/2013) os dois tipos de generalização são: a generalização próxima e a generalização distante. Vários autores abordam estes dois tipos de generalização, tal como Stacy (1989), no entanto utilizam terminologias

diferentes. Mason (1996) denomina estes dois tipos de generalização como: generalização local e generalização global; Lannin (2005, citado por Vale, 2012) denomina-os de generalização recursiva e generalização explícita; e Radford (2008) de generalização aritmética e generalização algébrica, respetivamente. Apesar das diferentes terminologias utilizadas pelos diversos autores supracitados, os dois tipos de generalização apresentam o mesmo significado e características para os diferentes investigadores.

Ao longo do presente Relatório utilizar-se-á o conceito de Stacy (1989), de generalização próxima e generalização distante. A generalização próxima ocorre quando se pretende saber o termo seguinte de um padrão, sendo que este poderá ser obtido por contagem, desenho, ou através de uma tabela, envolvendo normalmente relações recursivas. A generalização distante envolve a descoberta do padrão, implicando a compreensão da sua lei de formação (Vale, 2012; Vale & Pimentel, 2011; Pinheiro & Barbosa, 2013). Estes processos de generalização implicam o desenvolvimento do pensamento algébrico, assim como também o promovem e exigem. Kaput e Blanton (2001) mencionam que o ensino da Matemática deveria ser direcionado para desenvolver nos alunos a capacidade de generalizar e fundamentar essas generalizações. Em suma, o trabalho com padrões auxilia os alunos a procurar regularidades e a generalizar, desenvolvendo progressivamente o pensamento algébrico.

Tipos de padrões

De acordo com Vale e Pimentel (2011/2010) e Vale (2012) existem dois tipos de padrões, sendo estes designados por padrões de repetição e padrões de crescimento. Ponte (2009) concorda com os tipos de padrões identificados pelas autoras supracitadas, complementando que dentro dos padrões repetitivos estes podem conter uma unidade simples ou composta e que dentro dos padrões de crescimento estes podem ser lineares e não lineares. O autor acrescenta ainda que também existem padrões mistos que contemplam uma parte repetitiva e uma parte não repetitiva. Zazkis e Liljedahl (2002) apresentam outros tipos de padrões para além dos padrões de repetição, nomeadamente: “padrões numéricos; padrões geométricos; padrões em procedimentos computacionais; padrões lineares e quadráticos” (p. 10).

Neste sentido, podemos encontrar diversas designações de tipos de padrões, como por exemplo “padrão figurativo”, “padrão geométrico”, entre outros, uma vez que depende do campo da Matemática que está a ser explorado (Ponte, 2009; Vale & Pimentel, 2009).

Ao longo do relatório que se apresenta, utilizam-se as ideias referidas por Vale e Pimentel (2011/2010) e por Vale (2012) relativamente aos tipos de padrões existentes, identificando-os como padrões de repetição e padrões de crescimento. Assim, entende-se por padrão de repetição aquele em que é possível identificar um motivo, ou seja, “um grupo de repetição (...) que se repete de forma cíclica indefinidamente” (Vale & Pimentel, 2010, p. 110). Anthony Orton (2009) refere que os padrões de repetição dizem respeito a uma sequência que se repete a cada determinado número de termos, sendo que esse número determinado é chamado de período do padrão. Os padrões de crescimento são aqueles em que é possível identificar “cada termo de forma previsível em relação ao anterior” (Vale, 2012, p. 186).

Estratégias utilizadas no trabalho com padrões

A resolução de problemas é uma componente básica para desenvolver a Matemática. Esta componente básica da Matemática implica a formulação e aplicação de estratégias de resolução. “As estratégias são ferramentas que, a maior parte das vezes, se identificam com processos de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 23). A resolução de tarefas que envolvem a exploração de padrões também implica a formulação e utilização de estratégias de resolução, com fim à obtenção das respostas corretas que lhes são pedidas.

Na sub-secção Os padrões como base do pensamento algébrico, constatou-se que o ensino da Matemática deveria ser direcionado para desenvolver nos alunos a capacidade de generalizar e fundamentar essas generalizações (Kaput & Blanton, 2001), sendo que a promoção de tarefas de exploração de padrões permite o desenvolvimento dessas capacidades, tendo em conta que as generalizações feitas tornam-se, progressivamente, mais formais e adequadas à idade (Blanton & Kaput, 2005).

Alvarenga e Vale (2007) referem que a generalização poderá ser expressa através de palavras ou recorrendo à simbologia, de acordo com a maturidade do aluno. Orton e Orton (1999) identificam quatro tipos de estratégias de resolução de tarefas que evoluem a exploração de padrões e que, em particular, podem ser utilizadas para obter a generalização, no entanto utilizam o termo método em vez de estratégia. Os métodos de resolução identificados pelos autores são: o método das diferenças finitas, que se baseia na compreensão recursiva do padrão, buscando-se um novo termo em função dos anteriores; o método da contagem, que se aplica apenas na presença de figuras e consiste em construir figuras consecutivas para contagem direta dos elementos pretendidos; o método baseado na proporcionalidade direta, que se fundamenta na tentativa de encontrar a solução de forma rápida, estabelecendo relações de proporcionalidade entre os termos de ordens que se relacionam; e o método linear, de acordo com o qual os alunos têm uma maior consciência das operações envolvidas, pois estabelecem relações aritméticas entre a ordem do termo e os termos propriamente ditos.

Tem havido, ao longo do tempo, uma grande pesquisa acerca das estratégias utilizadas pelos alunos desde o ensino Pré-Escolar até ao ensino secundário. Barbosa, Vale e Palhares (2009), enumeram cinco estratégias às quais os alunos recorrem, tendo sido estas adaptadas de diversos investigadores. As estratégias enumeradas pelos autores vão ao encontro de algumas das referidas por Orton e Orton (1999). Contudo, os autores acrescentam a estratégia “Guess and check”, a partir da qual os alunos supõem uma regra e com base na introdução de vários valores verificam a sua “validade” (Barbosa, Vale & Palhares, 2009, p. 3). Torna-se essencial referir que Barbosa, Vale e Palhares (2009) consideram que as cinco estratégias referidas são utilizadas pelos alunos para obter a generalização, enquanto que Orton e Orton (1999) referem que são estratégias utilizadas na exploração de padrões, que possibilitam ou não o alcance da generalização.

No presente relatório serão utilizadas as estratégias enumeradas por Orton e Orton (1999), sendo entendidas e denominadas de estratégias de lidar com padrões, em particular para obter a generalização. Torna-se essencial mencionar que, ao longo do presente relatório, o método das diferenças finitas será denominado de estratégia da recorrência; o método da contagem irá ser chamado de estratégia da contagem; o da

proporcionalidade direta irá ser intitulado de estratégia da proporcionalidade direta; e o método linear de estratégia do termo geral.

Orton e Orton (1999) constataram que os alunos alteram as suas estratégias de acordo com o tipo de generalização que lhes é exigida, ou próxima ou distante. Barbosa, Vale e Palhares (2009) acrescentam que os alunos deverão compreender o potencial e as limitações dos diferentes tipos de estratégia, uma vez que algumas dessas estratégias, dependendo do tipo de tarefas, poderão levar os alunos a apresentar dificuldades ou até mesmo respostas incorretas.

Representações matemáticas na exploração de padrões

O trabalho com padrões, para além de implicar a formulação e aplicação de estratégias, também necessita de recorrer a representações. As representações, no domínio da Matemática remetem-nos para identidades diferentes, nomeadamente para conceitos, relações, procedimento, ideias, sendo muitos de natureza abstrata e de difícil acesso sem recurso a uma representação externa. (Goldin & Shteingold, 2001; Wong, 2004). As representações têm vindo a ser valorizadas desde o Pré-escolar, uma vez que são consideradas fundamentais no início e no desenvolvimento de processos matemáticos, não só porque surgem associadas à compreensão de conceitos, mas também e essencialmente ao “desenvolvimento de capacidades transversais de resolver problemas e de raciocinar” (Canavarro & Pinto, 2012, p. 54).

De acordo com Boavida *et al* (2008), as representações são “ferramentas fundamentais para pensar matematicamente” (p. 71). Através delas, o aluno poderá revelar a forma como raciocinou durante a resolução do problema (Valério, 2005; Pinto, 2009). Neste sentido, podemos inferir que as representações permitem expressar as estratégias utilizadas pelos alunos. Vale (2012) refere que uma representação deverá incluir determinadas componentes, nomeadamente componentes “concretas, verbais, numéricas, gráficas, contextuais, pictóricas ou simbólicas que evidenciem diferentes aspetos do conceito” (p. 188).

Bruner identifica três tipos diferentes de representações, sendo estas as representações ativas, as representações icónicas e as representações simbólicas

(Bruner, 1999). Boavida *et al* (2008) também defendem as diferentes tipologias de representações identificadas por Bruner (1999), explicitando, tal como o autor, que as representações ativas, como o nome indica, estão associadas à ação; as representações icónicas são relativas à organização visual, em que é usado figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos para ilustrar uma determinada ideia ou processo; e as representações simbólicas referem-se à utilização da linguagem simbólica para representar as ideias matemáticas, sendo que esta linguagem envolve um conjunto de regras fundamentais para trabalhar a Matemática e para a compreender.

Todavia, Friedlander e Tabach (2001) identificam quatro tipos de representação essenciais para o ensino da Álgebra, nomeadamente a representação verbal, a representação numérica, a representação gráfica e a representação algébrica.

As crianças/alunos devem estar aptos a utilizar diversos tipos de representação, que possibilitem a resolução de problemas e a comunicação. Boavida *et al* (2008) mencionam que nos momentos de comunicação de ideias matemáticas, a linguagem ocupa um lugar de relevo, pois serve para pensar e comunicar. “No entanto, os alunos começam por pensar sobre os conceitos matemáticos através da linguagem natural e vão, progressivamente, integrando aspetos da linguagem Matemática” (Boavida *et al*, 2008, p. 75). Portanto, a linguagem Matemática é construída progressivamente e com precisão através da linguagem natural.

Vale (2012) refere que o ensino deverá incentivar a articulação entre os diferentes tipos de representação, levando deste modo a tornar os alunos mais flexíveis e criativos, promovendo uma melhor apreensão dos conceitos. Wong (2004) vai ao encontro da ideia referida por Vale (2012) acrescentando que o estabelecimento de conexões entre diferentes tipos de representações desenvolve, nos alunos, um maior número de estratégias de aprendizagem e um entendimento mais aprofundado da Matemática. Deste modo, a utilização de representações diversas pode ser importante no trabalho com padrões com alunos jovens, permitindo-lhes não só explicitar o padrão de diversas formas como explicar as ideias que lhe ocorrem ao lidar com padrões nas suas diferentes vertentes.

Exploração de padrões em sala de aula

Características das tarefas

Para que a Matemática e, em particular, a Álgebra deixe de ser vista como um conjunto de procedimentos e fórmulas que os alunos decoram sem qualquer significado e utilidade, é necessário que se criem momentos de trabalho significativos, em que os alunos compreendam a verdadeira utilidade daquilo que lhes é proposto. Como tem vindo a ser abordado e discutido nas secções anteriores, os padrões e a Álgebra, em particular o pensamento algébrico, estão ligados, sendo defendido que a exploração de padrões pode ser o início da Álgebra, desenvolvendo progressivamente o pensamento algébrico dos alunos. De acordo com o estudo realizado por Borralho e Barbosa (2009), as práticas de ensino deverão desenvolver nos alunos aprendizagens significativas.

Os padrões têm sido apresentados e reconhecidos por diversos autores como transversais ao currículo o que, por sua vez, para além de permitirem o desenvolvimento do pensamento algébrico, permitem também a aprendizagem de diversos conteúdos da área curricular de Matemática. No entanto, para que essas aprendizagens sejam significativas é necessário criar propostas de trabalho nas quais os alunos se envolvam verdadeiramente. Vários autores de diversificadas linhas teóricas referem que a aprendizagem dos alunos resulta de dois fatores principais, nomeadamente: a atividade que realizam e a reflexão que efectuam sobre ela (Bishop & Goffree, 1986; Christiansen & Walther, 1986). Neste sentido torna-se essencial que a aprendizagem dos alunos seja adquirida através desses dois fatores, sendo construída, desenvolvida e consolidada através de diversificados processos de ensino-aprendizagem da Matemática que, podem ter como base vários tipos de tarefas. Boavida *et al* mencionam que, de entre os vários tipos de tarefas, existem umas que “(...) se dirigem mais à memória e ao treino, enquanto outras estão mais direccionadas para processos mais complexos de pensamento” (2008, p. 15). Ponte acrescenta que as tarefas podem ser definidas de acordo com o grau de desafio matemático e com o grau de estrutura, podendo variar entre desafio “reduzido” e desafio “elevado” e entre estrutura “aberta” e estrutura “fechada” (2005, p.7). Tendo em conta as características das tarefas, Ponte (2005) identifica quatro tipos diferentes, nomeadamente: os problemas, os exercícios, as

investigações e as de exploração (Boavida *et al* 2008; Ponte, 2005). O esquema que se segue permiti-nos visualizar de forma rápida as características dos diferentes tipos de tarefas tendo em conta o grau de desafio matemático e o grau de estrutura.

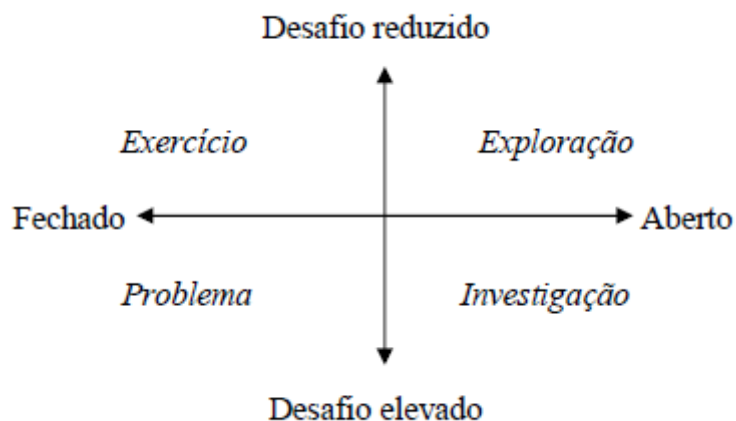


Figura 1: Diferentes tipos de tarefas tendo em conta o grau de desafio matemático e de abertura. (Ponte, 2005, p. 8).

Ao analisar a figura e tendo em conta as ideias mencionadas por Ponte (2005) e por Boavida *et al* (2008) relativamente aos diferentes tipos de tarefas podemos verificar que: a) os problemas caracterizam-se por serem desafiantes (grau de desafio elevado) e por serem tarefas fechadas; b) os exercícios são considerados como contemplando um grau de desafio reduzido e grau de abertura fechado; c) as investigações são identificadas como tendo um grau de desafio elevado e de estrutura aberta e, d) a exploração é caracterizada por ter um reduzido grau de desafio e por ser de estrutura aberta.

Tendo em conta estes quatro tipos de tarefas podemos inferir que os problemas, as tarefas de exploração e as de investigação possibilitam e criam condições para um maior desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, uma vez que levam os alunos a explorarem, investigarem, conjecturar, comunicarem, explicarem e justificarem as suas estratégias e resultados. Vários autores mencionam que tarefas do tipo de exploração, investigação e problemas que envolvam padrões podem contribuir para o desenvolvimento de capacidades transversais dos alunos, nomeadamente a comunicação, as representações, as conexões e o raciocínio (Vale, 2013; Alvarenga &

Vale, 2007; Vale & Pimentel, 2011). Canavarro (2007) acrescenta que este tipo de tarefas que exploram os padrões também ajudam a desenvolver o pensamento algébrico.

Para além da importância da realização de diferentes tipos de tarefas, deve ainda valorizar-se a comunicação dos alunos relativamente à resolução efetuada da tarefa proposta. De acordo com Ponte *et al.* “a apresentação e avaliação de resultados, a expressão, a partilha e confronto de ideias e a explicitação de processos de raciocínio constituem oportunidades para a clarificação e desenvolvimento do pensamento e para a construção do conhecimento matemático” (2007, p. 46). Considera-se ainda importante salientar e referir a organização do grupo/turma durante a resolução das diversas tarefas. Esta organização poderá ser diversificada, permitindo deste modo que os alunos desenvolvam a sua aprendizagem Matemática quer de forma individual, a pares, em pequenos grupos ou em grande grupo, tentando sempre ir ao encontro dos objetivos e da natureza da tarefa.

Em suma, podemos concluir que tarefas ricas e desafiadoras que envolvam a exploração de padrões podem contribuir para “uma maior motivação dos alunos na aula de Matemática e para aumentar a sua compreensão Matemática” (Vale & Pimentel, 2005, p. 16).

Cultura de sala de aula

A planificação de uma aula não se baseia apenas na escolha das tarefas que irão ser propostas aos alunos, é necessário que o professor reflita sobre diversos elementos, em particular sobre as estratégias de ensino-aprendizagem que irá utilizar. Verificou-se na secção anterior que a comunicação dos alunos, a apresentação e avaliação, o confronto de ideias, a explicação das estratégias utilizadas, constituem momentos essenciais para o desenvolvimento e construção do conhecimento matemático (Ponte *et al.*, 2007; Ponte, 2005). Neste sentido, compreende-se que as tarefas que permitam os alunos pensar, explorar e investigar têm um papel importante na construção do conhecimento matemático dos alunos, tornando-se estes elementos ativos dessa construção. No entanto, as estratégias de ensino-aprendizagem utilizadas terão um grande impacto no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos e na construção do

seu conhecimento matemático (Ponte *et al*, 2007). Neste sentido, Ponte (2005) identifica duas estratégias no ensino da Matemática, sendo estas o ensino direto e o ensino-aprendizagem exploratório.

A estratégia de ensino direto vai ao encontro do ensino tradicional, no qual o professor desempenha o papel principal na aula, sendo este quem a direciona e quem expõe aos alunos os conteúdos que deseja que sejam aprendidos pelos mesmos. Neste sentido esta estratégia de ensino direto remete-nos para a ideia de transmissão do conhecimento, desempenhando o professor o papel de transmissor e os alunos o papel de recetores. Pode inferir-se que os alunos têm um papel passivo no seu processo de construção de conhecimento, dado que o objetivo do ensino direto é certificar-se de que os alunos memorizaram os conceitos e práticas expostas pelo professor, sendo esta verificação feita através da concretização de exercícios pelos alunos, bem como através das respostas dadas às questões colocadas (Ponte, 2005). As *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar* referem que neste tipo de ensino a aprendizagem é criada “(...) como um processo no qual os alunos absorvem informação e a armazenam em fragmentos facilmente recuperáveis, como resultado da prática repetitiva e do reforço” (NCTM, 1991, p. 11).

Em oposição à estratégia de ensino direto temos, de acordo com Ponte (2005), o modelo de ensino-aprendizagem exploratório. Neste modelo, os alunos não desenvolvem os seus conhecimentos somente através da explicação do professor, uma vez que uma determinada parte do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento é realizada pelos alunos. Os alunos são agentes ativos no seu próprio desenvolvimento e aprendizagem, pois são levados a envolverem-se em tarefas de descoberta que lhes permite desenvolver a cooperação, a memória, a autonomia, a imaginação e a iniciativa. Estas características primordiais da estratégia em abordagem não invalidam que, em alguns momentos, o professor não recorra à estratégia de ensino direto, sendo que por sua vez há a necessidade de expor e sistematizar as aprendizagens, pois nem todas resultarão da exploração dos alunos. No entanto, isto não significa que o professor não utilize como estratégia principal na sala de aula o ensino exploratório. Ponte (2005) refere que “a aprendizagem decorre assim, sobretudo, não de ouvir directamente o professor ou de fazer esta ou aquela actividade prática, mas sim da reflexão realizada pelo aluno a propósito da actividade que realizou” (p. 15). Neste

sentido, o modelo de ensino-aprendizagem exploratório valoriza, após a realização das tarefas propostas, os momentos de reflexão e discussão, de sistematização de conceitos, de formalização e de estabelecimento de conexões Matemáticas, em grande grupo (Ponte, 2005).

Contudo, o ensino exploratório da Matemática implica que o professor execute uma seleção criteriosa das tarefas, verifique as potencialidades das mesmas com o intuito de averiguar se estas cumprem o propósito matemático da aula, bem como interprete e compreenda as resoluções apresentadas pelos alunos de forma a aproximar e articular as ideias expostas com aquilo que é esperado que adquiram (Canavarro, 2011). Como tal, é possível inferir que o papel e a ação do professor são cruciais para o desenvolvimento da estratégia de ensino exploratório, no entanto “é uma actividade complexa e considerada difícil por muitos professores” (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008).

Peressin e Knuth (2000) vão ao encontro das ideias defendidas por Ponte (2005) e por Canavarro (2011), identificando três processos essenciais a que os professores deverão recorrer para alimentar uma cultura desejável de sala de aula:

- Colocar tarefas matematicamente ricas;
- Promover a discussão dos alunos sobre as tarefas e as suas (re)soluções;
- Reflectir sobre as tarefas e as discussões de modo a maximizar a actividade Matemática e a consequente compreensão dos alunos.

Neste sentido, torna-se essencial compreender a estrutura das aulas que tem como base o modelo de ensino exploratório da Matemática, sendo esta constituída pelas seguintes fases: 1.^a Introdução; 2.^a Desenvolvimento da tarefa; 3.^a Discussão da tarefa; e 4.^a Sistematização das aprendizagens matemáticas (Canavarro, 2011; Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012). Na primeira fase (Introdução da tarefa), o professor apresenta a tarefa ao grupo, assegurando-se de que estes compreendam o que se pretende e se sintam desafiados e interessados no trabalho proposto. Na segunda fase (Desenvolvimento da tarefa), os alunos realizem a resolução da tarefa de forma autónoma, em pequenos grupos ou individualmente. Nesta fase é importante que o professor garanta o desenvolvimento da tarefa pelos alunos e que mantenha o desafio

cognitivo e a autonomia dos mesmos, evitando que estes se dispersem daquilo que se pretende. Na terceira fase (Discussão da tarefa) é pretendido que o professor promova a qualidade Matemática das apresentações dos alunos e regule as interações entre os mesmos na discussão, deve ainda criar um ambiente propício à apresentação e discussão e gerir as relações entre os alunos. O final da discussão é o momento em que se inicia a sistematização das aprendizagens, ou seja, onde se inicia a quarta fase. Nesta fase (Sistematização das aprendizagens matemáticas) é pretendido que o docente institucionalize ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico suscitado pela exploração da tarefa e estabeleça conexões com aprendizagens anteriores. Deverá ainda criar um ambiente adequado à sistematização e garantir o registo escrito das ideias resultantes desta fase (Canavarro *et al*, 2012).

Para que todo este processo que envolve o modelo de ensino exploratório da Matemática permita alcançar todos os objetivos previstos é essencial que haja um trabalho de planificação antecipado, por parte do professor. O professor deve ter em conta diversos aspetos, tais como: os conteúdos matemáticos a trabalhar, os objetivos, os recursos, o tempo de concretização de cada fase, prever as ações do professor e dos alunos, dominar e conhecer as potencialidade da tarefa, prever a organização das apresentações, averiguar a forma como irá proceder na discussão e antecipar possíveis dificuldades que os alunos poderão apresentar (Canavarro, 2011). De acordo com a autora, o professor deve realizar um trabalho antecipado de forma a:

Prever a interpretação e o envolvimento dos alunos na tarefa; Elencar uma diversidade de estratégias, correctas e incorrectas, que os alunos poderão usar, com diferentes graus de sofisticação; Relacionar essas estratégias com os conceitos, representações, ou procedimentos que quer que os alunos aprendam e/ou com as capacidades que quer que eles desenvolvam (Canavarro, 2011, p. 13)

Em suma, o modelo de ensino exploratório da Matemática pretende recorrer a tarefas matematicamente desafiantes, ricas e estimulantes, permitindo que os alunos compreendam e aprendam diversos conteúdos, conceitos e efetuem diversas conexões, bem como desenvolvam capacidades fundamentais. O modelo de ensino exploratório da Matemática considera-se essencial na investigação a que se refere este relatório.

Os padrões no currículo

Orientações curriculares internacionais

Momentos de observação e exploração de padrões devem ser proporcionados aos alunos desde o Pré-Escolar, fazendo com que tenham oportunidade de se centrarem em regularidades em diversos contextos. A criação destes momentos adquiriu uma maior relevância a nível internacional aquando da publicação das Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar (1991), que defendem que as crianças “devem começar a aperceber-se que a regularidade é a essência da Matemática” (NCTM, 1991, p. 72).

Em 2007, foi publicado em português, os Princípios e normas para a Matemática escolar (obra original publicada em 2000) que dá continuidade às orientações curriculares para o ensino da Matemática expressas no documento citado acima. No documento NCTM (2007) é apresentado um conjunto de princípios e normas que têm como finalidade orientar os educadores/professores no desenvolvimento do ensino da Matemática. A Equidade, o Currículo, o Ensino, a Aprendizagem, a Avaliação e a Tecnologia constituem os princípios apresentados pelo NCTM (2007) que “(...) descrevem características de uma educação Matemática de elevada qualidade”, enquanto que as normas “descrevem os conteúdos e processos matemáticos que os alunos deverão aprender.” (NCTM, 2007, p. 11). As Normas de Conteúdo apresentam de forma explícita os conteúdos que deverão ser aprendidos pelos alunos, sendo que estas se encontram divididas por temas, nomeadamente: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidades. As Normas de Processo destacam as maneiras como os conhecimentos sobre os conteúdos referidos podem ser adquiridos e utilizados, sendo estas constituídas pela Resolução de problemas, Raciocínio e Demonstração, Comunicação, Conexões e Representação (NCTM, 2007).

Nas Normas apresentadas pelo NCTM (2007), o trabalho com padrões encontra-se explícito na Norma de Conteúdo referente à Álgebra, onde é mencionado o quão estes podem ser importantes para as crianças mais novas, uma vez que “constituem a

forma pela qual (...) reconhecem a ordem e organizam o seu mundo”. Salienta-se ainda que “(...) a experiência sistemática com padrões (...) cria bases para o trabalho posterior com símbolos e expressões algébricas.” (2007, p. 39). Neste sentido considera-se que o trabalho com padrões deve iniciar-se no Pré-Escolar, sendo que entre o Pré-Escolar e o 2.º ano os alunos poderão adquirir e desenvolver conceito algébricos (NCTM, 2007).

No âmbito das Normas de Conteúdo referentes à Álgebra é mencionado que os alunos do Pré-Escolar ao 2.º ano deverão compreender padrões, sendo referido em específico que deverão: agrupar, classificar e ordenar objetos pelas suas propriedades; reconhecer, descrever e ampliar padrões e interpretá-los em diversas representações; e analisar a forma como são gerados tanto os padrões de repetição como os de crescimento (NCTM, 2007, p. 104). As crianças contactam diariamente com padrões, dado que aprendem músicas, ritmos, poemas baseados na repetição ou no crescimento. Neste sentido as crianças podem desenvolver conceitos formais relacionados com os padrões mesmo antes da entrada no 1.º ciclo.

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar referem que “o reconhecimento, a comparação e a análise desses padrões constituem elementos importantes do desenvolvimento intelectual dos alunos. Quando os alunos observam que as operações possuem determinadas propriedades, começam a pensar de forma algébrica” (NCTM, 2007, p. 105). Entre o 3.º e o 5.º ano é referido nas Normas de Conteúdo relativas à Álgebra que os alunos deverão: “descrever, ampliar e fazer generalizações acerca de padrões geométricos e numéricos; e representar e analisar padrões e funções, usando palavras, tabelas e gráficos.” (NCTM, 2007, p. 182).

Ao analisar apenas as Normas relativas à Álgebra, é possível verificar que os padrões também estão presentes na geometria, quando é referido “padrões geométricos”; nos Números e Operações, quando é mencionado “padrões numéricos” e na Análise e tratamento de dados, quando se verifica que os padrões podem ser analisados através da análise de tabelas e gráficos.

Em suma, nas Normas Curriculares Internacionais os padrões aparecem de forma explícita nas normas de conteúdo referentes à Álgebra, sendo que estas acompanham os diferentes níveis de ensino, desde o Pré-Escolar até ao 12.º ano. No

entanto podemos encontrar de forma implícita o trabalho com padrões em outras Normas, quer de conteúdo, quer de processo.

Orientações curriculares nacionais

No que concerne às orientações curriculares nacionais, temos como documentos orientadores do ensino, da aprendizagem e da avaliação a desenvolver, ao nível do Pré-Escolar, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1997) e as Metas de Aprendizagem em Educação Pré-Escolar (2010). Neste sentido, ao nível do ensino da Matemática, em particular na exploração de padrões é apresentado nas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar que o educador deve proporcionar momentos em que a criança tenha a oportunidade de encontrar e estabelecer padrões que apresentem regras lógicas subjacentes, sendo que estes podem ser repetitivos ou não repetitivos. É ainda focado no documento em análise que a apresentação de padrões e a descoberta das regras subjacentes a estes permitem que as crianças desenvolvam o raciocínio lógico neste domínio. Para além deste aspeto que foca de forma evidente a exploração dos padrões na Educação Pré-Escolar, é ainda possível encontrar outras referências aos padrões de forma implícita, nomeadamente quando é referido que o educador deve proporcionar às crianças experiências onde seja possível encontrar princípios lógicos entre objetos, coisas e acontecimentos, de forma a estabelecer relações entre eles.

No mesmo documento é ainda feita referência à linguagem Matemática como um sistema simbólico, mencionando que “A linguagem é também um sistema simbólico que tem a sua lógica. A descoberta de padrões que lhe estão subjacentes é um meio de refletir sobre a linguagem e também de desenvolver o raciocínio lógico.” (Ministério da Educação, 1997, p. 78). Neste sentido podemos verificar que a exploração de padrões deverá ser feita desde o Pré-Escolar, levando conseqüentemente ao desenvolvimento do símbolo e, por sua vez, do pensamento algébrico.

As Metas de Aprendizagem em Educação Pré-Escolar (2010) foram elaboradas anunciando o intuito de elucidar os educadores acerca dos requisitos necessários para proporcionar o sucesso escolar das crianças. Neste documento, no que se refere à

exploração de padrões, é apresentado logo na introdução da área curricular da Matemática que o educador tem um papel crucial nomeadamente “(...) no proporcionar acesso a livros e histórias com números e padrões.” (Ministério da Educação, 2010, p. 17). No mesmo documento é ainda apresentado de forma explícita, na meta final 16, que a criança deve reconhecer e explicar padrões simples e, na meta final 17, que a criança deve criar e recriar padrões com objetos que lhe sejam familiares. A meta final 23 apresenta de forma implícita a abordagem a padrões quando refere que a criança deve reconhecer a rotina da semana e do dia da sua sala. Esta meta apresenta de forma implícita a rotina da semana e do dia como sendo um padrão, através do qual a criança é capaz de prever o que irá ocorrer no dia e no momento seguinte.

Ao nível do 1.º Ciclo, no Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), é possível encontrar nas Finalidades do Ensino da Matemática, nos Objetivos Gerais, nos Temas Matemáticos e Capacidades Transversais e nos quatro Temas referentes ao 1.º Ciclo que são apresentados, referências ao trabalho com padrões de forma implícita ou explícita.

De início, nas Finalidades do Ensino da Matemática é feita referência às regularidades e generalizações, na medida em que “(...) a Matemática se constitui como domínio autónomo ao estudo (...) das estruturas e regularidades (...)”, bem como “(...) a generalização (...) é uma das suas dimensões principais.”. Neste âmbito é ainda mencionado que deve ser desenvolvido nos alunos a “capacidade de abstração e generalização (...)” (Ministério da Educação, 2007, pp. 2 e 3). No Objetivos Gerais do Ensino da Matemática é referido que os alunos devem ser capazes de “reconhecer e apresentar generalizações (...)” e de reconhecer e explorar regularidades (Ministério da Educação, 2007, pp. 5). Nos Temas matemáticos e Capacidades transversais é referido que “as ideias algébricas aparecem logo no 1.º ciclo no trabalho com sequências.” (Ministério da Educação, 2007, p. 7).

No que concerne aos quatro temas referentes ao 1.º Ciclo nomeadamente, Números e Operações, Geometria e Medida, Organização e Tratamento de Dados e Capacidades Transversais, há em todos referências aos padrões, quer de forma implícita ou explícita. No Tema Números e Operações é referido, nas indicações metodológicas, que os alunos devem procurar regularidades em sequências, observar padrões e explorar situações relacionadas com regularidades. É ainda mencionado que “(...) o trabalho

com regularidades generalizáveis, segundo regras que os alunos podem formular por si próprios, ajuda a desenvolver a capacidade de abstração e contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico” (Ministério da Educação, 2007, p. 14). Verifica-se ainda que em diversos tópicos e objetivos específicos são apresentados os termos regularidade, sequências e padrão.

No Tema Geometria e Medida são também feitas referências aos padrões de forma subentendida, com os termos sequências, frisos e pavimentações. Nas Indicações Metodológicas é mencionado que “observar trabalhos de arte decorativa pode entusiasmar os alunos a explorarem aspectos relacionados com (...) pavimentações e a aperceberem-se da beleza visual que a Matemática pode proporcionar” (Ministério da Educação, 2007, p. 21).

Nas Indicações Metodológicas do Tema Organização e Tratamento de Dados volta a ser referido o termo regularidade quando é mencionado que “A realização de várias experiências, incluindo o registo apropriado e a sua interpretação, permite aos alunos concluírem que, embora o resultado em cada realização da experiência dependa do acaso, existe uma certa regularidade ao fim de muitas realizações da experiência.” (Ministério da Educação, 2007, p. 27).

No último tema, que se intitula de Capacidades Transversais, é referido que os alunos devem resolver problemas com regularidades e realizar investigações de regularidades.

Foi homologado e publicado no ano de 2013 o Programa de Matemática para o Ensino Básico que visa conciliar as Metas Curriculares com os conteúdos programáticos, uma vez que Bivar, Grosso, Oliveira e Timóteo consideraram que existia “alguns desfasamentos pontuais” entre as Metas Curriculares de Matemática (2012) e o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007, p. 1). Contudo, no meu ponto de vista o programa em questão só se foca em conceitos, não evidenciando o trabalho com padrões como transversal ao currículo, nem como uma das bases para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos desde o 1.º ano, como o programa anterior o faz.

Transversalidade dos padrões

Ao analisar as orientações curriculares internacionais e nacionais constata-se que o estudo dos padrões ocorre ao longo de todo o currículo, desde o Pré-Escolar ao secundário, atravessando por sua vez todos os temas do programa. A exploração de padrões apresenta um maior relevo nos temas da Álgebra e da Geometria, bem como nas capacidades transversais, em especial na resolução de problemas. Contudo o estudo de padrões encontra-se de forma implícita em todos os temas do currículo.

Neste sentido, “(...) a procura de padrões é uma parte crucial na resolução de problemas e no trabalho investigativo (...)”. Por sua vez, tanto os padrões como a resolução de problemas são atividades que os alunos acham desafiadoras e interessantes (Vale & Pimentel, 2005, p. 15). Goldenberg (1998) citado por Vale e Pimentel (2005), menciona que é importante trabalhar com padrões na aula de Matemática, uma vez que como a “(...) invariância está no centro da Matemática significa que qualquer conteúdo pode ser usado para ajudar os alunos a criar este hábito de pensamento.” No entanto o conteúdo pode ser ensinado sem que este aspeto globalizante seja visível para os alunos (pp. 15 e 16).

Neste âmbito, Vale e Pimentel (2005) consideram que as tarefas de exploração e procura de padrões permitem:

- Contribuir para a construção de uma imagem mais positiva da Matemática por parte dos alunos;
- Experienciar o poder e a utilidade da Matemática e desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos;
- Evidenciar como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam entre si e com outras áreas do currículo;
- Promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos tornando-os bons solucionadores de problemas e pensadores abstractos;
- Melhorar a compreensão do sentido do número, da Álgebra e de conceitos geométricos. (p. 16)

Em suma, os padrões podem ser encontrados em várias formas no mundo que nos rodeia, bem como ao longo da Matemática escolar, podendo por sua vez constituir um tema unificador.

Capítulo 3

Metodologia

Neste capítulo é apresentada e justificada a metodologia que apoiou a presente investigação, que se baseou numa abordagem de investigação-ação de natureza qualitativa. Deste modo, o capítulo inicia-se com a descrição e fundamentação das opções metodológicas que sustentaram a investigação. Posteriormente é efetuada a caracterização dos dois contextos nos quais decorreu a intervenção, em específico o grupo de Pré-Escolar e a turma de 1.º Ciclo do Ensino Básico. Em seguida, são também explícitos os fundamentos da intervenção didática, a descrição e intencionalidade das tarefas e a forma como foram exploradas. Conclui-se com a explicação do processo de recolha de dados e sua análise.

Opções metodológicas

A investigação realizada ao longo da Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e 1.º Ciclo teve como base processos de pesquisa, reflexão, construção de conhecimento e partilha da ação educativa desenvolvida. Os educadores e professores tendem a estar em constante investigação sobre a sua própria prática, questionando as suas ações, as dificuldades dos alunos, os currículos, entre outras situações problemáticas com as quais se defrontam. Neste sentido, o professor tem a necessidade de se envolver em investigações que o ajudem a lidar com as situações problemáticas presentes na sua prática: “A investigação sobre a prática profissional (...) constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores” (Ponte, 2002, p. 2).

O conceito de professor-investigador que se encontra associado a Stenhouse foca a ação do professor que se têm vindo a desenvolver, considerando que este não se deve limitar a executar aquilo que se encontra previamente definido, mas sim evidenciar uma postura de investigador da sua própria prática. Um bom professor tem de ser, em paralelo, um investigador (Alarcão, 2001).

Neste âmbito, Stenhouse (1975) “usa a expressão professores como investigadores para descrever os professores que desenvolvem a sua arte como práticos através de uma abordagem reflexiva e de pesquisa sobre as actividades da sala de aula” (citado por Serrazina & Oliveira, 2001, p. 285). Oliveira e Serrazina (2002) referem que “o professor investigador tem de ser um professor reflexivo (...)”. No entanto esta condição não é suficiente, uma vez que “(...) na investigação a reflexão é necessária mas não basta”, pois “(...) a qualidade e a natureza da reflexão são mais importantes do que a sua simples ocorrência.” (p. 34). Só assim é que o educador/professor “(...) consegue explicitar diferentes aspectos do seu conhecimento tático” (Oliveira & Serrazina, 2002, p. 40).

Stenhouse (1975) citado por Oliveira e Serrazina (2002), evoca quatro aspetos que o profissionalismo do professor investigador envolve:

- O empenhamento para o questionamento sistemático do próprio ensino como uma base para o desenvolvimento;
- O empenhamento e as competências para estudar o seu próprio ensino;
- A preocupação para questionar e testar teoria na prática fazendo uso dessas competências;
- A disponibilidade para permitir a outros professores observar o seu trabalho - directamente ou através de registos e discuti-los numa base de honestidade.

(p. 34)

Deste modo, os professores ao atuarem como investigadores conseguem realizar o seu trabalho, bem como observarem-se a si próprios de forma distante das situações problemáticas, sendo por sua vez capazes de aumentar as suas perspetivas acerca do que acontece na sua realidade de ensino (Bogdan & Biklen, 1994).

O papel que desempenhei ao longo da Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e 1.º Ciclo teve como base o assumir do papel de professor-investigador que

Stenhouse caracteriza. Serrazina e Oliveira (2001) mencionam que o termo professor-investigador encontra-se diversas vezes associado ao de investigação-ação, sendo por sua vez, considerado por Coutinho *et al* (2009) que a investigação-ação é a metodologia do professor. Ponte (2002) concorda com a ideia supracitada, afirmando que o conceito de investigação-ação se encontra muito próximo do de investigação sobre a prática. Portanto, é de salientar que esta investigação foi desenvolvida de acordo com a metodologia de investigação-ação, que possibilitou a recolha de dados, a análise, a compreensão, a reflexão e a adequação da minha prática educativa no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos através da exploração de padrões.

Deste modo torna-se essencial compreender e aprofundar em que consiste a investigação-ação. Com base na revisão bibliográfica realizada e de acordo com diferentes autores, tem-se tornado difícil definir o que é a investigação-ação, devido às diversas perspectivas em que pode ser utilizada (Coutinho *et al*, 2009). No entanto, pode constatar-se que se trata de uma metodologia de investigação através da qual se pretende adquirir informação e conhecimento para ser colocado em prática pelo próprio professor/investigador que a realiza (Arends, 1995). Ponte (2002) acrescenta que a metodologia de investigação-ação “(...) envolve uma preocupação de intervenção imediata (...)” (p. 7). De acordo com Coutinho *et al* (2009), esta é uma metodologia que inclui “acção (ou mudança) e investigação (ou compreensão) (...) utilizando em paralelo um processo cíclico ou em espiral, que alterna entre acção e reflexão crítica” (Coutinho *et al*, 2009, p. 360). A investigação-ação “constitui uma metodologia que pretende enfrentar uma situação, ou um problema real, num diálogo constante com essa realidade para que possa compreendê-la e ir encontrando os melhores caminhos ou soluções” (Leite, 2003, p. 103). Neste sentido, o principal na investigação-ação é a reflexão que o professor faz da sua prática que, por sua vez contribui para a resolução dos problemas que enfrenta, bem como para a introdução de alterações na prática e para a planificação dessa prática (Coutinho *et al*, 2009). Mesquita-Pires (2010) acrescenta que esta metodologia de investigação implica o diálogo entre a teoria e a prática.

Deste modo, pode afirmar-se que o que identifica e caracteriza melhor esta metodologia de investigação é o facto de se tratar de uma “metodologia de pesquisa, essencialmente prática e aplicada, que se rege pela necessidade de resolver problemas reais.” (Coutinho *et al*, 2009, p. 361). Embora esta seja uma das características

principais da investigação-ação, diversos autores destacam cinco características que identificam a metodologia em questão: participativa e colaborativa, uma vez que envolve todos os intervenientes do processo; prática e interventiva, dado que não se limita ao campo da teoria; cíclica, uma vez que as descobertas iniciais geram novas possibilidades de mudança que são utilizadas e avaliadas num novo ciclo; crítica, pois os agentes da mudança atuam de forma crítica e autocrítica; e auto-avaliativa, porque as modificações ocorridas encontram-se em constante avaliação, com fim à produção de novos conhecimentos (Coutinho *et al*, 2009).

Nesta metodologia é essencial a atitude de valorização de regulação das práticas pelo professor-investigador, pois a investigação-ação envolve o planeamento, a atuação, a observação e a reflexão mais cuidadosa do que é habitual, ou seja, daquilo que se faz no dia-a-dia, com o intuito de melhorar as práticas e melhorar o conhecimento das próprias práticas (Coutinho *et al*, 2009). Máximo-Esteves (2008) menciona que a investigação-ação ocorre segundo um processo dinâmico, interativo e aberto, possibilitando a execução de reajustes necessários resultantes das circunstâncias e dos fenómenos. A autora retoma de Fisher (2001) cinco operações que ocorrem ao longo do processo de investigação-ação, sendo estas as seguintes: i) planear com flexibilidade; ii) agir; iii) refletir; iv) avaliar/validar; e v) dialogar. Embora estas sejam as fases pela qual a investigação-ação passa, é importante salientar que diversas vezes não ocorrem como foram previamente previstas, sendo essencial compreender que “não é acção que deve obedecer a um plano prescritor de regras definitivas, pelo contrário, o plano é que tem de ser reajustado, sempre que as derivas da acção ocorram de forma não planeada” (Máximo-Esteves, 2008, p. 82).

Assim, em forma de síntese, o educador/professor, com o intuito de melhorar constantemente as suas práticas educativas, necessita de observar, planear, agir, investigar, refletir, avaliar e dialogar, sendo este um processo que ocorre de forma cíclica ou espiral com fim ao aperfeiçoamento constante da sua própria prática. Torna-se ainda essencial que os investigadores estabeleçam, continuamente, conexões entre a teoria e a prática desenvolvida num determinado contexto, uma vez que as práticas desenvolvidas num determinado contexto são diferentes daquelas que são desenvolvidas noutra, dado que existem especificidades dos diferentes contextos que implicam que o

educador/professor se envolva, reflita e compreenda as necessidades e possibilidades de cada um, melhorando deste modo as suas práticas educativas.

Por tal, adotou-se nesta investigação a metodologia de investigação-ação, com o enfoque de compreender como se pode apoiar o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos com base na exploração de padrões, e que características da intervenção didática realizada se tornam relevantes para o sucesso desse desenvolvimento.

Caracterização dos contextos de investigação

Nesta secção do capítulo três irei caracterizar os diferentes contextos de intervenção onde foi realizada a presente investigação, nomeadamente o grupo do Pré-Escolar e a turma do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. As caracterizações que se seguem têm por base as observações realizadas; os diálogos estabelecidos com a educadora e a professora cooperante; as conversas informais com as auxiliares e professoras de apoio; o Projeto Educativo da Escola; o Plano Curricular de Grupo, no que se refere ao Pré-Escolar e o Plano de Atividades da Turma no que diz respeito ao 1.º Ciclo.

Pré-Escolar – O grupo

A investigação no contexto de Pré-Escolar ocorreu entre fevereiro e maio de 2014, com um grupo de 20 crianças com idades compreendidas entre os três e os seis anos. O grupo em questão era heterógeno a nível da idade, dado que continha crianças com três, quatro, cinco e seis anos. De acordo com as OCEPE (1997), a heterogeneidade, ao nível da idade, é facilitadora do desenvolvimento e da aprendizagem. No sentido de analisar o grupo relativamente ao número de crianças, sexo e idade, apresento a tabela n.º1.

É de referir que as idades das crianças presentes na tabela que se segue dizem respeito à data do fim da PES em Pré-Escolar (30 de maio de 2014).

Tabela 1: Distribuição das crianças por idade e por sexo

Idade \ Sexo	3 anos	4 anos	5 anos	6 anos	Total
Masculino	1	0	3	6	10
Feminino	0	1	5	4	10
Total	1	1	8	10	20

A análise da tabela n.º1 permite afirmar que o grupo era heterogéneo a nível de sexo, existindo a mesma quantidade de crianças do sexo masculino e feminino. No que diz respeito às idades, a maioria tinha seis anos, logo seguido do grupo com cinco anos, sendo portanto um grupo constituído por crianças mais velhas, o que permitiu fazer um trabalho menos elementar relativamente à abordagem da Matemática no Pré-Escolar. Torna-se ainda importante referir que havia uma criança com Perturbação do Espectro do Autismo (seis anos) e uma criança com Trissomia 21 (cinco anos).

No que concerne à equipa educativa, esta era constituída pela educadora e por duas auxiliares, estando uma das auxiliares presente na sala apenas no período da manhã, entre as 10h e as 11h30m. Às quintas-feiras, entre as 13h30m e as 15h30m, estava presente na sala uma terapeuta da fala que acompanhava a criança com Trissomia 21. Dentro do grupo, seis crianças permaneciam com a educadora há dois anos, e as restantes tinham entrado para aquela sala no presente ano letivo.

No que se refere ao contexto familiar das crianças, tendo em conta o Projeto Curricular de Grupo, uma criança não vivia com os progenitores (vivia com os avós) e uma vivia com a mãe, estando aos fins de semana com o pai. De um modo geral, as famílias das crianças envolviam-se na vida escolar dos seus educandos, havendo um apoio essencial ao nível do material, das atividades desenvolvidas na sala, bem como outros projetos iniciados no grupo e cujas famílias eram indispensáveis para a sua concretização.

Relativamente aos conhecimentos matemáticos das crianças, pode afirmar-se que era um grupo bastante heterogéneo, uma vez que havia crianças muito interessadas em realizar qualquer tarefa matemática, outras que, apesar de algumas dificuldades

reveladas, interessavam-se e mostravam-se empenhadas e outras que não demonstravam qualquer interesse e vontade em realizar tarefas relativas à área da Matemática. Contudo, era um grupo constituído por crianças muito trabalhadoras, responsáveis e interessadas no trabalho que lhes era proposto, o que se traduziu favoravelmente na sua atitude de curiosidade e empenhamento relativamente à intervenção didática que lhes propus.

1.º Ciclo do Ensino Básico - A turma

A presente investigação foi também desenvolvida no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo realizada entre setembro e dezembro de 2014, numa turma de 1.º ano. A turma em questão era constituída por vinte alunos, sendo sete do sexo masculino e treze do sexo feminino. Ao nível da idade, era uma turma totalmente homogénea, uma vez que todos os alunos tinham 6 anos. É importante referir que havia um aluno com perturbação do Espectro do Autismo.

Note-se que nove destes alunos eram provenientes do grupo de Pré-Escolar que descrevi anteriormente, com o qual realizei também esta investigação. Os restantes alunos frequentavam outros jardins-de-infância da cidade, havendo apenas um que não frequentou nenhum jardim-de-infância. A maioria provinha de um meio sócio-económico médio, havendo uma reduzida taxa de alunos provenientes de meios sócio-económicos baixos.

A turma em questão era muito dinâmica, constituída por alunos bastante participativos que gostavam de partilhar, com os outros, as suas ideias e conhecimentos, bem como trabalhar de forma cooperada, desenvolvendo progressivamente o espírito de interajuda. De um modo geral era um grupo atento, participativo e interessado na sua própria aprendizagem, demonstrando progressivamente um grande crescimento.

Ao nível cognitivo, como referi anteriormente, a turma era constituída por alunos interessados que, por sua vez evidenciavam o gosto pela descoberta, mostrando-se empenhados nas diversas atividades que lhes eram propostas. Ao longo do estágio foi possível criar um clima em que os conhecimentos prévios dos alunos eram partilhados e as capacidades e os ritmos de aprendizagem de cada um eram respeitados, o que por sua

vez levou ao aumento do interesse e da disponibilidade em aprender por parte dos alunos. Desta forma, foi possível constatar que a grande maioria dos alunos já tinham adquirido alguns conhecimentos básicos da área da Matemática, desejáveis na entrada para o 1.º Ciclo e que se encontram mencionados nas OCEPE e nas Metas de Aprendizagem. No entanto, um pequeno grupo de alunos denotava algumas lacunas a este nível.

No que concerne às diferentes tarefas e situações problemáticas propostas ao grupo, no âmbito da investigação realizada, foi notório que alguns alunos, em específico os pertencentes ao grupo de Pré-Escolar onde a investigação se iniciou, já tinham alguns conhecimentos sobre os padrões. Este aspeto tornou-se uma mais-valia para o grupo, para aprendizagens dos alunos e para a investigação em curso. Para o grupo e para as aprendizagens dos alunos, uma vez que possibilitou a partilha de conhecimentos entre alunos, sendo que aqueles que já tinham adquirido alguns conhecimentos, partilharam-nos com os colegas, esclarecendo-os nas diversificadas dúvidas e incertezas existentes. Foi também uma mais-valia para a investigação, dado que possibilitou observar se o trabalho que fora realizado anteriormente com as crianças do Pré-Escolar, foi consistente e se proporcionou aprendizagens e aquisições que permaneceram nos alunos. Permitiu ainda retirar informações sobre a forma como as crianças do Pré-Escolar que transitaram para a turma em questão, caracterizavam os padrões de repetição e expressavam os seus conhecimentos e pensamentos sobre os mesmos. Neste sentido, houve a possibilidade de averiguar as evoluções destes alunos, bem como compreender em que medida é que o trabalho anteriormente realizado teve implicações no trabalho seguinte.

É importante salientar que os alunos demonstraram sempre uma grande disponibilidade, interesse e vontade em resolver as tarefas de exploração de padrões que lhes eram propostas, havendo um contexto favorável para a realização da intervenção didática.

Fundamentos da intervenção didática

As intervenções realizadas no âmbito da presente investigação foram principiadas com a observação e a análise dos contextos educativos. As observações realizadas possibilitaram orientar e estruturar a minha prática educativa, dado que permitiram adequar as práticas aos contextos, aos interesses, às necessidades, às competências e aos conhecimentos das crianças e alunos. Neste sentido, a estruturação da minha intervenção teve como base a elaboração de planificações, as quais delineavam a estrutura, a concretização e a avaliação das tarefas propostas, sendo que por sua vez a sua concretização teve sempre em consideração as observações que fui realizando ao longo da intervenção e investigação.

Deste modo, é importante salientar que as observações realizadas foram fundamentais para a adequação da minha prática educativa perante as reações das crianças e dos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que a minha postura foi sendo alterada à medida que ia conhecendo melhor o grupo e a turma. As adequações e alterações, progressivas, da minha prática pedagógica possibilitaram que a investigação realizada tivesse uma maior consistência.

A planificação das tarefas propostas às crianças e alunos envolveram um trabalho antecipado com a educadora e com a professora cooperante, no sentido de explicitar os objetivos das tarefas e a forma como estas iriam ser apresentadas e propostas ao grupo e à turma. Este momento de cooperação, de partilha e de interajuda entre mim e a educadora e a professora cooperante possibilitou um maior envolvimento dos membros da equipa educativa no desenvolvimento das tarefas, permitindo que todos os membros tivessem os mesmos objetivos perante as propostas apresentadas às crianças/ alunos.

Princípios da intervenção no Pré-Escolar

A intervenção didática no contexto de Pré-Escolar foi pensada, planeada e projetada, com o intuito de ir ao encontro de uma “pedagogia estruturada”, que “implica uma organização intencional e sistemática do processo pedagógico, exigindo que o

educador planeie o seu trabalho e avalie os processos e os efeitos no desenvolvimento e na aprendizagem das crianças” (OCEPE, 1997, p. 18). A planificação das diferentes tarefas e situações problemáticas propostas foram estruturadas e projetadas tendo em conta também os interesses, os conhecimentos e as necessidades das crianças.

A organização do grupo durante a execução das tarefas propostas foi diversificada, tendo estas sido desenvolvidas em grande grupo, em pequeno grupo e a pares. As diferentes organizações do grupo tiveram como objetivo favorecer um clima de socialização, autonomia e cooperação, contemplando de forma equilibrada os “(...) os diversos ritmos e tipos de actividade, em diferentes situações (...)” (OCEPE, 1997, p. 40). Neste sentido e de acordo com as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar “O educador alarga as oportunidades educativas, ao favorecer uma aprendizagem cooperada em que a criança se desenvolve e aprende, contribuindo para o desenvolvimento e aprendizagem de outras” (1997, p. 36).

Contudo, a planificação estruturada do tempo educativo foi essencial, de forma a permitir a existência de momentos de trabalho em grande grupo, pequeno grupo e a pares, potencializando sempre um clima de cooperação e de interajuda, bem como possibilitando a existência de interações criança-criança e adulto-criança que sejam benéficas e significativas para o desenvolvimento de cada criança.

Ao longo da investigação foram sempre valorizados os conhecimentos prévios das crianças, no sentido de conhecer e compreender quais as suas conceções. Tal ocorreu com o intuito de, através do diálogo, da partilha de conhecimentos e da experiência, a criança conseguisse construir um conhecimento estruturado, consolidando as suas aprendizagens.

Deste modo, ao longo da investigação foi visível a interação, a partilha de conhecimentos e a cooperação entre as crianças, o que permitiu o desenvolvimento e a construção de interações sociais, a aquisição de diversificadas aprendizagens, e o desenvolvimento da comunicação e do pensamento algébrico.

Princípios da intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico

A intervenção didática no contexto de 1.º Ciclo, em específico com a turma do 1.º ano, foi pensada e projetada tendo como base as observações realizadas ao longo do estágio. Embora as observações tivessem sido essenciais ao longo da intervenção, o processo e as estratégias de ensino-aprendizagem foram sendo construídos por mim e pela professora cooperante progressivamente, havendo uma adaptação constante da intervenção didática utilizada. Importa salientar que apesar de estar em vigor o Programa e Metas Curriculares de Matemática homologado em junho de 2013, foram adotados os princípios metodológicos orientadores do Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), uma vez que o programa de 2013 dá a possibilidade ao professor de usar as metodologias que este entender.

Deste modo, tendo em consideração que a turma na qual ocorreu a intervenção pertencia ao 1.º ano, a formação dos alunos, a sua atitude perante a disciplina de Matemática, o desenvolvimento das suas capacidades transversais, a aquisição de informação, conhecimentos e experiências matemáticas e a integração em diversificados contextos dependeria da abordagem e das estratégias de ensino-aprendizagem nas quais iria basear a minha intervenção didática. Neste sentido, a minha intervenção partiu inicialmente dos diálogos estabelecidos com a professora cooperante. As observações dos alunos tornaram-se também essenciais tanto no início, como ao longo do estágio, uma vez que me permitiram atestar quais as necessidades, interesses e conhecimentos dos alunos. Todavia as observações, as reações dos alunos e o progresso das suas aprendizagens foram também aspetos fundamentais que possibilitaram a constante adaptação e adequação da minha intervenção.

A primeira tarefa de exploração de padrões proposta aos alunos iniciou-se com um breve diálogo de troca de ideias e de informações. Ao longo das diversas propostas feitas aos alunos houve um processo de evolução de apresentação e explicitação das tarefas em questão. Numa primeira fase, esclareceu-se o que se pretendia com a resolução das tarefas, referindo-se que estas iriam apresentar uma situação problemática que os alunos deveriam tentar resolver, em pequenos grupos e com um tempo estipulado, sendo que no final deveriam explicar e apresentar aquilo que realizaram. Numa segunda fase, o enunciado da tarefa era lido em grande grupo, focando-se as

informações essenciais e pedindo a um dos alunos que explicasse a tarefa proposta. Numa última fase apenas era lido o enunciado em grande grupo, passando logo de seguida para a resolução da tarefa e posteriormente para a apresentação e sistematização. Constatou-se que os alunos compreenderam rapidamente as etapas pretendidas durante a resolução das tarefas propostas, bem como a organização do grupo e do tempo.

As estratégias utilizadas tinham como objetivo que os alunos conseguissem, progressivamente, interpretar o enunciado das tarefas, retirar as informações pertinentes e compreender qual a questão problemática a resolver, uma vez que “o aluno deve (...) interpretar e resolver tarefas matemáticas sozinho (...)” (Ponte *et al.*, 2007, p. 10). Para além destes aspetos importantes no primeiro contacto com a tarefa proposta, as estratégias utilizadas tinham também como intuito que os alunos desenvolvessem o pensamento algébrico, a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação Matemática.

Progressivamente tornou-se evidente o interesse, a vontade e a satisfação dos alunos na resolução das tarefas propostas, bem como o desenvolvimento da capacidade de trabalhar em grupo, fomentando o espírito de cooperação, partilha e interajuda.

O desenvolvimento das tarefas de exploração de padrões propostas aos alunos foi ao encontro das características do modelo de ensino exploratório da Matemática (Canavarro, 2011; Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012), dado que a sua resolução pretendia estimular o pensamento flexível dos alunos e a capacidade de recorrer a diversificadas estratégias de resolução. Ao longo das resoluções das tarefas foi sempre valorizado o percurso dos grupos para chegar à resolução, independentemente do produto, ou seja, foi sempre reconhecido a tentativa dos alunos resolverem a tarefa e explicarem e comunicarem aos colegas o seu pensamento em detrimento do resultado obtido. A comunicação, do pensamento matemático e das estratégias utilizadas, aos restantes colegas tornou possível a discussão, a alteração, a consolidação e o aprofundamento dos seus conhecimentos.

É essencial salientar que as apresentações, as discussões e as sistematizações das tarefas propostas eram realizadas em grande grupo. Deste modo, de acordo com Ponte *et al.* (2007), o trabalho em grande grupo é também “(...) muito importante para proporcionar momentos de partilha e discussão bem como para a sistematização e

institucionalização de conhecimentos e ideias matemáticas, devendo o professor criar condições para uma efectiva participação da generalidade dos alunos nestes momentos de trabalho.” (p. 10).

Neste sentido, as tarefas propostas foram pensadas, planeadas e projetadas de forma minuciosa, com o intuito de ir ao encontro dos interesses e necessidades dos alunos e de desenvolver o maior número de aprendizagens possíveis. Portanto, as tarefas foram planeadas previamente, antecipando as dúvidas e questões dos alunos; as possíveis resoluções apresentadas pelos grupos; as diversificadas formas de sistematização das tarefas e a previsão da organização do grupo e do tempo. Deste modo, a escolha cuidadosa e a planificação detalhada das diversas tarefas propostas à turma tiveram como objetivo proporcionar “(...) um percurso de aprendizagem coerente (...)” (Ponte *et al.*, 2007, p. 11).

Ao longo da investigação tornou-se evidente os progressos dos alunos em relação às estratégias apresentadas, ao desenvolvimento do pensamento algébrico e à compreensão, apropriação e conhecimento das características inerentes aos padrões, assim como foi possível constatar a sua evolução ao nível da comunicação oral e escrita.

Descrição e intencionalidade das tarefas

O conjunto das tarefas propostas foi elaborado com o intuito de criar condições para as crianças e os alunos desenvolverem o pensamento algébrico através da exploração de padrões. A resolução de tarefas de exploração de padrões permitiu efetuar uma abordagem transversal aos diferentes temas/domínios da Matemática, assim como desenvolver nas crianças e nos alunos capacidades transversais.

Em seguida, é apresentada a descrição de todas as tarefas desenvolvidas nos dois contextos educativos onde decorreu a investigação, incidindo com especial atenção na sua intencionalidade. Numa primeira subsecção serão apresentadas as tarefas desenvolvidas no Pré-Escolar e, em seguida, as concretizadas no 1.º Ciclo.

As tarefas no Pré-Escolar

As tarefas propostas foram apresentadas às crianças no seguimento da aferição dos seus conhecimentos, interesses e necessidades, que tiveram como base processos de observação, de forma a possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico. A tabela 2 apresenta o nome das tarefas desenvolvidas no contexto de Pré-Escolar, assim como a sua calendarização, sendo de notar que este trabalho se desenvolveu de forma mais concentrada no horizonte de quatro semanas.

Tabela 2: Tarefas de investigação em Pré-Escolar

Tarefa	Calendarização
A minhoca	24/4/2014
A primavera	2/5/2014
A música e os padrões	8/5/2014
A estrela e o Sol	8/5/2014
Quadrados e triângulos	14/5/2014

Seguidamente apresenta-se uma descrição e os objetivos de cada uma das tarefas propostas em contexto de Pré-Escolar, bem como os recursos disponibilizados às crianças para a sua exploração. Será evidente o enfoque no desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças através do contacto e da exploração de padrões de repetição. Optou-se por adotar apenas este tipo de padrão atendendo à idade das crianças, uma vez que os padrões de crescimento poderiam tornar-se demasiado complexos. Relativamente aos padrões, procurou explorar-se diversos aspetos, desde a identificação do motivo que se repete, à procura de termos próximos e de termos longínquos e à contagem de termos e de motivos presentes em padrões com um número limitado de termos. Foram também usados padrões subjacentes em vários contextos, e com diversos recursos que permitem uso de representações múltiplas pelas crianças.

Tarefa: A minhoca

A tarefa *A minhoca* foi proposta a um pequeno grupo de cinco crianças e tinha como intencionalidade que as crianças conseguissem identificar a existência de uma

regularidade e, por sua vez, reconhecessem e completassem os padrões apresentados. Deste modo, o desenvolvimento da tarefa tinha como objetivos:

- Reconhecer padrões de repetição;
- Completar diferentes padrões de repetição com um número limitado de termos;
- Completar padrões com motivos com dois, três e cinco termos;
- Verbalizar o motivo dos padrões apresentados.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Tiras de papel com 22 círculos contendo onze pintados, de acordo com um determinado padrão, e onze em branco (Figura 2);
- Lápis de cor.

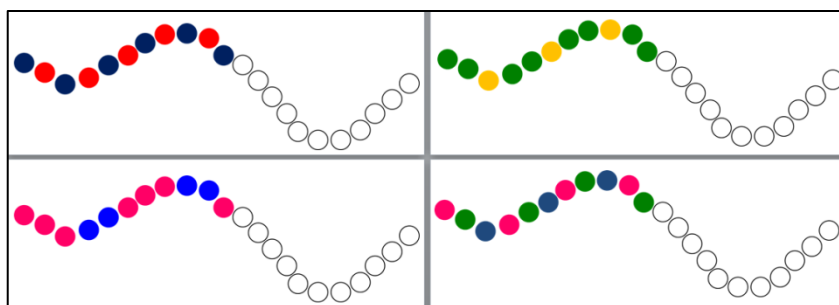


Figura 2: Tiras de papel, com diferentes padrões por completar, facultadas às crianças.

Tarefa: A primavera

A tarefa *A primavera* realizou-se em grande grupo e tinham como intuito verificar se as crianças conseguiam completar padrões em ambas as direções, ou seja, para a direita e para a esquerda. Pretendia-se ainda averiguar se as crianças eram capazes de descobrir termos escondidos e justificar as suas descobertas ou inferências. A planificação desta tarefa tinha como objetivos que as crianças conseguissem:

- Reconhecer padrões de repetição;
- Completar padrões de repetição para a esquerda e para a direita;
- Identificar e verbalizar o motivo dos padrões apresentados;
- Descobrir termos escondidos em padrões de repetição;
- Justificar e explicar as descobertas feitas em específico, dos termos escondidos dos padrões.

Recurso utilizado na exploração da tarefa:

- Cartões com imagens de insetos e flores.

Tarefa: A música e os padrões

A tarefa *A música e os Padrões* surgiu da necessidade das crianças construírem padrões, assim como verificarem que estes não existem apenas em imagens, sendo também passíveis de encontrar na música ou em outras áreas. Para além destes aspetos pretendia-se que as crianças começassem a utilizar a representação simbólica, começando a associar a símbolos termos do padrão, neste caso sons do corpo. Assim, o desenvolvimento desta tarefa e tinha como objetivos:

- Criar e reproduzir padrões de repetição, através de sons com o corpo;
- Escolher os termos desejados (sons com o corpo) para construir os padrões;
- Associar aos termos escolhidos símbolos;
- Decidir o motivo dos padrões;
- Escrever em linguagem simbólica os padrões construídos;
- Reproduzir os padrões sonoros construídos através da leitura da representação simbólica do padrão.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Quadro de giz;
- Giz.

Tarefa: A estrela e o sol

A tarefa *A estrela e o sol* realizou-se com um pequeno grupo de quatro crianças e apresentava a possibilidade de completar padrões que tinham determinados termos escondidos. Tinha ainda como intencionalidade permitir que as crianças utilizassem a linguagem simbólica para verbalizar e identificar os padrões facultados. A tarefa referida tinha o propósito de:

- Reconhecer e completar padrões de repetição;
- Descobrir termos escondidos nos padrões de repetição apresentados;

- Identificar e verbalizar o motivo dos padrões apresentados, através da linguagem simbólica;
- Associar símbolos aos diferentes termos do padrão;
- Identificar através da linguagem simbólica os padrões de repetição facultados.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Tiras de papel com os padrões apresentados (Figura 3);
- Lápis de cor;
- Lápis de carvão.



Figura 3: Tiras de papel com os padrões apresentados às crianças.

Tarefa: Quadrados e triângulos

A tarefa *Quadrados e triângulos* realizou-se com um pequeno grupo de quatro crianças e tinha como intuito permitir que construíssem padrões com um número limite de termos e os descrevessem através da linguagem simbólica. Deste modo, a referida tarefa tinha como objetivos:

- Construir padrões de repetição;
- Escolher os termos desejados para construir os padrões;
- Decidir e construir o motivo dos padrões;
- Verbalizar os motivos dos padrões, através da linguagem simbólica;
- Construir os padrões de repetição desejados até ao 20.º termo.

Recurso utilizado na exploração da tarefa:

- Formas geométricas em cartolina (quadrados, triângulos e círculos).

As tarefas no 1.º Ciclo do Ensino Básico

As tarefas propostas aos alunos do 1.º ano, no âmbito da investigação, foram ao encontro dos seus conhecimentos, interesses e necessidades, de forma a possibilitar aprendizagens ricas e significativas. Neste sentido, o conjunto de tarefas proposto apresenta, progressivamente, um aumento do grau de complexidade, com o intuito de os alunos desenvolverem continuamente o pensamento algébrico, compreendendo a utilidade e as características dos padrões.

Na tabela 3, que se segue, são apresentadas as tarefas propostas aos alunos do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico e a respetiva calendarização.

Tabela 3: Tarefas de investigação em 1.º Ciclo do Ensino Básico

Tarefa	Calendarização
Quadrinhos azuis e vermelhos	10/11/2014
A música e os padrões	14/11/2014
A minhoca	18/11/2014
Adivinha! Triângulo ou quadrado?	19/11/2014
Meninos e Meninas	26/11/2014
Descobrir o motivo	3/12/2014
Azulejos da cozinha	4/12/2014
Os acessórios da Dona Antónia	12/12/2014
Construção de padrões natalícios	16/12/2014

Em seguida é apresentada a descrição e os objetivos de cada uma das tarefas propostas e desenvolvidas no contexto de 1.º Ciclo, assim como os recursos disponibilizados aos alunos para a exploração das referidas tarefas. Tornar-se-á evidente o enfoque no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos através da exploração de padrões de repetição. No 1.º Ciclo optou-se, novamente, apenas por este tipo de padrão pelo facto de os alunos pertencerem ao 1.º ano e, por isso, havia a necessidade de trabalhar e explorar, primeiramente e de forma consistente, os padrões de repetição, para que eles adquirissem conhecimentos que lhes permitissem

compreender e utilizar, posteriormente, outro tipo de padrões. Deste modo procurou-se explorar diferentes aspetos, nomeadamente a identificação do motivo, a descoberta de termos próximos e longínquos e a descoberta do número de termos diferentes e do número de motivos existentes em padrões limitados. Foram propostas tarefas que permitiam o uso de padrões em diversos contextos e com diferentes recursos, que possibilitam o uso de representações múltiplas pelos alunos.

A planificação e execução das tarefas supracitadas ocorreram de acordo com as características do método de ensino exploratório da Matemática, que contempla quatro etapas. A primeira etapa diz respeito à introdução da tarefa, seguidamente segue-se o desenvolvimento da tarefa em pequenos grupos, posteriormente a discussão em grande grupo e, por fim a sistematização das aprendizagens matemáticas. Para cada uma das tarefas, o enunciado era projetado no quadro branco ou interativo, seguindo-se de uma leitura para a turma. Após a leitura do enunciado da tarefa, este era interpretado em grande grupo e pedido a alguns alunos que explicassem por palavras suas o que o mesmo solicitava. No caso de algum aluno evidenciar alguma dúvida, pedia-se aos restantes que tentassem esclarecer o colega. Por fim, os alunos organizavam-se em grupos e era distribuído a cada grupo uma folha branca, na qual deveriam registar as suas resoluções.

Ao terminar a leitura do enunciado e esclarecimento de dúvidas acerca do que se pretendia, os alunos dispunham de 30 a 40 minutos para resolver a tarefa matemática proposta. Seguidamente decorria a apresentação e discussão as resoluções de cada grupo. As resoluções eram coladas com íman no quadro, com o intuito de todos os alunos as conseguirem visualizar, bem como para servir de suporte à apresentação, à confrontação dos resultados obtidos e dos pensamentos utilizados por cada grupo. Após a fase de apresentação e discussão da tarefa era efetuada a sistematização das aprendizagens matemáticas.

A organização e o modo de trabalho desenvolvido e utilizado na sala de aula permitiu que os alunos, aprendessem a trabalhar em grupo, desenvolvendo progressivamente o espírito de cooperação e interajuda, partilha conhecimentos e pensamentos. Assim como, permitiu que os alunos tomassem consciência de que existem diversas estratégias, processos e representações das resoluções das tarefas propostas e que os raciocínios matemáticos poderão ser diferentes uns dos outros.

Em seguida, são descritas as tarefas propostas e desenvolvidas no contexto de 1.º Ciclo, bem como apresentados os respetivos objetivos de cada uma. Será evidente o enfoque no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos através da exploração de padrões.

Tarefa: Quadrinhos azuis e vermelhos

A tarefa *Quadrinhos azuis e vermelhos* permitiu que os alunos, em grande grupo, identificassem as características dos padrões de repetição e com, base na construção desse conhecimento completassem e construíssem padrões. Deste modo, a referida tarefa tinha como objetivos:

- Identificar as características dos padrões de repetição;
- Construir e completar padrões;
- Identificar o motivo do padrão construído, utilizando a linguagem natural e a representação icónica;
- Descobrir o número de motivos e termos existente no padrão construído.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Quadrados de diversas cores em esponja;
- Lápis e canetas;
- Folhas brancas;
- Quadro de giz e giz.

Tarefa: A música e os padrões

A tarefa *A música e os padrões* tinha como intuito que os alunos construíssem padrões com sons reproduzidos com o seu próprio corpo, bem como utilizassem a representação simbólica para os registar. Pretendia-se ainda que os alunos compreendessem que os padrões também estão presentes na música, bem como em diversas áreas. Deste modo, esta tarefa tinha como objetivos:

- Criar e reproduzir padrões de repetição, através de sons do corpo;
- Escolher os termos (sons do corpo) e o motivo do padrão desejado;
- Decidir o número de motivos existentes no padrão construído;

- Escrever em linguagem simbólica os padrões;
- Identificar o motivo dos padrões construídos através da linguagem simbólica;
- Reproduzir os padrões musicais construídos através da leitura da representação simbólica destes.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Lápis e canetas;
- Folhas brancas;
- Quadro de giz e giz.

Tarefa: A minhoca

A tarefa *A minhoca* foi desenvolvida segundo duas fases. Na primeira pretendia-se que os alunos completassem padrões com um número limitado de termos e identificassem o motivo desses padrões. A segunda fase da tarefa tinha como intencionalidade que os alunos construíssem padrões, identificassem o motivo desses padrões e descobrissem termos próximos. Deste modo, a referida tarefa tinha como objetivos:

- Construir padrões de repetição com formas geométricas;
- Completar padrões com um número limite de termos;
- Identificar e registar o motivo dos padrões;
- Investigar e descobrir termos próximos;
- Questionar os colegas acerca das características dos padrões construídos e verificar a veracidade das respostas;
- Explicar e justificar as suas ideias e respostas, utilizando a linguagem natural.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Tiras de papel com 22 círculos contendo onze pintados, de acordo com um determinado padrão, e onze em branco. (Figura 4);
- Formas geométricas em cartolina;
- Folhas de cartolina para colar os padrões construídos.
- Cola;
- Lápis;

- Quadro de giz e giz.

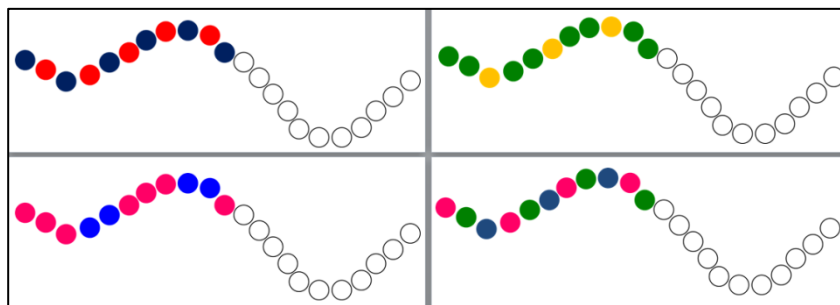


Figura 4: Tiras de papel, facultadas aos alunos, com padrões incompletos.

Tarefa: Adivinha! Triângulo ou quadrado?

A tarefa *Adivinha! Triângulo ou quadrado?* tinha como intuito que os alunos construíssem padrões com formas geométricas. Esses padrões teriam que ter termos misteriosos, ou seja termos escondidos, para que os seus colegas descobrissem. Deste modo, a presente tarefa tinha como objetivos:

- Construir padrões de repetição com termos escondidos;
- Descobrir termos escondidos dentro de um padrão de repetição;
- Identificar o motivo dos padrões apresentados;
- Explicar e justificar as suas ideias e descobertas, utilizando a linguagem natural;

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Formas geométricas de diferentes cores em cartolina (triângulos e quadrados);
- Tiras de cartolina para colar os padrões construídos;
- Cola;
- Quadro de giz e giz.

Tarefa: Meninos e meninas

A tarefa *Meninos e meninas* tinha como intuito que os alunos resolvessem uma situação problemática que é passível de ocorrer no seu quotidiano. Pretendia-se que descobrissem o número de meninos e meninas que pertenciam a um grupo musical. Com esta tarefa desejava-se que os alunos conseguissem:

- Identificar o motivo do padrão;

- Investigar e descobrir termos próximos;
- Investigar e descobrir o número de termos diferentes e de motivos existentes dentro de um padrão com um número de termos limitado;
- Utilizar a representação simbólica;
- Expressar e justificar, oralmente e por escrito os seus pensamentos e as estratégias utilizadas para alcançar os resultados obtidos;

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Folhas brancas;
- Lápis de carvão e lápis de cor;
- Quadro de giz e giz.

Tarefa: Descobrir o motivo

A tarefa *Descobrir o motivo* tinha como intuito que os alunos construíssem e descobrissem motivos que fossem passíveis de encaixar numa estrutura de um padrão, previamente facultada. Esta tarefa tinha como objetivos:

- Investigar e encontrar motivos que encaixassem na estrutura de um padrão, previamente facultada;
- Descobrir termos longínquos do padrão construído sem recorrer ao desenho total deste;
- Expressar em linguagem natural os resultados alcançados;
- Justificar e explicar as estratégias e os processos utilizadas ao longo da tarefa;
- Discutir sobre as soluções encontradas.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Folhas brancas;
- Lápis de carvão e lápis de cor;
- Quadro de giz e giz.

Tarefa: Azulejos da cozinha

A tarefa *Azulejos da cozinha* teve como finalidade que os alunos constatassem que os padrões estão presentes em diversos locais, objetos, entre outros. Pretendia-se também que os alunos resolvessem uma situação problemática passível de ocorrer no seu dia-a-dia, descobrindo quantas maçãs, pêras e uvas iriam estar nos azulejos numa das paredes de uma cozinha. Ao realizar esta tarefa desejava-se que os alunos conseguissem:

- Resolver problemas utilizando variadas estratégias e representações;
- Identificar o motivo do padrão;
- Investigar e descobrir o número de termos diferentes e de motivos existentes dentro de um padrão limitado;
- Explicar e justificar as relações e as generalizações encontradas;
- Discutir acerca das soluções encontradas.

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Fotografia de azulejo (Figura 5);
- Projetor e quadro interativo;
- Folhas brancas;
- Lápis de carvão e lápis de cor;
- Quadro de giz e giz.



Figura 5: Fotografia dos azulejos projetada no âmbito da tarefa *Azulejos da cozinha*.

Tarefa: Os acessórios da Dona Antónia

A tarefa *Os acessórios da Dona Antónia* expressava uma situação da vida real. Esta tarefa tinha como intuito estimular a descoberta do número de missangas diferentes que eram necessárias para construir três conjuntos de acessórios, sendo que cada

conjunto continha uma pulseira e um colar. Ao realizar esta tarefa desejava-se que os alunos conseguissem:

- Resolver situações problemáticas, tendo como base a utilização de diversas estratégias e representações;
- Identificar a existência de um padrão;
- Descobrir o número de termos diferentes necessários para construir três conjuntos de acessórios;
- Comparar e discutir acerca das soluções encontradas pelos diversos grupos;
- Explicar e justificar as relações e as generalizações encontradas;

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Colares e pulseiras (Figura 6);
- Folhas brancas;
- Lápis de carvão e lápis de cor;
- Quadro de giz e giz.

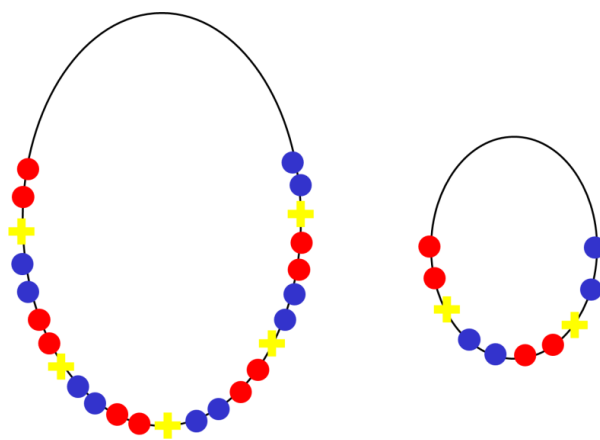


Figura 6: Colar e pulseira facultados aos alunos.

Tarefa: Construção de padrões natalícios

A tarefa *Construção de padrões natalícios* surgiu com o intuito de permitir que os alunos construíssem padrões com figuras representativas da época do Natal, decidissem o motivo desejado e o número de vezes que este se iria repetir. Deste modo, a referida tarefa tinha como objetivos:

- Construir padrões com termos natalícios;

- Escolher os termos desejados para construir o padrão;
- Escolher o motivo do padrão e o número de vezes que este se repete;
- Encontrar o número de termos diferentes necessários para construir o padrão desejado;
- Explicar e justificar as relações e as generalizações encontradas;

Recursos utilizados na exploração da tarefa:

- Imagens de figuras natalícias;
- Folhas brancas;
- Lápis de carvão e lápis de cor;
- Tesoura;
- Tiras de papel de cenário para colar os padrões construídos;
- Cola.

Recolha e análise dos dados

A recolha de dados

No decorrer da investigação procurei garantir a recolha de dados fiáveis essenciais para compreender, analisar e refletir acerca de como as crianças/alunos desenvolvem e expressam o pensamento algébrico através da exploração de padrões, ao executarem as diversas tarefas e situações problemáticas propostas no contexto de uma cultura de aula de natureza exploratória.

A recolha de dados pode recair sobre diversas técnicas, sendo que as mais usadas em investigações de natureza qualitativa, como a investigação-ação, são a observação, a entrevista e a análise de documentos (Ponte, 2002). Nesta investigação foi pertinente recorrer à observação e análise documental, como a seguir se descreve.

No que concerne à técnica de observação, posso mencionar que esta foi efetuada de forma direta, observando os comportamentos das crianças e alunos individualmente e em grupo, ao longo do desenvolvimento das tarefas de exploração de padrões. Desenvolvi uma observação “neutra” em determinados momentos, em específico

naqueles em que a minha intervenção não me permitira retirar mais dados, contudo a tipologia de observação participante foi a mais utilizada. A observação participante ocorreu em momentos em que era solicitada a minha ajuda, assim como em situações em que a minha intervenção se tornava pertinente para o desenvolvimento das aprendizagens das crianças/alunos e para a recolha de dados.

Os dados recolhidos através da técnica observação implicavam necessariamente o registo das informações retiradas, uma vez que havia a necessidade de me certificar que essas informações não se perdiam no esquecimento. Neste sentido, foram utilizados como instrumentos: o diário de bordo, fotografias e vídeos.

Ultimamente, a utilização de diários de bordo tem vindo a generalizar-se. “O investigador regista acontecimentos relevantes que vão surgindo no decurso do trabalho, bem como as ideias e preocupações que lhe vão surgindo”, sendo este um instrumento auxiliar para registar o que vem da observação (Ponte, 2002, p. 14). O diário de bordo para registar as notas diárias foi assim um instrumento de recolha de dados utilizado. Máximo-Esteves (2008) menciona que as notas diárias incluem “registos detalhados, descritos e focalizados do contexto, das pessoas, suas acções e interações (...), incluindo ainda material reflexivo, isto é notas interpretativas, interrogações, sentimentos, ideias, impressões (...)” (p. 88). O diário de bordo é o local onde se registam as notas diárias supracitadas, “representando o lado mais pessoal do trabalho de campo (...)” (Máximo-Esteves, 2008, p. 89).

As fotografias e os vídeos também foram instrumentos de recolha de dados utilizados durante a investigação. Durante os momentos de resolução das tarefas propostas utilizei estes instrumentos para registar através de imagens os trabalhos realizados pelas crianças/alunos, e através da gravação áudio as apresentações das resoluções das tarefas pelas crianças/alunos.

Estes instrumentos de recolha de dados demonstraram-se fundamentais, uma vez que me permitiam aceder às interações ocorridas de forma mais detalhada, possibilitando a observação de pormenores que nem sempre são visíveis nos contextos, evitando a perda de informações essenciais nas análises realizadas posteriormente. Bogdan e Biklen (1994) salientam a importância da fotografia na investigação de natureza qualitativa, referindo que “as fotografias dão-nos fortes dados descritivos (...) e são frequentemente analisadas indutivamente.” (p. 183). Por sua vez, Graue e Walsh

mencionam a importância da utilização do vídeo, afirmando que “o registo em vídeo de um acontecimento permite que o mesmo seja observado muitas vezes e é particularmente útil ao nível da microanálise.” (1998, p. 136).

No que diz respeito à técnica de análise documental utilizada ao longo da investigação posso afirmar que esta foi usada com o intuito de aceder a informações ou factos anteriores acerca dos contextos e das produções das crianças e alunos. Com base na técnica de análise documental foram recolhidas as produções das crianças e dos alunos e utilizado como instrumento as notas de campo.

Importa salientar que foi elaborado ao longo da investigação o caderno de formação que inclui as planificações e reflexões efetuadas no decorrer da minha intervenção em ambos os contextos, sendo que as reflexões são resultantes das notas de campos. Embora o caderno de formação não seja um instrumento de recolha de dados, foi um documento que analisei e que se insere na técnica de análise documental.

Os instrumentos de recolha de dados utilizados permitiram-me compreender como a investigação e ação educativa desenvolvidas estavam a decorrer, averiguar e avaliar o desenvolvimento e as aprendizagens das crianças/alunos, assim como melhorar as minhas próprias práticas educativas.

A análise dados

Durante a investigação foram realizadas diversas tarefas matemáticas preparadas com a intenção de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos através da exploração de padrões, tendo todas sido realizadas com as crianças/alunos. No presente capítulo foram evidenciadas as intencionalidades e os objetivos de todas as tarefas realizadas ao longo da investigação. No entanto, procedeu-se a uma primeira análise destas tarefas que ocorreu com o intuito de selecionar as que permitissem retirar um maior número de conclusões e evidências para descrever e analisar detalhadamente no capítulo quatro – Resultados. Esta primeira análise teve em conta as questões iniciais da investigação, que se podem traduzir nos seguintes critérios: a) revelação de diferentes formas de identificação de padrões; b) uso de diversos tipos

de representações e c) utilização de múltiplas estratégias utilizadas na exploração de padrões.

A análise dos dados recolhidos, como referi anteriormente, teve como enfoque as questões iniciais da investigação, contudo para realizar uma análise minuciosa e consistente predefiniram-se categorias para cada questão, que têm como base referenciais teóricos.

Deste modo, na primeira questão da investigação - Como lidam os alunos com a identificação do padrão? - as categorias definidas foram: as crianças/alunos lidam com o padrão como uma sequência ordenada de termos e as crianças/alunos identificam a existência de um motivo que se repete.

No que concerne à segunda questão da investigação – Que representações usam os alunos na exploração de padrões? - as categorias predefinidas tiveram como base os tipos de representações mencionados por Bruner (1999) e Boavida *et al* (2008). Deste modo, a análise teve como foco os tipos de representações utilizados pelas crianças/alunos em específico: representação ativa, representação icónica, representação simbólica e linguagem natural.

A análise da terceira questão da investigação – Que estratégias utiliza os alunos para explorar padrões? - foi efetuada consoante aquilo que foi pedido às crianças/alunos ao longo das tarefas de exploração de padrões propostas, em específico: determinar termos próximos, determinar termos longínquos, determinar número de motivos/termos e encontrar a generalização. As categorias preestabelecidas para realizar a análise da questão supracitada tiveram como base os tipos de estratégias mencionados por Orton e Orton (1999), sendo estas: estratégia da contagem, estratégia da recorrência, estratégia do termo geral e estratégia da proporcionalidade direta.

É essencial referir que a análise efetuada recaiu sobre as categorias de análise preestabelecidas, no entanto foi dada muita importância às resoluções, produções e apresentações dos alunos que evidenciavam a utilização de outro tipo de representação e/ou estratégia que não aquelas que foram predefinidas nas categorias de análise.

A primeira fase da análise de dados encontra-se registada no apêndice A. Esta análise prévia permitiu identificar aspetos particulares e interessantes para o estudo de

algumas tarefas, que foram selecionadas para uma segunda análise mais detalhada que se apresenta no capítulo 4 – Resultados.

Capítulo 4

Resultados

No presente capítulo apresentam-se os resultados relativos às tarefas selecionadas para descrição e análise detalhada. Assim, foram selecionadas três tarefas realizadas no contexto de Pré-Escolar e seis realizadas no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, evitando-se a repetição de evidências que ocorreria com a inclusão de outras tarefas, como explicado no capítulo 3.

Ao longo da descrição das tarefas são transcritos diálogos gravados durante a investigação, sendo que as minhas intervenções estarão identificadas com a palavra *Eu* e as das crianças com a inicial do seu nome e a respetiva idade dentro de parêntesis.

O presente capítulo será dividido em duas secções, a primeira referente ao Pré-Escolar e a seguinte ao 1.º Ciclo do Ensino Básico. Os dados recolhidos em ambos os contextos serão apresentados e discutidos por tarefa, bem como será apresentada uma síntese analítica para cada uma.

Pré-Escolar

Tarefa: A minhoca

A tarefa *A minhoca* foi desenvolvida com um grupo de cinco crianças e tinha como objetivo principal que as crianças compreendessem que um padrão de repetição é constituído por um motivo que se repete.

Antes de iniciar a realização da tarefa com as crianças, considerei pertinente dialogar um pouco com as mesmas acerca do que era um padrão de repetição e quais as suas características específicas. Para tal, comecei por desenhar numa folha branca uma bolinha amarela, em seguida uma vermelha, depois uma amarela e por fim uma vermelha. Após o desenho de quatro bolinhas perguntei às crianças qual seria a seguinte bolinha, se seria amarela ou vermelha. De imediato responderam que seria amarela e depois vermelha. A partir deste momento, desenhei mais alguns termos do padrão de acordo com as indicações das crianças, pois estas continuaram a verbalizar “amarelo, vermelho, amarelo, vermelho (...)”. Ao terminar o desenho dialoguei com as crianças acerca das suas características.

Eu: Como é que vocês sabiam sempre de que cor era a bolinha seguinte?

M (5:2): Então, é sempre igual.

R (5:6): Amarelo, vermelho, amarelo, vermelho, amarelo, vermelho (...). Então não estás a ver?

Eu: Sim, pois é R (5:6). Está sempre a repetir-se. Isto é que é um padrão. Um padrão é quando temos coisas que se repetem. Como temos aqui. O amarelo e vermelho estão-se sempre a repetir-se.

De imediato compreendi que as crianças tinham percebido o que era um padrão de repetição. Deste modo dei início à tarefa planificada. Para tal, mostrei inicialmente uma tira de papel com 11 bolinhas pintadas e 11 por pintar. As primeiras 11 bolinhas estavam pintadas com apenas duas cores, formando um padrão de repetição com um motivo com dois termos, e as restantes encontravam-se em branco. Posto isto, disse às crianças que elas é que iriam completar o padrão, pois este encontrava-se incompleto. Neste momento, coloquei em cima da mesa tirinhas de papel com outros padrões diferentes e incompletos e disse às crianças que aqueles padrões eram diferentes e com cores diferentes, questionando: “Será que vocês conseguem adivinhar de que cor são as bolinhas que estão em branco nestes padrões?”

As crianças demonstraram um enorme entusiasmo e vontade em completar os padrões, comentando umas com as outras as descobertas feitas. De imediato começaram a completar o primeiro padrão, pintando os círculos que se encontravam em branco, e à medida que o terminavam passavam para os seguintes. Durante a realização da tarefa as crianças iam dialogando umas com as outras, ajudando-se mutuamente e comparando o trabalho que iam desenvolvendo.

Ao longo da realização da tarefa fui colocando algumas questões às crianças, na tentativa de compreender se estavam a reconhecer os padrões, bem como perceber de que forma estavam a pensar para os completar.

A M (5:2) estava a completar os padrões rapidamente e com muito entusiasmo. Para compreender de que forma a criança estava a lidar com a identificação dos diferentes padrões, fui colocando algumas questões. Ao completar o padrão que se apresenta na figura 7 a criança apontava para as bolinhas pintadas anteriores e, ao mesmo tempo, pintava as seguintes. Nesse momento questionei:

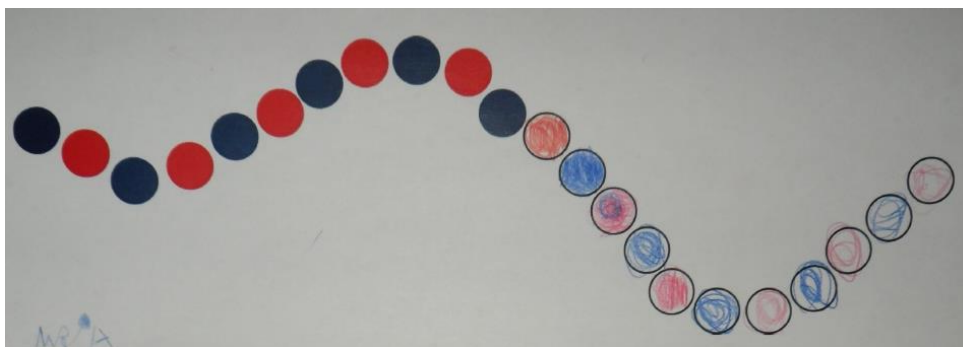


Figura 7: Padrão completado pela M(5:2).

Eu: Como é que é esse padrão M?

M (5:2): É azul, vermelho, azul, vermelho, azul, vermelho (...).

Durante a execução de um padrão mais complexo que o anterior, ou seja, com o motivo com três termos diferentes, achei prudente perceber se o pensamento e a estratégia de resolução utilizada para completar o padrão eram idênticos aos utilizados no anterior. Ao completar o padrão que se apresenta na figura 8, observei que a criança teve sempre como base os termos do padrão já pintados, uma vez que recorria aos termos anteriores para pintar os seguintes. Durante o momento do trabalho em redor do padrão em questão questionei:

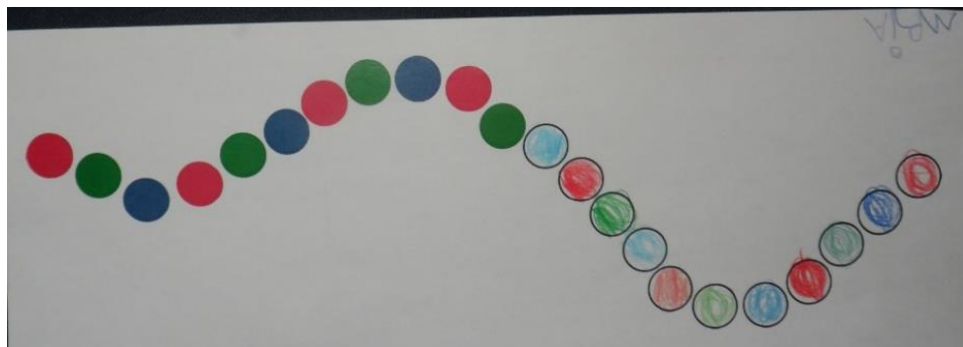


Figura 8: Reprodução do padrão pela M (5:2).

Eu: E agora, como é nesse padrão M (5:2)? Depois do vermelho é azul, como no anterior?

M (5:2): Não. É vermelho, verde, azul, vermelho, verde, azul (...).

A M (5:2) em todos os momentos da tarefa em que estava a completar os padrões facultados executava-o de forma rápida e correta, recorrendo sempre aos termos anteriores (bolinhas já pintados) para pintar os seguintes. Para além deste aspeto a criança conseguiu responder de forma correta e clara às questões colocadas, permitindo-nos compreender que tem consciência de que um padrão é composto por uma sequência ordenada de termos.

Durante o momento em que as crianças estavam a completar os padrões facultados ocorreram situações muito interessantes e pertinentes. A I (4:4) era uma criança muito tímida e que falava muito pouco com os adultos, no entanto demonstrou um grande entusiasmo durante a realização da tarefa proposta. Quando se encontrava a completar um padrão mais complexo, em que o motivo era composto por três bolinhas vermelhas e duas azuis, surgiu o seguinte diálogo:

Eu: I (4:4) como é que é esse padrão? (a I (4:4) ficou em silêncio e não respondeu à questão colocada)

R (5:6): Ah! Eu já sei como é esse.

Eu: Como é que é R (5:6)?

R (5:6): É três vermelhas e duas azuis.

A I(4:4) apesar de não ter respondido à questão que lhe coloquei, ouviu atentamente a resposta do colega e começou de imediato a completar o padrão, como se pode ver na figura 9.

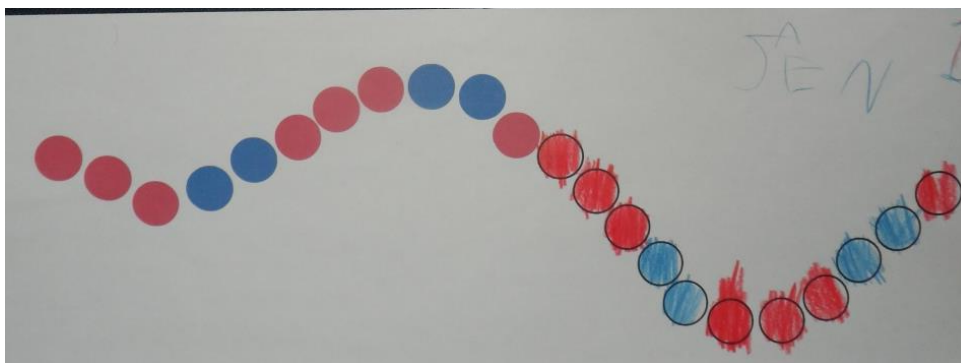


Figura 9: Reprodução do padrão pela I(4:4). Identificação de que o padrão é constituído por um motivo que se repete.

Pode constatar-se, com base no trabalho realizado pela I (4:4) e possível de observar na figura anterior, que a criança completou o padrão tendo consciência de que este é constituído por um motivo que se repete sempre da mesma maneira (em bloco). Torna-se ainda possível verificar que a criança ao completar o padrão não olhou para os termos anteriores que o mesmo já continha.

Posteriormente ocorreu outra situação muito interessante. A J(5:5) estava a completar um padrão que continha um motivo com três termos diferentes (vermelho, verde, azul). Quase no término do padrão, quando apenas lhe faltava pintar a última bolinha, ficou confusa e com dúvidas acerca de que cor a deveria pintar. Tinha acabado de pintar o penúltimo termo de azul e questionou:

J (5:5): Beatriz e agora é vermelho? E agora é o quê?

Eu: Não sei bem! O que é que tu achas J (5:5)?

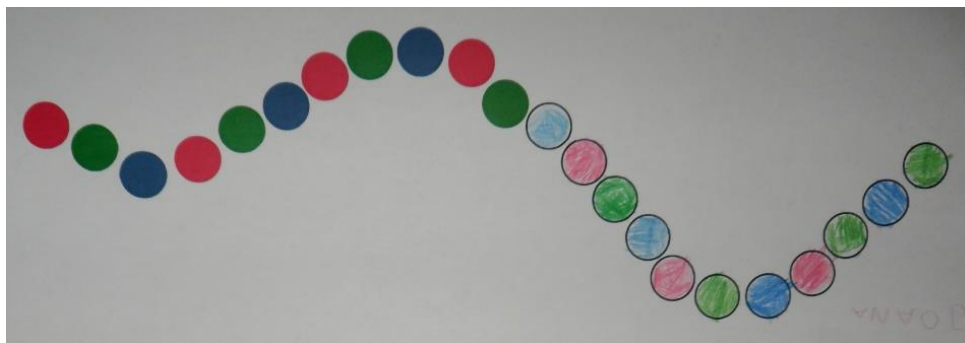


Figura 10: Padrão completado pela J(5:5).

Ao observar o trabalho realizado pela J(5:5), na figura 10, constata-se que a criança pintou a última bolinha do padrão de verde, acabando por o concluir de forma incorreta. Esta situação permite-nos verificar que a criança identifica os padrões como conjuntos de motivos que se repetem sempre da mesma maneira, ou seja em bloco. Portanto, para a J(5:5) não fazia sentido o padrão terminar com um termo que não fosse o último do motivo, mesmo que para isso tivesse que deixar de representar (pintar) outros termos pertencentes ao motivo do padrão. Neste caso a criança acabou por pintar o último termo do padrão com a cor verde, que corresponde ao último termo do motivo.

Síntese

Esta tarefa permitiu que as crianças compreendessem o que é um padrão de repetição e quais as suas características específicas, criando um clima de entusiasmo pela descoberta dos termos seguintes. As produções das crianças e as diversas questões colocadas ao longo da tarefa tornaram-se fundamentais para a compreensão das dificuldades/dúvidas das crianças, dos seus pensamentos e das estratégias utilizadas para completar os padrões propostos.

As crianças demonstraram duas formas distintas de lidar com a identificação dos padrões: identificando-os como uma sequência ordenada de termos e/ou como um motivo que se repete sempre da mesma maneira. Tornou-se evidente que as crianças que olhavam para o padrão como uma repetição de motivos, consideram que este tinha de ser sempre reproduzido na sua integralidade, evitando concluir o padrão em termos que

não fossem o último do motivo. As representações utilizadas pelas crianças recaíram sobre a linguagem natural e a representação icónica.

No que respeita às estratégias utilizadas para completar o padrão, pode dizer-se que as crianças recorreram aos termos anteriores para completar os seguintes, utilizando a estratégia da recorrência. Contudo, as crianças que reconheceram a existência de um motivo que se repete, integralmente, parecem não recorrer aos termos imediatamente anteriores para conseguir completar os seguintes, considerando o motivo em bloco.

Tarefa: A música e os padrões

A tarefa *A música e os padrões* foi realizada em grande grupo. A sua concretização consistiu na criação e reprodução de padrões com sons que as crianças reproduziam com o seu próprio corpo. Esta tarefa tinha como foco principal desenvolver o pensamento algébrico das crianças, em específico a capacidade de utilizar e compreender a linguagem simbólica.

Ao iniciar a tarefa disse ao grupo que iríamos fazer música com o nosso próprio corpo, sendo que primeiro teríamos que escolher os sons que queríamos reproduzir, depois decidir qual a ordem pela qual os iríamos tocar e, por fim, reproduzir a música criada. Deste modo iniciou-se a tarefa escolhendo dois sons diferentes.

Eu: Meninos vamos começar por escolher dois sons do nosso corpo, ou seja, dois sons que possamos reproduzir com o nosso corpo. Vamos dar sugestões.

C (6:1): Assim. Push, push! (reproduziu um som com as bochechas).

Eu: Pode ser este que a C (6:1) disse?

Todos: Sim.

Eu: Então e agora outro?

F (5:9): Clac, Clac! (reproduziu um som com a boca e a língua).

Eu: Boa! Já temos dois sons diferentes.

Neste momento, era essencial registar os sons escolhidos no quadro de giz para que não nos esquecêssemos deles, assim como para podermos decidir e registar a ordem como iriam ser reproduzidos e/ou repetidos. Assim:

Eu: Como é que podemos escrever os sons escolhidos aqui no quadro para não nos esquecermos deles? Podemos dar-lhes um nome. Fazer um desenho ou escrever uma letra que o represente. O que é que vocês acham?

B (6:3): Sim, uma letra.

Eu: Uma letra?

Todos: Sim!

Eu: Então qual é a letra que vai representar este som (reproduzi o som das bochechas)?

C (5:9): Um B de bochechas.

Eu: C(5:9) podes ir escrever no quadro. Então e agora para o outro som?

F (5:9): Um A.

Eu: Pode ser um A?

Todos: Sim.

Eu: F (5:9) podes ir escrever no quadro.

Após este momento dialoguei com o grupo acerca da necessidade de decidir qual a ordem pela qual iríamos reproduzir os sons, pois caso contrário a nossa música iria ser uma grande confusão.

Eu: Qual é o som que reproduzimos primeiro? E depois, qual é? Repetimos?

J (5:5): Primeiro o das bochechas.

Eu: O B?

Todos: Sim.

Eu: E depois?

C (6:1): O A.

Eu: O que acham de fazermos um padrão?

Todos: Sim.

Eu: Se vamos fazer um padrão, o que é que querem que se repita?

J (5:5): O B agora.

Todos: A, B, A, B (...). (ao mesmo tempo a J (5:5) ia escrevendo no quadro o padrão).

Após a decisão em grande grupo do motivo do padrão e do número de termos que este iria conter, a J (5:5) terminou a sua construção no quadro de giz. Seguidamente, decidiu-se reproduzir o padrão sonoro construído e, para que ninguém se perdesse ou fosse mais rápido ou mais lento na sua reprodução, decidiu-se que eu iria apontado para os termos do padrão, sendo esta a ação que dava a ordem para mudarem de som.

A reprodução do padrão musical construído foi muito interessante, uma vez que as crianças reproduziram-no sem qualquer dúvida ou confusão, associando sem enganos as letras aos sons. É importante salientar a facilidade com que o grupo conseguiu compreender a representação simbólica dos sons escolhidos, utilizando corretamente e sem dúvidas a linguagem simbólica.

O grupo demonstrou um grande interesse e satisfação na reprodução do padrão musical construído por todos, revelando um enorme desejo na construção de novos padrões musicais. Portanto, as crianças continuaram a escolher novos sons, a associar outras letras aos novos sons e a construir e reproduzir outros padrões musicais. O processo de construção e reprodução de outros padrões foi idêntico ao anterior, ou seja, todas as crianças davam diversificadas sugestões de sons, letras e motivos do padrão e, em democracia, eram feitas as escolhas.

Num determinado momento as crianças construíram um padrão com um motivo com três termos diferentes (ABE), ou seja, um motivo que continha três sons distintos. Após a sua reprodução, questionei:

Eu: Será que conseguimos fazer um padrão musical diferente com os mesmos sons?

Todos: Sim!

O grupo respondeu que sim, contudo apresentou alguma dificuldade na construção de um padrão diferente do anterior. Nesse sentido, achei pertinente dar um exemplo de um motivo diferente do anterior. Como tal, escrevi no quadro de giz um motivo com quatro termos, nomeadamente AABE. Seguidamente, pedi ao grupo que me ajudasse a construir o padrão até ao 12.º termo. Para tal, as crianças, em grande grupo iam verbalizando A, A, B, E, A, A, B, E (...), ao mesmo tempo que olhavam para os termos anteriores para saberem quais eram os seguintes. No final da construção do padrão e da reprodução de ambos, questionei:

Eu: Então?

Todos: É diferente.

Eu: São diferentes ou não?

L (5:11): Porque tem dois A's e um B e um E.

Eu: Só por termos mais uma letra fica logo diferente.

B (6:3): Mas eles estão um bocadinho iguais, porque ali está o B e o E e ali também tá o B e o E. Os dois A's é que não são iguais.

Eu: Aqui? Diz lá Beatriz?

B (6:3): Estes estão bons (BE). Agora estes é diferente, porque está aqui um A e aqui dois A's.”)



Figura 11: B (6:3) a explicar a diferença existente entre os dois padrões musicais construídos.

Deste modo, pode constatar-se que apesar de inicialmente o grupo demonstrar alguma dificuldade em compreender o pedido efetuado, ou seja, construir um padrão diferente que contivesse os sons do anterior, com o diálogo perceberam que é possível construir diversificados padrões com os mesmos termos. Através da intervenção da B (6:3) torna-se evidente que a criança identifica o motivo de ambos os padrões e compara-os entre si, verificando por sua vez que as suas diferenças recaem apenas na existência de mais um termo.

Síntese

A tarefa realizada permitiu que as crianças construíssem diversificados padrões, representassem através de símbolos os sons escolhidos e reproduzissem os padrões musicais construídos. Por sua vez, permitiu ainda a utilização e a compreensão da linguagem simbólica, na medida em que houve a necessidade de representar os sons escolhidos por símbolos, em específico utilizando letras. As intervenções das crianças e as questões colocadas ao grupo tornaram-se essenciais para compreender de que forma as crianças lidam com a identificação de padrões utilizando em específico a linguagem simbólica.

Ao longo da realização da tarefa proposta, o grupo demonstrou duas formas diferentes de lidar com a identificação de padrões, podendo constatar-se que identificam os padrões como sendo uma sequência ordenada de termos quando estes contém um motivo mais simples. Em contrapartida, quando estão na presença de um padrão com um motivo mais complexo, ou seja, com mais de três termos, identificam o padrão como um conjunto de motivos que se repetem. Tornou-se ainda possível verificar que quando foi pedido que verificassem quais as diferenças entre dois padrões, as crianças compararam os motivos e não o padrão completo.

No que concerne às representações utilizadas pelas crianças na identificação do padrão estas recorreram à linguagem natural e à representação simbólica, sendo que esta última era exigida devido às características próprias da tarefa. No entanto, foi possível constatar que o grupo apresentou facilidade na utilização de símbolos como representantes dos sons escolhidos.

Relativamente às estratégias utilizadas pelos alunos para completarem os padrões pode afirmar-se que utilizaram a estratégia da recorrência, pois para saberem quais eram os termos seguintes os alunos recorriam aos termos anteriores.

Tarefa: Quadrados e triângulos

A tarefa *Quadrados e triângulos* foi desenvolvida com um pequeno grupo de quatro crianças. Nesta tarefa pretendia-se que as crianças construíssem padrões com motivos distintos e com um número limitado de termos. Para além deste foco da tarefa, pretendia-se ainda que as crianças representassem os padrões construídos através de símbolos, sendo esta representação simbólica efetuada oralmente.

Ao iniciar a tarefa conversei com o pequeno grupo de crianças acerca daquilo que se pretendia que fizessem, dizendo-lhes que iríamos construir padrões com diversas formas geométricas. Antes das crianças iniciarem a construção de padrões, achei essencial dialogar um pouco com elas acerca das formas geométricas facultadas, na tentativa de construir e desenvolver conhecimentos ao nível da geometria. Após o breve diálogo, as crianças iniciaram a construção de padrões com os materiais facultados (quadrados e triângulos em cartolina de diversas cores). Ao longo da realização da

tarefa fui dialogando com as crianças e questionando-as acerca do padrão que se encontravam a construir, pedindo-lhes que o reproduzisse através de linguagem simbólica, assim como que o construíssem até um determinado termo. Neste sentido, ocorreu o seguinte diálogo com a M (5:3):

Eu: Como é que é esse padrão M (5:3)?

M (5:3): É ABBABBABB.

Eu: Faz até 20. Com 20 figuras.

Quando pedi à M (5:3) para construir o padrão apenas com 20 figuras geométricas, a criança começou de imediato a contar os termos que o seu padrão já continha, apercebendo-se de que faltavam figuras. De imediato pegou nas figuras que lhe faltavam e continuou a construir o padrão até ao termo pedido. No entanto percebeu que o último termo do padrão, ou seja, o 20.º termo, não iria ser o último termo do seu motivo, demonstrando a seguinte reação:

M (5:3): Ei! Isto não conta, porque assim fica este quadrado. Assim não é 20.

Eu: Faz lá 20. O que é que vem a seguir aos quadrados amarelos?

M (5:3): Assim então tem que ficar com uma bola aqui



Figura 12: M (5:3) a construir um padrão com 20 termos.

Eu: Então como é que tu achas que é?

M (5:3): Agora tem que ficar com uma bola aqui. Assim não vale!

Eu: O que tu achas que é a seguir a isso?

M (5:3): É uma bola.

Eu: Então coloca uma bola.

M (5:3): Agora vou contar.

Eu: Olha, olha! Vê lá como é que é o padrão. Vê lá se está tudo bem.



Figura 13: M (5:3) a verificar que o seu padrão não está corretamente construído.

Neste momento, quando chamei a M (5:3) à atenção ela voltou a olhar para o seu padrão e percebeu que não estava correto, pois faltava uma bola verde entre o quadrado amarelo e a outra bola verde, como é possível observar na figura 13. Ao aperceber-se desse facto a M (5:3) foi buscar de imediato a bola verde que lhe faltava, acabando por completar o padrão corretamente, como é possível observar na figura 14.



Figura 14: M (5:3) a contar o número de termos do seu padrão.

No momento seguinte a criança decidiu contar os termos do seu padrão, verificando que continha figuras geométricas a mais, por sua vez retirou-as com alguma indecisão como é possível constatar no diálogo e na figura 15 que se segue.

M (5:3): Agora vou contar! (começou a contar). 20!

M (5:3): Essas peças estão a mais.



Figura 15: M (5:3) a retirar os termos que se encontram a mais no seu padrão.

A M (5:3) ao longo da construção do padrão anterior (ABB) demonstrou um grande entusiasmo, manifestando uma enorme satisfação ao responder às questões que lhe colocava, assim como aos pedidos que efetuava. No entanto, quando lhe foi pedido que terminasse o padrão no 20.º termo, e se apercebeu que este não iria ser o último termo do motivo, demonstrou alguma confusão e incerteza na sua resolução. A reação da criança permite-nos constatar que esta encara o padrão como um conjunto de motivos que se repetem sempre de forma integral, não considerando ser possível não completar integralmente o último motivo representado.

Num segundo momento, pedi à M (5:3) que construísse outro padrão diferente, mas que tivesse, como o anterior, apenas 20 termos. A criança começou a pensar como é que iria fazer o seu novo padrão, demonstrando alguma indecisão na sua escolha o que, por sua vez me fez intervir dando uma sugestão.

M (5:3): M (5:3) se quiseres podes fazer outro.

M (5:3): Eu vou fazer... aaaa...aaaa (...).

Eu: Queres fazer como? Olha pode ser assim, ABC, ABC... ?

A M (5:3) aceitou a sugestão que lhe dei e de imediato foi escolher as peças que representavam as letras/termos que verbalizei, ou seja uma figura geométrica que fosse representativa da letra A, outra da letra B e outra da letra C. Assim:

M (5:3): A... B... C... (ao mesmo tempo que ia soletrando as letras ia recolhendo as respetivas peças)

M (5:3): O B vai ser um quadrado...

Eu: Agora podes construir aí por baixo, que eu gostava de ver.

Após a escolha dos termos, a criança começou a construir o padrão com os termos selecionados e com o motivo escolhido. Durante a construção do padrão a M (5:3) foi sempre verbalizando ABC, ABC, ABC (...) à medida que ia colocando as figuras geométricas de forma ordenada. Ao terminar a construção a criança decidiu contar quantos termos é que tinha, com o intuito de verificar se continha 20 termos ou se ainda faltava colocar alguma figura. Ao efetuar a contagem verificou que faltava apenas uma figura para chegar às 20, no entanto o 20.º termo não era último do motivo. Contudo, a M (5:3) colocou a última figura que faltava sem manifestar indecisão ou dúvidas pelo facto de não ser a figura representativa do último termo do motivo. Os dois padrões construídos pela M (5:3) podem observar-se na figura 16.

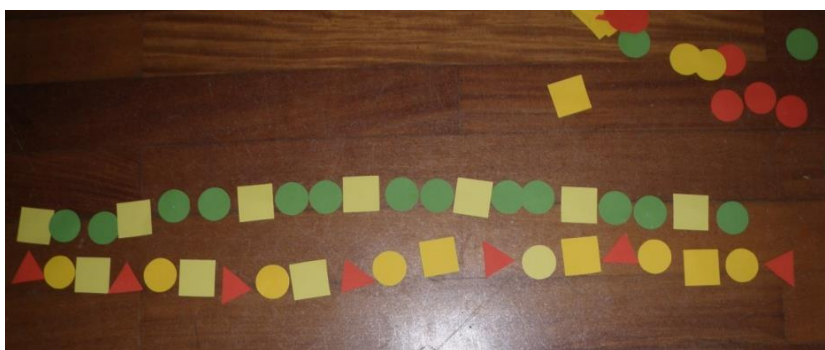


Figura 16: Padrões construídos pela M (5:3).

Síntese

A tarefa proposta possibilitava a criação e construção de padrões com figuras geométricas, sendo apenas exigido um determinado limite de termos que, por sua vez, era decidido consoante o padrão apresentado e os aspetos essenciais a averiguar. Para além deste foco da tarefa, esta possibilitava ainda a utilização e compreensão da linguagem simbólica, na medida em que era pedido às crianças que verbalizassem os padrões que desejavam construir em linguagem simbólica, em específico através de letras.

Na sequência da realização desta tarefa foi possível verificar que o grupo reconhece que os padrões são constituídos por um motivo que se repete integralmente, devendo o último motivo representado ser completo. Este facto pode constatar-se quando as crianças ficam com dúvidas ou consideram que o padrão está errado quando este não termina com o último termo do motivo.

No que concerne às representações utilizadas pelas crianças durante a realização da tarefa, pode averiguar-se que estas utilizaram a linguagem natural, representação ativa e a representação simbólica do motivo. A representação ativa foi visível nos momentos em que as crianças se encontravam a construir o padrão com as figuras geométricas facultadas e a representação simbólica ocorreu oralmente quando o grupo verbalizava o padrão através de letras/símbolos.

No que respeita às estratégias utilizadas para completar o padrão, as crianças que reconheceram a existência de um motivo que se repete, integralmente, não recorreram os termos anteriores para o completar, o que, por sua vez nos permite inferir que utilizaram a estratégia da repetição do motivo. Para verificar o número de termos que o padrão continha as crianças utilizaram a estratégia da contagem.

1.º Ciclo do Ensino Básico

Tarefa: A minhoca

A tarefa *A minhoca* foi realizada, numa primeira fase, individualmente e numa segunda fase, desenvolvida em grupos de 3 elementos. Na primeira parte da tarefa pretendia-se que os alunos completassem os padrões apresentados e identificassem o motivo que lhes era subjacente. A segunda parte da tarefa consistia na construção de padrões com formas geométricas e na identificação do motivo e de determinados termos.

Ao iniciar a primeira parte da tarefa, facultei aos alunos diversos padrões incompletos e pedi-lhes que os completassem e identificassem, no próprio padrão, o motivo correspondente. Durante o momento em que os alunos se encontravam a realizar

a primeira parte da tarefa pedida, fui-lhes colocando algumas questões com o intuito de compreender que estratégias estavam a utilizar para completar os padrões, assim como perceber de que forma estavam a lidar com estes.

Num determinado momento quando a F (6:0) se encontrava a completar um padrão com o motivo com três termos, chegou a uma fase em que faltava apenas pintar dois termos do padrão. Nesse momento a aluna evidenciou dúvidas acerca de que se deveria ou não pintar esses dois termos, questionando:

F (6:0): Professora agora tenho que pintar estas duas?

Eu: Sim. Então achas que não deverias pintar?

Após a minha resposta a aluna voltou para o seu lugar, pintou os dois termos do padrão que faltava e rodeou-os, como se pode observar na figura 17 que se segue.

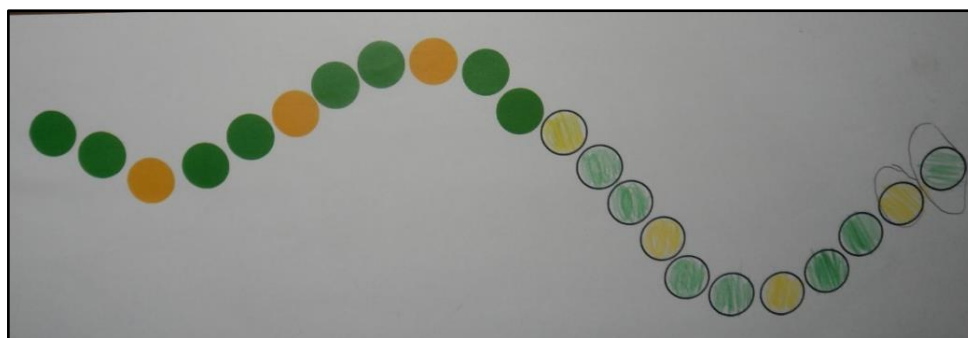


Figura 17: Padrão completado pela F (6:0).

Durante a realização da primeira parte da tarefa, a F (6:0) foi a única aluna que colocou questões e demonstrou alguma incerteza na construção final do padrão. Os restantes alunos completaram os padrões todos corretamente e identificaram os motivos sem demonstrar quaisquer dúvidas.

Ao observar os registos dos alunos verifica-se que estes utilizam diversificadas representações do motivo. No padrão em que o motivo continha apenas dois termos a maioria dos alunos identificou o motivo que se repete, utilizando a representação icónica através de arcos ou círculos. Nas figuras 18, 19 e 20 é possível observar essas representações.

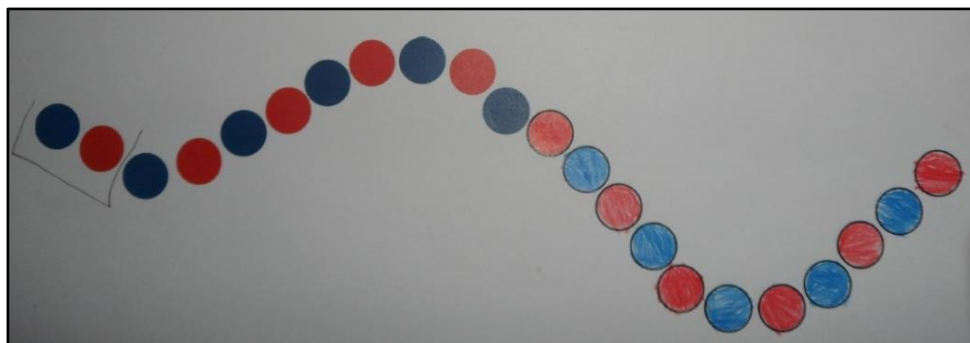


Figura 18: Representação icónica do motivo com dois termos.

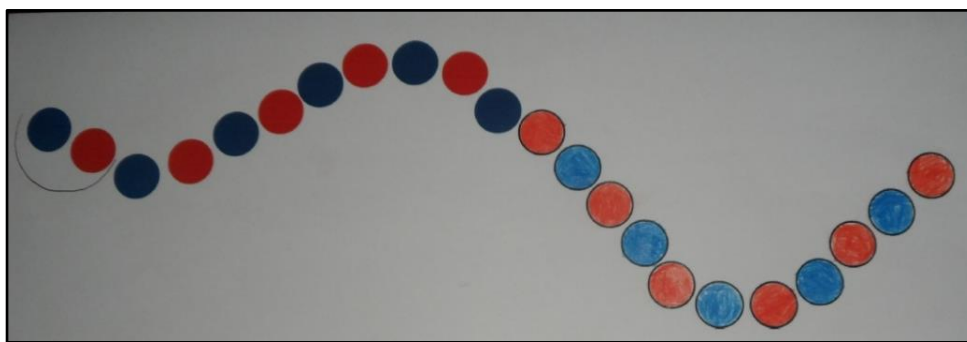


Figura 19: Representação icónica, através de um arco, do motivo com dois termos.

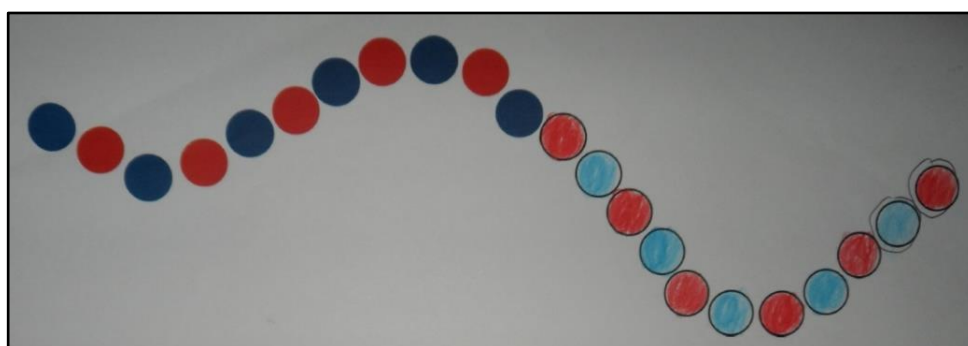


Figura 20: Representação icónica, através de círculos, do motivo com dois termos.

Contudo, na identificação do motivo que continha mais do que dois termos, os alunos apresentaram diferentes formas de os representar. Utilizando a representação icónica, através de arcos e círculos e a representação simbólica, através de números, evidenciando por sua vez que entendem que os padrões são constituídos por um motivo

que se repete. Nas figuras 21, 22, 23, 24, 25 e 26 podemos observar as representações efetuadas pelos alunos, em padrões com motivos com mais do que dois termos.

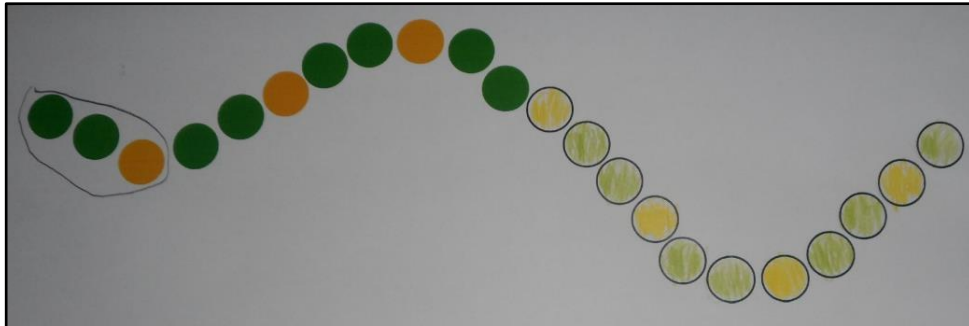


Figura 21: Representação icónica, através de um círculo, do motivo com três termos.

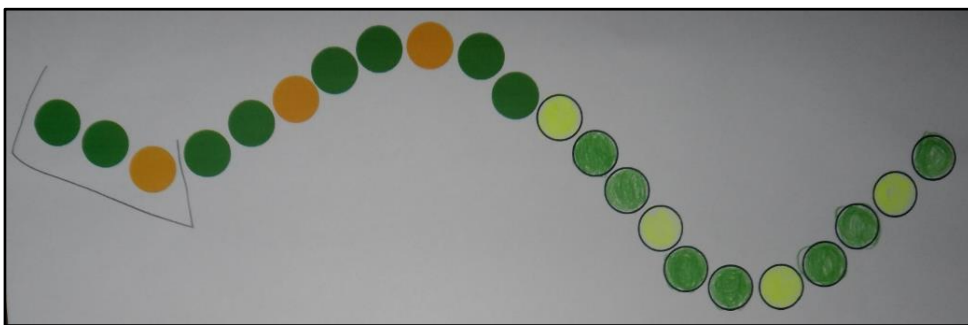


Figura 22: Representação icónica, através de um arco, do motivo com três termos.

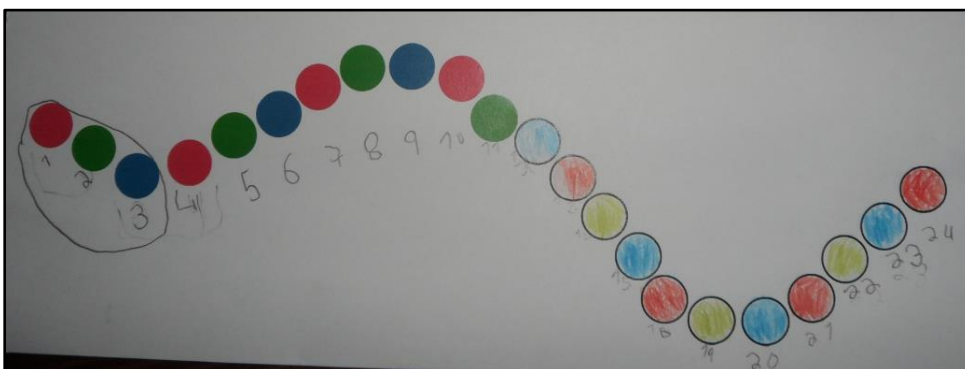


Figura 23: Representação icónica, através de um círculo, do motivo com três termos.

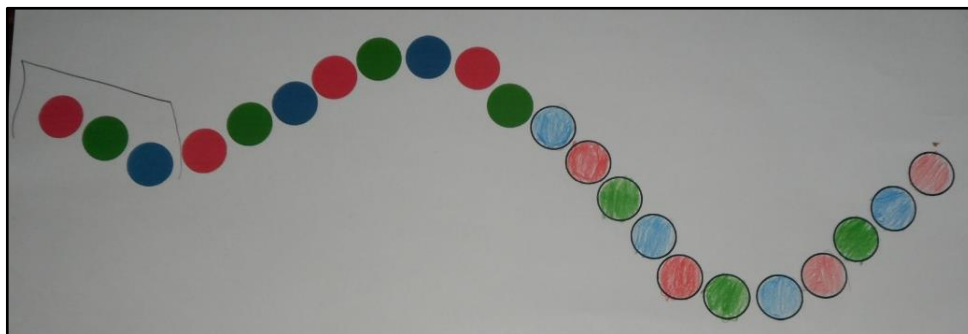


Figura 24: Representação icónica, através de um arco, do motivo com três termos.

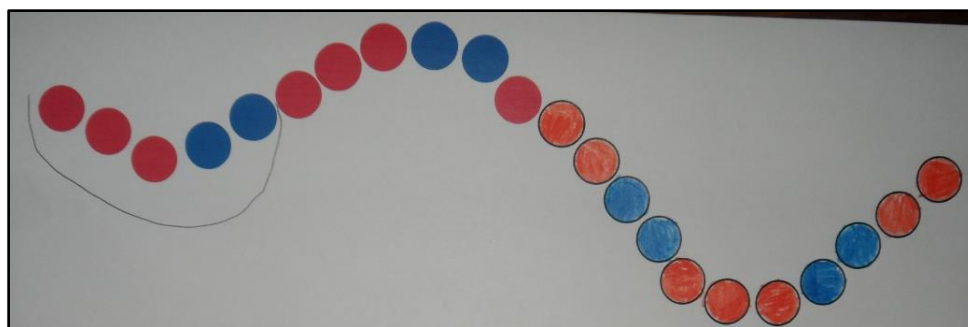


Figura 25: Representação icónica, através de um arco, do motivo com cinco termos.

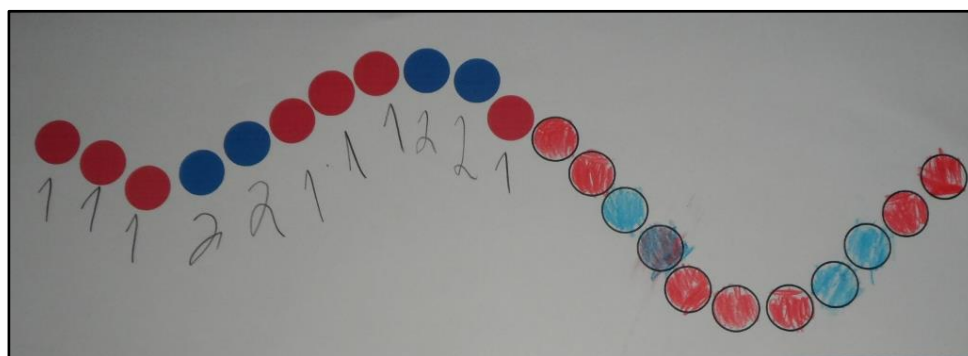


Figura 26: Representação simbólica, através de números, do motivo com cinco termos.

É importante salientar que há um aluno que identifica no padrão o motivo que se repete. No entanto, não o continua na sequência da figura, mas começa-o reproduzindo o motivo desde o primeiro círculo vazio, o qual pinta com a cor do primeiro termo do motivo. É notório que, apesar deste facto, o aluno pinta o padrão até ao fim, terminando-o de forma correta, mesmo sem que último motivo esteja completo. Na figura 27 é possível observar a situação referida.

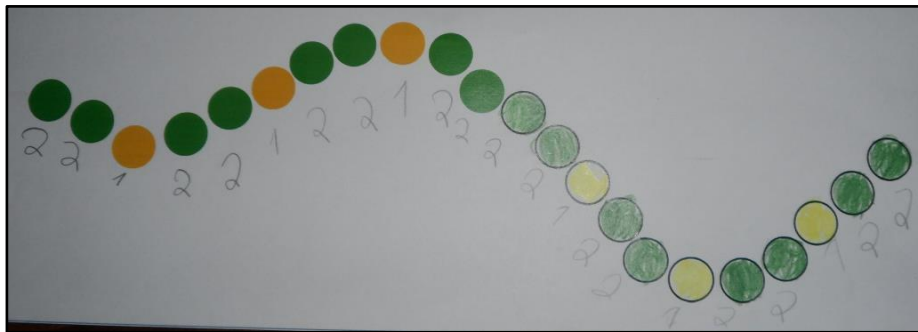


Figura 27: Representação simbólica, através de números, do motivo com três termos.

Uma pequena parte dos alunos demonstrou identificar os padrões como uma sequência ordenada de termos, utilizando a representação simbólica, como é possível observar na figura 28.

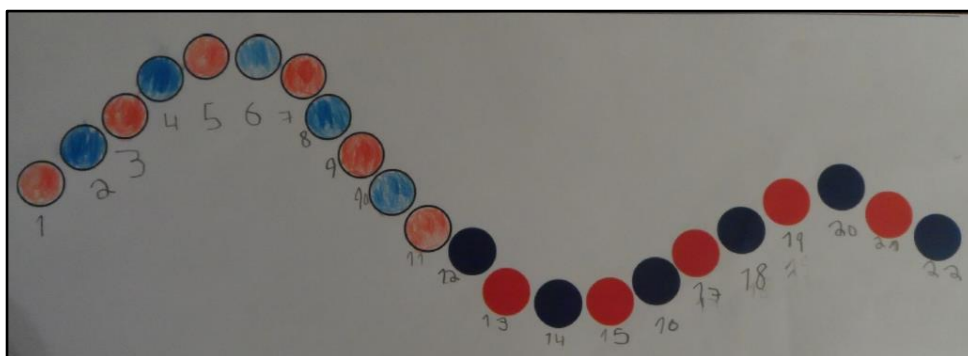


Figura 28: Identificação do padrão como uma sequência ordenada de termo. Utilização da representação simbólica, através de números.

Na segunda parte da tarefa pretendia-se que os alunos em grupos de três elementos construíssem um padrão à sua escolha, sendo que no momento de apresentação deveriam questionar os colegas acerca de algumas características do padrão apresentado, como por exemplo: “Qual o motivo?” e “Qual o termo que se encontra na posição 5?”. Na fase de apresentação, eram os grupos que se encontravam a apresentar que questionavam os colegas e que verificavam se as repostas estavam ou não corretas. No entanto a minha intervenção ocorria sempre que necessário, ou para esclarecer alguma dúvida ou colocando questões com o intuito de os alunos chegarem a determinadas conclusões.

No momento da apresentação, todos os alunos identificaram corretamente os motivos dos padrões apresentados, verbalizando o nome das figuras geométricas que constituíam o motivo. Por exemplo, durante a apresentação do padrão que se observa na figura 29 ocorreu o seguinte diálogo:

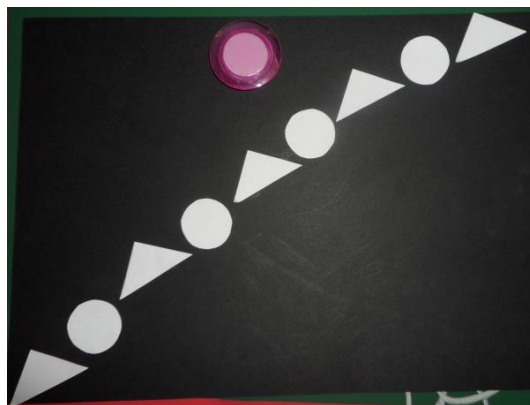


Figura 29: Padrão, com um motivo com dois termos, construído e apresentado por um grupo de alunos.

Eu: Qual é a primeira pergunta que querem fazer aos colegas?

M (6:1): Qual é o motivo?

C (6:0): É triângulo, círculo.

No entanto houve uma situação em que, inicialmente, nenhum aluno conseguiu identificar o motivo do padrão apresentado, nem os próprios alunos que o construíram. O grupo, ao colocar o padrão no quadro de giz rodou a folha, colocando o final do padrão para o lado esquerdo, como se pode observar na figura 30.

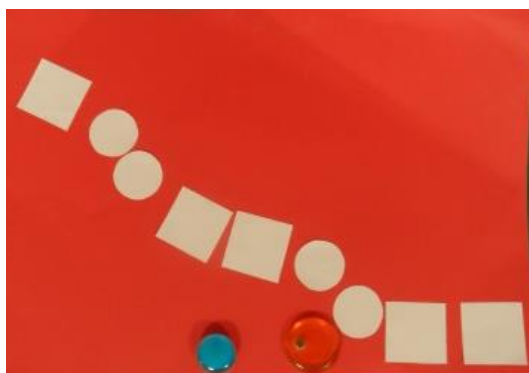


Figura 30: Padrão construído e apresentado por um grupo de alunos. Exposição do padrão com a orientação da sequência do motivo ao contrário.

Desta forma, quando os alunos questionaram os colegas acerca de qual era o motivo do padrão, começaram a surgir algumas dúvidas, ocorrendo o diálogo seguinte:

T (6:1): Qual é o motivo?

R (6:8): Quadrado, círculo, quadrado, círculo.

T (6:1): Não está correto.

Eu: Mais hipóteses.

J (6:7): Quadrado, círculo, círculo, quadrado, quadrado, círculo, círculo, quadrado, quadrado.

Eu: João tu disseste o padrão todo. Eles perguntaram-te o motivo do padrão.

L (6:4): Beatriz podes responder.

B (6:6): Quadrado, círculo, círculo, quadrado, quadrado.

Neste momento os elementos do grupo que se encontrava a apresentar olharam para mim e para o padrão que construíram, demonstrando um ar confuso. Posto isto questionei:

Eu: Então meninos, afinal qual é o motivo?

T (6:1): É quadrado, círculo, círculo.

Eu: Mas depois estão dois quadrados seguidos.

L (6:1): A folha está ao contrário. Eu dizer isto. É assim. (virou a folha ao contrário como se pode observar na figura 31).



Figura 31: Apresentação do padrão com a orientação da sequência do motivo de acordo com a construção feita pelo grupo.

T (6:1): É porque aqui depois não cabia o outro (quadrado).

B (6:6): Ah, então é quadrado, quadrado, círculo, círculo.

Para além da questão “Qual é o motivo?” colocada pelos alunos que se encontravam a apresentar, estes questionavam ainda os colegas acerca de determinados termos que constituíam o padrão, questionando por exemplo: “Qual o termo que se encontra na 6.^a posição?”. Para responder a esta questão todos os alunos contaram os termos até chegar ao pretendido, recorrendo à estratégia da contagem para alcançar a resposta. No entanto, ocorreu uma situação muito interessante, que nos permite verificar que o aluno, em específico, utilizou outra estratégia para encontrar o termo desejado. Durante a apresentação do padrão que se observa na figura 32 ocorreu o seguinte diálogo que torna possível constatar esse facto.

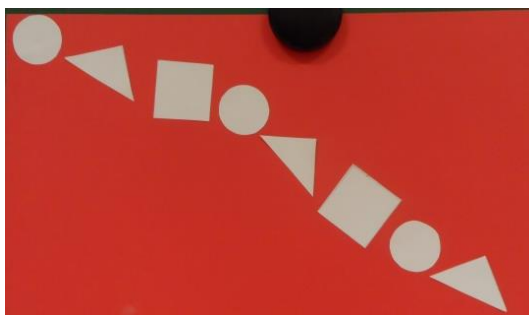


Figura 32: Padrão, com um motivo com três termos, construído e apresentado por um grupo de alunos.

A (6:2): Qual é o termo que está na posição 6?

J (6:7): Triângulo.

A (6:2): Está errado! Matilde podes responder.

M (6:1): Quadrado.

Eu: Está certo?

A (6:2): Sim. Um, dois, três. Três mais três é seis. Portanto é que eu disse esta coisa, porque sei.

Com base no diálogo ocorrido, podemos verificar que o aluno não recorreu à contagem para saber qual era o termo pedido. O aluno utilizou a estratégia do termo geral, raciocinando em termos de posição dos termos, identificando que são sempre um triângulo os termos que se encontram nas posições correspondentes a múltiplos de três.

Síntese

A tarefa proposta permitiu os alunos completarem, criarem e construírem padrões, bem como identificarem os motivos subjacentes a estes. As questões colocadas aos alunos, as suas produções e as apresentações realizadas, foram fundamentais para compreender de que modo é que os alunos lidam com a identificação dos padrões, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Os alunos utilizaram, durante a resolução da tarefa, duas formas diferentes de lidar com a identificação dos padrões. A grande maioria identifica a existência de um motivo que se repete, completando de forma correta os padrões. No entanto, há uma aluna que, ao ter a consciência da existência de um motivo, considera que este tem que se reproduzir na sua integralidade, ou seja, evidência dúvidas quando o padrão não termina com o motivo completo. Para além deste facto, há um aluno que identifica a existência do motivo que se repete e, ao ter essa consciência, completa o padrão sem olhar para os termos anteriores, continuando-o com o primeiro termo do motivo, sem que seja esse o seguinte. Além deste modo de lidar com a identificação do padrão, existe uma pequena parte dos alunos que identifica os padrões como uma sequência ordenada de termos. É ainda importante salientar que todos os alunos, independentemente da forma como lidam com a identificação do padrão, não conseguiram identificar o motivo de um padrão quando este não se iniciava com o

primeiro termo do motivo. No entanto, o alterar da orientação da sequência do motivo e consequentemente ao colocar o padrão a ter início no primeiro termo do motivo, mas não terminando com o último termo deste, segunda aquela orientação, os alunos já conseguiram identificar e verbalizar o motivo que constituída o padrão em análise.

No que concerne às representações utilizadas pelos alunos, estes recorreram à linguagem natural, à representação icónica, à representação ativa e à representação simbólica, sendo esta última pouco utilizada.

Relativamente às estratégias utilizadas para descobrir os termos questionados dos diferentes padrões, os alunos recorreram à contagem para encontrar o pretendido, havendo apenas um aluno que utilizou a estratégia do termo geral.

Tarefa: Meninos e meninas

A tarefa *Meninos e meninas* surgiu com o intuito de permitir aos alunos resolverem situações problemáticas passíveis de vivenciar no seu dia-a-dia. A sua concretização consistia na identificação e contagem dos termos e dos motivos do padrão apresentado.

Numa primeira fase foi apresentada a situação problemática aos alunos, dizendo-lhes:

Eu: Um dia fui ver um concerto e no final os músicos, que eram os senhores que estavam a tocar e a cantar, levantaram-se e deram as mãos para agradecer ao público os aplausos. A esse grupo musical pertenciam meninos e meninas, e eram ao todo 15. No momento dos agradecimentos os músicos para não estarem todos desorganizados decidiram dar as mãos da seguinte maneira: dois meninos e uma menina.

Após partilhar a situação com os alunos sugeri-lhes que utilizássemos símbolos mais simples, do que desenho, para representar os meninos e as meninas. Portanto, decidiu-se que os meninos iriam ser representados pela letra O e as meninas pela letra A. De imediato os alunos começaram a dizer “OOA, OOA (...)”

Seguidamente, antes de dizer ao grupo aquilo que teriam que descobrir/resolver, achei pertinente colocar algumas questões, como:

Eu: Na 5.^a posição quem é que iria estar? Um menino ou uma menina?

E (6:4): Um menino.

Eu: Porquê?

E (6:4): Porque é dois O's e um A.

Eu: Sim, mas dois O's e um A, não chaga à posição 5.

E (6:4): Mas depois é outra vez menino, menino. (ao mesmo tempo o aluno contava pelos dedos)

Posteriormente, questioneei:

Eu: E qual será o termo que está na 6.^a posição?

C (6:4): É menina.

Eu: Porquê?

C (6:4): o que resolvemos foi o que estava na posição 5 era o menino e já tínhamos um menino atrás do outro menino. E depois a seguir vem uma menina.”

Com base nos dois diálogos supracitados é possível observar duas estratégias diferentes para alcançar o pretendido, ou seja, um termo que se encontra numa posição próxima. No primeiro caso o aluno alcança a resposta através da contagem, recorrendo à estratégia da contagem. No segundo caso a aluna, recorrendo aos termos anteriores, identifica o motivo e, posteriormente, tendo consciência do motivo, verifica quais os termos existentes e quais os que faltam para ter o motivo completo.

Depois de algumas questões iniciais, retomei a situação problemática apresentada e disse aos alunos:

Eu: Agora o que nós queremos saber é: Quantos meninos pertenciam ao grupo? E quantas meninas? Quantas vezes se repete o grupo de dois meninos e uma menina (motivo)?

Após o esclarecimento de dúvidas, formaram-se os grupos de trabalho e distribuíram-se as folhas brancas nas quais os alunos iam resolver as questões colocadas. Durante a execução da tarefa fui circulando pelos diversos grupos, com o intuito de averiguar quais as estratégias utilizadas, assim como auxiliar ou direcionar o trabalho.

Todos os grupos conseguiram chegar de forma correta às respostas, tendo sido evidente a utilização do desenho como estratégia base utilizada. No entanto, ocorreram duas situações interessantes que observei durante a realização da tarefa e que os dois grupos explicaram no momento da apresentação. Para encontrar o número de meninos e o número de meninas pertencentes ao grupo musical pedi aos alunos que resolvessem uma questão num dos lados da folha e a outra no seu verso. Durante o momento de apresentação questionei o 4.º grupo que apresentou a resolução que se observa na figura 33:

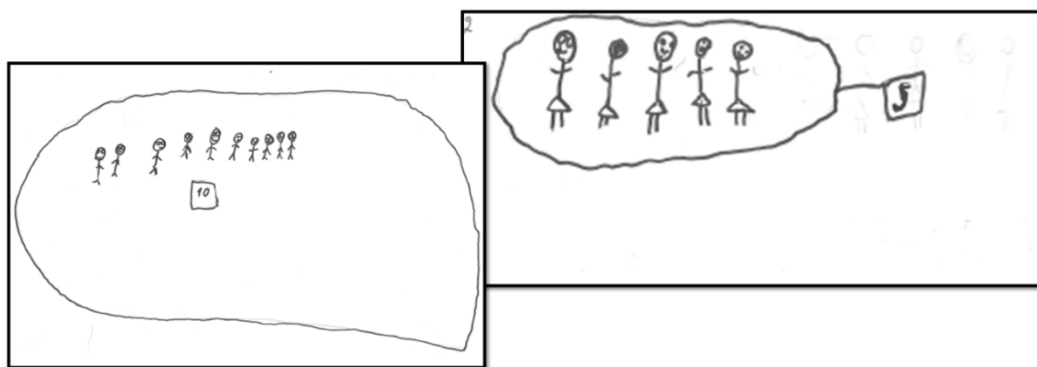


Figura 33: Resolução apresentada pelo 4.º grupo, sobre quantos meninos e quantas meninas pertenciam ao grupo musical.

Eu: Como é que vocês pensaram e resolveram o problema?

T (6:1): Contamos.

Eu: Mas vocês não têm aí o padrão todo desenhado. Como é que sabem que não se enganaram?

T (6:1): Nós fizemos assim (pegando ao mesmo tempo na folha onde se encontrava a resolução). Primeiro desenhámos deste lado dois meninos, depois virámos a folha e desenhámos uma menina, depois virámos e desenhámos dois meninos, depois virámos outra vez e desenhámos uma menina. Até tarem todos.

Posteriormente, o 5.º grupo apresentou as suas respostas e resoluções à turma. A figura 34 mostra a resolução apresentada pelo grupo em questão, com base na qual surgiu o seguinte diálogo:

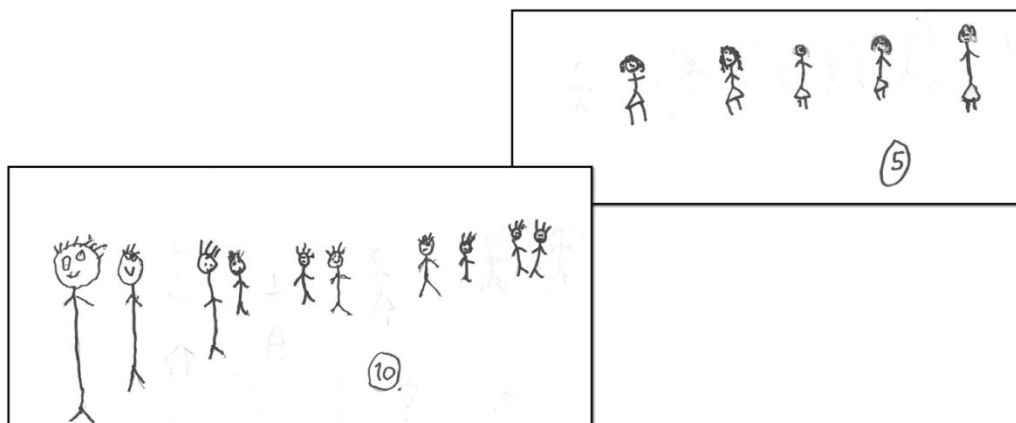


Figura 34: Resolução apresentada pelo 5.º grupo, sobre quantos meninos e quantas meninas pertenciam ao grupo musical.

Eu: Como é que fizeram e pensaram?

C (6:0): Primeiro fizemos o padrão todo, depois apagámos as meninas e contamos.

Eu: E para saberem quantas meninas?

C (6:0): Foi igual. Desenhamos todos e apagámos os meninos.

Para responder à última questão – Quantas vezes se repete o grupo de dois meninos e uma menina (motivo)? – todos os grupos desenharam o padrão até ao 15.º termo e rodearam ou seleccionaram com arcos os motivos, executando a sua contagem no fim. Portanto, para resolver a questão supracitada os alunos utilizaram para identificar o motivo a representação icónica e para saber o número de motivos usaram a estratégia da contagem. No entanto houve um grupo que apesar de ter desenhado o padrão na sua totalidade colocou por baixo dos desenhos os símbolos (letras) escolhidas para representar simbolicamente os meninos e as meninas. Como é possível observar na figura 35 que se segue.

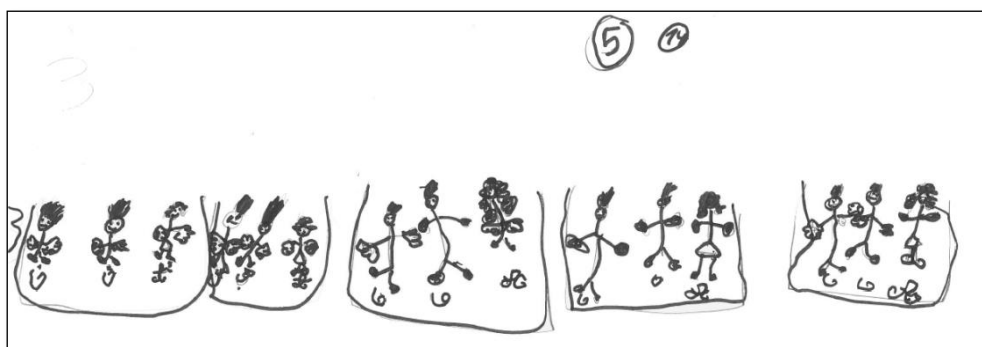


Figura 35: Resolução apresentada por um grupo de alunos, sobre quantos motivos tinha o padrão.

Síntese

A efetuar uma retrospectiva sobre a concretização da tarefa matemática supracitada pode referir-se que esta possibilitou aos alunos investigarem o número de termos diferentes, assim como o número de motivos presentes num padrão limitado. Como tal, durante a realização da tarefa foi possível recolher informações acerca da forma como os alunos lidam com a identificação do padrão, que representações utilizam e a que estratégias recorrem.

Todos os alunos identificam no padrão o motivo que se repete, recorrendo à linguagem natural e à representação simbólica para os verbalizarem, e utilizando a representação icónica e simbólica para os registar.

No que concerne às estratégias utilizadas durante a resolução das questões problemáticas da tarefa, os alunos recorreram sempre à contagem, com base no desenho total do padrão. No entanto, houve uma aluna que utilizou outra estratégia, nomeadamente a estratégia da repetição do motivo. A aluna inicialmente recorreu aos termos anteriores para identificar o motivo e, com base nesse conhecimento, conseguiu descobrir quais os termos pedidos sem ter a necessidade de voltar atrás ou de contar.

Tarefa: Descobrir o motivo

A tarefa *Descobrir o motivo* foi realizada em grupos de três elementos. A sua concretização consistia na exploração, investigação e descoberta de motivos que eram

passíveis de encaixar numa estrutura, previamente facultada, de um padrão. A exploração da tarefa permitia ainda que os alunos descobrissem termos distantes dos padrões construídos.

Numa primeira fase apresentei ao grupo a tarefa em questão, começando por desenhar no quadro de giz a estrutura do padrão que se observa na figura 36, e estabelecendo o seguinte diálogo:



Figura 36: Estrutura do padrão, previamente facultada aos alunos.

Eu: Temos aqui a estrutura de um desenho, que pode ou não ser a de um padrão. Eu não sei. O que eu vos vou pedir para vocês descobrirem em grupo é se isto pode ser ou não um padrão, ou seja, se conseguem encontrar um motivo que encaixe nesta estrutura. Atenção! As figuras que já estão aqui desenhadas não podem sair dos seus lugares e só podem utilizar triângulos e nuvens. Estão a perceber?

Todos: Sim!

Seguidamente, achei pertinente que em grande grupo encontrássemos um motivo que encaixasse na estrutura do padrão facultada. De imediato um aluno disse:

T (6:1): Eu acho que nuvem, triângulo dá.

Eu: Vamos experimentar!

Ao desenharmos o padrão completo, com o motivo sugerido pelo T(6:1) verificámos que era possível encaixar na estrutura aquele motivo. Posto isto, disse ao grande grupo que possivelmente havia outros motivos, com mais ou menos termos, que também eram passíveis de encaixar naquela estrutura, sendo essa a descoberta que eles, em grupo, teriam que fazer. Para além dessa descoberta tinham ainda que ficar a saber qual era o 20.º termo do padrão construído com o motivo que tinham descoberto, sendo que para resolverem esta questão não poderiam desenhar o padrão até ao termo pretendido.

Posteriormente, procedeu-se à organização dos grupos de trabalho e à resolução da tarefa proposta. Durante esse momento fui circulando pelos diferentes grupos, com o

intuito de auxiliar e orientar o trabalho dos alunos, assim como tentar compreender quais as estratégias que estavam a utilizar para resolver a tarefa.

Deste modo, foi possível verificar que os alunos para encontrarem um motivo que encaixasse na estrutura previamente dada seguiram uma estratégia com base na tentativa e erro. Primeiramente, escolhiam um determinado motivo e depois verificavam se este encaixava ou não na estrutura dada. É possível constatar que todos os grupos representaram o motivo do padrão utilizando a representação icónica. Como é possível observar, por exemplo, na figura 37 e 38 os registos de dois grupos de trabalho.

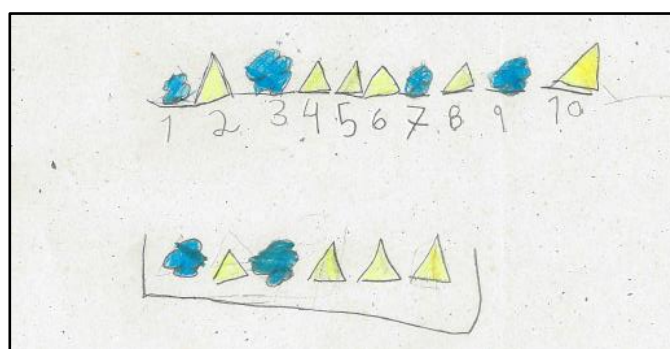


Figura 37: Representação icónica do motivo com seis termos.

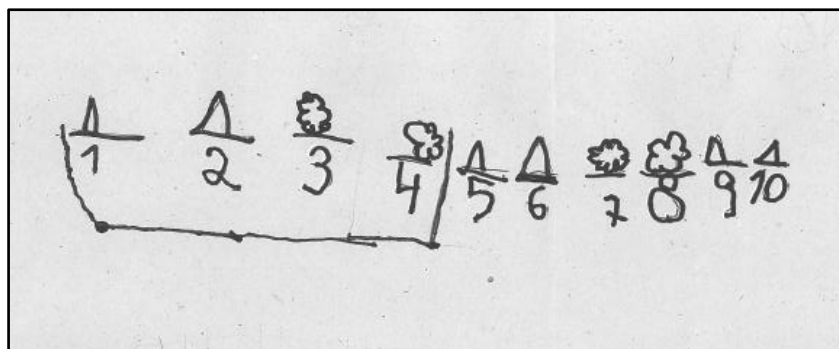


Figura 38: Representação icónica do motivo com quatro termos.

Torna-se ainda importante referir que três grupos encontraram um motivo com quatro termos, dois grupos utilizou um motivo com três termos, um grupo apresentou um motivo com cinco termos e um grupo construiu um motivo com seis termos. Portanto, a maioria dos grupos encontrou um motivo com três e quatro termos, enquanto que apenas dois grupos utilizaram um motivo com mais de quatro termos.

Durante a resolução da segunda questão colocada – Qual o 20.º termo do padrão construído com o motivo encontrado? – os alunos recorreram à contagem para encontrar a resposta. No entanto, como tinha sido pedido que não desenhassem o padrão até ao termo desejado, os alunos executaram um processo inverso. Começaram por escrever todos os números até ao 20 e seguidamente, verbalizaram o padrão ao mesmo tempo que apontavam com o dedo para os números escritos. Durante o momento de apresentação do grupo da B (6:4), do T (6:1) e da L (6:1) é possível constatar esse facto. O motivo encontrado e escolhido foi o que se encontra representado na figura nº 37 e o registo efetuado da resolução da segunda questão observa-se na figura 39.

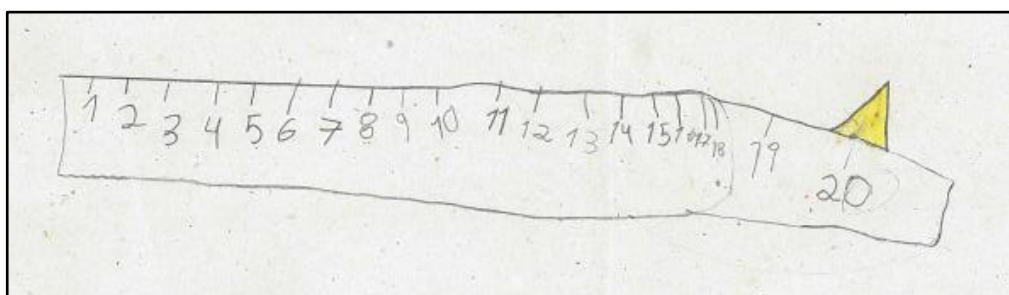


Figura 39: Resolução apresentada pelo grupo da B (6:4), do T (6:1) e da L (6:1) para encontrar o 20.º termo do padrão construído.

Eu: Qual o 20.º termo do vosso padrão?

T (6:1): É um triângulo.

Eu: Como é que descobriram?

T (6:1): Com a reta.

B (6:4): Com a régua. (a aluna tinha uma régua na mão).

Eu: Expliquem-nos lá como fizeram? Utilizem o quadro, porque a régua é muito pequena e não conseguimos ver.

T (6:4): Sim, está aqui uma reta. (ao mesmo tempo que apontava para o quadro como observa na figura 40).



Figura 40: T (6:1) a apontar para o segmento de reta desenhado no quadro.

B (6:4): Mas nós não usamos o zero.

Eu: Então apaguem se precisarem. Mas na vossa régua também há um zero.

B (6:4): Pois.

Eu: Expliquem lá porque é que não utilizaram o número zero?

T (6:1): Nós não utilizamos o número zero porque não era nada, porque não cabia nada.

B (6:4): Porque não há posição zero.

T (6:1): Começámos pela posição 1.

Eu: Muito bem. E como é que fizeram?

B (6:4): Nuvem, triângulo, nuvem, triângulo, triângulo, triangulo (...) (ao mesmo tempo que apontavam para os números como se pode observar na figura 41).



Figura 41: Alunos a verbalizar o padrão construído até ao 20.º termo.

Contudo, houve um grupo que resolveu a segunda questão utilizando outra

estratégia. O motivo encontrado pelo grupo pode observar-se na figura 42 e o registo da resolução da segunda questão encontra-se na figura 43. Durante a apresentação surgiu o seguinte diálogo:

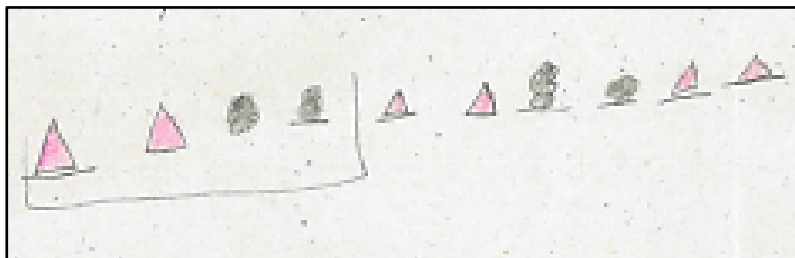


Figura 42: Motivo encontrado por outro grupo.

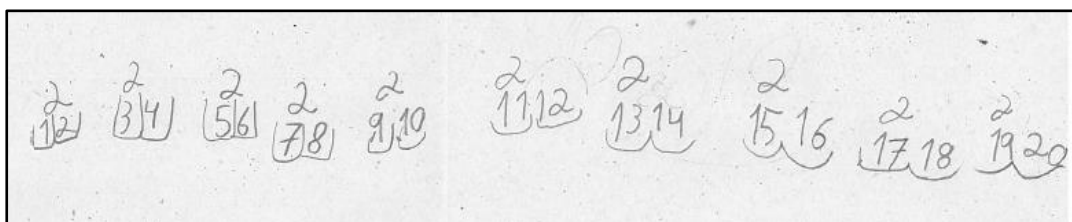


Figura 43: Resolução apresentada pelo grupo de alunos para descobrir o 20.º termo do padrão construído.

Eu: Qual é o termo que está na 20.ª posição?

C (6:4): É uma nuvem.

Eu: Como é que pensaram?

C (6:4): Contámos de dois em dois.

Eu: Mas façam lá que não estou a perceber.

C (6:4): Temos dois triângulos. Depois temos duas nuvens. E aqui são triângulos e aqui nuvens (...).

Verifica-se, com base no diálogo citado, que o grupo utilizou a contagem de dois em dois, uma vez que o motivo do seu padrão era composto por dois triângulos e duas nuvens. Ao construírem o padrão verificaram que este mudava de termos de dois em dois, ou seja, de dois em dois termos passava para nuvem ou para triângulo. Com base nesse conhecimento e tendo consciência desse facto os alunos utilizaram uma estratégia

diferente dos grupos anteriores para alcançar a resposta pretendida, em específico a estratégia do termo geral.

Síntese

A tarefa *Descobrir o motivo* permitiu que os alunos investigassem e explorassem as diferentes possibilidades de construir um motivo que fosse passível de encaixar na estrutura previamente dada, verificando que existe mais do que uma possibilidade. A concretização da tarefa permitiu ainda que os alunos encontrassem termos distantes nos padrões construídos, sem terem de os desenhar até ao termo desejado.

Todos os grupos encontraram um motivo que fosse passível de encaixar na estrutura previamente facultada, utilizando a representação icónica e a linguagem natural para os registar e identificar. Para encontrar um motivo possível, os alunos recorreram a uma estratégia baseada na tentativa e erro, em que construíam o motivo e seguidamente verificavam se este encaixava na estrutura dada.

No concerne às estratégias utilizadas pelos alunos para encontrar o 20.º termo do padrão, todos os grupos recorreram à estratégia da contagem. Contudo, houve um grupo que apesar de recorrer, inicialmente, à contagem conseguiu encontrar a o termo geral do seu padrão, verificando que de duas em duas posições os seus termos alteravam de figura.

Tarefa: Azulejos da cozinha

A tarefa *Azulejos da cozinha* foi estruturada segundo os princípios inerentes ao ensino exploratório da Matemática. A concretização da referida tarefa consistiu na exploração de uma situação com que os alunos se podem deparar no seu quotidiano, ou seja, tinham que descobrir quantas frutas diferentes iriam precisar para colocar nos azulejos da parede de uma cozinha.

Numa primeira fase projetei no quadro interativo os azulejos que se observam na figura 44, o que provocou o seguinte diálogo:



Figura 44: Azulejo de cozinha projetado no quadro interativo.

Eu: O que é que nós temos aqui?

M (6:1): Um padrão.

Eu: Porquê?

M (6:1): porque tem maçã, uvas, pera, maçã uvas, pera, e é sempre assim.

T (6:1): Está sempre a repetir-se.

Eu: Quer dizer que os padrões não existem só aqui na nossa sala quando nós os trabalhamos. Afinal também estão na minha cozinha.

R (6:8): Eu também tenho na minha cozinha.

B (6:4): Na minha cozinha também tenho só que tem outras frutas.

Eu: Só na cozinha?

B (6:4): eu também tenho no meu quarto.

C (6:4): E eu na sala do algarve.

B (6:6): Professora, eu tenho outro padrão. Eu tenho uma caixa de marmelado ou de mel que tem um padrão. Tem tigre, elefante, coelho e mais.

Eu: E repete-se?

B (6:6): Sim.

(...)

Eu: Olhem lá para a blusa da Constança.

Todos: É um padrão.

Eu: Constança vem aqui à frente para podermos ver. É amarelo, verde, azul cor-de-rosa, vermelho, amarelo, verde, azul cor-de-rosa, vermelho.

B (6:6): A mochila da Leonor também é um padrão.

L (6:1): A blusa da professora também tem um padrão.

(...)

Eu: Já vimos que podemos ver padrões em muitos lados.

Após terminar o diálogo supracitado referente à existência de padrões em diversos locais, objetos, roupas, entre outras possibilidades, partilhei com o grande grupo a situação problemática. Assim:

Eu: Quando a minha cozinha estava em obras, um dia, o pedreiro chegou ao pé da minha mãe e disse-lhe que faltavam azulejos para colocar numa das paredes da cozinha. Faltava apenas uma parede, por isso tínhamos que comprar os azulejos. O pedreiro disse à minha mãe que precisávamos de comprar 10 azulejos. Portanto, quantas maçãs, uvas e peras e irão estar naquela parede?

Após a partilha da situação problemática e do esclarecimento de eventuais dúvidas acerca do pretendido, passou-se para a fase de realização da tarefa. É importante salientar que foi pedido aos alunos que não utilizassem o desenho total do padrão para encontrar a resposta pretendida. Posto isto, os alunos formaram grupos de três elementos e iniciaram o seu trabalho. Durante este momento circulei pela sala, dirigindo-me ao pé dos diferentes grupos sempre que solicitado, com o intuito de orientar ou auxiliar no trabalho que se estava a desenvolver.

Durante a resolução da tarefa verifiquei que todos os grupos identificaram corretamente o motivo do padrão utilizando a representação icónica e a linguagem natural para registar e identificar. O conhecimento e identificação do motivo do padrão, bem como a consciência das suas características foram fundamentais para a resolução da tarefa proposta, dado que todos os grupos utilizaram esse conhecimento como base do seu pensamento.

Os diversos grupos utilizaram duas estratégias distintas para resolver a situação problemática proposta, nomeadamente a estratégia da contagem e a do termo geral, existindo dois grupos que alcançaram a generalização.

O primeiro grupo a apresentar utilizou a estratégia da contagem, não recorrendo ao desenho total do padrão, mas sim à escrita dos números de todas as suas posições. Na figura 45 que se segue é possível observar o registo da resolução da tarefa do grupo referido.

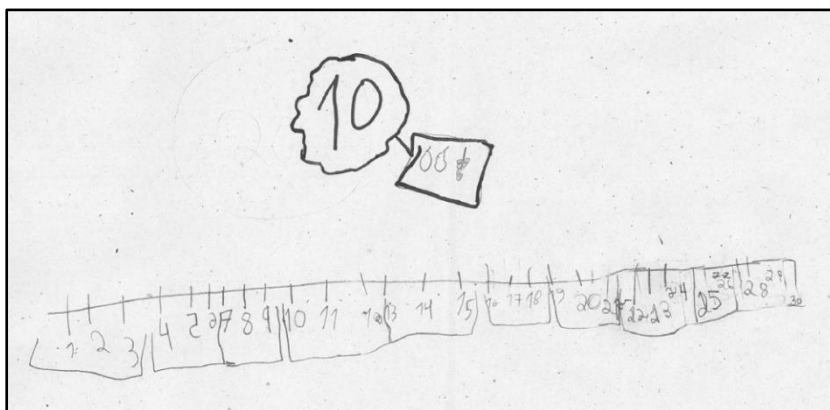


Figura 45: Resolução apresentada pelo 1.º grupo. Utilização da estratégia da contagem.

Eu: O que temos aqui?

M (7:9): Os azulejos.

Eu: Onde é que estão os azulejos?

M (7:9): Aqui. (ao mesmo tempo que apontava para motivos representados com três números selecionados).

Eu: Então e quantas maçãs são precisas?

M (7:9): 10.

Eu: E peras?

R (6:8): 10

Eu: E uvas?

M (7:9): 10

Eu: e se as juntarmos todas quantas são?

M (7:9): 30. (contou os números todos que tinham escrito)

Posteriormente, o segundo grupo a apresentar recorreu à escrita total das posições dos termos, identificando com bolinhas os locais onde terminam os motivos. As alunas utilizaram a estratégia do termo geral para resolver a questão, verificando que um novo motivo começa sempre de três em três posições. No entanto, apesar do pensamento do grupo estar correto, as alunas não conseguiram encontrar a resposta correta. Na figura 46 podemos observar o registo da resolução da tarefa e com base no diálogo seguinte é possível verificar o pensamento das alunas.

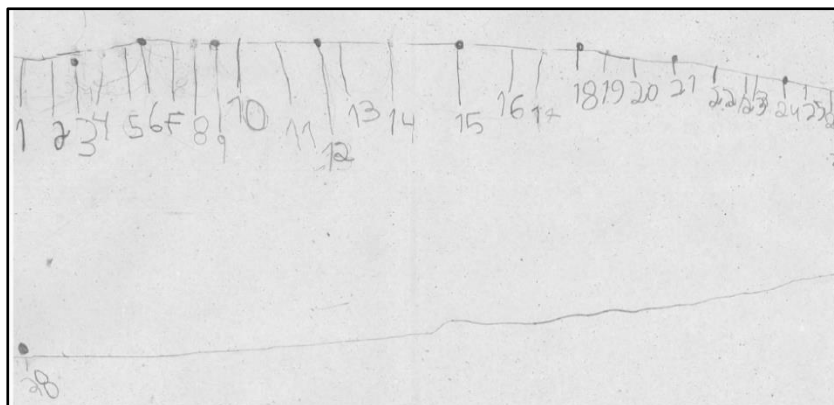


Figura 46: Resolução apresentada pelo 2.º grupo. Utilização da estratégia do termo geral.

Eu: O que são estas bolinhas?

B (6:6): São os azulejos.

Eu: E porque é que colocaram as bolinhas nesses números e não noutros?

B (6:6): Porque achámos que assim funcionava. As bolinhas ao lado de dois números.

Eu: Então e quantas maçãs são?

B (6:6): 3.

Eu: E uvas?

L (6:4): 3.

Eu: E peras?

B (6:6): 4.

O terceiro grupo a apresentar recorreu à estratégia do termo geral, como o grupo anterior, contudo não escreveu os números de todas as posições dos termos. O grupo desenvolveu um pensamento estruturado e evidenciou certezas das respostas dadas e da estratégia utilizada, encontrando por sua vez a resposta à questão colocada. Com base na figura 47 e no seguinte diálogo é possível constatar esse facto.

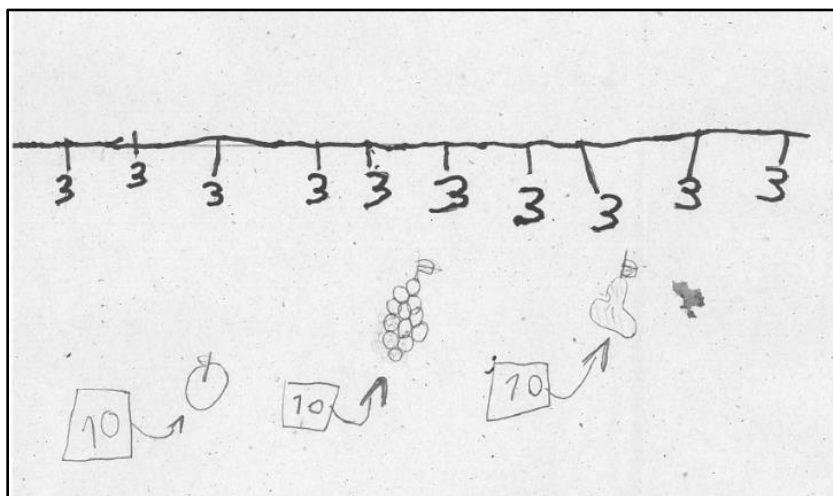


Figura 47: Resolução apresentada pelo 3.º grupo. Utilização da estratégia do termo geral.

T (6:1): Nós fizemos grupinhos de três. As maçãs são 10, as peras também são 10 e as uvas também são 10.

Eu: Porquê?

B (6:4): Porque aqui está uma maçã, e aqui está outra e aqui outra (...) (à medida que ia pontando para os números 3).

Eu: E porque é que meteram sempre o número 3?

B (6:4): Porque eram três coisas dentro do burquinho.

O quarto e o quinto grupo a apresentar alcançaram a generalização do padrão, verificando que o número de maçãs, peras e uvas é sempre o mesmo, sendo sempre igual ao número de motivos existentes. O registo da resolução da tarefa, do quarto grupo, pode observar-se na figura 48 e o alcance da generalização pode constatar-se através do diálogo seguinte:

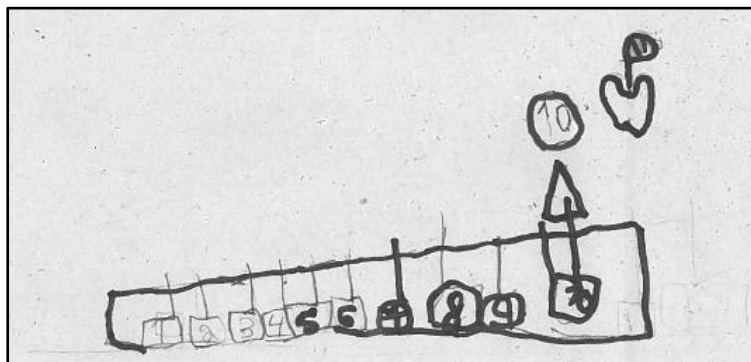


Figura 48: Resolução apresentada pelo 4.º grupo. Alcance da generalização.

T (6:6): Nós descobrimos que eram 10 maçãs.

Eu: E como é que descobriram?

C (6:0): Porque são 10 azulejos e em cada azulejo está uma maçã. Então são 10 azulejos e são 10 maçãs.”

Eu: Então mas vocês desenharam aí qualquer coisa.

C (6:0): É uma seta a apontar 10 maçãs.

Eu: E porque é que só fizeram as maçãs?

C (6:0):Porque não tivemos tempo.

Eu: Mas sabem quantas peras são? E uvas?

C (6:0):Então cada pera e cada uva estão no mesmo azulejo, por isso também são 10.

Na figura 49 que se segue é possível observar o registo do quinto grupo, verificando, através da transcrição do seguinte diálogo, que as alunas alcançaram a generalização do padrão. O grupo apresentou a generalização do padrão de forma clara e concisa, demonstrando segurança e firmeza nas afirmações feitas.

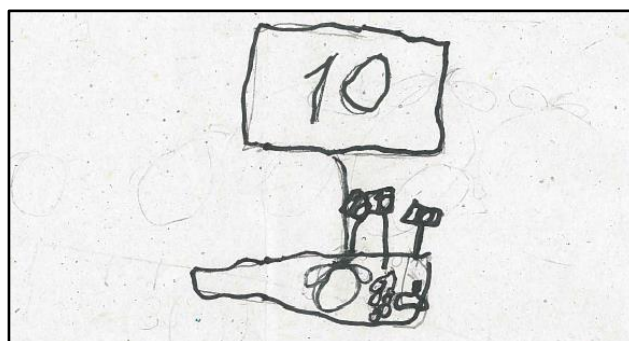


Figura 49: Resolução apresentada pelo 5.º grupo. Alcance da generalização.

Eu: Como é que pensaram?

M (6:1): Em cada azulejo há uma maçã. Há dez azulejos. Então há 10 maçãs.

Ao terminar a fase de apresentação passámos para a sistematização das aprendizagens. Desta forma, verificámos que sempre que um motivo é constituído por termos diferentes e que não se repetem, como o que se apresentava no azulejo, sabemos que o número de termos diferentes é sempre igual ao número de vezes que o motivo se repete.

Síntese

A tarefa desenvolvida permitiu que os alunos descobrissem o número de termos diferentes existentes num determinado padrão que era limitado, acabando por dois grupos encontrarem a generalização do padrão.

Todos os alunos identificaram o motivo do padrão apresentado, utilizando ou a representação icónica ou a linguagem natural. No que concerne às estratégias utilizadas para resolver a situação problemática proposta, dois grupos recorreram à estratégia da contagem. Dois grupos demonstraram ter encontrado o termo geral do padrão, no entanto apenas um conseguiu alcançar a resposta.

Para além das duas estratégias acima referidas utilizadas pelos grupos, é importante salientar que dois grupos alcançaram a generalização do padrão, obtendo de forma correta e clara a resposta à questão colocada.

Tarefa: Os acessórios da Dona Antónia

A tarefa *Os acessórios da Dona Antónia* foi estruturada de acordo com os princípios inerentes ao ensino exploratório da Matemática. A concretização da referida tarefa consistiu na exploração de uma situação problemática com que os alunos se podem deparar no seu dia-a-dia. Pretendia-se que descobrissem quantas missangas de diferentes formas e cores eram necessárias para construir três conjuntos de acessório, sendo que cada conjunto continha um colar e uma pulseira.

Numa primeira fase foi partilhada com o grande grupo a situação problemática que se pretendia que os alunos resolvessem. Sendo de salientar que durante a apresentação da tarefa auxiliei-me do colar e da pulseira que o enunciado referia, uma vez que estes eram essenciais para a compreensão e resolução da tarefa. Na figura 50 pode observar-se os materiais utilizados durante a apresentação da tarefa e realização desta, sendo que cada grupo tinha apenas um colar e uma pulseira. A partilha da situação problemática foi efetuada com a seguinte descrição oral:

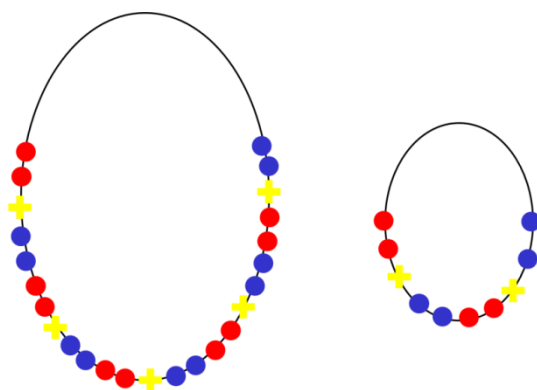


Figura 50: Colar e pulseira utilizados durante a apresentação e realização da tarefa.

Eu: No outro dia fui a uma loja onde se vendiam colares e pulseiras. Nesse dia estava lá uma senhora que tinha gostado muito de um conjunto de acessórios, que continha uma pulseira e um colar. Olhem foi este colar e esta pulseira (mostrei ao grande grupo os acessórios da figura 50). A senhora que tinha gostado muito do conjunto disse à dona da loja que queria três conjuntos de acessórios daqueles. Nesse momento a dona da loja começou a pensar que não tinha missangas suficientes para construir as pulseiras e os colares encomendados, como tal teve que pensar quantas missangas vermelhas, azuis e amarelas iria precisar para poder encomendar ao seu fornecedor. Quantas peças é que a dona da loja irá precisar? Quantas bolinhas azuis, bolinhas vermelhas e cruces amarelas terá que encomendar para construir aqueles colares e aquelas pulseiras?

Após a partilha da situação problemática a resolver decorreu um breve diálogo, no qual se esclareceram eventuais dúvidas e em que alguns alunos explicaram por palavras suas a tarefa. Seguidamente, formaram-se grupos de três elementos, distribuíram-se as folhas de registo e os materiais necessários, em específico um colar e uma pulseira por grupo.

Durante a realização da tarefa, circulei pelos diferentes grupos com o intuito de averiguar que estratégias e representações estavam a utilizar para resolver a situação

problemática. Ao longo deste momento fui verificando que todos os grupos estavam a utilizar, como primeira estratégia, a contagem, uma vez que contavam as peças vermelhas, azuis e amarelas diretamente do colar e da pulseira facultada.

Houve dois grupos que recorreram ao desenho total das peças necessárias para a construção dos três conjuntos de acessórios, como se pode observar nos registos da figura 51 e 52. Durante a apresentação ambos os grupos evidenciaram ter recorrido à estratégia da contagem para encontrar a solução pretendida.

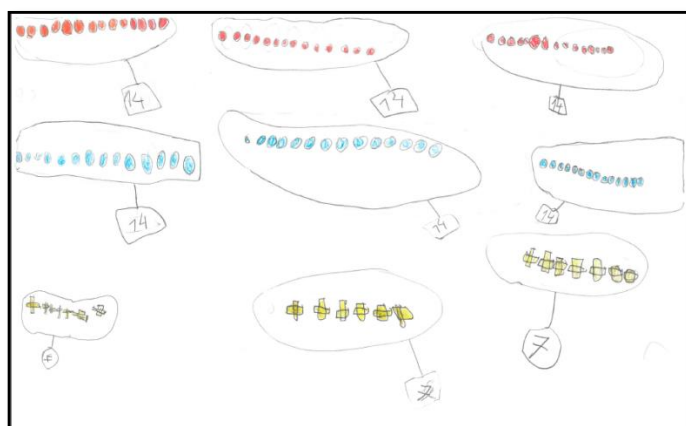


Figura 51: Resolução apresentada pelo 1.º grupo.
Utilização da estratégia da contagem.

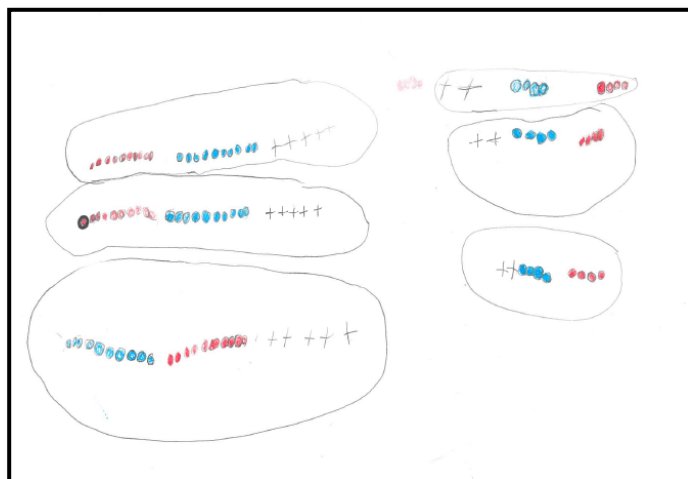


Figura 52: Resolução apresentada pelo 2.º grupo.
Utilização da estratégia da contagem.

Embora estes dois grupos de trabalho tivessem recorrido à contagem, tendo como base o desenho total das peças dos colares e das pulseiras, houve dois grupos que apesar de recorrerem à mesma estratégia não desenharam a totalidade das peças. Durante a apresentação de um desses grupos é possível constatar qual a estratégia e representação utilizada por estes. Na figura 53 pode observar-se o registo efetuado pelo grupo e, com base no diálogo transcrito, verificar a estratégia utilizada.



Figura 53: Resolução apresentada pelo 3.º grupo.

Eu: O que fizeram e como pensaram?

B (6:4): Nós contamos primeiro as azuis.

Eu: E contaram com o quê?

B (6:4): Com o colar. Contámos três vezes as azuis do colar e três vezes as azuis da pulseira. E as outras foi igual.

Eu: E chegaram à conclusão que precisavam de quantas bolinhas vermelhos?

L (6:1): 42.

Eu: E azuis?

B (6:4): 42.

Eu: E cruces amarelas?

B (6:4): 21.

Durante o momento de apresentações, verificou-se que dois grupos de alunos desenvolveram um raciocínio diferente dos anteriores. Os grupos não utilizaram o desenho total das missangas necessárias, nem contaram as peças necessárias, três vezes, através do colar facultado. Ambos os grupos, expressaram o mesmo raciocínio, bem como a mesma estratégia utilizada, sendo que um dos grupos não conseguiu terminar a

resolução da tarefa no tempo previsto. Contudo, durante a apresentação foram capazes de terminar, verbalmente, a resolução da tarefa, mencionando o número de missangas, de tipos diferentes, que eram necessárias.

O outro grupo e último a apresentar realizou o registo que se pode observar na figura 54, desenvolvendo no momento de apresentação o diálogo que se segue:

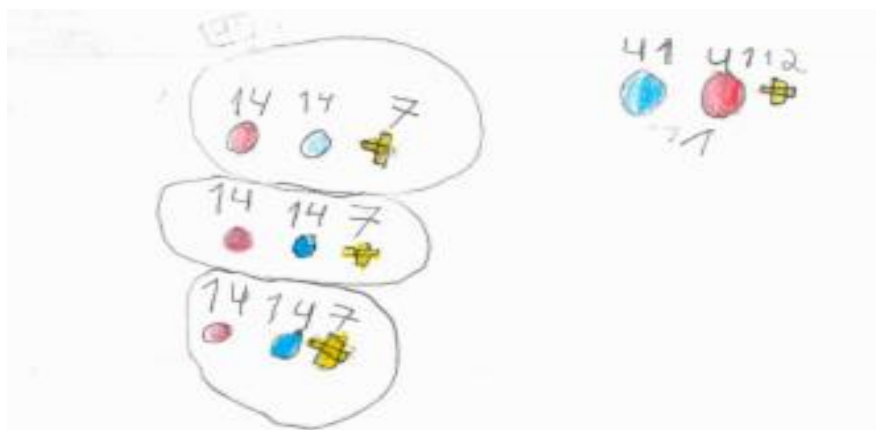


Figura 54: Resolução apresentada pelo 5.º grupo.

T (6:1): Nós fizemos 14 bolas vermelhas.

Eu: Mas 14 bolas vermelhas de onde?

T (6:1): 14 boas vermelhas de um colar e uma pulseira.

Eu: Sim e mais.

T (6:1): Nós fizemos três conjuntos. Para um precisamos de 14 bolas vermelhas, 14 boas azuis e 7 cruces amarelas.

Eu: E conseguem saber ao todo, para os três conjuntos de acessórios, quantas vermelhas, azuis e amarelas precisam?

T (6:1): Sim. 41 bolas azuis, 41 bolas vermelhas e...

Eu: E cruces? São 12?

T (6:1): São sete de um, mais sete de um e mais sete de um.

Eu: E sabes quanto é que isso dá? (O aluno contou pelos dedos)

T (6:1): 21.

Com base no diálogo transcrito e no registo dos alunos, é possível constatar que, estes alcançam a generalização do padrão, verificando que em cada conjunto de acessórios são precisas 14 bolas vermelhas, 14 bolas azuis e 7 cruces amarelas. Demonstrando que, para qualquer que seja o número de conjuntos de acessórios

encomendados, basta somar mais 14 bolas azuis, 14 vermelhas e 7 cruces. No entanto, é notória a dificuldade dos alunos na execução de operações com números elevados, o que por sua vez se torna um obstáculo para a resolução da tarefa. Este facto obriga os alunos a recorrerem à contagem termo a termo, quer através dos dedos, quer através dos materiais facultados. Embora seja evidente a dificuldade supracitada verifica-se que conseguiram alcançar a generalização do padrão, sendo capazes de descobrir o número necessário de missangas para quaisquer que sejam os conjuntos de acessórios necessários.

Após a fase de apresentações, passámos à sistematização das aprendizagens, verificando que o número de peças vermelhas e azuis iria ser sempre o mesmo, uma vez que cada motivo continha duas peças vermelhas e duas azuis, ou seja o mesmo número. Desta forma, constatámos que bastava contar as peças vermelhas ou as azuis, não havendo a necessidade de efetuar a contagem de ambas. Averiguou-se ainda que o número de cruces amarelas iria ser metade do número de bolas vermelhas/azuis, sendo que no motivo do padrão existia uma cruz vermelha e duas bolas vermelhas/azuis.

Síntese

Ao analisar a tarefa desenvolvida e as aprendizagens adquiridas pelos alunos, pode constatar-se que todos identificam o motivo do padrão, verbalizando-os e representando-o com facilidade e sem evidenciar dúvidas ou inseguranças. Os alunos utilizaram a linguagem natural e a representação ativa para identificar o motivo do padrão apresentado. No que concerne às estratégias utilizadas, verifica-se que a contagem se encontra sempre subjacente à resolução da tarefa, no entanto alguns alunos conseguem avançar no seu pensamento e utilizar essa estratégia apenas quando não conseguem alcançar o pretendido, de outra maneira.

É essencial evocar que dois grupos de alunos conseguiram alcançar a generalização do padrão, apesar de terem recorrido à contagem quando lhes foi perguntado o número de missangas necessárias. Os alunos evidenciaram compreender a regularidade existente e com base nesse conhecimento foram capazes de constatar que o número de bolas vermelhas, bolas azuis e cruces amarelas seria sempre o mesmo em cada conjunto de acessórios. Portanto, verificaram que bastava adicionar/multiplicar

tantas vezes as bolas vermelhas quantos conjuntos de acessórios se queriam construir, seguindo o mesmo processo para as restantes missangas.

Embora apenas dois grupos tenham conseguido alcançar, por si só, a generalização, foi evidente no momento da sistematização das aprendizagens que todos os alunos compreenderam a generalização do padrão.

Tarefa: Construção de padrões natalícios

A tarefa *Construção de padrões natalícios*, como o seu nome indica, consistia na construção de padrões com figuras representativas do natal.

Numa primeira fase dialoguei com o grande grupo acerca do que era pretendido que fizessem, começando por lhes dizer que iriam, em grupos de três elementos, construir padrões natalícios com as imagens de natal que lhes iria facultar. No entanto, primeiramente teriam que escolher os termos que iriam utilizar, ou seja, as figuras; seguidamente decidir o motivo do padrão que desejavam construir; e, por fim, saber quantos termos diferentes iriam necessitar, ou seja, quantas imagens diferentes de natal iriam precisar. Após efetuarem todas as escolhas supracitadas, assim como saberem o número de cada imagem necessária, dirigiam-se ao pé de mim ou da professora cooperante e pediam o número de imagens diferentes que precisavam.

Após a partilhar da tarefa e o esclarecimento de eventuais dúvidas, formaram-se os grupos de trabalho e distribuíram-se as folhas brancas, nas quais iriam ser efetuados os registos necessários.

Durante a decisão dos alunos dos termos que iriam utilizar e do motivo do padrão que iriam construir, fui circulando pelos diferentes grupos com o intuito de compreender que estratégias estavam a utilizar para saber o número de termos diferentes que iriam precisar. Nesta fase apercebi-me que a maioria dos grupos estava a construir motivos simples, apenas com três e quatro termos. Sendo essencial referir que estes motivos não continham figuras repetidas, como se pode observar nos registos dos alunos presentes nas figuras 55, 56, 57 e 58.



Figura 55: Motivo com quatro termos escolhido pelo 1.º grupo.

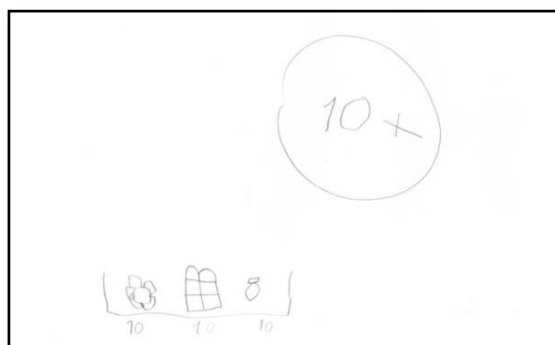


Figura 56: Motivo com três termos escolhido pelo 2.º grupo.

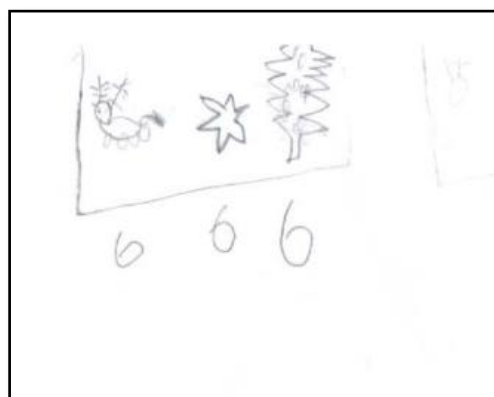


Figura 57: Motivo com três termos escolhido pelo 3.º grupo.



Figura 58: Motivo com três termos escolhido pelo 4.º grupo.

Os grupos que fizeram motivos que não continham figuras repetidas, para descobrirem o número de figuras diferentes que iriam precisar, não construíram o padrão na sua totalidade, nem recorreram à contagem através dos dedos para alcançar a resposta pretendida. Tornou-se notório que os grupos referidos encontraram a generalização do seu padrão, verificando que o número diferente de imagens que iriam precisar seria igual ao número de vezes que o motivo se iria repetir. Portanto, ao decidirem o número de motivos que o seu padrão iria conter, já sabiam o número de imagens diferentes que iriam precisar.

Embora a maioria dos grupos tenha construído um padrão que não continha imagens repetidas, houve dois grupos de alunos que não o efetuaram. Esses dois grupos escolheram motivos que eram compostos por imagens que se repetiam, como é possível observar nos registos efetuados por ambos, na figura 59 e 60.

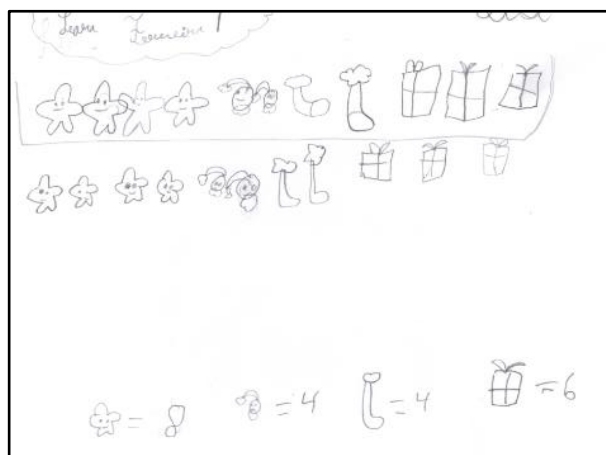


Figura 59: Resolução apresentada pelo 5.º grupo. Motivo escolhido com termos repetidos.

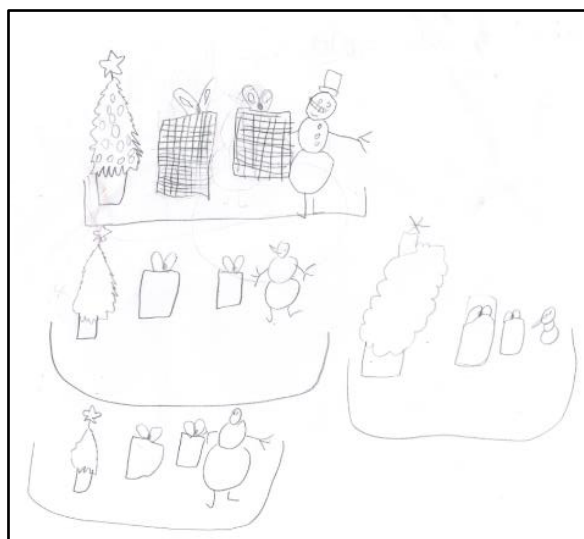


Figura 60: Resolução apresentada pelo 6.º grupo. Motivo escolhido com termos repetidos.

Torna-se essencial referir e focar que, os dois últimos grupos referidos, para encontrarem o número de termos diferentes que iriam necessitar recorreram à estratégia da contagem, com base no desenho total do padrão. Esse facto é possível observar nas figuras 59 e 60).

Após a decisão dos termos, dos motivos e do número de termos necessários, os grupos dirigiram-se a mim ou à professora cooperante e pediram o número de imagens que necessitavam para construir o seu padrão.

Durante a construção dos padrões, verificou-se que os alunos recorriam à folha de registo, na qual tinham desenhado o motivo, como se pode observar na figura 61.



Figura 61: Alunos a construir o padrão recorrendo à folha de registo do motivo.

No final da resolução da tarefa e da construção dos padrões natalícios desejados, cada grupo apresentou o seu padrão aos colegas referindo o motivo escolhido. Por fim, os alunos foram enfeitar a entrada da nossa sala com os seus padrões natalícios. Como é possível observar na figura 62 que se segue.

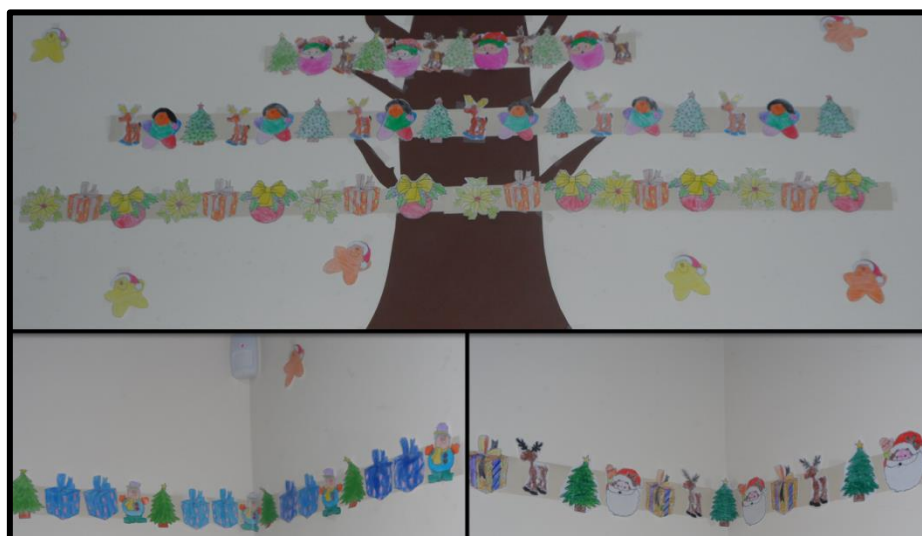


Figura 62: Entrada da sala com os padrões natalícios construídos pelos diversos grupos de alunos.

Síntese

Esta tarefa permitiu aos alunos construírem padrões à sua escolha, decidindo os termos que desejavam utilizar, assim como o motivo que pretendiam construir. Com base nos registos dos alunos e nas questões colocadas foi possível verificar que estes têm consciência que os padrões são constituídos por motivos que se repetem. Sendo que para os identificarem e registarem utilizaram a representação icónica, através do desenho e de arcos que seleccionam o motivo do padrão, a representação ativa e a linguagem natural.

Para determinarem o número de termos diferentes que iriam necessitar para construir o padrão desejado, a maioria dos alunos encontrou a generalização do seu próprio padrão. Portanto, com base na generalização efetuada, ficaram de imediato a saber quantos termos diferentes necessitavam.

Importa salientar que dois grupos utilizaram a estratégia da contagem, recorrendo ao desenho total do padrão. No entanto, considero que esse facto só aconteceu porque os motivos dos padrões de ambos os grupos eram compostos por imagens que se repetiam, ou seja, os motivos tinham duas ou mais imagens repetidas. No caso dos alunos que encontraram a generalização do seu padrão, os motivos não continham imagens repetidas.

Capítulo 5

Conclusão

No presente capítulo, começa-se por se sintetizar as ideias fundamentais da investigação desenvolvida no contexto de Educação Pré-Escolar e no de 1.º Ciclo do Ensino Básico. São também apresentadas as principais conclusões desta investigação que respondem às questões inicialmente colocadas ao nível do desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos através da exploração de padrões.

A última secção do capítulo 5 refere-se às considerações finais, onde se efetua uma leitura transversal da investigação desenvolvida em ambos os contextos, se focam as aprendizagens adquiridas, as dificuldades sentidas e a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico, através da exploração de padrões, desde os primeiros anos de escolaridade.

Síntese da investigação

A presente investigação decorreu com o objetivo de compreender, refletir e analisar de que forma as crianças/alunos desenvolvem o pensamento algébrico, através do reconhecimento e da exploração de padrões. O trabalho com padrões deve iniciar-se no Pré-Escolar, uma vez que permite o reconhecimento da ordem e a organização do mundo que as rodeia. Para além deste aspeto é essencial salientar que “(...) a experiência sistemática com padrões (...) cria bases para o trabalho posterior com símbolos e expressões algébricas” (NCTM, 2007, p. 39). Como tal, os educadores/professores devem proporcionar oportunidades de exploração de padrões ao longo do processo de ensino-aprendizagem da Matemática dos seus discentes.

Para orientar a investigação formulei três questões orientadoras essenciais, às quais pretendo dar resposta:

- Como lidam os alunos com a identificação do padrão?
- Que representações usam os alunos na exploração de padrões?
- Que estratégias utilizam os alunos para explorar padrões?

No decorrer da investigação, os objetivos inicialmente formulados foram sempre tidos em consideração, ao mesmo tempo que se procurava sustentar a investigação em referenciais teóricos que fundamentam as temáticas a investigar: a importância do trabalho de exploração de padrões como base do desenvolvimento do pensamento algébrico, considerando-se de especial relevo a natureza e conteúdo das tarefas e a cultura de sala de aula em que são exploradas. Uma análise das orientações curriculares nacionais e internacionais sobre o trabalho em redor dos padrões atesta acerca da sua relevância no ensino-aprendizagem da Matemática, desde os primeiros anos de escolaridade.

A investigação supracitada foi desenvolvida com base na metodologia de investigação-ação. Esta metodologia permitiu-me refletir, compreender e adequar a minha prática pedagógica em ambos os contextos em análise, em específico ao nível do desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos com base na exploração de padrões, assim como alcançar as respostas às questões colocadas inicialmente no estudo.

A referida investigação, como mencionado anteriormente, decorreu em dois contextos distintos, nos quais foram desenvolvidas intervenções didáticas, cujos elementos principais são, por um lado, tarefas de exploração de padrões que tinham como intuito desenvolver o pensamento algébrico das crianças/alunos, e, por outro lado, a sua exploração segundo o modelo de ensino exploratório da Matemática. Uma intervenção decorreu no ano letivo de 2013/2015, numa sala de Pré-Escolar e outra no primeiro semestre do ano letivo de 2014/2015, numa turma de 1.º Ciclo do Ensino Básico, ambas na escola Manuel Ferreira Patrício.

Durante a intervenção, efetuou-se sempre uma análise dos dados recolhidos que tinha como intuito averiguar e compreender o trabalho desenvolvido pelas crianças/alunos no âmbito do desenvolvimento do pensamento algébrico através da

exploração de padrões, bem como avaliar as aprendizagens dos mesmos e adequar a minha prática educativa.

Posteriormente, após o término das intervenções, efetuou-se uma análise dos dados recolhidos, tendo como foco os objetivos da investigação e as questões colocadas inicialmente. Esta análise permitiu uma seleção das tarefas realizadas ao longo da investigação, selecionando-se as que apresentavam variedade de informações diferentes e de situações interessantes, ao nível do trabalho de exploração de padrões como potenciador do desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos. Como tal, foram selecionadas três tarefas desenvolvidas no contexto de Pré-Escolar e seis no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, que se descrevem e discutem de forma aprofundada, permitindo a elaboração das conclusões que de seguida se apresentam.

Conclusões da investigação

Na presente secção procura-se dar resposta a cada uma das questões colocadas no início da investigação, distinguindo os alunos por contexto de intervenção.

Como lidam os alunos com a identificação do padrão?

Pré-Escolar

Ao analisar os dados recolhidos durante a investigação em contexto de Pré-Escolar foi possível retirar conclusões no que concerne à forma como os alunos lidam com a identificação dos padrões, podendo afirmar-se que foram evidenciadas duas formas distintas de lidar com a identificação de padrões.

Deste modo, averiguou-se que as crianças começaram por identificar os padrões como sendo uma sequência ordenada de termos. No entanto, verificou-se que esta forma de lidar com a identificação de padrões foi, progressivamente, desaparecendo ao longo da exploração das diferentes tarefas, sendo apenas demonstrada nas duas primeiras tarefas apresentadas. Para além deste modo de lidar com a identificação dos padrões houve outras crianças que, de início, reconheceram a existência de um motivo que se

repetia. Esta última forma de lidar com a identificação de padrões foi passível de verificar nas três tarefas descritas e interpretadas, sendo que é demonstrada, na maioria, quando os padrões contemplam motivos complexos, ou seja, motivos com termos repetidos. Neste âmbito, pode concluir-se que as crianças foram progressivamente, ao longo do processo de investigação e de realização das tarefas propostas, alterando a sua forma de lidar com os padrões, deixando de os ver como sendo uma sequência ordenada de termos e passando a reconhecer a existência de um motivo. Esta forma de lidar com a identificação dos padrões foi também sendo, progressivamente, utilizada de acordo com a complexidade do motivo que completa o padrão, como é possível observar na tarefa *A música e os padrões*. Na referida tarefa as crianças começam a identificar o padrão como uma sequência ordenada de termos, quando o motivo contém termos distintos, no entanto alteram a sua forma de lidar com o padrão, identificando o motivo deste, quando estão na presença de um padrão com um motivo com termos repetidos.

Com base na análise efetuada é possível concluir que nas duas primeiras tarefas, em que as crianças evidenciam duas formas de lidar com a identificação do padrão, identificam-no como sendo uma sequência ordenada de termos quando o motivo do padrão é simples, ou seja, contempla três ou menos termos distintos. Em contrapartida, as crianças identificam o padrão em função de um motivo que se repete, quando os motivos dos padrões são mais complexos, ou sejam, contém três ou mais termos e geralmente quando contêm termos repetidos.

É ainda possível constatar, através da análise das tarefas, que as crianças que lidam com os padrões, reconhecendo a existência de um motivo que se repete, tendem a considerar que o motivo é um bloco que se repete de forma integral, sem poder ser deixado incompleto. Deste modo, quando estão perante situações em que os padrões não terminam com o último termo do motivo, demonstram dúvidas e incertezas acerca de se o mesmo está ou não bem construído. Este facto foi evidente na tarefa *A minhoca* e na tarefa *Quadrados e triângulos*.

1.º Ciclo do Ensino Básico

Ao analisar os dados recolhidos no 1.º Ciclo do Ensino Básico, em específico na turma de 1.º ano, é possível retirar diversas conclusões, no que diz respeito à forma como os alunos lidam com a identificação do padrão.

Ao interpretar e analisar de forma transversal as diferentes tarefas realizadas ao longo da investigação no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, é possível constatar que, apenas na primeira tarefa, os alunos evidenciam duas formas distintas de lidar com a identificação do padrão. Deste modo, na tarefa – *A minhoca* – uma pequena parte dos alunos lida com os padrões como sendo uma sequência ordenada de termos. Sendo que a maioria dos alunos lida com a identificação do padrão demonstrando consciência da existência de um motivo que se repete.

Contudo, verifica-se que os alunos que identificam a existência de um motivo que se repete demonstram duas maneiras distintas de lidar com essa forma de identificar o padrão. Existe uma pequena parte dos alunos que, ao identificar o motivo do padrão considera que este dever-se-á reproduzir na sua integralidade, ou seja, considera que o motivo é um bloco que tem que se repetir sempre da mesma maneira, como é possível observar na tarefa *A minhoca*. Este facto verifica-se quando o aluno demonstra dúvidas acerca da construção do padrão quando este não termina com último termo do motivo. No entanto, a maioria dos alunos identifica o motivo do padrão, mas considera que a construção deste está correta mesmo quando o seu último termo não é o último do motivo. Na tarefa *A minhoca* também é possível verificar este facto.

Neste âmbito, é ainda possível concluir que os alunos, apesar da forma como lidam com a identificação do padrão, evidenciam dificuldades na identificação do motivo quando o padrão não se inicia com o primeiro termo do motivo. Este facto ocorreu durante a tarefa *A minhoca*, verificando-se a grande dificuldade dos alunos na identificação do motivo, pelo facto do padrão não ser iniciado pelo primeiro termo do motivo.

No que concerne às restantes tarefas realizadas verifica-se que os alunos identificam o motivo dos diversos padrões, demonstrando não considerar que estes se têm que reproduzir na sua integralidade.

Que representações usam os alunos na exploração dos padrões?

Pré-Escolar

Ao analisar os dados recolhidos no Pré-Escolar, é possível retirar diversas conclusões no que diz respeito ao tipo de representações que as crianças utilizam na exploração de padrões.

A linguagem natural está presente em todas as tarefas. É notório que no primeiro contacto com a identificação do padrão ou do motivo, as crianças utilizam a linguagem natural, mesmo que em paralelo utilizem outro tipo de representação. Este facto é visível em todas as tarefas apresentadas, pois é utilizada mais do que um tipo de representação, contudo a linguagem natural apresenta-se em todas.

Na primeira tarefa – *A minhoca* – as crianças utilizam a representação icónica, para além da linguagem natural, no entanto esse facto pode dever-se às características específicas da tarefa. Na tarefa – *A música e os padrões* – as crianças utilizam também a representação simbólica. A utilização deste tipo de representação surgiu da necessidade de registar os termos do padrão musical a construir. Na última tarefa descrita – *Quadrados e triângulos*, as crianças durante a realização da mesma utilizaram, para identificar o padrão, a linguagem natural, a representação ativa e a representação simbólica. A representação ativa ocorreu através dos materiais disponibilizados, sendo que as crianças utilizavam-nos para experimentar e construir os padrões escolhidos. A representação simbólica ocorreu oralmente, na medida em que as crianças em vez de se referirem aos termos, dizendo a figura geométrica e a cor, verbalizavam o símbolo/letra que os representava.

Deste modo, pode concluir-se que a linguagem natural ocorreu em todas as tarefas apresentadas e interpretadas no capítulo anterior, sendo que em paralelo as crianças utilizaram outros tipos de representações. A representação icónica ocorreu devido às características específicas da tarefa; a representação ativa ocorreu devido à presença de materiais manipuláveis; a representação simbólica, apesar de na tarefa a *Música e os padrões* ter ocorrido devido a uma necessidade de registar termos que eram sons do corpo, na tarefa *Quadrados e triângulos* essa necessidade não persistia, contudo

as crianças utilizaram-na com o intuito de facilitar a identificação do padrão e a respetiva referência ao mesmo.

1.º Ciclo do Ensino Básico

Ao efetuar uma análise transversal dos dados recolhidos no 1.º Ciclo do Ensino básico, no que concerne ao tipo de representações utilizadas pelos alunos na exploração de padrões, é possível retirar diversas conclusões.

Verifica-se que a linguagem natural e a representação icónica se encontram presentes em todas as tarefas apresentadas e interpretadas no capítulo anterior. A linguagem natural é a representação base durante todos os momentos das tarefas, pois os alunos utilizam-na para mostrarem aos colegas ou à professora, rapidamente, o motivo do padrão. A representação icónica é utilizada sempre, através do desenho, nos momentos de resolução das tarefas. Para além destes dois tipos de representação, pode constatar-se que os alunos utilizaram também a representação ativa e a representação simbólica. A utilização da representação ativa é visível apenas nas tarefas onde há a presença de materiais manipuláveis como, por exemplo, nas tarefas *A minhoca*, *Os acessórios da Dona Antónia* e a *Construção de padrões natalícios*. Torna-se possível constatar, através de uma análise transversal de todas as tarefas que, a representação simbólica é a menos utilizada. Contudo, é evidente que a sua utilização ocorreu apenas em padrões constituídos por motivos com três ou mais termos e que contém termos repetidos, como é possível verificar na tarefa *A minhoca* e na tarefa *Meninos e meninas*.

Deste modo, pode concluir-se que a linguagem natural e a representação icónica são as mais utilizadas pelos alunos, verificando-se a sua utilização em todas as tarefas. A representação ativa ocorre apenas na presença de materiais e a representação simbólica, para além de ser a menos utilizada, ocorre apenas quando os alunos estão na presença de motivos com três ou mais termos, contendo termos repetidos.

Que estratégias utilizam os alunos para explorar padrões?

Pré-Escolar

Ao analisar os dados recolhidos no âmbito da investigação no contexto de Pré-Escolar, no que concerne ao tipo de estratégias que as crianças utilizam para explorar padrões, pode concluir-se que estas demonstram utilizar diferentes tipos de estratégias. No entanto, pode verificar-se que as estratégias utilizadas variam de acordo com o que é pedido que descubram ou executem, assim como com a forma como lidam com o padrão.

Ao efetuar uma análise transversal das tarefas apresentadas e interpretadas no capítulo anterior, pode concluir-se que a estratégia mais utilizada pelas crianças para completar os padrões é a estratégia da recorrência. As crianças evidenciaram maioritariamente recorrer aos termos anteriores para completar os seguintes.

Contudo, na última tarefa apresentada – *Quadrados e Triângulos*, foi evidente a utilização de uma estratégia diferente para completar os padrões. As crianças ao reconhecerem a existência de um motivo que se repete, utilizam esse conhecimento para completar os padrões. Numa primeira fase recorrem aos termos anteriores para identificar o motivo e, posteriormente, ao reconhecerem o motivo verificam quais os termos existentes e quais os que estão em falta para completar o motivo seguinte. Portanto, pode concluir-se que, as crianças que reconhecem a existência de um motivo, completam o padrão utilizando numa primeira instância a estratégia da recorrência e seguidamente utilizam a estratégia da repetição do motivo.

Para além das estratégias supracitadas, é possível constatar que quando lhes é pedido que construam um padrão com um número limite de termos elas recorrem à estratégia da contagem, como ocorreu na tarefa *Quadrados e triângulos*. Sendo que, primeiramente constroem o padrão utilizando a estratégia da recorrência ou a estratégia da repetição do motivo e, posteriormente através da contagem acrescentam ou retiram termos até contemplarem o padrão com o limite de termos pedido.

Deste modo, pode concluir-se que para completar padrões as crianças utilizam a recorrência, ou seja, recorrem aos termos anteriores para descobrirem os seguintes. No entanto, as crianças que têm consciência da existência de um motivo, recorrem aos

termos anteriores para identificar o motivo do padrão e, posteriormente utilizam a estratégia da repetição do motivo para completar o padrão desejado. Na presença de padrões em que seja exigido um número limite de termos, as crianças utilizam em paralelo com as outras estratégias, a estratégia da contagem.

1.º Ciclo do Ensino Básico

Ao analisar os dados recolhidos na turma do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, no que concerne às estratégias utilizadas pelos alunos na exploração de padrões, pode concluir-se que são diversificadas as estratégias às quais os alunos recorrem, no entanto é evidente que a estratégia da contagem é a mais utilizada. Pode inferir-se que esta estratégia ocorre, tendo sempre como auxílio materiais manipuláveis, ou o desenho total do padrão ou o registo das posições do padrão ou a utilização do próprio corpo (por exemplo dos dedos).

Apesar da estratégia da contagem ser a mais utilizada pelos alunos durante a exploração de padrões, é evidente a evolução e o abandono desta estratégia em prol de outras, ao longo do processo de trabalho e de investigação.

Ao analisar de forma transversal as tarefas, pode concluir-se que a maioria dos alunos para descobrir termos próximos dos padrões, utilizam a estratégia da contagem, como se pode observar, por exemplo, na tarefa *A minhoca* e *Meninos e meninas*. Na presença da mesma questão, ou seja descobrir termos próximos, houve apenas um aluno que recorreu à estratégia do termo geral, estabelecendo uma relação entre os termos do padrão e a posição que ocupam; e apenas um aluno recorreu à estratégia da repetição do motivo, utilizando a identificação e a consciência da existência de um motivo para identificar os termos existentes e os que faltam para completar o motivo seguinte. Estas duas últimas estratégias utilizadas pelos alunos ocorreram no desenvolvimento da tarefa *A minhoca* e *Meninos e meninas*, respetivamente.

Verificou-se, através da análise realizada, que os alunos para descobrirem termos longínquos utilizaram a estratégia da contagem, havendo apenas um grupo de alunos que, na tarefa *Descobrir o Motivo*, utilizou a estratégia do termo geral. Torna-se importante salientar que a estratégia da contagem teve como auxílio o desenho total do

padrão, até ao termo desejado, ou o registo das posições todas do padrão até à posição questionada, como é possível observar por exemplo na tarefa *Descobrir o motivo*.

No que concerne às estratégias utilizadas pelos alunos para descobrirem o número de termos ou de motivos existentes em padrões com um determinado limite de termos, a maioria dos alunos utilizou a estratégia da contagem. Torna-se essencial focar que, na tarefa *Meninos e Meninas*, houve um grupo que utilizou a estratégia da contagem para descobrir o número de termos diferentes, ou seja, quantos meninos e quantas meninas havia num padrão com um determinado limite de termos. No entanto, o grupo utilizou como auxílio da contagem o desenho total do padrão, contudo após alcançar as respostas pretendidas apagaram os termos que não interessavam, ou seja, na pergunta que interrogava sobre o número de meninas, o grupo apagou os meninos e, na questão que questionava sobre o número de meninos, o grupo apagou as meninas. Embora a maioria dos alunos tenha utilizado a estratégia da contagem para alcançar o número de termos e motivos de um padrão limitado, verificou-se que dois grupos de alunos, na tarefa *Azulejos da cozinha*, utilizaram a estratégia do termo geral, contudo apenas um desses grupos alcançou a resposta pretendida.

Ao efetuar novamente uma análise transversal das tarefas, tendo como foco a obtenção da generalização dos padrões pelos alunos, pode concluir-se que esta só se verifica nas três últimas tarefas realizadas. Para além da constatação referida, é possível verificar que os alunos só alcançaram a generalização quando estavam na presença de um padrão com um número limite de termos e se pretendia que descobrissem o número de termos diferentes ou o número de motivos existentes. Torna-se ainda possível concluir, através da análise efetuada, que o alcance da generalização do padrão ocorre maioritariamente quando os alunos estão na presença de um padrão com um motivo que não contém termos repetidos, como se observa na tarefa *Azulejos da cozinha* e *Construção de padrões natalícios*. Apenas na tarefa *Os Acessórios da Dona Antónia*, alguns alunos alcançaram a generalização de um padrão constituído por um motivo que continha termos repetidos.

Considerações finais

Ao iniciar um trabalho desta natureza, não temos consciência das aprendizagens e contribuições que esse nos poderá proporcionar para o nosso desenvolvimento. Uma reflexão final constitui-se essencial nesta fase final do trabalho, pois permite-nos observar de forma distante a evolução efetuada e as aprendizagens adquiridas.

Deste modo, ao refletir sobre o trabalho desenvolvido posso concluir que se constituiu uma experiência essencial e enriquecedora para mim enquanto futura profissional, quer ao nível académico, pessoal, social e ético. O trabalho realizado permitiu-me refletir, compreender e adequar progressivamente a minha prática pedagógica, assim como desenvolver uma investigação com objetivos e coerência.

Ao longo da investigação tomei uma maior consciência da importância da postura do educador/professor como investigador, considerando que se torna fundamental compreender, analisar e refletir sobre as situações vividas nos contextos, de forma a adequar a prática educativa e a proporcionar às crianças/alunos um maior número de experiências ricas e promotoras de aprendizagem. No decorrer da minha intervenção e investigação segui os quatro aspetos que o profissionalismo do professor investigador envolve, mencionados por Stenhouse (1975), citado por Oliveira e Serrazina (2002). Sistemáticamente, questionei as minhas práticas de ensino, tentando compreender se eram as mais adequadas para a promoção do desenvolvimento das crianças/alunos. De modo a compreender este aspeto investiguei, de forma constante, a minha prática pedagógica, pesquisando referenciais teóricos e testando as teorias defendidas por autores/investigadores nas minhas práticas.

A investigação realizada permitiu-me tomar uma maior consciência da importância da postura do professor como investigador, uma vez que possibilitou-me investigar de forma sistemática, coerente e com objetivos uma problemática que ocorre em contexto real e que me interessava e questionava. Esta investigação desenvolveu em mim o espírito investigativo, levando-me a questionar, problematizar, refletir e pesquisar sobre as minhas práticas pedagógicas e sobre as mais diversas situações ocorridas em contextos educativos.

Neste âmbito, ao longo das minhas experiências em contextos reais, apercebi-me que o processo de aprendizagem só permite a aquisição de conhecimentos se as aprendizagens forem ricas e significativas, se houver o conhecimento e a compreensão das dificuldades sentidas e a reflexão e projeção de ações futuras. Considero que só através destes aspetos é que foi possível orientar e modificar a minha prática, adaptando os métodos e estratégias de ensino que possibilitassem o desenvolvimento do pensamento algébrico em cada criança/aluno, dado que cada um apresenta interesses, necessidades, capacidades e características específicas diferentes do outro.

Ao refletir sobre a investigação e o trabalho realizado, posso afirmar a importância do trabalho de exploração de padrões como promotor do desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças, desde o Pré-Escolar. É essencial desenvolver com as crianças/alunos, em contexto educativo, um trabalho progressivo através do qual se desenvolvem aprendizagens e se adquirem conhecimentos e conceitos matemáticos, bem como se constrói uma imagem positiva da Matemática. Ao longo da minha intervenção, em ambos os contextos, proporcionei às crianças/alunos diversas situações problemáticas de exploração de padrões. Estas situações permitiram às crianças/alunos desenvolver o seu pensamento algébrico, através da utilização de diversas formas de lidar com a identificação dos padrões, de utilizar diversificadas estratégias de resolução das tarefas e de utilizar diferentes representações. Percebi ao longo da minha intervenção que as crianças/alunos criaram uma imagem positiva da Matemática. Este facto tornou-se evidente ao observar o entusiasmo das crianças/alunos quando lhes era proposto a resolução de uma situação problemática. Para além dos aspetos referidos, as tarefas proporcionaram também momentos de partilha de conhecimentos, de trabalho cooperativo, de comunicação e de discussão de resultados.

A reflexão final efetuada após a investigação e a construção do presente relatório permite-me compreender quais as características da minha intervenção didática que se tornaram relevantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos através da exploração de padrões. Deste modo, considero que a metodologia de ensino exploratório da Matemática (Canavarro, 2011; Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012) foi fundamental para criar nas crianças/alunos o entusiasmo pela exploração e pela descoberta. Esta metodologia de ensino permitiu estimular nas crianças/alunos o pensamento flexível e a capacidade de recorrer a diversificadas

estratégias de resolução e representação. Para além destes aspetos, a metodologia em questão desenvolveu, progressivamente, o espírito de cooperação, partilha e interajuda entre crianças/alunos. Ao observar, acompanhar e refletir sobre estes aspetos de forma mais distanciada, considero que a metodologia de ensino exploratório da Matemática possibilitou desenvolver um trabalho com os alunos em várias vertentes, ou seja, permitiu desenvolver aprendizagens ao nível da Matemática, desenvolver o interesse e a vontade em explorar e investigar, desenvolver competências ao nível social e fortalecer o espírito de partilha e cooperação. A metodologia em questão tornou-se fundamental para desenvolver nas crianças/alunos o pensamento algébrico através das diferentes propostas de tarefas de exploração de padrões. Deste modo, pretendo utilizar a referida metodologia de ensino para trabalhar o pensamento algébrico através da exploração de padrões com futuras crianças e futuros alunos.

Neste âmbito, torna-se essencial que os educadores/professores trabalhem com as crianças/alunos tarefas de exploração de padrões, permitindo-os progressivamente desenvolver o pensamento algébrico. É essencial que os programas valorizem de forma continuada e consistente a exploração de padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças e dos alunos. Apesar deste foco, o trabalho com padrões contribui para a construção de uma imagem mais positiva da Matemática; possibilita a aquisição e o conhecimento de novos conceitos matemáticos, permite relacionar diferentes conceitos matemáticos entre si; trabalhar e desenvolver outras áreas do currículo e pode ser o veículo de transição entre a Aritmética e a Álgebra (Vale & Pimentel, 2005/2011; Alvarenga e Vale, 2007; Vale, 2013). Deste modo, é importante desenvolver com as crianças e com os alunos um trabalho contínuo de exploração de padrões, com o intuito de estes criarem uma boa relação com a Matemática e desenvolverem um pensamento algébrico sólido que, pode tornar-se fundamental para apoiar aprendizagens futuras.

Ao longo da intervenção e investigação no contexto de Pré-Escolar, verifiquei que as crianças tinham pouco contacto com padrões averiguando que inicialmente não conheciam o conceito de padrão e não tinham consciência de que estes apresentavam uma regularidade. No entanto, progressivamente, foi evidente o entusiasmo demonstrado pelo grupo aquando da realização de tarefas de exploração de padrões, assim como foi possível observar as evoluções das crianças. Tornou-se visível a evolução das crianças no que concerne à forma como lidam com identificação do

padrão, bem como a utilização de diferentes estratégias de exploração de padrões e a utilização de distintas representações, sendo que a linguagem natural era a mais usada. Porém, as representações ativa, simbólica e icónica também foram utilizadas pelo grupo de crianças.

No decorrer da investigação desenvolvida na turma de 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, muitos dos alunos já tinham ouvido o conceito de padrão e sabiam o seu significado. Nove tinham feito parte da investigação no contexto de Pré-Escolar, mas os restantes também demonstraram este conhecimento. Contudo, no primeiro momento em que se desenvolveu um diálogo em grande grupo de partilha de conhecimentos no que se refere aos padrões, foi passível observar que os alunos participantes da investigação decorrida no contexto de Pré-Escolar, justificaram as suas conjeturas de forma mais clara e concisa. Ao longo do desenvolvimento das diferentes tarefas propostas foram notórias as evoluções e as aprendizagens desenvolvidas pelos alunos, verificando-se que estes foram progressivamente utilizando diferentes estratégias de exploração de padrões, sendo que nas últimas tarefas conseguiram alcançar a generalização dos padrões. Tornou-se ainda observável a evolução dos alunos no que diz respeito à forma como lidam com a identificação do padrão, utilizando diferentes tipos de representação. No que concerne à metodologia de trabalho utilizada, ou seja o ensino exploratório da Matemática, foi possível observar o desenvolvimento da capacidade dos alunos de trabalharem em grupo, partilhando ideias, conhecimentos e aprendizagens, desenvolvendo progressivamente o espírito de cooperação e de interajuda.

Ao efetuar uma comparação da investigação realizada nos dois contextos, tendo como base a análise detalhada dos dados recolhidos e a revisão de literatura realizada, posso concluir que as crianças e os alunos evidenciaram utilizar uma estratégia diferente durante a exploração de padrões. Em ambos os contextos foi notória a utilização de uma estratégia de exploração de padrões que os referenciais teóricos consultados não mencionam, tendo sido esta designada na apresentação e interpretação das tarefas e nas conclusões da investigação de “estratégia da repetição do motivo”. Esta estratégia ocorre quando as crianças e os alunos, para completarem os padrões ou para encontrarem termos próximos, recorrem aos termos anteriores para identificar o motivo do padrão e, com base nesse conhecimento, verificam quais os termos existentes e quais os termos em falta para completar o motivo seguinte. Esta estratégia é utilizada no

presente estudo apenas quando as crianças e os alunos se encontram na presença de padrões com motivos complexos, ou seja, com motivos que contêm termos repetidos.

Deste modo, ao encontrar uma estratégia distinta daquelas que se encontram nos referenciais teóricos, considero de extrema importância que se investigue de que forma os alunos recorrem à estratégia da repetição do motivo, na presença de que tipo de padrões com motivos simples ou complexos. Ao refletir sobre a estratégia em questão e sobre a utilização da mesma na presente investigação, posso inferir que esta deverá ser recorrida principalmente quando as crianças/alunos estão na presença de motivos complexos, ou seja que contenham termos repetidos. No entanto, tornar-se-ia importante investigar se esta estratégia é apenas utilizada com padrões com motivos complexos, ou se as crianças/alunos recorrem a esta mesmo com padrões com motivos simples. Perceber de que forma esta estratégia é útil para os alunos, na presença de padrões com motivos simples e/ou complexos, será que as crianças/alunos recorrem a ela na presença de ambos os tipos de motivos? Ou será que com motivos simples é mais útil recorrer à recorrência? Estará a utilização desta estratégia relacionada com a forma como os alunos lidam com a identificação do padrão? Estas são algumas questões iniciais de uma possível investigação, futura, focada nas estratégias de exploração de padrões.

Tendo em conta o trabalho realizado torna-se essencial referir que é importante que os educadores e os professores explorem com as suas crianças e alunos padrões, com o intuito de desenvolver o pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade. É essencial sensibilizar os professores para realizarem este trabalho, pois poderá ter implicações futuras na aprendizagem Matemática dos seus discentes, bem como na imagem que criam em redor desta área curricular.

Em suma, posso afirmar que a investigação realizada tornou-se fundamental para a minha perceção e compreensão de como a exploração de padrões pode ser promotora do desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças e dos alunos, bem como as implicações que este trabalho desde o Pré-Escolar poderá ter nas aprendizagens futuras das crianças/alunos. Apesar das investigações existentes considero que ainda existe muito por conhecer no que concerne ao desenvolvimento do pensamento algébrico, quer no Pré-Escolar quer no 1.º Ciclo. É importante desenvolver mais investigações que comprovem como o pensamento algébrico pode ser desenvolvido desde o Pré-Escolar e

que os padrões poderão ser um ótimo caminho para esse desenvolvimento e para a passagem da Aritmética para a Álgebra. É essencial sensibilizar os educadores e os professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico para a importância desse trabalho.

Referências bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME/DEB.
- Alarcão, I. (2001). Professor-Investigador: Que sentido? Que formação? In B. P. Campos (Org.), *Formação Profissional de Professores do Ensino Superior*, vol. I (pp. 21-31). Porto: Porto Editora.
- Alvarenga, D., & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, 16(1), 27-55.
- Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 29-48). Lisboa: SEM-SPCE.
- Arends, R. (1995). *Aprender a Ensinar*. Lisboa: Editora McGraw-Hill de Portugal.
- Barbosa, A., Vale, I., & Palhares, P. (2009). Exploring generalization with visual patterns: Tasks developed with pre-algebra students. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 137 – 149). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Baroody, A. (2002). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças. In B. Spodek (Org.), *Manual de investigação em educação de infância* (pp. 333-390). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: Reidel.
- Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borrvalho, A., & Barbosa, E. (2009). Exploração de padrões e pensamento algébrico. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 59 – 68). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Borrvalho, A., & Barbosa, E. (n.d.). *Pensamento Algébrico e exploração de Padrões*. (Consultado em 27 de janeiro de 2015 em http://www.apm.pt/files/Cd_Borrvalho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf).
- Borrvalho, A., Cabrita, I., Palhares, P., & Vale, I. (2006). Os padrões no ensino e aprendizagem da Álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, I. Fonseca, L. Santos & A. P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra* (pp. 193-211). Lisboa: SEM – SPCE.
- Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico* (Tese de Mestrado). Lisboa: Faculdade de Ciências – Departamento de Educação.
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da Educação*. Lisboa: Relógio D'Água.
- Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16 (2), 81-118.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, A. P., & Pinto, M. E. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos. *Quadrante*, 21(2), 51-79.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática*, 255 - 266.

- Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: Reidel.
- Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009). Investigação-Ação: Metodologia Preferencial nas Práticas Educativas. *Psicologia, Educação e Cultura*, XIII, 2, 355-380.
- Devlin, K. (2002). *Matemática: A ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- Friedlander, A., & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in Algebra. In A. Cuoco & F. Curcio (Eds.), *Roles of representation in school mathematics — 2001 Yearbook* (pp. 173–185). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Goldenberg, E. P., Mark, J., & Cuoco, A. (2010). Goldenberg, E. P., Mark, J., & Cuoco, A. (2010). Contemporary curriculum issues: An algebraic-habits-of-mind perspective on elementary school. *Teaching Children Mathematics*, 16(9), 548.
- Goldin, G. (2002). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 176–232). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. Cuoco & F. Curcio (Eds.), *Roles of representation in school mathematics — 2001 Yearbook* (pp. 1–23). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Graue M., & Walsh D. (1998). *Investigação etnográfica com crianças: Teorias, métodos e ética*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Kaput, J. (1999). *Teaching and learning a new Algebra with understanding*. (consultado em 3 de fevereiro de 2015 em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS/Kaput_99AlgUnd.pdf).
- Kaput, J. (2008). What is Algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). New York: Lawrence Erlbaum.

- Kaput, J. J., & Blanton, M. L. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. In H. Chick, K. Stacey, Jill Vincent, & John Vincent (Eds.), *The future of the teaching and learning of Algebra. Proceedings of the 12th ICMI study conference* (Vol. 1) (pp. 344-352). Melbourne: The University of Melbourne.
- Kaput, J., Blanton, M., & Moreno, L. (2008). Algebra from a symbolization point of view. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133–160). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, 16(1), 5–26.
- Leite, C. (2003). *Para uma escola curricularmente inteligente*. Porto: Asa.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 65-86). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da investigação-acção*. Porto: Porto Editora.
- Mesquita-Pires, C. (2010). A investigação-acção como suporte ao desenvolvimento profissional docente. *EDUSER: Revista de educação*, 2 (2), 66-83.
- Ministério da Educação (1997). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação (2010). *Metas de aprendizagem para a educação pré-escolar*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. In *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 29-42). Lisboa: APM.

- Orton, A. (2009). Reflections on pattern in the mathematics curriculum. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 15 – 28). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and approach to Algebra. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104-124). Londres: Cassel.
- Peressin, D., & Knuth, E. (2000). The role of tasks in developing communities of mathematical inquiry. *Teaching Children Mathematics*, 6(6), 391-397.
- Pinheiro, M., & Barbosa, A. (2013). O pensamento algébrico em contextos visuais. *Actas XXIV SIEM*, 273-294.
- Pinto, M. E. (2009). *O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: Um estudo no 1º ano de escolaridade*. (Tese de mestrado em educação Matemática. Évora: Universidade de Évora.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & A. P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* (pp. 5–27). Porto: SEM/SPCE.
- Ponte, J. P. (2009). Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 169 – 175). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.

- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular
- Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 83-96.
- Smith, E. (2003). Stasis and change: Integrating patterns, functions, and Algebra throughout the K-12 Curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 136-150). Reston: NCTM.
- Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 19–56). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Serrazina, L., & Oliveira, I. (2001). O professor como investigador: Leitura crítica de investigações em educação matemática. *Actas XII SIEM*, 29-56.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de Matemática: Um desafio para professores e alunos. *Interações*, 20, 181-207.
- Vale, I. (2013). Padrões em contextos figurativos: Um caminho para a generalização em matemática. *Revemat*, 8(2), 64-81.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2005). Padrões: Um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática*, 85, 14-20.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2009). Visual pattern tasks with elementary teachers and students: A didactical experience. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 151 – 162).

Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Vale, I., & Pimentel, T. (2010). Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. *Educação e Matemática*, 110, 33-38.

Vale, I., & Pimentel, T. (Coord.) (2011). *Padrões em Matemática: Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico*. Lisboa: Texto.

Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1.º ciclo. *Quadrante*, 14(1), 37-66.

Wong, K. (2004). Using multim-modal think-board to teach mathematics. In *Proceedings of ICME-10*. Copenhagen: Technical University of Denmark.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402.

Documentos produzidos pelo agrupamento de escolas

Ferro, C. (2014 -2015). *Plano de atividades da turma*. Évora: Agrupamento de Escolas Manuel Ferreira Patrício.

Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas n.º 1 de Évora (2013-2017). *Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas Manuel Ferreira Patrício – A Bússola, orientação em autonomia*. Retirado de <http://ebim.drealentejo.pt/>

Silva, M. I. (2013 -2014). *Plano Curricular de grupo*. Évora: Agrupamento de Escolas Manuel Ferreira Patrício.

Legislação

Decreto-Lei n.º 241/2001 de 30 de agosto. Perfis específicos de desempenho profissional do educador de infância e do professor do 1.º ciclo do ensino básico.

Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar – Lei n.º 5/97 de 10 de fevereiro, artigo 2.º.

Apêndices

APÊNDICE A

Tabela relativa à primeira fase da análise dos dados

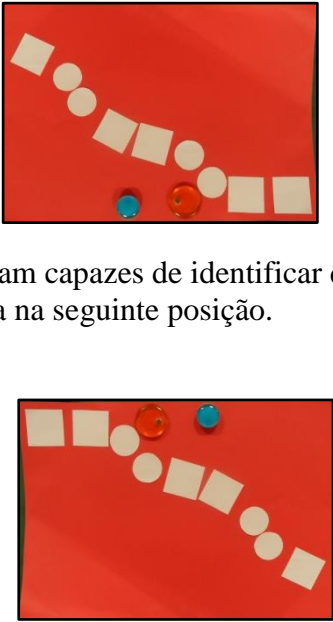

<h2>Pré-Escolar</h2>		
Questões	Como lidam com a identificação do padrão? Que representações utilizam?	Que estratégias utilizam para explorar padrões?
Tarefas		
A minhoca	<p>- A M (5:2) idêntica o padrão como uma sequência ordenada de termos. (Linguagem natural – “vermelho, verde, azul; vermelho, verde, azul”).</p> <p>- O R(5:6) identifica o motivo que se repete. (Linguagem natural – “3 vermelhos e 2 azuis”).</p> <p>- A J(5:5) identifica o motivo que se repete. (Linguagem natural e representação icónica – “e agora é vermelho? E agora é o quê?” (pinta a bolinha de verde porque é o último termo do motivo).</p> <p>Nota: A criança que vê o padrão como uma sequência ordenada de termos completa todos os padrões pedidos corretamente. As crianças que identificam o motivo que se repete tendem a continuar a construção do padrão pelo 1.º termo do motivo sem olhar para os termos anteriores que já se encontram desenhados, assim como terminam sempre com o último termo do motivo.</p>	<p>Não foi pedido para encontrar nenhum termo, apenas foi pedido para completar o padrão.</p> <p>Para completar o padrão utilizaram a estratégia da Recorrência.</p>
A primavera	<p>Todo o grupo identifica o padrão como uma sequência ordenada de termos. (Linguagem natural e Representação ativa – “Joaninha, joaninha, borboleta, borboleta, joaninha, joaninha, borboleta, borleta ...”)</p> <p>- A C (6:1) identifica o motivo que se repete. (Linguagem natural e Representação ativa – “Aqui é uma flor e depois uma joaninha, porque aqui (atrás) está uma flor, porque já é tudo do início.”)</p>	<p>Não foi pedido para encontrar nenhum termo.</p> <p>Para completar o padrão e para descobrir os termos que estavam escondidos as crianças utilizaram a estratégia de recorrência.</p>

<p>A música e os padrões</p>	<p>Todo o grupo identifica o padrão como uma sequência ordenada de termos. (Linguagem natural e Representação simbólica – “BABABA...ABEABEABE”)</p> <p>- A B (6:3) identifica o motivo que se repete. (Linguagem natural e Representação simbólica – na presença destes dois padrões: ABEABE AABEAABEAABE</p> <p>ocorreu o seguinte diálogo:</p> <p>Eu: Vamos ver qual é a diferença entre estes dois padrões?</p> <p>B (6:3): Mas eles estão um bocadinho iguais, porque ali está o B e o E e ali também tá o B e o E. Os dois A’s é que não são iguais.</p> <p>Eu: Aqui? Diz lá B (6:3)?</p> <p>B (6:3): Estes estão bons (BE). Agora estes é diferente, porque está aqui um A e aqui dois A’s.”)</p>	<p>Não foi pedido para encontrar nenhum termo, apenas foi pedido para criarem e completar um padrão. Para completar o padrão utilizaram a estratégia da Recorrência.</p>
<p>A estrela e o sol</p>	<p>Identificam o padrão como uma sequência ordenada de termos. Linguagem natural e Representação simbólica (Apresentei às crianças vários padrões com estrelas e sois e pedi-lhes que me dissessem como era o padrão, através de símbolos, em específico através de letras (ex.:ABBABB)).</p>	<p>Não foi pedido para encontrar nenhum termo.</p>
<p>Quadrados e Triângulos</p>	<p>- A M (5:3) identifica o motivo que se repete. (Linguagem natural, Representação ativa e simbólica, sendo que a simbólica ocorreu oralmente –</p>	<p>Para completar o padrão a criança utilizou a estratégia da repetição do motivo, sendo que utilizou também a contagem para construir um padrão</p>

	Nota: A criança demonstra alguma confusão porque o padrão não termina com o último termo do motivo e diz: “Agora tem que ficar uma bola aqui. Assim não vale.”)	que tivesse apenas 20 termos, contando os termos até ao 20.
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------

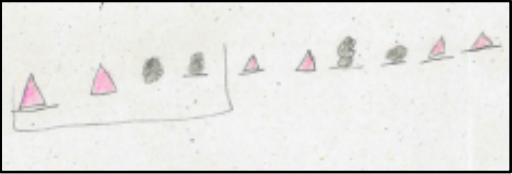
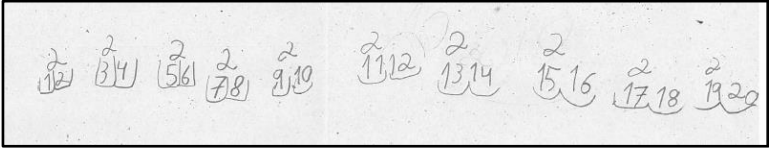
1º Ciclo		
Questões	Como lidam com a identificação do padrão? Que representações utilizam?	Que estratégias utilizam para explorar padrões?
Tarefas		
Quadrinhos azuis e vermelhos		
A música e os padrões	Identificam o motivo que se repete . Linguagem natural Representação icónica (utilizam arcos) Representação simbólica (utilizam letras que representam os diferentes sons)	Não foi pedido para encontrar nenhum termo nem o número de motivos.
A minhoca	Na primeira parte da tarefa era pedido aos alunos que completassem os diferentes padrões. Metade da turma identifica o motivo que se repete	Nas apresentações os alunos questionavam os colegas acerca de que termo estaria em determinada posição. É de salientar que os padrões estavam construídos e os termos pedidos já se encontravam no padrão apresentado.

	<p>utilizando a representação icónica (através de arcos ou de círculos ao redor do motivo) e a representação simbólica.</p> <p>Os restantes alunos:</p> <ul style="list-style-type: none">- Uma pequena parte identifica o padrão como uma sequência ordenada de termos, utilizando a representação icónica através de arcos. Existe um aluno que num padrão utiliza a representação simbólica (ex.: 123456789...); <p>Na segunda parte da tarefa as crianças a pares construíram padrões e na apresentação fizeram algumas questões aos seus colegas.</p> <p>Os alunos identificam o motivo que se repete utilizando a Linguagem natural e a Representação ativa</p> <p>Situação interessante:</p> <p>Na presença do seguinte padrão, os alunos não conseguiram identificar o motivo, uma vez que foi alterada a orientação da sequência do motivo, o que por sua vez fez com que o padrão não se iniciasse com o primeiro termo do motivo.</p>	<p>Todos os alunos utilizaram a estratégia da contagem, contando os termos até chegar àquele que tinha sido pedido.</p> <p>Um aluno utilizou a estratégia do termo geral. O diálogo seguinte permite concluir esse facto. (O padrão apresentado era constituído pelo seguinte motivo: triângulo, quadrado, círculo.)</p> <p>A (6:2): Qual é o termo que está na posição 6? J (6:7): Triângulo. A (6:2): Está errado! Matilde podes responder. M (6:1): Quadrado. Eu: Está certo? A (6:2): Sim. Um, dois, três. Três mais três é seis. Portanto é que eu disse esta coisa, porque sei.</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

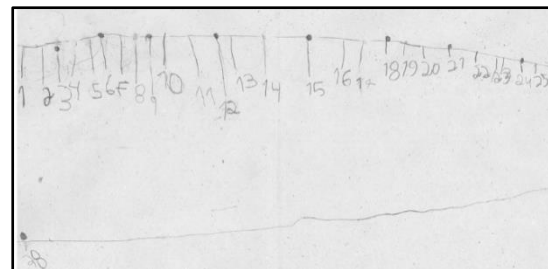
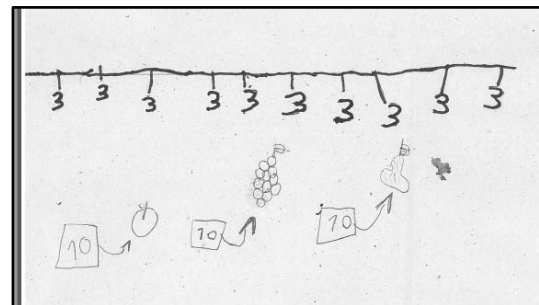
	 <p>Só foram capazes de identificar quando se colocou a folha na seguinte posição.</p>	
<p>Adivinha! Triângulo ou quadrado?</p>	<p>Os alunos identificam o motivo que se repete utilizando a Linguagem natural e a representação ativa.</p>	<p>Descobrir termos próximos – inicialmente maioria utiliza a estratégia da contagem.</p> <p>No entanto há uma criança que utiliza a estratégia da repetição do motivo. Na presença do padrão:</p>  <p>É pedido à criança que diga qual será o 11.º e o 12.º termo. A criança responde: M (6:1): É triângulo, triângulo. Eu: Porquê? M (6:1): Porque o motivo é quadrado, quadrado, triângulo,</p>

		<p>triângulo. E aí já está quadrado, quadrado e depois aí é triângulo, triângulo.</p> <p>Durante as apresentações os alunos perguntavam aos colegas qual era os termos que encontravam atrás dos pontos de interrogação. Nesta fase os colegas que respondiam justificavam a sua resposta como a Matilde (situação acima descrita), ou sejam utilizando a estratégia da repetição do motivo.</p>
<p>Meninos e Meninas</p>	<p>Os alunos identificam o motivo que se repete utilizando a Linguagem natural, a representação icónica e a representação simbólica.</p>	<p>Descobrir termos próximos os alunos utilizaram a estratégia da contagem</p> <p>Há uma aluna que utiliza a estratégia da repetição do motivo.</p> <p>Motivo do padrão: Menino, menino, menina. Tínhamos descoberto qual o termo que estava na posição 5 e em seguida perguntei: Eu: Qual é o termo que está na 6.ª posição? C (6:4): É menina. Eu: Porquê? C (6:4): o que resolvemos foi o que estava na posição 5 era o menino e já tínhamos um menino atrás do outro menino. E depois a seguir vem uma menina. Nesta situação a aluna conhece o motivo e com base nisso verifica o que já sabe que faz parte daquele motivo e o que falta.</p> <p>Para responder às perguntas: (no caso de o padrão ser constituído por 15 termos)</p>

		<p>Quantos meninos há? Quantas meninas há? E quantos motivos há? Os alunos utilizaram sempre a contagem. A contagem teve como base o desenho, ou seja as crianças desenharam o padrão até ao 15.º termo e no fim contaram.</p> <p>Situação interessante: Houve um grupo que desenhou o padrão todo e depois apagou o que não interessava, por exemplo apagou as meninas quando queria saber quantos meninos haviam e vice-versa).</p>
<p>Descobrir o motivo</p>	<p>Os alunos identificam o motivo que se repete utilizando a linguagem natural e representação icónica</p>	<p>Descobrir termos longínquos (foi pedido para não desenharem o padrão todo). Os alunos utilizaram a estratégia da contagem, contudo em vez de desenharam o padrão todo e seguidamente contarem até ao 20.º termo, os alunos utilizaram um processo inverso. Primeiro escreveram os números de 1 a 20 num segmento de reta e, em seguida, à medida que apontavam para os números (que se referiam às posições dos termos) verbalizaram o padrão. Ao chegar ao número 20 (20.ª posição) ficavam a saber qual era o termo da 20.ª posição.</p> <p>Houve um grupo que utilizou uma estratégia do termo geral. O Padrão construído foi o seguinte:</p>

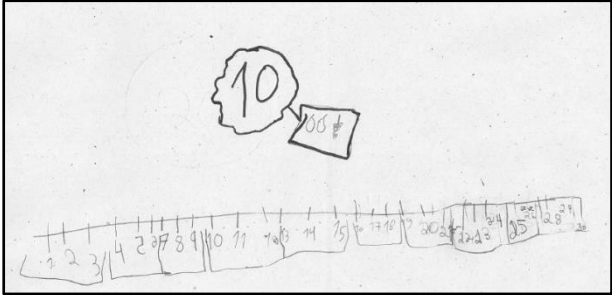
		 <p>E para saber qual era o termo que se encontrava na 20.^a posição os alunos fizeram o seguinte:</p> 
<p>Azulejos da cozinha</p>	<p>Os alunos identificam o motivo que se repete utilizando a linguagem natural e representação icónica.</p>	<p>Para descobrir quantas maçãs, peras e uvas irão precisar se utilizarem 10 azulejos, sendo que cada azulejo contém uma maçã, uma pera e uma uva.</p> <p>Dois grupos alcançam a generalização.</p> <p>O diálogo que ocorreu durante uma das apresentações permite constatar esse facto.</p> <p>“T (6:6): Nós descobrimos que eram 10 maçãs. Eu: E como é que descobriram? C (6:0): Porque são 10 azulejos e em cada azulejo está uma maçã. Então são 10 azulejos e são 10 maçãs.” (O diálogo estabelecido durante a apresentação do outro grupo é idêntico)</p>

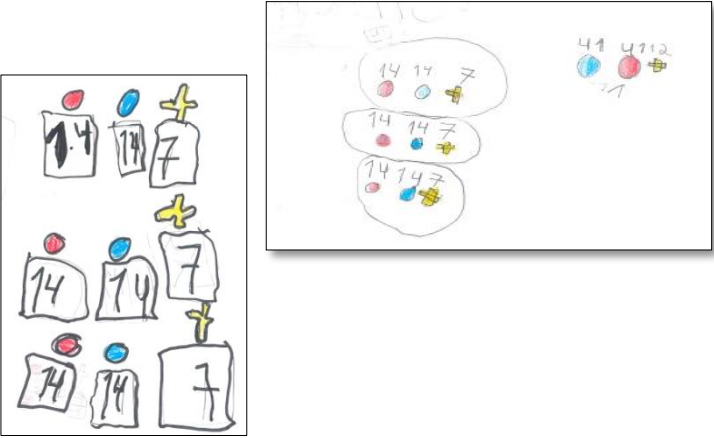
Há dois grupos que utilizam a **estratégia do termo geral**, executando as seguintes representações.

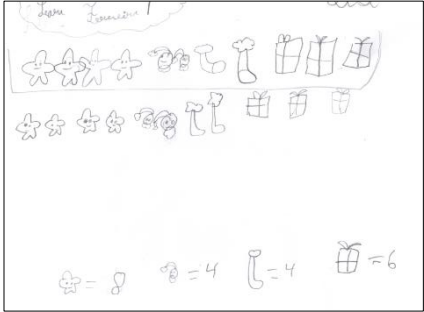


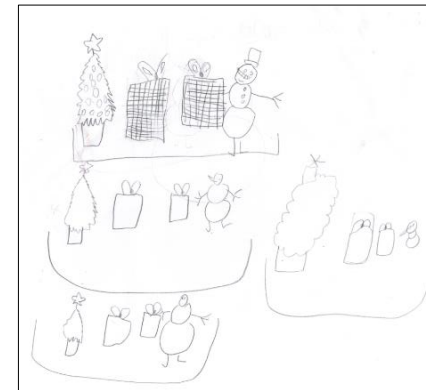
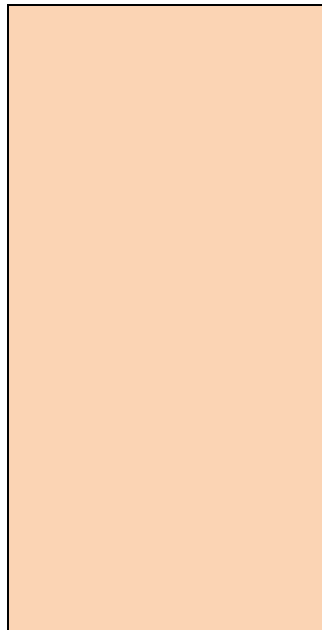
No entanto, o grupo que apresentou a última representação, não alcançaram a resposta pretendida.

As alunas durante a apresentação mencionam que as bolinhas representam os azulejos (10 bolinhas, 10 azulejos). No entanto, quando lhes é questionado quantas maçãs são precisas, as alunas respondem “3 maçãs”;

		<p>Quantas uvas são precisas? As alunas respondem “3” e Quantas peras? as alunas respondem “4”.</p> <p>Dois grupos utilizaram a estratégia da contagem, utilizando por exemplo a seguinte representação.</p> 
<p>Os acessórios da Dona Antónia</p>	<p>Os alunos identificam o motivo que se repete utilizando a linguagem natural e a representação ativa.</p>	<p>Os alunos tinham que verificar quantas peças necessitavam para construir 3 colares e 3 pulseiras.</p> <p>A maioria dos grupos utilizou a estratégia da contagem (uns desenharam todas as peças necessárias, ou sejam o padrão e no final contaram, outros contaram diretamente dos colares facultados).</p> <p>Há dois grupos que utilizam a estratégia da contagem e em seguida alcançam a generalização. Primeiro utilizam a contagem para saber quantas peças vermelhas, azuis e amarelas são necessárias para construir um conjunto de</p>

		<p>bijuteria. Seguidamente para saberem quantas peças precisam para construir três conjuntos já não recorrem à contagem termo a termo. Triplicam as peças de um só conjunto. Pode inferir-se que os grupos alcançam a generalização, pois compreendem que o número de peças de cada conjunto é sempre o mesmo, basta multiplicar pelo número de conjuntos que se quer. (os alunos não sabem ainda multiplicar nem executar operações que envolvem números grandes, por isso para dar a resposta final os alunos tiveram que recorrer a estratégia da contagem) As representações seguintes permitem observar esse facto.</p> 
<p>Construção de padrões natalícios</p>	<p>Os alunos identificam o motivo que se repete utilizando a Linguagem natural, Representação ativa e Representação icónica.</p>	<p>Pretendia-se apenas que os alunos soubessem o número de termos diferentes que iriam precisar para construir o padrão.</p>

		<p>Dois grupos utilizaram a estratégia da contagem, utilizando a representação icónica (através do desenho total do padrão) para saber quantos termos com figuras diferentes iriam precisar.</p> <p>Os restantes grupos decidiram quantas vezes se repetia o motivo e como este não continha termos repetidos, ficavam a saber de imediato quantos termos diferentes precisavam.</p> <p>Resoluções muito interessantes:</p> <p>Houve dois grupos que desenharam por completo o padrão. Nestes, os padrões eram constituídos por <u>motivos que contemplavam termos repetidos</u>. Como se pode observar nas figuras seguintes:</p>  <p>The image shows a hand-drawn mathematical pattern. At the top, it says 'Jogo Sequência 1'. Below this, there are two rows of drawings. The first row contains 10 items: 4 stars, 2 circles, 1 square, and 2 gift boxes. The second row contains 8 items: 4 stars, 2 circles, 1 square, and 1 gift box. Below the drawings, there is a key: a star = 8, a circle = 4, a square = 4, and a gift box = 6.</p>
--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



No caso dos outros grupos isto não acontece, ou seja, os alunos não recorrem ao desenho total do padrão e, por sua vez **alcança a generalização**. Nestes casos os motivos não têm termos repetidos, ou seja, figuras natalícias repetidas.