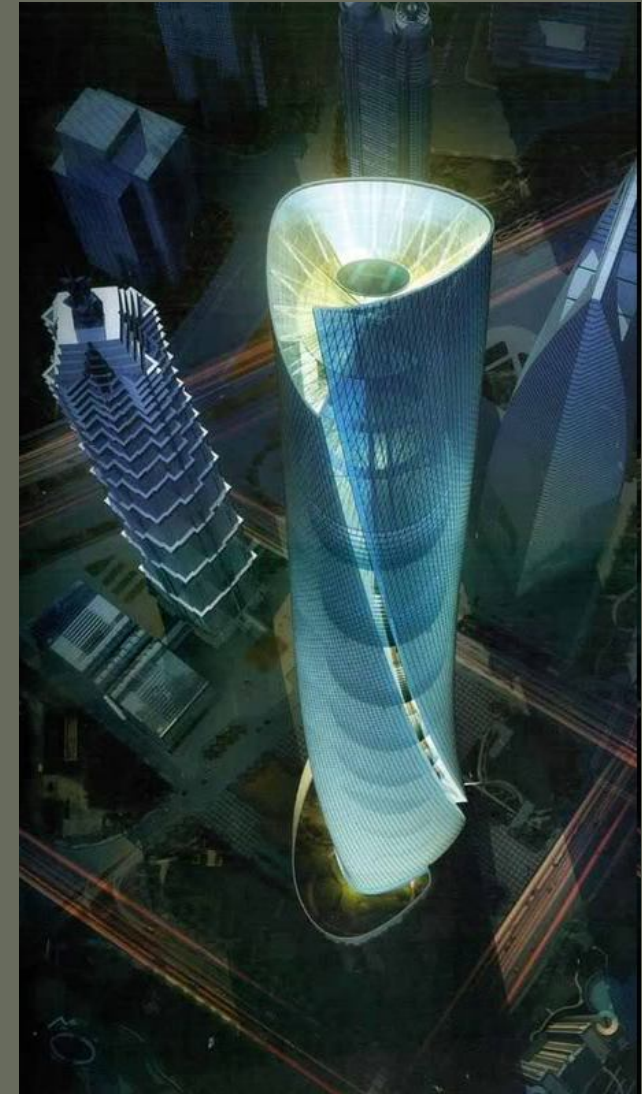


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Maria do Céu Tereno - 2011

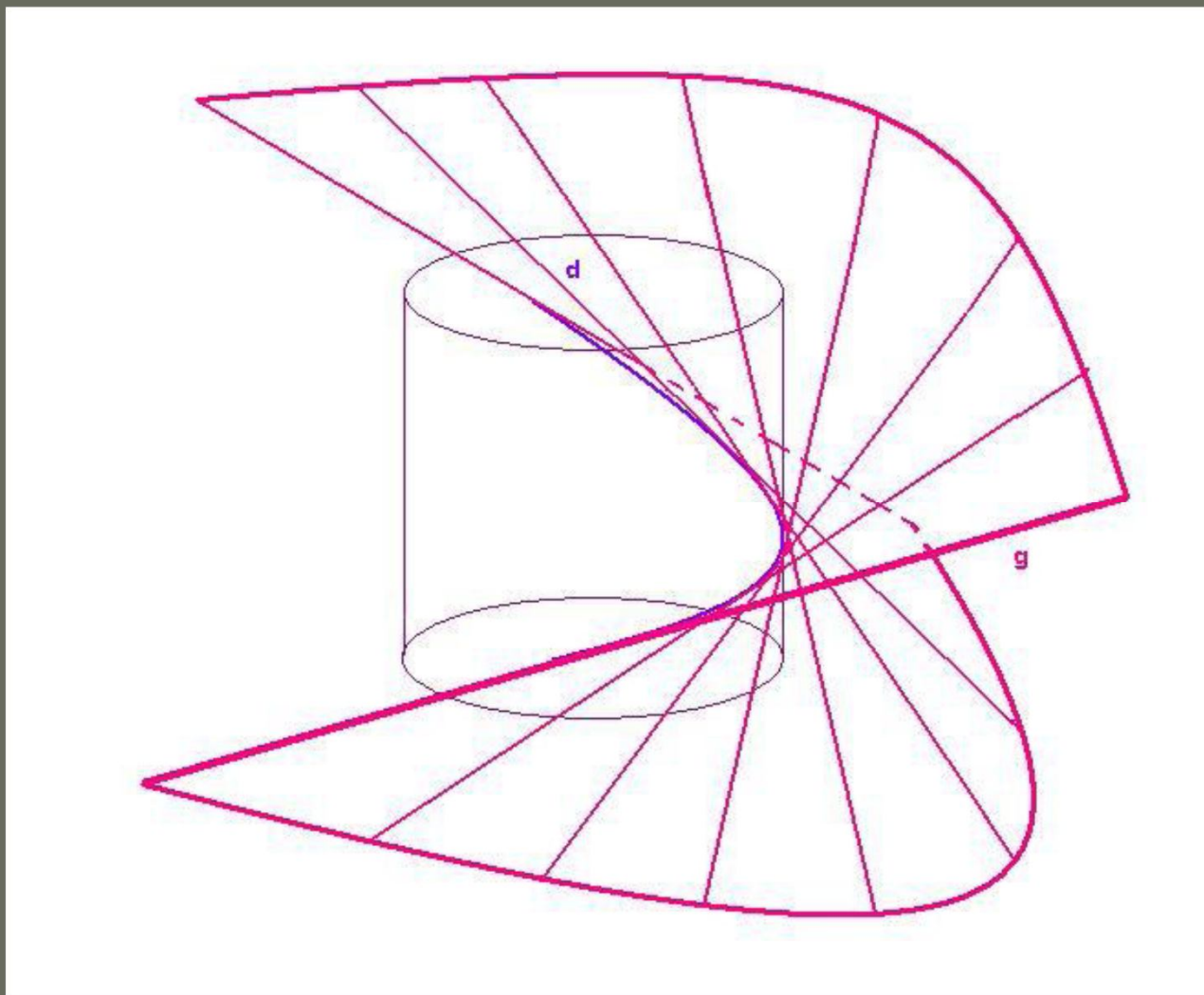


Shanghai Super Tower

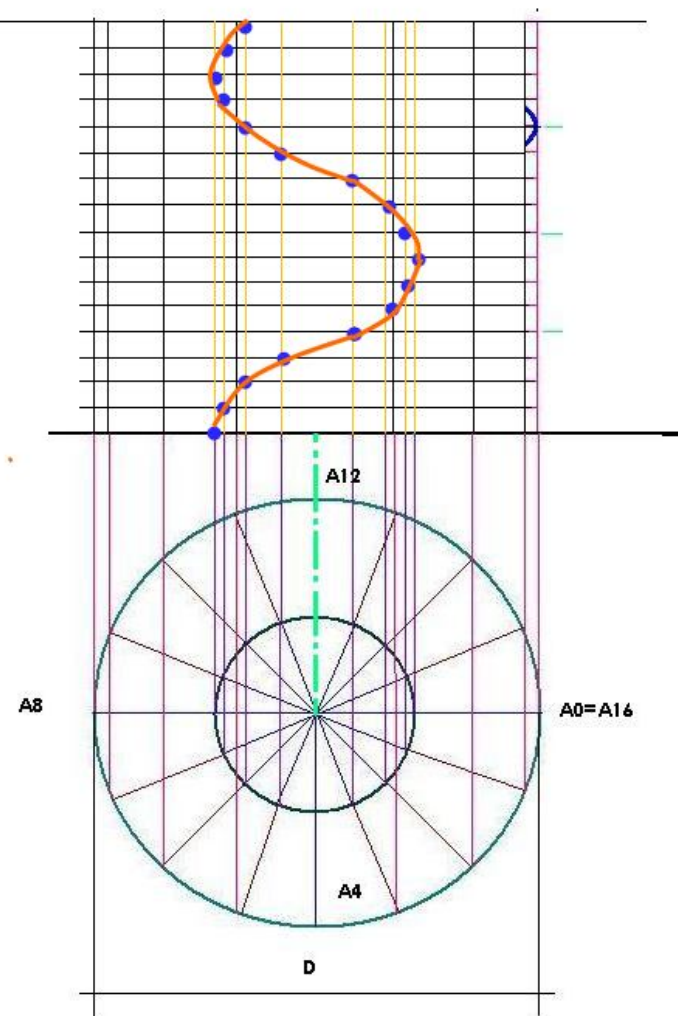
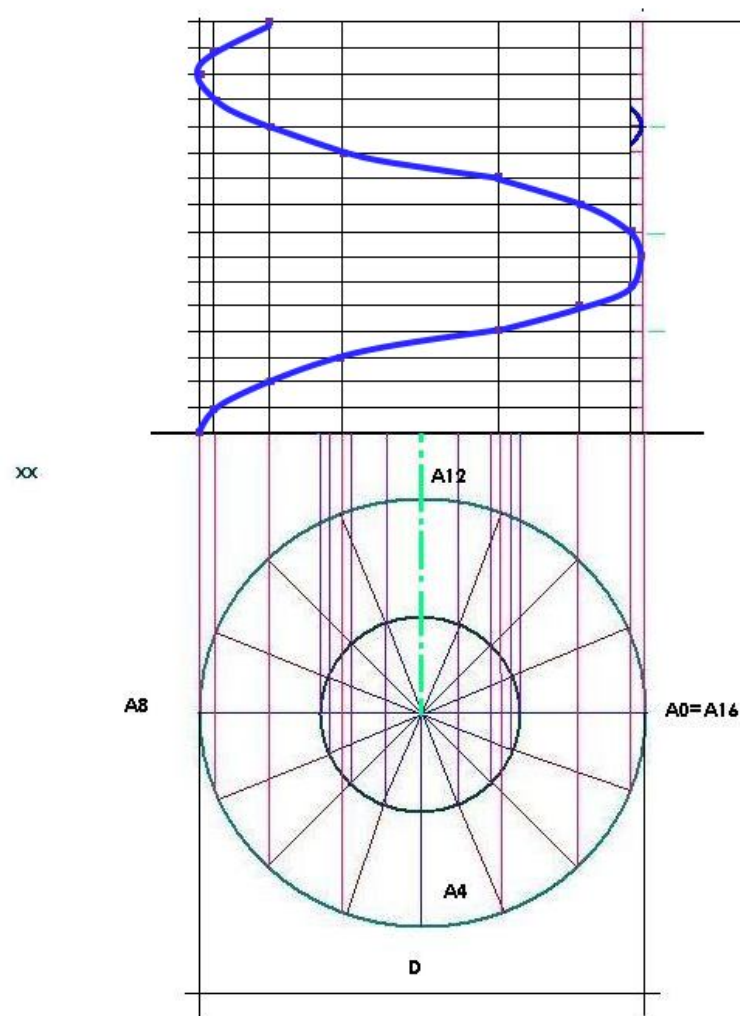
SUPERFÍCIES REGRADAS PLANIFICÁVEIS	Superfície cônica e cilíndrica	
	Helicóide planificável	
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS (por rectas reversas)	Superfície em corno de vaca	
	Cone empenado	
	Hiperbolóide regrado	
	Cilindróide	
	Conóide	
	Parabolóide regrado	
	Helicóides empenados	Helicóide Axial de Cone Director
		Helicóide Axial de Plano Director
SUPERFÍCIES CURVAS (Não regradas)	Elipsóide	Achatado
		Alongado
	Parabolóide elíptico	
	Hiperbolóide elíptico	
SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO	Toro	
	Serpentina	
	Superfícies regradas de revolução	Cone de revolução
		Cilindro de revolução
		Hiperbolóide de revolução de uma folha
		Hiperbolóide de revolução de duas folhas
		Esfera
		Escócia
		Globóide

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

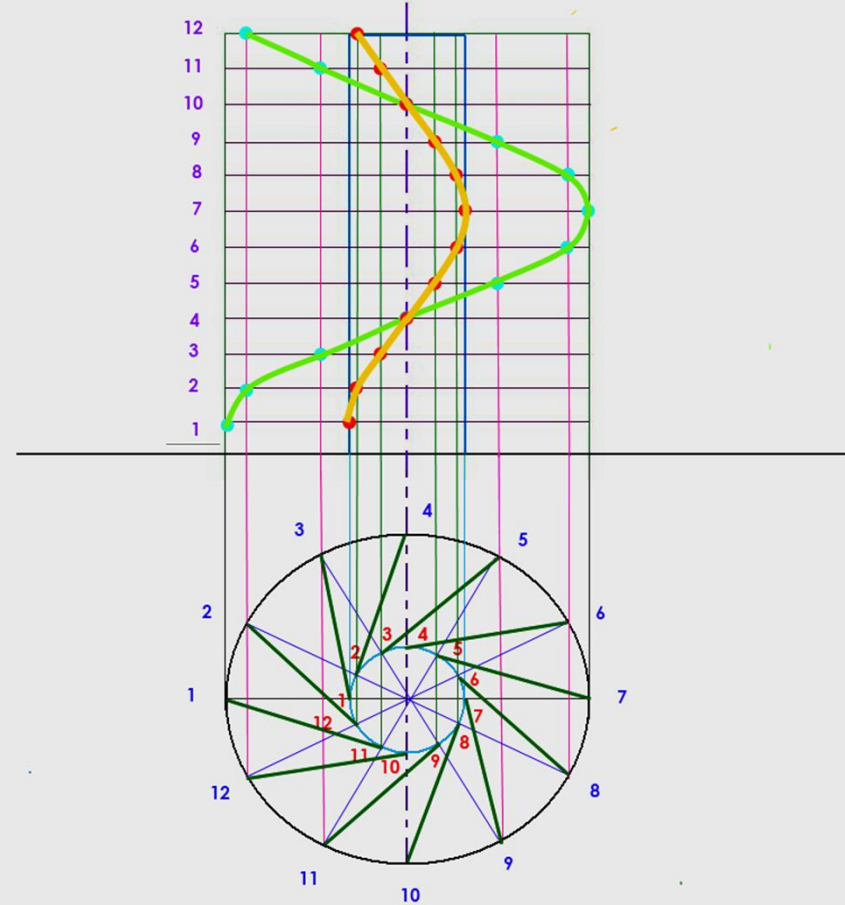
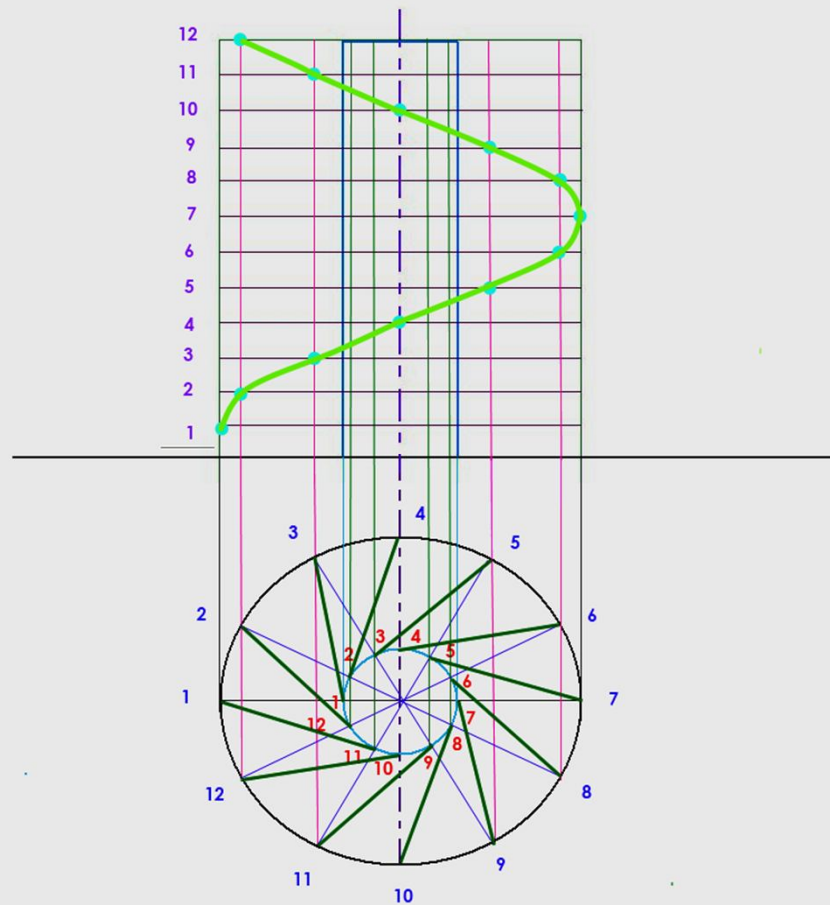
HELICÓIDE PLANIFICÁVEL



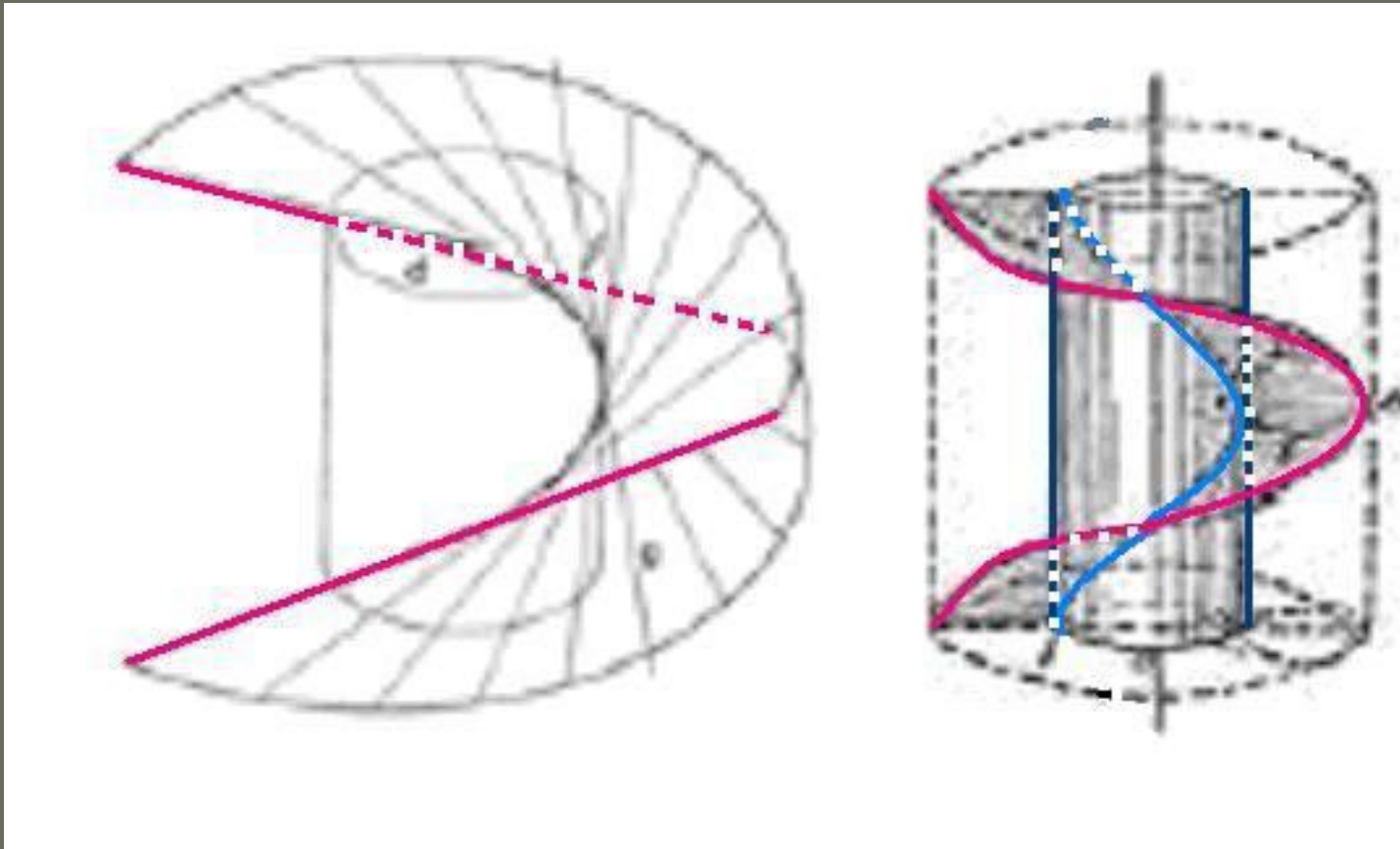
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



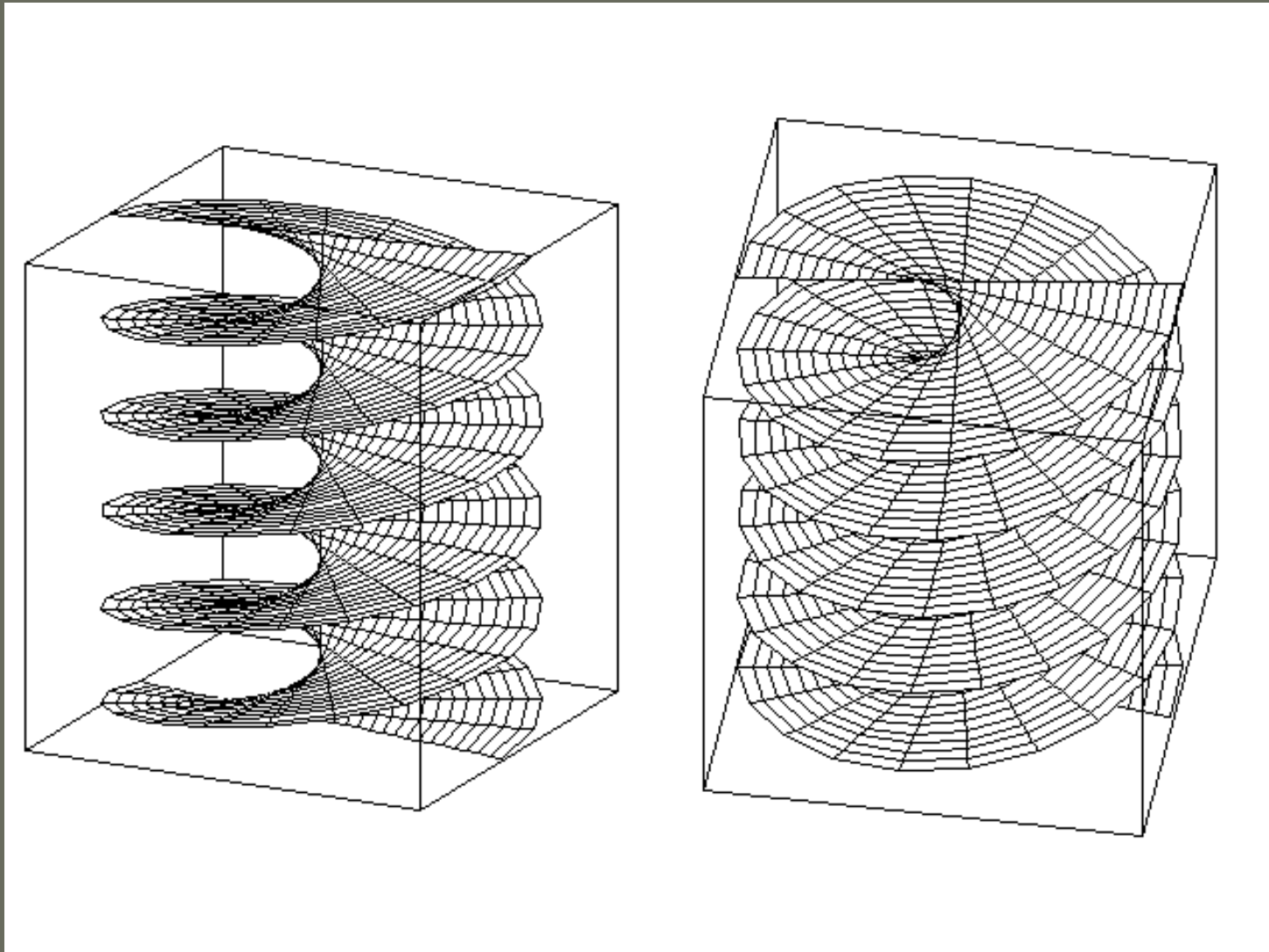
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



A superfície tangencial gerada por uma recta que se movimenta mantendo-se tangente a uma hélice cilíndrica designa-se por helicóide planificável.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

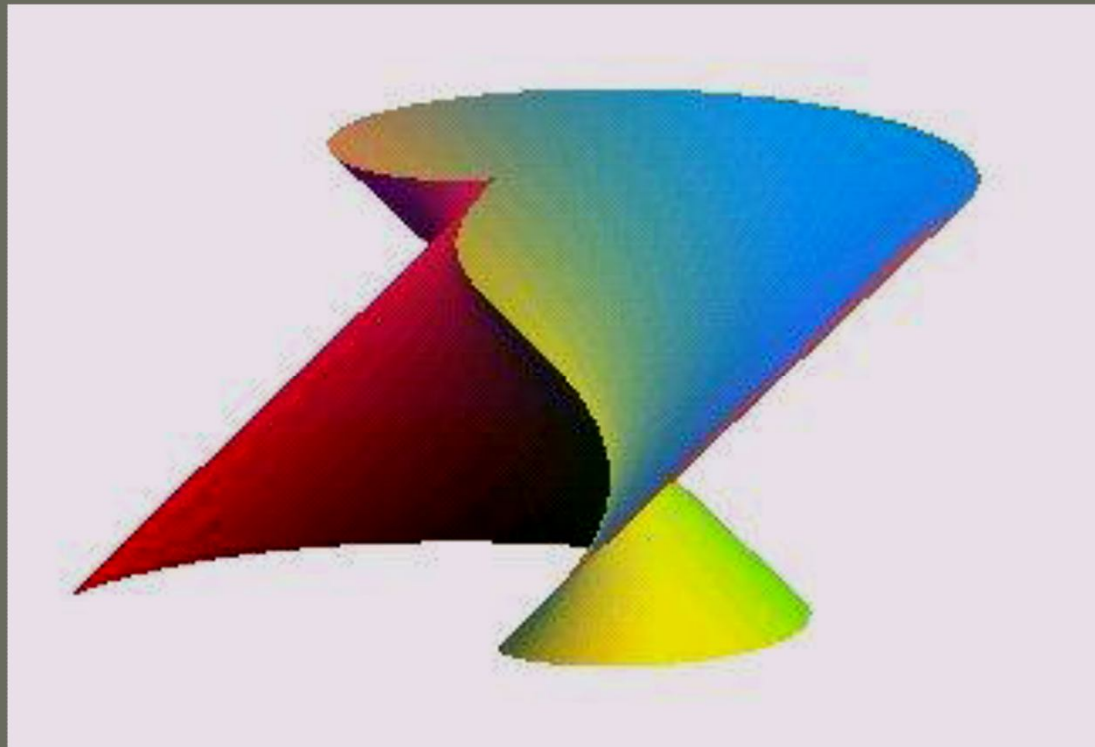
Helicóide



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

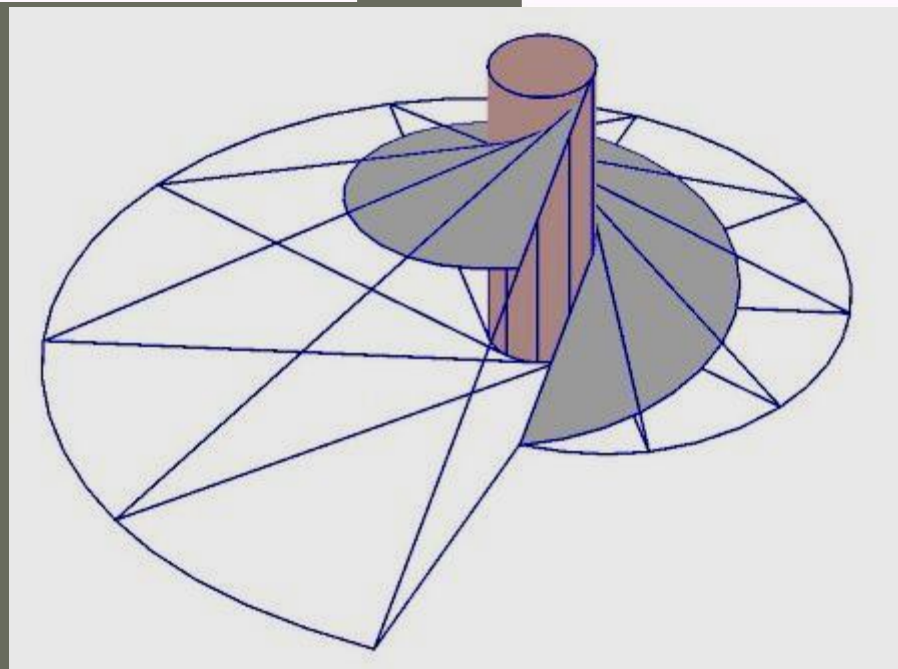
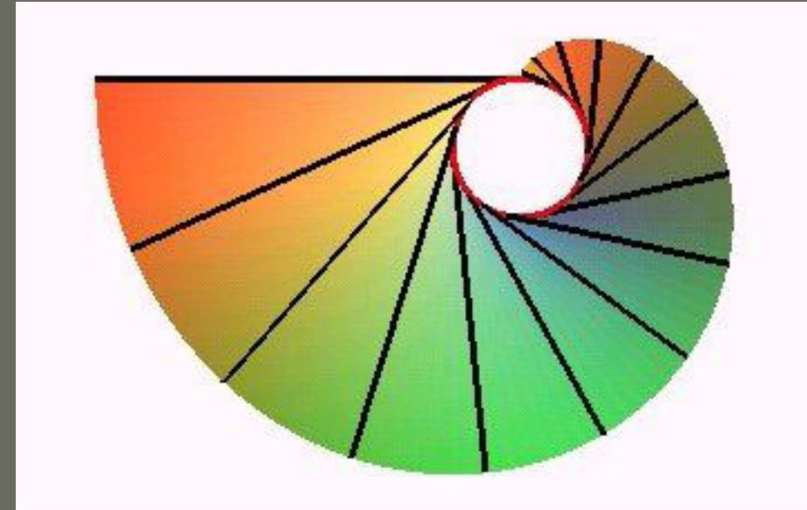
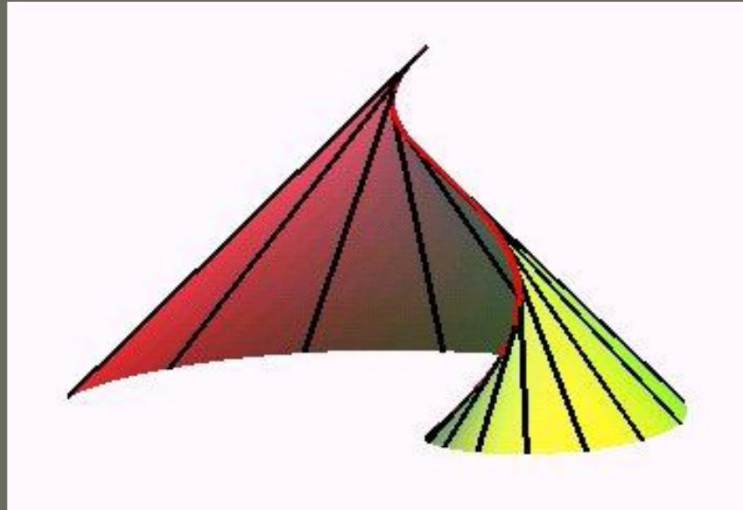
As superfícies estudadas pertencem às não planificáveis. No entanto existe uma superfície que se considera como planificável, é a superfície com aresta de retorno, que é a linha helicoidal cilíndrica.

Toma a designação de Helicóide planificável.

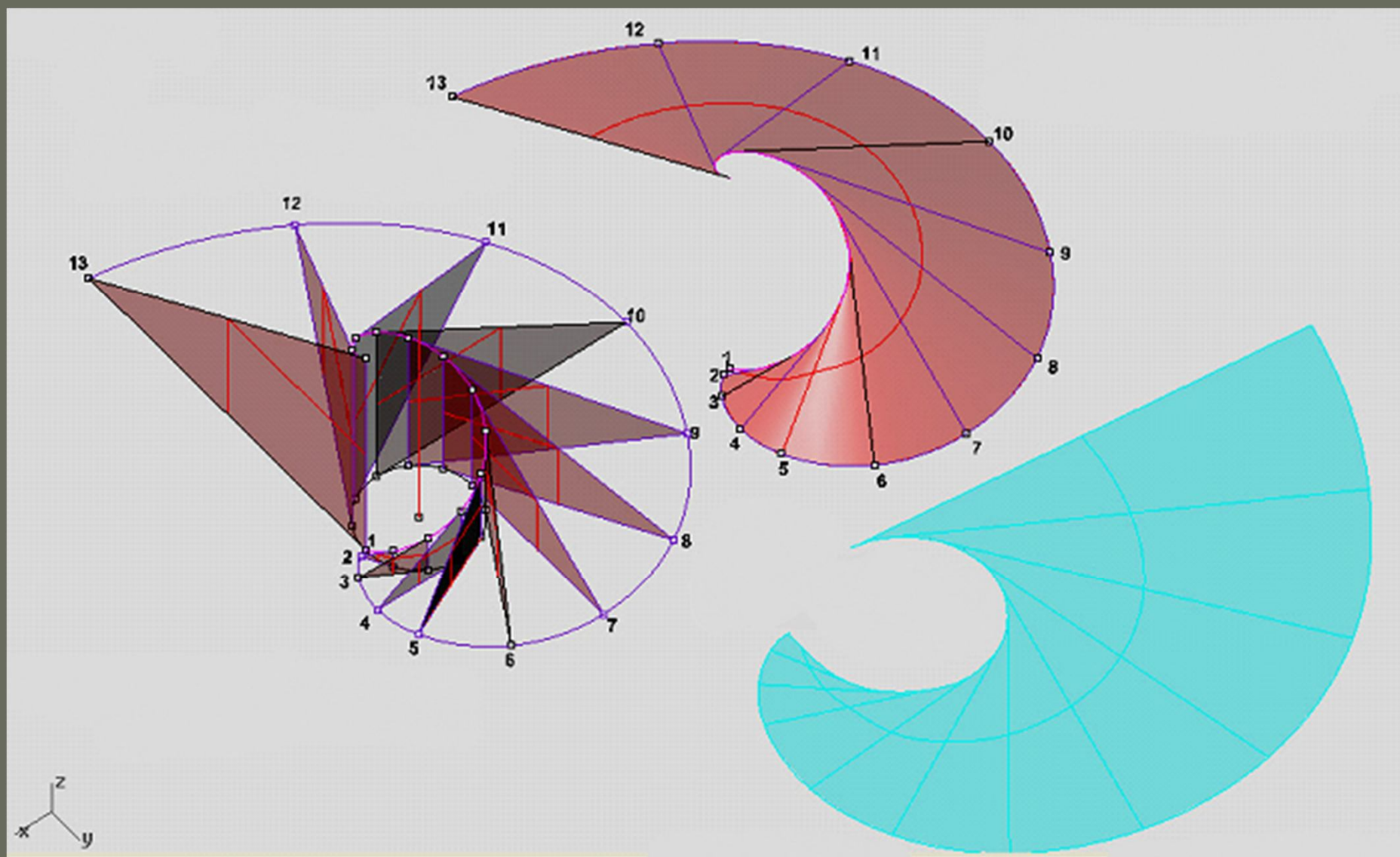


© Robert FERRÉOL 2003

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

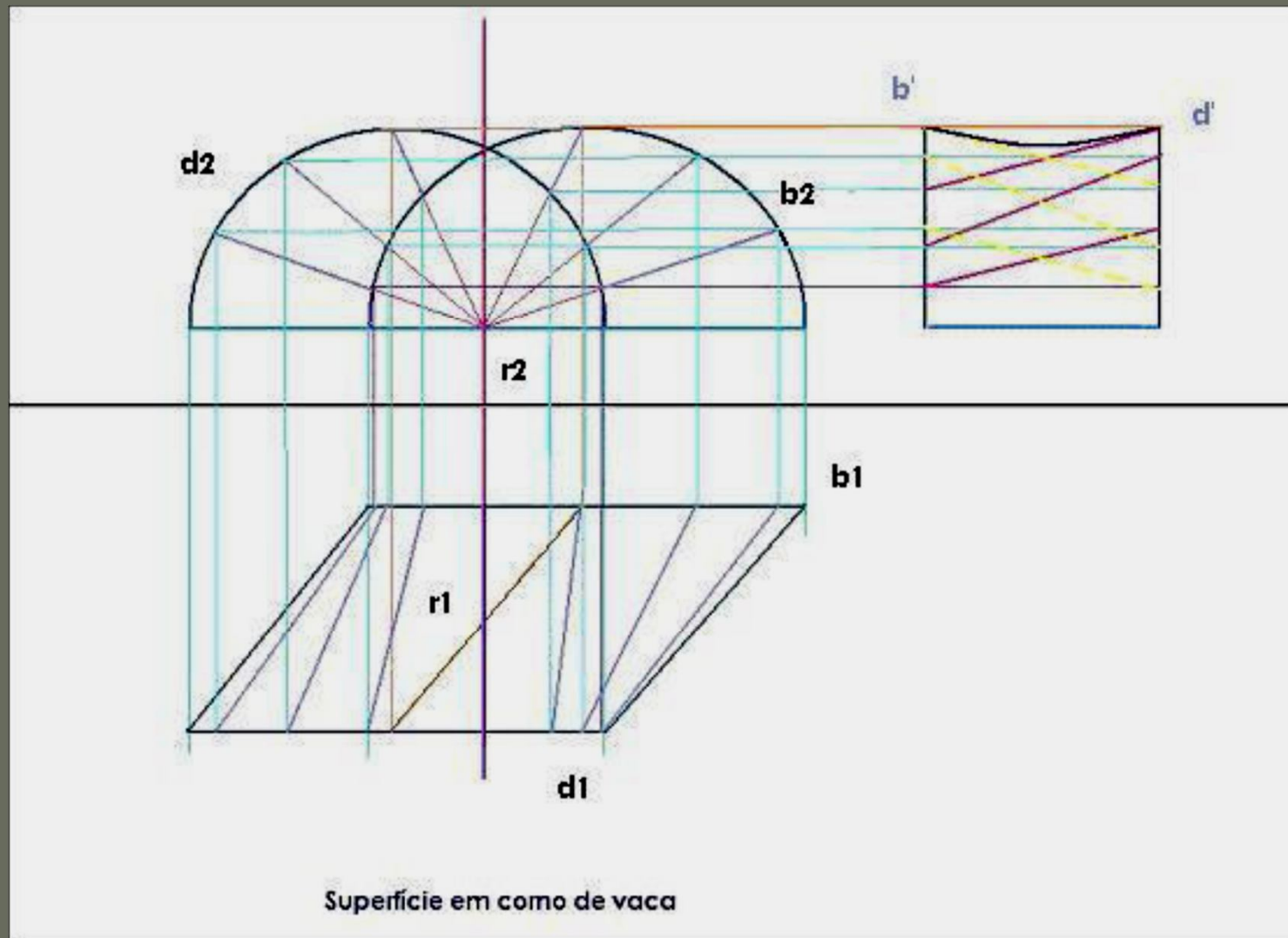


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

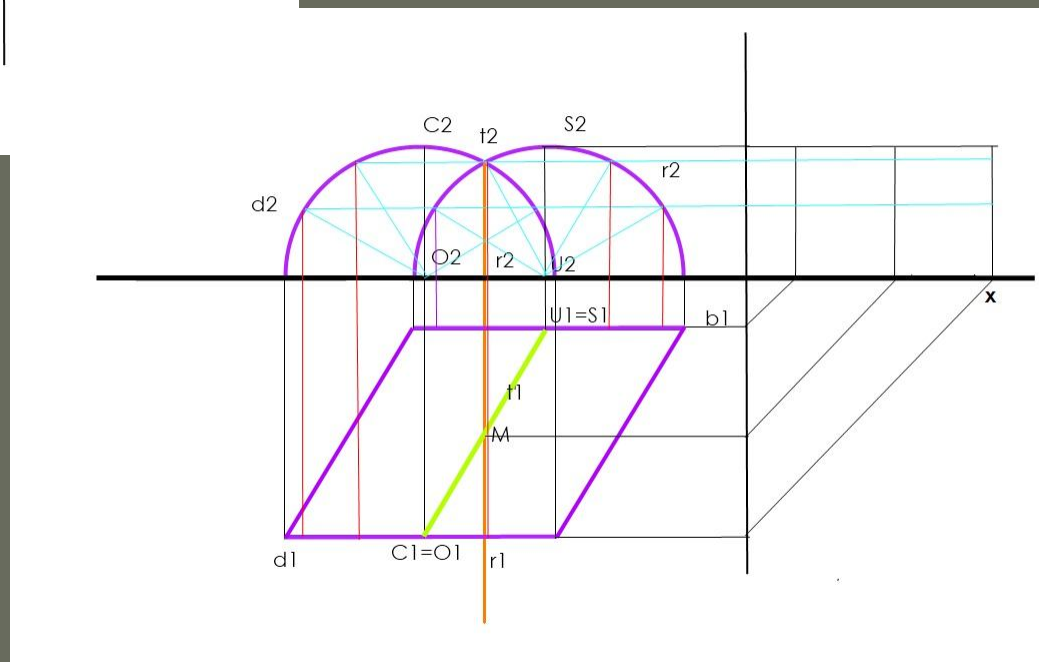
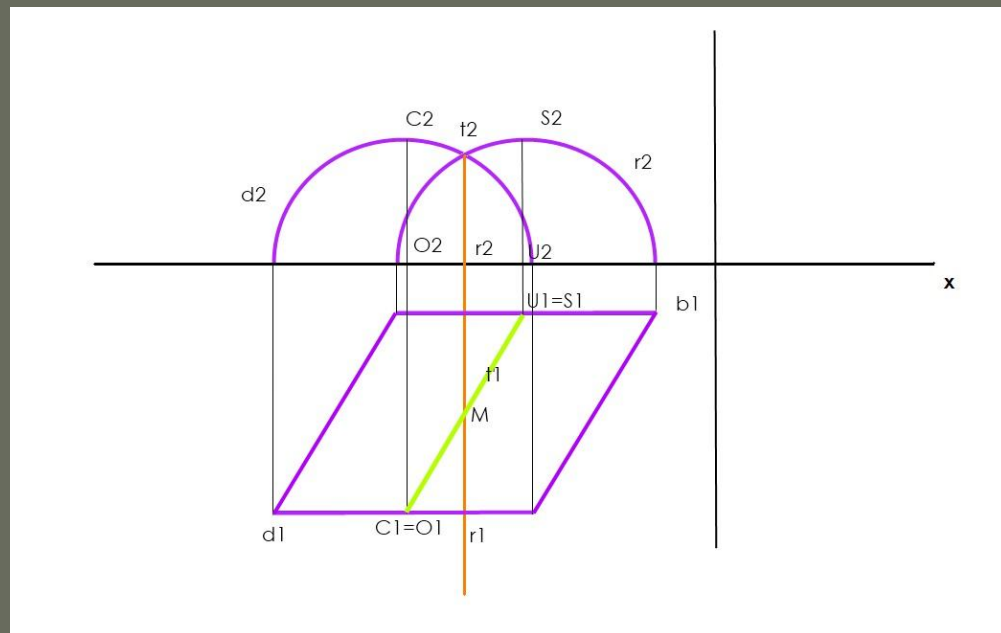


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

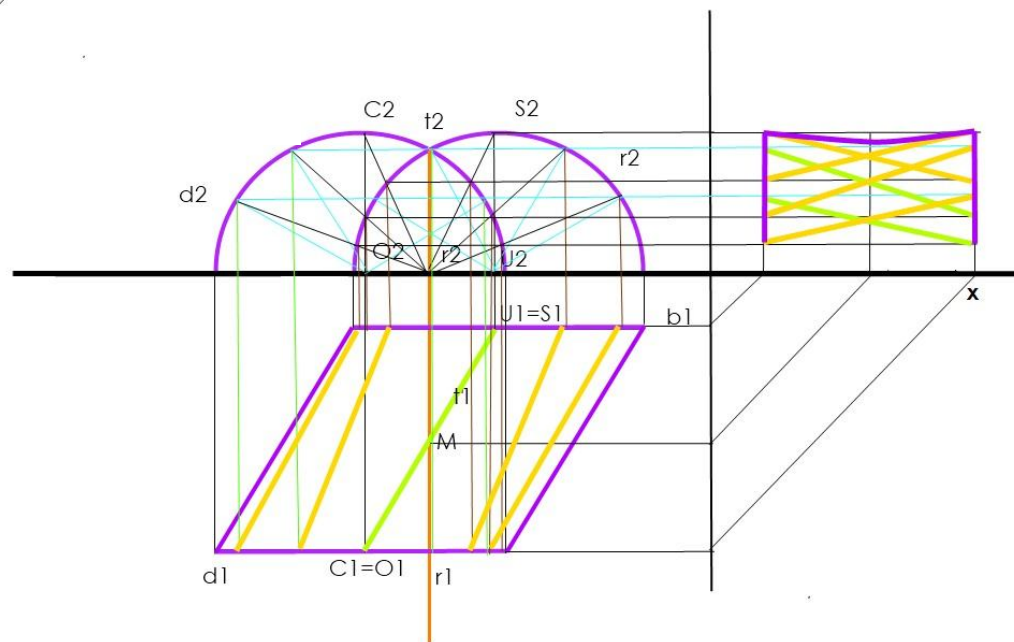
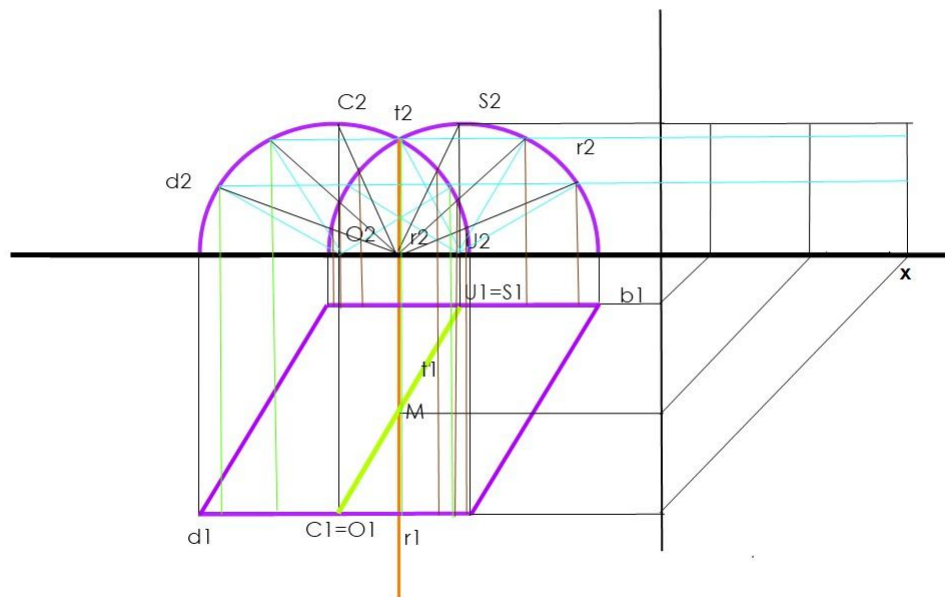
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS
(por rectas reversas)



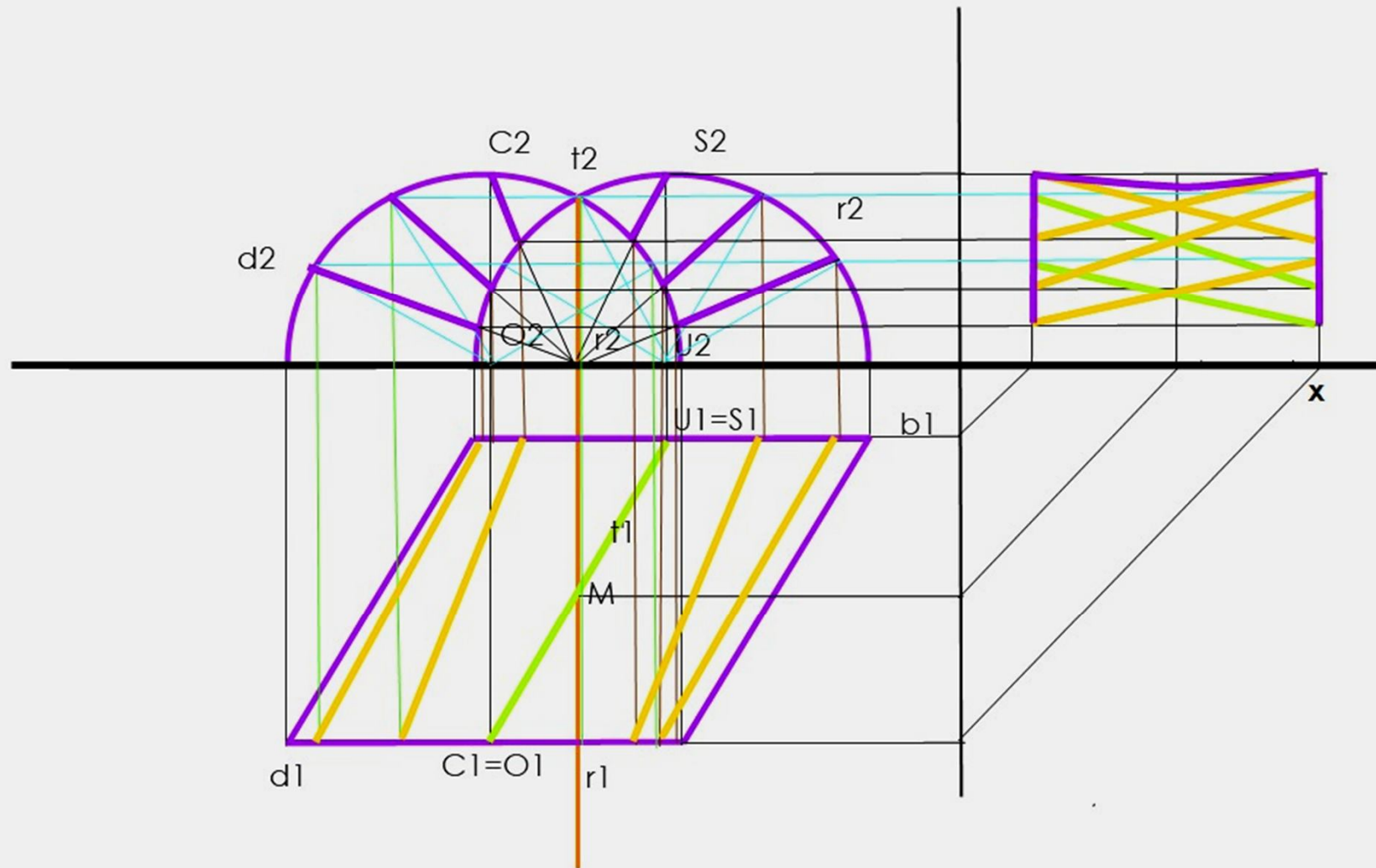
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

A superfície com a designação de corno de vaca, é gerada pelo movimento de uma recta que se apoia em três directrizes d, b e r.

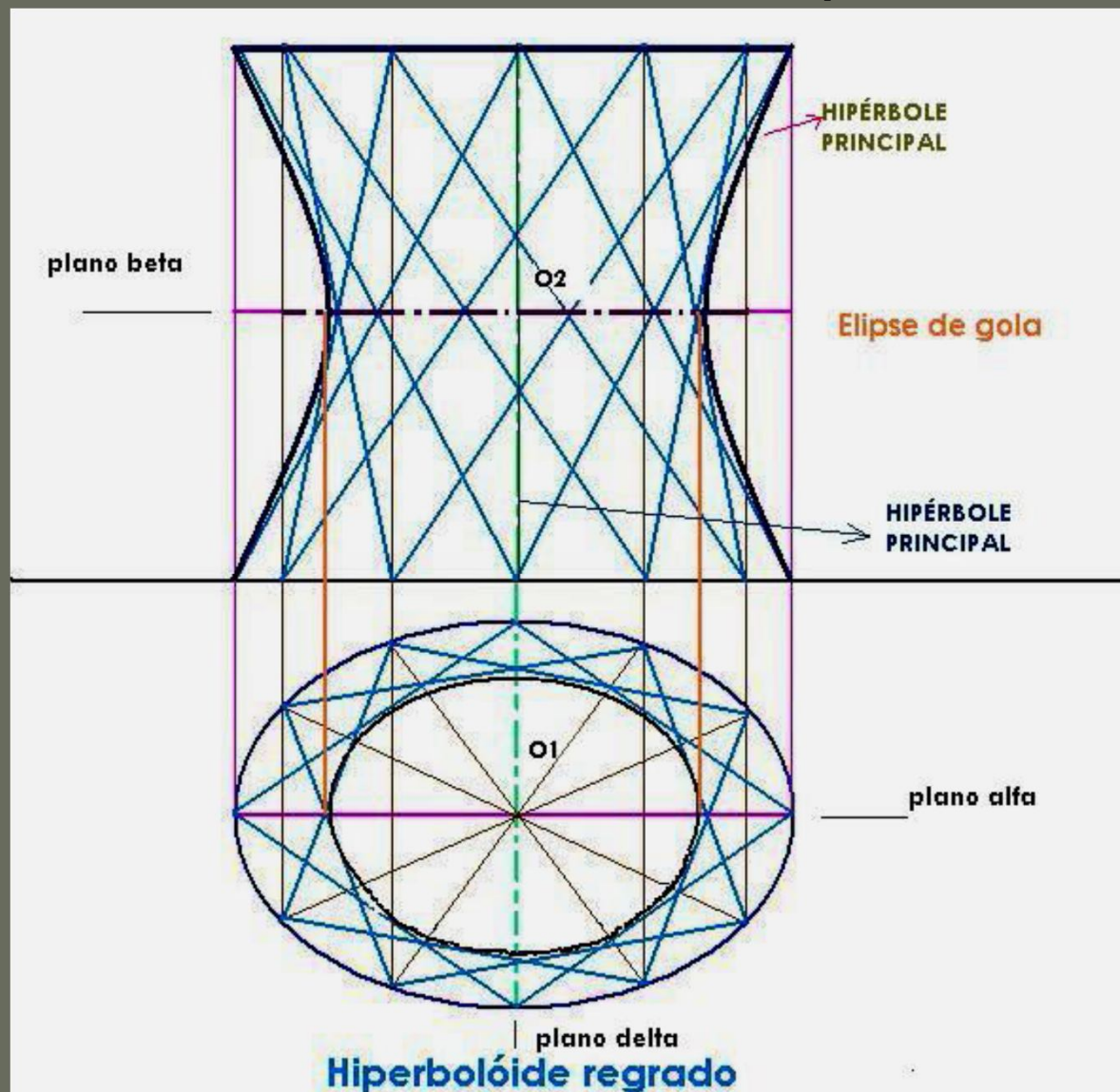
Esta superfície é utilizada como intradorso das abóbadas que servem para cobrir passagens oblíquas, definidas entre dois arcos paralelos entre si. Geralmente estas superfícies são em alvenaria de pedra.

Para além das duas geratrizes mais exteriores e da geratriz t construíram-se mais 6 geratrizes, cujas projecções frontais são concorrentes em r_2 , e as projecções horizontais decorrem de serem as geratrizes concorrentes com d e b.

Apresenta-se uma vista lateral para melhor visualização da superfície.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

HIPERBOLÓIDE REGRADO - Hiperbolóide



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

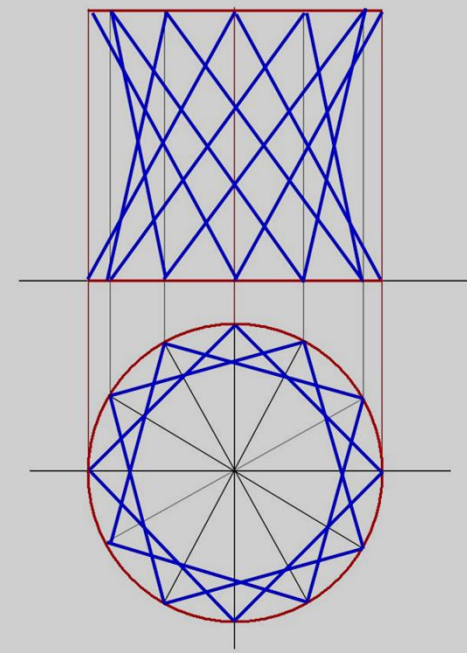
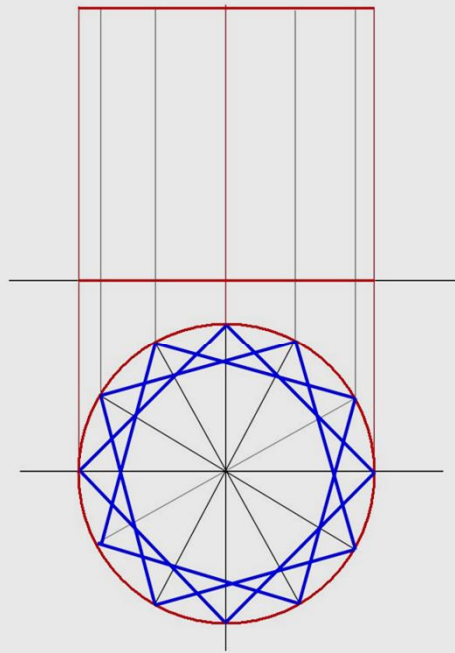
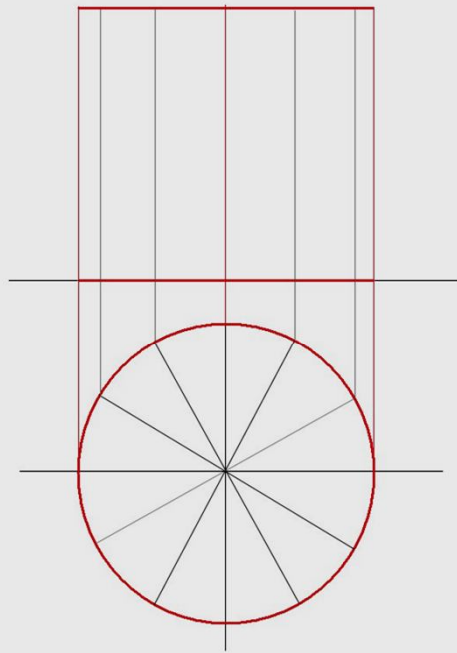
Hiperbolóide regrado ou hiperbolóide de uma folha ou ainda hiperbolóide hiperbólico são designações alternativas desta superfície.

É uma superfície com três planos de simetria, ALFA BETA e DELTA, triortogonais que se cruzam no centro O da superfície.

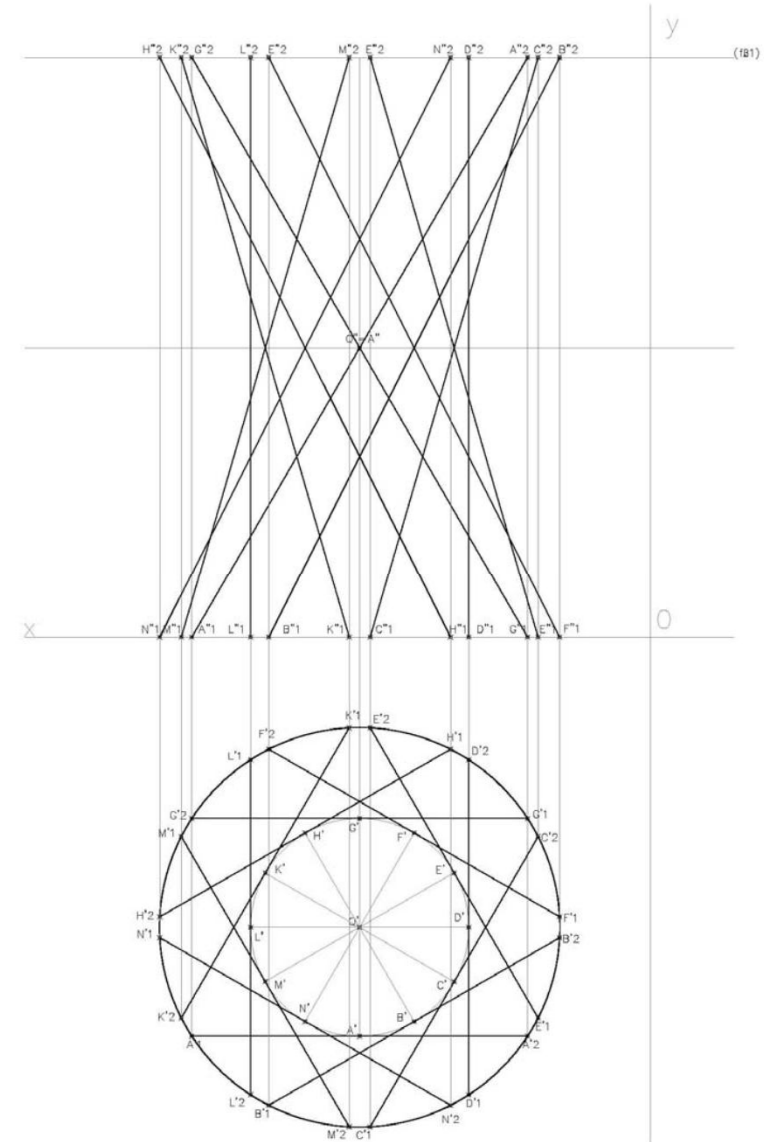
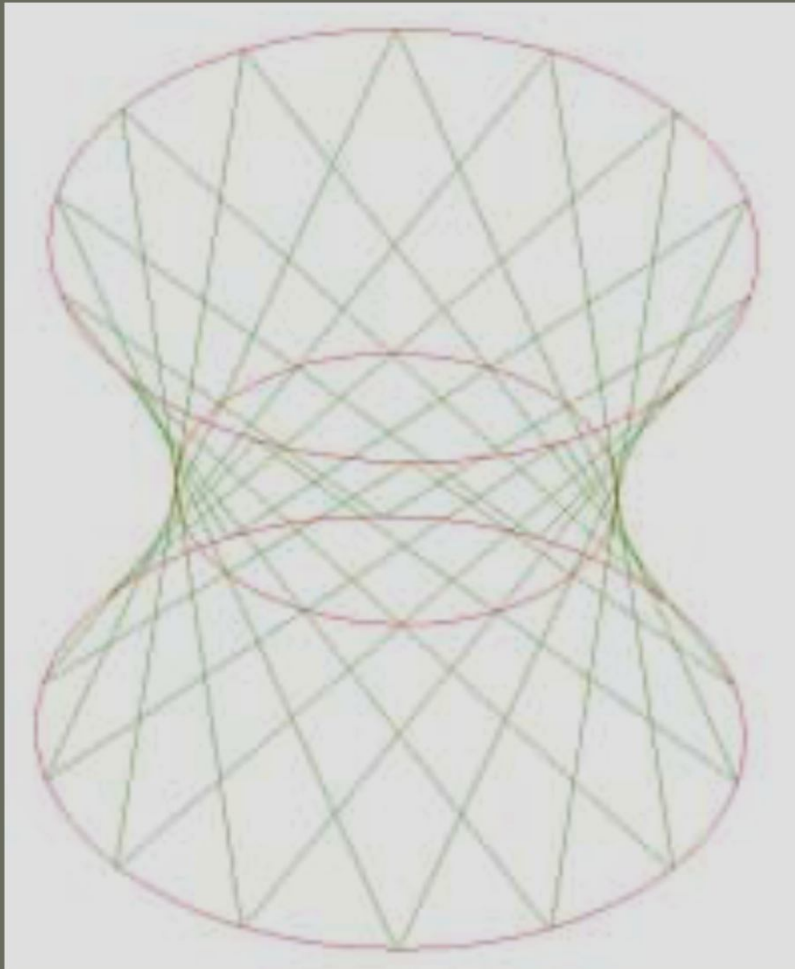
As secções planas podem ser elipses hipérboles ou parábolas, a que corresponde ao plano beta, designa-se por elipse de gola. As hipérboles correspondentes aos planos alfa e delta têm a designação de hipérboles principais.

A superfície que se encontra desenhada porque é definida por duas famílias de geratrizes designa-se como duplamente regradada.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

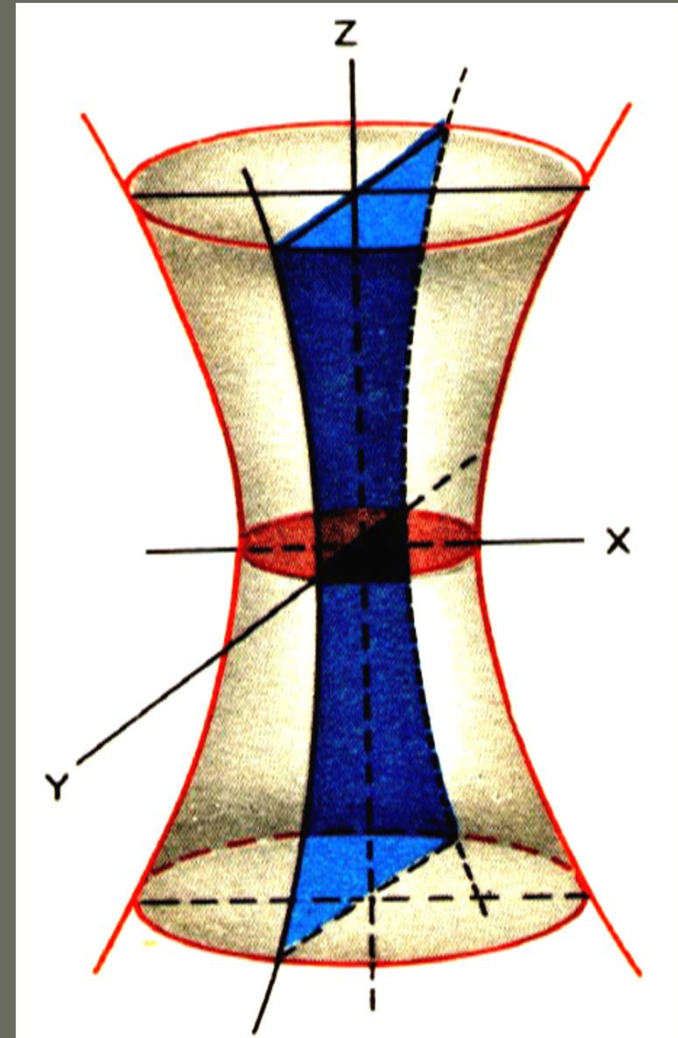
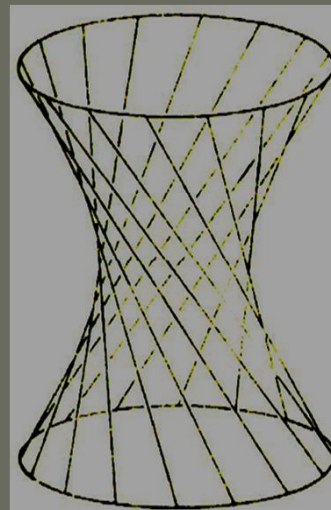
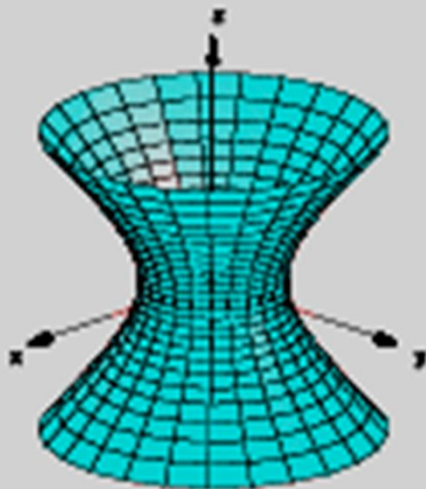
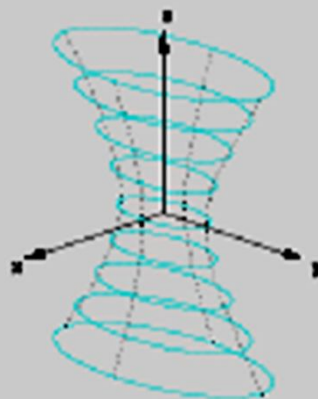
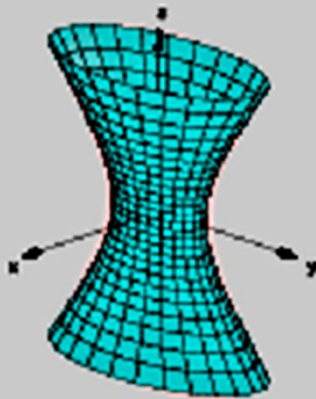


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

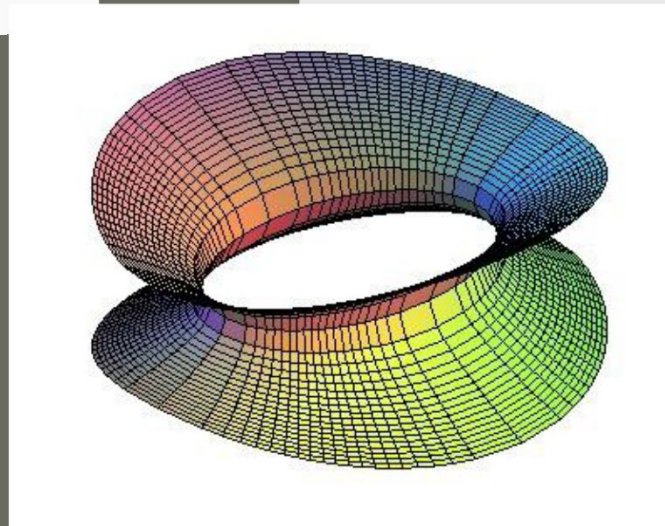
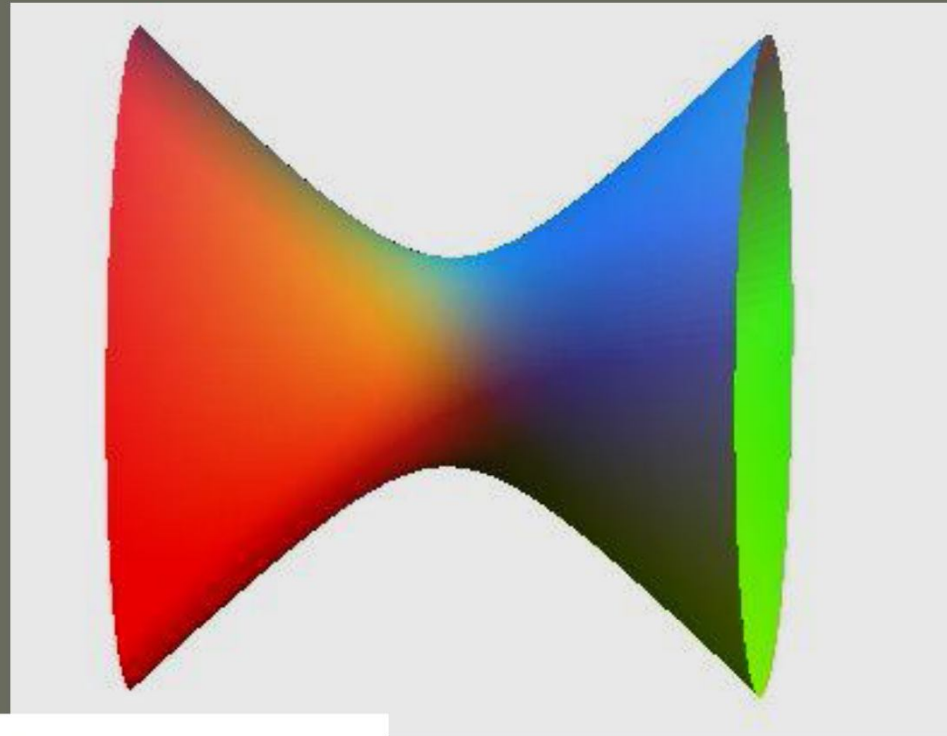
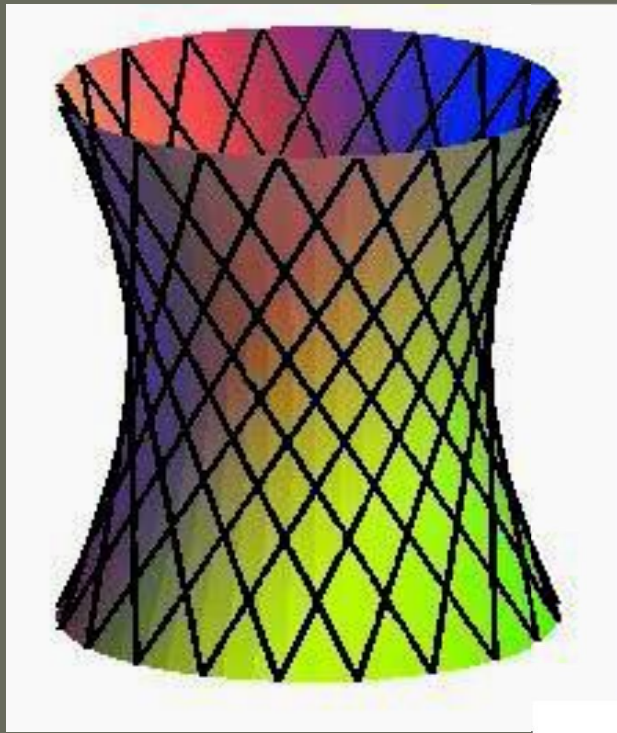


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

HIPERBOLÓIDE DE UMA FOLHA



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



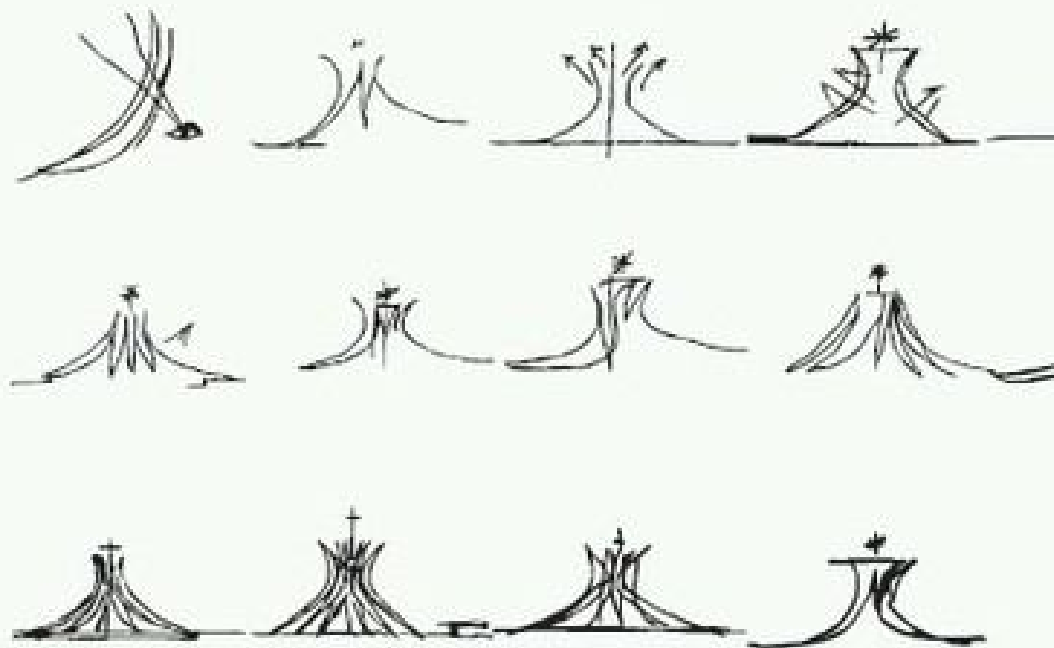
Escada na *A Pirâmide* de Vidro – Museu do Louvre – IM Pei

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Óscar Niemeyer – catedral de Brasília

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Castelo de água (próximo de Vannes).



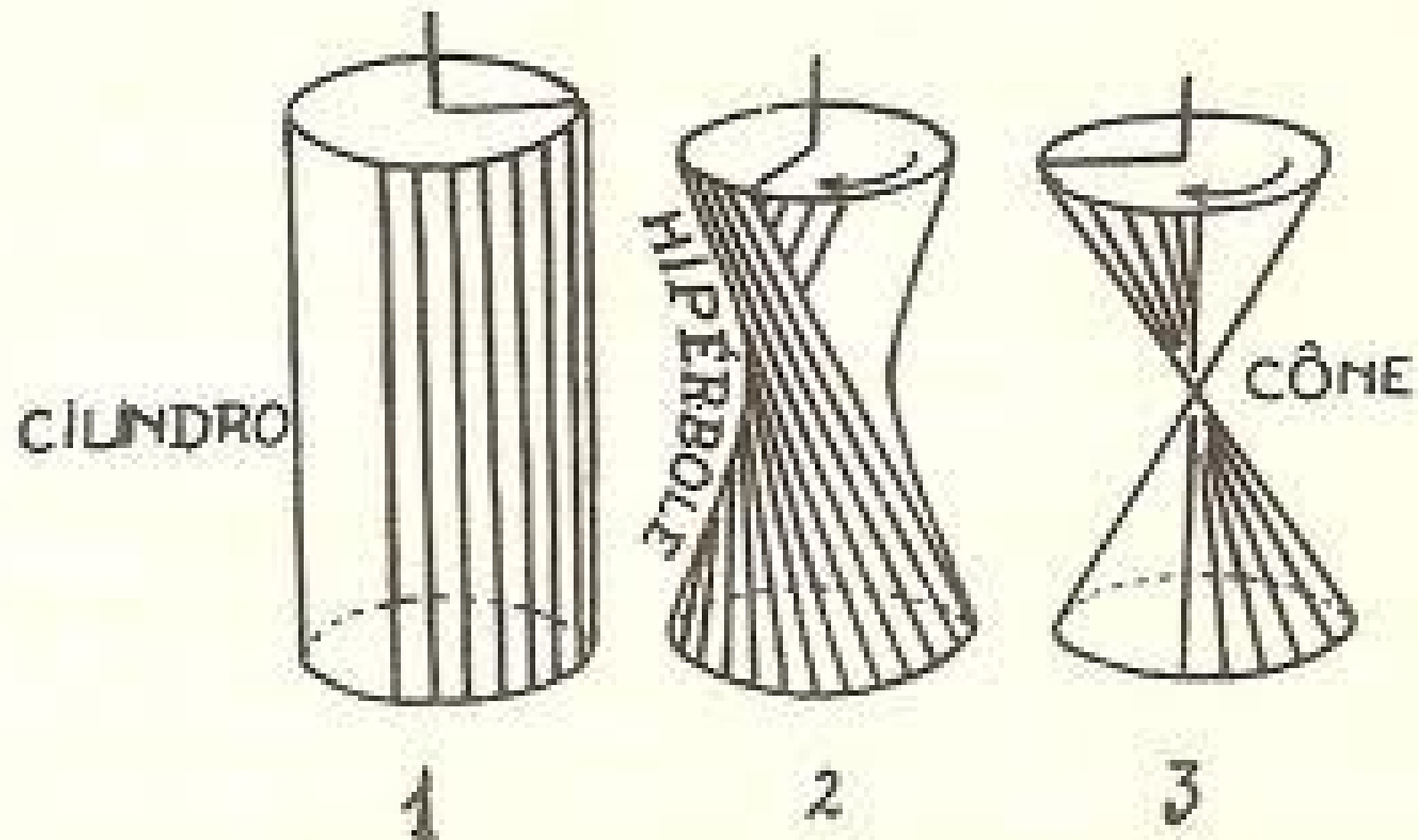
Em Kobé no Japão

Fonte: Robert FERRÉOL , Jacques MANDONNET

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Três superfícies do 2.^o grau: o cilindro, o hiperbolóide de uma folha e o cone.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Sagrada Família- Gaudi. Hiperbolóides.



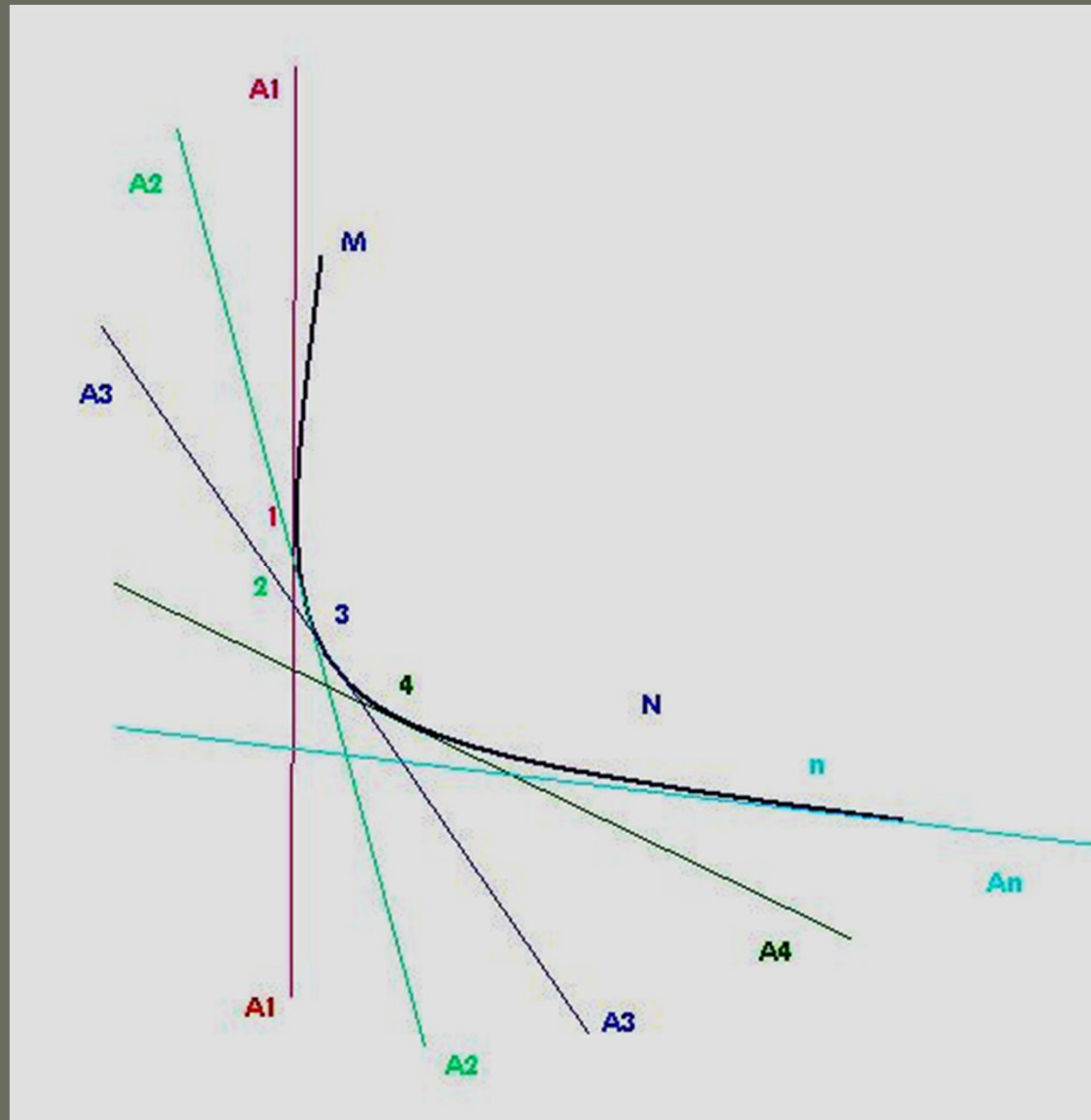
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



A Intradorso da abóbada de Gaudi e vista da igreja.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Superfície com aresta de retrocesso



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Esta superfície é gerada pelo movimento contínuo de uma geratriz rectilínea que mantém contacto em todas as suas posições com uma determinada curva do espaço.

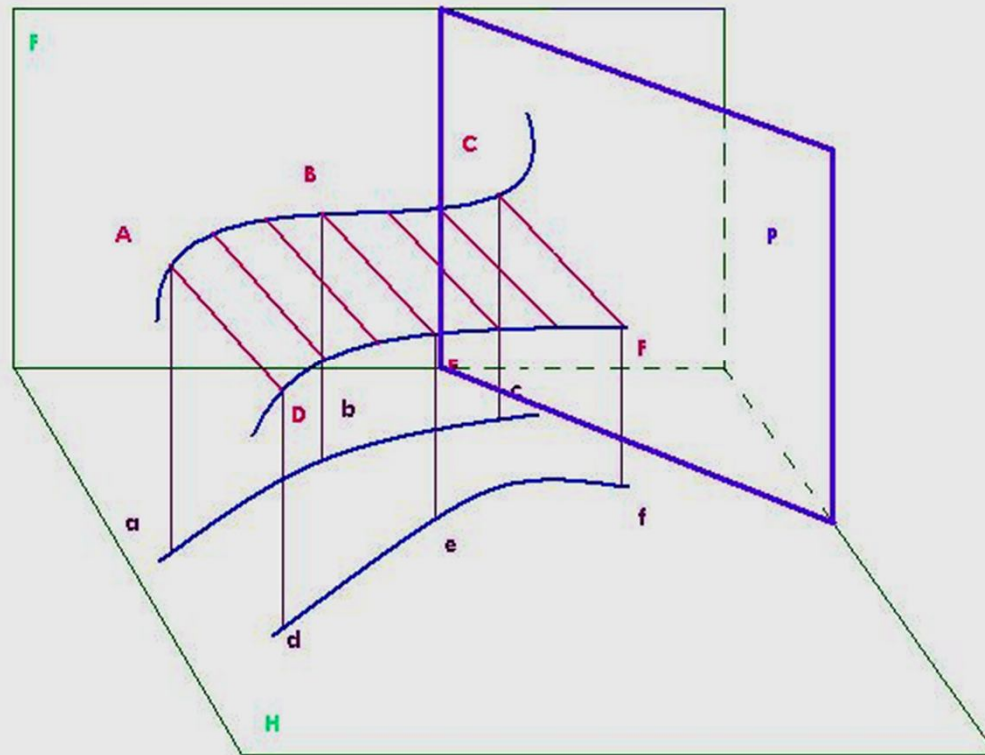
Esta curva do espaço é a geratriz desta superfície e designa-se por aresta de retrocesso.

As suas geratrizes A_1, A_2 , são tangentes à curva espacial MN. A aresta de retrocesso divide a superfície em duas zonas diferenciadas.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Superfícies com plano de paralelismo – Cilindróides

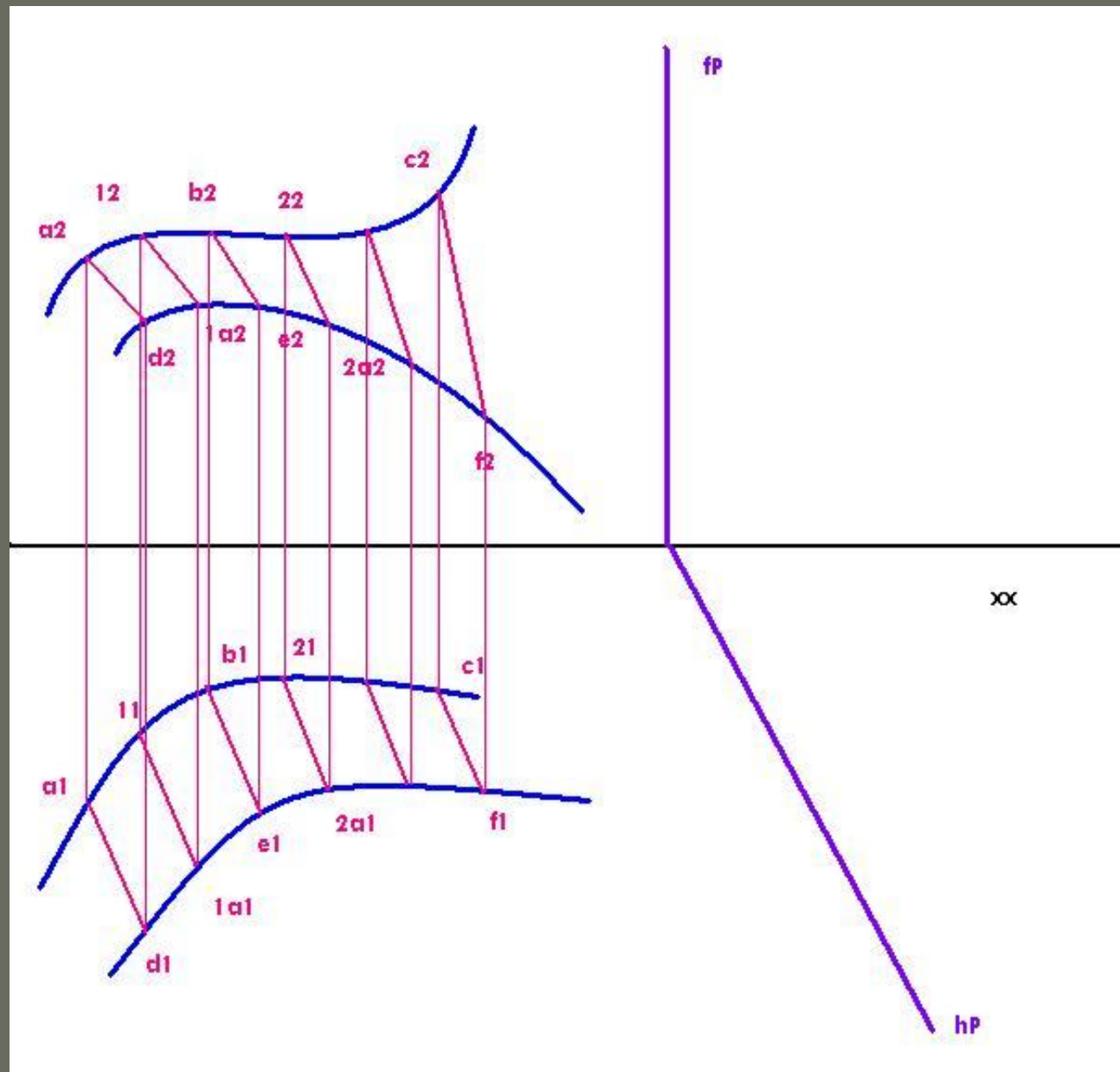


SUPERFÍCIES

A superfície que se designa por cilindróide gera-se através do movimento de uma recta, que conserva em todas as suas posições o paralelismo a um determinado plano dado o plano de paralelismo ou plano director, e que corta duas linhas curvas – as directrizes.

Se as duas directrizes forem curvas planas, não devem então ser coplanares.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

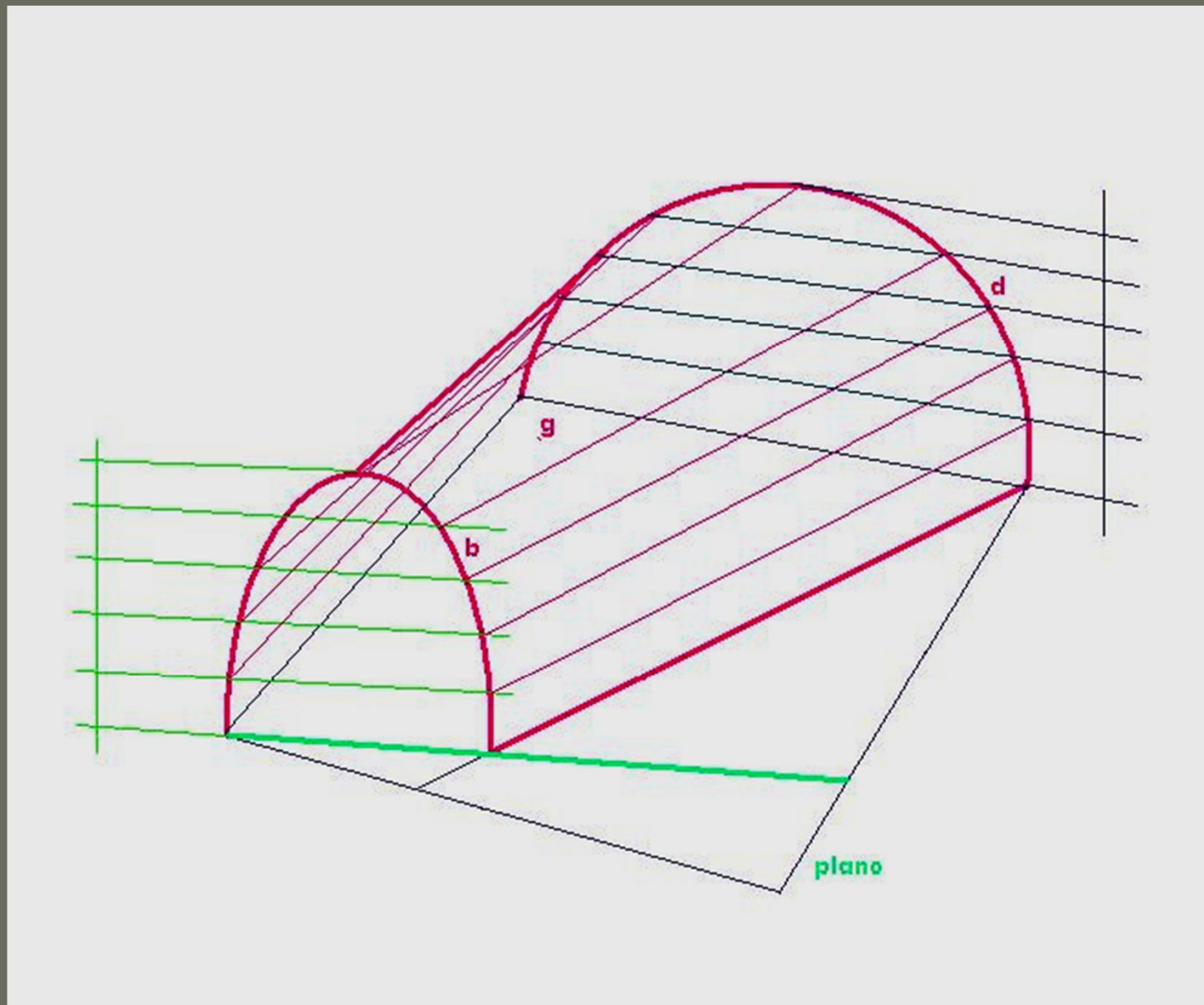


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

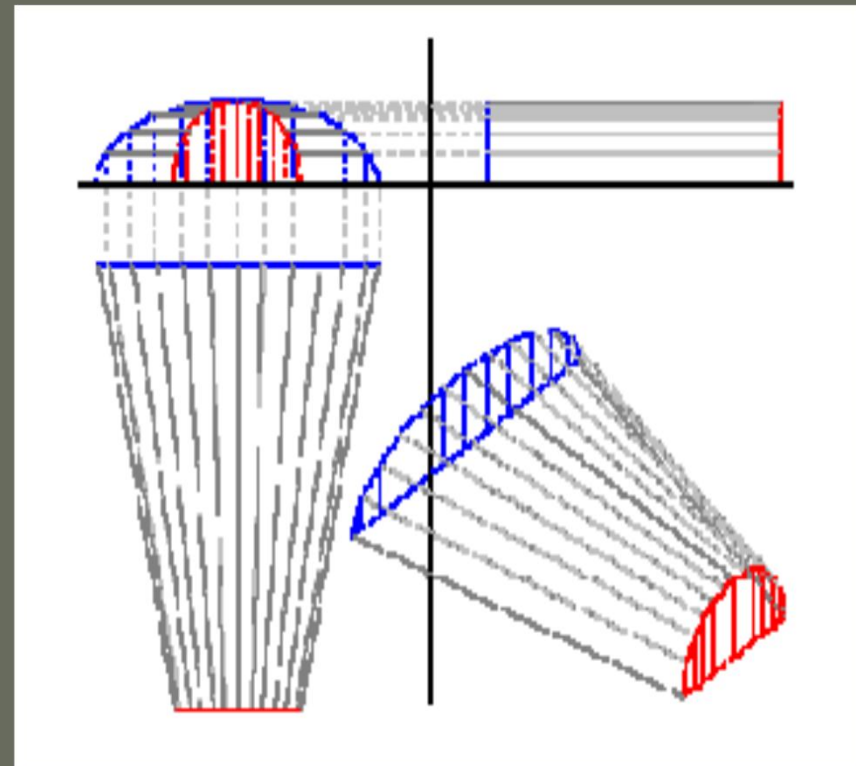
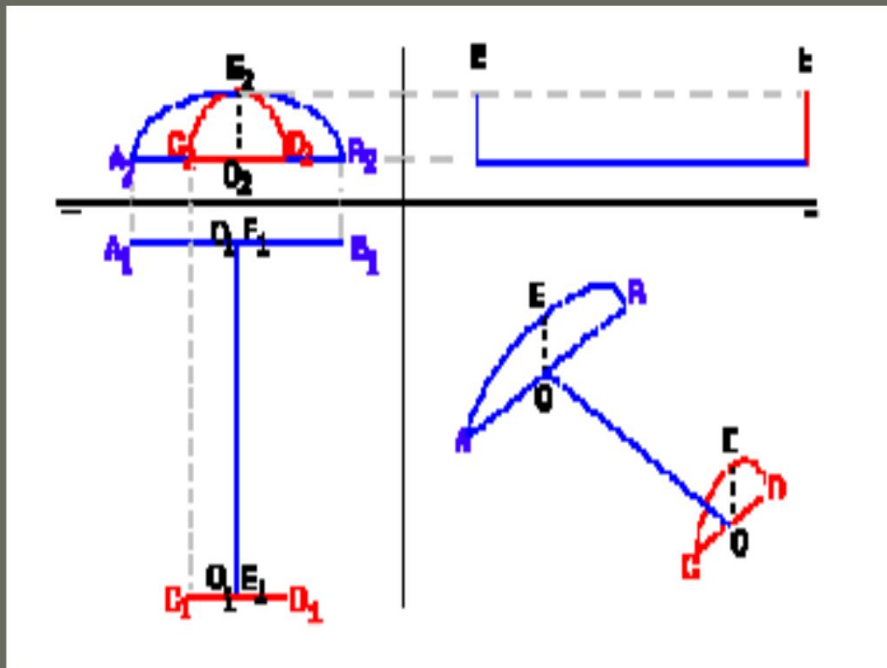
Mostra-se o cilindróide gerado pelo movimento da recta AD pelas directrizes curvas ABC e DEF paralelamente ao plano de paralelismo P (no caso um plano projectante horizontal).

Para se poder executar a representação terão de ser dadas as curvas directrizes e a posição do plano de paralelismo (director) da superfície, que se pretende gerar.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

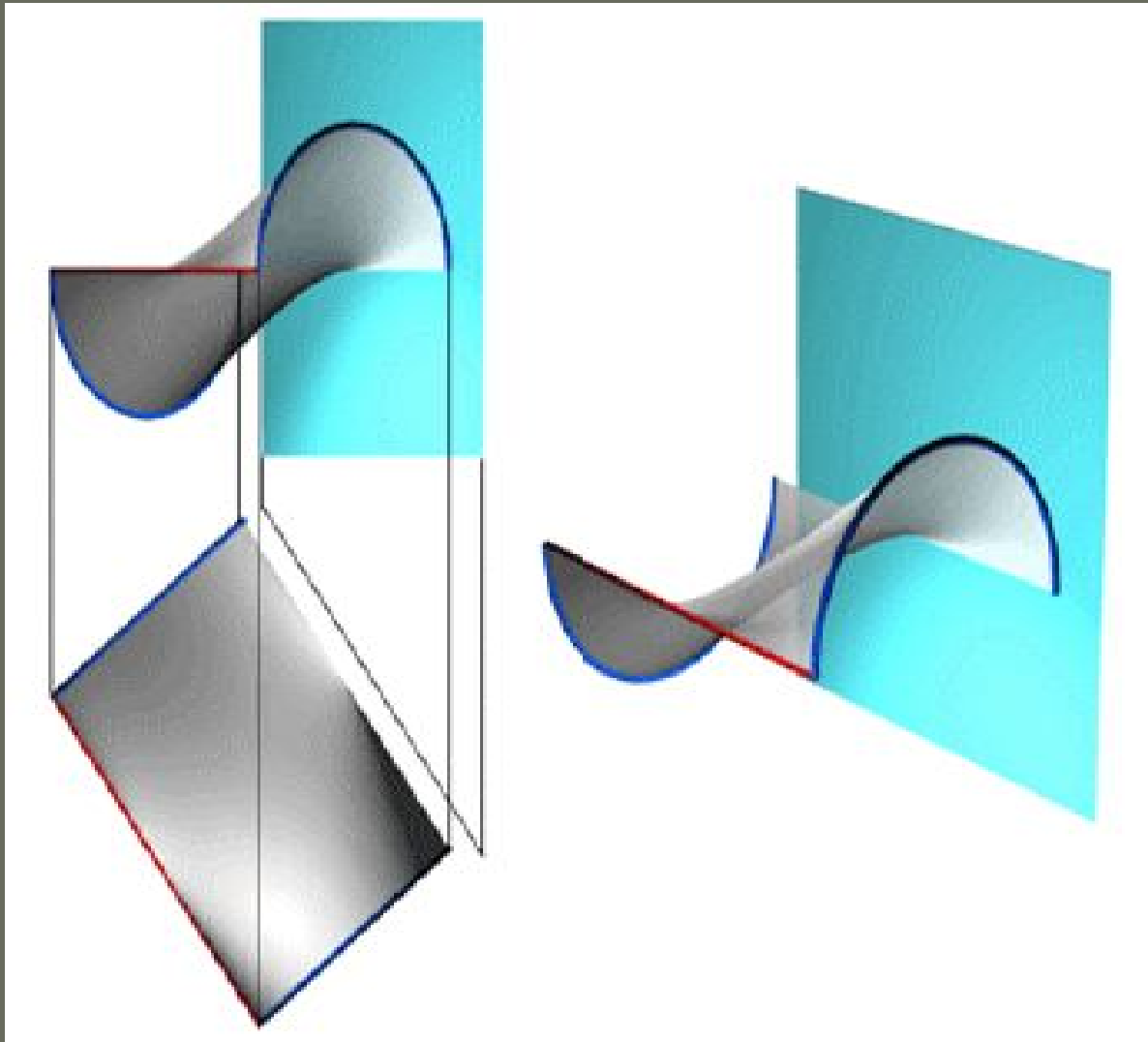


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Neste caso o cilindróide tem como curvas directrizes, duas semi-elipses, e a geratriz, a recta g apoia-se em ambas as directrizes b e d, sendo paralela ao plano de paralelismo ou plano director.

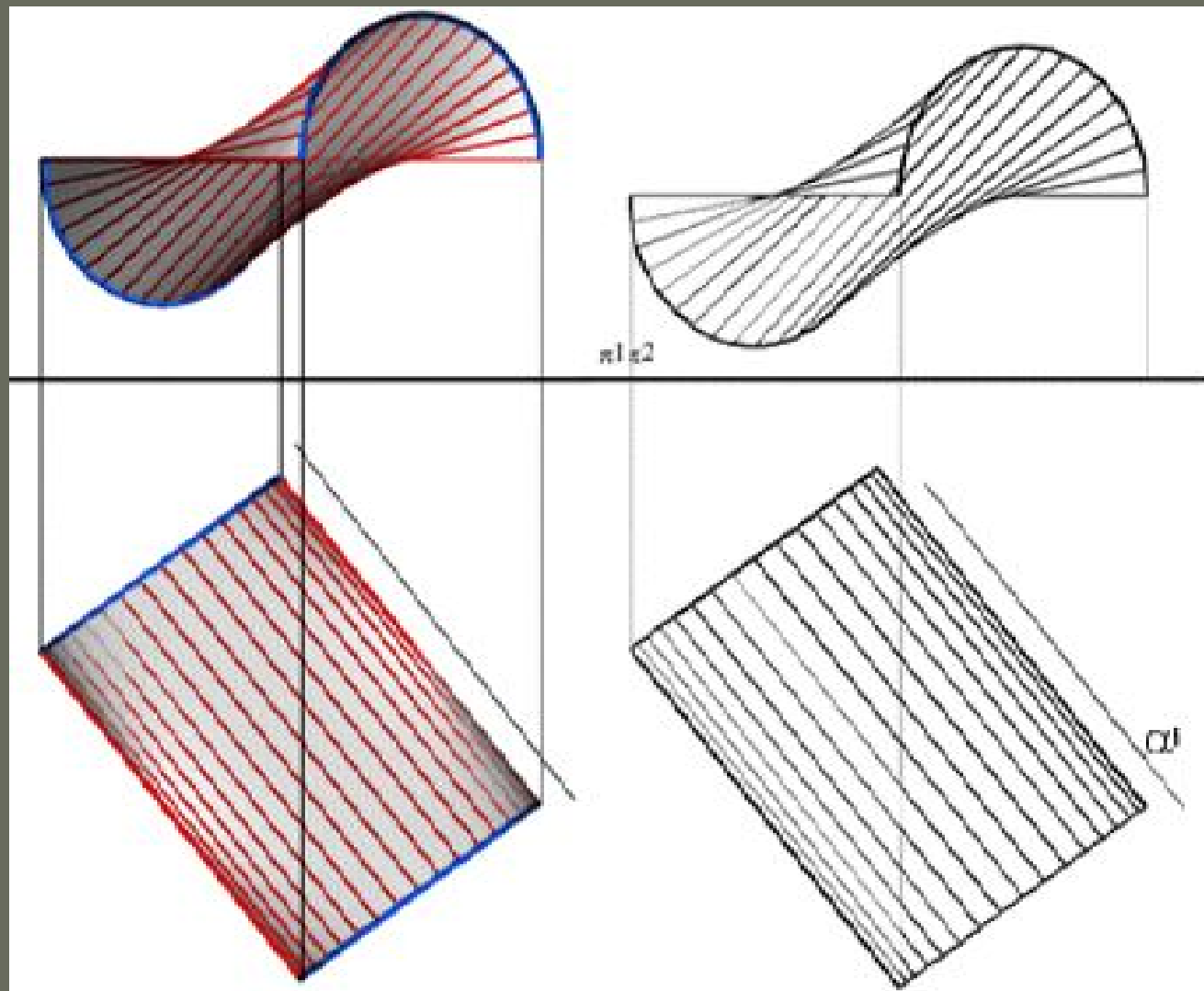
Os pontos mais altos das duas semi-elipses encontram-se à mesma altura.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

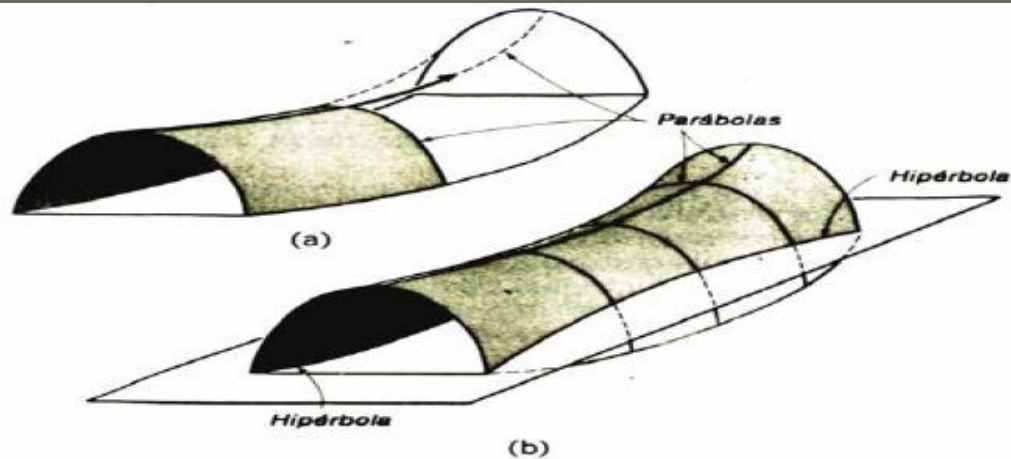


É gerado pelo movimento de uma recta (Geratriz) apoiada em duas curvas (Directrizes). O movimento da recta é paralelo ao Plano Director.

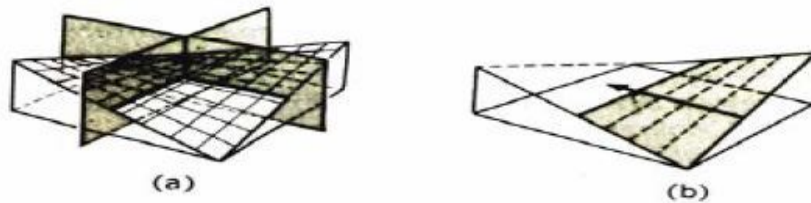
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



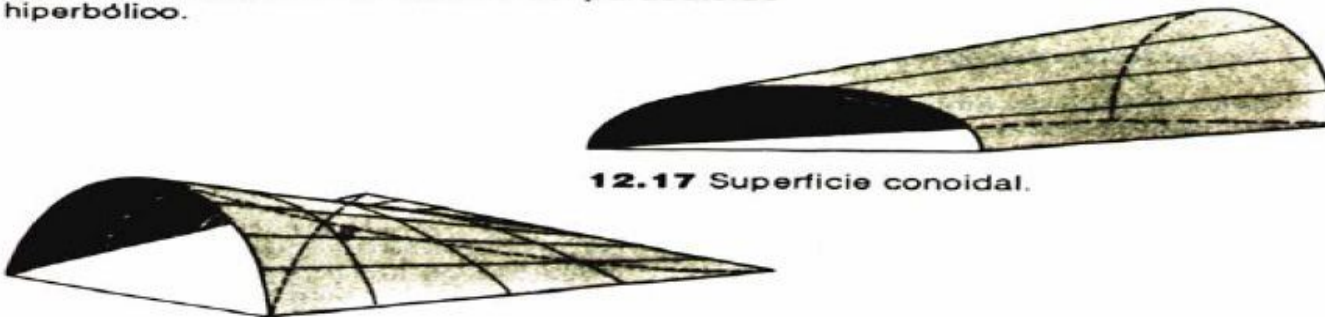
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



12.15 Paraboloide hiperbólico.



12.16 Generatrices rectilíneas del paraboloide hiperbólico.



12.17 Superficie conoidal.

12.18 Conoide.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

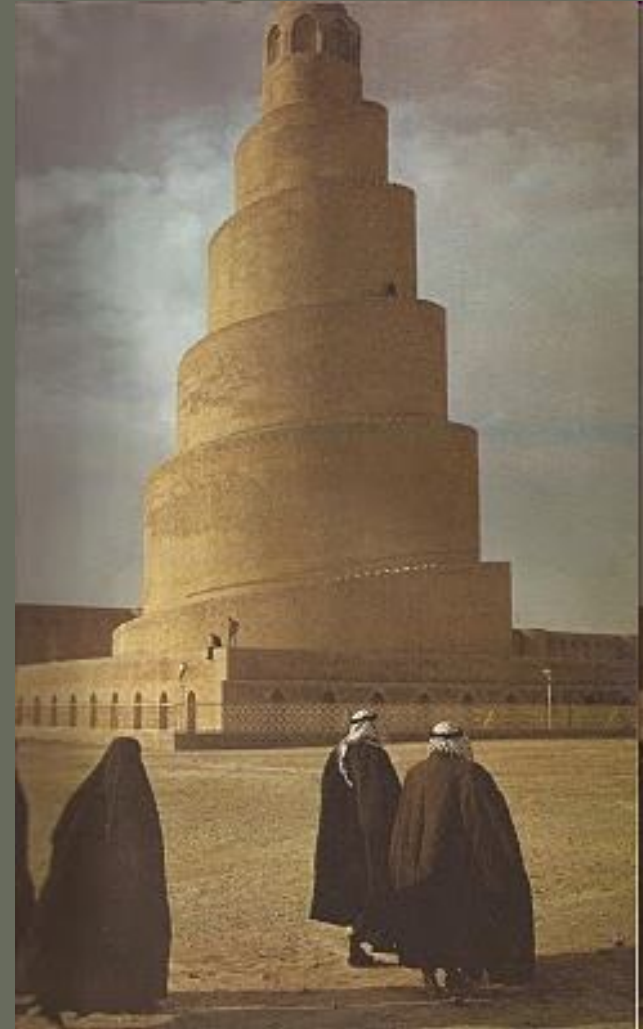


Jakarta – Bakrie Towers

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Londres – Torre Bishopgate



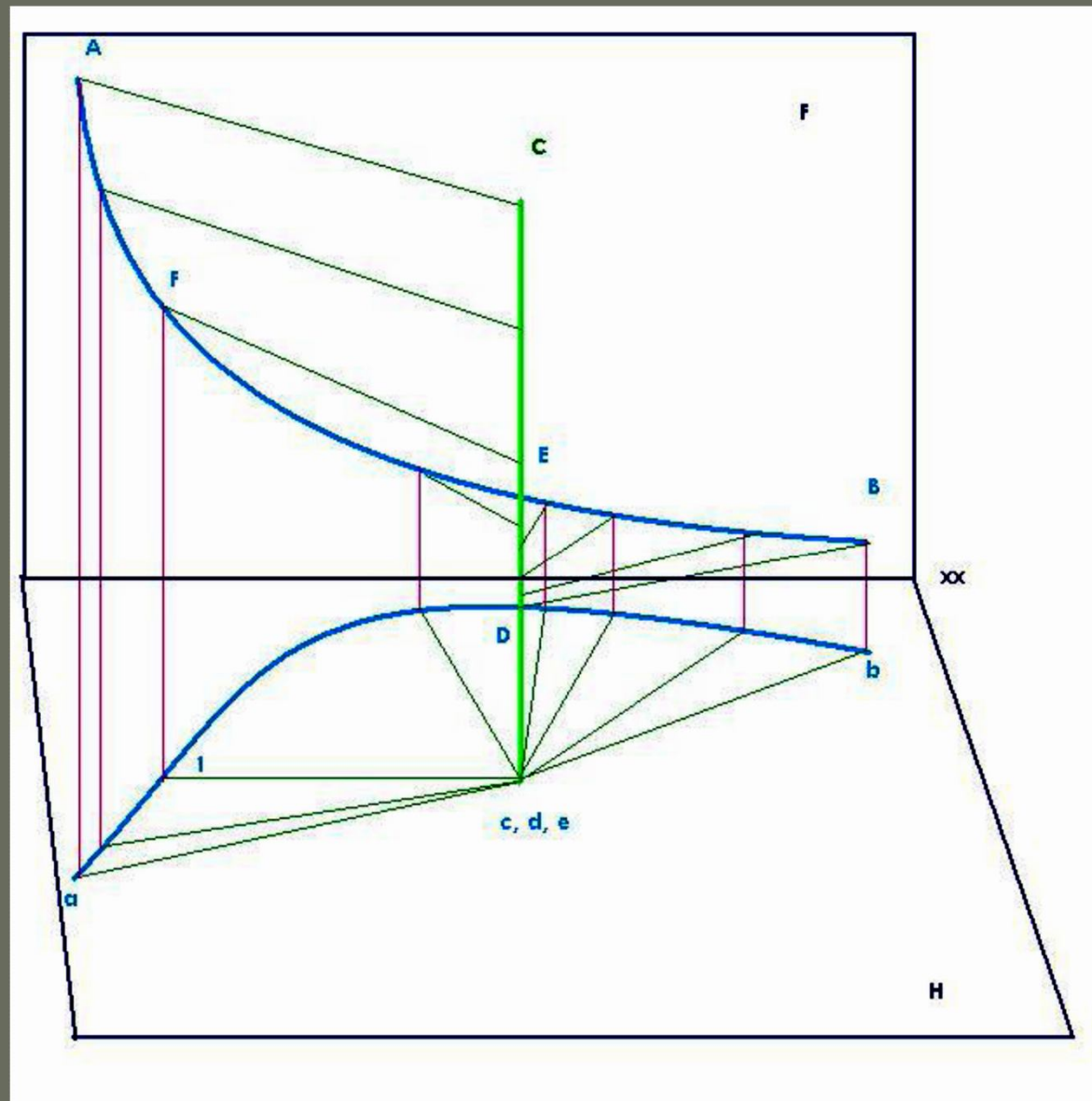
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Superfícies com plano de paralelismo – Conóides

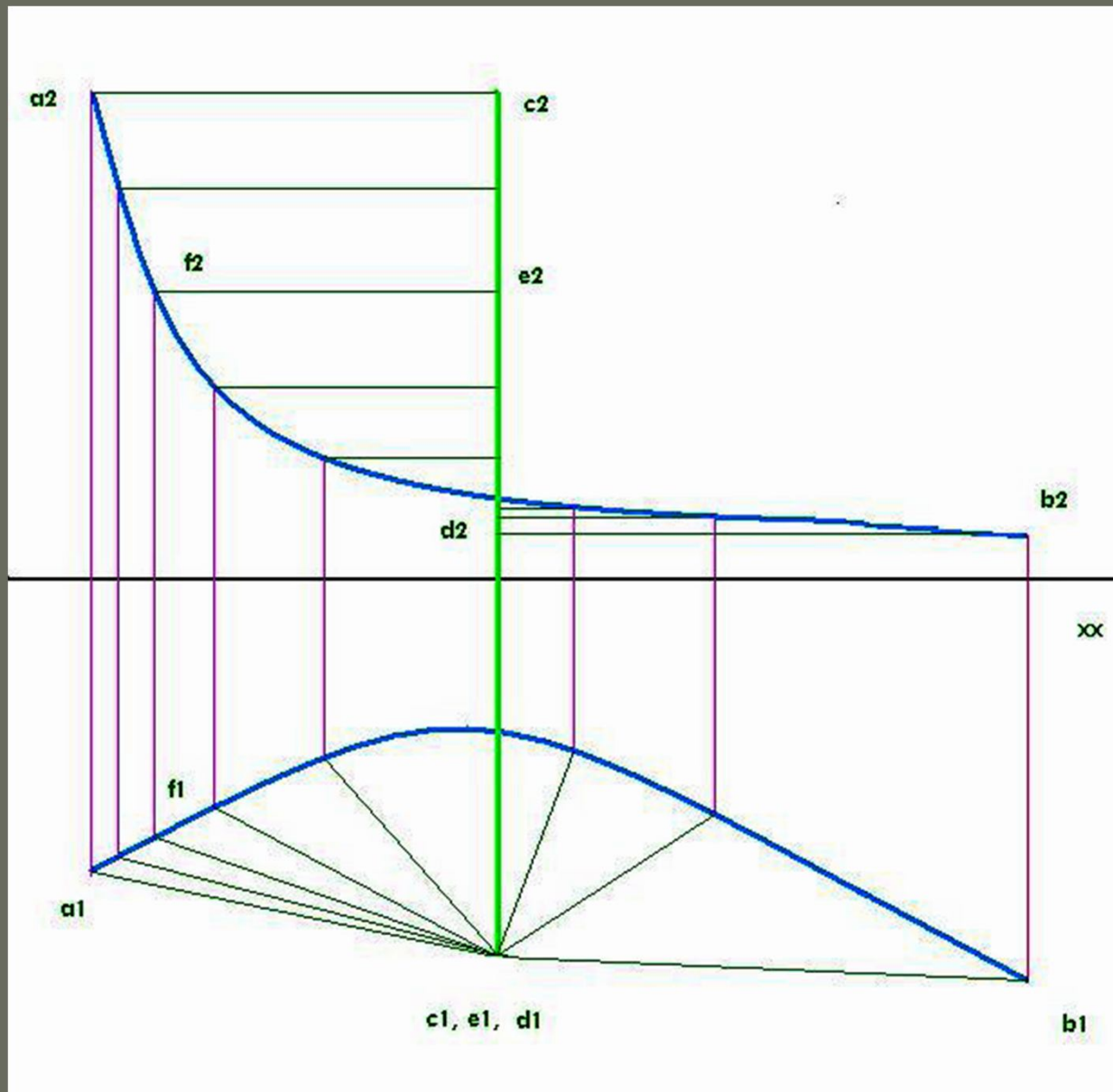
A superfície com a designação de conóide é gerada pelo movimento de uma recta que conserva em todas as suas posições o paralelismo com um determinado plano, o plano de paralelismo, e que corta duas directrizes uma das quais é curva e a outra é recta.

Se a curva é plana não deverá pertencer ao mesmo plano da segunda geratriz plana.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

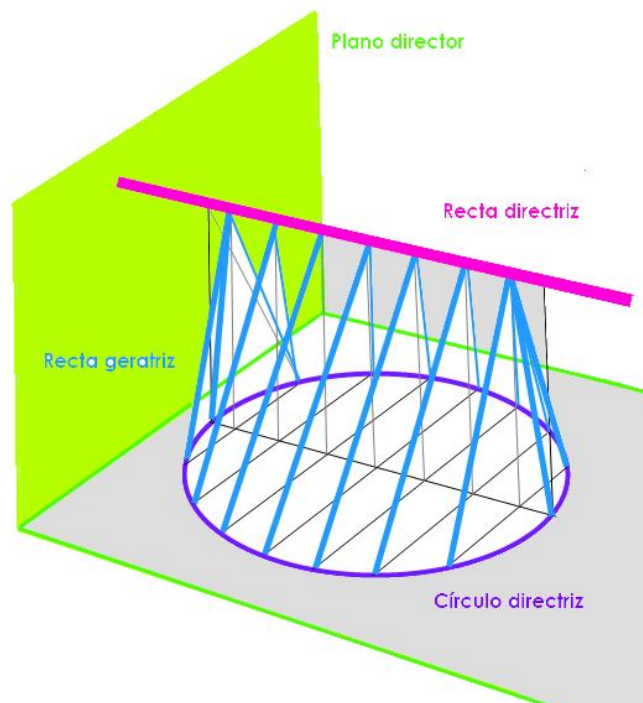
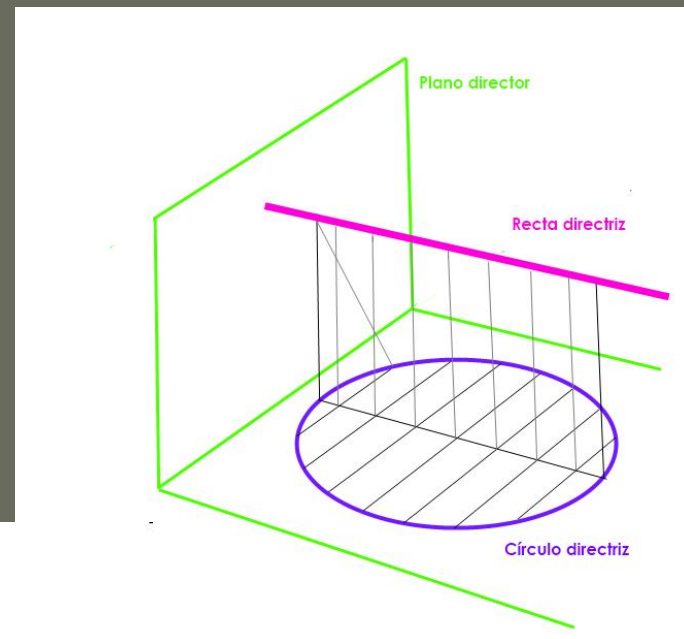
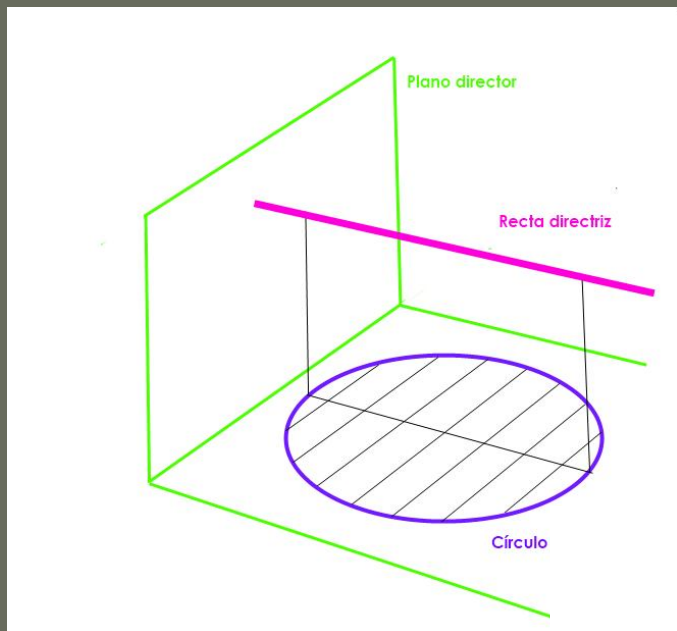


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



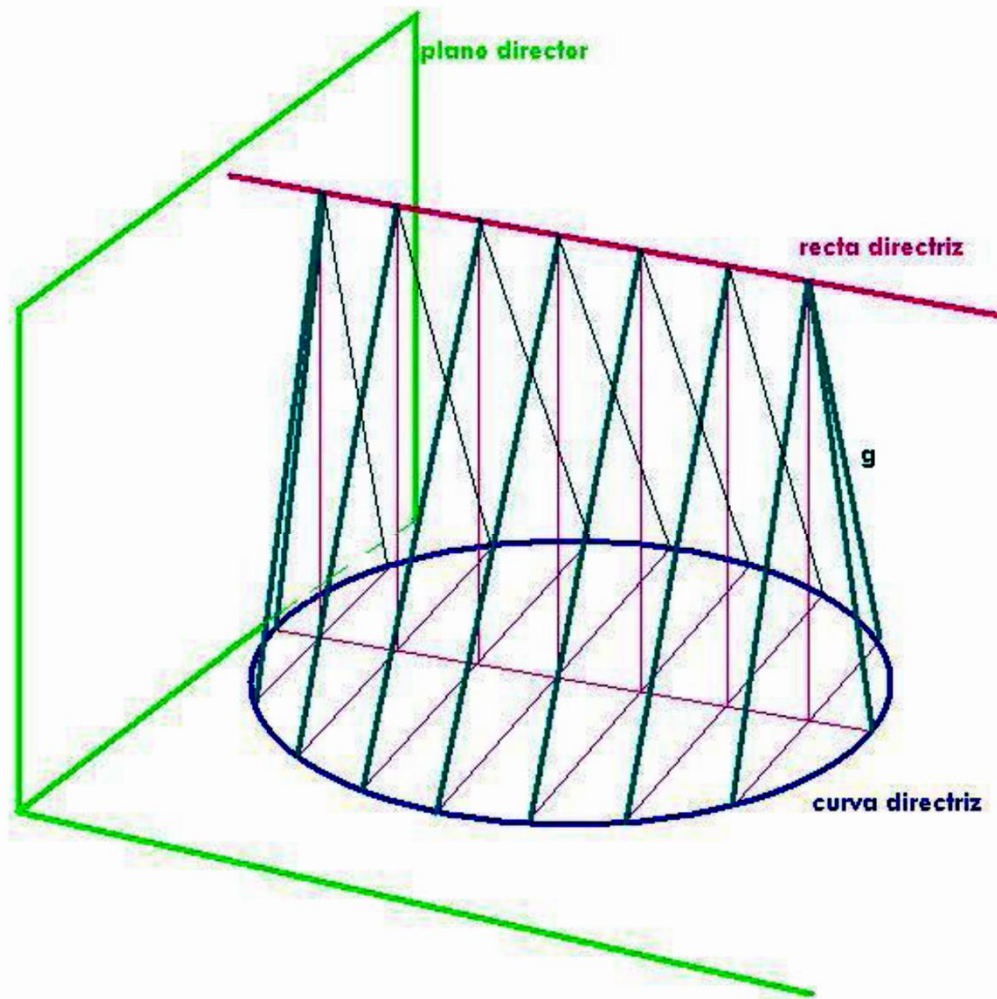
Como plano de paralelismo tomou-se o plano horizontal de projecções. A recta (geratriz) corta a curva AFB e a recta CD situada neste caso perpendicularmente ao plano horizontal.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



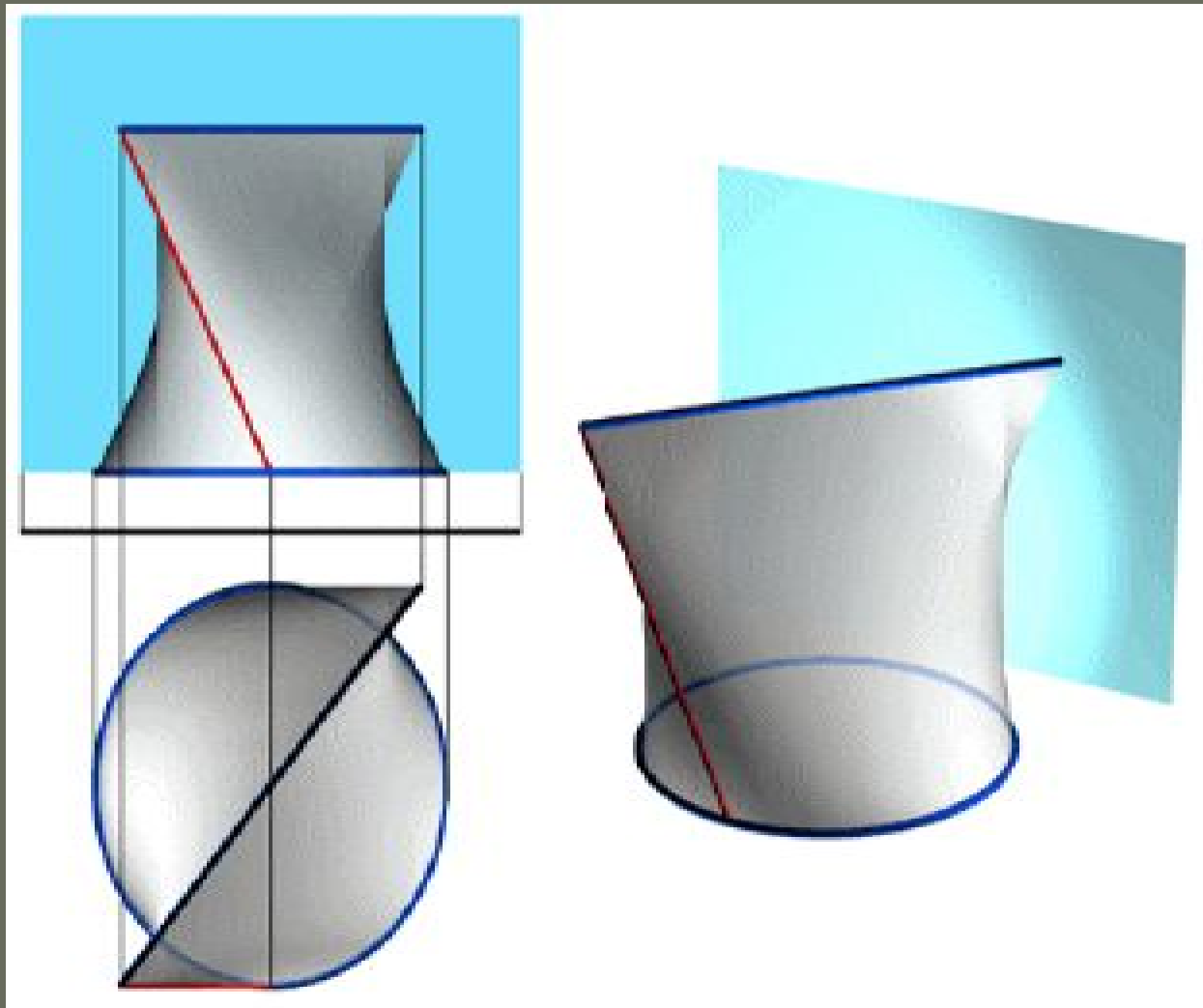
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

CONÓIDE RECTO



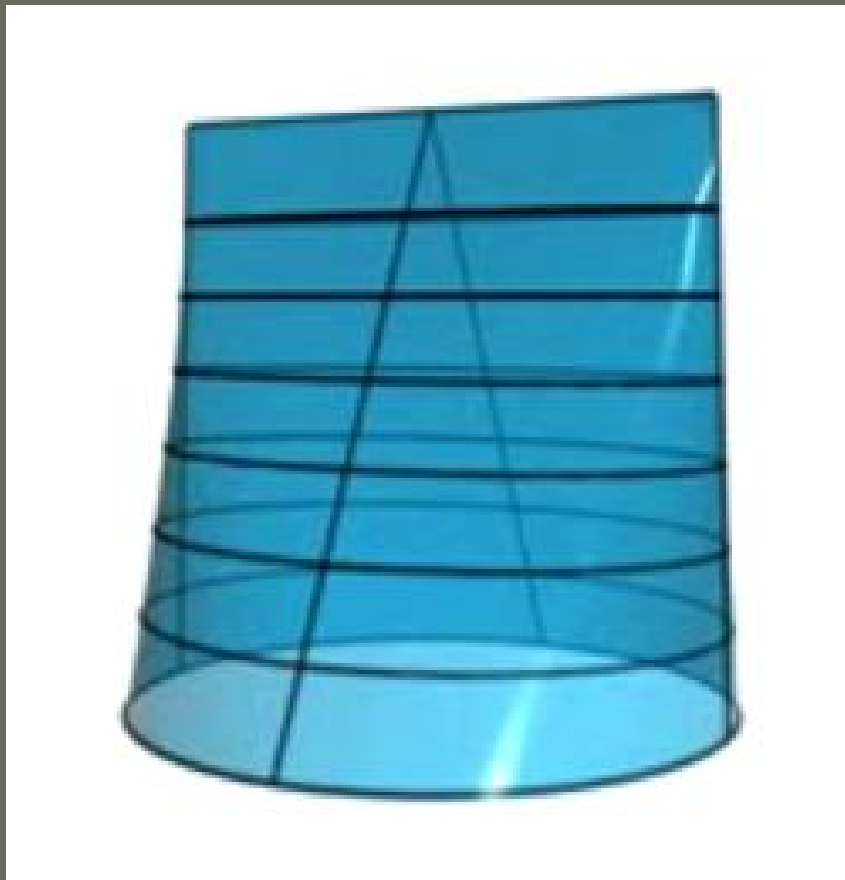
Este conóide recto apresenta base circular, sendo gerado pela recta g que se desloca tendo como apoio a recta directriz e a curva directriz, mantendo-se paralela a um plano director.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

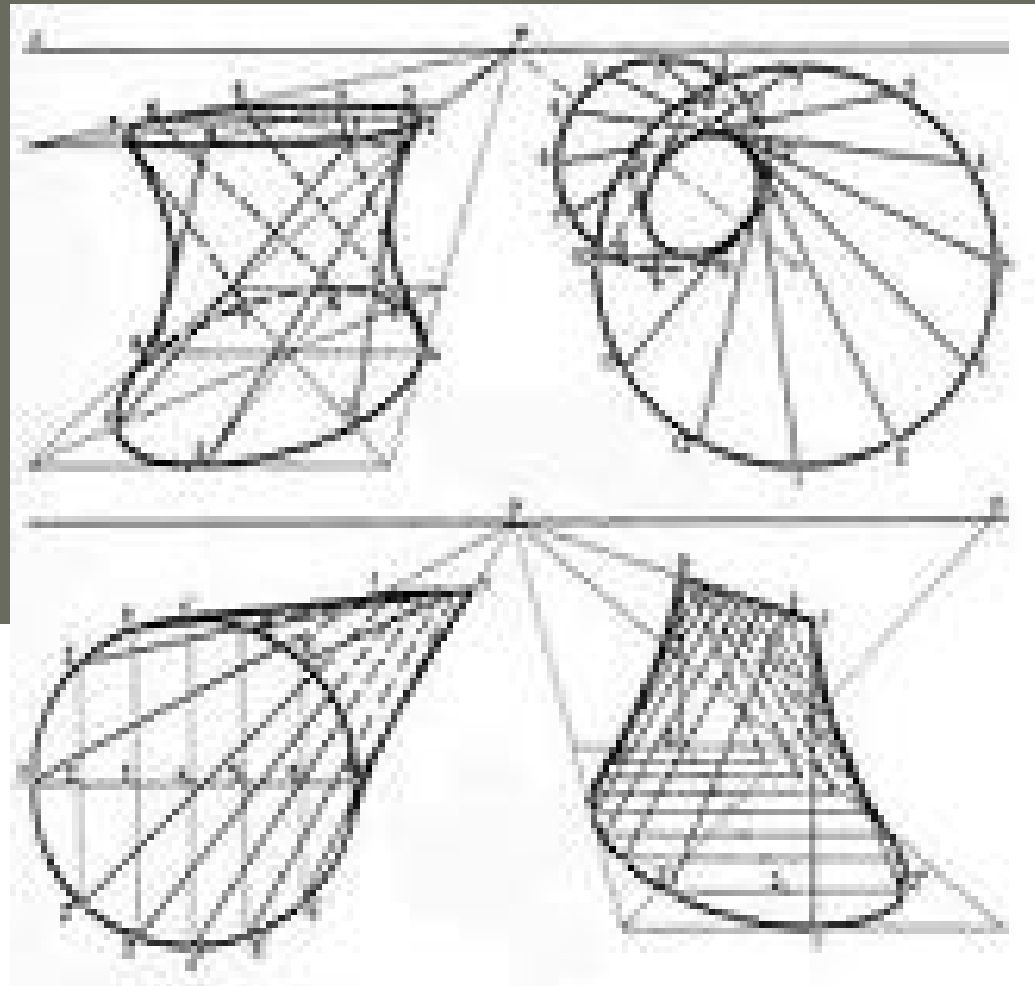
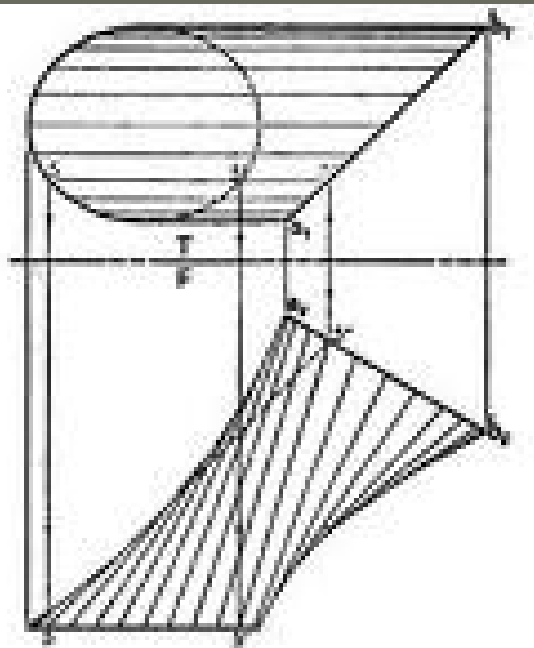


É gerado pelo deslocamento de uma recta (Geratriz) apoiada em uma recta e uma curva (Directrizes). O deslocamento da recta é paralelo ao Plano Director.

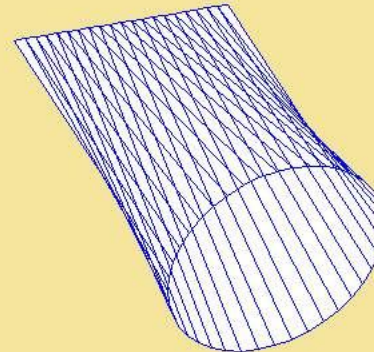
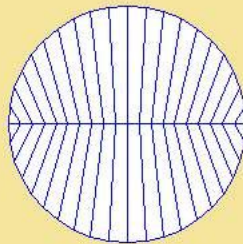
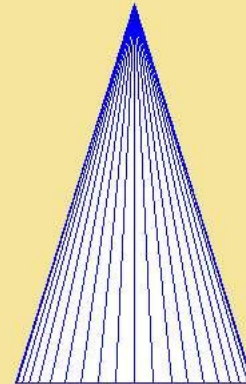
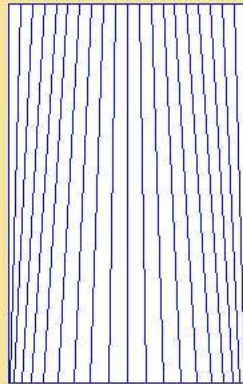
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



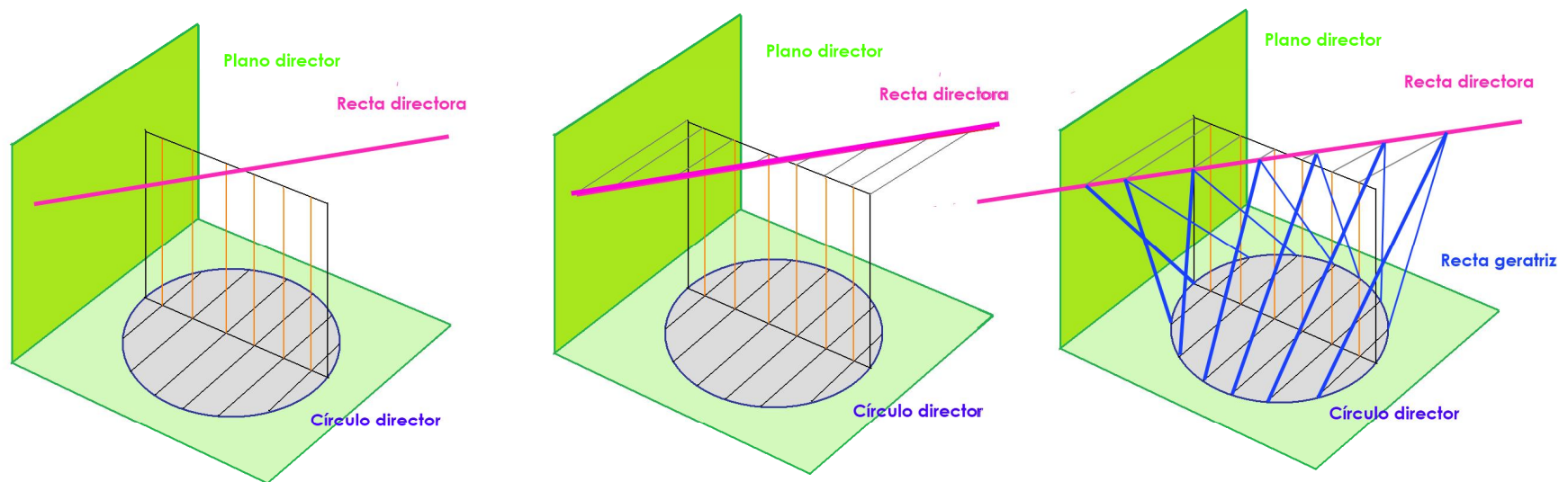
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

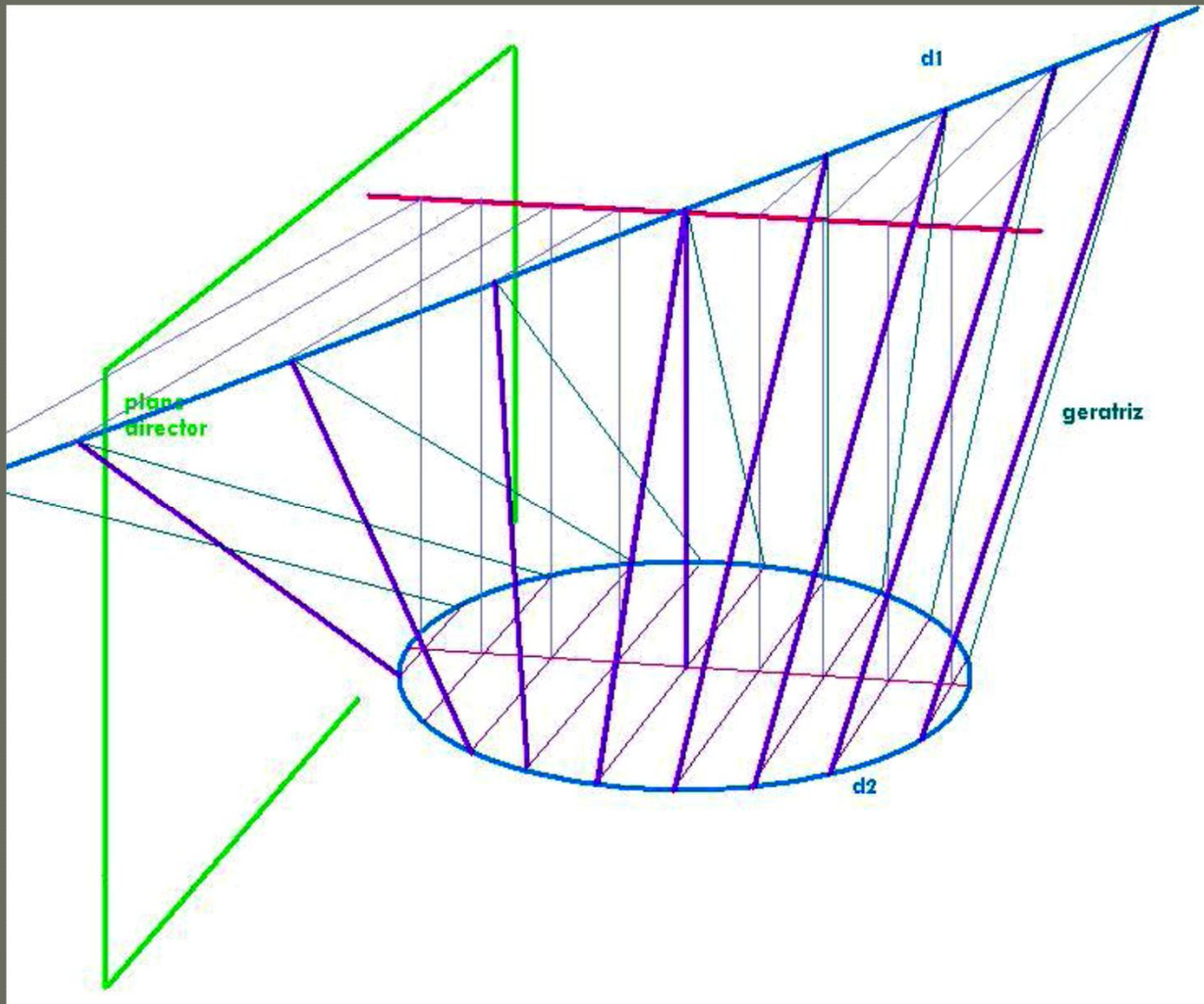


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

CONÓIDE OBLÍQUO

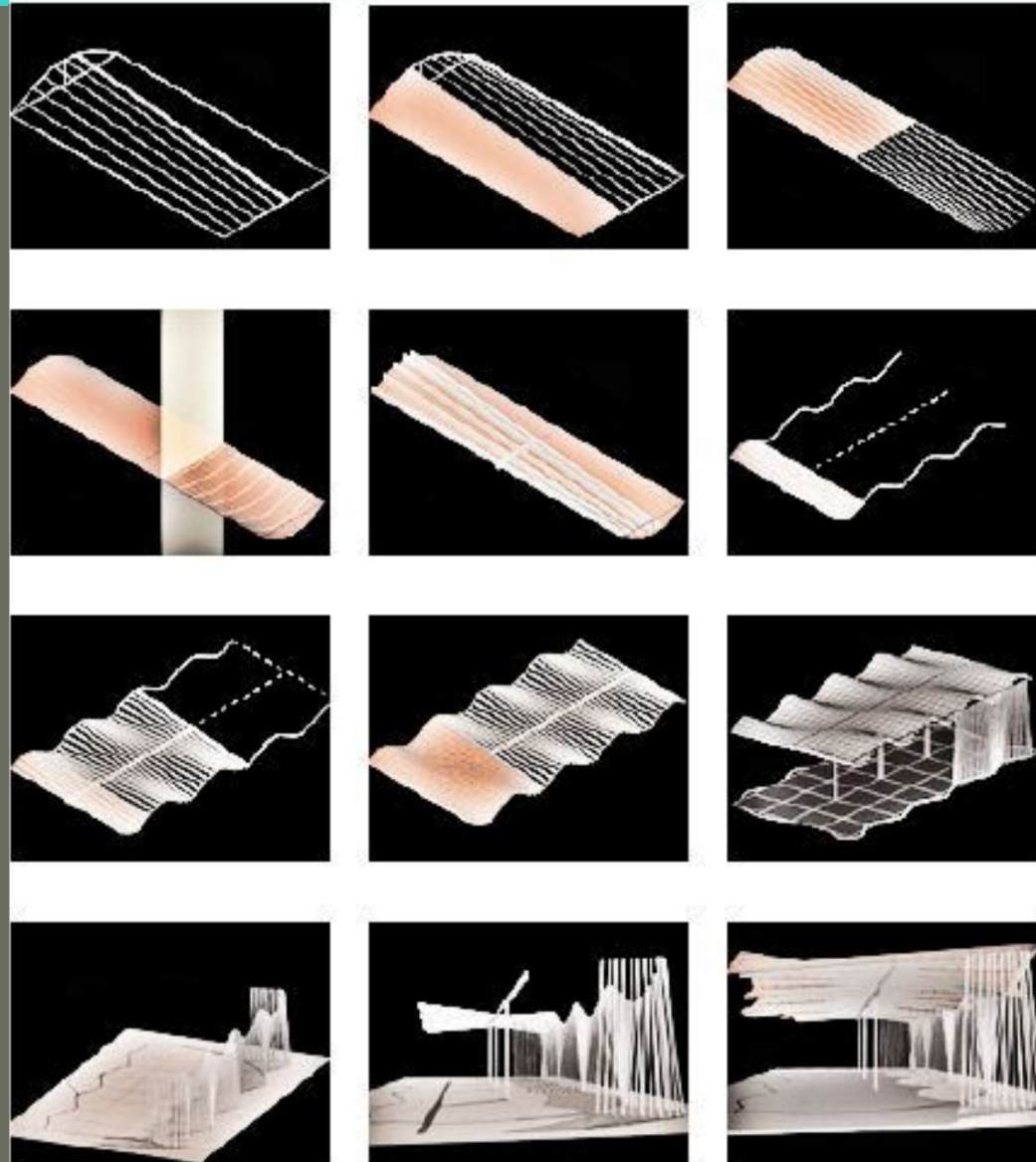


Neste caso o plano director é perpendicular ao plano da circunferência directriz d2, mas a recta directriz d1 é oblíqua ao plano director.

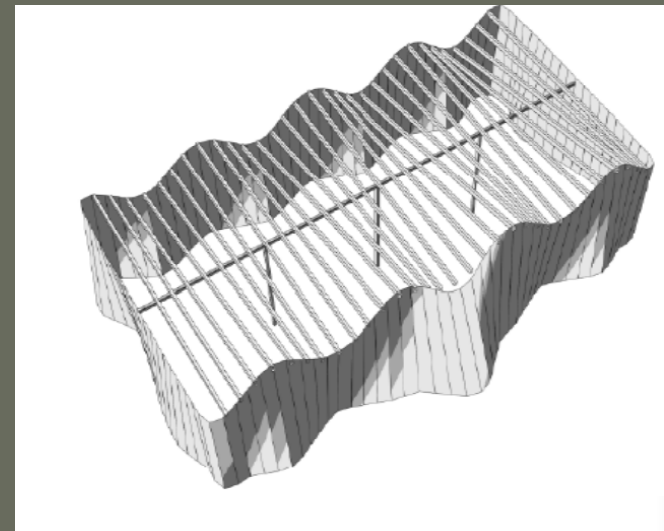
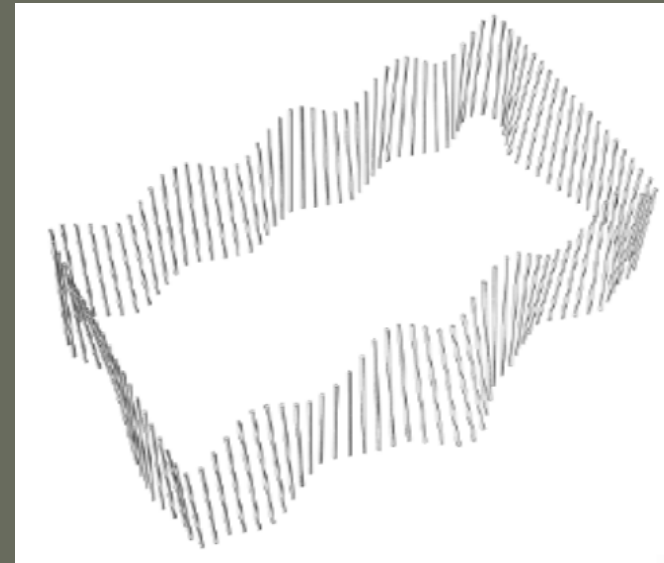
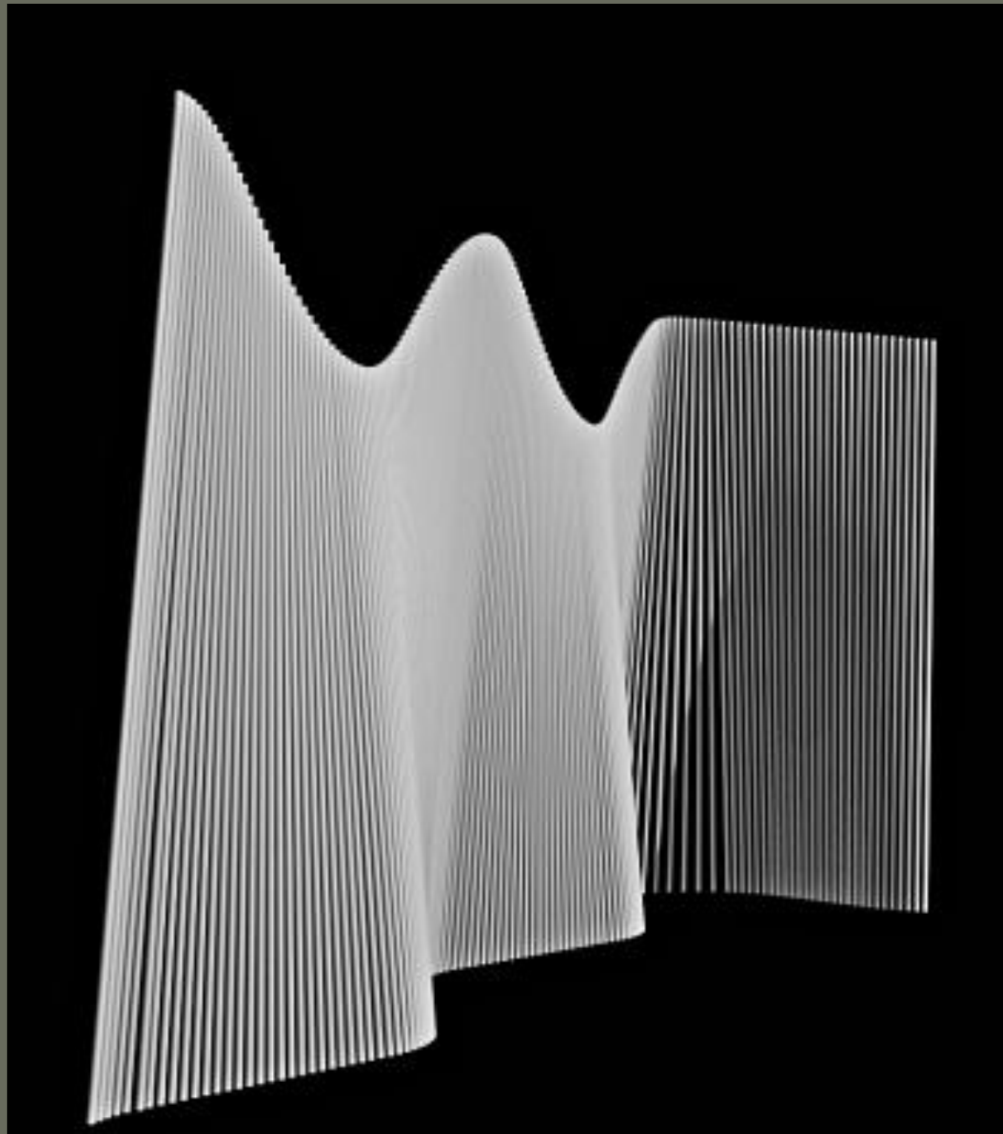
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Exemplos de superfícies conóides

Sequencia geométrica de imagens dos Conóides da cobertura e dos muros das Escolas Provisionais da Sagrada Família.

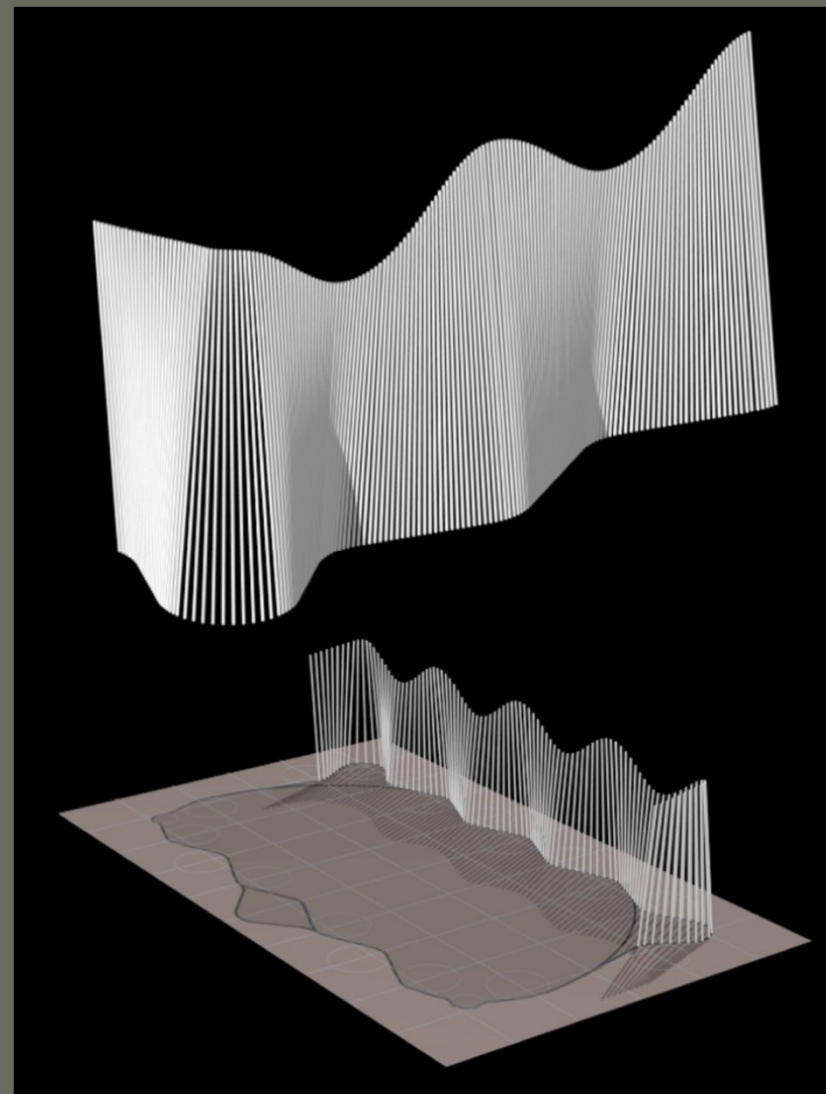
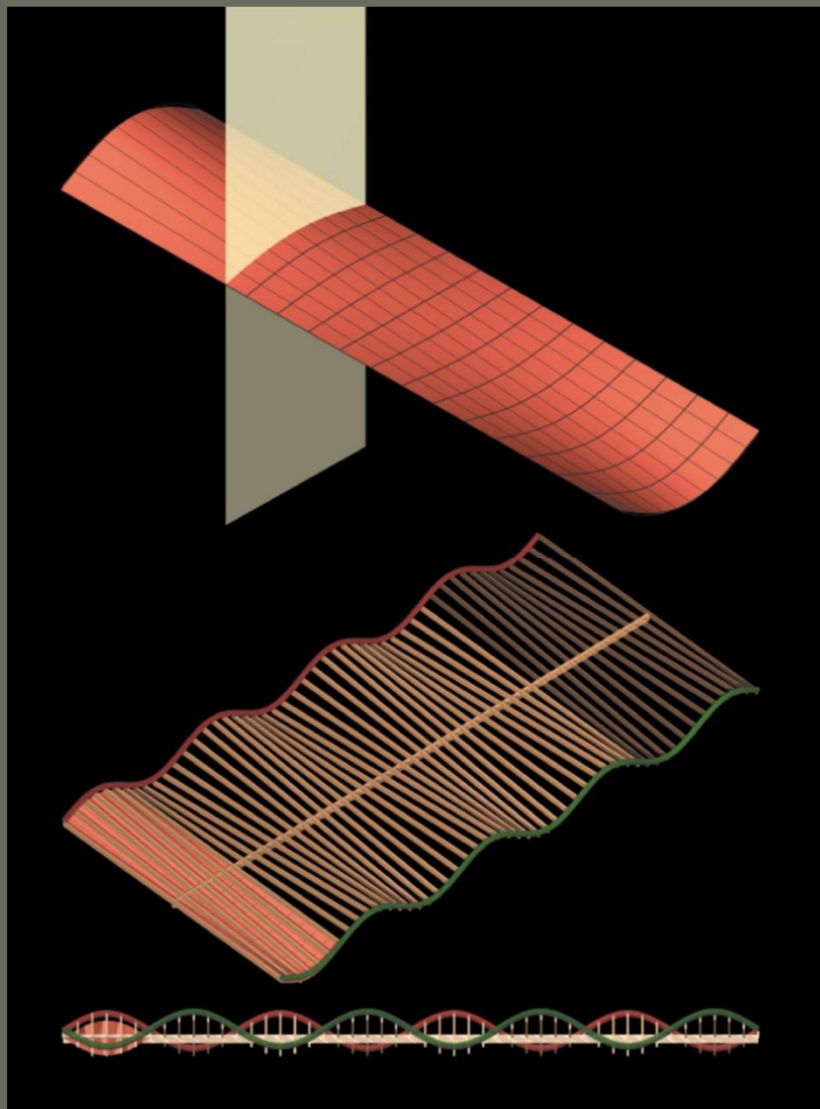


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



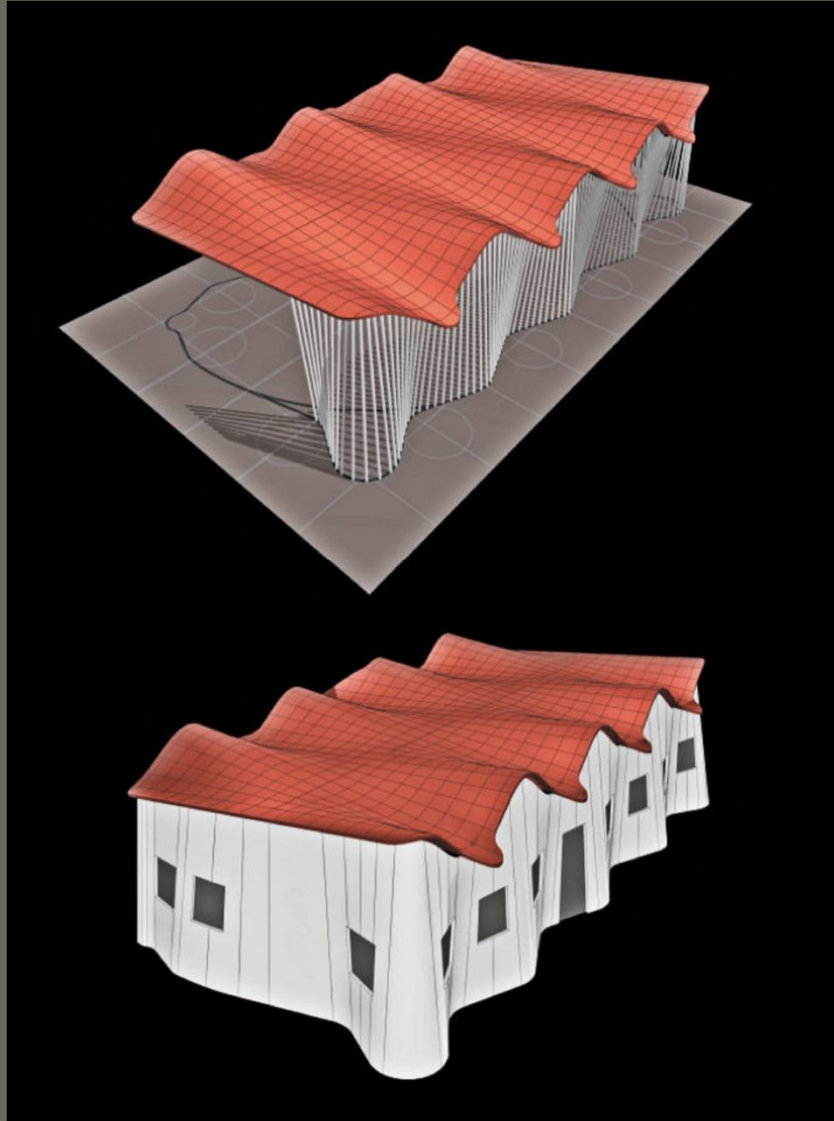
Fonte: CONOIDES – CLAUDI ALSINA

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Modelização informática da cobertura das Escolas Provisórias da Sagrada Família.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



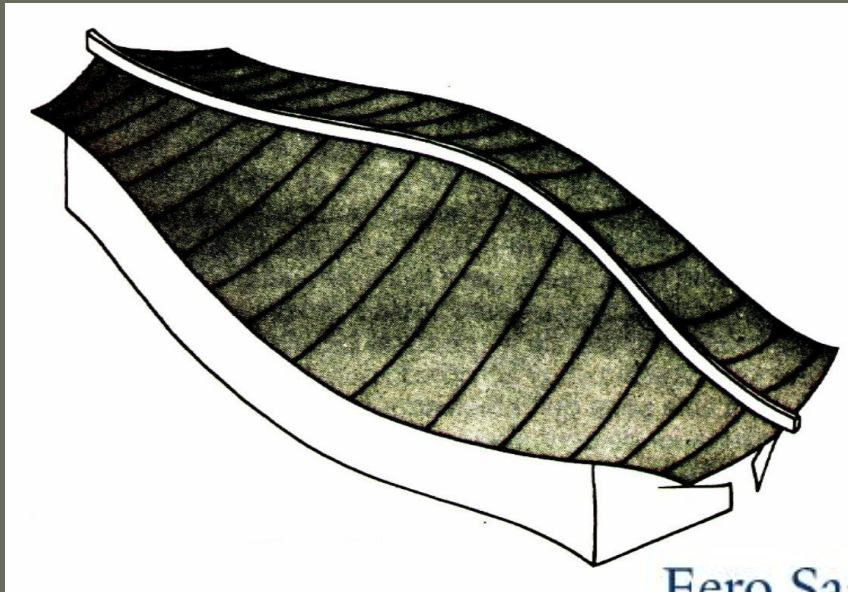
Conóides da cobertura e dos muros das Escolas Provisionais da Sagrada Família.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



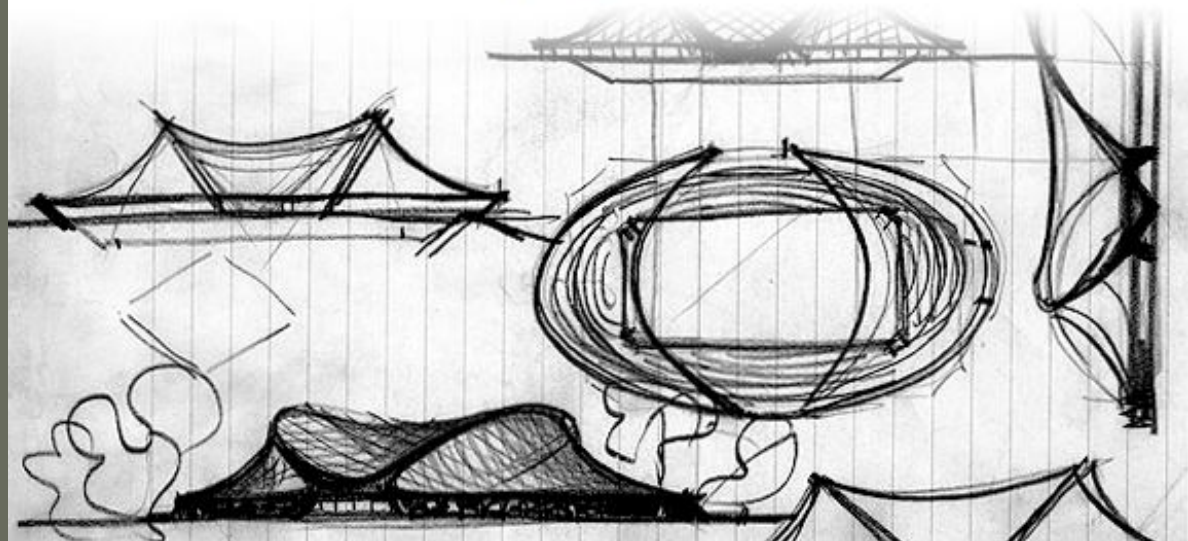
Kresge Auditório, no campus do MIT, em Cambridge, Massachusetts, 1953

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Pista de patinagem da Universidade
de Yale - Arq. E. Saarinen

Eero Saarinen | Shaping the Future

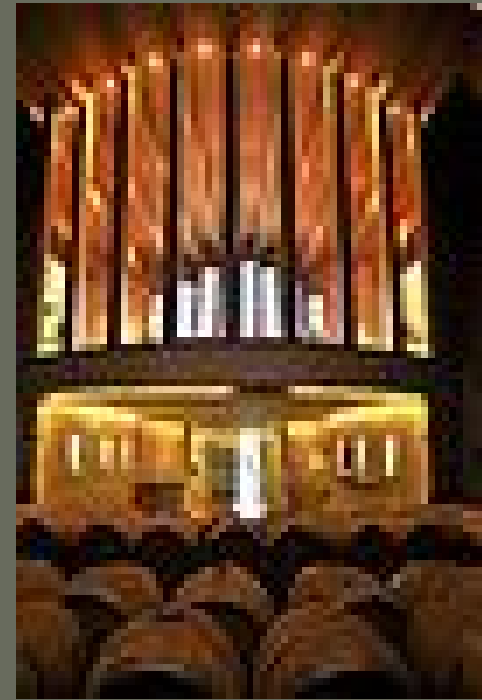


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

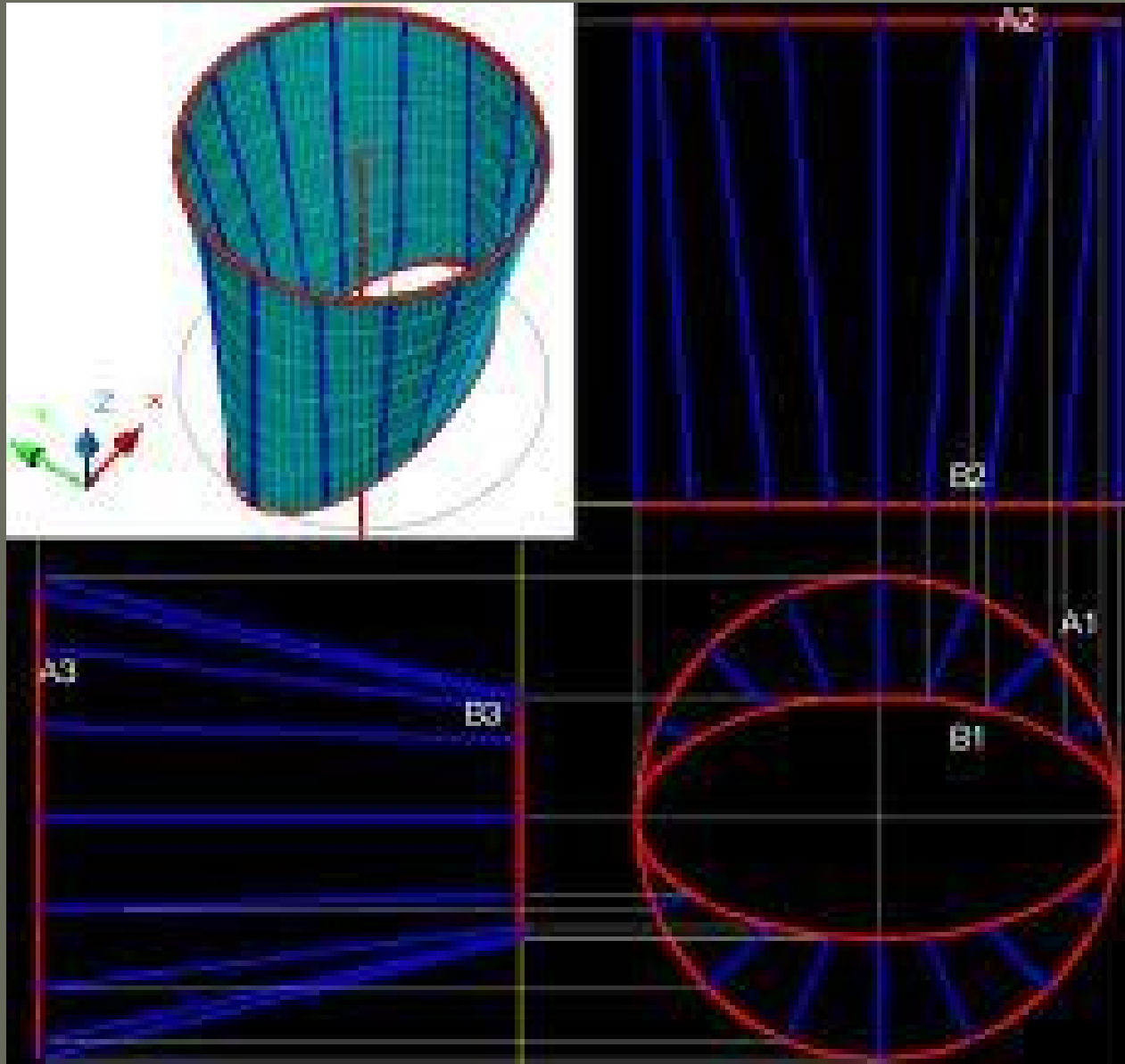
Santiago Calatrava - La Rioja, Bodegas Ysios, Laguardia, Álava, Espanha, 2004



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



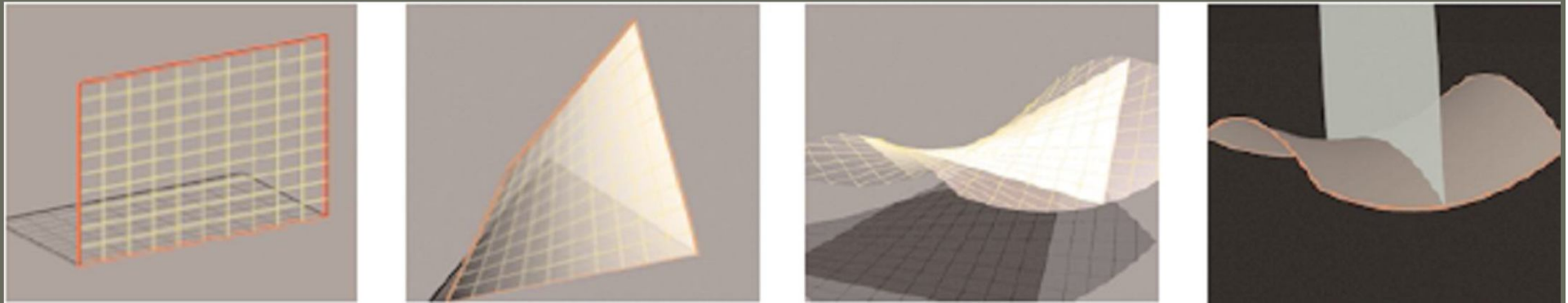
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



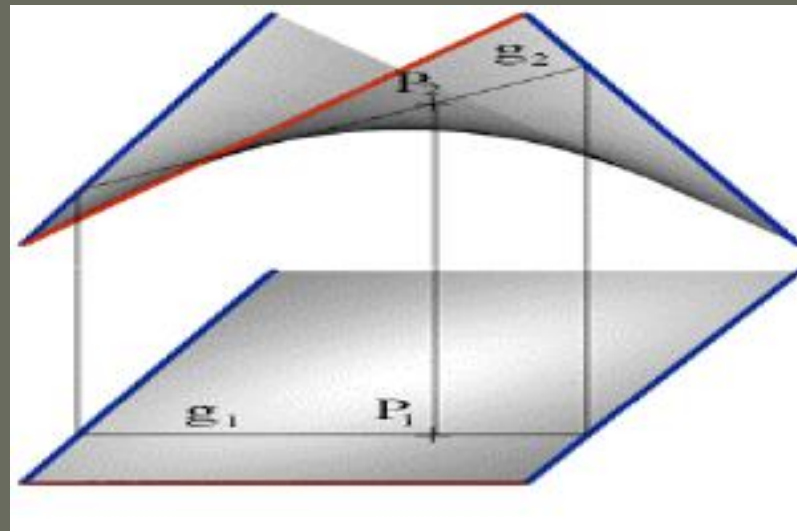
Santiago Calatrava – Complexo Olímpico Atenas

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

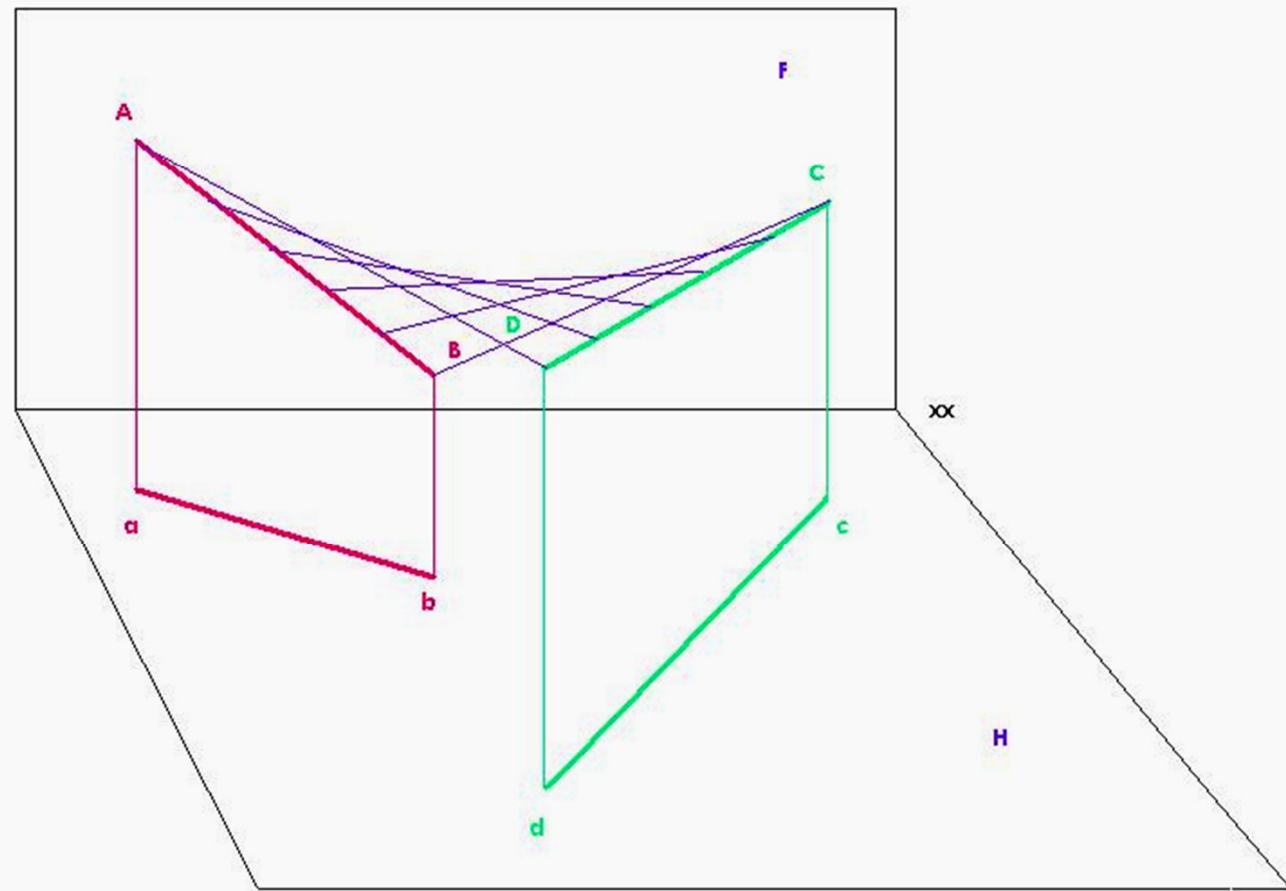
PARABOLÓIDES HIPERBÓLICOS



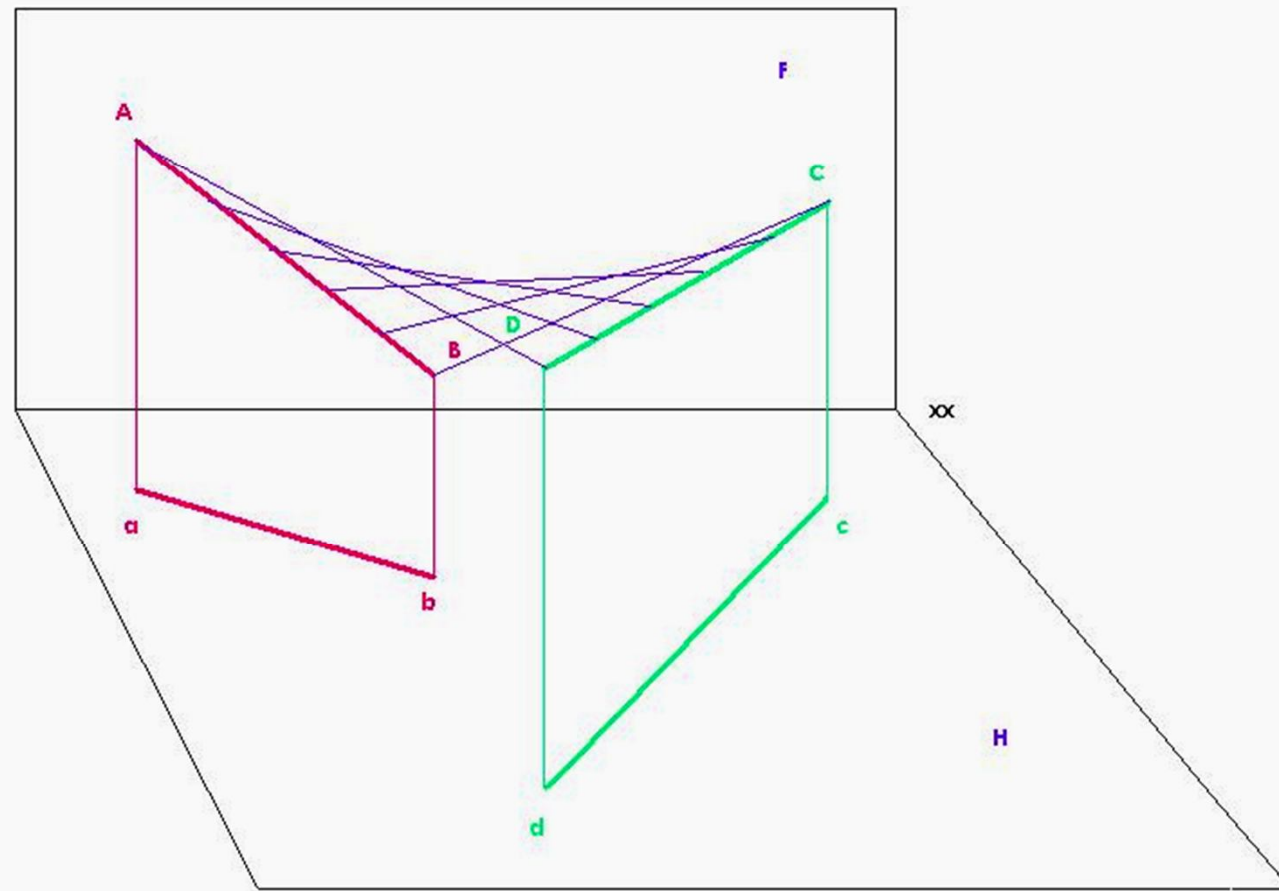
Sequencia geométrica de imagens de um parabolóide hiperbólico e sua secção parabólica.



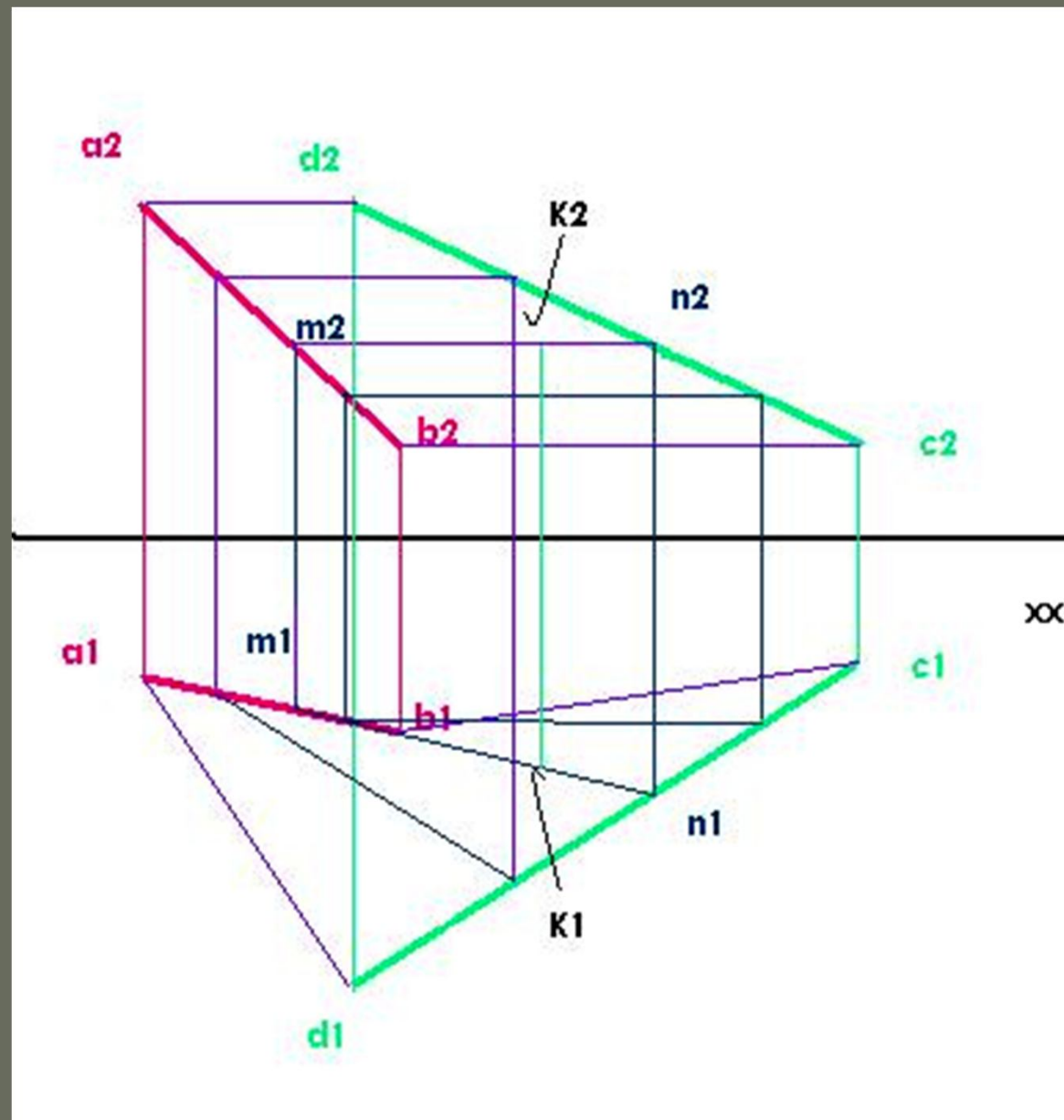
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

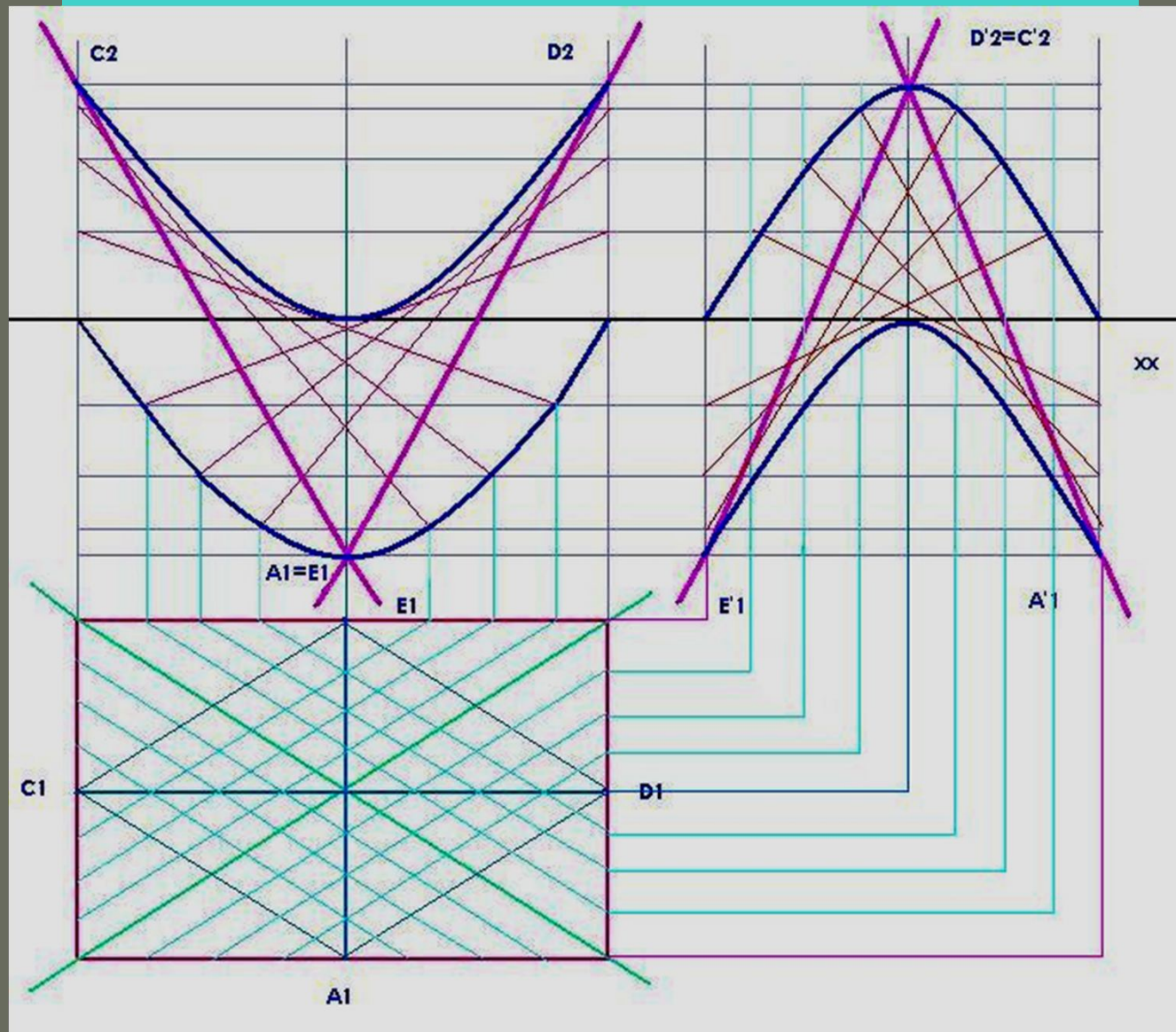


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

PARABOLÓIDE DUPLAMENTE REGRADO



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

A superfície tem o aspecto que as três projecções a apresentam.

As secções planas podem ser hipérboles ou parábolas, mas não elipses. As parábolas que pertencem ao plano definido pela recta $C1D1$, designam-se por parábolas principais.

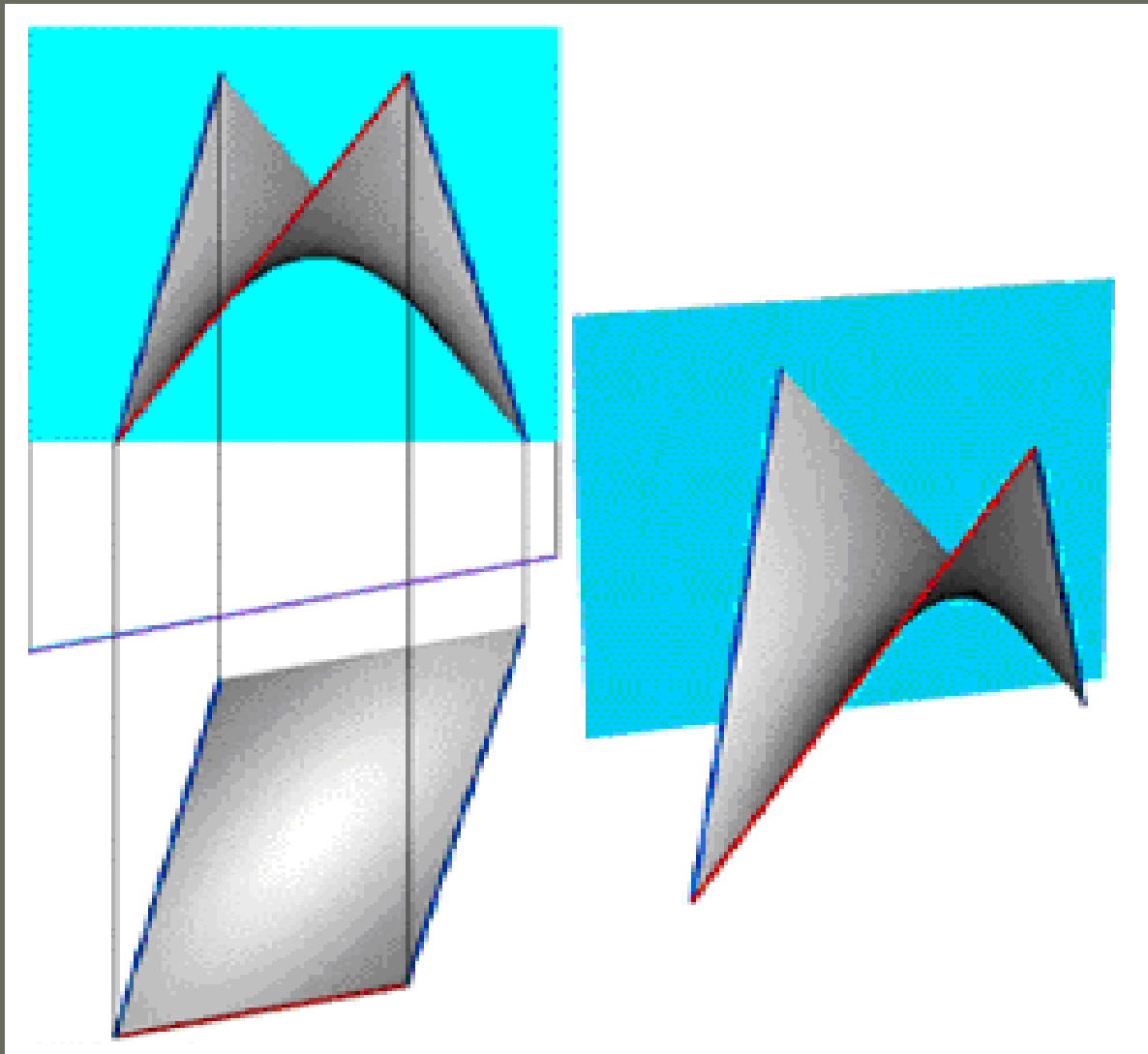
Nesta figura estão representadas duas famílias de geratrizes, visto este ser um parabolóide duplamente regrado.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Calatrava – Museu das ciências - Valência

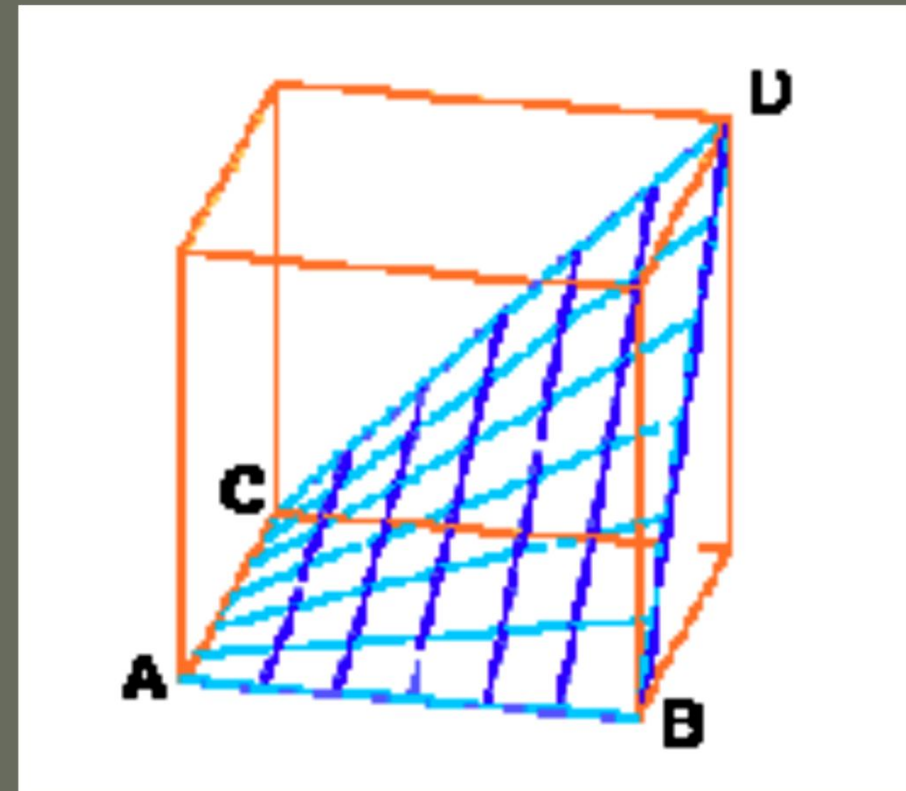
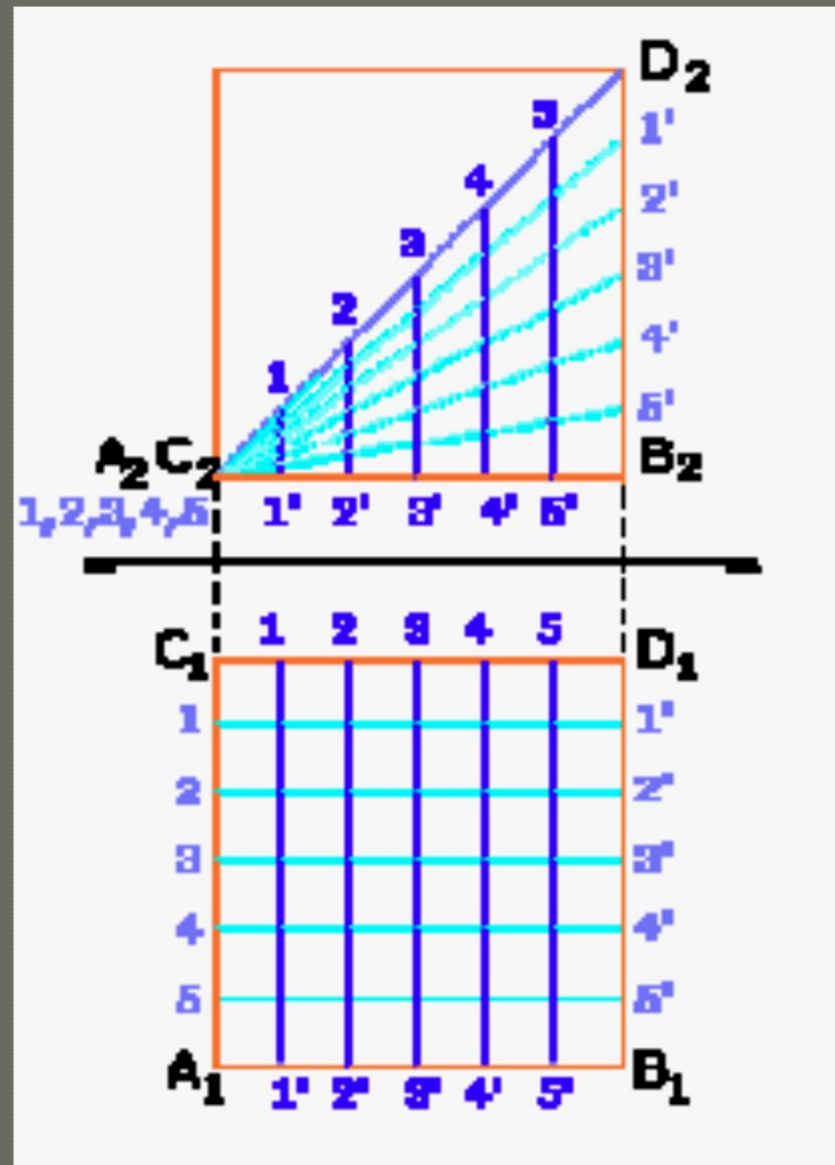
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



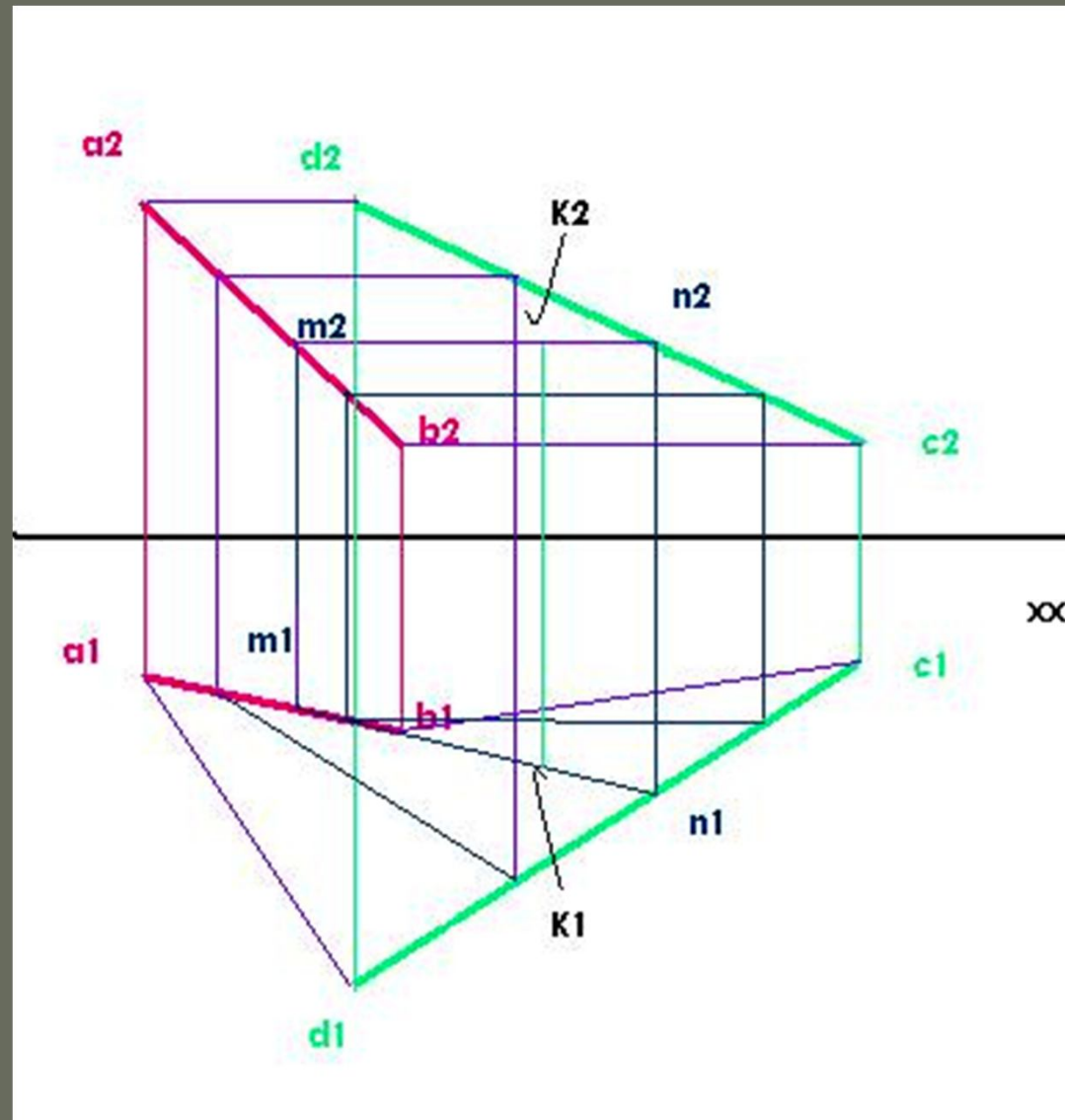
É gerado pelo movimento de uma recta (Geratriz) apoiada em duas rectas (Directrizes).

O movimento da recta é paralelo ao Plano Director.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

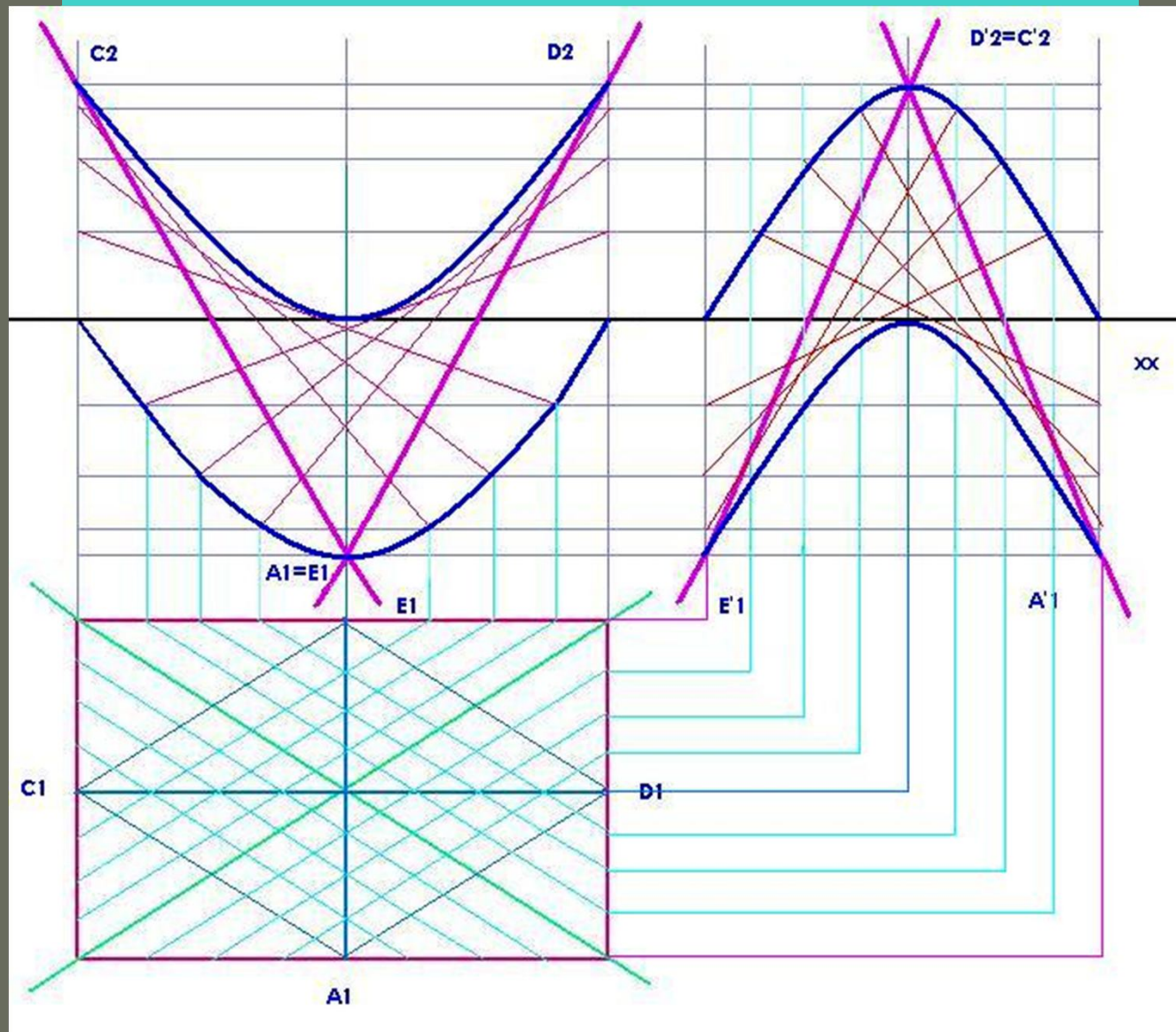


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

PARABOLÓIDE DUPLAMENTE REGRADO



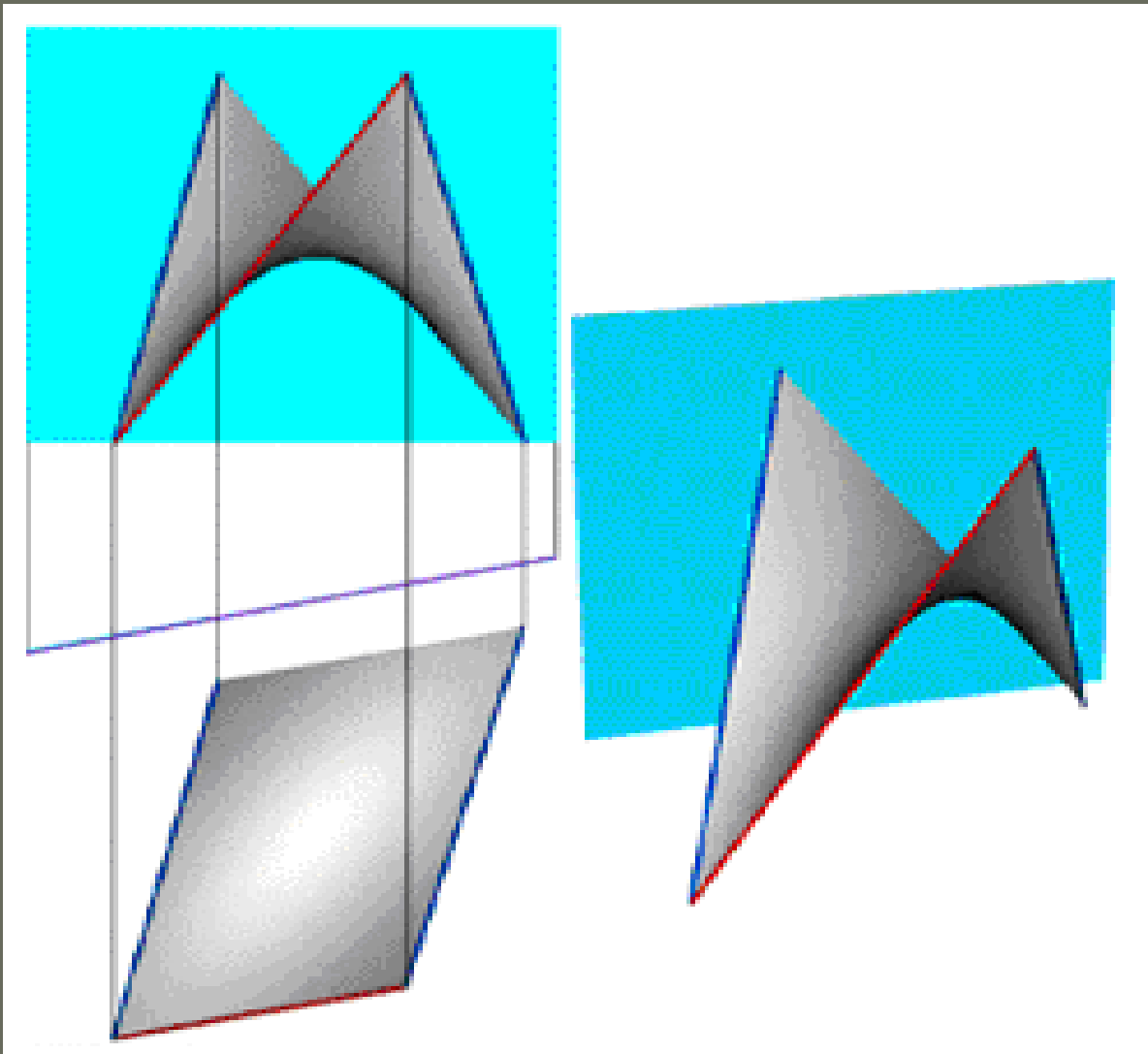
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

A superfície tem o aspecto que as três projecções a apresentam.

As secções planas podem ser hipérboles ou parábolas, mas não elipses. As parábolas que pertencem ao plano definido pela recta $C1D1$, designam-se por parábolas principais.

Nesta figura estão representadas duas famílias de geratrizes, visto este ser um parabolóide duplamente regrado.

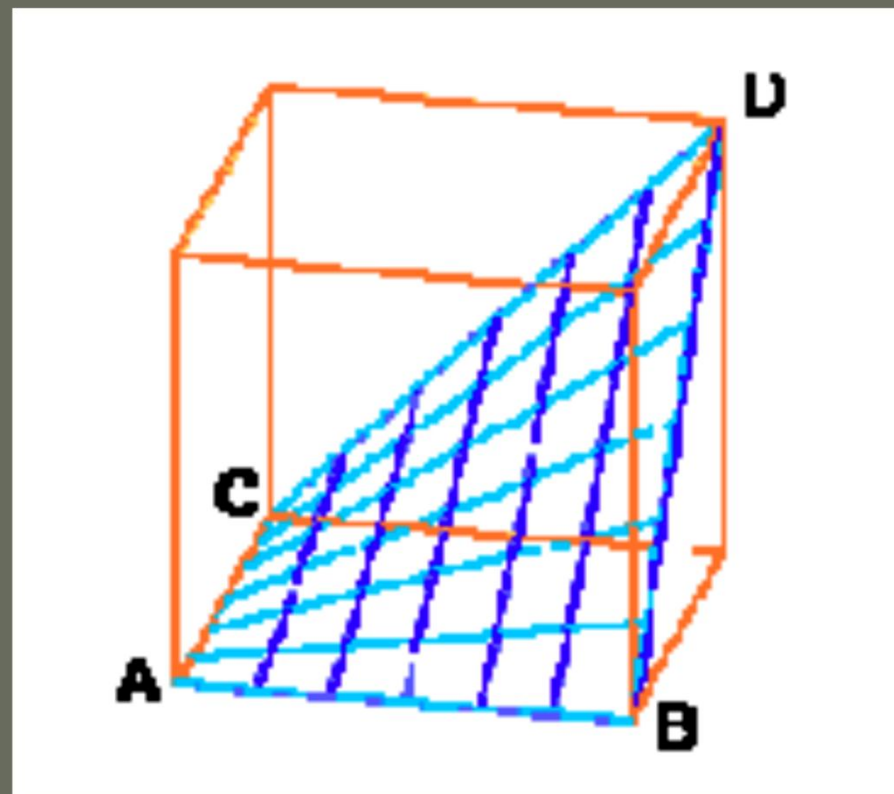
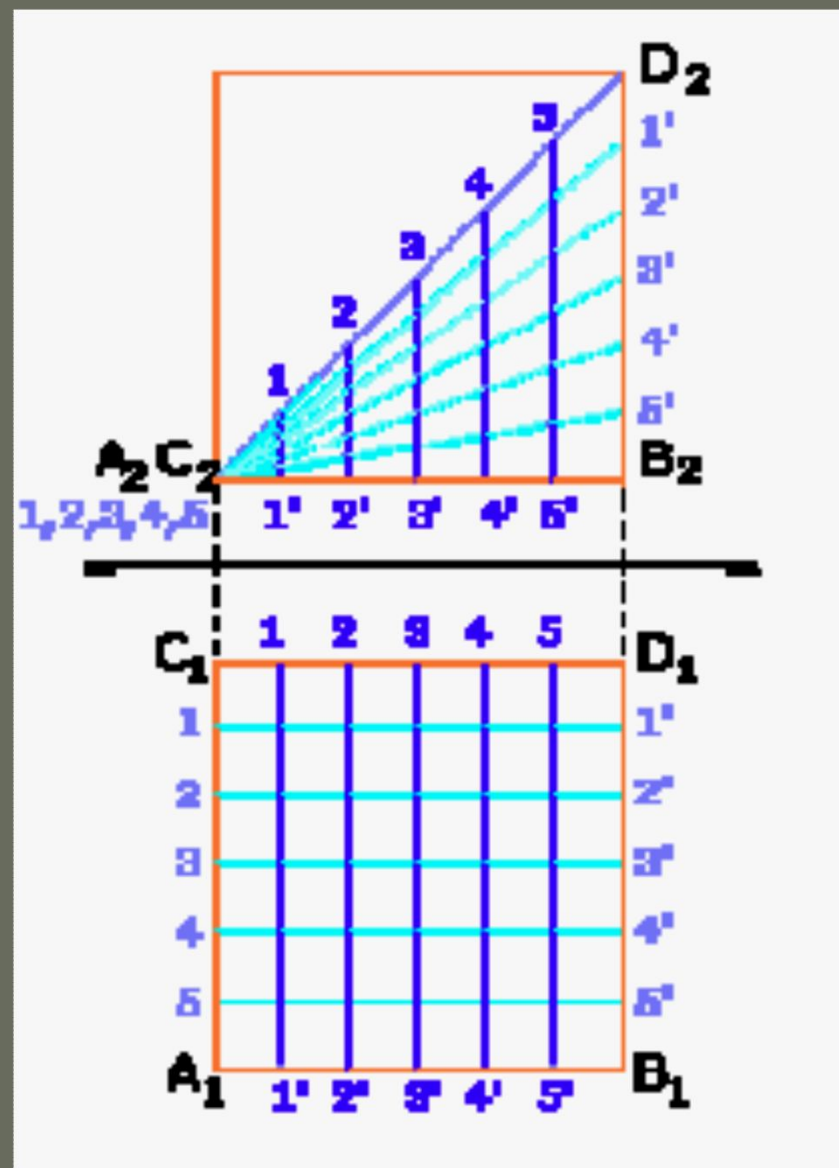
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



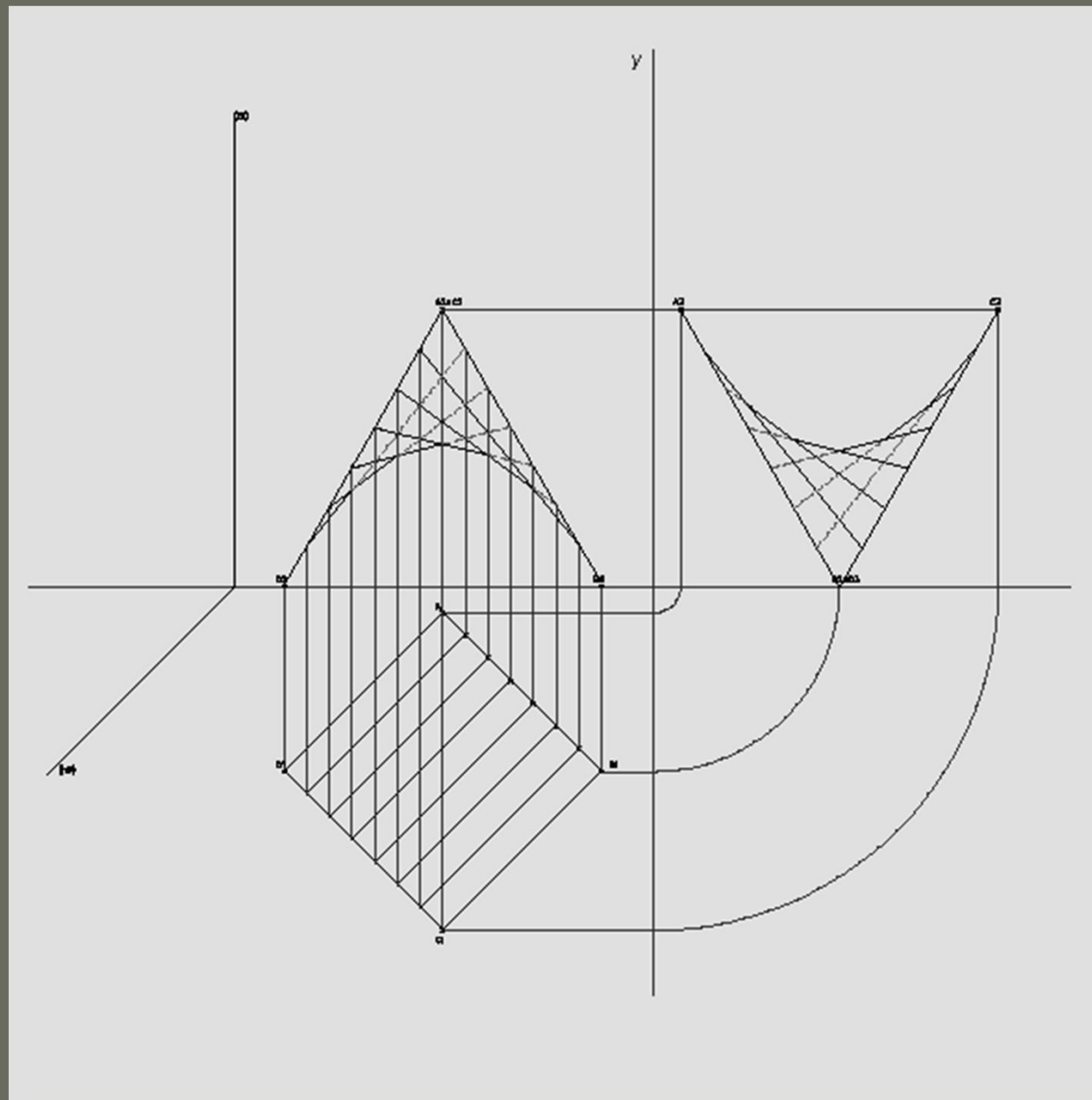
É gerado pelo movimento de uma recta (Geratriz) apoiada em duas rectas (Directrizes).

O movimento da recta é paralelo ao Plano Director

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

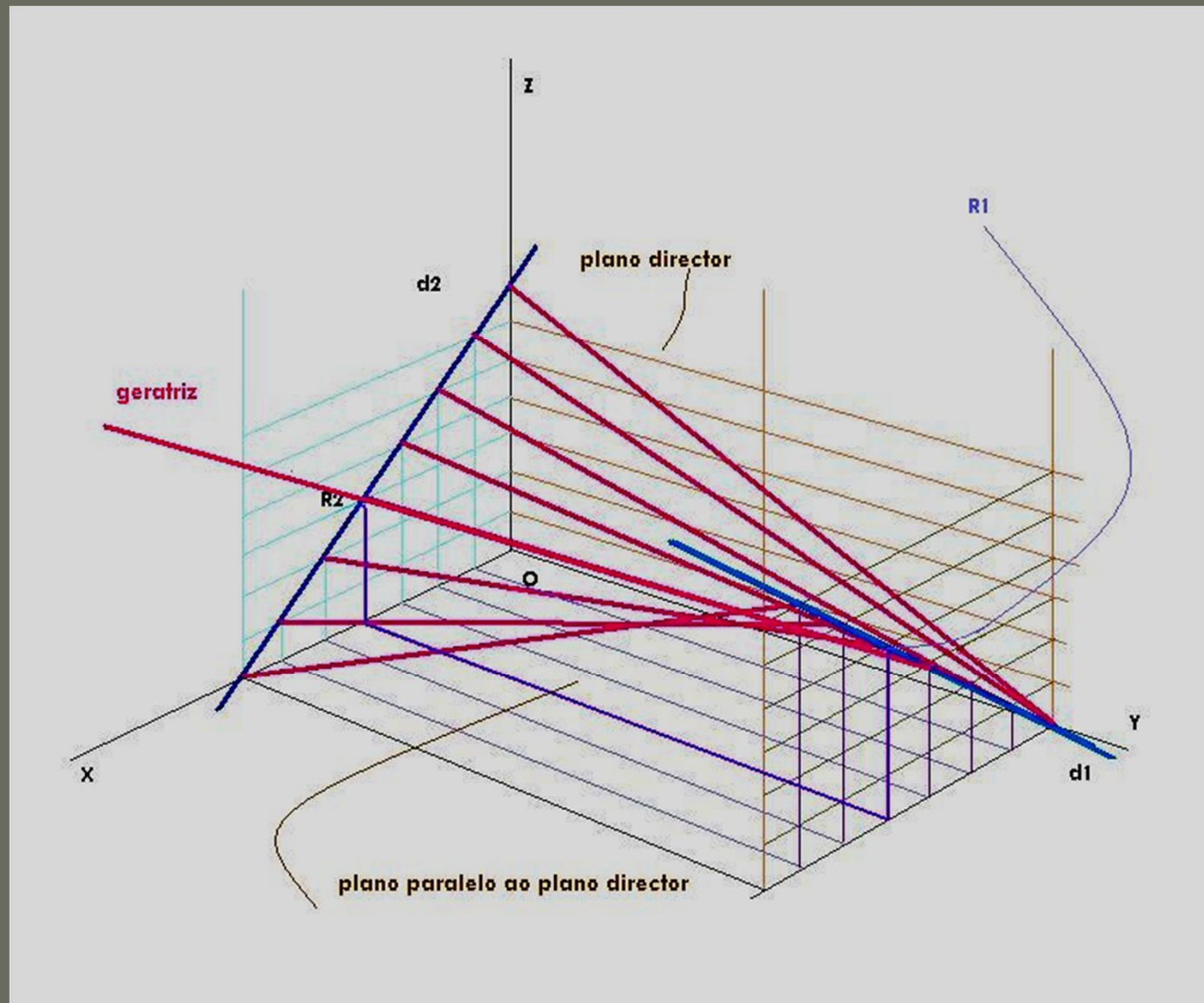


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



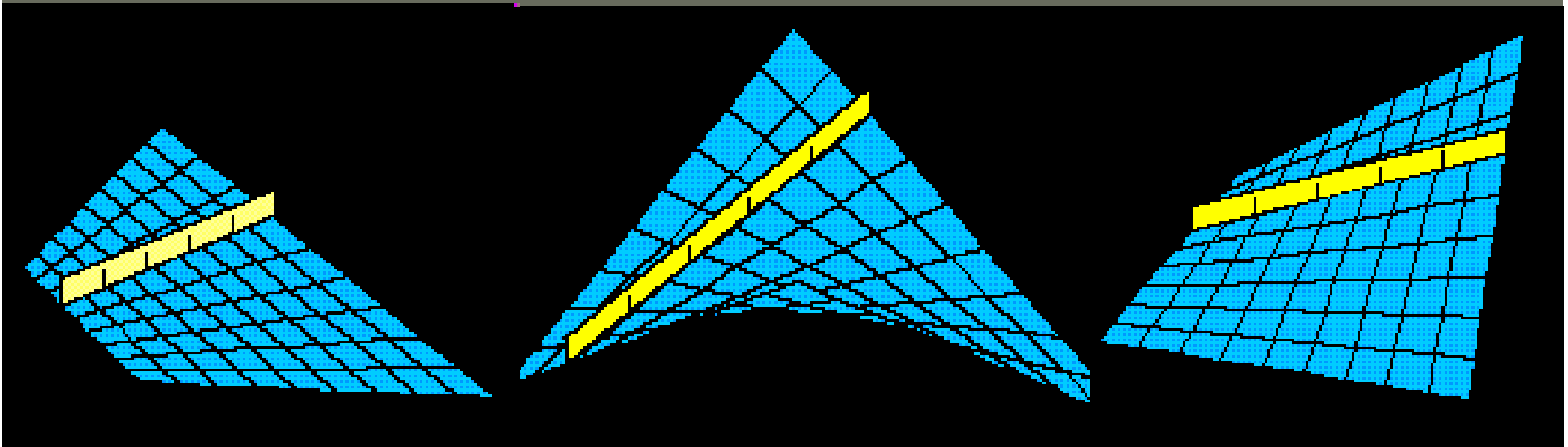
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

PARABOLÓIDE REGRADO

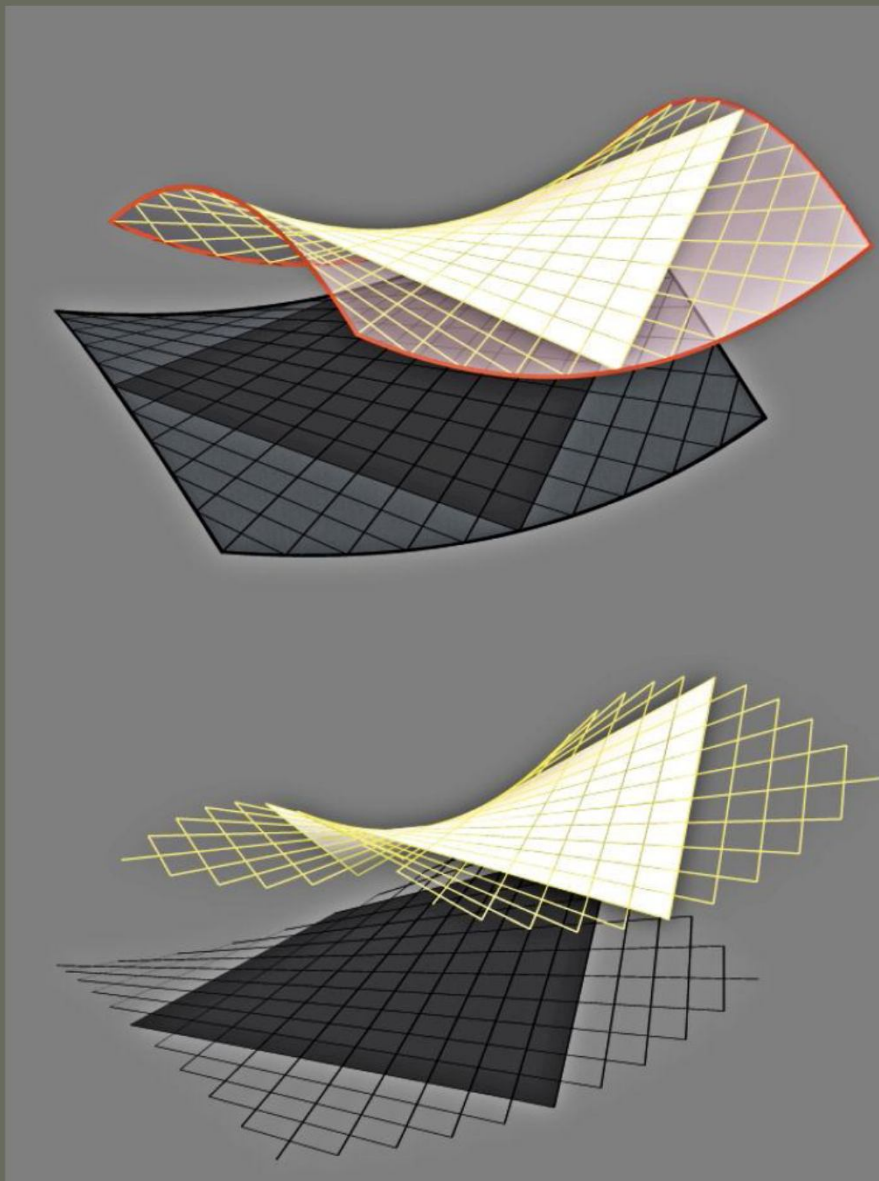


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Um parabolóide regrado é gerado pelo movimento de uma recta geratriz que se desloca apoiando-se em duas directrizes rectilíneas não coplanares, mantendo-se sempre paralela a um plano director ou de paralelismo que não seja paralelo a nenhuma delas.



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

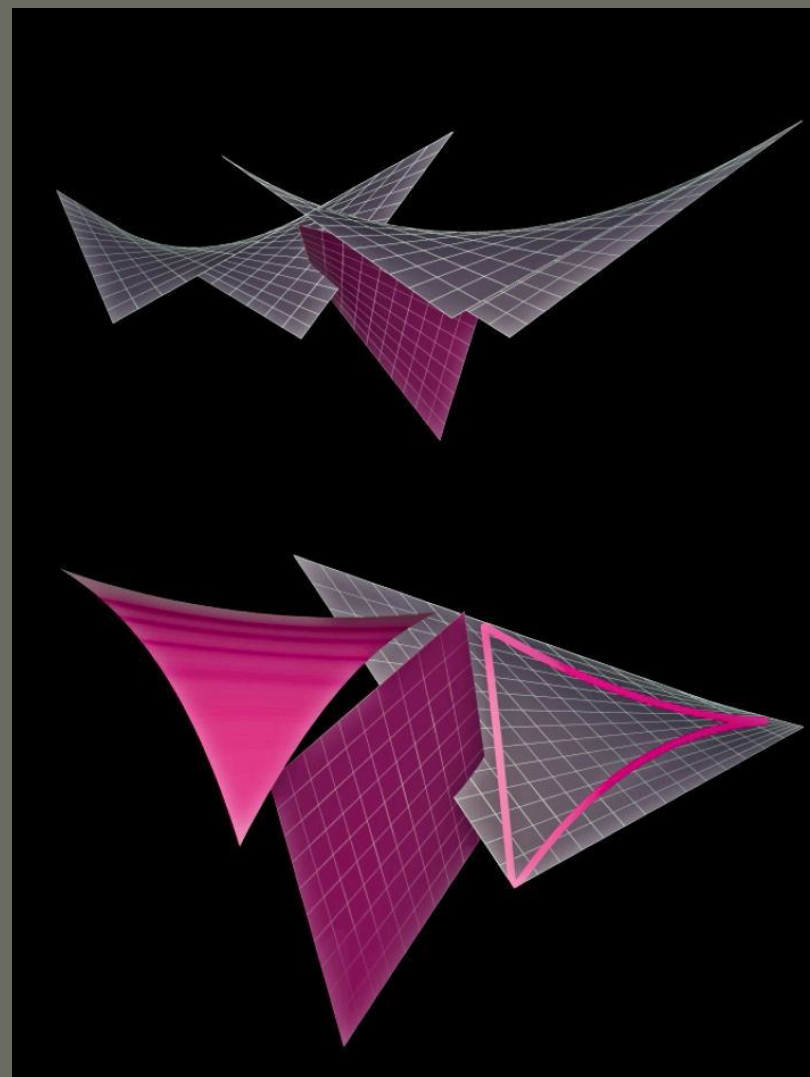


Fonte: BÓVEDAS
CONVEXAS-
JOSEP-LLUÍS
GONZÁLEZ e
ALBERT CASALS

Modelação informática da geração de partes de um parabolóide hiperbólico.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Representação informática da geração de três abóbadas da Igreja da Colónia Güell.



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Mistura de parabolóides hiperbólicos, hiperbolóides de uma folha e colunas, Sagrada Família (1926).

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Sagrada Família- Gaudi. Parabolóides.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

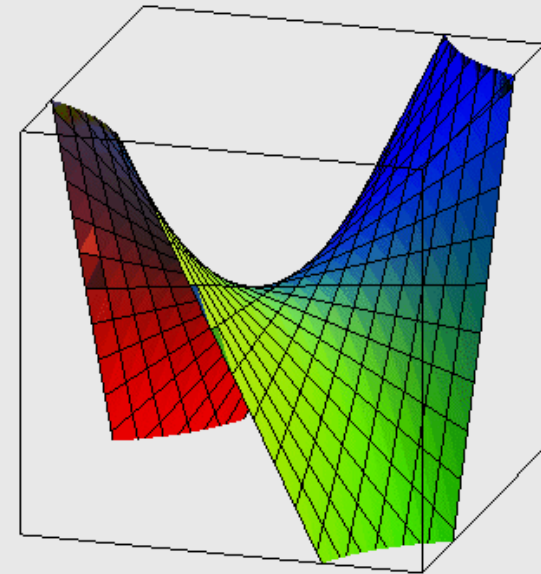
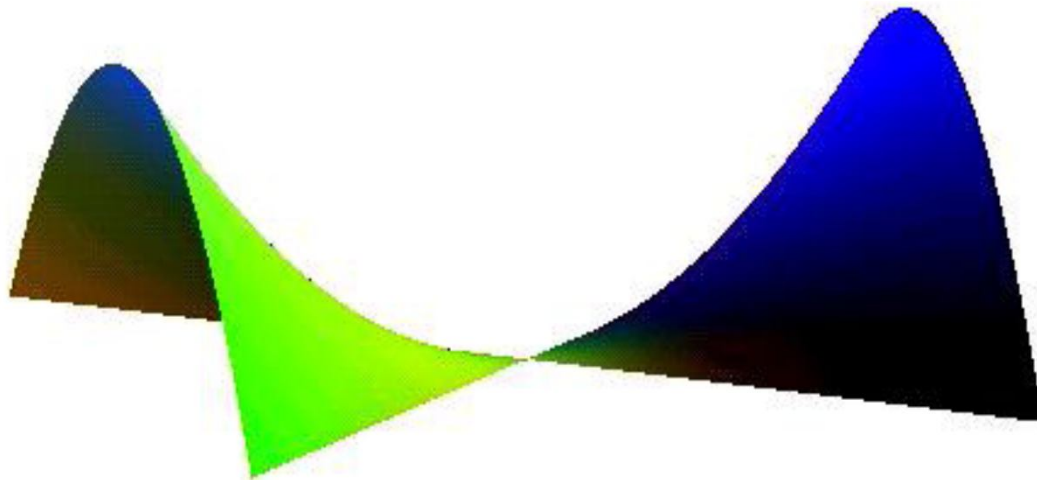
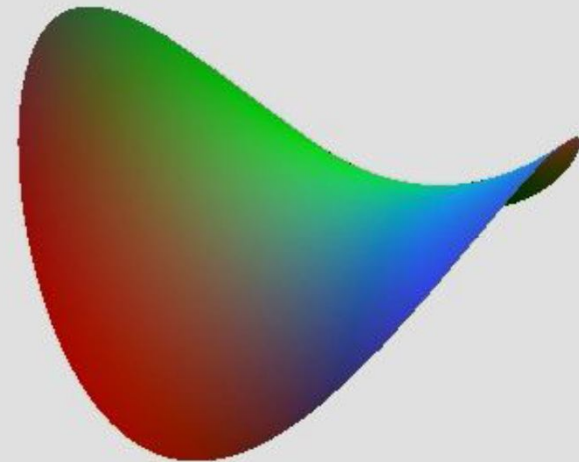
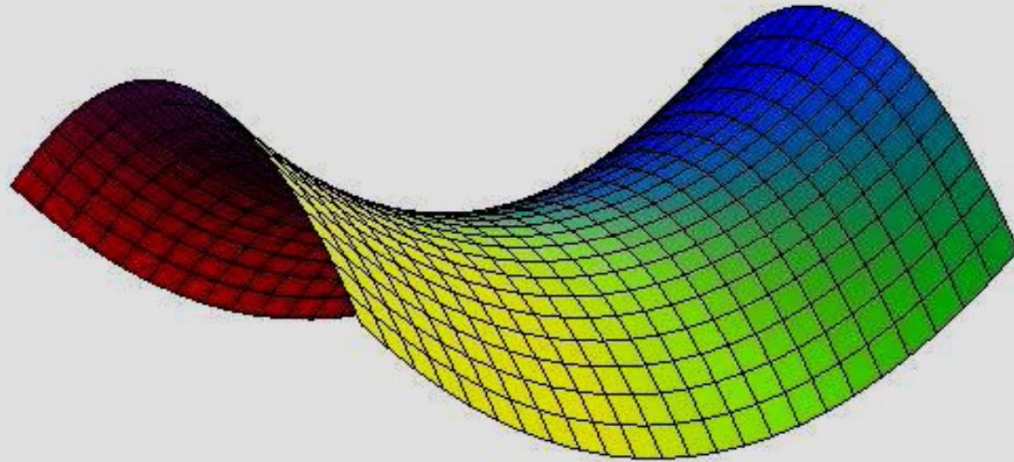


Parabolóides hiperbólicos da igreja da Colónia Güell.



Um dos primeiros arcos de perfil aproximadamente parabólico de grandes dimensões da obra de Gaudí, no Palácio Güell- Fonte: © Robert FERRÉOL , Jacques MANDONNET 2005

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



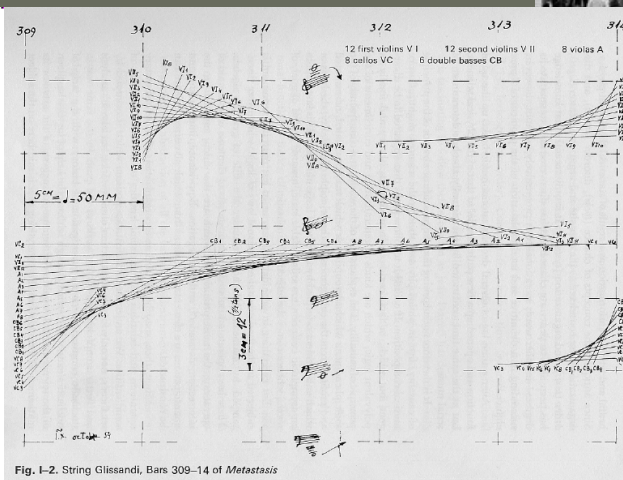
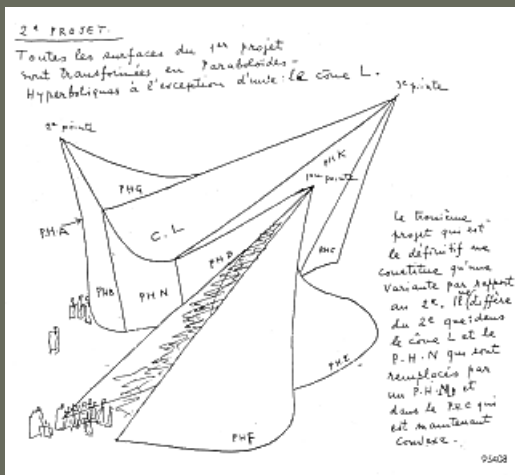
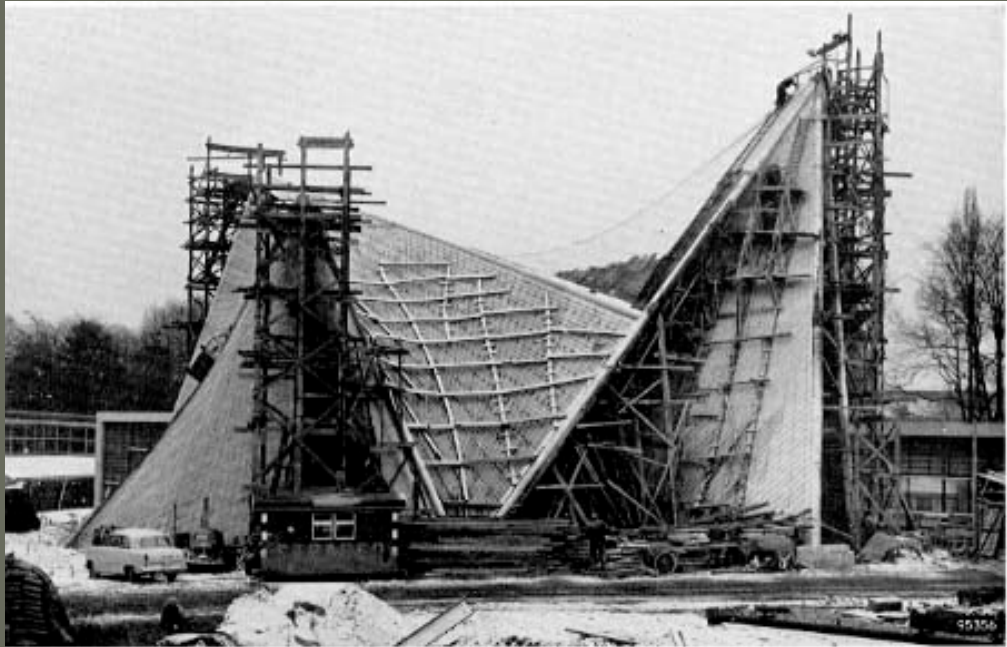
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Jogo para crianças, boulevard Richard Lenoir em Paris.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Bruxelas | Pavilhão Philips | Le Corbusier | 1958



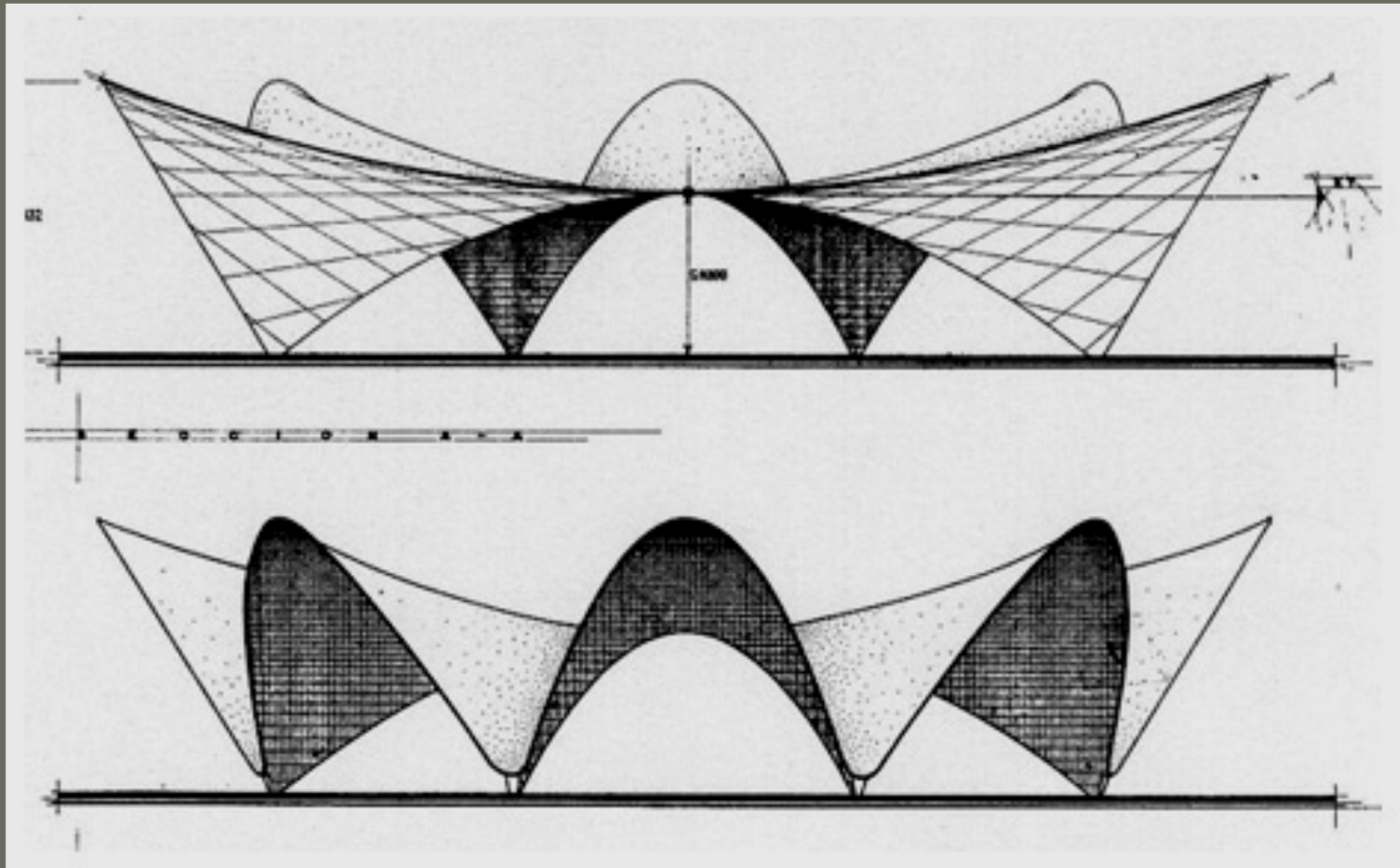
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Robert Camelot, Jean de Mailly e Bernard Zehrfuss

O Palais do Cnit em Paris, de que forma lembra a do parabolóide hiperbólico, é na realidade a reunião de três cilindros parabólicos.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Restaurante “Los Manantiales” no México, Arquitecto: F Candela 1958

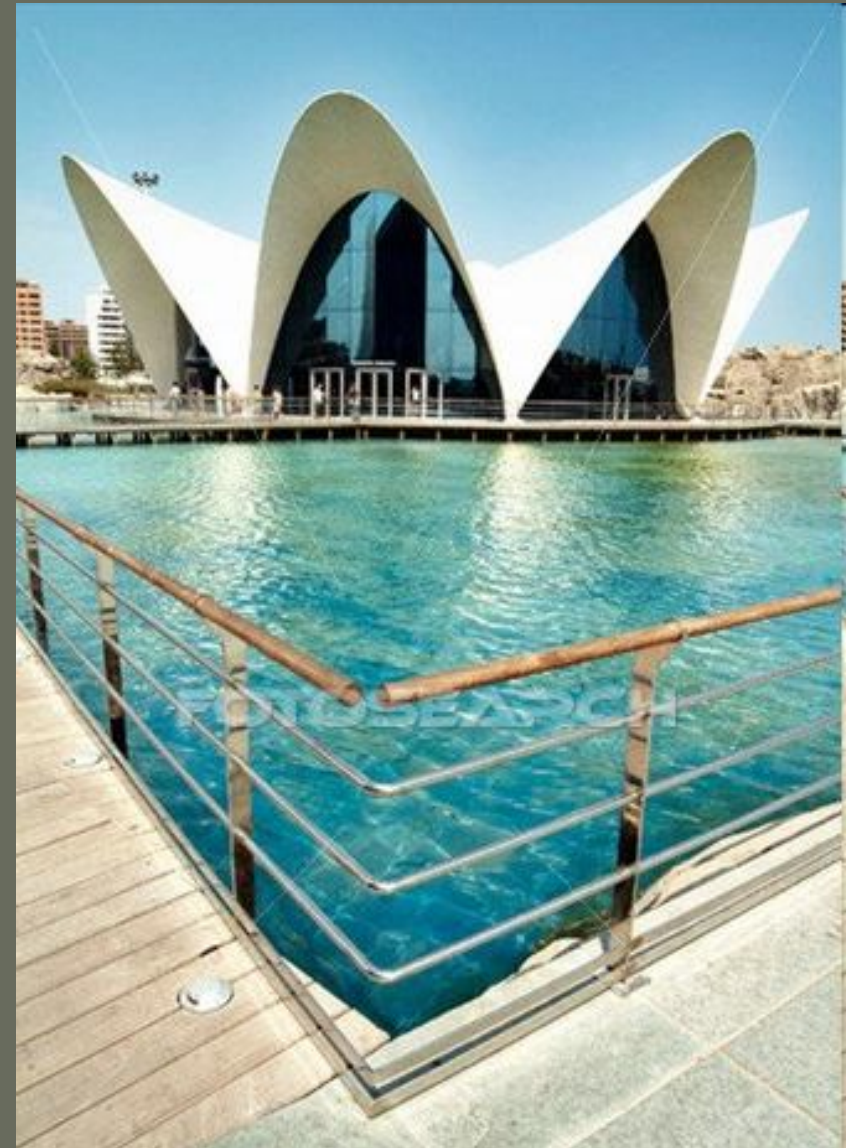
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



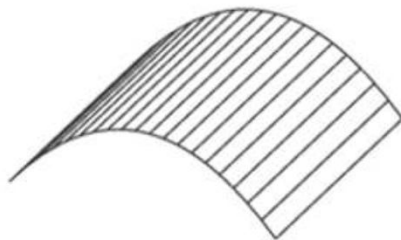
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



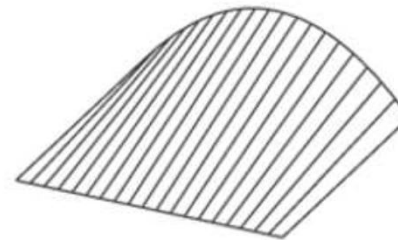
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



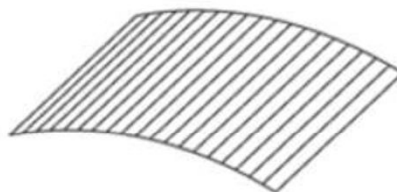
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



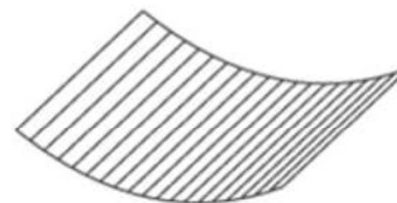
BOVEDA DE ARCO PARABOLICO



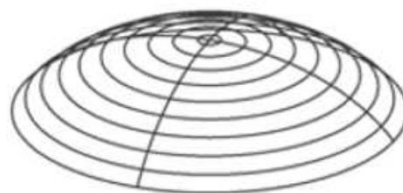
BÓVEDA FORMADA POR LA UNION REGLADA DE UNA RECTA Y UN ARCO PARABOLICO



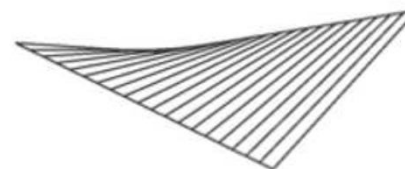
BOVEDA DE CAÑON DE ARCO REBAJADO



LAMINA REGLADA CON DIRECTRIZ CATENARIA

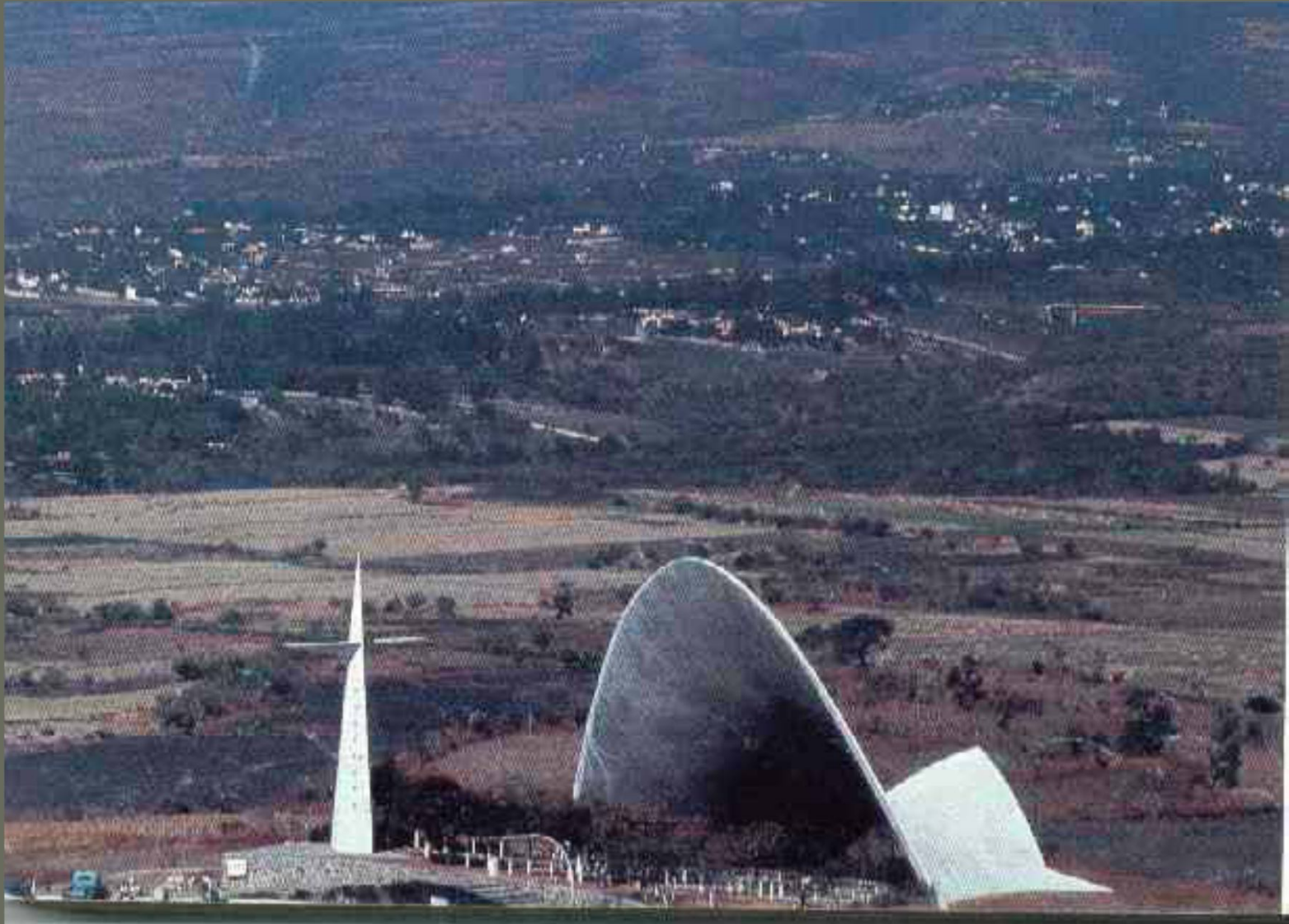


CASCARON DE GENERATRIZ ELIPTICA



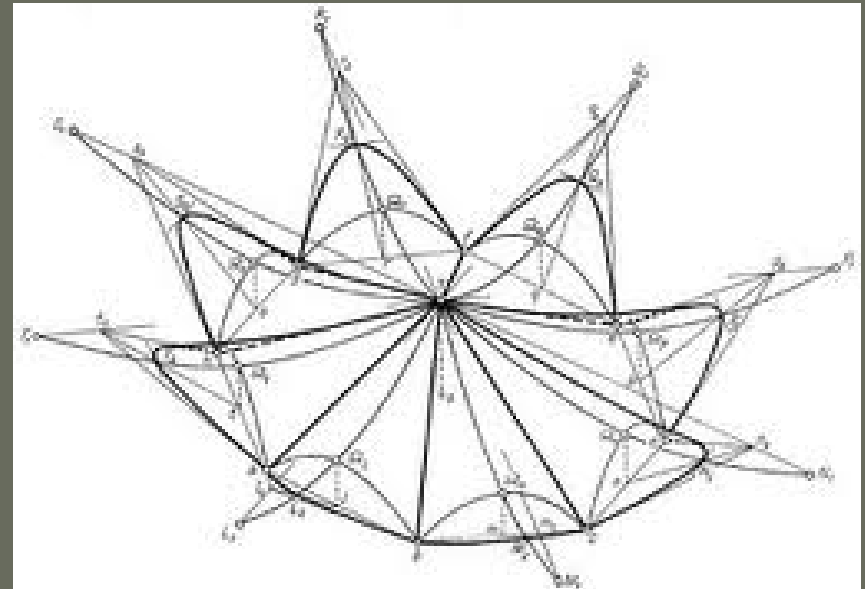
PARABOLOIDE HIPERBOLICO

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Capela de Lomas de Cuernavaca.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

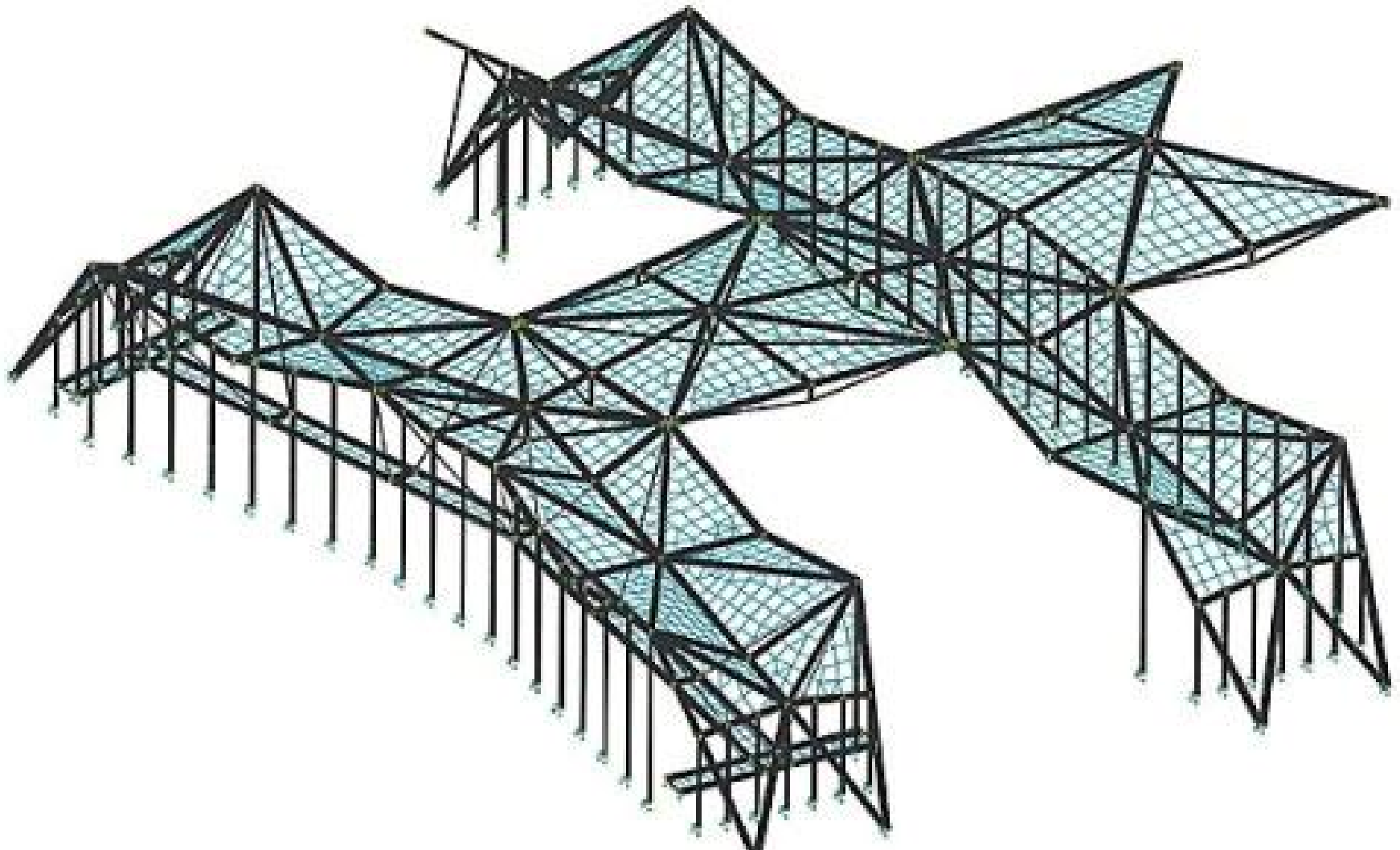


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



**Richard Rogers: Palacio de
Justicia de Amberes, Bélgica**

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Esta enorme catedral de metal, cristal y madera tiene 78.000 m², realizada por [Richard Rogers](#), fue inaugurado en marzo de 2006 y es el resultado de un concurso internacional llevado a cabo en 1999.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



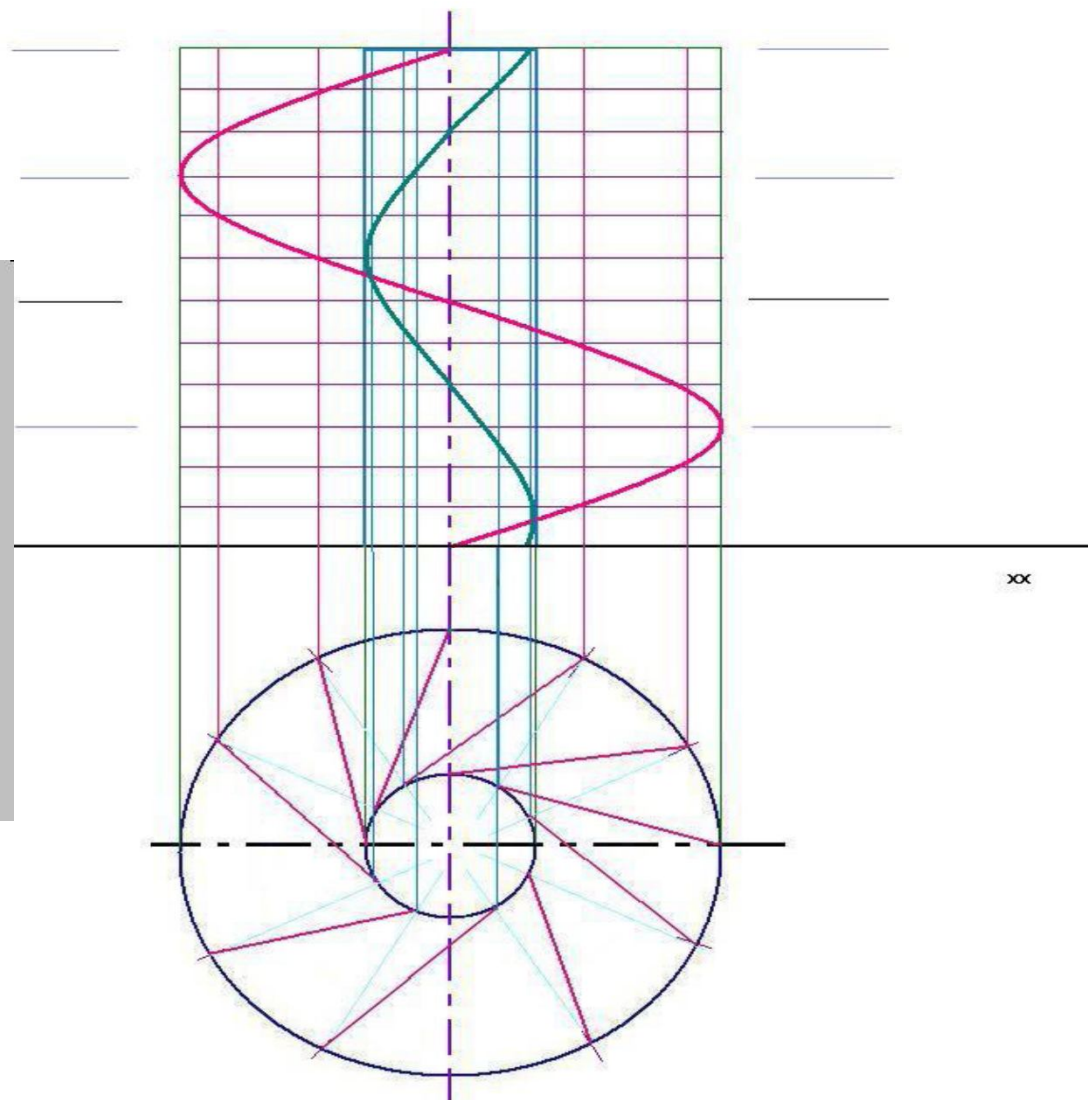
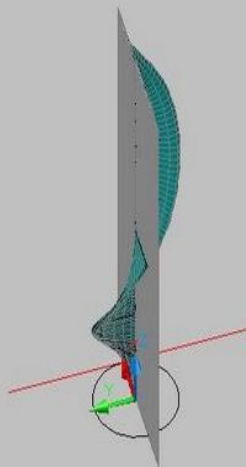
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



O Estádio Olímpico (em alemão *Olympiastadion*) em Munique, desenhado pelo arquiteto alemão Günter Behnisch e seus sócios, foi construído entre 1966 e 1972 para os Jogos Olímpicos de Verão de 1972.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

SUPERFÍCIE HELICÓIDAL RECTA OU CONÓIDE RECTO



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

Designam-se por helicóides regrados as superfícies geradas por uma recta g animada de movimento helicoidal. Neste movimento todos os pontos dessa recta descrevem hélices cilíndricas com o mesmo passo e o mesmo eixo.

O movimento helicoidal duma recta satisfaz as seguintes condições:

- Um ponto da recta g descreve uma hélice cilíndrica,**
- No seu movimento mantém-se constante a distância da recta ao eixo;**

No seu movimento mantém-se constante o ângulo da recta com o eixo da hélice.

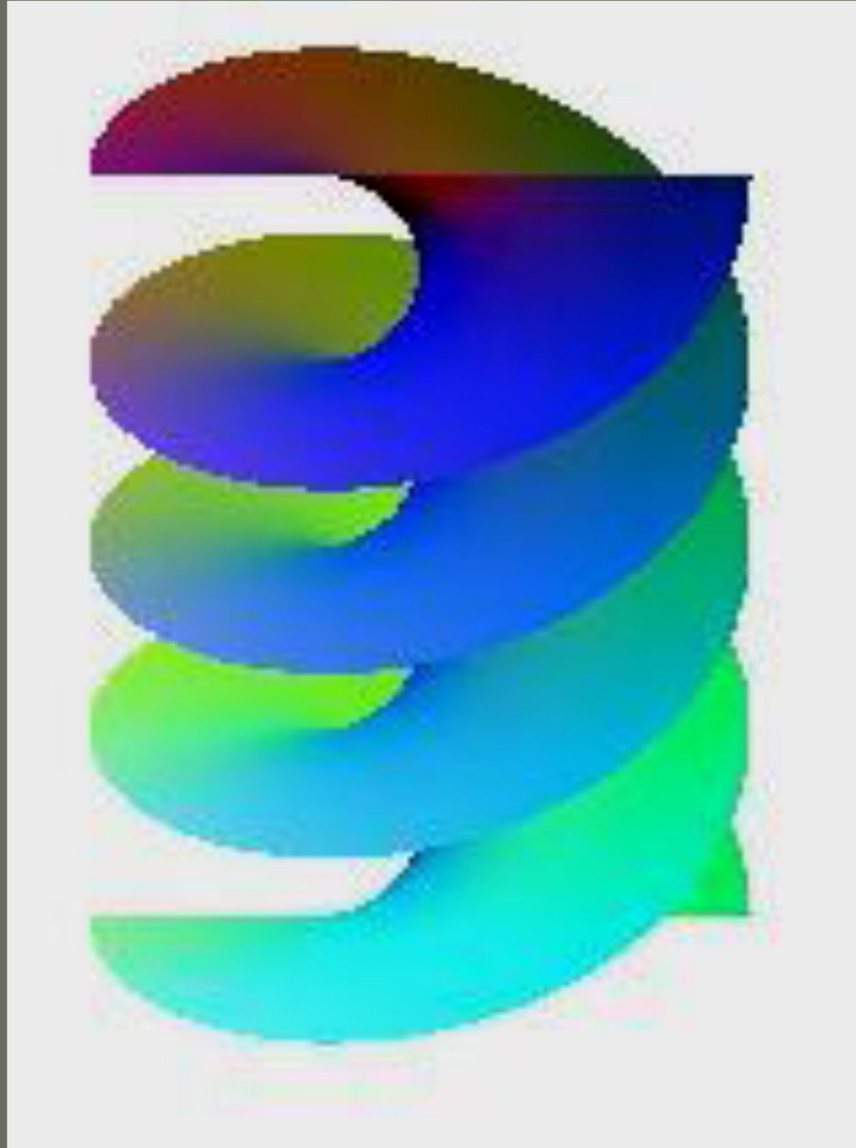
Designa-se por axial o helicóide gerado por uma recta concorrente com o eixo da hélice e por não axial o que é gerado por uma recta não concorrente com o eixo da referida hélice.

Designa-se por recto o helicóide gerado por uma recta perpendicular ao eixo da hélice, sendo que neste caso a superfície tem um plano director perpendicular ao eixo.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

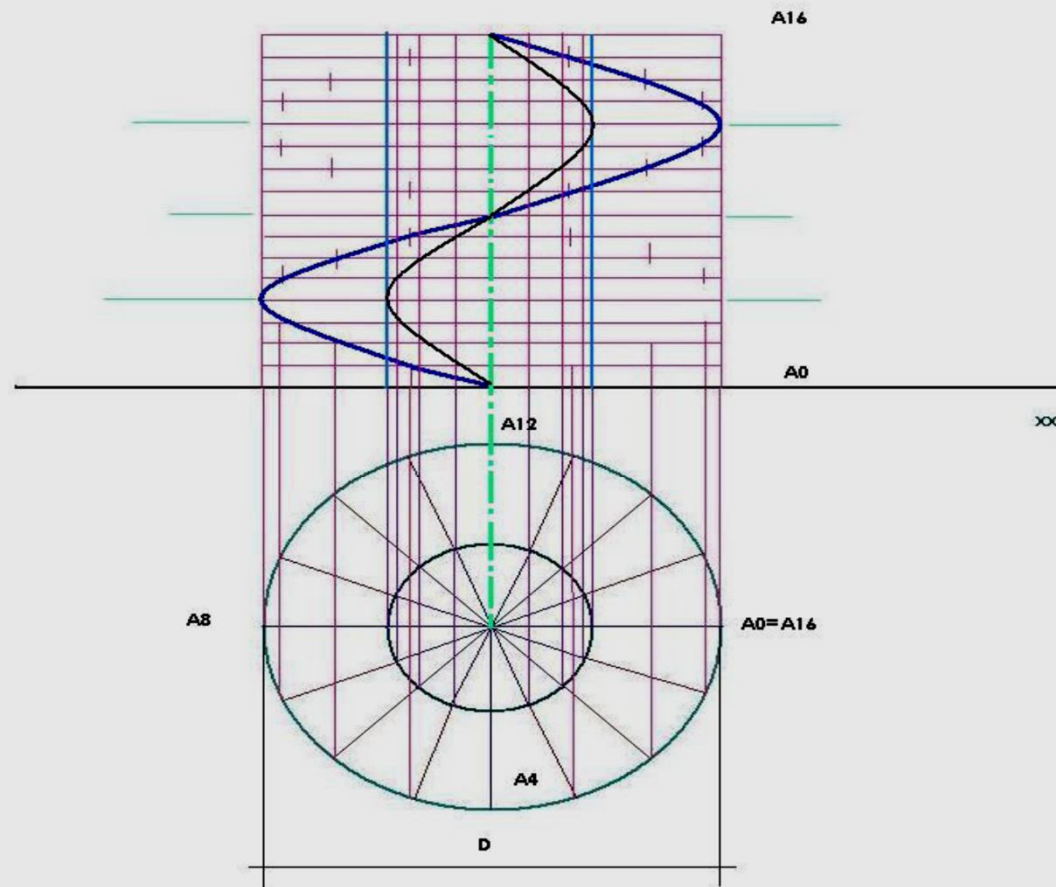
- A geratriz é perpendicular ao eixo. Pela sua geração esta superfície é um conóide:
- A geratriz é paralela a um plano, em todas as suas posições (o plano horizontal) e é perpendicular ao eixo do cilindro.
- A geratriz corta 2 linhas directrizes (uma curva e outra recta – sendo esta o eixo do cilindro), a linha curva directriz representa uma linha helicoidal –este toma a designação de conóide helicoidal. Pode ter também a designação de conóide recto.
- A superfície compreendida entre ambas as linhas helicoidais designa-se por conóide helicoidal circular.
- Se a geratriz é oblíqua ao eixo do cilindro toma a designação de superfície helicoidal oblíqua.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

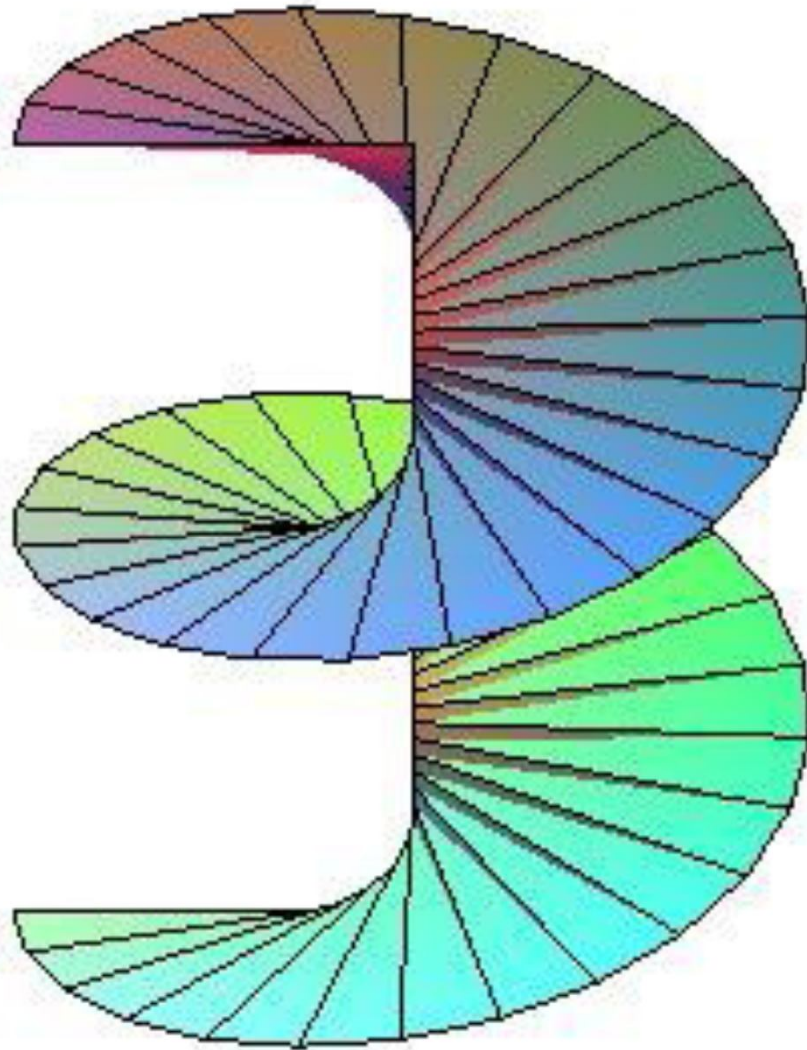


SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

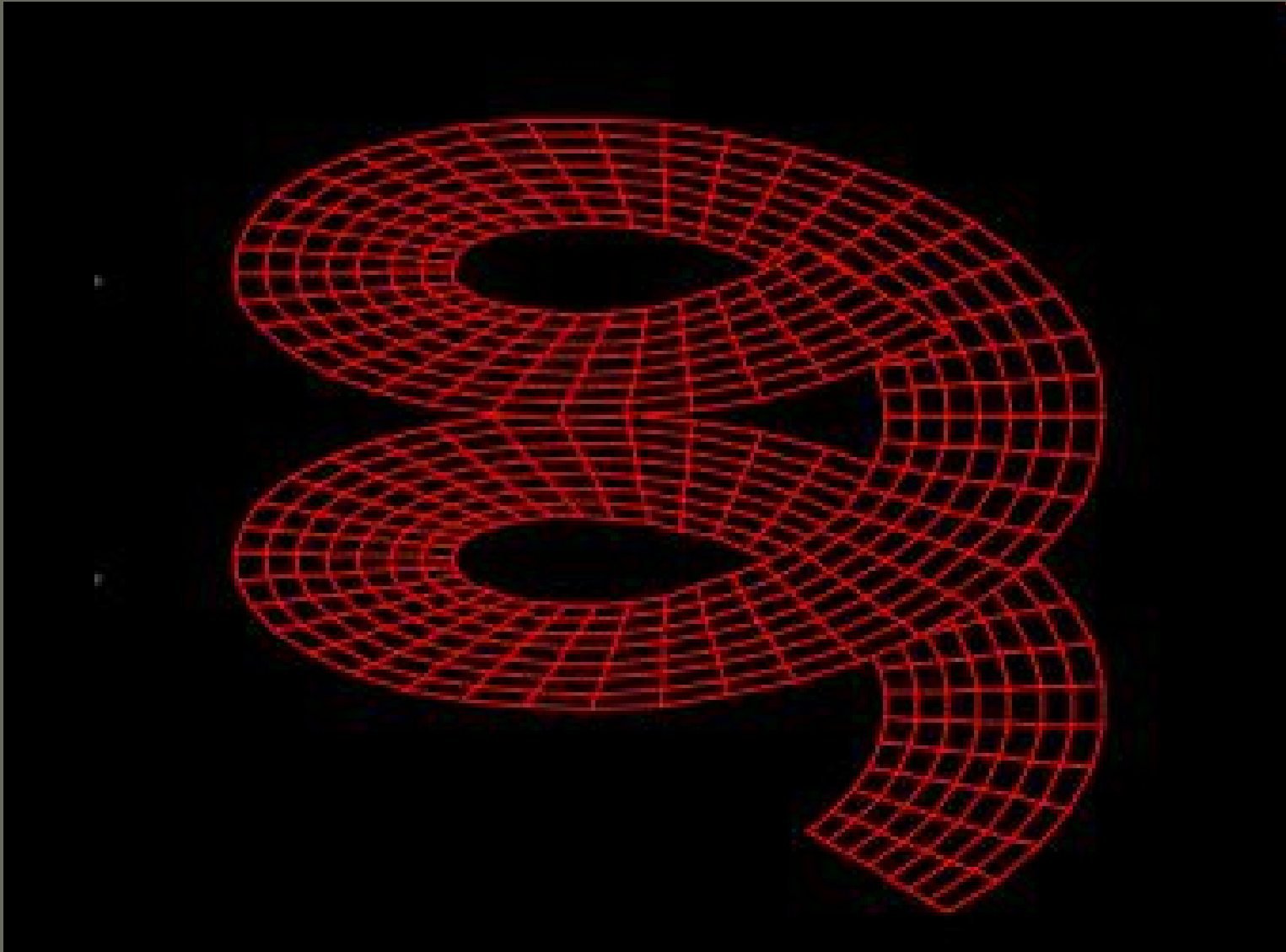
SUPERFÍCIE HELICOIDAL RECTA OU CONÓIDE RECTO



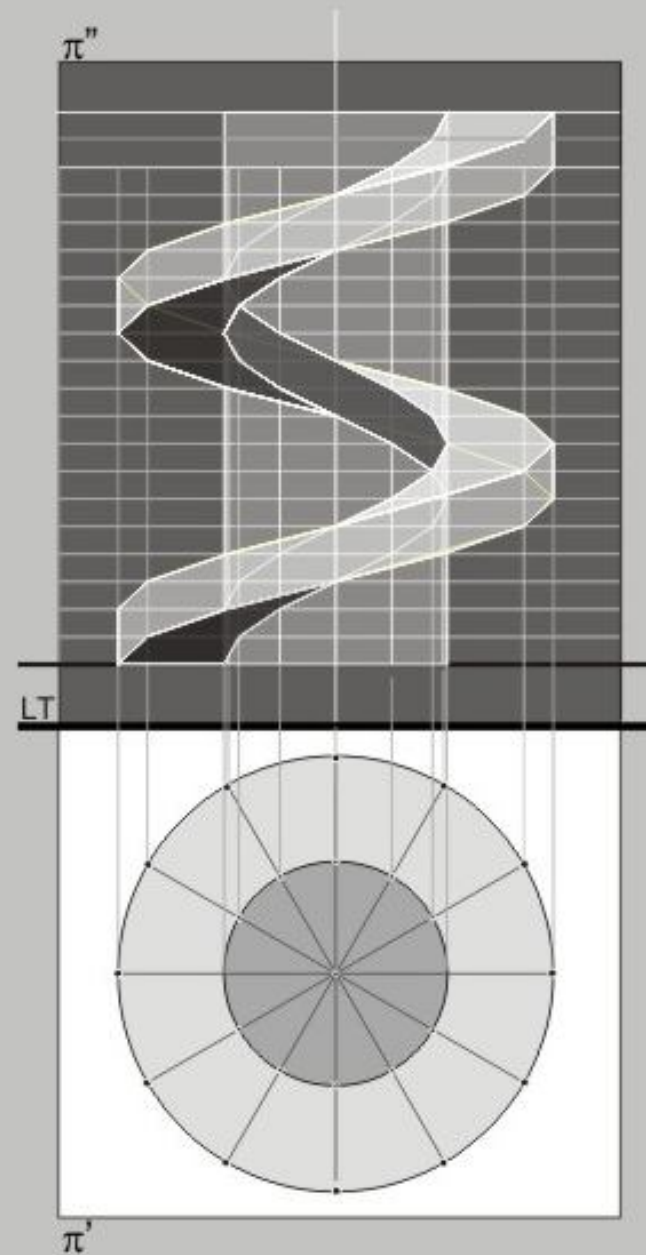
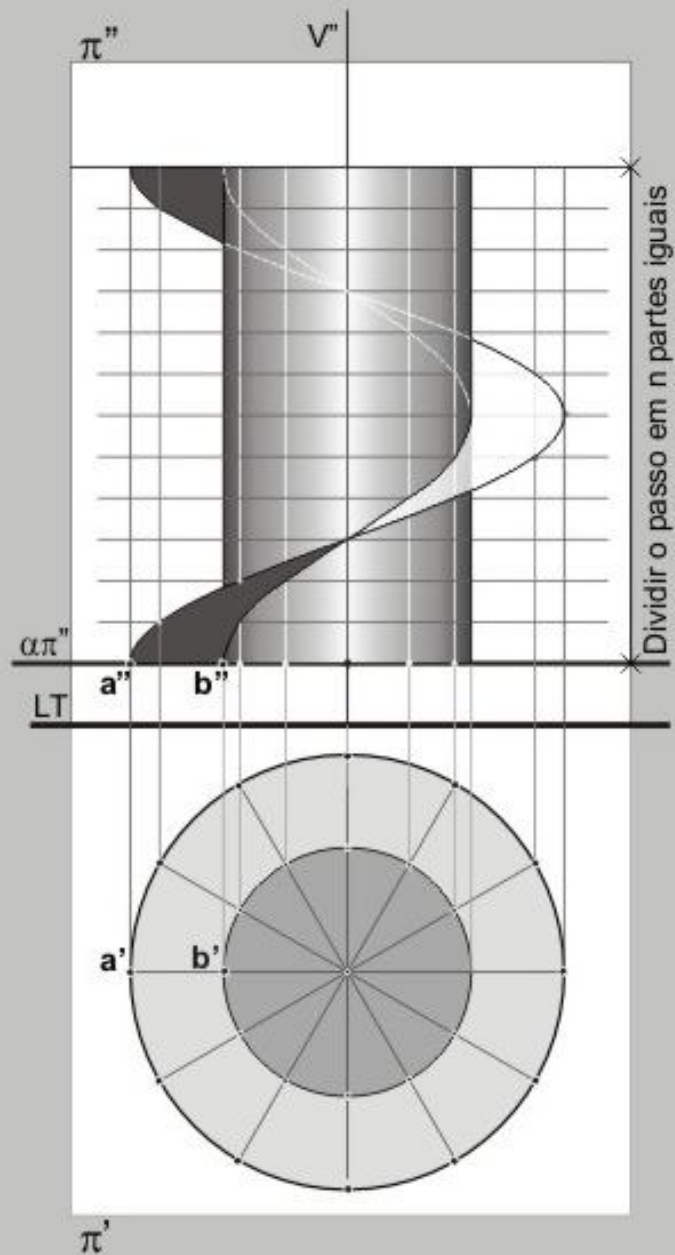
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



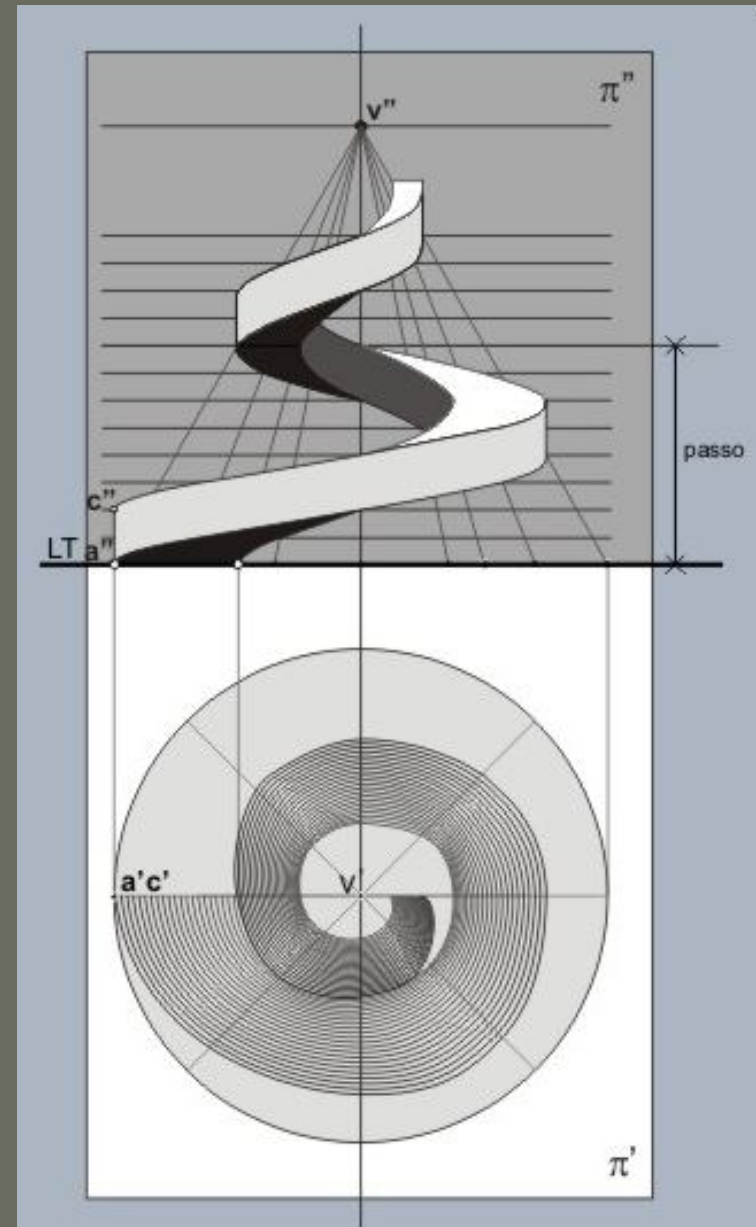
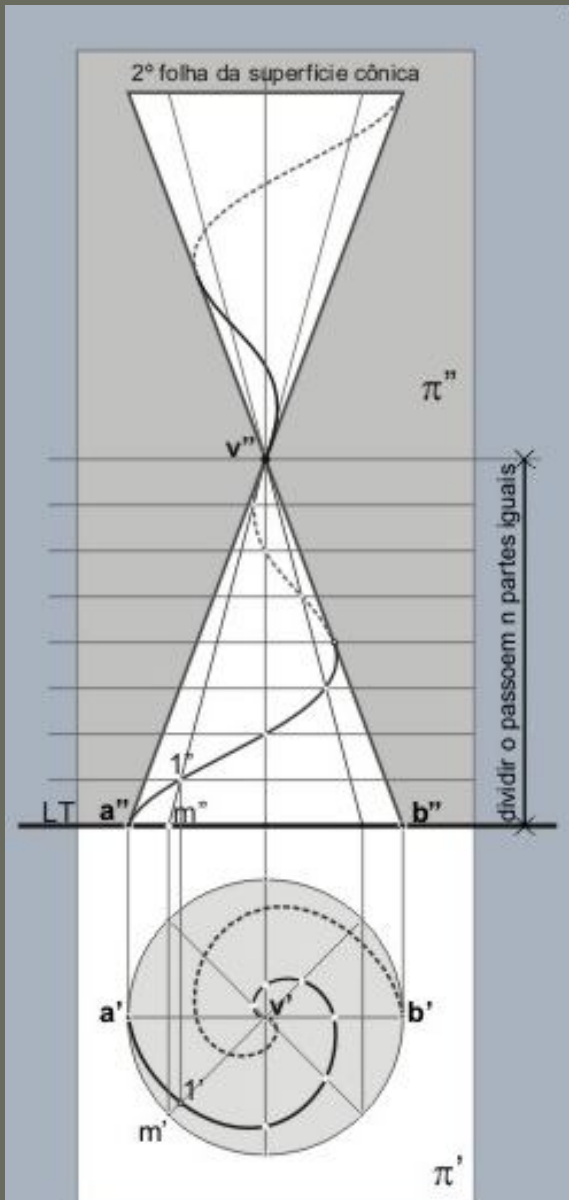
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



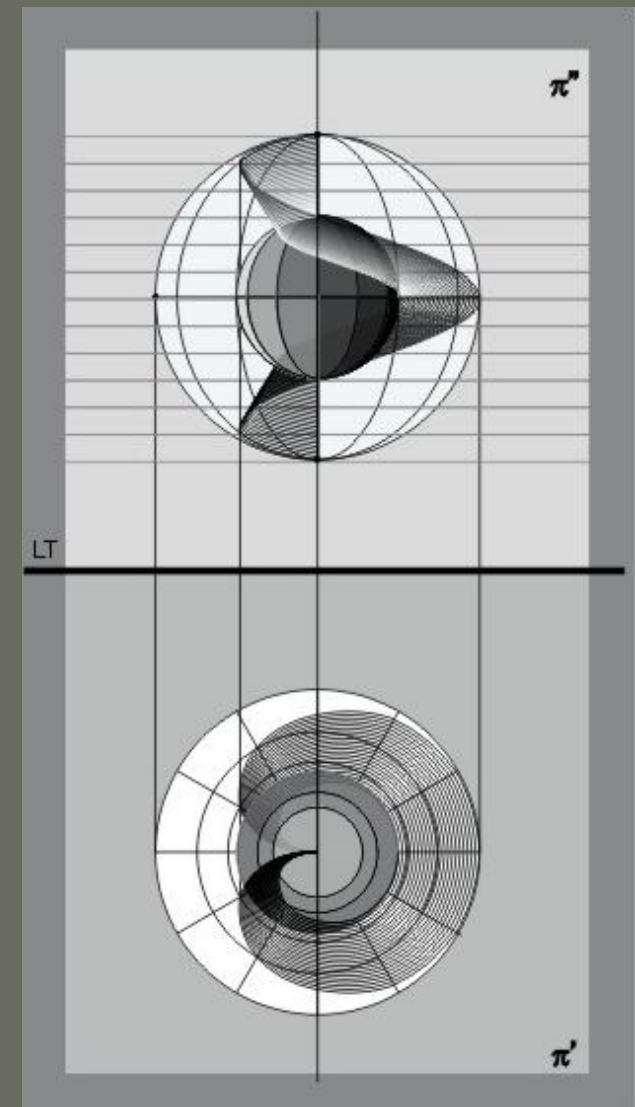
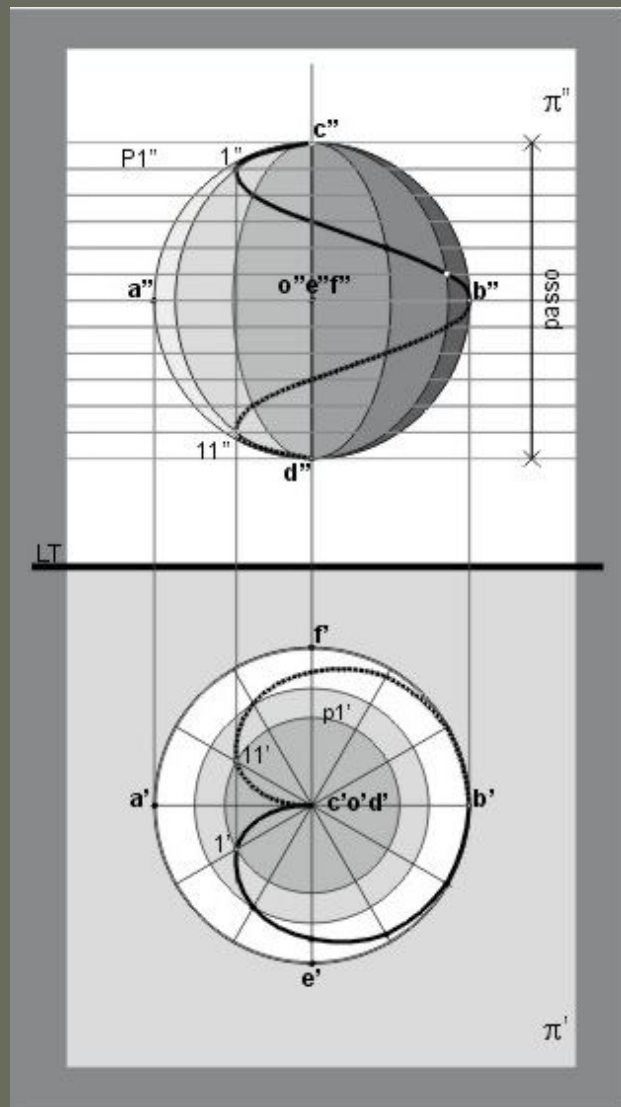
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



<http://www.desenhoprojetivo.pro.br/htmlgd/solidos%20de%20revol.htm>

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Ponte Helicóidal em Singapura

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Santiago Calatrava – edifício em torso - malmo

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

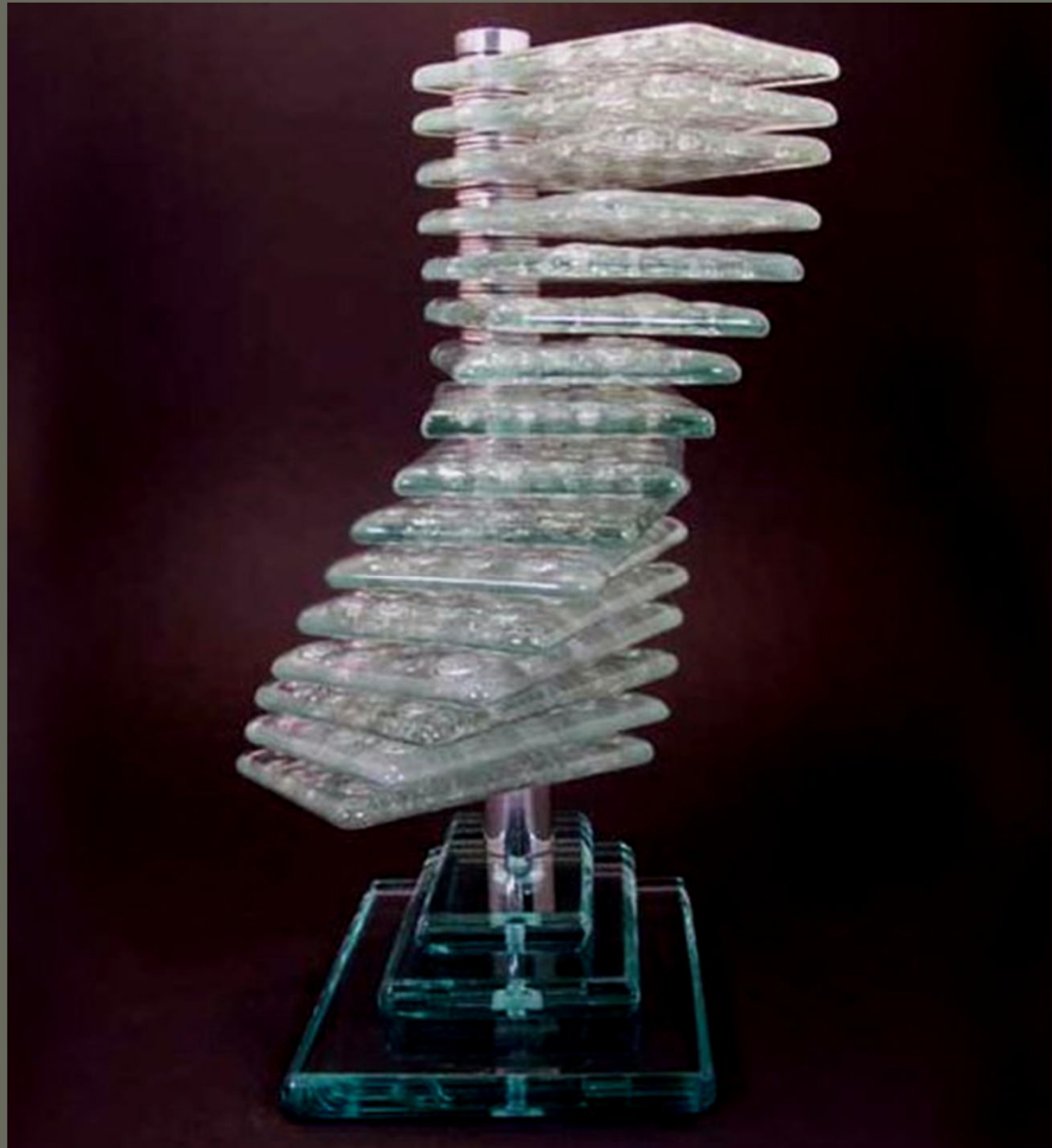


Marina Bay Sands - Singapura

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



Hotel Helix en Abu Dhabi

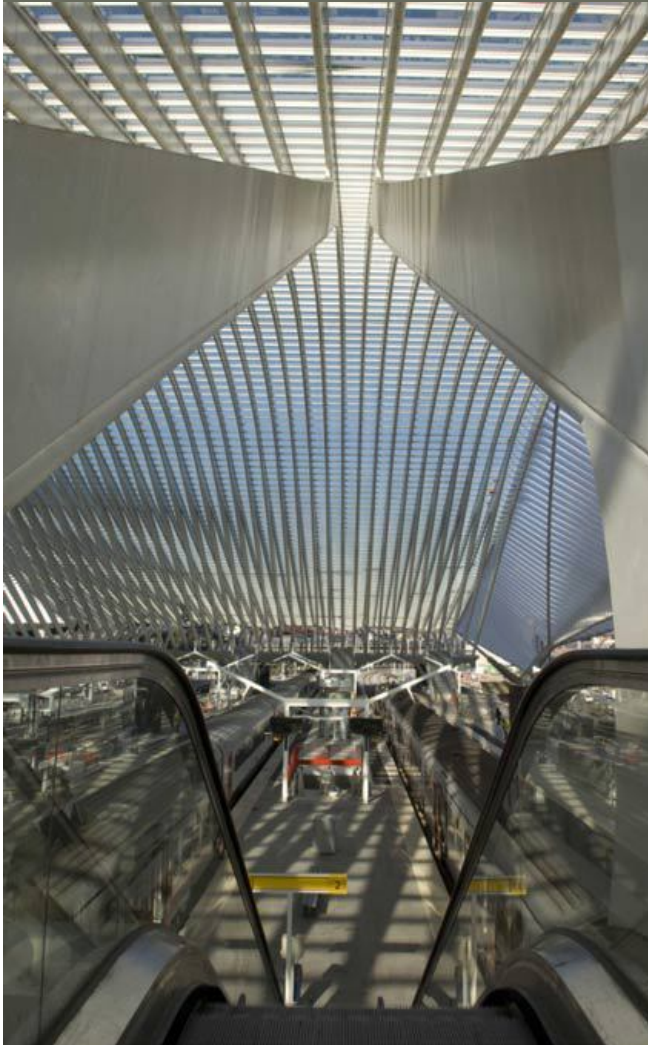
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS



SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS

