

### Abstract

In the context of Nonstandard Analysis, we study stochastic difference equations with infinitesimal time-steps. In particular we give a necessary and sufficient condition for a solution to be nearly-equivalent to a recombining stochastic process. The characterization is based upon a partial differential equation involving the trend and the conditional variance of the original process. An analogy with Ito's Lemma is pointed out. As an application we obtain a method for approximation of expectations, in terms of two ordinary differential equations, also involving the trend and the conditional variance of the original process, and of Gaussian integrals.

### Résumé

Dans le contexte de l'Analyse Nonstandard, nous étudions des équations différentielles stochastiques avec des pas infiniment petits. En particulier, nous formulons une condition nécessaire et suffisante pour qu'une solution soit presque-équivalente à un processus stochastique recombinaison. La caractérisation est donnée par une équation aux dérivées partielles de la tendance et de la variance conditionnelle du processus de départ. Nous indiquons une analogie avec le Lemme d'Ito. Nous appliquons cette caractérisation au problème de la détermination d'espérances pour le processus de départ. En fait, on obtient une approximation infinitésimale en résolvant deux équations différentielles ordinaires, également de la tendance et de la variance conditionnelle de ce processus, et en calculant une intégrale de Gauss.

**Keywords:** Finite stochastic processes, recombination, near-equivalence, stroboscopy, expectations, Ito's Lemma.

**AMS classification:** 03H05, 60G50, 60G17, 60F05.